

Группа: ПИиКТ 1.1

К работе допущен _____

Студенты:

Решетников Сергей 467233

Шкиптан Александр _____

Работа выполнена _____

Преподаватель: ?

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1

«Распределение случайной величины»

1. Цель работы

Исследование распределения случайной величины на примере измерения средней скорости сборки docker-контейнера для первой лабораторной по дисциплине веб-программирование.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

3. Объект исследования.

Случайная величина — средняя скорость сборки приложения.

4. Метод экспериментального исследования.

Многократное повторение опыта и замер его результатов.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

- Среднее арифметическое всех результатов измерений:

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N b_i$$

- Выборочная дисперсия:

$$D(b) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (b_i - \langle b \rangle_N)^2$$

- Выборочное среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (b_i - \langle b \rangle_N)^2}$$

- Максимальное значение плотности распределения:

$$\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$$

- Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle b \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (b_i - \langle b \rangle_N)^2}$$

6. Измерительные приборы.

--	--	--	--	--

7. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1 - Результаты прямых измерений

№	t_i, c	$t_i - \langle t \rangle_N, c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, c^2$
1	2.41	-0.48	0.23
2	2.56	-0.33	0.11
3	2.90	-0.01	0.00
4	3.07	0.18	0.03
5	2.68	-0.21	0.04
6	2.71	-0.18	0.03
7	2.94	0.05	0.00
8	2.97	0.08	0.01
9	2.88	-0.01	0.00
10	2.93	0.04	0.00
11	2.77	-0.12	0.01
12	2.89	0.00	0.00
13	2.92	0.03	0.00
14	2.82	-0.07	0.00
15	2.93	0.04	0.00
16	2.71	-0.18	0.03
17	2.86	-0.03	0.00
18	2.81	-0.08	0.01
19	2.91	0.02	0.00
20	2.92	0.03	0.00
21	2.97	0.08	0.01
22	2.80	-0.09	0.01
23	2.87	-0.02	0.00
24	2.88	-0.01	0.00
25	2.93	0.04	0.00
26	2.85	-0.04	0.00
27	2.96	0.07	0.00
28	2.80	-0.09	0.01
29	2.94	0.05	0.00

30	2.98	0.09	0.01
31	2.85	-0.04	0.00
32	2.92	0.03	0.00
33	2.79	-0.10	0.01
34	2.82	-0.07	0.00
35	2.96	0.07	0.00
36	3.03	0.14	0.02
37	2.81	-0.08	0.01
38	2.92	0.03	0.00
39	2.82	-0.07	0.00
40	3.07	0.18	0.03
41	3.07	0.18	0.03
42	3.07	0.18	0.03
43	3.07	0.18	0.03
44	2.97	0.08	0.01
45	2.76	-0.13	0.02
46	2.88	-0.01	0.00
47	3.45	0.56	0.31
48	3.27	0.38	0.14
49	2.89	0.00	0.00
50	2.92	0.03	0.00
	$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \approx 2.89 \text{ c}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle) \approx 0.15 \text{ c}$	$\sigma_N \approx 0.38 \text{ c}$ $\rho_{\max} \approx 2.53 \text{ c}^{-1}$

8. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

1.1 Найдём в первом столбце максимальное t_{\max} и минимальное t_{\min} значения результатов измерений:

$$t_{\max} = 3.45 \text{ c}$$

$$t_{\min} = 2.41 \text{ c}$$

1.2 Разобьём промежуток $[t_{\min}, t_{\max}]$ на m равных интервалов Δt . Так как $m \approx \sqrt{50} \approx 7$, то:

$$\Delta t = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{m} = \frac{3.45 - 2.41}{7} = 0,13 \text{ c}$$

Найдём начало и конец каждого интервала и запишем полученные значения в первый столбец Таблица 2.

В общем виде формулы имеют следующий вид:

$$t_{\text{нач}_i} = t_{\text{кон}_{i-1}}$$

$$t_{\text{кон}_i} = t_{\text{кон}_i} + \Delta t$$

Для примера рассчитаем первый интервал:

$$t_{\text{нач}} = 2.41 \text{ c}$$

$$t_{\text{кон}} = t_{\text{нач}} + \Delta t = 2.41 + 0.13 = 2.54 \text{ c}$$

1.3 Вычислим ΔN – количество результатов измерений, попавших в каждый из интервалов, и занесём эти значение во второй столбец Таблица 2.

Например в первый интервал попадает только одно значение результатов измерений.

1.4 Для каждого из интервалов вычислим опытное значение плотности вероятности и заполним третий столбец Таблица 2.

В общем виде формула принимает вид:

$$\rho_i = \frac{\Delta N_i}{N \Delta t}$$

Для примера рассчитаем плотность вероятности для первого интервала:

$$\rho_1 = \frac{\Delta N_1}{N \Delta t} = \frac{1}{50 \cdot 0.13} = 0.15 \text{ c}^{-1}$$

2. Вычислим выборочное значение среднего арифметического всех измерений:

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} t_i \approx 2.89 \text{ c}$$

Теперь используя $\langle t \rangle_N$ вычислим выборочное среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{50-1} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 2.89)^2} \approx 0.38 \text{ c}$$

Запишем σ_N и $\langle t \rangle_N$ в подвал Таблица 1.

3. Используя значение σ_N вычислим максимальное значение плотности распределения:

$$\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma_N \sqrt{2\pi}} = \frac{1}{0.38 \sqrt{2\pi}} \approx 2.53 \text{ c}^{-1}$$

И запишем её в подвал Таблица 1.

4. Наконец для каждого интервала вычислим значение $\rho(t)$ нормального распределения функции Гаусса и заполним четвёртый столбец Таблица 2.

Для первого интервала получим

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right) = \rho_{\max} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right) = 2.53 \cdot \exp\left(-\frac{(2.89 - 2.48)^2}{2 \cdot 0.38^2}\right) = 0.08 \text{ c}^{-1}$$

5. Вычислим границы стандартных интервалов

Для первого интервала получим:

$$\text{От: } \langle t \rangle_N - \sigma = 2.89 - 0.38 = 2.51 \text{ c}$$

$$\text{До: } \langle t \rangle_N + \sigma = 2.89 + 0.38 = 3.27 \text{ c}$$

Таблица 2 - Данные для построения гистограммы

Границы интервалов, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N \Delta t}, c^{-1}$	t, c	ρ, c^{-1}
2.41	1	0.15	2.48	0.08
2.54				
2.54	2	0.31	2.61	0.05
2.67				
2.67	15	2.31	2.74	1.58
2.80				
2.80	26	4.00	2.87	2.51
2.93				
2.93	3	0.46	3.00	2.01
3.06				
3.06	2	0.31	3.13	0.82
3.19				
3.19	1	0.15	3.26	0.17
3.32				

Таблица 3 - Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	от	до			
$\langle t \rangle N \pm \sigma_N$	2.51	3.27			
$\langle t \rangle N \pm 2\sigma_N$					
$\langle t \rangle N \pm 3\sigma_N$					

9. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

10. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

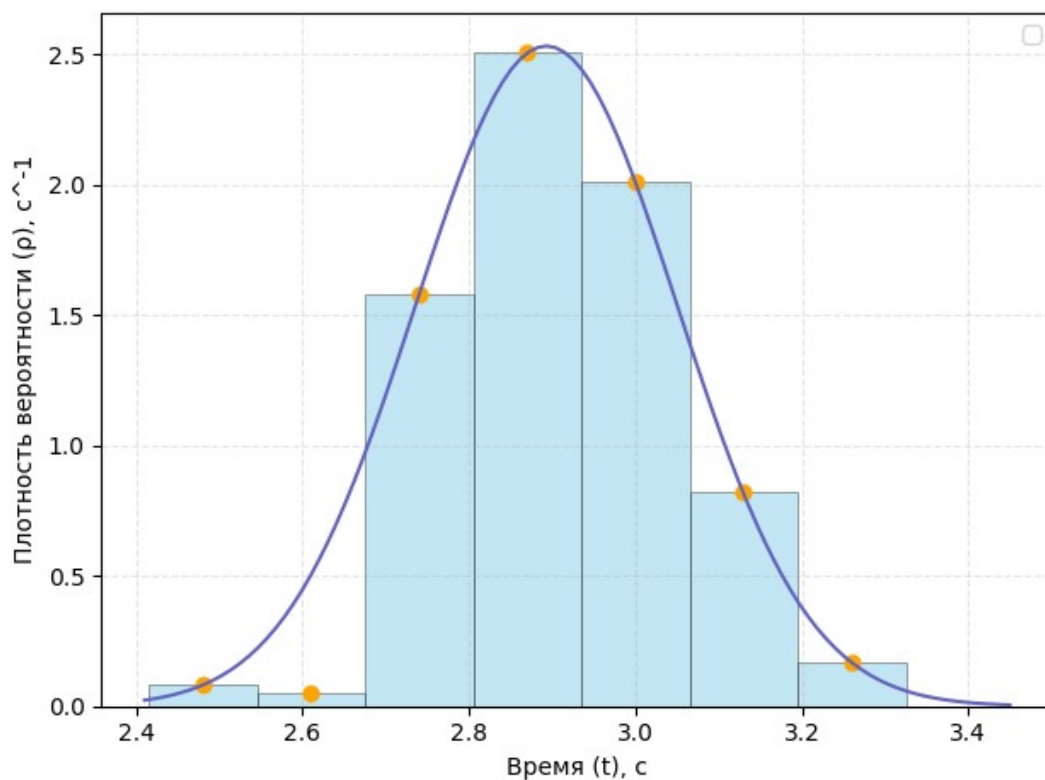


Рисунок 1 - График плотности вероятности

11. Окончательные результаты.

12. Выводы и анализ результатов работы.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).