



## 第6章 蚁群算法

主讲：朱芳来



## 6.1 概述

- ❖ 蚁群算法(Ant System Algorithms)是由意大利学者 Marco Dorigo 等人于20世纪90年代初期提出。
- ❖ 蚁群算法通过模拟自然界中蚂蚁集体寻找路径的行为而提出的一种基于种群的启发式仿生进化算法。
- ❖ 迄今为止，蚁群算法已经成功地解决了许多实际问题，如旅行问题，Job-Shop调度问题及其离散优化问题。
- ❖ 蚁群算法已成为国际智能计算领域关注的热点和前沿课题。

## 6.2 蚁群算法的基本原理

### ❖ 蚁群算法的基本思想：

- ❧ 用蚂蚁的行走路线表示待求问题的可行解，每只蚂蚁在解空间中独立地搜索可行解；
- ❧ 解的质量越高，在“行走路线”上留下的信息激素也就越多；
- ❧ 随着算法的推进，代表较好解的路线上的信息激素逐渐增多；
- ❧ 信息激素多的路线，被后续蚂蚁选择到的可行性增加；
- ❧ 最后蚂蚁在正反馈的作用下，集中到代表最优解的路线上，也就找到了最优解。

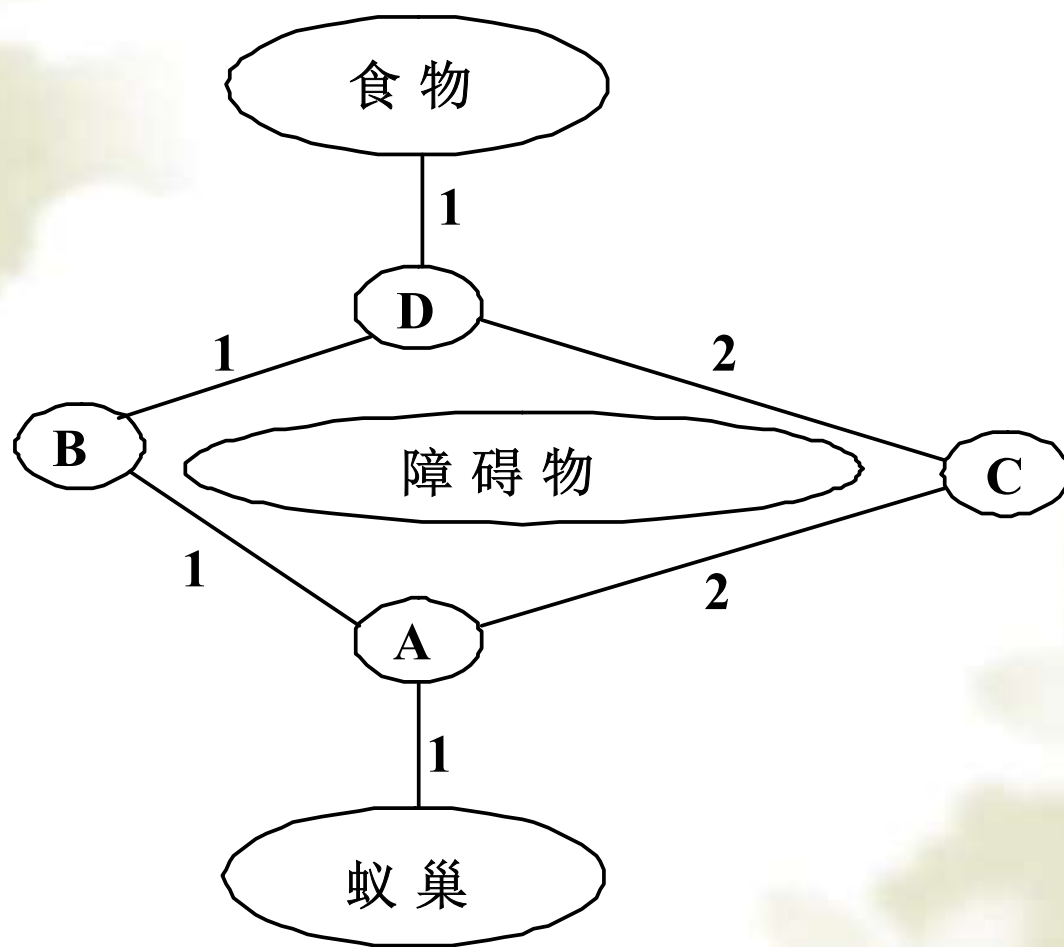


图6.1 蚁群系统示意图

- ❖ 在 $t=0$ 时，20只蚂蚁从蚁巢出发；
- ❖  $t=1$ 时，20只蚂蚁移动到A处，此时，道路上没有任何信息，因此，10蚂蚁走左侧（第一组），10蚂蚁走右侧（第二组）；
- ❖  $t=4$ 时，第一组蚂蚁到达食物源折回，而第二组蚂蚁到达CD的中点处。此时，AB，BD和AC路线上的外激素均为10。
- ❖  $t=5$ 时，第一组折回的蚂蚁和第二组前进的蚂蚁在D处汇合，同时CD的外激素为10。



❖  $t=5$ 时间，第二组蚂蚁进行前行；对第一组折回的蚂蚁，又面临着选择道路的问题。由于此时DB-BA路线的外激素是DC-CA路线的外激素也是10，因而折回的蚂蚁由5只走DB-BA路线，而另外5只走DC-CA路线。

❖  $t=6$ 时，有5只蚂蚁在B处，有5只蚂蚁在CD的中点处；第二组蚂蚁从食物源折回到D处；此时，由于DB-BA路线的外激素是15，DC-CA路线的外激素也是15，所以，第二组折回的蚂蚁各有5只走两边。

- ❖  $t=8$ 时，前5只蚂蚁回到蚁巢，在A处、C处和AC的中点处各有5只蚂蚁；此时，AB路线的外激素是20，而AC路线的外激素还是15。
- ❖  $t=9$ 时，5只蚂蚁又来到A点，再次面临往左走还是往右走的选择；由于此时AB路线的外激素大于AC路线的外激素，所以这次，5只中的大部分会选择走AB路线。
- ❖ 一直这样下去，将会出现大部分蚂蚁聚集在“蚁巢—A—B—D—食物”路线上，这就是最短路线。

## 6.3 蚁群算法的实现

- ❖ 蚁群系统和蚁群算法最早被用来解决旅行推销商问题(Travelling Salesman Problem).
- ❖ TSP问题：一个商人从每个城市出发，要游走所选定的所以目标城市，每个城市必须且只需访问一次。所要求解的问题是：在所有可能的路径中，选择一条最短路线。



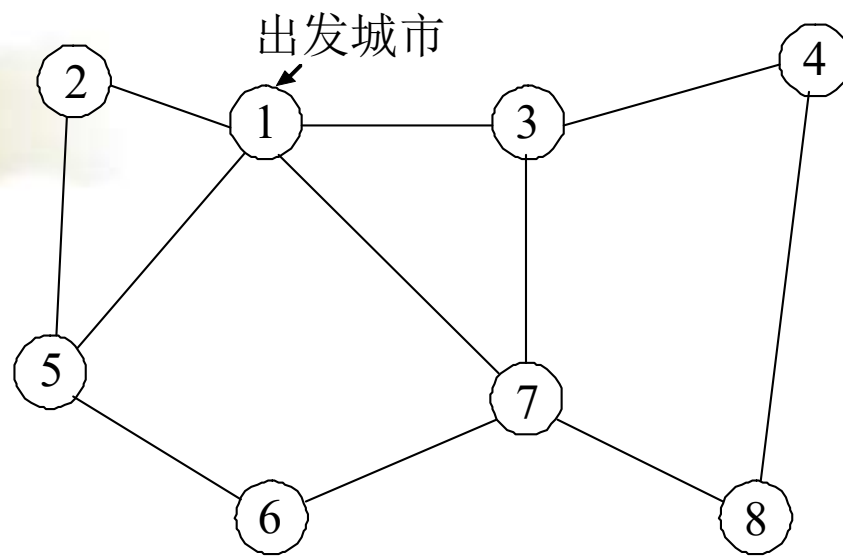


图2 旅行问题示意图

令  $b_i(t) (i=1,2,\dots,n)$  表示  $t$  时刻城市  $i$  的蚂蚁数，则这  $n$  座城市的蚂蚁总数为

$$m = \sum_{i=1}^n b_i(t)$$

假设旅行过程中每只蚂蚁都具有如下的特征

- ❖ 以某种概率选择下一座要去的城市，该概率是两座城市之间距离及其路径上所含有的信息素数量的函数；
- ❖ 旅行结束前禁止访问已经访问过的城市；
- ❖ 在旅行过程中，将信息激素物质释放在所走过的每一条路径 $\text{edge}(i,j)$ 上，其中 $\text{edge}(i,j)$ 表示城市 $i$ 到城市 $j$ 之间的旅行路径；

- ❖ 令  $\tau_{ij}(t)$  表示时刻  $t$  在路径  $\text{edge}(i,j)$  上释放的信息素量（即单位长度路径上所含有信息激素的浓度）。
- ❖ 在时刻  $t$  每一只蚂蚁均要选择下一个要去的城市，并在  $t+1$  时刻到达该城市。
- ❖  $m$  只蚂蚁在时间区间  $(t, t+1)$  内各移动一次成为蚁群算法的一次迭代，而经过  $n$  次迭代，就称蚁群算法经过了一次循环。
- ❖ 显然，每经过一次循环，蚁群中的每一只蚂蚁都完成了一次符合规则的旅行。

❖ 经过一次循环后，各路径上信息物质的浓度进行如下修改：

$$\tau_{ij}(t+n) = (1-\rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij} \quad (6.1)$$

❖ 其中 $\rho(0 < \rho < 1)$ 表示在时间 $t$ 和 $t+n$ 之间所经过路径上信息激素的蒸发系数。而

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k \quad (6.2)$$

表示第 $k$ 只蚂蚁释放在路径 $\text{edge}(i,j)$ 上的信息素量。具体地，它可以表示为

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{如果第}k\text{只蚂蚁在时间}t\text{和}t+n\text{之间走过路径}\text{edge}(i, j) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6.3)$$

其中 $Q$ 为一常量，表示蚂蚁释放的信息激素量， $L_k$ 是第 $k$ 只蚂蚁完成一次旅行所走过的路径总长度。

❖ 给每一个蚂蚁定义一个称之为禁忌表(tabu list)的数据结构，其中存储有到时刻 $t$ 为止每只蚂蚁访问过的城市及其走过这些城市的路程，以禁止该蚂蚁再次访问这个城市。

❖ 定义

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{k \in \text{allowed}_k} [\tau_{ik}(t)]^\alpha \cdot [\eta_k(t)]^\beta}, & j \in \text{allowed}_k \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6.4)$$



为第 $k$ 只蚂蚁由城市 $i$ 到城市 $j$ 走向的概率，式中  $allowed_k = (n - tabu_k)$  表示第 $k$ 只蚂蚁下一步允许选择的城市集合。

- ❖  $\eta_{ij}(t)$  为启发式函数，表示蚂蚁从城市 $i$ 到城市 $j$ 的希望程度，它通常取为城市 $i$ 到城市 $j$ 之间距离的倒数。
- ❖  $\alpha$  为信息启发因子，表示轨迹的相对重要性，反映了蚂蚁在运动过程中所积累的信息在蚂蚁移动中所起的知道作用。
- ❖  $\beta$  为期望启发式因子。

解旅行商问题的ACO的基本流程如下

步骤1：初始化： $nc=0$ ( $nc$ 为迭代步数或搜索次数)；对各个  $\tau_{ij}$  和  $\Delta\tau_{ij}$  进行初始化；将 $m$ 个蚂蚁置于 $n$ 个顶点上。

步骤2：将各蚂蚁的初始出发点置于当前解集中；对每个蚂蚁 $k(k=1,2,\dots,m)$ ，按(6.4)计算概率，并按该概率移至下一个顶点 $j$ ；将顶点 $j$ 置于当前解集。

步骤3：计算各蚂蚁的路径程度 $L_k(k=1,2,\dots,m)$ ，记录当前的最好解。

步骤4：按更新方程修改轨迹强度；

步骤5：对各边弧(i,j)，置  $\Delta\tau_{ij} \Rightarrow 0$   $nc=nc+1$ ；

步骤6：若nc小于预定的迭代次数且无退化行为，  
则转入步骤2。

步骤7：输出目前的最好解。