Решетников Сергей Р3208 ИСУ № 467233

Домашнее задание №1

Решетников С.Е
Р3208

Вариант №12

ИДЗ - 18.1

№1.12

Сколько прямых линий можно провести через 8 точек, если известно, что любые 3 из них не лежат на одной прямой.

Решение:

~~Т.к~~ По условию через любые 2 точки можно провести только одну прямую.

Т.е. чтобы узнать число прямых, нам нужно найти $C_8^2 = \frac{8!}{6!\,2!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 7 \cdot 4 = 28$

$\boxed{\text{Ответ: } 28}$

№2.12

В группе из 8 спортсменов есть шесть мастеров спорта. Найдите вероятность того, что из двух случайным образом отобранных спортсменов **хотя бы один** - мастер спорта.

Решение: Нам не подходит случай только тогда, когда в паре оба человека не являются мастерами спорта.

Т.е вероятность того, что ~~оба~~ хотя бы один человек в паре - мастер спорта $1 - \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} = 1 - \frac{1}{28} = \frac{27}{28}$

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{27}{28}}$

№3.12

На участке кросса мотоциклиста-гонщика имеется три препятствия. Вероятность успешного прохождения первого равна 0,4, второго – 0,5, третьего – 0,6. Найти вероятность преодоления:

а) Трёх препятствий: $0{,}4\cdot0{,}5\cdot0{,}6=\boxed{0{,}12}$

б) Не менее двух препятствий:

$\underbrace{0{,}4\cdot0{,}5\cdot0{,}6}_{\text{все 3 пройдены}}+\underbrace{0{,}6\cdot0{,}5\cdot0{,}6}_{\text{2 и 3 пройдены}}+\underbrace{0{,}4\cdot0{,}5\cdot0{,}6}_{\text{1 и 3 пройдены}}+\underbrace{0{,}4\cdot0{,}5\cdot0{,}4}_{\text{2 и 3 пройдены}}=$

$=0{,}12+0{,}18+0{,}12+0{,}08=\boxed{0{,}5}$

в) Двух испытаний: $\underbrace{0{,}5}_{\text{вероятн. прохожд. хотя-бы двух}}-\underbrace{0{,}12}_{\text{вероятн. прохожд. трёх}}=\boxed{0{,}38}$

№4.12

Резистор, поставленный в телевизор, может принадлежать к одной из двух партий с вероятностями 0,6 и 0,4. Вероятности того, что резистор проработает гарантийное число часов, для этих партий равны соответственно 0,8 и 0,7.

а) Найти вероятность того, что взятый наугад резистор проработает гарантийное число часов:

$$0{,}6\cdot0{,}8+0{,}4\cdot0{,}7=0{,}48+0{,}28=\boxed{0{,}76}$$

б) Резистор проработал гарантийное число часов. К какой партии он вероятнее всего принадлежит.

Решетников С.Е.
Р3208

A – из первой партии

B – проработал гарантийный срок

~~$P(A)\cdot P_A(B)=P(B)\cdot P_B(A)$~~

~~$P_B(A)=\frac{P(B)}{P(A)\cdot P_A(B)}$ 0,76 0,6·0,8~~

$P(A)\cdot P_A(B)=P(B)\cdot P_B(A)$

$P_B(A)=\frac{P(A)\cdot P_A(B)}{P(B)}=\frac{0{,}6\cdot0{,}8}{0{,}76}=\frac{0{,}48}{0{,}76}\approx0{,}63>0{,}5$

← из пункта а

~~Ответ: ...~~ Ответ: $\boxed{\text{из первой}}$

№5.12

Всхожесть семян лимона составляет 80%. Найти вероятность того, что из 9 посеянных семян взойдут:

а) семь: $C_9^7\,0{,}8^7\,0{,}2^2=\frac{9!}{7!\,2!}\,0{,}8^7\cdot0{,}2^2=$

$=36\cdot0{,}8^7\cdot0{,}2^2=36\cdot\frac{8^7}{10^7}\cdot\frac{2^2}{10^2}=36\,\frac{2^{23}}{10^9}\approx$

$\boxed{\approx0{,}302}$

б) не более семи:

$P(X_9)=0{,}8^9\approx0{,}134$ – взошли 9 семян

$P(X_8)=C_9^8\,0{,}8^8\cdot0{,}2=\frac{9!}{8!\cdot1}\,0{,}8^8\cdot0{,}2=9\cdot\frac{2^{25}}{10^9}\approx$

$\approx0{,}302$ – взошли 8 семян

$1-P(X_9)-P(X_8)=1-0{,}134-0{,}302\approx\boxed{0{,}564}$

в) более семи: $1-0{,}564=\boxed{0{,}436}$

↖ из пункта б

№6.12

Найти вероятность одновременного останова 30 машин из 100 рабочих, если вероятность останова для каждой машины равна 0,2.

Решение:

Так как число испытаний достаточно велико, то можно использовать приближение по локальной теореме Муавра-Лапласа.

$$\cancel{P_{100}(30) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}}$$

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x), \text{ где } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$x = \frac{m-np}{\sqrt{npq}}$$

$$x = \frac{30-100\cdot0,2}{\sqrt{100\cdot0,2\cdot0,8}} = \frac{30-20}{10\cdot\sqrt{0,16}} = -\frac{10}{10\cdot0,4} = -2,5$$

$\varphi(-2,5) \approx 0,0175$ (из таблицы)

$$P_{100}(30) = \frac{1}{\sqrt{100\cdot0,2\cdot0,8}}\cdot0,0175 = \frac{1}{4}\cdot0,0175 = 0,004375$$

Ответ: 0,004375

Решетников С.Е.
Р3208

ИДЗ 18-2

№1.12

Из партии в 20 изделий, среди которых имеется четыре нестандартных, для проверки качества выбраны случайным образом 3 изделия. СВ X — число нестандартных изделий среди проверяемых.

Решение:

$$\cancel{P(X=k) = \frac{C_4^k\cdot C_{16}^{3-k}}{C_{20}^3} = \frac{\frac{4!}{k!(4-k)!}\cdot\frac{16!}{(3-k)!(20-3+k)!}}{\frac{20!}{3!\cdot17!}}}$$

$$\cancel{= \frac{4!\cdot16!\cdot3!\cdot17!}{k!(4-k)!(3-k)!(17+k)!\cdot20!} = \frac{2\cdot16!}{k!(4-k)!(3-k)!(17+k)!\cdot95}}$$

$$\cancel{P(0) = \frac{2\cdot16!}{1\cdot4!\cdot3!\cdot17!\cdot95} = \frac{1}{12\cdot6\cdot17\cdot95}}$$

$$\cancel{P(1) = \frac{2\cdot16!}{1\cdot3!\cdot2!\cdot18!\cdot95} = \frac{1}{6\cdot95}}$$

$$\cancel{P(X=k) = \frac{C_4^k\cdot C_{16}^{3-k}}{C_{20}^3} = \frac{\frac{4!}{k!(4-k)!}\cdot\frac{16!}{(3-k)!(20-3+k)!}}{\frac{20!}{3!\cdot17!}}}$$

$$\cancel{= \frac{4!\cdot16!\cdot3!\cdot17!}{k!(4-k)!(3-k)!(17+k)!\cdot20!} = \frac{2\cdot16!}{k!(4-k)!(3-k)!(17+k)!\cdot95}}$$

$$\cancel{P(0) = \frac{2\cdot16!}{1\cdot4!\cdot3!\cdot17!\cdot95} = \frac{1}{12\cdot6\cdot17\cdot95}}$$

Решетников С.Е.
Р3208

$$P(X=k)=\frac{C_4^k C_{16}^{3-k}}{C_{20}^3} \qquad C_{20}^3=\frac{20!}{3!\,17!}=\frac{18\cdot19\cdot20}{3}=60\cdot19=1140$$

$$P(0)=\frac{C_4^0 C_{16}^3}{1140}=\frac{560}{1140}\approx 0{,}491 \qquad C_4^0=\frac{4!}{1!\,4!}=1$$

$$C_{16}^3=\frac{16!}{3!\,13!}=\frac{16\cdot15\cdot14}{3!}=560$$

$$P(1)=\frac{C_4^1 C_{16}^2}{1140}=\frac{4\cdot120}{1140}\approx 0{,}421$$

$$C_4^1=\frac{4!}{1\cdot3!}=4 \qquad C_{16}^2=\frac{16!}{14!\,2!}=15\cdot8=120$$

$$P(2)=\frac{C_4^2 C_{16}^1}{1140}=\frac{6\cdot16}{1140}\approx 0{,}084$$

$$C_4^2=\frac{4!}{2!\cdot2!}=3\cdot2=6 \qquad C_{16}^1=\frac{16!}{1!\cdot15!}=16$$

$$P(3)=\frac{C_4^3 C_{16}^0}{1140}=\frac{4}{1140}\approx 0{,}004$$

$$C_4^3=\frac{4!}{3!\cdot1!}=4 \qquad C_{16}^0=1$$

X	0	1	2	3
P(X)	0,491	0,421	0,084	0,004

$$M(X)=0\cdot0{,}491+1\cdot0{,}421+2\cdot0{,}084+3\cdot0{,}004=$$
$$=0{,}601$$

$$D(X)=M(X^2)-(M(X))^2=0{,}793-(0{,}601)^2=0{,}432$$

$$M(X^2)=0\cdot0{,}491+1\cdot0{,}421+4\cdot0{,}084+9\cdot0{,}004=$$
$$=0{,}793$$

Ответ: $M(X)=0{,}601$
$D(X)=0{,}432$

№2.12

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x<-1\\ \frac{1}{9}(x^3+1) & \text{при } -1\le x\le 2\\ 1 & \text{при } x>2\end{cases},\ a=1,\ b=2$$

Решение:

Найдём плотность распределения

на $x<-1$ $f(x)=0$

на $x\in(-1;2)$ $f(x)=\frac{1\cdot3\cdot x^2}{9}=\frac{x^2}{3}$

на $x>2$ $f(x)=0$

~~В точке 1~~

В точке -1: $\lim\limits_{x\to-1-0}F(x)=0$ $\lim\limits_{x\to-1+0}F(x)=0$

правост. и левост. пределы равны

$\Downarrow$

$F(x)$ непрерывна в -1

В точке 2: $\lim\limits_{x\to2-0}F(x)=1$ $\lim\limits_{x\to2+0}F(x)=1$

– правост. и левост. пределы равны

$\Downarrow$

$F(x)$ непрерывна в 2

Т.е. ф-ция плотности распределения вероятности имеет такой вид:

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le-1\\ \frac{x^2}{3} & \text{при } -1\le x\le2\\ 0 & \text{при } x>2\end{cases}$$

Найдём $M(x)$

$$M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cdot x\,dx = \int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3}\cdot x\,dx =$$

$$= \int_{-1}^{2} \frac{x^3}{3}dx = \frac{1}{3}\frac{x^4}{4}\Big|_{-1}^{2} = \frac{1}{3}\left(\frac{2^4}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3}\left(4 - \frac{1}{4}\right) =$$

$$= \frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{3}\cdot 4} = 1{,}25$$

$$\cancel{D(x) = M(x^2) - (M(x))^2}$$

Найдём $D(x)$:

$$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2$$

$$M(x^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)x^2 dx = \int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3}x^2 dx =$$

$$= \int_{-1}^{2} \frac{x^4}{3}dx = \frac{1}{3}\frac{x^5}{5}\Big|_{-1}^{2} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5} + \frac{32}{5}\right) =$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{33}{5}\right) = \frac{33}{15} = \frac{11}{5} = 2{,}2$$

$$D(x) = 2{,}2 - 1{,}25^2 = 0{,}6375$$

Найдём вероятность попадания в $[1;2]$:

$$P(1 \le X \le 2) = F(2) - F(1) = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

Ответ: $M(x) = 1{,}25$ $D(x) = 0{,}6375$
$P(1 \le X \le 2) = \frac{7}{9}$

Решетников С.Е
Р3208

№3.12

Ребро куба x измерено приближенно: $1 \le x \le 2$.
Рассматривая ребро куба как СВ X, распределённую равномерно в интервале $(1;2)$ найти математическое ожидание и дисперсию объёма куба.

Решение: $V_{куб} = x^3$

Т.к. величина длины ребра куба распределена равномерно, то получим следующую ф-цию плотности вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{2-1} = 1, & x \in [1;2] \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

~~Найдём $M(x)$:~~

$$\cancel{M(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cdot x\,dx = \int_{1}^{2} 1\cdot x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_1^2 = 2 - \frac{1}{2}}$$

Найдём $M(V_{куб})$

$$M(V_{куб}) = M(x^3) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cdot x^3 dx = \int_{1}^{2} x^3 dx = \frac{x^4}{4}\Big|_1^2 =$$

$$= \left(\frac{16}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{15}{4} = 3{,}75$$

Найдём $D(V_{куб})$

$$M(V_{куб}^2) = M(x^6) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)x^6 dx = \int_{1}^{2} x^6 dx = \frac{x^7}{7}\Big|_1^2 =$$

$$= \left(\frac{128}{7} - \frac{1}{7}\right) = \frac{127}{7} = 18{,}14$$

$$D(V_{куб}) = 18{,}14 - 3{,}75^2 = 4{,}08$$

Ответ: $M(V_{куб}) = 3{,}75$
$D(V_{куб}) = 4{,}08$

Решетников С.Е.
Р3208

№4.12

Вероятность положительного исхода отдельного испытания равна 0,8. Оценить вероятность того, что при 100 независимых повторных испытаниях отклонение частоты положительных исходов от вероятности при отдельном испытании по своей абсолютной величине будет меньше 0,05.

Решение:

~~Выведем закон распред. случайной величины:~~

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \sum\limits_{m<x} C_{100}^{m}\, 0{,}8^{m}\, 0{,}2^{100-m} & 0 < x \le 100 \\ 1 & x > 100 \end{cases}$$

~~Производящая ф-ия:~~

$$\cancel{\varphi(z) = \sum_{m=0}^{100} C_{100}^{m}\, 0{,}8^{m}\, 0{,}2^{100-m} z^{m} = (0{,}2+0{,}8z)^{100}}$$

$$\cancel{\varphi'(z) = 100(0{,}2+0{,}8z)^{99}\cdot 0{,}8 \quad \varphi''(z) = n(n-1)}$$

~~Найдём $M(X)$~~

$$\cancel{M(X) = \varphi'(1) = 100\cdot 0{,}8 = 80}$$

~~Найдём $D(X)$:~~

$$\cancel{D(X) = \varphi''(1) +}$$

Производящая ф-ия:

$$\varphi(z) = \sum_{m=0}^{100} C_{100}^{m}\, 0{,}8^{m}\, 0{,}2^{100-m} z^{m} = (0{,}2+0{,}8z)^{100}$$

$$\varphi'(z) = 100\cdot(0{,}2+0{,}8z)^{99}\cdot 0{,}8 \qquad \varphi''(z) = 100\cdot 99\cdot 0{,}64\,(0{,}2+0{,}8z)^{98}$$

Найдём $M(x)$

$$M(x) = \varphi'(1) = 100\cdot 0{,}8 = 80$$

Найдём $D(x)$

$$D(x) = \varphi''(1) + \varphi'(1) - (\varphi'(1))^2 = 64\cdot 99 + 80 - 6400 = 16$$

$$P(79{,}95 < m < 80{,}05) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

$$x_1 = \frac{79{,}95 - 0{,}8\cdot 100}{\sqrt{100\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2}} = \frac{-0{,}05}{4} = -0{,}0125$$

$$x_2 = \frac{80{,}05 - 0{,}8\cdot 100}{\sqrt{100\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2}} = \frac{0{,}05}{4} = 0{,}0125$$

$$\Phi(x_1) =$$

Решение:

Применим интегральную т. Муавра-Лапласа

$$m_1 = np - n\varepsilon = 100\cdot 0{,}8 - 100\cdot 0{,}05 = 80 - 5 = 75$$

$$m_2 = np + n\varepsilon = 100\cdot 0{,}8 - 100\cdot 0{,}05 = 80 + 5 = 85$$

$$P(m_1 \le m \le m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

Решетников С.
P3208 [illegible]

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{75 - 100 \cdot 0{,}8}{\sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}} = -\frac{5}{4} = -1{,}25$$

$$x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{85 - 80}{4} = 1{,}25$$

$$P(m_1 < m < m_2) = \Phi(1{,}25) - \Phi(-1{,}25) =$$

$$= 2\Phi(1{,}25) = 2 \cdot 0{,}3944 = 0{,}7888$$

$\boxed{\text{Ответ: } 0{,}7888}$