基于图论的VLSI中最小斯坦纳树问题及其改进算法

陈秀华

(福建船政交通职业学院公共教学部,福建 福州 350007)

[摘要] 超大规模集成电路(VLSI)中,对于多端线网的最佳布线结果是构造最小直角斯坦纳树,该问题是典型的NP组合优化问题.利用图论中直角斯坦纳树的性质,在采用斯坦纳点编码方案寻找优化点位置的基础上,增加粒子趋同性判定及惯性权重系数调整策略,提出改进的粒子群优化算法,对一些实例模型进行了仿真测试,表明该算法的效果良好.

[关键词] 图论,VLSI,最小直角斯坦纳树

[中图分类号]O157.6 [文献标志码]A [文章编号]1672-1292(2015)04-0047-06

The Rectilinear Steiner Minimal Tree Problem in VLSI Based on Graph Theory and Its Improved Algorithm

Chen Xiuhua

(Department of Basic Courses, Fujian Chuanzheng Communications College, Fuzhou 350007, China)

Abstract: In the very large scale integration (VLSI) circuit, the creation of rectilinear Steiner minimal tree (RSMT) is the key to the routing of multi-end nets. RSMT problem is a classical NP-complete problem. We propose an optimization algorithm based on properties of rectilinear Steiner tree in graph theory. In this improved algorithm, Steiner coding approach is adopted to find optimized locations and to reduce the length of rectilinear Steiner tree. We also determine the consistency of particle and adjust the strategy for inertance weighting coefficient. Couples of simulation testing results on routing benchmarks show that the proposed algorithm is effective.

Key words: graph theory, very large scale integration (VLSI), rectilinear Steiner minimal tree

VLSI布线问题是找出一棵优化的斯坦纳(Steiner)树,树的总长最短,同时线网分配满足通道容量的限制等.对于多端线网,布线问题中连接树的目标就是构造一个最小直角斯坦纳树(Rectilinear Steiner Minimal Tree, RSMT),该问题是典型的NP优化问题[1].最短互连线总长度意味着最小电容和最小电阻,因此,最小直角Steiner树问题是电子设计自动化领域的基本问题.人们提出了许多智能算法[2-7],如模拟退火算法、遗传算法和蚁群算法等,表明智能优化算法在解决该类问题时具有较好的效果.

粒子群优化算法PSO(Particle Swarm Optimization)是一种基于种群搜索策略的新型智能优化算法.该算法简单、收敛速度快、易实现,已在函数优化、神经网络优化等领域有了较广泛的应用,是一种基于迭代的智能优化算法[8].文献[4]首先提出了一种用于解决VLSI布线问题的离散粒子群优化算法,通过设计适应度函数,引入遗传算法的变异和交叉算子,增加种群的多样性并适当地扩展粒子的寻优范围,能迅速有效地收敛.文献[9]提出使用PSO算法求解RSMT问题,通过引入遗传算法中的变异算子来改进PSO的求解性能.还有一些学者提出了惯性权重改进算法[10]、拓扑结构改进算法[11]等.本文在文献[12]用斯坦纳点编码方案寻找优化点的位置的基础上,增加粒子趋同性判定,通过惯性权重系数调整策略提出了一种改

收稿日期:2015-07-20.

基金项目:福建省教育厅科技项目(JA10284、JB07283)、福建省交通科技发展项目(201011).

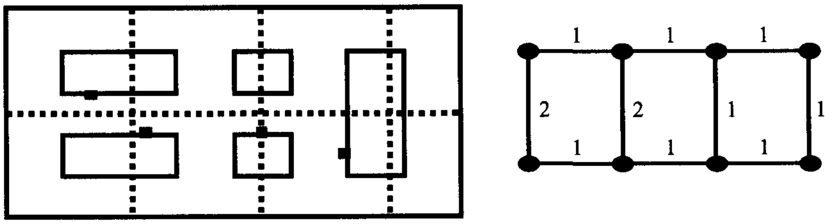
通讯联系人:陈秀华,副教授,研究方向:图论及其应用、组合优化理论与算法. E-mail:xhchen_fz@qq.com

进的粒子群算法(Improved Particle Swarm Optimization,IPSO),并对几组布线模型实例进行了仿真测试,结果表明该算法有效.

1　VLSI中最小直角斯坦纳树问题

1.1　问题的模型

VLSI布线是将各线网合理地分配到各布线区域中,布线区域又划分成一些单元,模块的引脚映射到这些单元(如图1所示). VLSI中多端线网布线问题是在最优化目标函数的条件下,为总体布线图中的每个线网寻找一棵斯坦纳最小树[13]. 斯坦纳最小树问题,是对于平面上已知的特定要求点(demand point)集合,通过添加一些斯坦纳点(Steiner points),将其连接起来,使得总连线长度最小,是组合优化的一个重要问题.



(a)　　(b)

图1　布线图模型

Fig.1　The routing graph model

定义1　给定一个无向图 $G(V,E)$,一个要连接的端点集合 $N(N\subseteq V)$,斯坦纳最小树(SMT)就是一棵通过 V 中的点连接 N 中所有点的生成树,以最小化边长总和为目标.

定义2　斯坦纳树中,若该斯坦纳树的每条边均为直角矩形边,则此斯坦纳树称为直角斯坦纳树(Rectilinear Steiner Tree,RST).

定义3　最小直角斯坦纳树(RSMT)两点间的距离是横轴距离和纵轴距离之和,即连线只有水平和垂直两种形式.

设 $P_1=(x_1,y_1)$, $P_2=(x_2,y_2)$ 是平面点集 P 中任意两点, P_1, P_2 间的距离可表示为:

$$\|P_1P_2\|=\left(|x_1-x_2|^d+|y_1-y_2|^d\right)^{\frac{1}{d}},\quad (d=1,2).$$

当 $d=2$ 时,结点间的距离即绝对值距离(Manhattan距离),此绝对值距离斯坦纳最小树即为RSMT.

在集成电路的布线问题中,多端线网的最佳连接就是构造最小直角斯坦纳树.

1.2　最小直角斯坦纳树的相关性质

最小直角斯坦纳树有关的理论很多,在此只列出与PSO算法编码中相关的性质.

性质1　设RSMT有 n 个端点,则其斯坦纳节点个数 $\leqslant n-2$.

性质2　RSMT中任意节点 s 的关联边 $\geqslant 3$,最大为4.

性质3(Hanan定理)　任意一棵最小直角斯坦纳树 T 的斯坦纳点均在经过 T 的水平线和竖直线的交点(Hanna网格)上,如图2所示[14].

性质4　若分别用 L_s 和 L_m 表示最小直角斯坦纳树的长度和最小生成树的长度,则 $\frac{L_m}{L_s}\leqslant\frac{3}{2}$[13].

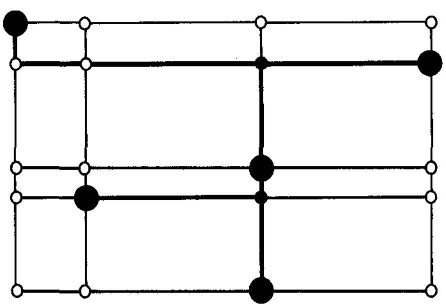


图2　Hanan网格与RSMT

Fig.2　Hanan grid and rectilinear Steiner minimal tree

求一个端点集合 N 的RSMT,可以通过问题所给定的各个待布线端点,各自分别引一条水平线和竖直线,由这些线的交叉点形成Hanan点集合[14]. 从Hanan点集合中按一定规则选取部分点作为斯坦纳点用集合 S 表示,再求 $N\cup S$ 构成的最小直角斯坦纳树[15],如图2所示. 由于求RSMT有 V 个端点,E 条边,时间复杂度为 $O(E+V\lg V)$,RSMT问题已经被证明是NP完全问题,因此启发式算法和智能优化算法便成为解决这类问题的热门方法[16].

2 改进的优化算法(IPSO)

2.1 粒子群优化算法

粒子群优化算法是基于“种群”和“进化”,同遗传算法类似,是一种基于迭代的优化算法[17].在求解过程中,将群体中的每个粒子个体抽象为搜索空间中没有质量和体积的粒子(particle),粒子的每个位置都是一个解,每个粒子以一定的速度在解空间中飞行,各粒子通过两个“极值”更新自己[18],即粒子自身当前的个体最优解X_{pbest}和群体当前全局最优解X_{gbest},并依据这些信息来动态调整自身的速度和位置.在每次迭代中,粒子i的第j维根据式(1)和式(2)更新速度和位置:

$$v_{ij}^{t+1}=wv_{ij}^{t}+c_1r_1(X_{pbest}{}_{ij}^{t}-x_{ij}^{t})+c_2r_2(X_{gbest}{}_{ij}^{t}-x_{ij}^{t}) , \tag{1}$$

$$x_{ij}^{t+1}=x_{ij}^{t}+v_{ij}^{t} . \tag{2}$$

式中,w为惯性系数;c_1、c_2为学习因子;r_1、r_2为介于$[0,1]$之间的随机数;x_{ij}^t为t时刻粒子i的第j维分量值;v_{ij}^t为t时刻粒子i的第j维速度分量值.

2.2 IPSO算法思想

本文在文献[12]采用斯坦纳点编码方案寻找优化点的位置的基础上,增加了粒子趋同性判定及惯性权重系数调整策略,提出了改进的IPSO粒子群优化算法求解VLSI中最小直角斯坦纳树问题.

首先,根据性质1,若输入n个端点,则RSMT的s点最多有n-2个.因此粒子位置编码是由n-2个s点的坐标位置构成:$X=(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_i,\ldots,x_{n-2})$,其中第$i$维数据$x_i$表示这个$s$点在平面上的坐标.同时定义num,表示可以加入的有效s点的数量.与粒子位置的数据结构一样,速度$\boldsymbol{v}$也是由n-2个二维向量组成.

随着惯性系数w的减小,粒子在趋于一致的同时,极易陷入局部最优无法跳出[20].本文通过增加粒子趋同性判定,再根据粒子变异程度对惯性权重系数作出相应调整,使得全局寻优能力更加稳定,同时也加快算法的收敛速度.

2.3 适应度函数

本文采用以最小生成树算法为基础的适应度函数,判断种群更新进化过程中粒子所在位置的优劣,通过位置与速度的加法运算实现了粒子位置变换.

定义4 斯坦纳树的长度为所有边长度之和,即$L(T)=\sum_{e\in T}l(e_i)$,$l(e_i)$为边e_i的长度.斯坦纳树的长度也称为费用.

定义5 粒子适应度函数定义如下:

$$\text{fitness}(X)=L-\sum_{e}l(e),\quad e\in \text{RMST}(N\cup S_1) . \tag{3}$$

式中,N是最小斯坦纳树问题的端点集合,L是N用最小生成树kruskal算法确定的最小生成树长度,$l(e)$是边e的直线距离.由式(2)可以观察到新的位置的某些s点可能不会落在Hanan网格上,因此在求适应度时,用距离这些点最近的Hanan点表示它,即S_1为X中离任一有效s点最近的Hanan网格上点的集合.

2.4 粒子趋同性判定

粒子的趋同性判定直接影响目标函数最优解的确定.为避免初始粒子分布位置过于集中,每个粒子随机选取一个Hanan点.初始化时,第i个粒子s点数$\text{num}_i=\text{rand}(1,n-2)$,随后的迭代过程中,粒子$i$的$s$点数$\text{num}_i=\max(\text{num}_i,p\text{bestnum},g\text{bestnum})$(其中$p$bestnum为$s$个体最优解,$g$bestnum为$s$全局最优解).通过动态提高$s$点数量,能有效增加收敛速度.同时,利用粒子分布位置的相似情况来判断粒子的趋同性,即通过粒子分布的方差进行判定粒子是否一致:

$$\sigma^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x}_i)^2,\quad (i=1,2,\cdots,n,\sigma>0) . \tag{4}$$

式中,n为粒子的数量;σ为粒子分布的方差,当σ小于一定阈值时,粒子趋于一致性.

2.5 惯性权重系数调整策略

通过对PSO算法的研究发现,式(1)中惯性系数w的确定对算法性能和效率具有至关重要的作用[21].若w较大则全局寻优较好,搜索速度快,但收敛精度较低;若w较小则局部搜索能力较强,收敛精度高[20].经

实验表明,文献[12]中算法采用w线性递减的方法,简单、直观,在寻优过程也有较好的表现,但未能完全协调全局和局部搜索能力.本文通过采用根据粒子扰动变异大小来调整惯性系数的策略,以提高粒子的多样性,避免粒子陷入局部寻优,提高全局搜索能力,加快算法的收敛速度.其惯性系数公式可表达如下:

$$w(\sigma)=\frac{1}{1+\frac{10}{\sigma}e^{-\sigma^2}}\quad(\sigma>0),\qquad(5)$$

式中,σ为粒子趋同性判定公式(4)中粒子分布的方差.

2.6 算法流程图

图3给出了本文求解VLSI中最小直角斯坦纳树布线问题的IPSO算法流程图.首先,IPSO算法依据读入的数据集生成Hanan点,并初始化粒子种群;然后,不断更新粒子并记录全局最优解和个体最优解,直至满足终止条件.

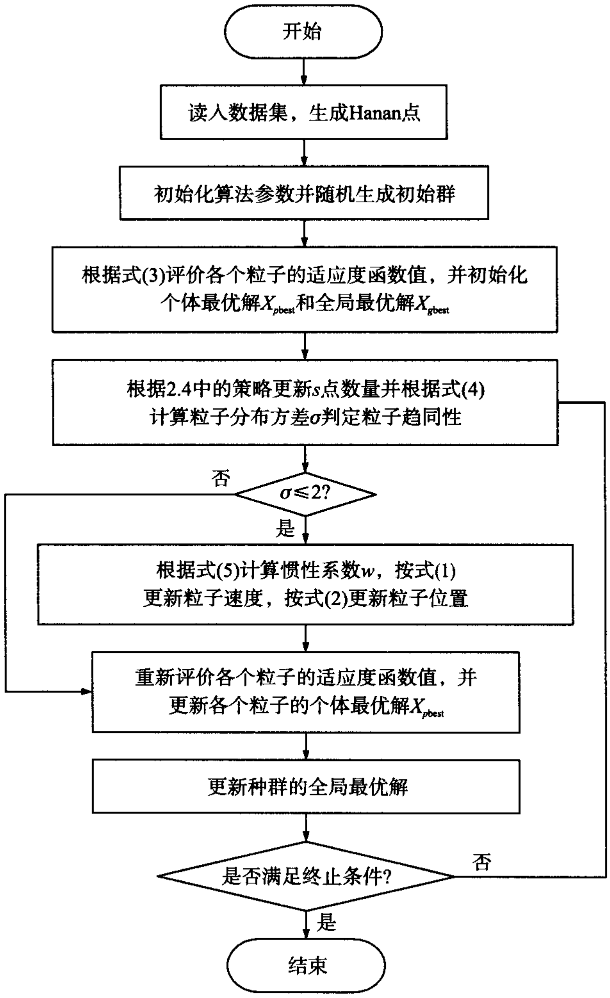


图3　IPSO算法流程图

Fig.3　Flowchart of IPSO algorithm

3　实验结果与分析

表1、表2及图4、图5是采用本文IPSO算法与经典遗传算法[19]以及文献[12]PSO算法的求解结果,并对运行时间进行了比较,每个输入端点的横纵坐标取0~10 000上的随机数.3种算法均用Microsoft Visual C++编程实现,在Windows XP平台上运行通过,可以看到本文IPSO算法的运行结果要比经典遗传算法[19]和文献[12]PSO算法好,速度也更快.

(1)由图4可知,RSMT长度上,IPSO算法在输入端点数为12和15时,得到的结果与经典遗传算法[19]及文献[12]PSO算法相同;但当输入端点数为18和20时,均比经典遗传算法和文献[12]PSO算法得到了明显的优化,比经典遗传算法分别减少了1.74%和5.28%,比文献[12]算法分别减少了0.87%和2.90%.

(2)由图5可知,运行时间上,对于表2的所有实例,IPSO算法相较于经典遗传算法[19]及文献[12]PSO算法均有明显缩短,相对于经典遗传算法,运行时间缩短量均超过了50%,分别为73.3%、57.9%、56.6%、69.3%;相对于文献[12]算法,运行时间缩短量分别为9.9%、27.9%、28.6%、39.7%.

遗传算法求解RSMT问题与PSO算法有着类似的步骤.PSO算法模拟群体模型中信息共享机制,因为粒子的运动及时更新当前最优解,同时惯性系数可以调整其搜索能力,防止早熟.因此,在搜索过程中通过较小规模种群就可收敛到最优解[22].本文IPSO算法的优化性能较好,能有效提高算法全局搜索能力,加快算法的收敛速度,从而获得较好的布局结果,缩短了运行时间.

表1　本文IPSO算法与经典遗传算法及PSO算法的结果比较

Table 1　Result comparison among IPSO algorithm in this paper, GA algorithm and PSO algorithm

输入端点数	RSMT长度		
	GA算法	PSO算法	IPSO算法
12	23 598	23 598	23 598
15	30 367	30 367	30 367
18	32 741	32 452	32 169
20	35 130	34 267	33 276

表2　本文IPSO算法与经典遗传算法及PSO算法运行时间的比较

Table 2　The comparison on running time among IPSO algorithm in this paper, GA algorithm and PSO algorithm

输入端点数	运行时间		
	GA算法	PSO算法	IPSO算法
12	648	192	173
15	1 156	675	487
18	2 060	1 253	895
20	5 625	2 863	1 726

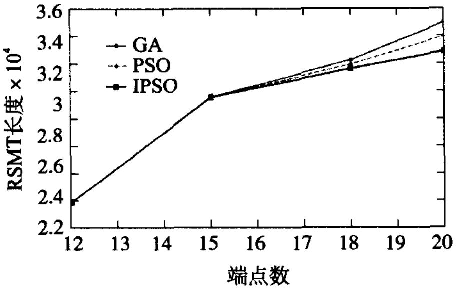


图4 3种算法结果比较

Fig.4 Result comparison among three algorithms

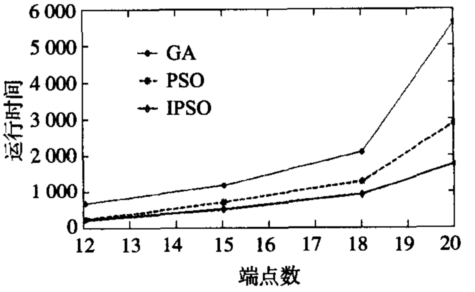


图5 3种算法运行时间比较

Fig.5 The comparison on running time among three algorithms

4 结语

本文针对粒子群算法收敛慢和易陷入局部最优的问题,在深入分析图论中最小直角斯坦纳树的有关理论的基础上,提出了一种基于粒子群优化的改进IPSO算法.在采用斯坦纳点编码方案寻找优化的点位置的基础上,增加粒子趋同性判定及惯性权重系数调整策略,加快了收敛速度,提高了算法全局搜索能力.对几组模型实例进行了仿真实验,实验结果表明了该算法的有效性.

[参考文献](References)

[1] FRANK K HWANG,DANA S,RICHARDS P W. The Steiner tree problem[M]. Netherlands:North-Holland,1992.

[2] 金慧敏,马良,王周缅,等.欧氏Steiner最小树问题的智能优化算法[J].计算机工程,2006,32(10):201-203.
JIN H M,MA L,WANG Z M,et al. Intelligent optimization algorithms for euclidean Steiner minimum tree problem[J]. Computer Engineering,2006,32(10):201-203.(in Chinese)

[3] 杨文国,郭田德.求解最小Steiner树的蚁群优化算法及其收敛性[J].应用数学学报,2006,29(2):352-361.
YANG W G,GUO T D. An ant colony optimization algorithm for the minimum Steiner tree problem and its convergence proof[J]. Acta mathematicae applicatae sinica,2006,29(2):352-361.(in Chinese)

[4] 刘耿耿,王小溪,陈国龙,等.求解VLSI布线问题的离散粒子群优化算法[J].计算机科学,2010,37(10):197-201.
LIU G G,WANG X X,CHEN G L,et al. Discrete particle swarm optimization algorithm for the routing of VLSI circuit[J]. Computer science,2010,37(10):197-201.(in Chinese)

[5] ZHANG Y H,CHU C. GDRouter:Interleaved global routing and detailed routing for ultimate routability[C]//Design Automation Conference(DAC),2012 49th ACM/EDAC/IEEE. San Francisco:IEEE Press,2012:597-602.

[6] HUANG T W,HO T Y. A two-stage ILP-based droplet routing algorithm for pin-constrained digital microfluidic biochips[J]. IEEE transactions on computer-aided design of integrated circuits and systems,2011,30(2):215-228.

[7] ZHANG Y,CHU C. Regular route:an efficient detailed router with regular routing patterns[C]//International Symp on Physical Design,March 27-30,2011. California,2011:146-151.

[8] CLERC M,KENNEDY J. The particle swarm-explosion,stability and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE transactions on evolutionary computation,2002,6(1):58-73.

[9] KHAN A,LAHA S,SARKAR S K. A novel particle swarm optimization approach for VLSI routing[C]//Advance Computing Conference(IACC),2013 IEEE 3rd International. Ghaziabad:IEEE Press,2013:258-262.

[10] 姜长元,赵曙光,沈士根,等.惯性权重正弦的粒子群算法[J].计算机工程与应用,2012,48(8):40-42.
JIANG C Y,ZHAO S G,SHEN S G,et al. Particle swarm optimization algorithm with sinusoidal changing inertia weight[J]. Computer engineering and applications,2012,48(8):40-42.(in Chinese)

[11] KENNEDY J S. Improving particle swarm performance with cluster analysis[C]//Proceedings of the Congress on Evolutionary Computing. Piscatawat,NJ,2000:1 507-1 512.

[12] 陈秀华,朱自然.一种求解RSMT布线问题的PSO算法[J].闽江学院学报,2014,35(5):39-44.
CHEN X H,ZHU Z R. A PSO algorithm for RSMT routing problem[J]. Journal of Minjiang university,2014,35(5):39-44.(in Chinese)

[13] 徐宁,洪先龙.超大规模集成电路物理设计理论与算法[M].北京:清华大学出版社,2009:167-177.
XU N,HONG X L. Physics design theory and algorithm for VLSI[M]. Beijing:Tsinghua University Press,2009:167-177.(in Chinese)

[14] HANAN M. On steiner's problem with rectilinear distance[J]. SIAM journal of applied mathematics, 1996, 14(2): 255-265.

[15] HUANG T, LI L, YOUNG E F. On the construction of optimal obstacle-avoiding rectilinear Steiner minimum trees[J]. IEEE transactions on computer-aided design of integrated circuits and systems, 2011, 30(5): 718-731.

[16] 郑莹,王建新,陈建二. Steiner Tree问题的研究进展[J]. 计算机科学,2011,38(10):17-22.
ZHENG Y, WANG J X, CHEN J E. Survey of Steiner Tree problem[J]. Computer science, 2011, 38(10): 17-22.(in Chinese)

[17] 张烈平,张云生,杨桂华. 基于粒子群算法的流程工业生产调度研究[J]. 计算机工程与应用,2012,48(6):225-228.
ZHANG L P, ZHANG Y S, YANG G H. Research on production scheduling problems in process industry based on particle swarm optimization algorithm[J]. Computer engineering and applications, 2012, 48(6): 225-228.(in Chinese)

[18] 柳寅,马良,黄钰. 模糊粒子群算法构造Steiner最优树问题研究[J]. 计算机工程与应用,2014,50(14):54-57.
LIU Y, MA L, HUANG Y. Studies on construction of Steiner minimum tree problem based on fuzzy particle swarm optimization[J]. Computer engineering and applications, 2014, 50(14): 54-57.(in Chinese)

[19] GRIFFITH J. Closing the gap: near-optimal Steiner trees in polynomial time[J]. IEEE Trans on CAD, 1994, 13(11): 1 351-1 365.

[20] 邢焕革,卫一熳. 跟随变异粒子扰动变化的惯性权重PSO算法[J]. 四川兵工学报,2015,36(1):106-110.
XING H G, WEI Y M. Inertia weight particle swarm optimization algorithm with mutation particle disturbance changes[J]. Journal of Sichuan ordnance, 2015, 36(1): 106-110.(in Chinese)

[21] 邵洪涛,秦亮曦,何莹. 带变异算子的非线性惯性权重PSO算法[J]. 计算机技术与发展,2012,22(8):30-34.
SHAO H T, QIN L X, HE Y. A nonlinear inertia weight particle swarm optimization algorithm with mutation operator[J]. Computer technology and development, 2012, 22(8): 30-34.(in Chinese)

[22] 史哲文,白雪石,郭禾,等. 基于改进小生境粒子群算法的多模函数优化[J]. 计算机应用研究,2012,29(2):465-468.
SHI Z W, BAI X S, GUO H, et al. Multimodal function optimization based on modified niching particle swarm optimization[J]. Application research of computers, 2012, 29(2): 465-468.(in Chinese)

[责任编辑:严海琳]