

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Дисциплина «Теория вероятностей»

Практическая работа №6
Вариант №12

Выполнил:
Решетников С.Е.

Проверила:
Селина Е.Г.

Дата сдачи: 19 ноября
Санкт-Петербург, 2025

Для подсчета числовых характеристик (выборочных средних \bar{x} и \bar{y} , выборочных средних квадратичных отклонений s_x и s_y и выборочного корреляционного момента s_{xy}) составляем рассчтную таблицу. При заполнении таблицы осуществляем контроль по строкам и столбцам:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 m_{xi} &= \sum_{j=1}^8 m_{yj} = n = 100 \\ \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^8 m_{ij} x_i &= \sum_{i=1}^6 m_{xi} x_i = 1792 \\ \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^8 m_{ij} y_j &= \sum_{j=1}^8 m_{yj} y_j = 17900 \\ \sum_{i=1}^6 \left(x_i \sum_{j=1}^8 m_{ij} y_j \right) &= \sum_{j=1}^8 \left(y_j \sum_{i=1}^6 m_{ij} x_i \right) = 331880 \end{aligned}$$

Вычисляем выборочные средние \bar{x} и \bar{y} , $i = \overline{1,6}$; $j = \overline{1,8}$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum \sum m_{ij} x_i}{n} = \frac{\sum m_{xi} x_i}{n} = \frac{1792}{100} = 17.92; \\ \bar{y} &= \frac{\sum m_{yj} y_j}{n} = \frac{17900}{100} = 179. \end{aligned}$$

Выборочные дисперсии находим по формулам:

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \frac{1}{n-1} \left(\sum m_{xi} x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum m_{xi} x_i)^2 \right) = \frac{1}{99} \left(33904 - \frac{1}{100} (1792)^2 \right) \approx 18.09 \\ s_y^2 &= \frac{1}{n-1} \left(\sum m_{yj} y_j^2 - \frac{1}{n} (\sum m_{yj} y_j)^2 \right) = \frac{1}{99} \left(3302800 - \frac{1}{100} (17900)^2 \right) \approx 996.97 \end{aligned}$$

Корреляционный момент вычисляем по формуле:

$$\begin{aligned} s_{xy} &= \frac{1}{n-1} \left(\sum \sum m_{ij} x_i y_j - \frac{1}{n} (\sum m_{xi} x_i) (\sum m_{yj} y_j) \right) = \\ &= \frac{1}{99} \left(331880 - \frac{1}{100} (1792 \cdot 17900) \right) \approx 112.24 \end{aligned}$$

Оценкой теоретической линии регрессии является эмпирическая линия регрессии, уравнение которой имеет вид

$$\begin{aligned} y &= \bar{y} + r_{xy} \frac{s_y}{s_x} (x - \bar{x}) \quad \text{где} \\ s_x &= \sqrt{18.09} \approx 4.25 \quad s_y = \sqrt{996.97} \approx 31.57 \\ r_{xy} &= \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{112.24}{4.25 \cdot 31.57} \approx 0.84 \end{aligned}$$

Составляем уравнение эмпирической линии регрессии y на x

$$y = 179 + 0.84 \cdot \frac{31.57}{4.25} (x - 17.92) \approx 6.24 \cdot x + 179 - 111.82 = 6.24 \cdot x + 67.18$$

	j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
i	$X \setminus Y$	110	130	150	170	190	210	230	250	m_{xi}	$m_{xi}x_i$	$\sum_{j=1}^k m_{yj}y_j$	$x_i^2m_{xi}$	$x_i \sum_{j=1}^k m_{ij}y_j$
1	10	1	3	4	—	—	—	—	—	8	80	1100	800	11000
2	13	—	5	6	5	—	—	—	—	16	208	2400	2704	31200
3	16	—	—	4	8	6	—	—	—	18	288	3100	4608	49600
4	19	—	—	6	15	9	—	—	—	30	570	5160	10830	98040
5	22	—	—	—	—	5	6	7	—	18	396	3820	8712	84040
6	25	—	—	—	—	—	1	7	2	10	250	2320	6250	58000
7	m_x	1	8	20	28	20	7	14	2	100	1792	17900	33904	331880
8	$m_{yj}y_j$	110	1040	3000	4760	3800	1470	3320	500	17900	—	—	—	—
9	$\sum_{i=1}^6 m_{ij}x_i$	10	95	296	478	377	157	329	50	1792	—	—	—	—
10	$y_j^2m_{ij}$	12100	135200	450000	809200	722000	308700	740600	125000	3302800	—	—	—	—
11	$y_j \sum_{i=1}^n m_{ij}x_i$	1100	12350	44400	81260	71630	32970	75670	12500	331880	—	—	—	—

Строим линию регрессии и случайные точки $(x_i; y_j)$

