

Группа: ПИиКТ 1.1

К работе допущен _____

Студенты:

Решетников Сергей 467233

Шкиптан Александр 468105

Работа выполнена _____

Преподаватель: Сорокина Е.К.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.07

«Исследование движения маятника Максвелла»

1. Цель работы

1. Определение момента инерции твердого тела на основе законов равноускоренного движения.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Провести измерения максимальной высоты, на которую поднимется маятник после спуска, и времени, которое потребуется для достижения данного положения.
2. Провести расчет момента инерции на основании прямых измерений.
3. Провести теоретический расчёт момента инерции.
4. Сравнить результаты обработки экспериментальных данных и теоретического расчета.

3. Объект исследования

Затухающие колебания маятника Максвелла

4. Метод экспериментального исследования

Многократное измерение промежутков времени и высоты, на которую поднимется маятник после первого спуска

5. Рабочие формулы и исходные данные

- Момент инерции маятника

$$I = m r^2 \left(\frac{g \bar{t}^2}{2h} - 1 \right)$$
$$I = m r^2 \left(\frac{g \bar{t}^2}{2} \frac{\bar{h}_1}{\bar{h}_1 + h} - 1 \right)$$

- Относительная погрешность момента инерции

$$\frac{\Delta I}{I} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2 + \left(2 \frac{\Delta r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A} \right)^2}$$
$$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(2 \frac{\Delta t}{\bar{t}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h} \right)^2 + \left(\frac{\Delta h_1}{\bar{h}_1} \right)^2}$$

- Момент инерции однородного цилиндра

$$I = \frac{m R^2}{2}$$

- Ускорение свободного падения

$$g = 9.82 \frac{M}{c^2}$$

6. Измерительные приборы

Таблица 1 - Характеристики средств измерения

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	$\Delta_{\text{и}}$
1	Секундомер	Цифровой	0-60 с	0.001 с
2	Линейка	Механический	0-40 см	0.1 см
3	Штангенциркуль	Механический	0-17 см	0.001 см

7. Схема экспериментальной установки

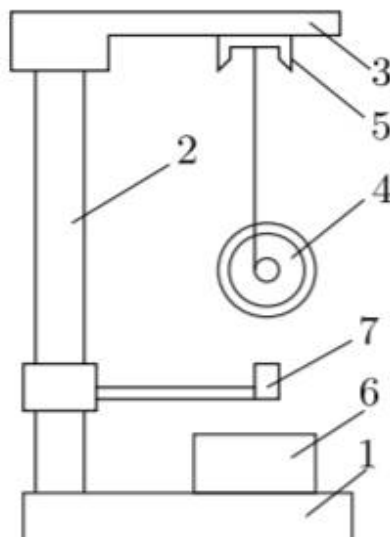


Рисунок 1 - Схема экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки изображен на Рисунок 1. В состав установки входят:

1. Основание штатива
2. Опорная колонка
3. Кронштейн
4. Маятник Максвелла
5. Фиксирующий магнит
6. Электронный секундомер
7. Фотоэлектрический датчик

Таблица 2 - Параметры установки

1	Диаметр оси (d)	$(0.700 \pm 0.001) \text{ см}$
2	Диаметр маховика (D)	$(9.668 \pm 0.001) \text{ см}$
3	Масса маховика (m)	$(208 \pm 1) \text{ г}$

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов)

Таблица 3 - Результаты прямых измерений

№	h , м	h_1 , м	t , с
1	0.335	0.30	1.769
2		0.31	1.759

3		0.31	1.830
4		0.31	1.737
5		0.31	1.760

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Для начала рассчитаем среднюю амплитуду на которую поднимется маятник после первого спуска и среднее время до первого спуска по данным из Таблица 3

$$\bar{h}_1 = \frac{h_{11} + h_{12} + h_{13} + h_{14} + h_{15}}{5} = \frac{0.30 + 0.31 + 0.31 + 0.31 + 0.31}{5} = 0.308 \text{ м}$$

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5} = \frac{1.769 + 1.759 + 1.830 + 1.737 + 1.760}{5} \approx 1.771 \text{ с}$$

Найдём значение инерции маятника двумя способами:

$$I = m r^2 \left(\frac{g \bar{t}^2}{2 \bar{h}} - 1 \right) = 0.208 \cdot 0.0035^2 \cdot \left(\frac{9.82 \cdot 1.771^2}{2 \cdot 0.335} - 1 \right) \approx 1.15 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$I = m r^2 \left(\frac{g \bar{t}^2}{2} \frac{\bar{h}_1}{\bar{h}_1 + h} - 1 \right) = 0.208 \cdot 0.0035^2 \cdot \left(\frac{9.82 \cdot 1.771^2}{2} \cdot \frac{0.308}{0.308 + 0.335} - 1 \right) \approx 1.10 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Также оценим величину момента инерции маятника Максвелла как момент инерции однородного диска

$$I = \frac{m R^2}{2} = \frac{0.208 \cdot (0.048^2)}{2} \approx 2.43 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений)

Сначала посчитаем среднеквадратичное отклонение измерений времени

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2} \approx 0.016 \text{ с}$$

Рассчитаем абсолютную погрешность t для доверительной вероятности $t=0,95$ при $n=5$

$$\Delta_t = 2.77 \cdot 0.016 \approx 0.043 \text{ с}$$

Также посчитаем среднеквадратичное отклонение для средней амплитуды на которую поднимется маятник после первого спуска

$$\sigma_{h1} = \sqrt{\sum_{i=1}^5 (h_i - \bar{h}_1)^2} \approx 0.002 \text{ м}$$

Рассчитаем абсолютную погрешность t для доверительной вероятности $t=0,95$ при $n=5$

$$\Delta_{h1} = 2.77 \cdot 0.002 \approx 0.006 \text{ м}$$

Найдём доверительный интервал для значения I с указанием относительной погрешности.

$$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(2 \frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_1}{h_1}\right)^2} = \sqrt{\left(2 \frac{0.043}{1.771}\right)^2 + \left(\frac{0.006}{0.335}\right)^2 + \left(\frac{0.001}{0.308}\right)^2} \approx 0.052$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0.001}{208}\right)^2 + \left(2 \frac{0.00001}{0.0035}\right)^2 + (0.052)^2} \approx 0.053$$

11. Окончательные результаты

1. Экспериментальные значения момента инерции маятника Максвелла

1.1. По упрощённой формуле (без учёта h_1):

$$I_{\text{эксп1}} \approx 1.15 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

1.2. С учётом высоты подъёма после первого спуска (h_1):

$$I_{\text{эксп2}} \approx 1.10 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

1.3. Относительная погрешность

$$\varepsilon_I = 5.3 \%$$

2. Теоретическое значение момента инерции

$$I_{\text{теор}} \approx 2.43 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

3. Сравнение результатов

$$\delta = \frac{I_{\text{теор}} - I_{\text{эксп2}}}{I_{\text{теор}}} \cdot 100 \% = \frac{2.43 \cdot 10^{-4} - 1.10 \cdot 10^{-4}}{2.43 \cdot 10^{-4}} \cdot 100 \% \approx 54.73 \%$$

12. Выводы и анализ результатов работы

Экспериментальные значения момента инерции ($1.10 \cdot 10^{-4} - 1.15 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$) оказались более чем в 2 раза меньше теоретического значения для однородного диска ($2.43 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$). Это указывает на наличие существенной систематической погрешности или неучтённых факторов.