

1. 마르코프 부등식 ”

- 정의: 음이 아닌 확률변수 X 에 대해, $P(X \geq a) \leq \frac{E[X]}{a}$, 여기서 $a > 0$

2. 체비셰프 부등식 ”

- 정의: 임의의 확률변수 X 에 대해, $P(|X - \mu| \geq a) \leq \frac{\sigma^2}{a^2}$, 여기서 μ 는 X 의 평균, σ^2 는 X 의 분산, $a > 0$

3. 모멘트 ”

- n 번째 모멘트: $m_n = E[X^n]$
- n 번째 중심 모멘트: $\mu_n = E[(X - m)^n]$, 여기서 m 은 평균
- n 번째 정규화된 중심 모멘트: $\frac{\mu_n}{\sigma^n}$

4. 생성함수 ”

- 이산 확률 변수에 대한 확률 생성 함수: $G(z) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n z^n$
- 특성 함수: $\phi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n e^{itn}$
- 모멘트 생성 함수: $M(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m_n t^n}{n!}$
- 누적 생성 함수: $K(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n t^n}{n!} = \log E[e^{tX}]$
- 연속 분포에 대한 생성 함수:
 - $\phi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) e^{itx} dx$
 - $M(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) e^{tx} dx$
 - $K(t) = \log M(t)$

5. 중심 극한 정리 ”

- n 개의 독립 표본 X_1, \dots, X_n 에 대해, 표본 평균 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 의 분포는 n 이 커질수록 정규 분포에 가까워진다. 즉, $Z_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)}{\sigma\sqrt{n}}$ 은 $N(0, 1)$ 에 근사한다.

6. 체르노프 부등식 ”

- 상한: $P(X \geq (1 + \delta)\mu) \leq e^{-\frac{\delta^2 \mu}{2 + \delta}}$
- 하한: $P(X \leq (1 - \delta)\mu) \leq e^{-\frac{\delta^2 \mu}{2}}$

7. 행렬에 대한 마르코프 부등식 ”

- $X \geq 0$ 이 평균이 $E[X] = \bar{X}$ 인 준정부호 또는 정부호 랜덤 행렬일 때, 양의 정부호 행렬 A 에 대해 $P(X \not\leq A) = P(A - X \text{ is not positive semidefinite}) \leq \text{trace}(X A^{-1})$

8. 행렬에 대한 체비셰프 부등식 ”

- 평균이 0인 랜덤 행렬 X 에 대해, 양의 정부호 행렬 A 에 대해 $P(X \not\leq A) < \text{trace}(E[X^2] A^{-2})$

9. 가중 최소 제곱 ”

- $E = (b - Ax)^T V^{-1} (b - Ax)$ 를 최소화하는 \hat{x} 를 찾는다.
- $\hat{x} = (A^T V^{-1} A)^{-1} A^T V^{-1} b$
- \hat{x} 의 분산-공분산 행렬 $W = E[(\hat{x} - x)(\hat{x} - x)^T] = (A^T V^{-1} A)^{-1}$

10. 마르코프 연쇄 ”

- $y_{n+1} = P y_n$, 여기서 P 는 마르코프 행렬