1.3 명제의 동치

교과목명	이산수학	분반		담당교수	김 외 현
학부(과)		학번		성명	

정의 **항진명제, 모순, 불확정명제**

(1) 항진명제

: 합성명제를 구성하는 단순명제의 진리값에 상관없이 항상 참인 명제

(2) 모순

: 합성명제를 구성하는 단순명제의 진리값에 상관없이 항상 거짓인 명제

(3) 불확정명제

: 항진명제도 아니고 모순도 아닌 명제
즉, 경우에 따라 참 또는 거짓의 진리값을 갖는 명제

예제 다음을 구하여라.

1. 한 개의 명제 변수를 사용하여 항진명제와 모순의 예를 만들어보아라.

1.3.2 논리적 동치

정의 논리적 동치

$p \equiv q$ (or $p \Leftrightarrow q$)

: 두 합성명제 p, q에 대하여

$p \leftrightarrow q$가 항진명제

두 합성명제가 모든 경우에 동일한 진리값을 갖는 경우는 동치이다.

예제 다음을 구하여라.

2. $\neg(p \vee q)$와 $\neg p \wedge \neg q$가 논리적 동치임을 보여라.

3. $p \rightarrow q$와 $\neg p \vee q$가 논리적 동치임을 보여라.(이것은 조건-논리합 동치라고 부른다.)

4. $p \vee (q \wedge r)$과 $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$이 논리적 동치임을 보여라.

1.3.3 드 모르간 법칙 사용하기

: $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$(p \vee q)$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	T	F	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	T	T	F	T	T

예제 다음을 구하여라.

5. 드 모르간 법칙을 사용하여 "철수는 휴대폰과 노트북을 가지고 있다."와 "해인이가 콘서트에 가거나 수미가 콘서트에 갈 것이다."의 부정을 표현하라.

참고 주요 논리적 동치

항등 법칙 : $p \wedge T \equiv p$, $p \vee F \equiv p$

지배 법칙 : $p \vee T \equiv T$, $p \wedge F \equiv F$

등멱 법칙 : $p \vee p \equiv p$, $p \wedge p \equiv p$

이중 부정 법칙 : $\neg(\neg p) \equiv p$

부정 법칙 : $p \vee \neg p \equiv T$, $p \wedge \neg p \equiv F$

교환 법칙 : $p \vee q \equiv q \vee p$, $p \wedge q \equiv q \wedge p$

결합 법칙 : $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

분배 법칙 : $(p \vee (q \wedge r)) \equiv (p \vee q) \wedge (p \wedge r)$

$(p \wedge (q \vee r)) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

흡수 법칙 : $p \vee (p \wedge q) \equiv p$, $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

참고 조건문을 포함한 논리적 동치

$p \to q \equiv \neg p \vee q$

$p \to q \equiv \neg q \to \neg p$

$p \vee q \equiv \neg p \to q$

$p \wedge q \equiv \neg(p \to \neg q)$

$\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$

$(p \to q) \wedge (p \to r) \equiv p \to (q \wedge r)$

$(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$

$(p \to q) \vee (p \to r) \equiv p \to (q \vee r)$

$(p \to r) \vee (q \to r) \equiv (p \wedge q) \to r$

참고 상호 조건문을 포함한 논리적 동치

$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$

$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$

$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

1.3.4 새로운 논리적 동치 만들기

주요 논리적 동치와 그 외 이미 입증된 동치를 사용하여 새로운 논리적 동치를 만들 수 있다.

$A \equiv B$임을 보이기 위해 A로 시작해서 B로 끝나는 동치를 만들어 낸다.

$$\begin{aligned} A &\equiv A_1 \\ A_1 &\equiv A_2 \\ &\vdots \\ A_n &\equiv B \end{aligned}$$

예제 다음을 구하여라.

6. $\neg(p \to q)$와 $p \wedge \neg q$가 논리적으로 동치임을 보여라.

7. 논리적 동치를 연속적으로 적용하여 $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$와 $\neg p \wedge \neg q$는 논리적 동치임을 보여라.

8. $(p \wedge q) \to (p \vee q)$가 항진명제임을 보여라.