1)

Genellikle bilim kurgu dışında pek film beğenmem fakat bu film gerek yaşanmış olması gerek ilgilendiğimiz alan ile doğrudan ilişkili olması benim hoşuma gitti.

Diğer adı ile Enigma olan bu film, 2. Dünya savaşı esnasında nazilerin kullanıdığı şifreli haberleşme cihazı olan enigma'nın şifresinin çözülmesi üzerinedir. Filmin başrolü ünlü matematikçi Alan Turing.

Enigma adlı Nazi iletişim makinesi, eğer Müttefikler'e bir avantaj sağlayabilirlerse ve muhtemelen savaşı sona erdirebilirlerdi. Sorun, Enigma'nın her gün tekrar kodlanmasıdır, böylece ekip Naziler tarafından iletilen bir kodlanmış mesajı deşifre edebilseydi, ertesi gün bu kod geçersiz sayılacaktı. İngiliz askeri birlikleri bu cihazın çözülmesi için ülkedeki matematik alanında en iyi alan kişilerden oluşan bir ekip kurar ve bu kişilerin cihazın şifresini kırması için yetki verilir. Enigma'ya girilebilecek 159x10^15 olası kod vardır yani insan gücü ile bu işin altından kalkmak olanaksızdır. Hedef yıllar sürecek algoritmanın çözümünü, insan beyninden daha zeki bir makine yardımı ile yapmak.

Alan ve arkadaşları yaptıkları makine ile yalnızca enigma makinesinin sırrını çözüp savaşın sonlanmasına vesile olup 14 milyon insanın hayatını kurtarmasına sebep olmadı; günümüz dünyasındaki en önemli icatların başında gelen bilgisayarların geliştirilmesine sebep oldular. Bilgisayarların geliştirilmesi ile aslında yüz yıllardır azar azar ilerleyen bilim, bilgisayar ve ardından teknolojinin hızla gelişmesi ile bir çok şey yapılabilir oldu. Bu açıdan filmin konusu çok özeldir.

2)

1) $x_1(n) = 0.5\, x_1\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{1}{2}$

$a = 0.5$ $b = 2$ $d = -1$, $a < 1$ olduğu için Master teorem ile çözülemez

2) $x_2(n) = 3x_2\left(\frac{n}{4}\right) + n\log n$

$a = 3$ $b = 4$ $d = n\log n$ Master teoremde 1. durumu sağlıyor, yani; $d > \log_b^a$

$n\log n > \log_4^3$

$\Theta(n\log n)$

3) $x_3(n) = 3x_3\left(\frac{n}{3}\right) + \frac{n}{2}$ 2. durum

$a = 3$ $b = 3$ $d = \log_n^n$ $\log_n^n = \log_3^3$ $\Theta(n\log n)$

4) $x_4(n) = 6x_4\left(\frac{n}{3}\right) + n^2\log n$ 3. durum

$a = 6$ $b = 3$ $d = \log_n(n^2\log n)$ $\Theta(n^2\log n)$

5) $x_5(n) = 4x_5\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{\log n}$ 3. durum

$a = 4$ $b = 2$ $d = \frac{n}{\log n} \Rightarrow 1 - \log_n \log n$ $\log_2 2^2 > 1 - \log_n \log n$

$\Theta(n^{\log_2 2^2}) \Rightarrow \Theta(n^2)$

6) $x_6(n) = 2^n x_6\left(\frac{n}{2}\right) + n^n$

$a = 2^n$ $b = 2$ $d = n^n$ a tam sayı olmadığı için master teorem uygulanamaz

3)

a)

$n=1$	$1 = 1$	$a_1 = 1$ initial
$n=2$	$1 + 2\times 2 - 1 = 4$	$a_2 = a_1 + 2\times 2 - 1$
$n=3$	$4 + 2\times 3 - 1 = 9$	$a_3 = a_2 + 2\times 3 - 1$
$n=4$	$9 + 2\times 4 - 1 = 16$	

General: $a_n = a_{n-1} + 2\times n - 1 \quad n > 1 \qquad O(n^2)$

n değeri kaç ise onun karesini hesaplayan recursive fonksiyon

b)

$a_1 \quad 0$

$a_2 \quad a_1 + 1$

$a_2 \quad a_2 + 1$

$a_n = a_{n-1} + 1 \quad n > 1, \ a_1 = 0$

$O(n)$

c)

$a_1 \quad 0$

$a_2 \quad a_1 + 2$

$a_3 \quad a_2 + 2$

$\vdots$

$a_n = a_{n-1} + 2, \ n > 1 \quad a_1 = 0$

$O(n)$

5)

b)

Algoritma olarak; öncelikle problemi iki parçaya ayırdım, liste boyutunun tek veya çift olmasına göre; eğer tek ise ortadaki elemanın çürük ceviz olup olmadığını kontrol edilmesi gerekiyordu ve sonrasında listenin sağ ve sol ağırlığına bakılarak hafif olan tarafa doğru kontrol edilmesi gerekiyor, eğer liste boyutu çift ise sadece sağ ve sol ağırlığa bakılarak liste parçalara ayrılarak küçülte küçülte çürük ceviz bulunuyor.

Best case: O(1), eğer listede 1 eleman varsa ilk kontrolde cevizi bulacak.

Wors case: Çürük cevizin en sonda veya en başta olma durumu. O(logn)

6)

a)

1) $T_1(n) = 3T_1(n-1)$, $T(1)=4$

$T_1(n) = 3^2 T_1(n-2)$

$T_1(n) = 3^4 T_1(n-4)$

General: $3^k T(n-k) = 4.3^{n-1}$

$n-k=1$

$k = n-1$

2) $T_2(n) = T_2(n-1)+n$, $T(0)=0$

$T_2(n) = T_2(n-2)+n+(n-1)$

$T_2(n) = T_2(n-2^2)+n+(n-1)+(n-2)$

General: $T(n-2^k) + \sum_{0}^{n} n-n$

$= \underbrace{T(0)}_{0} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$

$n-2^k=0$

$k = \log_2 n$

3) $T_3(n) = T_3(\frac{n}{2})+n$, $T(1)=0$

$T_3(n) = T_3(\frac{n}{4})+n+\frac{n}{2}$

$T_3(n) = T_3(\frac{n}{16})+n+\frac{n}{2}+\frac{n}{4}+\frac{n}{8}$

General: $\underbrace{T\left(\frac{n}{2^{k+1}}\right)}_{0} + n\sum_{a=1}^{k} 2^{1-a}$

$k = \log_2^{n+1}$

$= n.(2^{1-k}) = n.2^{1-\log_2^{n+1}}$

b)

1) $T_1(n) = 6T_1(n-1) - 9T_1(n-2)$, $T_1(0)=1$ $T_1(1)=6$

$= m^2 - 6m - 9 = 0$ $(m-3)^2$ $m=3$ wfl hot fik

$a_n = a.3^n + \beta.n.3^n$ → particular solution

$a_0 = 1$, $a_1 = 6$

$a_0 = a + 0 = 1$

$a_1 = 3a + 3\beta = 6$ $\beta = 1$

$a_n = \underset{\text{real solution}}{\underbrace{1.3^n + 1.n.3^n}}$

2) $T_2(n) = 5T_2(n-1) - 6T_2(n-2) + 7^n$

$m^2 - 5m + 6 = (m-2)(m+3) = 0$