1. Дана функция $u(M) = u(x, y, z)$ и точки M_1 и M_2. Вычислить $\operatorname{grad} u(M_1)$, а также производную функции $u(M)$ в точке M_1 по направлению вектора $\overline{M_1M_2}$:

1) $u(M) = x^2y + y^2z + z^2x, \quad M_1(1, -1, 2), \quad M_2(3, 4, -1)$
2) $u(M) = 5xy^3z^3, \quad M_1(2, 1, -1), \quad M_2(4, -3, 0)$
3) $u(M) = \ln(x^2 + y^2 + z^2), \quad M_1(-1, 2, 1), \quad M_2(3, 1, -1)$
4) $u(M) = ze^{x^2+y^2+z^2}, \quad M_1(0, 0, 0), \quad M_2(3, -4, 2)$
5) $u(M) = \ln(xy + yz + xz), \quad M_1(-2, 3, -1), \quad M_2(2, 1, -3)$
6) $u(M) = \sqrt{1 + x^2 + y^2 + z^2}, \quad M_1(1, 1, 1), \quad M_2(3, 2, 1)$
7) $u(M) = x^2y + xz^2 - 2, \quad M_1(1, 1, -1), \quad M_2(2, -1, 3)$
8) $u(M) = xe^y + ye^x - z^2, \quad M_1(3, 0, 2), \quad M_2(4, 1, 3)$

---

2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода:

1) $\iint\limits_S (y^2 + z^2)dydz$, где S — часть поверхности параболоида $x = 9 - y^2 - z^2$ (нормальный вектор $\mathbf{n}$ которой образует острый угол с ортом $\mathbf{i}$), отсеченная плоскостью $x = 0$
2) $\iint\limits_S z^2dxdy$, где S — внешняя сторона поверхности эллипсоида $x^2 + y^2 + 2z^2 = 2$
3) $\iint\limits_S zdxdy + ydxdz + xdydz$, где S — внешняя сторона поверхности куба, ограниченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$
4) $\iint\limits_S (z+1)dxdy$, где S — внешняя сторона поверхности сферы $x^2+y^2+z^2 = 16$
5) $\iint\limits_S yzdydz+xzdxdz+xydxdy$, где S — верхняя сторона плоскости $x+y+z = 4$, отсеченной координатными плоскостями
6) $\iint\limits_S x^2dydz+y^2dxdz+z^2dxdy$, где S — внешняя сторона сферы $x^2+y^2+z^2 = 16$, лежащая в первом октанте.
7) $\iint\limits_S xdydz + ydxdz + zdxdy$, где S — внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
8) $\iint\limits_S xzdxdy+xydydz+yzdxdz$, где S — верхняя часть плоскости $x+y+z = 1$, отсеченной координатными плоскостями

3. Вычислить поток векторного поля $\mathbf{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью ρ и координатными плоскостями, двумя способами: использовав определение потока и с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

1) $\mathbf{a}(M) = 3x\mathbf{i} + (y+z)\mathbf{j} + (x-z)\mathbf{k}, \quad \rho: \; x = 3y + z = 3$
2) $\mathbf{a}(M) = (3x-1)\mathbf{i} + (y-x+z)\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}, \quad \rho: \; 2x - y - 2z = 2$
3) $\mathbf{a}(M) = x\mathbf{i} + (x+z)\mathbf{j} + (y+z)\mathbf{k}, \quad \rho: \; 3x + 3y + z = 3$
4) $\mathbf{a}(M) = (x+z)\mathbf{i} + (z-x)\mathbf{j} + (x+2y+z)\mathbf{k}, \quad \rho: \; x + y + z = 2$
5) $\mathbf{a}(M) = (y+2z)\mathbf{i} + (x+2z)\mathbf{j} + (x-2y)\mathbf{k}, \quad \rho: \; 2x + y + 2z = 2$
6) $\mathbf{a}(M) = (x+z)\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + (x+y-z)\mathbf{k}, \quad \rho: \; x + 2y + z = 2$
7) $\mathbf{a}(M) = (3x-y)\mathbf{i} + (2y+z)\mathbf{j} + (2z-x)\mathbf{k}, \quad \rho: \; 2x - 3y + z = 6$
8) $\mathbf{a}(M) = (2y+z)\mathbf{i} + (x-y)\mathbf{j} - 2z\mathbf{k}, \quad \rho: \; x - y + z = 2$

---

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\mathbf{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости $\rho: \; Ax + By + Cz = D$ с координатными плоскостями, при положительном направлении обхода относительно нормального вектора $\mathbf{n} = (A, B, C)$ этой плоскости двумя спосоами: используя определение циркуляции; с помощью формулы Стокса.

1) $\mathbf{a}(M) = z\mathbf{i} + (x+y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad \rho: \; 2x + y + 2z = 2$
2) $\mathbf{a}(M) = (x+z)\mathbf{i} + z\mathbf{j} + (2x-y)\mathbf{k}, \quad \rho: \; 3x + 2y + z = 6$
3) $\mathbf{a}(M) = (y+z)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + (y-2z)\mathbf{k}, \quad \rho: \; 2x + 2y + z = 2$
4) $\mathbf{a}(M) = (2y-z)\mathbf{i} + (x+2y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad \rho: x + 3y + 2z = 6$
5) $\mathbf{a}(M) = (y+z)\mathbf{i} + (x+6y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad \rho: \; x + 2y + 2z = 2$
6) $\mathbf{a}(M) = (y+z)\mathbf{i} + (2x-z)\mathbf{j} + (y+3z)\mathbf{k}, \quad \rho: \; 2x + y + 3z = 6$
7) $\mathbf{a}(M) = (3x+y)\mathbf{i} + (x+z)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad \rho: \; x + 2y + z = 2$
8) $\mathbf{a}(M) = (x+z)\mathbf{i} + z\mathbf{j} + (2x-y)\mathbf{k}, \quad \rho: \; 2x + 2y + z = 4$

---

5. Найти величину и направление наибольшего изменения функции $u(M) = u(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

1) $u(M) = xyz, \quad M_0(0, 1, -2)$
2) $u(M) = x^2yz, \quad M_0(2, 0, 2)$
3) $u(M) = xy^2z, \quad M_0(1, -2, 0)$
4) $u(M) = xyz^2, \quad M_0(3, 0, 1)$
5) $u(M) = x^2y^2z, \quad M_0(-1, 0, 3)$
6) $u(M) = x^2yz^2, \quad M_0(2, 1, -1)$
7) $u(M) = xy^2z^2, \quad M_0(-2, 1, 1)$
8) $u(M) = y^2z - x^2, \quad M_0(0, 1, 1)$