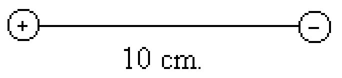
TEMA 2. POTENCIAL ELECTRICO

2.1. El potencial en un punto de coordenadas (x,y,z) queda determinado por la ecuación $V = -5x - 2y^2 + z^3$ en la que x, y, z se expresan en metros y V en voltios. Determinar el campo eléctrico en el punto (3,1,-1).
SOLUCION: $\mathbf{E} = 5\,\mathbf{i} + 4\,\mathbf{j} - 3\,\mathbf{k}$ V/m

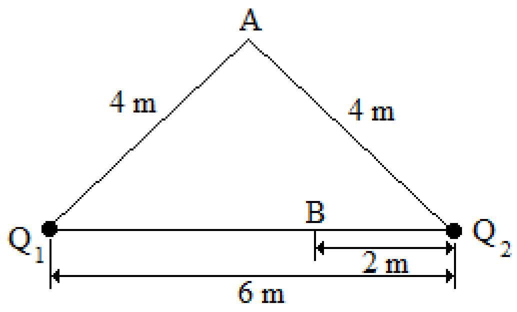
2.2. Tres cargas de -1 μC, 2 μC y 1 μC se encuentran situadas en tres vértices consecutivos de un cuadrado de 3 de lado. Hallar:
a) El potencial y el campo eléctrico en el cuarto vértice.
b) El potencial y el campo eléctrico en el centro del cuadrado.
c) El trabajo necesario para llevar una carga de 1,5 μC desde el centro del cuadrado hasta el cuarto vértice.
Solución: a) V = 4242,6 V; E = 1732,051 (V/m); θ= - 9,6º ; b) V = 8485,3 V; E_X = 5656,9 V/m; c) W = $6{,}36\cdot10^{-3}$. J

2.3. Se tienen dos cargas eléctricas puntuales de $2\,\mu\mathrm{C}$ y $-5\,\mu\mathrm{C}$, colocadas a una distancia de 10 cm. Calcular el campo y el potencial en los siguientes puntos: a) A 20 cm de la carga positiva, tomados en la dirección de la recta que une las cargas y en el sentido de la negativa a la positiva. b) A 20 cm de la negativa, contados en la misma dirección, pero de sentido de la positiva a la negativa. ¿En qué punto de dicha recta el potencial es nulo?



SOLUCION: a) E=$5\cdot10^4$ V/m dirigido hacia la carga positiva; V = - $6\cdot10^4$ V
b) E = $9{,}25\cdot10^5$ V/m dirigido hacia q neg. V = - $1{,}65\cdot10^5$ V
c) r = 2,86 cm desde la carga positiva hacia la derecha
r = 0,067 cm desde la carga positiva hacia la izquierda

2.4. Sean dos cargas puntuales $Q_1 = 20\ \mathrm{nC}$ y $Q_2 = -20\ \mathrm{nC}$, situadas de acuerdo con la figura. Calcular:
a) Potencial eléctrico en el punto A creado por las dos cargas.
b) Trabajo para trasladar una carga puntual de 4 nC desde el punto B al punto A en línea recta y quien realiza este trabajo.
c) Igual que el apartado b) pero cuando la trayectoria del punto B al punto A es un arco de circunferencia de diámetro igual a la distancia entre A y B.

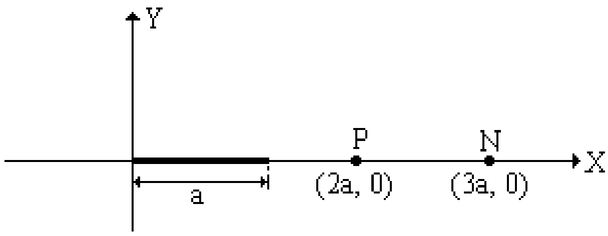


SOLUCION: a) 0 V ; b) $2{,}4\ 10^{-7}$ J realizado por un agente externo; c) igual

2.5. Dos esferas conductoras inicialmente aisladas entre si están cargadas con 50 nC cada una. Los radios de las esferas son $R_1 = 60\ mm$ y $R_2 = 100\ mm$. Se pide:
a) ¿Cuál es el potencial de cada esfera?

b) Si las dos esferas se ponen en contacto mediante un hilo conductor muy fino de capacidad despreciable,
calcular la carga de cada esfera una vez ambas se encuentran al mismo potencial
Solución: V_1 = 7500 V; V_2 = 4500 V; V = 5625 V; $q'_1 = 3{,}75\cdot10^{-08}$ C; $q'_2 = 6{,}25\cdot10^{-08}$ C

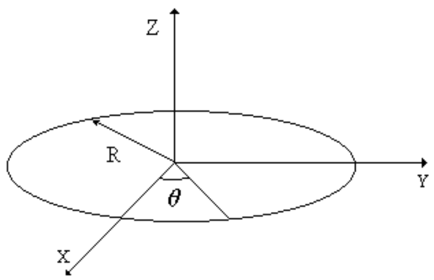
2.6. Sea una barra de longitud a y carga q, como la mostrada en la figura. Calcular el campo eléctrico en el punto P y el trabajo realizado por la fuerza eléctrica sobre una carga Q al desplazarse del punto P al N.



SOLUCION: $\text{a)}\ \mathbf{E} = k\dfrac{q}{2a^2}\mathbf{i}\ \text{N/C}\ ;\ \text{b)}\ W_{PN} = k\dfrac{Qq}{a}\text{Ln}\dfrac{4}{3}\ \text{(J)}$

2.7. Determinar el potencial eléctrico en un punto del eje de un disco uniformemente cargado con una densidad de carga σ y de radio R.
SOLUCION: $2K\sigma\pi\left(\sqrt{z^2+R^2}-z\right)$

2.8. Sobre una circunferencia de radio R se distribuye una densidad lineal de carga $\lambda = 4\,\text{sen}^2\,\theta$. Calcular el potencial y el campo eléctrico sobre el eje Z.

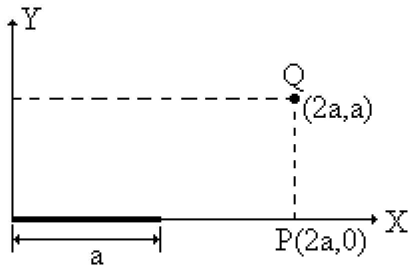


SOLUCION:

$$V = \frac{R}{\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}} \qquad \mathbf{E} = \frac{Rz}{\varepsilon_0\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\mathbf{k}$$

2.9. Una carga positiva se encuentra distribuida sobre un anillo circular plano de radios interior y exterior a y b respectivamente. Su densidad de carga viene dada por $\sigma = \frac{k}{r^3}$, en donde r es la distancia desde el centro del anillo a un punto genérico del mismo. Determinar el potencial eléctrico en el centro del anillo creado por la distribución de carga.
SOLUCION: $V = \dfrac{k}{4\varepsilon_o}\left(\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{b^2}\right)$

2.10. Una distribución lineal de carga de densidad λ y longitud "a" está situada sobre el eje OX, tal y como muestra la figura. Además, en la posición $(2a, a)$ hay una carga Q. Calcular: a) El campo eléctrico en el punto P de coordenadas $(2a,0)$ creado por ambas cargas. b) El potencial eléctrico total en el mismo punto. c) Calcular la energía potencial eléctrica de una carga Q_1 colocada en el punto P.

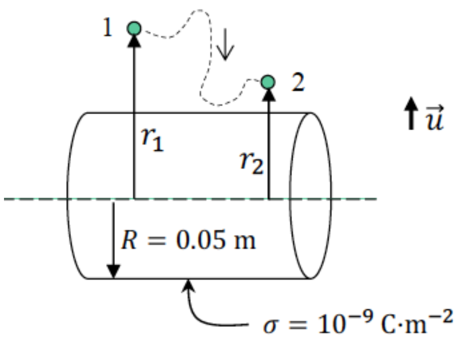


SOLUCION: a) $\mathbf{E} = k\frac{\lambda}{2a}\mathbf{i} - k\frac{Q}{a^2}\mathbf{j}$; b) $V_P = k\frac{Q}{a} + k\lambda L_n 2$; c) $E_{P_T} = Q_1\left(k\frac{Q}{a} + k\lambda L_n 2\right)$

2.11. Sobre una distribución plana de carga σ que puede considerarse ilimitada a efectos de este enunciado se deja caer sin velocidad inicial desde una altura h una carga puntual q de masa m. Se observa que la velocidad de la carga cuando alcanza la distribución es igual a $\sqrt{7\,g\,h}$.
Calcular el valor de la densidad de carga σ en unidades del sistema internacional si la carga $q = -5\ \mu C$ y la masa $m = 1\ g$.
Solución: $8{,}67 \cdot 10^{-8}$ C·m^{-2}.

2.12. Una carcasa cilíndrica muy larga de radio $R = 5\ cm$ tiene una densidad superficial de carga $\sigma = 1\ nC.m^{-2}$. En el eje del cilindro hay una distribución lineal de carga λ. Se observa que el campo eléctrico a 10 cm del eje es nulo. ¿Cuánto vale la densidad lineal de carga λ en unidades del SI?
Solución: $-\pi\ .\ 10^{-10}\ C\ .\ m^{-1}$.

2.13. Consideramos la misma carcasa cilíndrica muy larga de radio $R = 5\ cm$ y densidad superficial de carga $\sigma = 1\ nC\ .\ m^{-2}$ del enunciado anterior, pero ahora sin albergar ninguna distribución de carga en su eje. Calcular el trabajo necesario para mover una carga positiva $q' = 0.3\ nC$ a lo largo de la trayectoria 1→ 2 indicada en la figura $r_1 = 20\ cm$; $r_2 = 10\ cm$.
Solución: $1.17\ .\ 10^{-8}\ J$



2.14. Una corteza esférica de radio interno r_1 y radio externo r_2 tiene una densidad de carga volumétrica ρ. Si el potencial V en el infinito es cero, encontrar el potencial eléctrico en función de la distancia al centro de la distribución (r). Considere las regiones: a) $r > r_2$, b) $r_2 > r > r_1$; c) $r < r_1$

Solución:

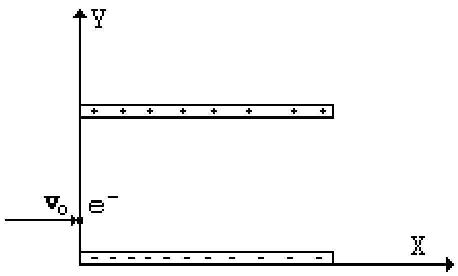
$$E = 0 \qquad r < r_1 \qquad\qquad V = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot\frac{3}{2}\cdot(r_2^{\,2} - r_1^{\,2}) \qquad r < r_1$$

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\,\frac{(r^3 - r_1^{\,3})}{r^2} \quad r_2 > r > r_1 \qquad\qquad V = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{3}{2}r_2^{\,2} - \frac{r^2}{2} - \frac{r_1^{\,3}}{r}\right) \quad r_2 > r > r_1$$

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\,\frac{(r_2^{\,3} - r_1^{\,3})}{r^2} \quad r > r_2 \qquad\qquad V = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\,\frac{(r_2^{\,3} - r_1^{\,3})}{r} \quad r > r_2$$

2.15. La esfera metálica de radio a tiene una carga $q = \sigma 4\pi a^2$ distribuida en su superficie, donde σ es la densidad superficial de carga. La región comprendida entre r = a y r = b se llena con una distribución volumétrica de carga con densidad ρ radialmente uniforme, es decir, ρ = cte. El cascarón metálico comprendido entre r = b y r = c tiene una carga (- q). Hallar el campo eléctrico como función de r en todo el espacio.

2.16. Un electrón entra entre dos placas cargadas donde hay un campo eléctrico uniforme tal y como se ve en la figura, con $v_0 = 4\ 10^6\,\mathrm{m/s}$ y $E = 250\ \mathrm{N/C}$. El ancho entre las placas es de *l* = 20 cm. a) Determinar la aceleración del electrón mientras se encuentra en el campo eléctrico. b) Calcular el tiempo que tarda el electrón en recorrer la región del campo eléctrico. c) Cual es el desplazamiento *y* del electrón mientras está sometido al campo eléctrico. d) Calcular la velocidad del electrón y su módulo al salir de la acción del campo eléctrico.



Datos: $q_e = 1.6\ 10^{-19}\,\mathrm{C}$ y $m_e = 9.11\ 10^{-31}\,\mathrm{kg}$

SOLUCION: a) $\mathbf{a} = 4.39\ 10^{13}\,\mathbf{j}\ \mathrm{m/s^2}$ b) $t = 5\ 10^{-8}\,\mathrm{s}$ c) $y = 5.48\ \mathrm{cm}$

d) $\mathbf{v} = (4\mathbf{i} + 2.2\mathbf{j})10^6\,\mathrm{m/s}$ $v = 4.56\ 10^6\,\mathrm{m/s}$