# Домашняя работа по дискретной математике №2

### Вариант 64

Работу выполнил: Решетников Сергей Евгеньевич (ИСУ №467233), Р3108

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	е9	e10	e11	e12
e1	0	3	1	2		5			1	5		
e2	3	0	1				1	4		4	3	3
e3	1	1	0	1			5	2		1		
e4	2		1	0	3							3
e5				3	0	4			4	1	3	
e6	5				4	0	5	2	4			
e7		1	5			5	0				1	3
e8		4	2			2		0	4	4		3
е9	1				4	4		4	0			4
e10	5	4	1		1			4		0	4	
e11		3			3		1			4	0	2
e12		3		3			3	3	4		2	0

Задание: найти кратчайшие пути от начальной вершины  $e_1$  ко всем остальным вершинам Воспользуемся алгоритмом Дейкстры

1.  $l(e_1) = 0^+$ ;  $l(e_i) = \infty$ , для всех  $i \neq 1$ ,  $p = e_1$  Результаты итерации запишем в таблицу

	1
$\mathbf{e}_1$	0+
$\mathbf{e}_2$	$\infty$
$\mathbf{e}_3$	$\infty$
$e_4$	∞
<b>e</b> <sub>5</sub>	$\infty$
$\mathbf{e}_6$	$\infty$
<b>e</b> <sub>7</sub>	$\infty$
<b>e</b> <sub>8</sub>	$\infty$
$\mathbf{e}_9$	8
$e_{10}$	8
<b>e</b> <sub>11</sub>	∞
$e_{12}$	$\infty$

2.  $\Gamma e_1 = \{e_2, e_3, e_4, e_6, e_9, e_{10}\}$  - все пометки временные, уточним их:

$$l(e_2) = min[\infty, 0^+ + 3] = 3$$

$$l(e_3) = min[\infty, 0^+ + 1] = 1$$

$$l(e_4) = min[\infty, 0^++2] = 2$$

$$l(e_6) = min[\infty, 0^+ + 5] = 5$$

$$l(e_9) = min[\infty, 0^+ + 1] = 1$$

$$l(e_{10}) = min[\infty, 0^+ + 5] = 5$$

3. 
$$l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_3) = 1;$$

4. Вершина  $e_3$  получает постоянную пометку  $l(e_3) = 1^+$ ,  $p = e_3$ 

	1	2
$e_1$	0+	
$\mathbf{e}_2$	8	3
$\mathbf{e}_3$	8	1+
$e_4$	8	2
<b>e</b> <sub>5</sub>	8	$\infty$
$e_6$	∞	5
<b>e</b> <sub>7</sub>	8	$\infty$
e <sub>8</sub>	8	∞
<b>e</b> <sub>9</sub>	8	1
e <sub>10</sub>	8	5
e <sub>11</sub>	8	∞
<b>e</b> <sub>12</sub>	8	$\infty$

$$\Gamma e_3 = \{e_1, e_2, e_4, e_7, e_8, e_{10}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_2$ ,  $e_4$ ,  $e_7$ ,  $e_8$ ,  $e_{10}$ — уточняем их:

$$l(e_2) = min[3, 1+1] = 2$$

$$l(e_4) = min[2, 1+1] = 2$$

$$l(e_7) = min[\infty, 5+1] = 6$$

$$l(e_8) = min[\infty, 2+1] = 3$$

$$l(e_{10}) = min[5, 1+1] = 2$$

6. 
$$l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_9) = 1^+$$

7. Вершина  $e_9$  получает постоянную пометку  $l(e_9) = 1^+$ ,  $p = e_9$ 

	1	2	3
$e_1$	0+		
$\mathbf{e}_2$	8	3	2
$\mathbf{e}_3$	8	1+	
$e_4$	8	2	2
$\mathbf{e}_{5}$	8	∞	$\infty$
$e_6$	8	5	5
<b>e</b> <sub>7</sub>	8	$\infty$	6
$e_8$	8	8	3
<b>e</b> <sub>9</sub>	8	1	1+
$e_{10}$	8	5	2
e <sub>11</sub>	8	8	$\infty$
<b>e</b> <sub>12</sub>	8	∞	$\infty$

8. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_9 = \{e_1, e_5, e_6, e_8, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_5$ ,  $e_6$ ,  $e_8$ ,  $e_{12}$  - уточняем их:

$$l(e_5) = min[\infty, 4 + 1] = 5$$

$$l(e_6) = min[5, 4 + 1] = 5$$

$$l(e_8) = min[3, 4 + 1] = 3$$

$$l(e_{12}) = min[\infty, 4 + 1] = 5$$

9. 
$$l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_2) = 2^+$$

10. Вершина  $e_2$  получает постоянную отметку  $I(e_2) = 2^+$ ,  $p = e_2$ 

1	)	_	
1	2	3	4
0+			
$\infty$	3	2	2+
$\infty$	1+		
$\infty$	2	2	2
$\infty$	8	8	5
$\infty$	5	5	5
$\infty$	8	6	6
$\infty$	8	3	3
$\infty$	1	1+	
$\infty$	5	2	2
$\infty$	8	8	8
$\infty$	8	8	5
	<ul><li>%</li><li>%</li><li>%</li><li>%</li><li>%</li><li>%</li><li>%</li><li>%</li><li>%</li><li>%</li><li>%</li></ul>	$\begin{array}{c c} \infty & 3 \\ \infty & 1^+ \\ \infty & 2 \\ \infty & \infty \\ \infty & 5 \\ \infty & \infty \\ \infty & \infty \\ \infty & \infty \\ \infty & 1 \\ \infty & 5 \\ \infty & \infty \end{array}$	$\begin{array}{c cccc} \infty & 3 & 2 \\ \infty & 1^{+} & \\ \infty & 2 & 2 \\ \infty & \infty & \infty \\ \infty & 5 & 5 \\ \infty & \infty & 6 \\ \infty & \infty & 3 \\ \infty & 1 & 1^{+} \\ \infty & 5 & 2 \\ \infty & \infty & \infty \end{array}$

$$\Gamma e_2 = \{e_1, e_3, e_7, e_8, e_{10}, e_{11}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_7$ ,  $e_8$ ,  $e_{10}$ ,  $e_{11}$ ,  $e_{12}$  - уточняем их:

$$l(e_7) = min[6, 1 + 2] = 3$$

$$l(e_8) = min[3, 4 + 2] = 3$$

$$l(e_{10}) = min[2, 4 + 2] = 2$$

$$l(e_{11}) = min[\infty, 3 + 2] = 5$$

$$l(e_{12}) = min[5, 3 + 2] = 5$$

12. 
$$l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_4) = 2^+$$

13. Вершина  $e_4$  получает постоянную отметку  $I(e_4) = 2^+$ ,  $p = e_4$ 

	1	2	3	4	5
$e_1$	0+				
$\mathbf{e}_2$	$\infty$	3	2	2+	
<b>e</b> <sub>3</sub>	$\infty$	1+			
<b>e</b> <sub>4</sub>	$\infty$	2	2	2	2+
<b>e</b> <sub>5</sub>	∞	8	$\infty$	5	5
$e_6$	∞	5	5	5	5
<b>e</b> <sub>7</sub>	∞	8	6	6	3
e <sub>8</sub>	$\infty$	8	3	3	3
<b>e</b> <sub>9</sub>	$\infty$	1	1+		
e <sub>10</sub>	$\infty$	5	2	2	2
e <sub>11</sub>	$\infty$	8	$\infty$	$\infty$	5
<b>e</b> <sub>12</sub>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5

#### 14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_4 = \{e_1, e_3, e_5, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_5$ ,  $e_{12}$  - уточняем их:

$$l(e_5) = min[5, 3 + 2] = 5$$

$$l(e_{12}) = min[5, 3 + 2] = 5$$

15. 
$$l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_{10}) = 2^+$$

16. Вершина  $e_{10}$  получает постоянную отметку  $I(e_{10}) = 2^+$ ,  $p = e_{10}$ 

	1	2	3	4	5	6
$e_1$	0+					
$\mathbf{e}_2$	$\infty$	3	2	2+		
$\mathbf{e}_3$	$\infty$	1+				
$e_4$	$\infty$	2	2	2	2+	
<b>e</b> <sub>5</sub>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5
$e_6$	$\infty$	5	5	5	5	5
<b>e</b> <sub>7</sub>	$\infty$	$\infty$	6	6	3	3
e <sub>8</sub>	$\infty$	$\infty$	3	3	3	3
<b>e</b> <sub>9</sub>	$\infty$	1	1+			
<b>e</b> <sub>10</sub>	$\infty$	5	2	2	2	2+
e <sub>11</sub>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5
e <sub>12</sub>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5

$$\Gamma e_{10} = \{e_1, e_2, e_3, e_5, e_8, e_{11}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_5$ ,  $e_8$ ,  $e_{11}$  - уточняем их:

$$l(e_5) = min[5, 1 + 2] = 3$$

$$l(e_8) = min[3, 4 + 2] = 3$$

$$l(e_{11}) = min[5, 4 + 2] = 5$$

18. 
$$l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_5) = 3^+$$

## 19. Вершина $e_5$ получает постоянную отметку $I(e_5) = 3^+$ , $p = e_5$

1	2	3	4	5	6	7
0+						
$\infty$	3	2	2+			
∞	1+					
∞	2	2	2	2+		
$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	3+
$\infty$	5	5	5	5	5	5
$\infty$	$\infty$	6	6	3	3	3
$\infty$	$\infty$	3	3	3	3	3
$\infty$	1	1+				
$\infty$	5	2	2	2	2+	
$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5
$\infty$	$\infty$	$\infty$	5	5	5	5
	0 <sup>+</sup> ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞	$\begin{array}{c cc} 0^{+} & & & \\                               $	$\begin{array}{c cccc} 0^{+} & & & & \\ \infty & 3 & 2 \\ \infty & 1^{+} & & \\ \infty & 2 & 2 \\ \infty & \infty & \infty \\ \infty & 5 & 5 \\ \infty & \infty & 6 \\ \infty & \infty & 3 \\ \infty & 1 & 1^{+} \\ \infty & 5 & 2 \\ \infty & \infty & \infty \end{array}$	$\begin{array}{c cccc} 0^{+} & & & & & \\ \infty & 3 & 2 & 2^{+} \\ \infty & 1^{+} & & & \\ \infty & 2 & 2 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & 5 \\ \infty & 5 & 5 & 5 \\ \infty & \infty & 6 & 6 \\ \infty & \infty & 3 & 3 \\ \infty & 1 & 1^{+} \\ \infty & 5 & 2 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{array}$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

### 20. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_5 = \{e_4, e_6, e_9, e_{10}, e_{11}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_6$ ,  $e_{11}$  - уточняем их:

$$l(e_{11}) = min[5, 3 + 3] = 5$$

$$l(e_6) = min[5, 4 + 3] = 5$$

21. 
$$l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_7) = 3^+$$

22. Вершина 
$$e_7$$
 получает постоянную отметку  $I(e_7) = 3^+$ ,  $p = e_7$ 

	1	2	3	4	5	6	7	8
$\mathbf{e}_1$	0+							
$\mathbf{e}_2$	$\infty$	3	2	2+				
<b>e</b> <sub>3</sub>	$\infty$	1+						
e <sub>4</sub>	$\infty$	2	2	2	2+			
<b>e</b> <sub>5</sub>	$\infty$	8	8	5	5	5	3+	
$e_6$	$\infty$	5	5	5	5	5	5	5
<b>e</b> <sub>7</sub>	$\infty$	8	6	6	3	3	3	3+
e <sub>8</sub>	$\infty$	8	3	3	3	3	3	3
<b>e</b> <sub>9</sub>	$\infty$	1	1+					
e <sub>10</sub>	$\infty$	5	2	2	2	2+		
e <sub>11</sub>	$\infty$	8	8	$\infty$	5	5	5	5
$e_{12}$	$\infty$	8	8	5	5	5	5	5

$$\Gamma e_7 = \{e_2, e_3, e_6, e_{11}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_6$ ,  $e_{11}$ ,  $e_{12}$  - уточняем их:

$$l(e_6) = min[5, 5 + 3] = 5$$

$$l(e_{11}) = min[5, 1 + 3] = 4$$

$$l(e_{12}) = min[5, 3 + 3] = 5$$

24. 
$$l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_8) = 3^+$$

25. Вершина  $e_9$  получает постоянную отметку  $I(e_8) = 3^+$ ,  $p = e_8$ 

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$e_1$	0+								
$\mathbf{e}_2$	$\infty$	3	2	2+					
<b>e</b> <sub>3</sub>	$\infty$	1+							
$e_4$	$\infty$	2	2	2	2+				
<b>e</b> <sub>5</sub>	$\infty$	8	8	5	5	5	3+		
$\mathbf{e}_6$	$\infty$	5	5	5	5	5	5	5	5
<b>e</b> <sub>7</sub>	$\infty$	8	6	6	3	3	3	3+	
e <sub>8</sub>	$\infty$	8	3	3	3	3	3	3	3+
<b>e</b> <sub>9</sub>	$\infty$	1	1+						
e <sub>10</sub>	$\infty$	5	2	2	2	2+			
e <sub>11</sub>	$\infty$	8	8	$\infty$	5	5	5	5	4
<b>e</b> <sub>12</sub>	$\infty$	8	8	5	5	5	5	5	5

26. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_8 = \{e_2, e_3, e_6, e_9, e_{10}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины  $e_6$ ,  $e_{12}$  - уточняем их:

$$l(e_6) = min[5, 2 + 3] = 5$$

$$l(e_{12}) = min[5, 3 + 3] = 5$$

27. 
$$l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_{11}) = 4^+$$

28. Вершина  $e_{11}$  получает постоянную отметку  $I(e_{11}) = 4^+$ ,  $p = e_{11}$ 

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$e_1$	0+									
$\mathbf{e}_2$	$\infty$	3	2	2+						
<b>e</b> <sub>3</sub>	$\infty$	1+								
$e_4$	$\infty$	2	2	2	2+					
<b>e</b> <sub>5</sub>	$\infty$	8	∞	5	5	5	3+			
$e_6$	$\infty$	5	5	5	5	5	5	5	5	5
<b>e</b> <sub>7</sub>	$\infty$	8	6	6	3	3	3	3+		
e <sub>8</sub>	$\infty$	8	3	3	3	3	3	3	3+	
<b>e</b> <sub>9</sub>	$\infty$	1	1+							
e <sub>10</sub>	$\infty$	5	2	2	2	2+				
e <sub>11</sub>	$\infty$	8	8	$\infty$	5	5	5	5	4	4+
<b>e</b> <sub>12</sub>	$\infty$	8	$\infty$	5	5	5	5	5	5	5

 $\Gamma e_{11} = \{e_2, e_5, e_7, e_{10}, e_{12}\}$ Временные пометки имеют вершины  $e_{12}$  - уточняем их:  $l(e_{12}) = min[5, 2+4] = 5$ 

$$l(e_{12}) = min[5, 2 + 4] = 5$$

30.  $l(e_i^+) = min[l(e_i)] = l(e_{12}) = 5^+$ 31. Вершина  $e_{12}$  получает постоянную отметку  $l(e_{12}) = 5^+$ ,  $p = e_{12}$ 

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$e_1$	0+										
$\mathbf{e}_2$	$\infty$	3	2	2+							
<b>e</b> <sub>3</sub>	$\infty$	1+									
e <sub>4</sub>	$\infty$	2	2	2	2+						
<b>e</b> <sub>5</sub>	$\infty$	$\infty$	8	5	5	5	3+				
$e_6$	$\infty$	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
<b>e</b> <sub>7</sub>	$\infty$	$\infty$	6	6	3	3	3	3+			
e <sub>8</sub>	$\infty$	$\infty$	3	3	3	3	3	3	3+		
<b>e</b> <sub>9</sub>	$\infty$	1	1+								
<b>e</b> <sub>10</sub>	$\infty$	5	2	2	2	2+					
e <sub>11</sub>	$\infty$	$\infty$	8	$\infty$	5	5	5	5	4	4+	·
e <sub>12</sub>	$\infty$	$\infty$	∞	5	5	5	5	5	5	5	5 <sup>+</sup>

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$e_1$	0+											
$\mathbf{e}_2$	∞	3	2	2+								
<b>e</b> <sub>3</sub>	$\infty$	1+										
e <sub>4</sub>	∞	2	2	2	2+							
<b>e</b> <sub>5</sub>	8	$\infty$	∞	5	5	5	3+					
e <sub>6</sub>	8	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5 <sup>+</sup>
<b>e</b> <sub>7</sub>	8	$\infty$	6	6	3	3	3	3+				
e <sub>8</sub>	8	$\infty$	3	3	3	3	3	3	3+			
<b>e</b> <sub>9</sub>	8	1	1+									
e <sub>10</sub>	8	5	2	2	2	2+						
e <sub>11</sub>	8	$\infty$	8	$\infty$	5	5	5	5	4	4+		
e <sub>12</sub>	8	$\infty$	8	5	5	5	5	5	5	5	5 <sup>+</sup>	