Examen parcial - Cálculo y métodos numéricos. 24-11-2020

Duración $1:30$ *h. Se evaluará el resultado y el método.*

1. (25 puntos) Séa

$$h(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{|x-5| \cdot \sqrt{x-2} \cdot \ln(7-x)}.$$

   y dom h, el dominio de h. Se sabe que, para funciones arbitrarias f y g,

$$\text{dom }(f \cdot g) = \text{dom } f \cap \text{dom } g, \quad \text{dom }(\frac{1}{g}) = \text{dom } g - g^{-1}(\{0\}).$$

   Utilizando esas propiedades calcular dom h.

2. (25 puntos) Séa una sucesión $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dada por

$$x_n = \frac{(n^2+n)\sin(\frac{(2n-1)\pi}{2})}{2n^2-3n+1}, \; n \geq 2, \;\; x1 := 1.$$

   Estudiar la convergencia de (x_n).

3. (50 puntos) Formular el teorema de Bolzano para una función arbitraria f. Séa ahora

$$f(x) = \frac{(e - e^{-x^3}) \cdot (x^2-4)}{x^2 \cdot |x+2|}.$$

   Calcular dom f (ver 1.). Estudiar la continuidad de f, en particular estudiar los límites al borde del dominio (es a decir en los discontinuidades, si hay, y en $-\infty$ y ∞). Clasificar las discontinuidades, si hay, determinar si son evitables, de salto finito o esenciales. Se puede utilizar que $e^y \geq 1 + y$ para cualquier $y \in \mathbb{R}$. Con la informacíon obtenida dibujar f - no hace falta ni calcular extremos, ni representarlos de una exacta manera grafica - y resolver la desigualdad

$$f(x) \geq 0.$$