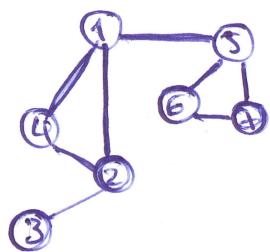


Feb.12

PREDA - Sem 1 MaH

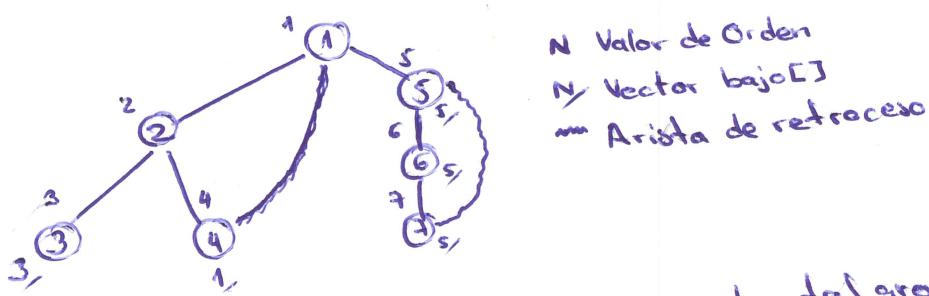
①



Aplicación del algoritmo de cálculo de los ptes de articulación (y de su árbol de recubrimiento asociado) da el vector bajo[]

- a) [1, 1, 3, 1, 5, 5, 5]
- b) [1, 2, 3, 4, 1, 6, 7]
- c) [1, 3, 3, 1, 1, 3, 3]
- d) Ninguno

se realiza un recorrido en profundidad por el orden de los índices d^e c/u nodos, queda:



Realizamos entonces el recorrido del grafo empezando por el nodo más a la izquierda, el nodo 3.

Se toma en cuenta el nº orden de dicho nodo, el nº orden de orden de cualquiera de sus aristas de retroceso, y el valor del vector bajo[v]

El valor para $\text{bajo}[v]$ para el nodo 3 es el valor comprendido entre su nº de orden (3), el nº orden de cualquier arista de retroceso entre su nº de orden (3), el nº orden de cualquier arista de retroceso que tenga (este caso no tiene) y el valor de $\text{bajo}[v]$ para alguno de sus hijos, por lo que el valor de $\text{bajo}[v]$ para el nodo 3 es 3.

Para el nodo 4 cuyo valor de $\text{bajo}[v]$ es el valor entre su número de orden (4) y el nº orden de su arista de retroceso (4) y el valor de $\text{bajo}[v]$ de sus hijos (que no tiene) por lo que $\text{bajo}[v]$ para el nodo 4 es 1.

$\text{bajo}[2] \left\{ \begin{array}{l} \text{nº orden: } 2 \\ \text{bajo}[v] \text{ aristas retroceso: } 0 \\ \text{bajo}[v] \text{ nodos hijos: } 3 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{menor valor es 1} \\ \text{mayor valor es 3} \end{array} \right.$

$\text{bajo}[5] \left\{ \begin{array}{l} \text{nº orden: } 5 \\ \text{bajo}[v] \text{ arist. retroc: } 0 \\ \text{bajo}[v] \text{ nodos hijos: } 5 + 5 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{menor valor es 5} \\ \text{mayor valor es 10} \end{array} \right.$

$\text{bajo}[6] \left\{ \begin{array}{l} \text{nº orden: } 6 \\ \text{bajo}[v] \text{ arist. retroc: } 0 \\ \text{bajo}[v] \text{ nodos hijos: } 5 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{menor valor es 5} \\ \text{mayor valor es 10} \end{array} \right.$

$\text{bajo}[7] \left\{ \begin{array}{l} \text{nº orden: } 7 \\ \text{bajo aristas retroc: } 5 \\ \text{bajo[v] nodos hijos: } 5 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{menor valor es 5} \\ \text{mayor valor es 10} \end{array} \right.$

① 2^a parte.

Este grafo posee 3 plos articulacion (PDA)

los PDA o Vertices de Corte (VDC) son un vertice de un grafo, tal que si se elimina del grafo, se produce un incremento en el n.º de componentes conexos.

los PDA que hay en este grafo son 1,2,5. Calculamos el valor del vector bajo comenzando en el primer PDA y por numero de orden:

Nodo	1	2	3	4	5	6	7
bajo[3]	1	1	3	1	5	5	5

[Resposta: A]

② Prob. mochila versión: objetos no fraccionados, solucionado con programación dinámica

5 objetos con pesos: 1,3,4,5 y 7 y beneficios: 2,5,10,14 y 15

Volumen maximo = 8

Tabla de resultados parciales en la fila correspondiente al objeto del peso 5, si dichos objetos se consideran en orden creciente de pesos.

aj	0	2	2	5	10	12	12	15	15
bj	0	2	2	5	10	14	16	16	19
cj	0	2	2	5	10	12	14	16	19
dj	Ninguna								

→

Lo que se pretende es maximizar el beneficio. Al ser objetos no fraccionables, podemos hacer el cálculo mediante dos algoritmos distintos pero nos dice que con prog. dinámica.

PROBLEMA DE → Obj. fraccionables → Algoritmos Voraces (Alg. de optimización)

LA MOCHILA

→ Obj. no fraccionables → Prog. Dinámica (mejor corte espacial O(nC))

↳ Ranificación y Poda (mayor coste Exponencial)

Valor maximo entre:

- Valor fila anterior en la misma columna

- Beneficio del volumen + X

X = fila anterior, Columna Y

Y = Capacidad - Volumen

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	0	2	2	5	7	7	7	7	7	2
3	0	2	2	5	7	7	7	7	7	5
4	0	2	2	5	10	12	12	15	15	10
5	0	2	2	5	10	14	14	16	16	14
6	0	2	2	5	10	14	16	16	19	14
7	0	2	2	5	10	14	16	16	19	15
8	0	2	2	5	10	14	16	16	19	2

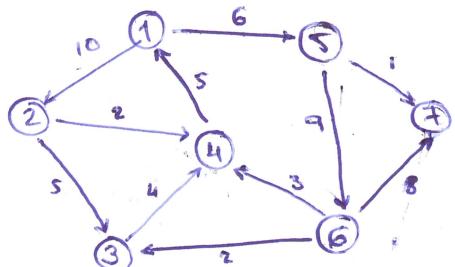
Resposta: B

[feb 12]

PIZEDA

señor + wawa

- ③ Grafo dirigido. Detalle el valor del vector distancias especial[] en el paso del algoritmo de Dijkstra en el nodo $v=7$ tomando como origen el nodo 1



a) [10, 15, 12, 6, 15, 7]

b) [10, ∞ , ∞ , 6, 15, 7]c) [10, ∞ , ∞ , 6, ∞ , ∞]

d) Niuguna

R =
Respostas

Nodos que han salido.	Nodos que no han salido	Vector Distancia especial[]	Predecesores
1	2, 3, 4, 5, 6, 7	10 3 4 5 6 7 ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞	2 3 4 5 6 7 1 1 1 1 1 1
1, 5	2, 3, 4, 6, 7	10 ∞ ∞ 6 15 7 ∞ ∞ ∞ 6 15 7	1 1 1 1 1 5 5
1, 5, 7	2, 3, 4, 6	10 ∞ ∞ 6 15 7 ∞ ∞ ∞ 6 15 7	1 1 1 1 1 5 5
1, 5, 7, 2	3, 4, 6	10 15 12 6 15 7 10 15 12 6 15 7	1 2 2 1 5 5
1, 5, 7, 2, 4	3, 6	10 15 12 6 15 7 10 15 12 6 15 7	1 2 2 1 5 5
1, 5, 7, 2, 4, 3	6	10 15 12 6 15 7 10 15 12 6 15 7	1 2 2 1 5 5
1, 5, 7, 2, 4, 3, 6		10 15 12 6 15 7 10 15 12 6 15 7	1 2 2 1 5 5

- ④ Prob. mochila con objetos fraccionables. Tenemos

 $n = 8$ objetospesos $\Rightarrow W = 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$ beneficios $\Rightarrow V = 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3$ ¿Beneficio óptimo suponiendo que la capacidad de la mochila es $H=9?$

a) 12 b) 15 c) 16'5 d) Niuguna

Resolvemos con un alg. voraz. La fórmula a aplicar sería:

$$\text{Beneficio} = \frac{V_i}{W_i}$$

Peso (w_i)	Beneficio (v_i)	v_i/w_i
8	10	$10/8 = 1.25$
7	9	$9/7 = 1.286$
6	8	$8/6 = 4/3 = 1.3$
5	7	$7/5 = 1.4$
4	6	$6/4 = 3/2 = 1.5$
3	5	$5/3 = 1.6$
2	4	$4/2 = 2$
1	3	$3/1 = 3$

Se hace la sumatoria de mayor a menor beneficio obtenido

$$\sum v = 3 + 4 + 5 + \left(\frac{3}{4} \cdot 6\right) = 16.5$$

$$\sum w = 1 + 2 + 3 + \left(\frac{3}{4} \cdot 4\right) = 9$$

Respuesta: C

Parte 3

⑤ Vector $v[1..n] = [6, 5, 5, 2, 5, 5, 3, 2, 2]$ ¿Cuál es cierta?

- a) v es un montículo de máximos
- b) v no es un montículo de máximos porque $v[4]=2$ debe ser flotado
- c) v no es un montículo de máximos porque $v[4]=2$ debe ser hundido
- d) Ninguna

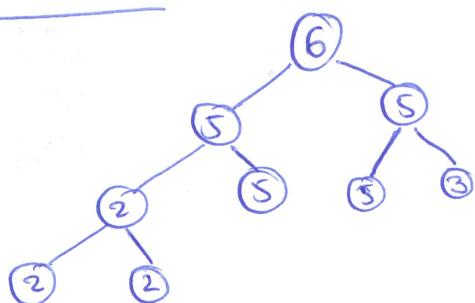
Los montículos son un tipo especial de árbol binario que se implementan sobre vectores con las siguientes propiedades.

- Es un árbol balanceado y completo (los nodos internos tienen siempre 2 hijos) con la posible excepción de un único nodo cuando el nº elementos es par.
- Cada nodo contiene un valor mayor o igual que el de sus nodos hijos (montículo de máximos) o menor o igual (montículo de mínimos).

Los nodos de profundidad K están situados en las posiciones 2^K y siguientes del vector hasta la posición $2^{K+1}-1$.

La inserción y borrado de elementos es muy eficiente, tiene un coste $O(\log n)$ las operaciones que podemos realizar son:

- flotar, intercambiar con el nodo inmediatamente a su nivel superior
- hundir, intercambiar con el nodo hijo de menor valor (montí, minímos)
- insertar, Añadir el nodo al final, y flotar a su sitio correspondiente.
- Primero. Lleva asociado un coste constante $O(1)$
- Obtener Cima y Borrarla. Situar el último elemento en la cima y borrar esta.

Representación:Respuesta: A

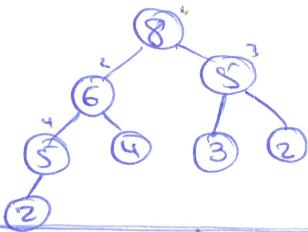
B no lo es, ya que si intercambio $v[4]=2$ por $v[2]=5$, esto hace que el montículo no sea máximo.

⑥ V almacena n° enteros en orden creciente. Se desea averiguar si existe algún elemento que cumple $V[i] = i$. ¿Cuál sería la estrategia más eficiente para resolver el problema?

- a) Algoritmo voraz
- b) Divide y vencerás
- c) Programación dinámica
- d) Ninguna

2021.02.06

- ① $N = [8, 6, 5, 5, 4, 3, 2, 2]$



D) vector v es un montículo de máximos.

- ② Tabla hash $M=11$ elementos

función $h_1(k) = k \bmod m$

claves = 22, 13, 11, 24, 34, 12

hashing cerrado con recorrido lineal usando $h(K, i) = (h_1(K) + i) \bmod m$

A) Ninguna.

- ③ Grafo dirigido

Especial[] algoritmo Dijkstra

selecciona $v=5$, nodo origen $v=1$.

- ④ Cuál es cierta

c) La eficiencia del algoritmo de ordenación rápida (quicksort), cuando se

- ⑤ Mochila - objetos no fraccionables con progr. dinámica

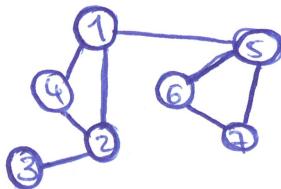
		Capacidades	Beneficios
		0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	
PESO	0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	15
	1	0 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	20
2	2	0 0 5 10 10 10 10 10 10 10 10	30
	3	0 0 5 10 10 16 16 21 26 31 36	45
4	4	0 0 5 10 10 16 16 21 26 31 40	50
	5	0 0 5 10 10 16 16 21 26 31 40	40

d) Peso el peso 5 es:

0 0 5 10 10 16 16 21 26 26 31

1. Grafo no dirigido

Ap. cálculo de ptos de articulación, ¿Vector bajo[]?



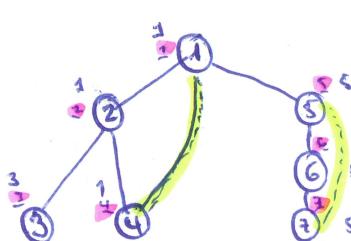
$b[1] = [1, 1, 3, 1, 5, 5, 5]$

$b[2] = [1, 2, 3, 4, 1, 6, 7]$

$c[3] = [1, 3, 3, 1, 1, 3, 3]$

d) Ninguna.

1. Se realiza un recubrimiento en profundidad, por orden de los índices de cada nodo, quedando.



- Aristas de retroceso
- Valor de orden
- Vector bajo[]

2. Se dibujan las aristas de retroceso, son aristas que conectan nodos descendientes con nodos anteriores en el árbol.
En nuestro caso existía una de estas aristas de retroceso, desde el nodo 4, otra de ellas (desde el nodo 5 al nodo 7).

Realizaremos entonces el recorrido del grafo empezando por el nodo más a la izquierda de todos, es decir, el nodo 3. Se fija en cuenta el nº de orden de dicho nodo, el nº de orden de cualquiera de sus aristas de retroceso, (~~y que tenga (en este caso no tiene)~~) y el valor de $bajo[]$ (~~de algunos de sus hijos, por lo que el valor de bajo[]~~)

El valor de $bajo[]$ para el nodo 3 es el valor comprendido entre el número de orden (3), el número de orden de cualquier arista de retroceso que tenga (que en este caso no tiene), y el valor $bajo[]$ para alguno de sus hijos, por lo que el valor de $bajo[]$ para el nodo 3 es: 3.

El siguiente es el nodo 4, cuyo valor de $bajo[]$ es el valor entre su número de orden (4), el nº de orden de cualquiera de sus aristas de retroceso (1), y el valor de $bajo[]$ de sus hijos (que no tiene), por lo que el valor de $bajo[]$ para el nodo 4 es: 1.

$$bajo[2] \left\{ \begin{array}{l} \text{nº orden: 2} \\ \text{bajo[] arista retroceso: 0} \\ \text{bajo[] nodos hijos: 3 y 5} \end{array} \right\} \text{el menor valor es 1.}$$

$$bajo[5] \left\{ \begin{array}{l} \text{nº orden: 5} \\ \text{bajo[] arist: 0} \\ \text{bajo[] hijos: 5 y 5} \end{array} \right\} \text{menor valor es 5}$$

$$bajo[6] \left\{ \begin{array}{l} \text{nº orden: 6} \\ \text{bajo[] arist: 0} \\ \text{bajo[] hijos: 5} \end{array} \right\} \text{menor valor es 5}$$

$$\begin{aligned} & b[7] \left\{ \begin{array}{l} \text{nº ord: 7} \\ \text{bajo[] ar: 5} \\ \text{bajo[] hij: 0} \end{array} \right\} \\ & b[1] \left\{ \begin{array}{l} \text{nº ord: 1} \\ \text{bajo[] arist: 0} \\ \text{bajo[] hijos: 1} \\ \text{menor valor} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

Este grafo posee 3 ptos articulación (PDA)

Los PDA o Nodos de Corte (NDC) son un vértice del grafo, tal que, si se elimina del grafo, se produce un incremento del nº de componentes ~~conexos~~ conexos.

Los PDA que hay son 1, 2, 5. Calculamos el valor del vector bajo, comenzando en el 1º PDA y por nº de orden:

nodo	bajo[v]
1	1
2	1
3	3
4	1
5	5
6	5
7	5

② Mochila con obj. no fraccionados, solucionado con programación dinámica.

5 obj. con pesos
con beneficio

Volumen max: 8

Dibujamos una tabla de dos dimensiones
Una Volumen/Peso (objeto) y otra columna con las capacidades/Volumen de la propia mochila.
Las capacidades se comprenden desde \emptyset hasta la capacidad máxima de la mochila (8).

La primera fila y columna son el caso base, por lo que el valor de cada celda en estos casos es 0. El valor en cada una de las celdas será el valor máximo entre:

- Valor Fila Anterior en la misma columna
- Beneficio del Volumen + X

Pesos	Capacidades								Beneficios
	0	1	2	3	4	5	6	7	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	2	2	2	2	2	2	2	2
2	0	2	2	5	7	7	7	7	7
3	0	2	2	5	10	12	12	15	15
4	0	2	2	5	10	12	12	15	15
5	0	2	2	5	10	14	16	16	19
7	0	2	2	5	10	14	16	16	19

→ Contenido de la tabla de result. parciales en la fila al objeto de peso 5, si dicho obj se consideran en orden creciente de pesos

a) 0 2 2 5 10 12 12 15 15
 b) 0 2 2 5 10 14 16 16 19
 c) 0 2 2 5 10 12 14 16 19
 d) Ninguna

X = Fila anterior, Columna Y
 Y = Capacidad - Volumen

Pesos	Capacidades								Beneficios
	0	1	2	3	4	5	6	7	
0	0	2	2	5	10	14	16	16	19
5	0	2	2	5	10	14	16	16	19

Pesos	Capacidades								Beneficios
	0	1	2	3	4	5	6	7	
5	0	2	2	5	10	14	16	16	19
6	= 5 + 1								

$$11 + 2 = 13$$

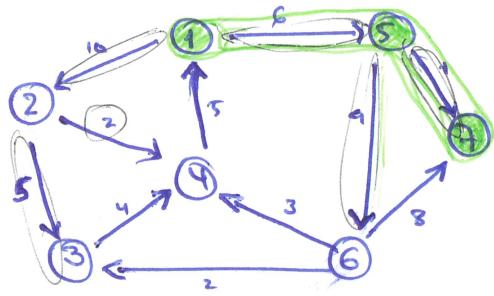
$$8 = 7 + 1$$

$$15 = 14 + 1$$

$$8 = 5 + 3$$

$$2 /$$

③ Grafo dirigido



Valor del vector especial[] con el algoritmo de Dijkstra en el nodo v=7 tomando origen el nodo 1.

- a) [10, 15, 12, 6, 15, 7]
- b) [10, ∞ , ∞ , 6, 15, 7]
- c) [10, ∞ , ∞ , 6, ∞ , ∞]
- d) Ninguna

Nodos que van saliendo	nodos que no han salido	Vector distancia especial[]	Predecesores
1	2, 3, 4, 5, 6, 7	10 ∞ ∞ 6 ∞ ∞	1 1 1 1 1 1
1, 5	2, 3, 4, 6, 7	10 ∞ ∞ 6 6+9 15 7	1 1 1 1 1 5 5
1, 5, 7	2, 3, 4, 6	10 ∞ ∞ 6 15 7	1 1 1 1 1 5 5
1, 5, 7, 2	3, 4, 6	10 15 12 6 15 7	1 2 2 1 5 5
1, 5, 7, 2, 4	3, 6	10 15 12 6 15 7	1 2 2 1 5 5
1, 5, 7, 2, 4, 3	6	10 15 12 6 15 7	1 2 2 1 5 5