

Группа: ПИиКТ 1.1

К работе допущен _____

Студенты:

Решетников Сергей 467233

Работа выполнена _____

Шкиптан Александр 468105

Преподаватель: Сорокина Е.К.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.05

«Исследование колебаний физического маятника»

1. Цель работы

1. Изучение характеристик затухающих колебаний физического маятника

2. Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Измерение периода затухающих колебаний.
2. Определение зависимости амплитуды затухающих колебаний физического маятника от времени.
3. Определение зависимости периода колебаний от момента инерции физического маятника.
4. Определение преобладающего типа трения.
5. Определение экспериментальной и теоретической приведенных длин маятника при его разных конфигурациях.

3. Объект исследования

Затухающие колебания физического маятника

4. Метод экспериментального исследования

Многократное измерение промежутков времени, за которые произойдёт 10 колебаний при различных положениях грузов, а также измерение времени до достижения отклонения от положения равновесия в 25°, 20°, 15°, 10° и 5°.

5. Рабочие формулы и исходные данные

- Среднее время колебаний

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}$$

- Период колебаний

$$T = \frac{\bar{t}}{N}$$

- Закон изменения амплитуды при сухом трении

$$A(t=T \cdot n) = A_0 - 4n\Delta\phi_3$$

- Угловой коэффициент в зависимости $A(t)$

$$k = \frac{\sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i - \bar{\bar{t}})(A_i - \bar{A})}{\sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i - \bar{\bar{t}})^2}$$

- Расстояние между осью вращения и центром утяжелителя

$$R = l_1 + (n-1)l_0 + \frac{1}{2}b$$

- Момент инерции грузов

$$I_{ep} = m_{ep}(R_{верх}^2 + R_{ниж}^2 + 2R_{бок}^2)$$

- Момент инерции ступицы и крестовины

$$I_0 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^3$$

- Полный момент инерции физического маятника

$$I = I_{ep} + I_0$$

- Коэффициент b в аппроксимированной линейной зависимости $T^2 = a + b \cdot I$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^6 (I_i - \bar{I})(T_i^2 - \bar{T}^2)}{\sum_{i=1}^6 (I_i - \bar{I})^2}$$

- Коэффициент a в аппроксимированной линейной зависимости $T^2 = a + b \cdot I$

$$a = \bar{T}^2 - b \cdot \bar{I}$$

- Период колебаний маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{np}}{g}}$$

- Приведённая длина маятника

$$l_{np} = \frac{I}{ml}$$

- Ускорение свободного падения

$$g = 9.82 \frac{м}{с^2}$$

6. Измерительные приборы

Таблица 1 - Характеристики средств измерения

№ п/п	Наименование	Предел измерений	Цена деления	Δ_I
1	Секундомер	200 с	0.01 с	0.01 с
2	Шкала	60°	1°/дел.	1°

7. Схема экспериментальной установки

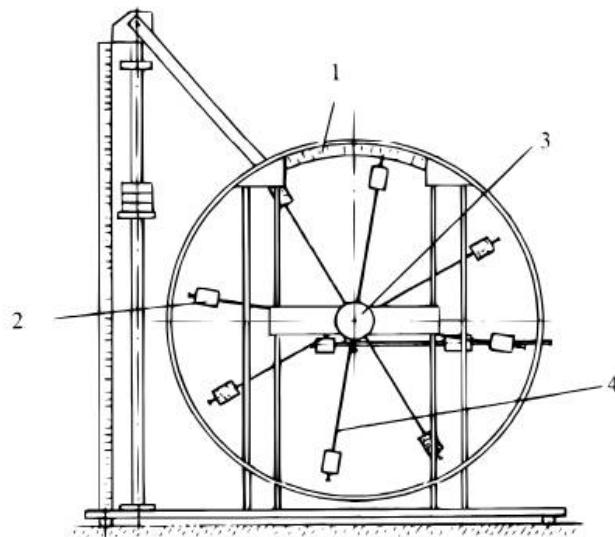


Рисунок 1 - Схема экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки изображен на Рисунок 1. В состав установки

входят:

1. Шкала
2. Груз
3. Рукоятка сцепления
4. Передняя крестовина

Таблица 2 - Параметры установки

1	Масса каретки (m_k)	$(47.0 \pm 0.5) \text{ г}$
2	Масса шайбы (m_w)	$(220.0 \pm 0.5) \text{ г}$
3	Масса грузов на крестовине (m_{zp})	$(408.0 \pm 0.5) \text{ г}$
4	Расстояние от оси до первой риски (l_1)	$(57.0 \pm 0.5) \text{ мм}$
5	Расстояние между рисками (l_0)	$(25.0 \pm 0.2) \text{ мм}$
6	Диаметр ступицы (d)	$(46.0 \pm 0.5) \text{ мм}$
7	Диаметр груза на крестовине	$(40.0 \pm 0.5) \text{ мм}$
8	Высота груза на крестовине (b)	$(40.0 \pm 0.5) \text{ мм}$
9	Расстояние, проходимое грузом (h)	$(700.0 \pm 0.5) \text{ мм}$

8. Результаты прямых измерений и их обработка (таблицы, примеры расчетов)

Таблица 3 - Время десяти колебаний

$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$t_3, \text{ с}$	$\bar{t}, \text{ с}$	$T, \text{ с}$
18.08	17.94	17.84	17.95	1.80

Таблица 4 - Время отклонения до определённой амплитуды

Время	Амплитуда отклонения				
	25°	20°	15°	10°	5°
$t_1, \text{ с}$	33.12	73.25	124.92	185.17	236.50
$t_2, \text{ с}$	37.65	73.33	117.83	160.27	209.89
$t_3, \text{ с}$	28.67	59.15	94.71	126.60	171.38
$t, \text{ с}$	33.15	68.58	112.49	157.35	205.92

Таблица 5 - Время 10 колебаний при различных положениях грузов

Положение боковых грузов	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$t_3, \text{ с}$	$t, \text{ с}$	$T, \text{ с}$
1 риска	15.97	18.06	16.04	16.69	1.67
2 риски	16.84	16.83	16.93	16.87	1.69
3 риски	17.86	18.08	18.10	18.01	1.80
4 риски	18.97	19.14	18.97	19.03	1.90
5 рисок	20.42	20.45	20.22	20.36	2.03

6 рисок	21.76	21.83	21.78	21.79	2.18
---------	-------	-------	-------	-------	------

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Для начала рассчитаем среднее время 10 колебаний и период колебаний, заполнив Таблица 3

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3} = \frac{18.08 + 17.94 + 17.84}{3} = 17.95$$

$$T = \frac{\bar{t}}{10} = \frac{17.95}{10} = 1.80$$

Аналогичным образом вычислим среднее время в Таблица 4 и Таблица 5, а также период в Таблица 5.

По данным из Таблица 4 построим график зависимости амплитуды колебаний от времени $A(t)$ с помощью МНК ($A = s + kt$) методом наименьших квадратов (Рисунок 2)

Для начала вычислим средние значения измеренных величин A и t

$$\bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^5 A_i}{5} = 0.262 \text{ rad}$$

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{5} = 114.898 \text{ c}$$

Теперь вычислим сам коэффициент:

$$k = \frac{\sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i - 114.898)(A_i - 0.262)}{\sum_{i=1}^5 (\bar{t}_i - 114.898)^2} = -0.002$$

$$s = 0.262 - (-0.002 \cdot 114.898) = 0.493$$

Из графика видно, что в системе преобладает сухое трение.

Вычислим ширину зоны застоя $\Delta\phi_3$

Выразим значение $\Delta\phi_3$ через найденный угловой коэффициент:

$$A(t = T \cdot n) = A_0 - 4n\Delta\phi_3 \quad A(t) = A_0 - \frac{4\Delta\phi_3}{T} \cdot t$$

Откуда

$$k = \frac{-4\Delta\phi_3}{T} \quad \Delta\phi_3 = -\frac{kT}{4}$$

Подставив значения получим:

$$\Delta\phi_3 = -\frac{-0.002 \cdot 1.800}{4} = 0.0009 \text{ rad}$$

Найдем количество колебаний n , после которого колебания прекратятся:

$$0 = A_0 - 4n\Delta\phi_3 \quad \Delta\phi_3 = \frac{A_0 - A}{4n} \quad n = \frac{A_0 - A}{4\Delta\phi_3}$$

Подставив значения получим:

$$n = \frac{\frac{\pi}{6} - 0}{4 \cdot 0.0009} \approx 145$$

Приступим к заполнению Таблица 6

Для каждого положения грузов вычислить расстояния центров верхнего ($R_{верх}$), нижнего ($R_{ниж}$) и боковых ($R_{бок}$) грузов от оси вращения:

По условию верхний груз расположен на первой риске, значит $n=1$. Подставляя значения в формулу, получаем:

$$R_{верх} = 57.0 \cdot 10^{-3} + (1 - 1) \cdot 25.0 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{2} \cdot 40.0 \cdot 10^{-3} = 0.077 \text{ м}$$

Для нижнего груза $n=6$, так что получаем:

$$R_{\text{бок}} = 57.0 \cdot 10^{-3} + (6 - 1) \cdot 25.0 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{2} \cdot 40.0 \cdot 10^{-3} = 0.202 \text{ м}$$

Расчёты для боковых рисок проводятся аналогично, посредством смены значения n от 1 до 6.

Теперь вычислим моменты инерции грузов.

Для примеры проведём расчёты для первой риски:

$$I_{\text{гр}} = 408.0 \cdot 10^{-3} \cdot (0.077^2 + 0.202^2 + 2 \cdot 0.077^2) = 0.024 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Дальше для каждого положения грузов вычислим полный момент инерции физического маятника.

Для примера проведём расчёты для первой риски:

$$I = 0.024 + 8 \cdot 10^{-3} = 0.032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Построим график зависимости $T^2(I)$ (Рисунок 3)

Вычислим коэффициенты в аппроксимированной линейной зависимости $T^2 = a + bI$ методом наименьших квадратов:

Найдём средние значения T^2 и I :

$$\bar{T}^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 T_i^2}{6} = 3.560 \text{ с}^2$$

$$\bar{I} = \frac{\sum_{i=1}^6 I}{6} = 0.044 \text{ с}^2$$

Теперь вычислим коэффициенты:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^6 (I_i - 0.044)(T_i^2 - 3.560)}{\sum_{i=1}^6 (I_i - 0.044)^2} = 71.671$$

$$a = 3.560 - 71.671 \cdot 0.044 = 0.372$$

Найдём величину ml используя формулу периода колебаний и найденный коэффициент b :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{mgl} \cdot I \quad b = \frac{4\pi^2}{mgl} \cdot I \quad ml = \frac{4\pi^2}{gb}$$

Подставив значения получим:

$$ml = \frac{4\pi^2}{9.82 \cdot 71.671} = 0.056 \text{ кг} \cdot \text{м}$$

Предполагая, что основная масса маятника сосредоточена в грузах на спицах, вычислим расстояние l_{meop} от оси вращения до центра масс

Для этого примем массу $m = 4 \cdot m_{\text{гр}}$ и выразим l из выведенной выше формулы:

$$l_{\text{meop}} = \frac{4\pi^2}{gb \cdot 4 \cdot m_{\text{гр}}} = \frac{\pi^2}{gb \cdot m_{\text{гр}}} = \frac{\pi^2}{9.820 \cdot 0.056 \cdot 0.408} = 0.034 \text{ м}$$

На основании периодов из Таблица 5 рассчитаем экспериментальную приведённую длину $l_{\text{пр эксп}}$ маятника и занесём её в Таблица 6

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{пр эксп}}}{g}} \quad l_{\text{пр эксп}} = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

Для примера проведём расчёты для первой риски

$$l_{\text{пр эксп}} = \frac{1.67^2 \cdot 9.82}{4\pi^2} = 0.69 \text{ м}$$

Наконец вычислим теоретическое значение $l_{\text{пр meop}}$ приведённой длины для каждого значения I и занесём результаты в Таблица 6

Для примера проведём вычисления для первой риски:

$$l_{\text{пр meop}} = \frac{I}{ml} = \frac{0.032}{0.056} = 0.571$$

Таблица 6 - Результаты расчётов

Риски	1	2	3	4	5	6
$R_{верх}, м$				0.077		
$R_{нижн}, м$				0.202		
$R_{бок}, м$	0.077	0.102	0.127	0.152	0.177	0.202
$I_{ep}, кг\cdot м^2$	0.024	0.028	0.032	0.038	0.045	0.052
$I, кг\cdot м^2$	0.032	0.036	0.040	0.046	0.053	0.060
$l_{np\text{ экспн}}, м$	0.694	0.710	0.806	0.898	1.025	1.182
$l_{np\text{ теор}}, м$	0.571	0.643	0.714	0.821	0.946	1.071

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений)

Вычислим погрешность для косвенного измерения k

Найдём среднеквадратичное отклонение σ_k коэффициента k

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (A_i - (s + k \cdot t_i))^2}{(5-2) \cdot \sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2}} \approx 0.6 \cdot 10^{-4} \frac{рад}{с}$$

Рассчитаем абсолютную погрешность коэффициента a для доверительной вероятности $\alpha=0,90$

$$\Delta_k = 2 \cdot \sigma_k \approx 0.13 \cdot 10^{-3} \frac{рад}{с}$$

Наконец найдём относительную погрешность

$$\varepsilon_k = \frac{\Delta_k}{k} \cdot 100 \% \approx 6.34 \%$$

Вычислим погрешность для косвенного измерения b

Найдём среднеквадратичное отклонение σ_b коэффициента b

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (T_i^2 - (a + b I_i))^2}{(6-2) \cdot \sum_{i=1}^5 (I_i - \bar{I})^2}} \approx 4.04$$

Рассчитаем абсолютную погрешность коэффициента b для доверительной вероятности $\alpha=0,90$

$$\Delta_b = 2 \cdot \sigma_b \approx 8.08$$

Наконец найдём относительную погрешность

$$\varepsilon_b = \frac{\Delta_b}{b} \cdot 100 \% \approx 11.28 \%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

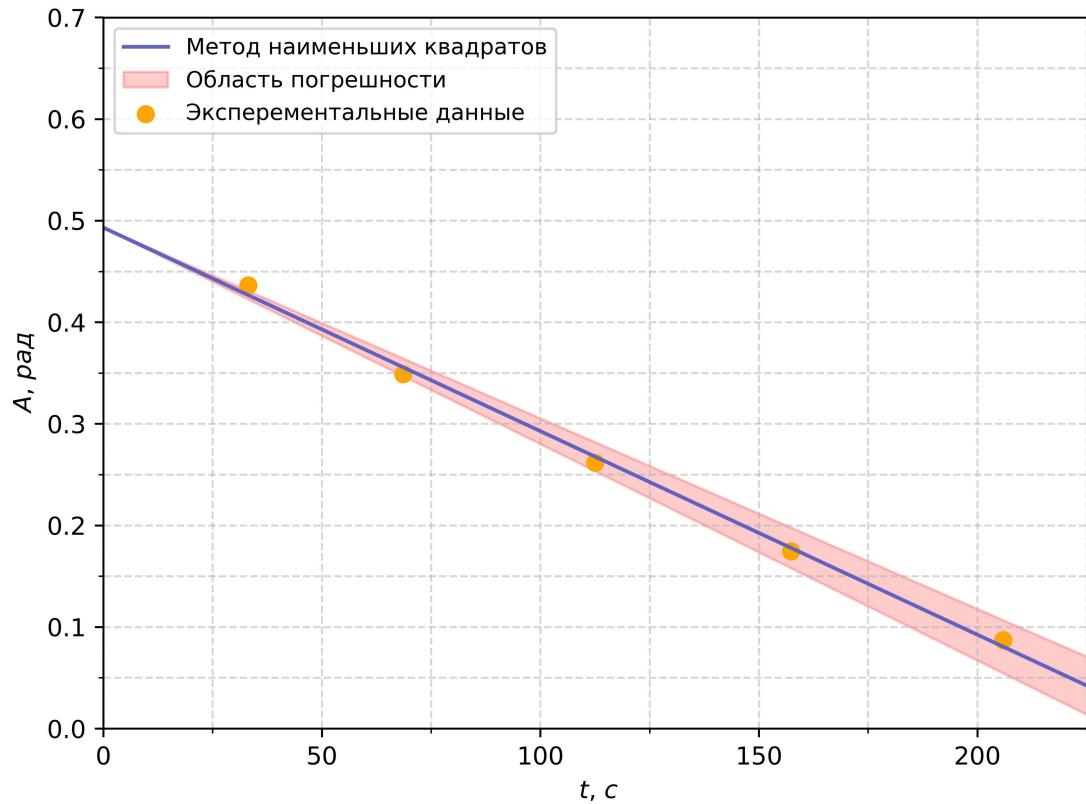


Рисунок 2 - График зависимости $A(t)$

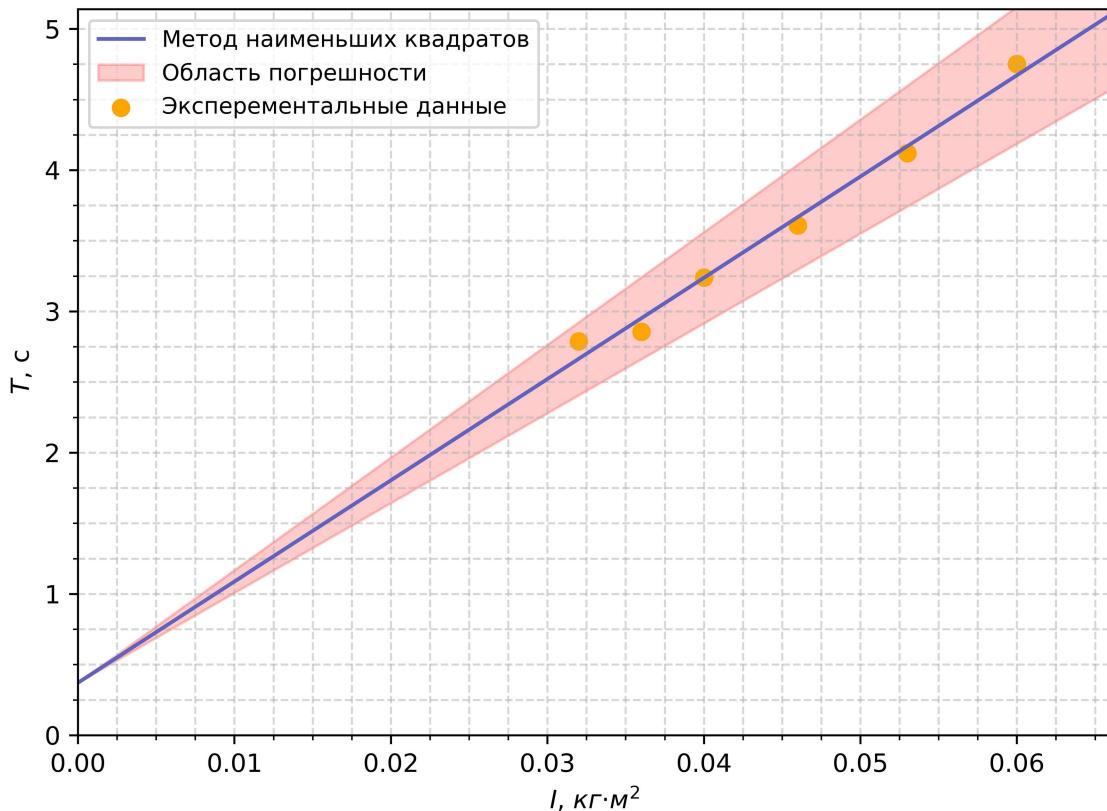


Рисунок 3 - График зависимости $T^2(I)$

12. Окончательные результаты

Период малых затухающих колебаний:

$$T \approx 1.80 \text{ с}$$

Параметры зависимости амплитуды затухающих колебаний физического маятника от времени:

1. Угловой коэффициент: $k \approx -0.002 \text{ рад/с}$
2. Свободный член: $s \approx 0.493 \text{ рад}$
3. Преобладающий тип трения - сухое, что подтверждается линейным характером убывания амплитуды

Параметры зависимости периода колебаний от момента инерции физического маятника:

1. Угловой коэффициент: $b \approx 71.671$
2. Свободный член: $a \approx 0.372$

Также были определены экспериментальные и теоретические приведенные длины маятника при его разных конфигурациях (Таблица 6)

13. Выводы и анализ результатов работы

В ходе лабораторной работы были измерены времена затухающих колебаний физического маятника при различных амплитудах и шести положениях утяжелителей. На основе этих данных были рассчитаны динамические параметры системы, построены зависимости $A(t)$ и $T^2(I)$, а также определены ключевые характеристики колебательного движения.

Период колебаний физического маятника возрастает с увеличением момента инерции, что подтверждается линейным характером зависимости $T^2(I)$. Это полностью соответствует теоретической модели физического маятника, где:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

Также было выяснено, что амплитуда колебаний линейно убывает со временем, что характерно для сухого трения.

Сравнение экспериментальных приведённых длин маятника ($0.694 - 1.182 \text{ м}$) с теоретическими ($0.571 - 1.071 \text{ м}$) показало небольшое систематическое превышение экспериментальных значений. Это объясняется влиянием сухого трения и погрешностями измерений.

В целом полученные экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими расчётами, что подтверждает корректность проведённого эксперимента.