5. 불 대수

논리회로

부경대 컴퓨터·인공지능공학부 최필주

목차

- 기본 논리식의 표현
- 불 대수 법칙
- 논리회로의 논리식 변환
- 논리식의 회로 구성
- 불 대수식의 표현 형태
- 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

기본 논리식의 표현

- AND, OR, NOT을 이용하여 표현

AND	OR	NOT
곱셈(·)	덧셈(+)	bar($\bar{A}$)

- 예

출력 F = 1인 조건	논리식의 표현
A = 0 and B = 1	$F = \bar{A}B$
A = 0 or B = 1	$F = \bar{A} + B$
(A = 0 and B = 1) or (A = 1 and B = 0)	$F = \bar{A}B + A\bar{B}$

기본 논리식의 표현

- 출력 F = 1인 입력의 표현식

1입력 논리식

입력	출력
A	F
0	$\bar{A}$
1	A

2입력 논리식

입력		출력
A	B	F
0	0	$\bar{A}\bar{B}$
0	1	$\bar{A}B$
1	0	$A\bar{B}$
1	1	AB

3입력 논리식

입력			출력
A	B	C	F
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	$\bar{A}BC$
1	0	0	$A\bar{B}\bar{C}$
1	0	1	$A\bar{B}C$
1	1	0	$AB\bar{C}$
1	1	1	ABC

불 대수 법칙

- 불 대수 공리(Postulate)
  - P1: $A = 0$ or $A = 1$
  - P2~P7

곱셈(AND)	덧셈(OR)
P2: $0 \cdot 0 = 0$	P4: $0 + 0 = 0$
P3: $1 \cdot 1 = 1$	P5: $1 + 1 = 1$
P6: $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$	P7: $1 + 0 = 0 + 1 = 1$

불 대수 법칙

- 불 대수 기본 법칙
  - 이중부정의 법칙: $\bar{\bar{A}} = A$

  - 동일/보원/항등 법칙

	곱셈(AND)	덧셈(OR)
동일 법칙	$A \cdot A = A$ $(0 \cdot 0 = 0, 1 \cdot 1 = 1)$	$A + A = A$ $(0 + 0 = 0, 1 + 1 = 1)$
보원 법칙	$A \cdot \bar{A} = 0$ $(1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0)$	$A + \bar{A} = 1$ $(1 + 0 = 0 + 1 = 1)$
항등 법칙	$A \cdot 0 = 0 \cdot A = 0$ $A \cdot 1 = 1 \cdot A = A$	$A + 0 = 0 + A = A$ $A + 1 = 1 + A = 1$

항등원

불 대수 법칙

- 불 대수 기본 법칙
  - 교환/결합/분배 법칙

	곱셈(AND)	덧셈(OR)
교환법칙	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
결합법칙	$(AB)C = A(BC)$	$(A + B) + C = A + (B + C)$
분배법칙	$A + BC = (A + B)(A + C)$	$A(B + C) = AB + AC$

불 대수 법칙

- 불 대수 기본 법칙
  - 드모르간의 법칙

곱셈(AND)	덧셈(OR)
$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

- Bar를 쪼갤 때: 덧셈 → 곱셈, 곱셈 → 덧셈
- 일반식

	내용	
2항	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$	$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$
3항	$\overline{A + B + C} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$\overline{ABC} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$
4항	$\overline{A + B + C + D} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}$	$\overline{ABCD} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}$
일반식	$\overline{A_1 + A_2 + \cdots + A_n} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdots \overline{A_n}$	$\overline{A_1 A_2 \cdots A_n} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \cdots + \overline{A_n}$

불 대수 법칙

- 드모르간의 정리 예제
  - $\overline{\overline{A+B}+C} = \overline{\overline{(A+B)}}\,\overline{C} = (A+B)\overline{C} = A\overline{C}+B\overline{C}$
  - $\overline{\overline{\overline{A}+B}+\overline{C\cdot D}} = \overline{\overline{\overline{A}+B}}\cdot\overline{\overline{C\cdot D}} = (\overline{A}+B)CD = \overline{A}CD+BCD$
  - $\overline{(A+B)\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+E+\overline{F}} = \overline{(A+B)\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}}\cdot\overline{E}\cdot\overline{\overline{F}} = (\overline{A+B}+\overline{\overline{C}}+\overline{\overline{D}})\cdot\overline{E}\cdot F$

    $= (\overline{A}\cdot\overline{B}+C+D)\cdot\overline{E}\cdot F = \overline{A}\overline{B}\overline{E}F + C\overline{E}F + D\overline{E}F$
  - $\overline{\overline{AB}(CD+\overline{EF})(\overline{AB}+\overline{CD})} = \overline{\overline{AB}} + \overline{(CD+\overline{EF})} + \overline{(\overline{AB}+\overline{CD})}$

    $= AB + (\overline{CD}\,\overline{\overline{EF}}) + \overline{\overline{AB}}\,\overline{\overline{CD}}$

    $= AB + (\overline{C}+\overline{D})(E+\overline{F}) + ABCD$

    $= AB + \overline{C}E + \overline{C}\overline{F} + \overline{D}E + \overline{D}\overline{F} + ABCD$

불 대수 법칙

- 불 대수 기본 법칙
  - 흡수의 법칙

곱셈(AND)	**덧셈(OR)**
$A(A+B)=A$ $A(\bar{A}+B)=AB$	$A+AB=A$ $A+\bar{A}B=A+B$

불 대수 법칙

- 불 대수 기본 법칙
  - 합의의 법칙

곱셈(AND)	덧셈(OR)
$(A+B)(B+C)(\bar{A}+C)=(A+B)(\bar{A}+C)$	$AB+BC+\bar{A}C=AB+\bar{A}C$

불 대수 법칙

- 불 대수 법칙 – 진리표를 이용한 증명
  - $A + BC = (A + B)(A + C)$

$A \quad B \quad C$	좌측식		우측식		
	$B \cdot C$	$A + B \cdot C$	$A + B$	$A + C$	$(A + B)(A + C)$
0 0 0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	0	0	1	0
0 1 0	0	0	1	0	0
0 1 1	1	1	1	1	1
1 0 0	0	1	1	1	1
1 0 1	0	1	1	1	1
1 1 0	0	1	1	1	1
1 1 1	1	1	1	1	1

불 대수 법칙

- 불 대수 법칙 – 진리표를 이용한 증명
  - $\overline{A+B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

$A \quad B$	좌측식		우측식	
	$A+B$	$\overline{A+B}$	$\bar{A} \quad \bar{B}$	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0 0	0	1	1 1	1
0 1	1	0	1 0	0
1 0	1	0	0 1	0
1 1	1	0	0 0	0

불 대수 법칙

● 쌍대성의 원리

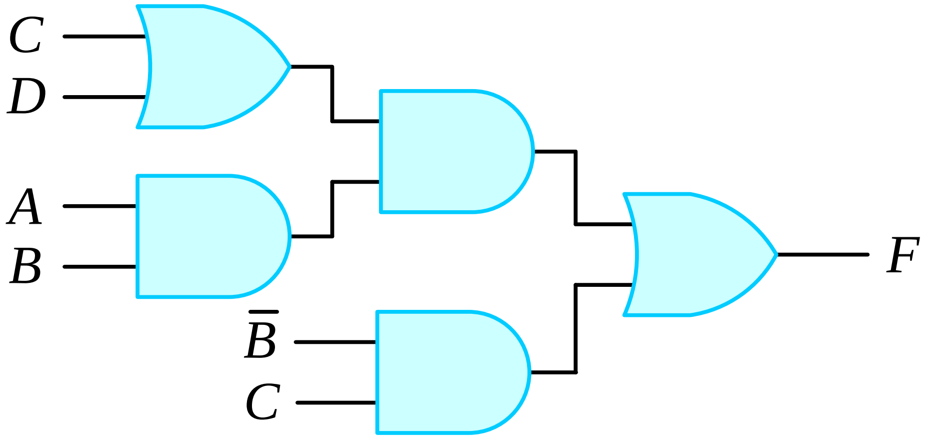
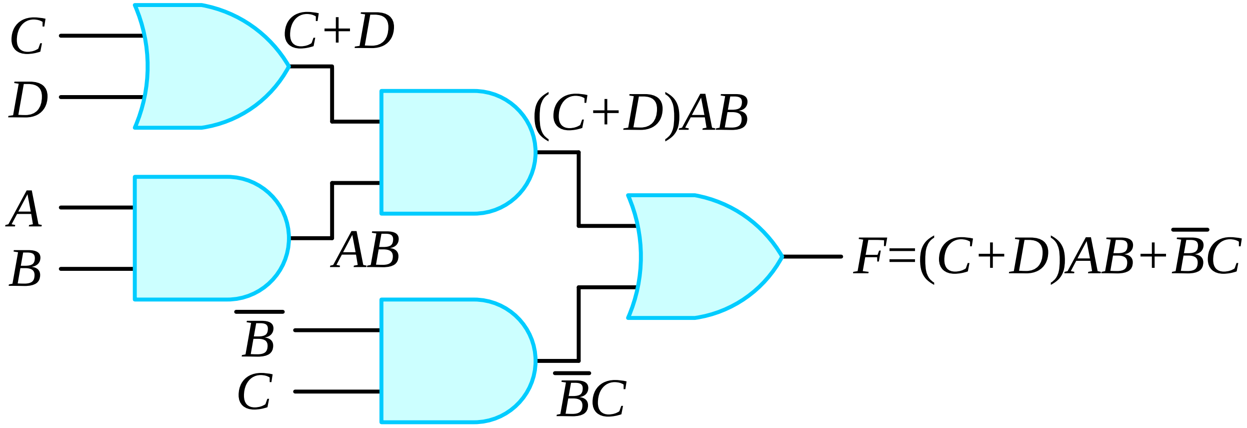
쌍대성(0↔1, '•'↔ '+')

	곱셈(AND)	덧셈(OR)
동일 법칙	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
보원 법칙	$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$
항등 법칙	$A \cdot 0 = 0 \cdot A = 0, A \cdot 1 = 1 \cdot A = A$	$A + 0 = 0 + A = A, A + 1 = 1 + A = 1$
교환법칙	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
결합법칙	$(AB)C = A(BC)$	$(A + B) + C = A + (B + C)$
분배법칙	$A + BC = (A + B)(A + C)$	$A(B + C) = AB + AC$
드모르간의 법칙	$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$
흡수의 법칙	$A(A + B) = A, A(\bar{A} + B) = A + B$	$A + AB = A, A + \bar{A}B = AB$
합의의 정리	$(A + B)(B + C)(\bar{A} + C) = (A + B)(\bar{A} + C)$	$AB + BC + \bar{A}C = AB + \bar{A}C$

- 0↔1, '•'↔ '+'로 변환하여도 등호 성립

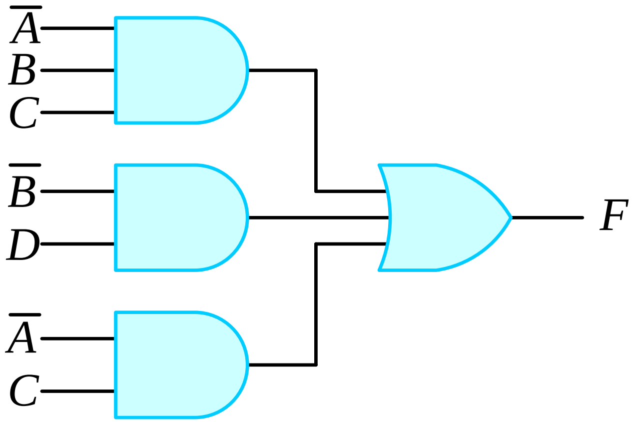
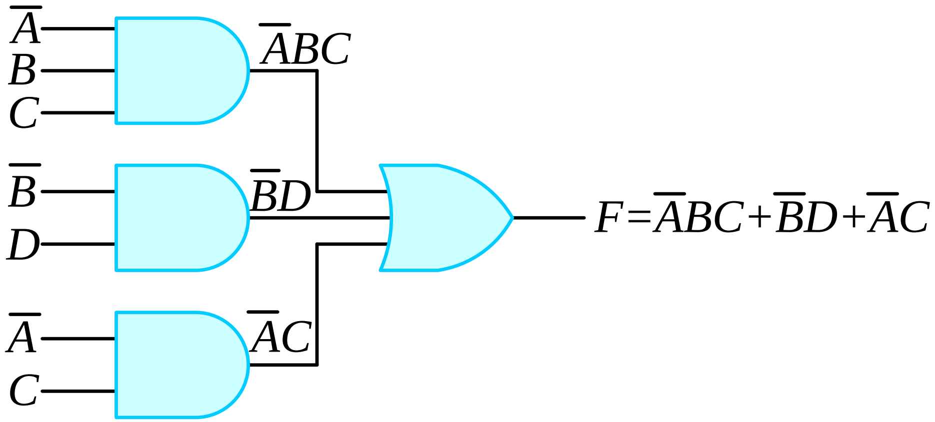
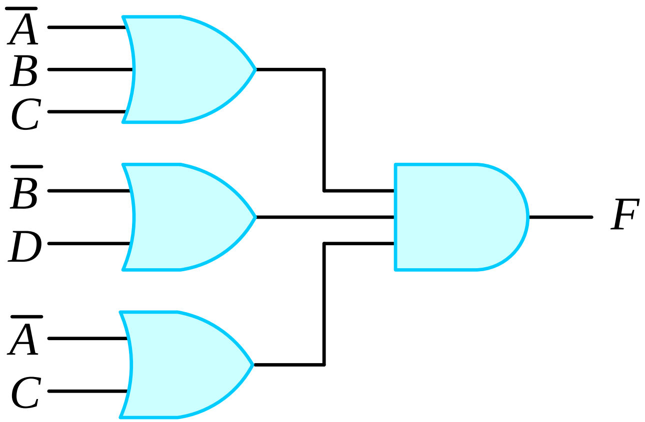
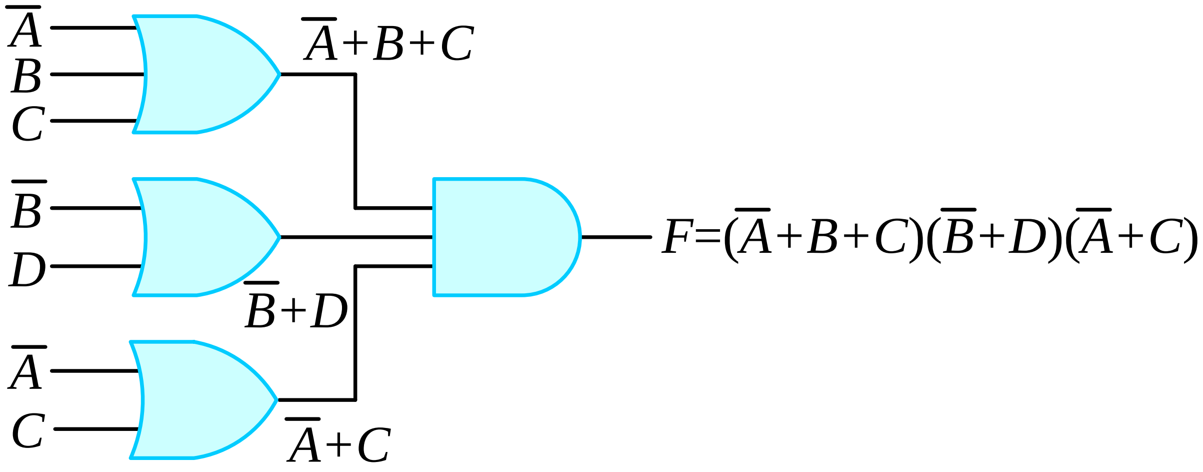
논리회로 → 논리식

- 게이트를 거칠 때마다 출력을 기록

<table>
<tr><th>논리회로</th><th>논리식 유도 과정</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

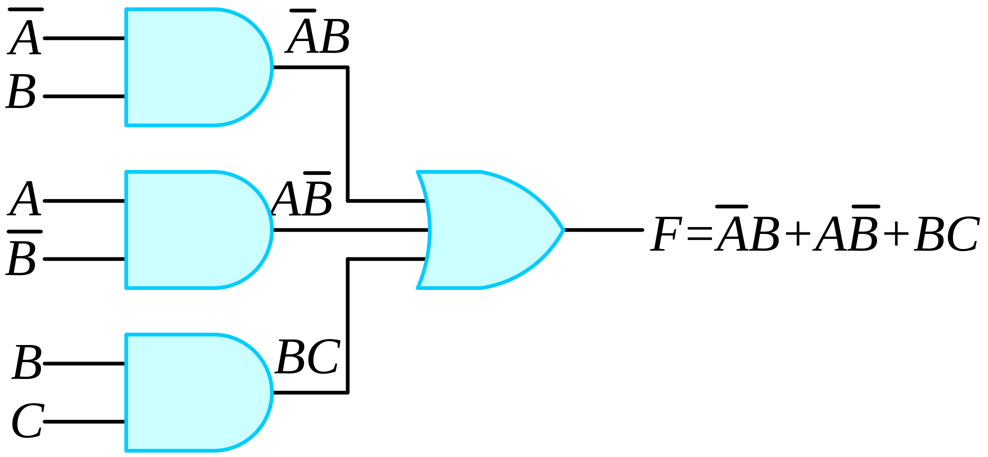
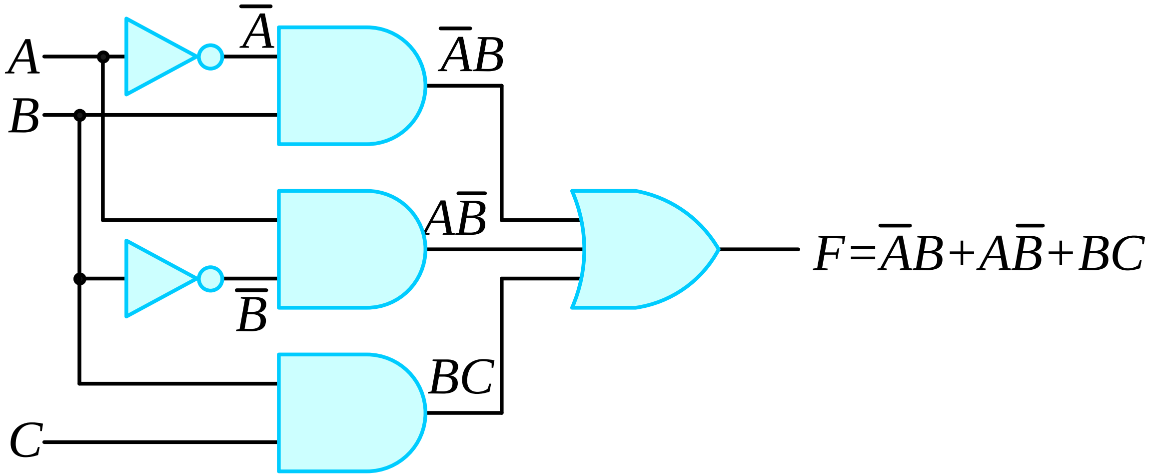
논리회로 → 논리식

- 예

논리회로	논리식 유도 과정
	
	

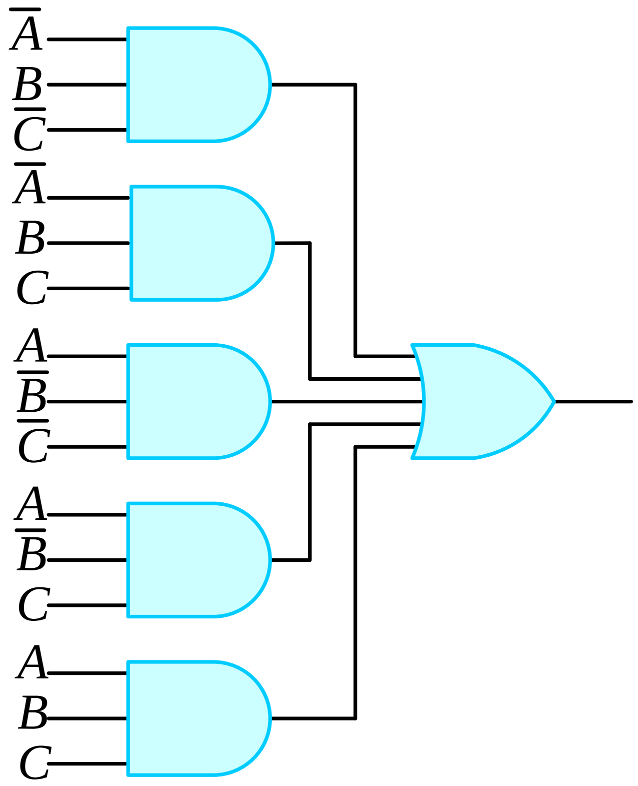
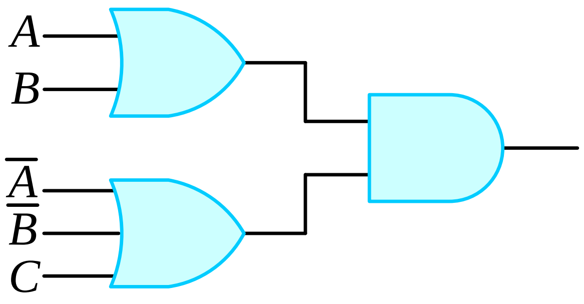
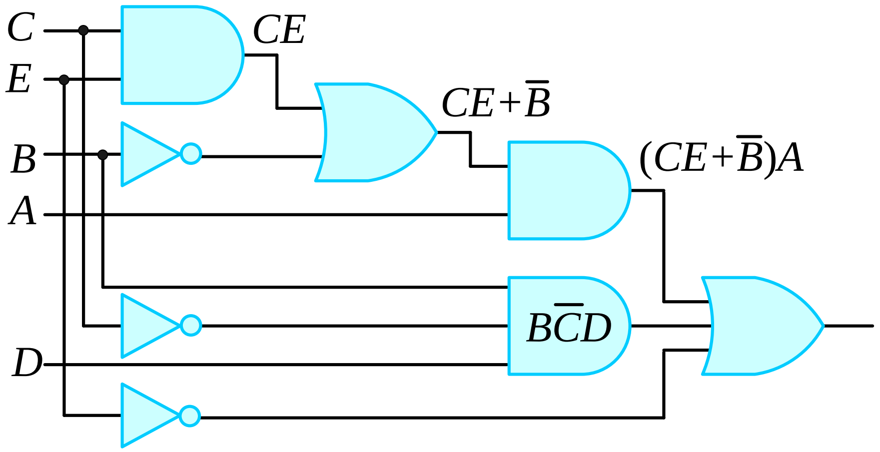
논리식 → 논리회로

- 예: $\bar{A}B + A\bar{B} + BC$

보수입력 사용	NOT 게이트 사용
	

논리식 → 논리회로

- 논리식 다양한 형태

AND-OR	OR-AND	다단계 논리회로
 $F(A,B,C)=\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}BC+A\bar{B}\bar{C}+A\bar{B}C+ABC$	 $F=(A+B)(\bar{A}+\bar{B}+C)$	 $F=\bar{E}+B\bar{C}D+(CE+\bar{B})A$

불 대수식의 표현 형태

- 입력에 따라 달라지는 출력의 논리식 표현 방법은?

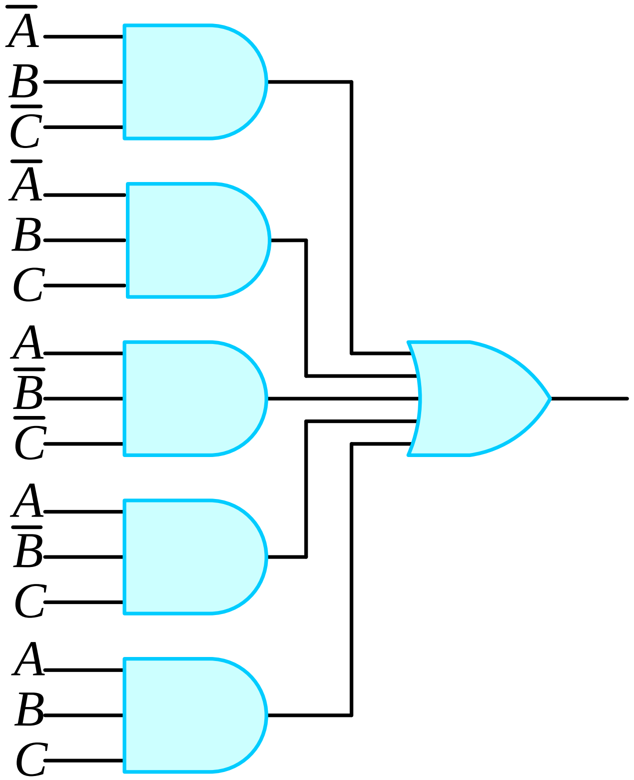
입력			출력
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$\Rightarrow \quad F = f(A, B, C)$$

불 대수식의 표현 형태

- 곱의 합(Sum of Product, SOP)
  - Step1: AND항(곱의 항, product term)으로 구성
  - Step2: Step1의 결과를 OR항(합의 항, sum term)으로 구성

입력			출력
A	*B*	*C*	*F*
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



$$F(A,B,C) = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$$

불 대수식의 표현 형태

- 최소항(Minterm)
  - 모든 변수를 포함하는 AND항

  - 예: 변수가 A, B, C, D일 때

$$F = \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}CD + ABCD \quad \leftarrow \boxed{\text{minterm}}$$

$$\left.\begin{aligned} F &= B + \bar{A}C + AB\bar{C}D \\ F &= \bar{A} + B + C \\ F &= A\bar{C} \end{aligned}\right\} \leftarrow \boxed{\text{non minterm}}$$

  - SOm: SOP의 한 가지로 minterm의 합으로 나타내는 방법
    - 무관항도 포함함

불 대수식의 표현 형태

- 2변수 최소항의 표현 방법

A	B	최소항	기호
0	0	$\bar{A}\bar{B}$	m_0
0	1	$\bar{A}B$	m_1
1	0	$A\bar{B}$	m_2
1	1	AB	m_3

예

입력		출력
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$
\begin{aligned}
F(A,B) &= \overline{A}B + A\overline{B} + AB \\
&= m_1 + m_2 + m_3 \\
&= \sum m(1, 2, 3)
\end{aligned}
$$

불 대수식의 표현 형태

- 3변수 최소항의 표현 방법

$A\ B\ C$	최소항	기호
0 0 0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0
0 0 1	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1
0 1 0	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2
0 1 1	$\bar{A}BC$	m_3
1 0 0	$A\bar{B}\bar{C}$	m_4
1 0 1	$A\bar{B}C$	m_5
1 1 0	$AB\bar{C}$	m_6
1 1 1	ABC	m_7

예

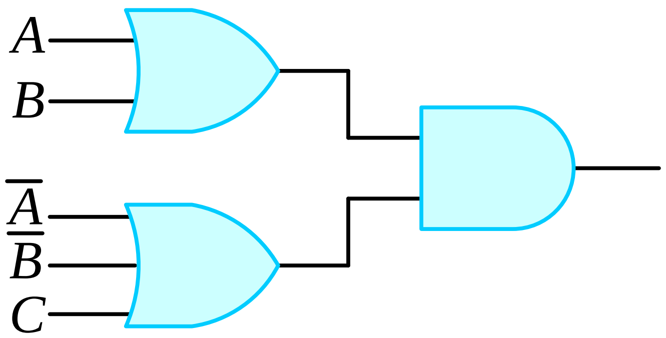
입력	출력
$A\ B\ C$	F
0 0 0	1
0 0 1	1
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

$$F(A,B,C)=\sum m(0,1,3,5,7)$$
$$=\bar{A}\bar{B}\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}BC+A\bar{B}C+ABC$$

$$\bar{F}(A,B,C)=\sum m(2,4,6)$$
$$=\bar{A}B\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}+AB\bar{C}$$

불 대수식의 표현 형태

- 합의 곱(Product of Sum, POS)
  - Step1: OR항(합의 항, sum term)으로 구성
  - Step2: Step1의 결과를 AND항(곱의 항, product term)으로 구성



$$F = (A + B)(\overline{A} + \overline{B} + C)$$

불 대수식의 표현 형태

- 최대항(Maxterm)
  - 모든 변수를 포함하는 OR항
  - 예: 변수가 A, B, C, D일 때

$$(\overline{A}+B+C+\overline{D})(A+B+C+D) \longleftarrow \boxed{\text{maxterm}}$$

$$\left.\begin{array}{l} (A+B)(A+C) \\ A(A+C) \\ A \\ A+B \end{array}\right\} \longleftarrow \boxed{\text{non maxterm}}$$

  - POM: POS의 한 가지로 maxterm의 곱으로 나타내는 방법

불 대수식의 표현 형태

- 최대항 표현 방법
  - 0인 값을 표현

A	B	최대항	기호
0	0	$A+B$	M_0
0	1	$A+\bar{B}$	M_1
1	0	$\bar{A}+B$	M_2
1	1	$\bar{A}+\bar{B}$	M_3

예

입력		출력
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$F(A,B)=(A+B)(A+\bar{B})(\bar{A}+B)$$
$$=M_0\cdot M_1\cdot M_2$$
$$=\prod M(0,1,2)$$

불 대수식의 표현 형태

- 최소항과 최대항의 관계
  - SOP: 입력을 최소항(P)으로 → 출력 1인 최소항을 합(S)으로
  - POS: $\overline{\text{입력}}$을 최대항(S)로 → 출력 0인 최대항을 곱(P)으로
  - 상호 보수

$A\ B\ C$	F	최소항	기호	$\bar{F}$	최대항	기호	관계
0 0 0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0	1	$A+B+C$	M_0	$M_0=\overline{m_0}$
0 0 1	1	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1	0	$A+B+\bar{C}$	M_1	$M_1=\overline{m_1}$
0 1 0	1	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2	0	$A+\bar{B}+C$	M_2	$M_2=\overline{m_2}$
0 1 1	1	$\bar{A}BC$	m_3	0	$A+\bar{B}+\bar{C}$	M_3	$M_3=\overline{m_3}$
1 0 0	1	$A\bar{B}\bar{C}$	m_4	0	$\bar{A}+B+C$	M_4	$M_4=\overline{m_4}$
1 0 1	1	$A\bar{B}C$	m_5	0	$\bar{A}+B+\bar{C}$	M_5	$M_5=\overline{m_5}$
1 1 0	0	$AB\bar{C}$	m_6	1	$\bar{A}+\bar{B}+C$	M_6	$M_6=\overline{m_6}$
1 1 1	0	ABC	m_7	1	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$	M_7	$M_7=\overline{m_7}$

불 대수식의 표현 형태

- 최소항과 최대항의 관계 - 예시

$$
\begin{aligned}
F(A,B,C) &= \sum m(1, 2, 3, 4, 5) \\
&= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C \\
&= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C}} \\
&= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}C} \cdot \overline{\bar{A}B\bar{C}} \cdot \overline{\bar{A}BC} \cdot \overline{A\bar{B}\bar{C}} \cdot \overline{A\bar{B}C}} \\
&= \overline{(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+B+\bar{C})} \\
&= \overline{\prod M(1, 2, 3, 4, 5)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\bar{F}(A,B,C) &= \sum m(0,6,7) \\
&= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC \\
&= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC}} \\
&= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} \cdot \overline{AB\bar{C}} \cdot \overline{ABC}} \\
&= \overline{(A+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})} \\
&= \overline{\prod M(0,6,7)}
\end{aligned}
$$

$$
\bar{F}(A,B,C) = \sum m(0,6,7) = \overline{\prod M(0,6,7)} = \prod M(1,2,3,4,5) = \overline{\sum m(1,2,3,4,5)}
$$

불 대수식의 표현 형태

- 최소항과 최대항의 관계 - 예시

입력	출력
$A\ B\ C$	F
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	1
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	0

$$
\begin{aligned}
F(A,B,C) &= \sum m(1, 2, 3, 4, 5) \\
&= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C \\
&= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C}} \\
&= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}C} \cdot \overline{\bar{A}B\bar{C}} \cdot \overline{\bar{A}BC} \cdot \overline{A\bar{B}\bar{C}} \cdot \overline{A\bar{B}C}} \\
&= \overline{(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+B+\bar{C})} \\
&= \overline{\prod M(1, 2, 3, 4, 5)} \\
&= \prod M(0, 6, 7)
\end{aligned}
$$

불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

- 예1

$$
\begin{aligned}
\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC &= (\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC) + (A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C) + ABC \\
&= \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}(\bar{C} + C) + ABC \\
&= \bar{A}B \cdot 1 + A\bar{B} \cdot 1 + ABC \\
&= \bar{A}B + A\bar{B} + ABC
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\bar{A}B + A\bar{B} + ABC &= \bar{A}B + A(\bar{B} + BC) = \bar{A}B + A(\bar{B} + B)(\bar{B} + C) \\
&= \bar{A}B + A \cdot 1 \cdot (\bar{B} + C) = \bar{A}B + A\bar{B} + AC
\end{aligned}
$$

불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

- 예2

$$
\begin{aligned}
F(A,B,C) &= \sum m(0,1,3,5,7) \\
&= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC \\
&= \overline{A}\,\overline{B}(\overline{C} + C) + \overline{A}C(\overline{B} + B) + AC(\overline{B} + B) \\
&= \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}C + AC \\
&= \overline{A}\,\overline{B} + C(\overline{A} + A) \\
&= \overline{A}\,\overline{B} + C
\end{aligned}
$$

불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

- 2변수로 나타낼 수 있는 모든 경우

$A\ B$	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0 0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1 0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1 1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
논리식	0	AB	$A\bar{B}$	A	$\bar{A}B$	B		$A+B$	$\bar{A}\bar{B}$		$\bar{B}$	$A+\bar{B}$	$\bar{A}$	$\bar{A}+B$	$\overline{AB}$	1

$A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$

$A \odot B = \bar{A}\bar{B} + AB$

  - 입력 변수 n개 $\rightarrow$ 진리표의 행의 개수 2^n $\rightarrow$ 함수의 개수 2^{2^n}

불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

- 2변수로 나타낼 수 있는 모든 경우

$A\ B$	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0 0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1 0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1 1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
논리식	0	AB	$A\bar{B}$	A	$\bar{A}B$	B	$A \oplus B$	$A+B$	$\bar{A}\bar{B}$	$A \odot B$	$\bar{B}$	$A+\bar{B}$	$\bar{A}$	$\bar{A}+B$	$\overline{AB}$	1

$$F_3 = A\bar{B} + AB = A(\bar{B}+B) = A$$

$$F_5 = \bar{A}B + AB = (\bar{A}+A)B = B$$

$$F_7 = \bar{A}B + A\bar{B} + AB = (\bar{A}+A)B + A(\bar{B}+B) = A+B$$

$$F_{10} = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} = (\bar{A}+A)\bar{B} = \bar{B}$$

$$F_{11} = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AB = (\bar{A}+A)\bar{B} + A(\bar{B}+B) = A+\bar{B}$$

$$F_{12} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B = \bar{A}(\bar{B}+B)\bar{B} = \bar{A}$$

$$F_{13} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + AB = \bar{A}(\bar{B}+B) + (\bar{A}+A)B = \bar{A}+B$$

$$F_{14} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B} = \bar{A}(\bar{B}+B) + (\bar{A}+A)\bar{B} = \bar{A}+\bar{B}$$

Summary

- 기본 논리식의 표현
  - AND, OR, NOT → 곱셈(·), 덧셈(+), bar($\bar{A}$)으로 표현

- 불 대수 법칙 (공리)

쌍대성(0↔1, '•'↔ '+')

	곱셈(AND)	덧셈(OR)
동일 법칙	$A \cdot A = A$ $(0 \cdot 0 = 0, 1 \cdot 1 = 1)$	$A + A = A$ $(0 + 0 = 0, 1 + 1 = 1)$
보원 법칙	$A \cdot \bar{A} = 0$ $(1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0)$	$A + \bar{A} = 1$ $(1 + 0 = 0 + 1 = 1)$
항등 법칙	$A \cdot 0 = 0 \cdot A = 0,$ $A \cdot 1 = 1 \cdot A = A$	$A + 0 = 0 + A = A,$ $A + 1 = 1 + A = 1$
교환법칙	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
결합법칙	$(AB)C = A(BC)$	$(A + B) + C = A + (B + C)$
분배법칙	$A + BC = (A + B)(A + C)$	$A(B + C) = AB + AC$
드모르간의 법칙	$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$
흡수의 법칙	$A(A + B) = A, A(\bar{A} + B) = A + B$	$A + AB = A, A + \bar{A}B = AB$
합의의 정리	$(A + B)(B + C)(\bar{A} + C) = (A + B)(\bar{A} + C)$	$AB + BC + \bar{A}C = AB + \bar{A}C$

  - $A = 0$ or $A = 1$, 이중부정의 법칙: $\bar{\bar{A}} = A$

Summary

- 불 대수식의 표현
  - SOP: 입력($\bar{0}1$)을 최소항(P)으로 → 출력 1인 최소항을 합(S)으로
  - POS: $\overline{\text{입력}}$($0\bar{1}$)을 최대항(S)로 → 출력 0인 최대항을 곱(P)으로

  - 최소항과 최대항의 관계(상호 보수)

$A\ B\ C$	F	최소항	기호	$\bar{F}$	최대항	기호	관계
0 0 0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0	1	$A+B+C$	M_0	$M_0=\overline{m_0}$
0 0 1	1	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1	0	$A+B+\bar{C}$	M_1	$M_1=\overline{m_1}$
0 1 0	1	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2	0	$A+\bar{B}+C$	M_2	$M_2=\overline{m_2}$
0 1 1	1	$\bar{A}BC$	m_3	0	$A+\bar{B}+\bar{C}$	M_3	$M_3=\overline{m_3}$
1 0 0	1	$A\bar{B}\bar{C}$	m_4	0	$\bar{A}+B+C$	M_4	$M_4=\overline{m_4}$
1 0 1	1	$A\bar{B}C$	m_5	0	$\bar{A}+B+\bar{C}$	M_5	$M_5=\overline{m_5}$
1 1 0	0	$AB\bar{C}$	m_6	1	$\bar{A}+\bar{B}+C$	M_6	$M_6=\overline{m_6}$
1 1 1	0	ABC	m_7	1	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$	M_7	$M_7=\overline{m_7}$

Summary

- 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화
  - 논리식의 표현
    - SOP 또는 POS로 식을 나타냄
  - 간소화
    - 공통항으로 묶음, 분배 법칙, 흡수의 법칙, 드모르간의 법칙 등 활용
  - 다음 수업에서 더 쉽게 간소화 할 수 있는 고급 방법을 배울 예정
    - 카르노맵, 퀸-맥클러스키 간소화 알고리즘 등