Análise teórica de um Robô SCARA 4 Graus de Liberdade

José Miguel Montevani Othon 1110241

Aula de Robótica Industrial 28/06/2016

UNESP-Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho

Resumo – Este artigo tem como objetivo resumir e explicar o trabalho de robótica industrial realizado no final do semestre, comentando o código e explicando as principais equações utilizadas para se chegar nos resultados.

1. Cinemática Direta

Para a realização do cálculo da cinemática direta foi necessário se ter como entrada não só os parâmetros do robô (comprimentos L1, L2 e d4) mas também os ângulos Θ1, Θ2, Θ4 (no caso das juntas de revolução) e o comprimento d3 (no caso da junta prismática) feitos pelo robô. Os comprimentos podem ser observados na figura 1 abaixo.

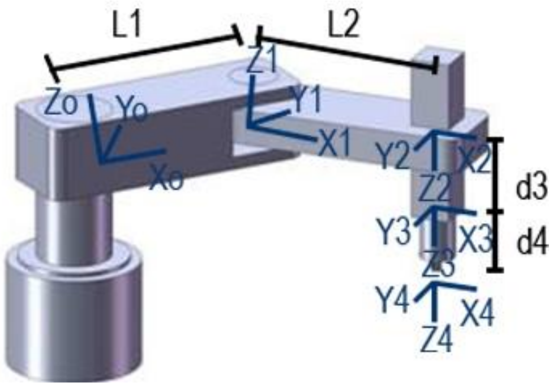

Figura 1 – Frames e comprimentos do robô

Os frames foram escolhidos se utilizando o padrão Denavit-Hartenberg considerando a base como mostrada na figura 1.

Possuindo os seis dados de entrada foi então possível se encontrar a matriz de transformação:

$$\begin{bmatrix} c_{12}c_4 + s_{12}s_4 & s_{12}c_4 - c_{12}s_4 & 0 & a_1c_1 + a_2c_{12} \\ s_{12}c_4 - c_{12}s_4 & -c_{12}c_4 - s_{12}s_4 & 0 & a_1s_1 + a_2s_{12} \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 - d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz de transformação informa o vetor de posição (Ox, Oy e Oz), e a matriz de rotação (R). Utilizando todos os dados obtidos foi então calculado os ângulos de Euler necessários para a resposta:

$$\varphi = \text{atan2}(R_{21}, R_{11})$$

$$\theta = \text{atan2}(-R_{31}, \pm[R_{32}^2 + R_{33}^2]^{1/2})$$

$$\psi = \text{atan2}(R_{32}, R_{33})$$

Todos os cálculos foram realizados simplesmente se pegando os dados de entrada através de *edit boxes* e mostrando os resultados da aplicação das fórmulas em *static text*.

2. Cinemática Inversa

Similar a cinemática direta foram-se recolhidos os dados de entrada (desta vez sendo eles os vetores de posição e orientação) utilizando-se seis *edit boxes*. Com os dados de entrada foi então possível aplicar as seguintes fórmulas para se obter os ângulos e comprimentos do robô SCARA:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \text{atan2}(o_x, o_y) - \text{atan2}(a_1 + a_2c_2, a_2s_2) \\ \theta_2 &= \text{atan2}\left(c_2, \pm\sqrt{1-c_2}\right) \\ d_3 &= o_z + d_4 \\ \theta_4 &= \theta_1 + \theta_2 - \alpha \\ &= \theta_1 + \theta_2 - \text{atan2}(r_{11}, r_{12}) \end{aligned}$$

Sendo:

$$c_2 = \frac{o_x^2 + o_y^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2}$$

Vale lembrar que no caso de cinemática inversa serão obtidas múltiplas respostas. No caso específico de um robô SCARA com quatro graus de liberdade sempre se serão obtidas duas respostas: Uma onde o primeiro eixo do robô se move no sentido anti-horário enquanto o segundo eixo se move no sentido horário e outra onde o primeiro eixo se move no sentido horário enquanto o segundo eixo se move no sentido anti-horário. Para melhor ilustrar as duas opções pode-se observar a figura 2 abaixo.

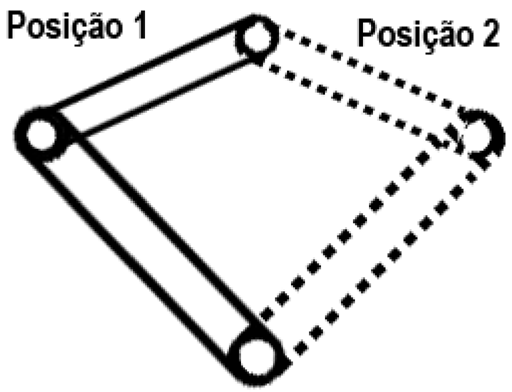

Figura 2 – Visão aérea dos dois primeiros eixos do robô em duas posições com o mesmo resultado.

Para se saber qual é a melhor trajetória em relação a posição inicial do robô (todos os ângulos 0) foi realizado um simples cálculo que comparava a distância percorrida pelo robô para as duas opções. As duas opções são calculadas e então os ângulos relevantes são somados em módulo para se obter o movimento total do robô.

No final, a trajetória com o menor percurso é escolhida. O comando if utilizado para a decisão pode ser observado na figura 3 abaixo.

```
if ((sqrt(Nn14^2)+sqrt(Nn24^2))>(sqrt(Nn14^2)+sqrt(Nn24^2)))
    set(handles.n14, 'String', Pn14);
    set(handles.n24, 'String', Pn24);
    set(handles.n44, 'String', Pn44);
else
    set(handles.n14, 'String', Nn14);
    set(handles.n24, 'String', Nn24);
    set(handles.n44, 'String', Nn44);
end
```

Figura 3 – If contendo escolha para melhor trajetória.

No caso da figura 3 n14 representa Ɵ1, n24 representa Ɵ2 e n44 representa Ɵ4. Para serem diferenciadas se foi adicionado “N” como prefixo para uma das alternativas e “P” para a segunda alternativa.

3. Jacobiano

Para se calcular a matriz do Jacobiano foi novamente obtido os parâmetros de entrada com *edit boxes* para então se utilizar diretamente a matriz do Jacobiano para robôs SCARA com quatro graus de liberdade. O cálculo da matriz pode ser observado abaixo.

$$J = \begin{bmatrix} -a_1 s_1 - a_2 s_{12} & -a_2 s_{12} & 0 & 0 \\ a_1 c_1 + a_2 c_{12} & a_2 c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Ela leva em consideração a construção específica de um robô SCARA com duas juntas de revolução seguidas por uma junta prismática e outra junta de revolução, posicionadas como indicado na figura 1 acima.

As demonstrações para esta, assim como as outras matrizes e fórmulas utilizadas nos cálculos realizados no programa podem ser vistas com mais detalhes no relatório entregue para a apresentação no final do semestre.

Referências

JOHN J. CRAIG *Introduction to Robotics Mechanics and control, 2ª edição.*

Mark W. Spong, Seth Hutchinson, and M. Vidyasagar - Robot modeling and Control, 1ª edição.