TEMA 1. CAMPO ELECTRICO

1.1. Un electrón y un protón se encuentran a una distancia $4 \cdot 10^{-10}$ m. Calcula a) La fuerza eléctrica de atracción entre ambas partículas, b) la fuerza gravitatoria entre ellas y c) la relación entre la fuerza eléctrica y la fuerza gravitatoria.
(Masa protón = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; masa electrón = $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)
SOLUCION: a) $\mathrm{F_e} = 1{,}44 \cdot\ 10^{-9}\ \mathrm{N}$ b) $\mathrm{F_g} = 6{,}33\ 10^{-49}\ \mathrm{N}$ c) $\eta = 2{,}77\ 10^{39}$

1.2. Tres cargas puntuales están en el eje x. q_1 = - 6,0 μC está en x = - 3,0 m; q_2 = 4,0 μC está en el origen y q_3 = - 6,0 μC está en x = 3,0 m. Halla la fuerza ejercida sobre q_1.
SOLUCIÓN: $\vec{F}$ = 0,015 $\vec{i}$ N

1.3. Una carga de 5 μC se encuentra sobre el eje y, en y = 3 cm y una segunda carga de - 5,0 μC está sobre el eje y en y = - 3 cm. Determina la fuerza ejercida sobre una carga de 2 μC situada en el eje x en x = 8 cm.
SOLUCIÓN: : $\vec{F}$ = - 8,66 $\vec{j}$ N

1.4. En los vértices A, B y C del triángulo equilátero de la figura se encuentran las cargas +q, +q y -2q respectivamente. Hallar la fuerza ejercida por dichas cargas sobre una carga +q que se coloque en el centro del triángulo.

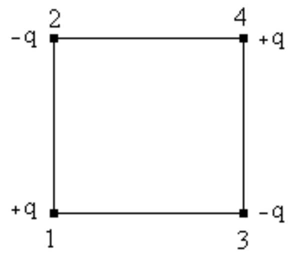
SOLUCION: $\vec{F} = 9\,k\,\frac{q^2}{d^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} - \frac{1}{2}\vec{\jmath}\right) N$

1.5. Una carga puntual q_1 = + 8 nC está situada en el origen y una segunda carga q_2 = + 12,0 nC en x = 4,0 m. Determina el campo eléctrico en y = 3 m.
SOLUCIÓN: :$|\vec{E}|$ = - 11,14 N/C ; θ = 108º

1.6. Tres cargas puntuales idénticas de + 3 μC se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero de 0,5 m de lado:
a) ¿cuál es el campo resultante en el centro del cuadrado?
b) ¿Qué ocurriría si la carga del vértice superior fuese negativa?
c) c) Cual es la fuerza que actúa sobre la carga superior en el caso original?

1.7. Dos cargas puntuales situadas en el eje de coordenadas X, de valores q y -2q, están separadas por una distancia x_o. Calcular el campo eléctrico en un punto P situado en el eje de coordenadas Y sobre la vertical de la carga q a una distancia h de la misma. Y a que distancia deben situarse las cargas para que la componente del campo eléctrico hallado anteriormente en la dirección del eje Y sea cero.
SOLUCION: $\mathbf{E}_\mathrm{p} = \mathrm{K}\frac{\mathrm{q}}{\left(\mathrm{x_o^2+h^2}\right)^{3/2}}\left(2\mathrm{x_o}\mathbf{i} + \frac{\left(\mathrm{x_o^2+h^2}\right)^{3/2} - 2\mathrm{h^3}}{\mathrm{h^2}}\mathbf{j}\right)$; $\mathrm{x_o} = 0{,}77\ \mathrm{h}$

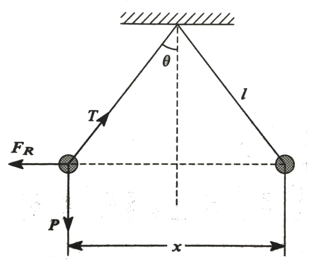
1.8. Cuatro cargas del mismo valor están dispuestas en los vértices de un cuadrado de lado L. a) Hallar el valor y dirección de la fuerza ejercida sobre la carga situada en el vértice inferior izquierdo por las otras cargas. b) Demostrar que el campo eléctrico debido a las cuatro cargas en el punto medio de uno de los lados del cuadrado está dirigido a lo largo de dicho lado hacia la carga negativa y que su valor es $E = 8K\frac{q}{L^2}\left(1-\frac{\sqrt{5}}{25}\right)$



SOLUCION: a) $F = 0.914\ K\ \frac{q^2}{L^2}\ N$ y dirigido hacia el centro del cuadrado.

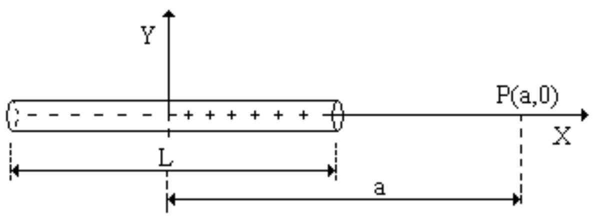
1.9. Dos cargas puntuales de 10 g de masa y cargadas positivamente con la misma carga, se encuentran en los extremos de dos hilos de seda de longitud 1 m suspendidas del mismo punto. Si el ángulo que forma cada hilo con la vertical es de 30º en la posición de equilibrio. a) Calcular el valor de la tensión de los hilos en la posición de equilibrio. b) Carga de cada esfera. c) Si desaparece alguna de las cargas, calcular la velocidad de la otra al pasar por la vertical. d) Si se desea que al desaparecer una carga la otra permanezca en la misma posición de equilibrio del apartado a), calcular el campo eléctrico que es necesario aplicar.
SOLUCION: a) $T = 0.113\ N$ b) $q = 2.5\ 10^{-6}\ C$ c) $v = 1.62\ m/s$ d) $E = 2.25\ 10^{4}\ N/C$

1.10. a) Calcular la distancia x del equilibrio de las dos esferas de la figura, de masa m, con carga q C, si se supone el ángulo θ muy pequeño, y que los hilos que lo sujetan no tienen masa,
b) Suponiendo que las esferas pierden carga a razón de k ($C\cdot s^{-1}$), con qué velocidad relativa se acerca una a la otra.



SOLUCIÓN: a) $x = \left(\frac{q^2\cdot l}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot m\cdot g}\right)^{\frac{1}{3}}$; b) $v = \frac{2}{3}k\ \left(\frac{l}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot q\cdot m\cdot g}\right)^{\frac{1}{3}}$ ms^{-1}

1.11. Tenemos una varilla de longitud L, cargada con una densidad lineal de carga λ constante. En la figura se puede ver que media varilla está cargada positivamente (con carga +q) y la otra negativamente (con carga –q), de tal modo que la varilla es neutra. Si el campo eléctrico en el punto P vales 100N/C, calcula q, cuando L = 10 cm y a = 3 m.



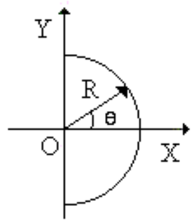
Nota: $\left(\int\frac{dx}{(a+bx)^2} = -\frac{1}{b(a+bx)}\right)$

SOLUCION: q = 3μC

1.12. Un anillo de radio a tiene una carga Q distribuida uniformemente. Si λ es la densidad de carga lineal, determina una expresión para el campo creado a lo largo del eje del anillo a una distancia x del centro y analiza el resultado cuando x=0 y cuando x>>a.
SOLUCIÓN: $E = \frac{kQx}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$; E=0; $E = \frac{KQ}{X^2}$

1.13. Calcula el campo en el eje de un disco considerando el disco como un conjunto de anillos concéntricos uniformemente cargados.
SOLUCIÓN: $E = -2kx\pi b\left[\frac{1}{\sqrt{b^2+x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2}}\right]$

1.14. Sobre la semicircunferencia indicada en la figura se distribuye una densidad de carga lineal $\lambda = 2\cos\theta$. Calcular: a) La carga total sobre la semicircunferencia. b) El campo eléctrico en el punto O. c) ¿En qué punto del eje X debe situarse la carga calculada en a), para que el campo en O sea el mismo que el obtenido en el apartado b)?



DATO: $\int cos^2x \ dx = \frac{\frac{sen\ 2x}{2}-x}{2}$

SOLUCION: a) 4R b) **E** = $-\frac{K\pi}{R}\ \mathbf{i}$ c) x = $\frac{2}{\sqrt{\pi}}R$

1.15. Una corona circular limitada por dos círculos concéntricos de radios respectivos a y R siendo (a<R). Sobre la corona se distribuye uniformemente en su superficie una carga eléctrica positiva de densidad superficial σ. Calcular el campo eléctrico creado por esta distribución de carga en un punto P del eje perpendicular al plano de la corona pasando por su centro, siendo z la distancia entre el centro y el punto P.

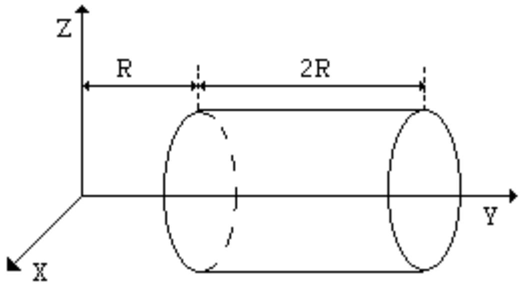
DATO: $\int \frac{X}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}dx = -\frac{1}{\sqrt{X^2+a^2}}$

SOLUCION: $\mathbf{E}_p = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_o}\left(\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)\mathbf{k}$

1.16. Un plano infinito que está en z = 0,00m tiene una densidad superficial de carga σ = + 4,5 nC/m^2 y otro de densidad σ = - 4,5 nC/m^2 en z = 2,00m. Determina el campo eléctrico en a) x = 180 m y en b) x = 5 m
SOLUCIÓN: E = 508 N/C; E = 0.

1.17. Un cilindro macizo muy largo, está cargado uniformemente con una densidad de carga ρ. Si el radio del cilindro es R, calcular el campo eléctrico para un punto del exterior del cilindro y para un punto del interior del cilindro.
SOLUCION: $E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_o r}$ radial y saliente $E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_o}$ radial y saliente

1.18. El cilindro de la figura, de radio R, se encuentra inmerso en un campo electrostático dado por $\mathbf{E} = -\frac{1+y}{R^2}\mathbf{j}$. Hallar: a) Flujo de **E** a través del cilindro. b) Carga en su interior, así como la densidad de carga.



SOLUCION:

a) $\phi = -2\pi\, \text{R Nm}^2/\text{C}$

b) $q = -\frac{R}{18} 10^{-9}$ C $\quad \rho = -\frac{\varepsilon_o}{R^2}$ C/m^3

1.19. Supongamos tres esferas de radio R, igual carga Q, pero con distintas distribuciones de carga, una con la carga distribuida en todo su volumen uniformemente, otra con la carga distribuida por la superficie uniformemente y la tercera con una densidad volumétrica de carga $\rho = \rho_0 \frac{r}{R}$ Comparar el campo eléctrico en $r = 2R$ y en $r = R/2$

SOLUCION:

$$\text{a) } E_1 = E_2 = E_3 = 2.25\ 10^9 \frac{Q}{R^2}\ ; \quad \text{b) } E_1 = 4.51\ 10^9 \frac{Q}{R^2};\ E_2 = 0\ ;\ E_3 = 2.25\ 10^9 \frac{Q}{R^2}$$

1.20. Una corona esférica de radio interior a y exterior b, está cargada eléctricamente con una densidad de carga $\rho = Ar$ siendo r la distancia de un punto al centro de la corona. Hallar el campo eléctrico para los siguientes casos a) r<a b) a<r<b c) r>b.

SOLUCION:

$$\text{a) } 0\ ;\ \text{b) } E = \frac{A}{4\varepsilon_o}\left(r^2 - \frac{a^4}{r^2}\right) \text{ radial y saliente ; c) } E = \frac{A}{4\varepsilon_o}\frac{b^4 - a^4}{r^2} \text{ radial y saliente}$$