

# 智能控制

主讲：朱芳来

# 第3章 基于模糊推理的智能控制

- 模糊控制是以模糊集合论，模糊语言变量及模糊逻辑推理为基础的一种计算机数字控制。
- 本章介绍基于模糊集合和模糊推理的控制系统的基本原理、结构特点和设计方法。
- 模糊控制系统主要包括Mamdani模糊规则控制和Takagi-Sugeno模糊模型（简称T-S模型）控制两形式。
- 模糊控制系统通常适用于难以建立解释数学模型的复杂系统的控制。

### 3.1 模糊控制的基本原理

模糊控制系统的基本原理可由图3-1表示，它的核心部分为模糊控制器，如图中的虚线框中部分所示。

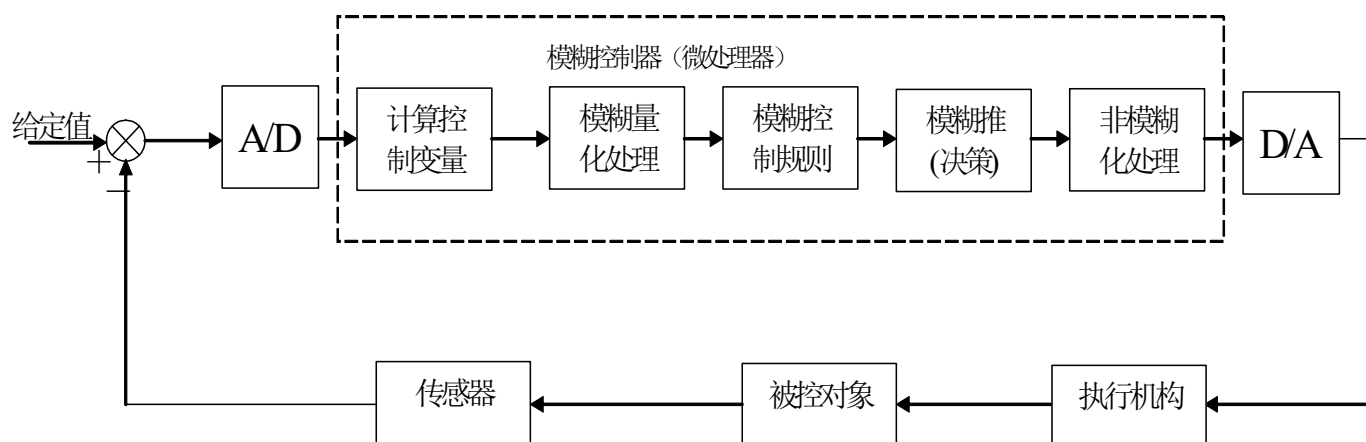


图3-1模糊控制系统的基本原理

模糊控制系统的基本算法可以概括为四个步骤：

1. 根据本次采样得到的系统的输出值，计算所选择之系统的输入变量；
2. 将输入变量的精确值变为模糊量；
3. 根据输入变量（模糊量）机模糊控制规则，按模糊推理合成规则计算控制量（模糊量）；
4. 由上述得到的控制量（模糊量）计算精确量。

下面对模糊控制器中的主要功能进行介绍。

### •模糊化

在模糊控制系统的运行中，控制器的输入、输出值是有确定值的清晰量，而在进行模糊控制时，需要的是模糊量，因而需要转换。

把物理量的清晰值转换成模糊语言变量值的过程叫做清晰量的模糊化。

以语言变量“偏差” $x$ 为例，设 $x$ 的实际取值范围是连续值，且 $x \in [-6, 6]$ 。将该语言变量模糊化的过程如下：

1. 将连续论域 $X = [-6, 6]$ 离散化： $N = [-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]$ ;
2. 设定语言变量的语言值：NB, NM, NS, O, PS, PM, PB;
3. 定义好每个语言变量值，即给他们设定隶属度函数

	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
PB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	0.8	1.0
PM	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0.7	1.0	0.7	0.2
PS	0	0	0	0	0	0	0	0.9	1.0	0.7	0.2	0	0
O	0	0	0	0	0	0.5	1.0	0.5	0	0	0	0	0
NS	0	0	0.2	0.7	1.0	0.9	0	0	0	0	0	0	0
NM	0.2	0.7	1.0	0.7	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0
NB	1.0	0.8	0.4	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

隶属度赋值表

4. 将实际值与模糊值对应：如实际值 $x=-6$ ，它是离散化后论域中的点，而且

$$\mu_{NB}(-6) = 1$$

故将-6模糊化NB；又如对实际值 $x=-0.8$ ，将其四舍五入取整是-1，由于

$$\mu_O(-1) = 0.5, \mu_{NS}(-1) = 0.9, \text{即有 } \mu_{NS}(-1) > \mu_O(-1)$$

所以将实际值 $x=-0.8$ 离散化为NS

一般情况下，如果 $x$ 的实际取值范围是连续值，且 $x \in [a, b]$ ，要将其转换成 $[-n, n]$ 区间的离散值 $y$ ，则转换公式为

$$y = 2n[x - (a+b)/2] / (b-a)$$

对于离散化不对称的情况，如 $[-n, m]$ ，转换公式为

$$y = (m+n)[x - (a+b)/2] / (b-a)$$

- 模糊控制规则

模糊控制规则是由一系列if-then形式的模糊条件语句所构成，条件句中的前件为系统的输入或状态，后件是控制量。

- 推理机制

模糊推理是指采用某推理方法，由采样时刻的输入和模糊控制规则导出模糊控制器控制量的输出。常用的推理方法有：



1. Mamdani模糊推理算法；
2. Larsen模糊推理算法；
3. Takagi-Sugeno模糊推理算法；
4. Tsukamoto模糊推理算法；
5. 简单模糊推理算法。

前面我们提到，对多输入多输出（**MIMO**）模糊控制器，其规则库均可以看成是多个独立的多输入单输出系统。因而，在此只考虑**MISO**系统。不失一般性，考虑两个输入——一个输出的模糊控制器。设已建立的模糊控制规则为

$R_1$ : 如果 $x$ 是 $A_1$  and  $y$ 是 $B_1$ , 则 $z$ 是 $C_1$

$R_2$ : 如果 $x$ 是 $A_2$  and  $y$ 是 $B_2$ , 则 $z$ 是 $C_2$

.....

$R_n$ : 如果 $x$ 是 $A_n$  and  $y$ 是 $B_n$ , 则 $z$ 是 $C_n$

设已知模糊控制器的输入模糊量为:  $x$ 是 $A'$   
and  $y$ 是 $B'$ , 则根据模糊控制规则进行模糊推理,  
可以得出输出变量 $z$ 的值为 $C'$ 计算如下:

$$C' = (A' \text{ and } B') \circ R$$

$$R = \bigcup_{i=1}^n R_i$$

$$R_i = (A_i \text{ and } B_i) \rightarrow C_i$$

其中包括了三种主要的模糊逻辑运算：**and**运算，合成运算“ $\circ$ ”和蕴涵运算“ $\rightarrow$ ”。

“**and**”运算提出采用求交（取小）或求积（代数积）的方法；合成运算“ $\circ$ ”提出采用最大—最小方法；蕴涵运算“ $\rightarrow$ ”采用求交（**Rc**）或求积（**Rp**）的方法。

- 清晰化（反模糊化）

1. 最大隶属度法：在模糊控制器的推理过程中，取其隶属度最大的元素作为精确值，去执行控制的方法称为最大隶属度法。

若输出量模糊集合**C**'的隶属函数只有一个峰值，则取隶属度为最大者为清晰值；若输出有多个元素的隶属度达到峰值，即设有  $z_0^1 < z_0^2 < \dots < z_0^p$

$$\mu_{C'}(z_0^1) = \mu_{C'}(z_0^2) = \cdots = \mu_{C'}(z_0^p) = \max_{z \in Z} \mu_{C'}(z) \quad (p > 1)$$

则取这些元素的平均中心值作为清晰值，即

$$z_0 = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p z_0^i$$

或者取

$$z_0 = \frac{z_0^1 + z_0^p}{2}$$

**例3.1.1:** 设有模糊控制器的推理输出**C**，其隶属度表示为

$$C=0.1/1+0.8/2+0.5/3+0.8/4+0.8/5+0.3/6$$

用最大隶属度法对该模糊值进行清晰化。

解：显然，存在3个最大隶属度：

$$\mu_C(2) = \mu_C(4) = \mu_C(5) = 0.8$$

所以，可以取

$$z_0 = \frac{1}{3}(2 + 4 + 5) = 3.6$$

或者

$$z_0 = \frac{2 + 5}{2} = 3.5$$

为控制量的精确值。

最大隶属度法的优点是，简单易行，也十分直观；缺点是它仅仅考虑了模糊推理输出最主要的信息而放弃了其他全部次要信息。

2. 中位法：将隶属度函数与以表示论域的横坐标所围成面积分成相等的两部分，取分界点为清晰值。即设有 $z_0$ 满足

$$\int_{z_{\min}}^{z_0} \mu_{C'}(z)dz = \int_{z_0}^{z_{\max}} \mu_{C'}(z)dz$$

则取 $z_0$ 为清晰值。

**例3.3.2:** 设模糊推理后产生的模糊输出C为

$$C = \frac{0.2}{-4} + \frac{0.5}{-3} + \frac{0.7}{-2} + \frac{0.7}{-1} + \frac{1}{0} + \frac{0.8}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.4}{3}$$

用中位法进行清晰化。

解：C的隶属度函数的形状是不规则的，为了求取中位数，需要进行这样的一些计算：

首先，求取所有元素隶属度的总和S

$$S = \sum_{i=-4}^3 \mu_C(i) = 4.9$$

其次，求中位数的位置区间。由于 $S/2=2.45$ ，而

$$S_1 = \mu_C(-4) + \mu_C(-3) + \mu_C(-2) + \mu_C(-1) = 2.1$$

和

$$S_2 = \mu_C(0) + \mu_C(1) + \mu_C(2) + \mu_C(3) = 2.8$$

且  $s_1 < \frac{S}{2} < s_2$ ，故中位数处于元素-1和0之间。最后，在 $[-1, 0]$ 间取一点，如取 $z_0=-0.5$ 作为C的精确化值。

3. 重心法：重心法也称力矩法，它是对模糊推理的结果C的所有元素求取重心元素的方法，它有如下公式

$$z_0 = \frac{\int_{z \in Z} z \mu_C(z) dz}{\int_{z \in Z} \mu_C(z) dz}$$

**例3.3.3:** 设有推理后的模糊量为C，它的隶属度函数为

$$C = \frac{0.2}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.8}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0.6}{6}$$

求它的重心元素作为精确值

解：

$$z_0 = \frac{\sum_{i=2}^6 \mu_C(i) \times i}{\sum_{i=2}^6 \mu_C(i)} = \frac{0.2 \times 2 + 0.6 \times 3 + 0.8 \times 4 + 1 \times 5 + 0.6 \times 6}{0.2 + 0.6 + 0.8 + 0.6} = 4.375$$



在取得清晰值后，还需要经尺度变换将其变为实际控制量。变量的方法可以是线性的，也可以是非线性的。

若的变换范围是 $[z_{\min}, z_{\max}]$ ，实际控制量的变换范围是 $[u_{\min}, u_{\max}]$ ，若采用线性变换，则有

其中

$$u_0 = \frac{u_{\min} + u_{\max}}{2} + k(z_0 - \frac{z_{\min} + z_{\max}}{2})$$

$$k = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}}$$

为比例因子。

## 3.2 模糊控制器的设计过程

模糊控制器的设计包括如下几个方面：

1. 确定模糊控制器的输入变量和输出变量（即控制量）；
2. 设计模糊控制器的控制规则；
3. 建立模糊化和非模糊化（清晰化）的方法；
4. 选择模糊控制器的输入变量和输出变量的论域并确定模糊控制器的参数（如量化因子，比例因子等）；
5. 编制模糊控制算法的应用程序；

## 模糊控制器结构设计：

- 模糊控制器的结构设计是指确定模糊控制器的输入变量和输出变量。
- 而模糊控制器的输入变量的个数称为模糊控制器的维数，二维模糊控制器是目前最为广泛应用的一种。
- 模糊控制器的输出通常是控制量的误差。

## 模糊控制规则设计

- 控制规则的设计是模糊控制器设计的关键，一般包括三部分设计内容：选择描述输入和输出变量的词集（变量定义域）；定义各模糊词（模糊集合），即根据实际情况设计各个模糊词集的隶属度；建立模糊控制的控制规则。
- 一般来说，人们总是习惯将事物分为三个等级，一般选择“大、中、小”三个模糊词汇来表示模糊控制器输入和输出变量的状态，将其称为基本词汇。

- 又由于人的行为在正和负两个方向的判断基本上是对称的，将基本词汇从正和负两个方向考虑并考虑到零状态，一般可以选择如下的七个词汇来表示输入和输出变量的状态：

{负大，负中，负小，零，正小，正中，正大}

可以用缩写的英文表示

{NB, NM, NS, O, PS, PM, PB}

- 要根据实际情况定义各词汇所表示的模糊集合，即定义模糊集合的隶属度函数（或隶属函数曲线）。将确定的隶属函数曲线离散化，就得到有限个点的隶属度，因而就得到一个模糊集合。

- 模糊规则是基于对手动控制经验和领域专家知识归纳，表现为一系列条件模糊语句，一条模糊语句用对应于一个模糊关系。常见的模糊条件语句及其对应的模糊关系 $R$ 概括如下：

1. “若 $A$ 则 $B$ ” (If  $A$  then  $B$ ) :  $R=A \times B$

2. “若 $A$ 则 $B$ 否则 $C$ ”(If  $A$  then  $B$  else  $C$ ):  $R = (A \times B) + (\bar{A} \times C)$

3. “若 $A$ 且 $B$ 则 $C$ ” (If  $A$  and  $B$  then  $C$ ) :  
 $R=(A \times B) \cdot (A \times C)$

4. “若 $A$ 或 $B$ 且 $C$ 或 $D$ 则 $E$ ”(If  $A$  or  $B$  and  $C$  or  $D$  then  $E$ ):  
 $R=[(A+B) \times E] \cdot [(C+D) \times E]$

5. “若 $A_1$ 则 $B_1$ 或若 $A_2$ 则 $B_2$ ” (If  $A_1$  then  $B_1$  and if  $A_2$  then  $B_2$ ) :  
 $R = (A_1 \times B_1) + (A_2 \times B_2)$

**例3.3.3（电热炉温度模糊控制）：**某电热炉用于对金属件的热处理，按热处理工艺要求炉温保持在 $600^{\circ}\text{C}$ 恒定不变。试设计模糊恒温控制系统。

解：当人手工控制时，根据对炉温的观测值，手动调节电位器旋钮即可调节电热炉的供电电压，以达到升温 and 降温的目的。恒温模糊控制器设计步骤如下：

（1）模糊控制器输入和输出变量的选取：在此将炉温 $600^{\circ}\text{C}$ 作为给定值，时刻测量到的炉温记为，则炉温误差  $e(k)=t_0-t(k)$  作为模糊控制器的输入变量；模糊控制器的输出变量是触发电压 $u$ ，该电压直接控制电热炉供电电压的高低，所以，又称输出变量为控制量。

## (2) 输入和输出变量的模糊语言描述:

输入输出变量的所有语言值是如下的模糊词汇（模糊集）组成的集合

{ 负大, 负小, 零, 正小, 正大 }

简记为

{NB, BS, O, PS, PB}

设误差**e**和控制变量**u**的论域（即所有语言值的论域）分别为**X**和**Y**，并误差**e**和控制**u**的大小均量化为七个等级：

$X=Y= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

图3.3.1给出了语言变量的隶属度函数曲线，由此可以得到由表3.3.1隶属度赋值表。

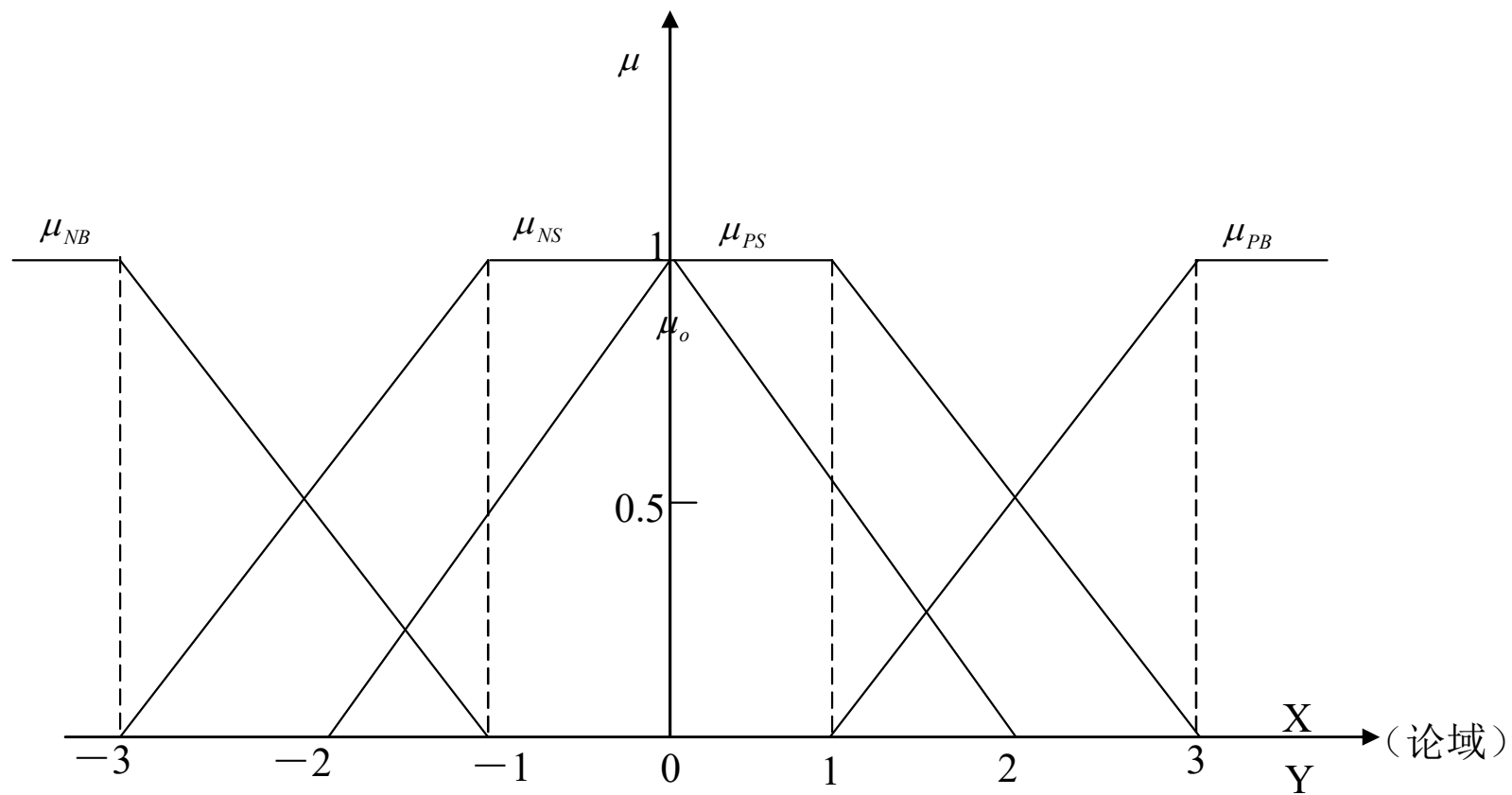


图3.3.1 语言变量的隶属函数

	-3	-2	-1	0	1	2	3
NB	1	0.5	0	0	0	0	0
NS	0	0.5	1	0	0	0	0
O	0	0	0	1	0	0	0
PS	0	0	0	0	1	0.5	0
PB	0	0	0	0	0	0.5	1



### (3) 模糊控制规则的语言描述

根据手动控制规则的语言描述如下：

- 1) 若 $e$ 负大，则 $u$ 正大；
- 2) 若 $e$ 负小，则 $u$ 正小；
- 3) 若 $e$ 为零，则 $u$ 为零；
- 4) 若 $e$ 正小，则 $u$ 负小；
- 5) 若 $e$ 正大，则 $u$ 负大；

上述控制规则也可以用英文写出：

- 1) if  $e=NB$  then  $u=PB$ ;
- or 2) If  $e=NS$  then  $u=PS$ ;
- or 3) if  $e=O$  then  $u=O$ ;
- or 4) if  $e=PS$  then  $u=NS$ ;
- or 5) if  $e=PB$  then  $u=NB$ .

也可以用表格的形式来描述控制规则

e	NB	NS	O	PS	PB
u	PB	PS	O	NS	NB

#### (4) 模糊控制规则的矩阵形式

模糊控制规则实际上是一组多重条件语句，它可以表示为从论域X到控制量论域Y的模糊关系R，而当论域有限时，模糊关系可以用模糊矩阵表示。

以上的控制规则等价于如下的模糊关系：

$$R=(NBe \times PBu)+ (NSE \times PSu)+ (Oe \times Ou)+ (PSe \times NSu)+ (PBe \times NBu) \quad (3.1)$$

计算

$$\begin{aligned} NB_e \times PB_u &= (1 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \times (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.5 \quad 1) \\ &= (1 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \Lambda (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.5 \quad 1) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

同理可求出其它的项，并将它们代入（3.1）得到

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## (5) 模糊决策

模糊控制器的控制作用取决于控制量，即

$$u = e \circ R$$

控制量u实际上是误差的模糊向量e与模糊关系R的合成，当e=PS时，有

$$\begin{aligned}
 u = e \circ R &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0.5 \quad 0) \circ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 &= (0.5 \quad 0.5 \quad 1 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0)
 \end{aligned}$$

## (6) 控制量的精确化

上面求得的控制量 $u$ 为一个模糊向量，它可以表示为

$$u = \frac{0.5}{-3} + \frac{0.5}{-2} + \frac{1}{-1} + \frac{0.5}{0} + \frac{0.5}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0}{3}$$

按最大原则进行模糊量精确化，则应该取控制量为“ $-1$ ”级，