

예제 2

어느 학생은 평균적으로 1시간에 1통의 전화를 받는다고 한다.
이 학생에게 걸려오는 전화횟수가 푸아송분포를 따른다면, 1시간에 2통의 전화를 받을 확률을 구하라. (단, $e^{-1} \approx 0.368$)

푸아송분포

예제 3

어느 생산공정에서는 1000개의 제품당 결함이 있는 제품을 많아야 10개까지 허용하는 품질관리를 하고 있다. 이 공정에서 생산한 제품 중 100개의 제품을 임의로 추출하여 결함 여부를 검사하였다. 결함이 있는 제품의 수를 X 라 할 때, 다음 물음에 답하라.
(단, $e^{-1} \approx 0.368$)

- 결함이 있는 제품이 1개 이하로 나올 확률을 구하라.
- 푸아송분포표를 이용하여 결함이 있는 제품이 최소 4개일 확률을 구하라.
- X 의 기댓값과 분산을 구하라.

인공지능을 위한 수학

푸아송분포

예제 4

[예제 10]에서 각 상자 안에 있는 100개의 부품을 무작위로 비복원추출하여 많아야 2개의 부품만이 불량품인 경우에 한해서 부품을 구입하기로 하는 합격 판정 샘플링 검사를 시행한다. 이때 합격 판정 개수 2이다. 상자 안에 들어 있는 불량품의 비율 p 라 할 때, 검사특성곡선(OC 곡선)을 구하라.

■ 지수분포

예제 5

부품 5개로 구성된 어떤 제품에서 한 부품이 고장 나기까지 걸리는 시간을 X 라 하자. 이때 확률변수 X 가 모수 $\theta = 5$ 인 지수분포를 따른다고 가정한다. 10년이 지난 후에 적어도 이 제품의 부품 2개가 작동할 확률을 반올림하여 소수점 아래 넷째 자리까지 구하라.

인공지능을 위한 수학

■ 지수분포

예제 6

어떤 전자 부품의 수명이 평균 500시간인 지수분포를 따른다고 하자. 확률변수 X 가 이 부품의 수명이면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(X > x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{500} e^{-\frac{t}{500}} dt = e^{-\frac{x}{500}}$$

이 부품이 300시간 동안 작동했을 때, 앞으로 600시간을 더 작동할 확률을 반올림하여 소수점 아래 넷째 자리까지 구하라.

예제 20

다음은 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 이다. 이때 확률변수 X 의 적률생성함수와 $E(X)$, $\text{Var}(X)$ 를 구하라.

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|} \quad (-\infty < x < \infty)$$

결합확률밀도함수

예제 18

두 연속확률변수 X 와 Y 의 결합확률밀도함수가 다음과 같을 때, 주어진 물음에 답하라.

$$f(x, y) = \begin{cases} ae^{-x-y} & (x \geq 0, y \geq 0) \\ 0 & (\{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0\}^c) \end{cases}$$

- (a) 상수 a 를 구하라.
- (b) 확률변수 X 의 주변확률밀도함수 $f_X(x)$ 를 구하라.
- (c) 확률변수 Y 의 주변확률밀도함수 $f_Y(y)$ 를 구하라.
- (d) $P(0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq 1)$ 을 구하라.
- (e) $P(0 \leq X \leq 1)$ 을 구하라.
- (f) $P(0 \leq Y \leq 1)$ 을 구하라.

예제 23

아침, 저녁으로 2교대 근무를 하는 공장이 있다. X 를 아침 교대 시의 결근자 수, Y 를 저녁 교대 시 결근자 수라고 할 때, X 와 Y 는 다음과 같은 결합확률분포를 갖는다고 한다. 주어진 물음에 답하라.

$Y \backslash X$	0	1	2	3	$P(Y=y)$
0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

- $E(X)$ 와 $\text{Var}(X)$ 를 각각 구하라.
- $E(Y)$ 와 $\text{Var}(Y)$ 를 각각 구하라.
- $E(XY)$ 를 구하라.
- $\text{Cov}(X, Y)$ 를 구하라.
- $\text{Corr}(X, Y)$ 를 구하라.

결합확률질량함수

예제 21

크기가 같은 파란 공 3개와 붉은 공 2개, 초록 공 3개가 한 주머니 안에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 공 2개를 꺼낼 때, 꺼낸 공 중에서 파란 공의 수를 X , 붉은 공의 수를 Y 라고 하자.

- 두 확률변수 X 와 Y 의 결합확률질량함수를 구하라.
- 두 확률변수 X 와 Y 의 결합확률분포표를 작성하라.
- $P(X+Y \leq 1)$ 을 구하라.
- 확률변수 X 의 주변확률질량함수를 표로 작성하라.
- 확률변수 Y 의 주변확률질량함수를 표로 작성하라.
- $P(X \leq 1)$ 을 구하라.
- $P(Y \leq 1)$ 을 구하라.