# Доп. задания.

## Вариант №8

### №1

Найти наибольшую плотность циркуляции векторного поля $\bar a(M) = xy\bar i - x\bar j + yz\bar k$ в точке $M_0(2;2;2)$

Решение:

$$\operatorname{rot} \bar a(M) = \begin{vmatrix} \bar i & \bar j & \bar k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xy & -x & yz \end{vmatrix} = \bar i \frac{\partial}{\partial y} yz + \bar j \frac{\partial}{\partial z} xy +$$

$$+ \bar k \frac{\partial}{\partial x}(-x) - \bar k \frac{\partial}{\partial y} xy - \bar i \frac{\partial}{\partial z}(-x) - \bar j \frac{\partial}{\partial x} yz =$$

$$= \bar i (z - 0) + \bar j (0 - 0) + \bar k (-1 - x) = \bar i z - 2\bar k$$

$$\operatorname{rot} \bar a(M_0) = 2\bar i - 3\bar k \Rightarrow |\operatorname{rot} \bar a(M_0)| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

Ответ: $\sqrt{13}$

### №2

Выяснить, является ли векторное поле $\bar a(M) = (y+z)\bar i + (x+z)\bar j + (x+y)\bar k$ соленоидальным.

Решение:

$$\operatorname{div} \bar a = \frac{\partial}{\partial x}(y+z) + \frac{\partial}{\partial y}(x+z) + \frac{\partial}{\partial z}(x+y) = 0$$

Ответ: да, является т.к $\operatorname{div} \bar a = 0$ во всех точках.

## №3

Выяснить, является ли векторное поле $\bar{a}(M) = z^2\bar{i} + (xz+y)\bar{j} + x^2y\bar{k}$ потенциальным.

Решение:

$$\operatorname{rot}\bar{a} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ z^2 & xz+y & x^2y \end{vmatrix} = \bar{i}\frac{\partial}{\partial y}(x^2y) + \bar{j}\frac{\partial}{\partial z}(z^2) +$$

$$+ \bar{k}\frac{\partial}{\partial x}(xz+y) - \bar{k}\frac{\partial}{\partial y}z^2 - \bar{j}\frac{\partial}{\partial x}(x^2y) - \bar{i}\frac{\partial}{\partial z}(xz+y) =$$

$$= \bar{i}(x^2 - x) + \bar{j}(2z - 2xy) + \bar{k}(z - 0) \neq 0$$

Ответ: нет, не является

## №4

Выяснить, является ли векторное поле $\bar{a}(M) = (y-z)\bar{i} + (z-x)\bar{j} + (x-y)\bar{k}$ гармоническим.

Решение:

$$\operatorname{div}\bar{a} = \frac{\partial}{\partial x}(y-z) + \frac{\partial}{\partial y}(z-x) + \frac{\partial}{\partial z}(x-y) = 0$$

$$\operatorname{rot}\bar{a} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y-z & z-x & x-y \end{vmatrix} = \bar{i}\frac{\partial}{\partial y}(x-y) + \bar{j}\frac{\partial}{\partial z}(y-z) +$$

$$+ \bar{k}\frac{\partial}{\partial x}(z-x) - \bar{k}\frac{\partial}{\partial y}(y-z) - \bar{j}\frac{\partial}{\partial z}(y-z) -$$

$$- \bar{i}\frac{\partial}{\partial z}(z-x) = \bar{i}(-1-1) + \bar{j}(-1+1) + \bar{k}(-1-1)$$

$= -2\bar{i} - 2\bar{k} \neq 0$

Ответ: нет, не является т.к $\mathrm{rot}\,\bar{a} \neq 0$