Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Дисциплина «Теория функций комплексного переменного»

Домашняя работа №1

Выполнил:
Решетников С.Е.

Проверил:
Краснов Ю.А.

Санкт-Петербург, 2025

Задание 1.1
Пусть

$$g(t) = \begin{cases} 2 & t \in [4,8] \\ 0 & t \notin [4,8] \end{cases}$$

$$u(t) = g(t) + 1 \cdot \xi(t) + 0 \cdot \sin(10 \cdot t)$$

$$a = 2,\ t_1 = 4,\ t_2 = 8,\ b = 1,\ c = 0,\ d = 10$$

Применятеся фильтр первого порядка с формулой

$$W_1(p) = \frac{1}{T_p + 1}$$

Выводы:
1. Фильтр первого порядка $W_1(p) = \frac{1}{T_p+1}$ является низкочастотным, подавляющим высокочастотные шумовые компоненты сигнала.
2. При малых значениях T фильтрация выражена слабо: сигнал сохраняет шум, но форма исходного сигнала практически не искажается.
3. При увеличении T шум эффективно подавляется, однако наблюдаются сглаживание фронтов сигнала, уменьшение его амплитуды и задержка по времени
4. Увеличение параметра a (амплитуды полезного сигнала) улучшает отношение сигнал/шум и повышает эффективность фильтрации.

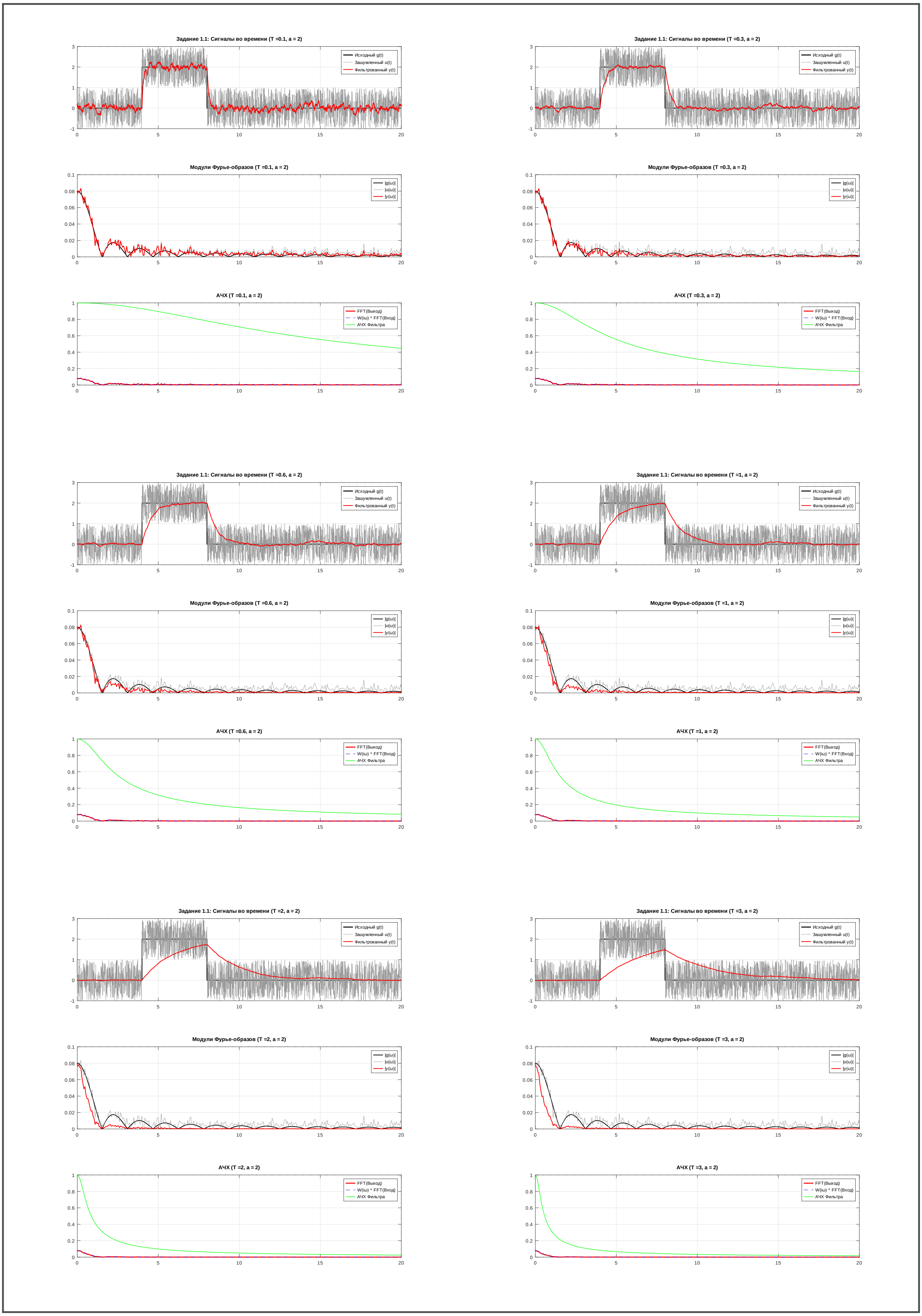


Таблица 1. Сравнительные графики при фиксированом a, но различных T

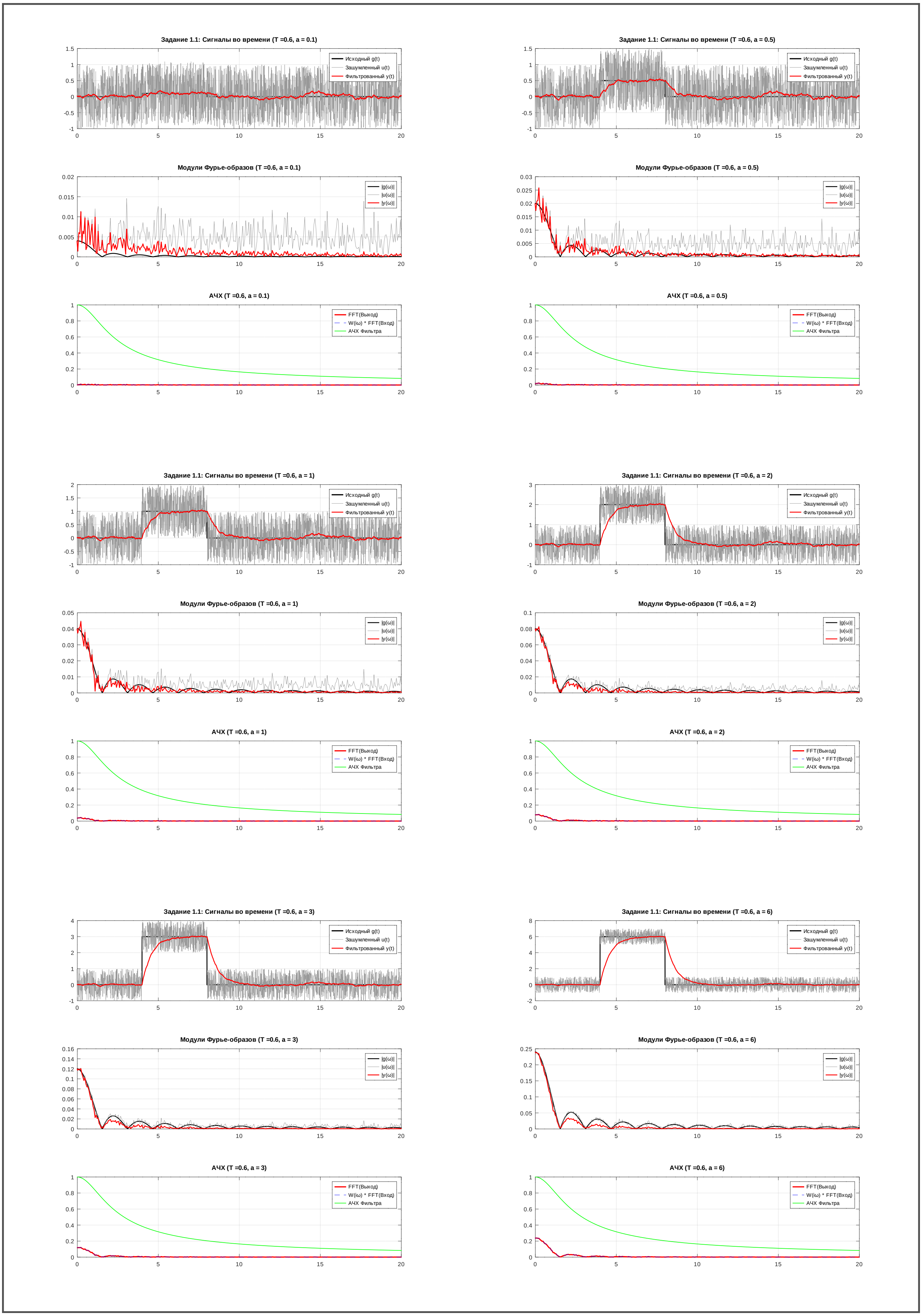


Таблица 2. Сравнительные графики при фиксированом a, но различных T

Задание 1.2

Пусть

$$g(t) = \begin{cases} 2 & t \in [4, 8] \\ 0 & t \notin [4, 8] \end{cases}$$

$$u(t) = g(t) + 0 \cdot \xi(t) + 2 \cdot \sin(10 \cdot t)$$

$$a = 2,\ t_1 = 4,\ t_2 = 8,\ b = 0,\ c = 2,\ d = 10$$

Применятеся фильтр первого порядка с формулой

$$W_2(p) = \frac{p^2 + a_1 p + a_2}{p^2 + b_1 p + b_2}$$

Рассчёт коэффициентов:

1. Для подавления частоты ω_0 числитель должен обращаться в ноль при $p = i\omega_0$:

$$(iw_0)^2 + a_1(iw_0) + a_2 = -w_0^2 + iaw_0 + a_2 = 0$$

$$a_2 = w_0^2 = 100, a_1 = 0$$

2. Условие единичного усиления на нулевой и бесконечной частотах

$$W(0) = \frac{a_2}{b_2} = 1 \Rightarrow b_2 = a_2 = 100$$

3. Условие устойчивости

$$p^2 + b_1 p + b_2 = 0$$

   При $b_2 = 100$ устойчивость обеспечивается при $b_1 > 0$
   Выберу, например, $b_1 = 2$

Итого получаем фильтр

$$W_2(p) = \frac{p^2 + 100}{p^2 + 2p + 100}$$

Выводы:

1. Режекторный фильтр эффективно подавляет гармоническую помеху при $\omega = \omega_0$
2. При $d = \omega_0$ наблюдается максимальное подавление синусоидальной составляющей.
3. Параметр b_1 определяет ширину полосы подавления:
   a. малый b_1 – узкая режекция
   b. большой b_1 – более агрессивное подавление

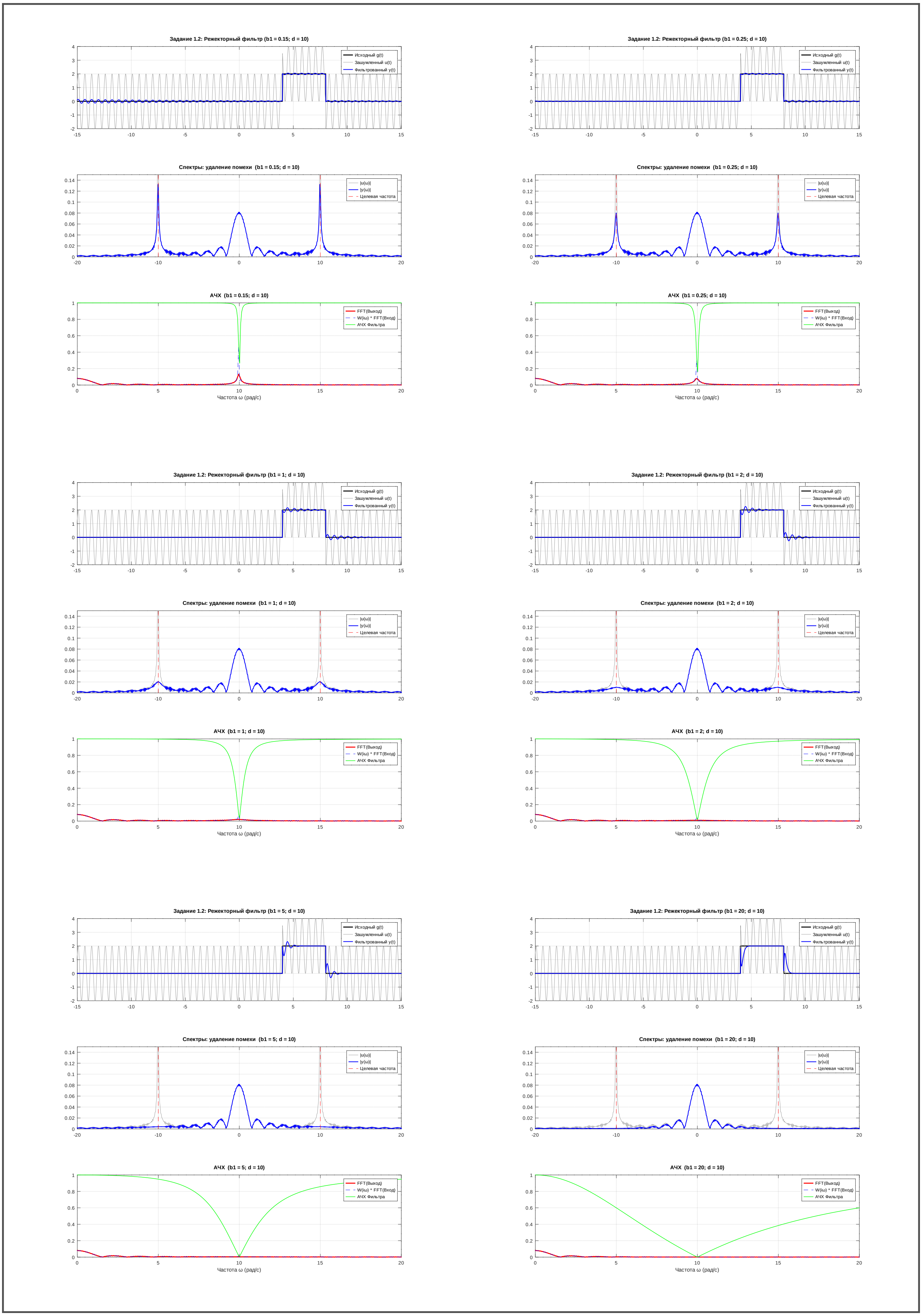


Таблица 3. Сравнительные графики при фиксированом d, но различных b_1

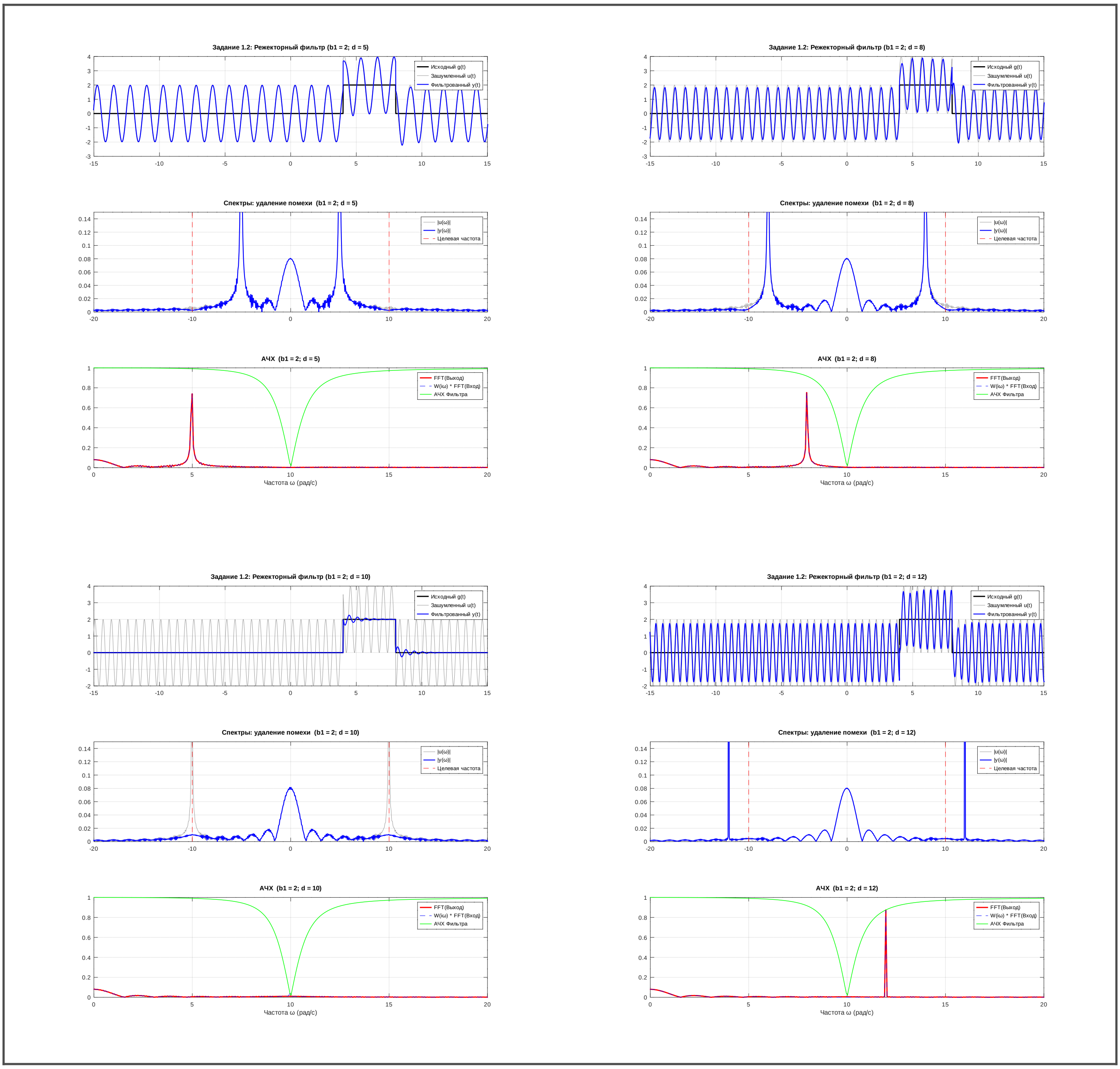


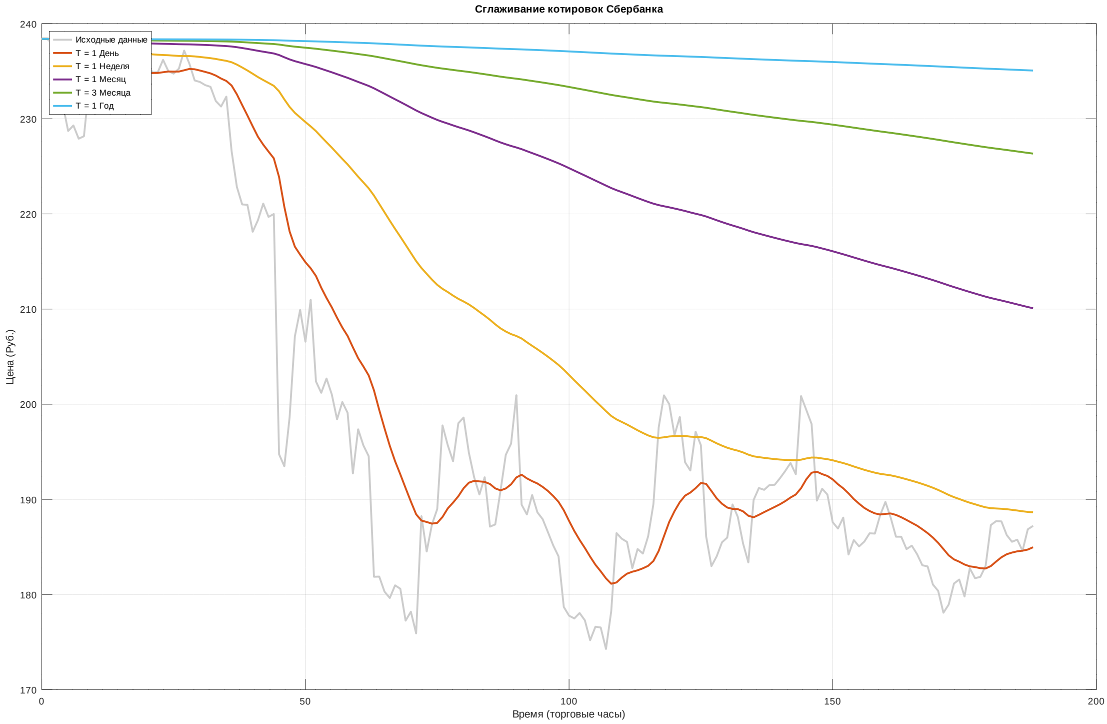
Таблица 4. Сравнительные графики при фиксированом b_1, но различных d

---

Задание 2

Используется фильтр первого порядка:

$$W_1(p) = \frac{1}{T_p + 1}$$



Выводы:

1. С увеличением постоянной времени T степень сглаживания возрастает.
2. Малые T подходят для краткосрочного анализа.
3. Большие T позволяют выявлять долгосрочные тренды, но при них наблюдается существенное запаздывание.