

2012年 ICPC 模擬国内予選 Problem F ドッグフード

上田研究室 修士1年 谷口直輝

2012年模擬国内予選

- * 全7問

- * A, B : シミュレーション

- * C : 構文解析

- * D : 幾何 + グラフの最短経路問題

- * F : 幾何

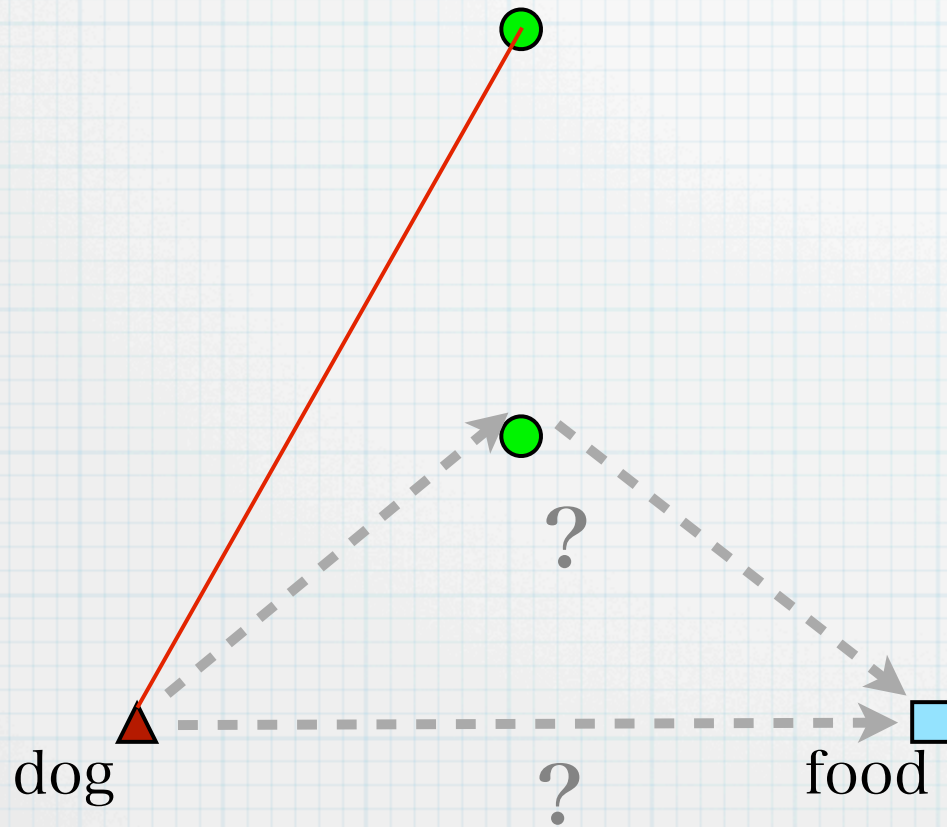
- * E, G : めんどくさそうな探索

- * 幾何学問題の対策は重要！

問題の概要

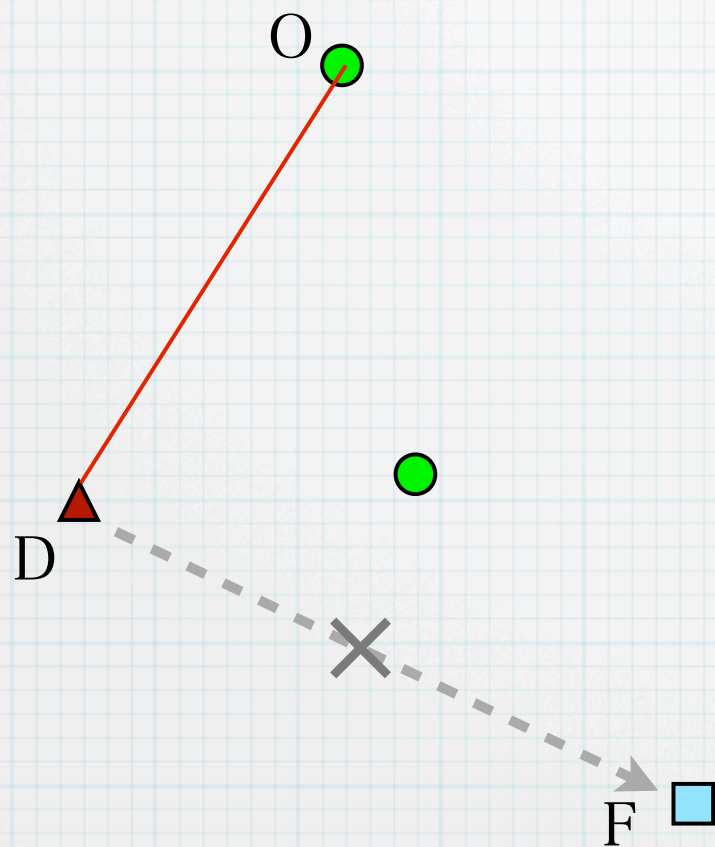
- * 平面上に、紐につながれた犬とドッグフードと複数の杭がある
- * 杭の外側を通ると、紐が引っかかり移動できる範囲が狭くなる
- * 犬がドッグフードまでたどり着けるか？
 - * たどり着けるなら最短経路は？

問題の概要



- * 初期状態で紐はピンと張られている
- * 直線距離で目指すか、杭を迂回して目指すか
- * 杭が少ない場合でパターンを列举してみる

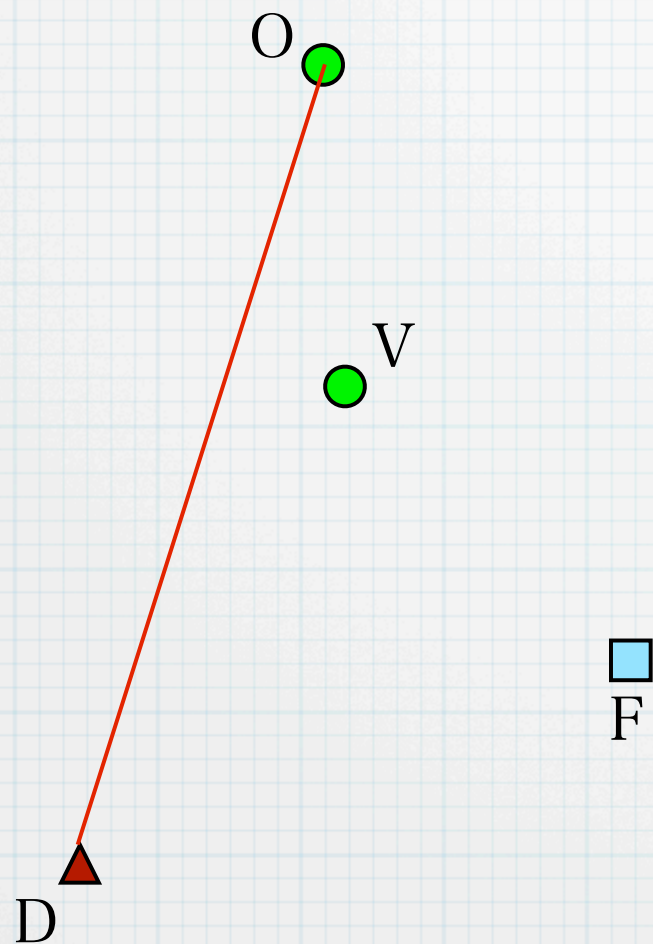
ケース 1



* 紐の長さが足りないので
到達不可能

* $|OD| < |OF|$

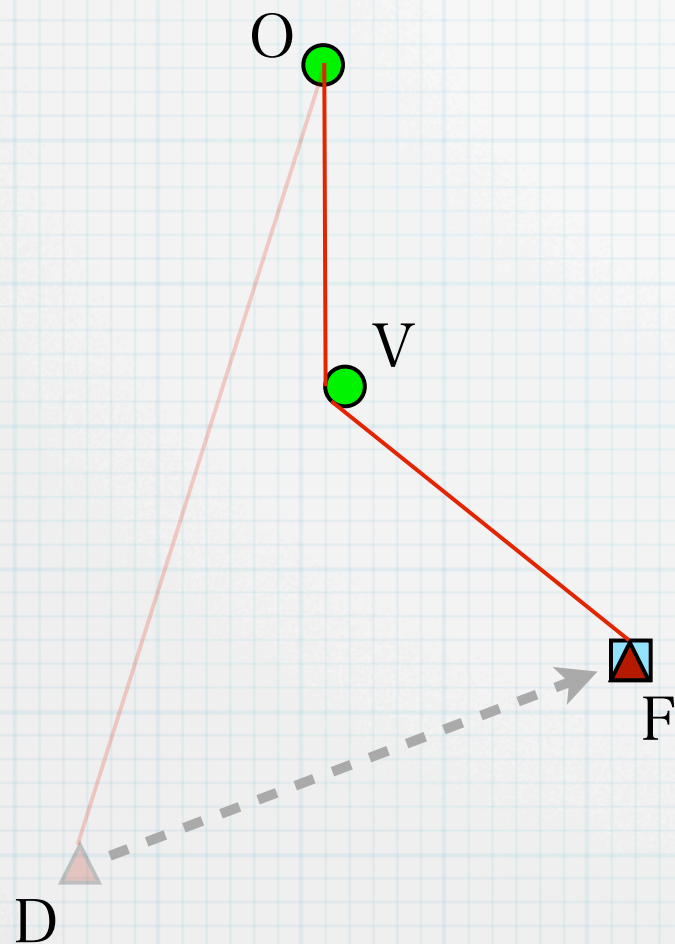
ケース 2



* 杭を迂回せずに到達できる

* $|OV| + |VF| < |OD|$

ケース 2

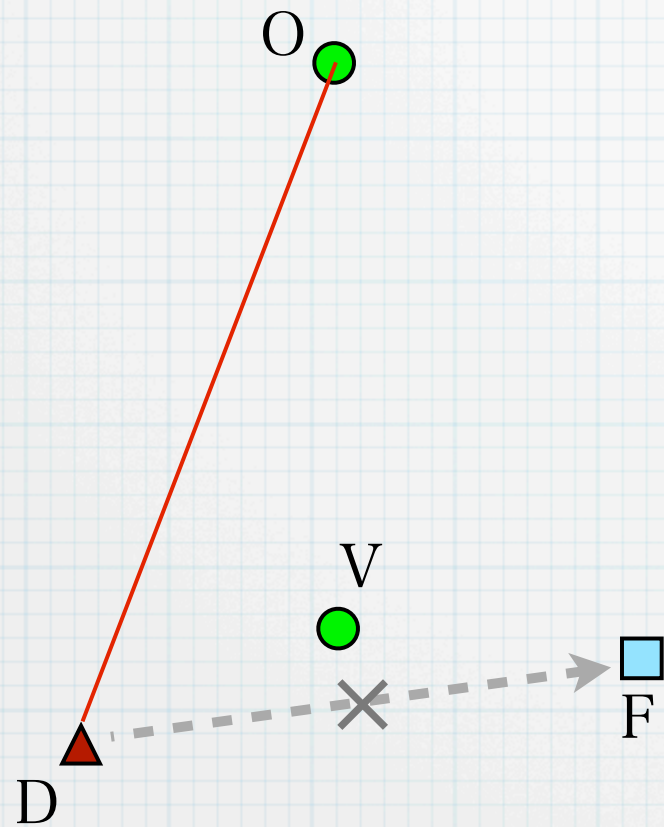


* 杭を迂回せずに到達できる

* $|OV| + |VF| < |OD|$

* 移動距離は $|DF|$

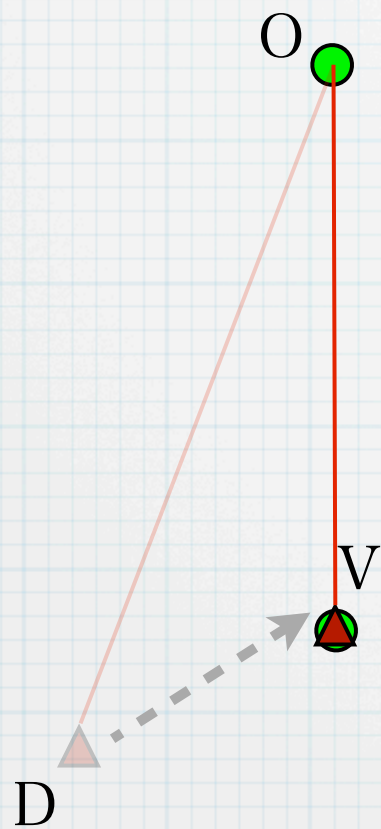
ケース 3



* 杭を迂回しないと到達できない

* $|OV| + |VF| > |OD|$

ケース 3

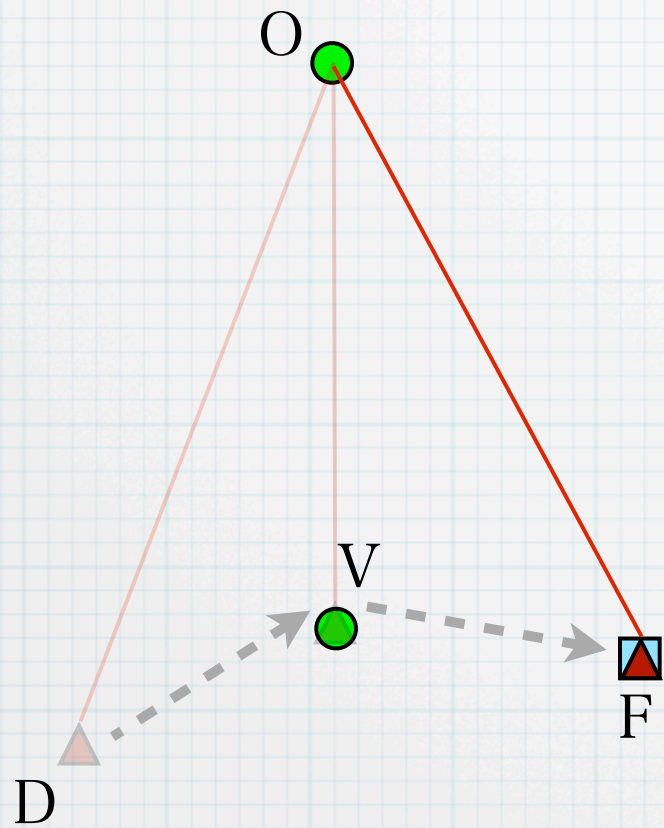


* 杭を迂回しないと到達できない

* $|OV| + |VF| > |OD|$

□
F

ケース 3

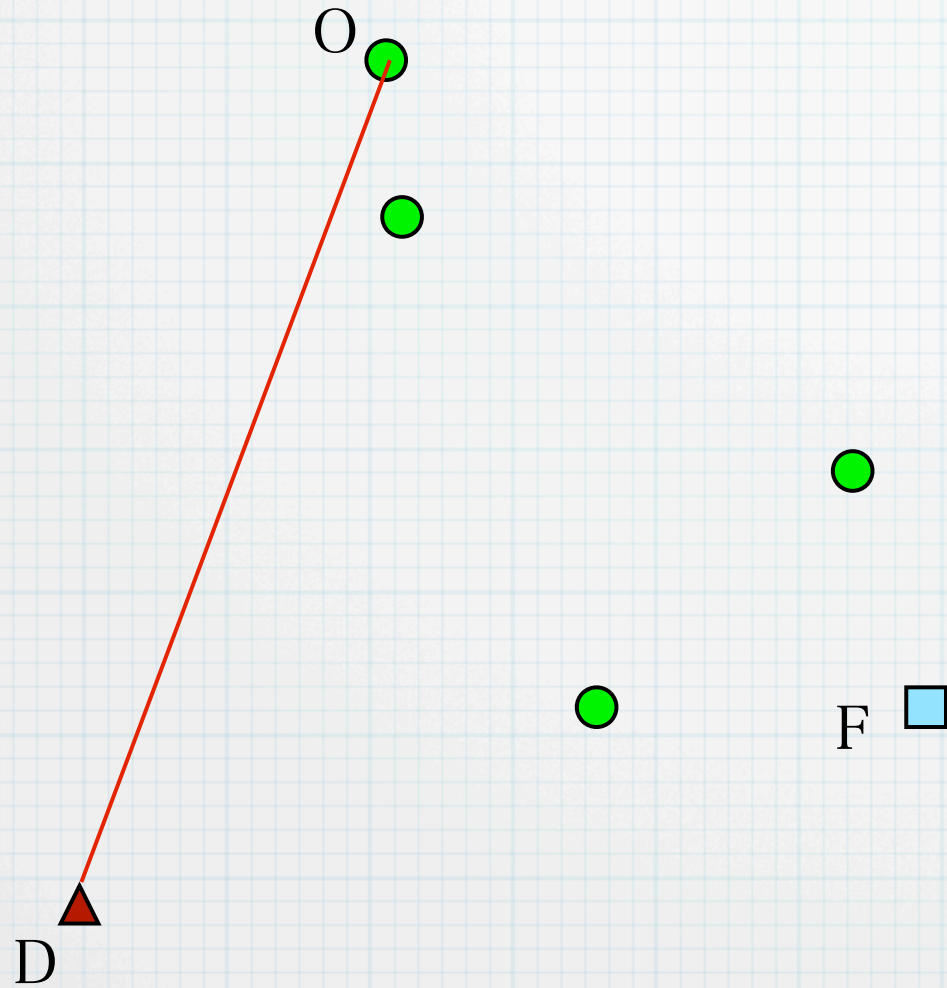


- * 杭を迂回しないと到達できない
- * $|OV| + |VF| > |OD|$
- * 移動距離は $|DV| + |VF|$

問題の方針

- * 引っかかる可能性の無い杭の扱いは？
 - * 紐の結ばれた杭、犬、餌の成す三角形内の杭のみを考える
- * 杭が複数ある場合は？
 - * 紐から最も近い(?)杭に引っ掛かる可能性がある
 - * いずれかの杭を迂回していく可能性がある
 - * 杭は高々8個なので全探索可能

例題

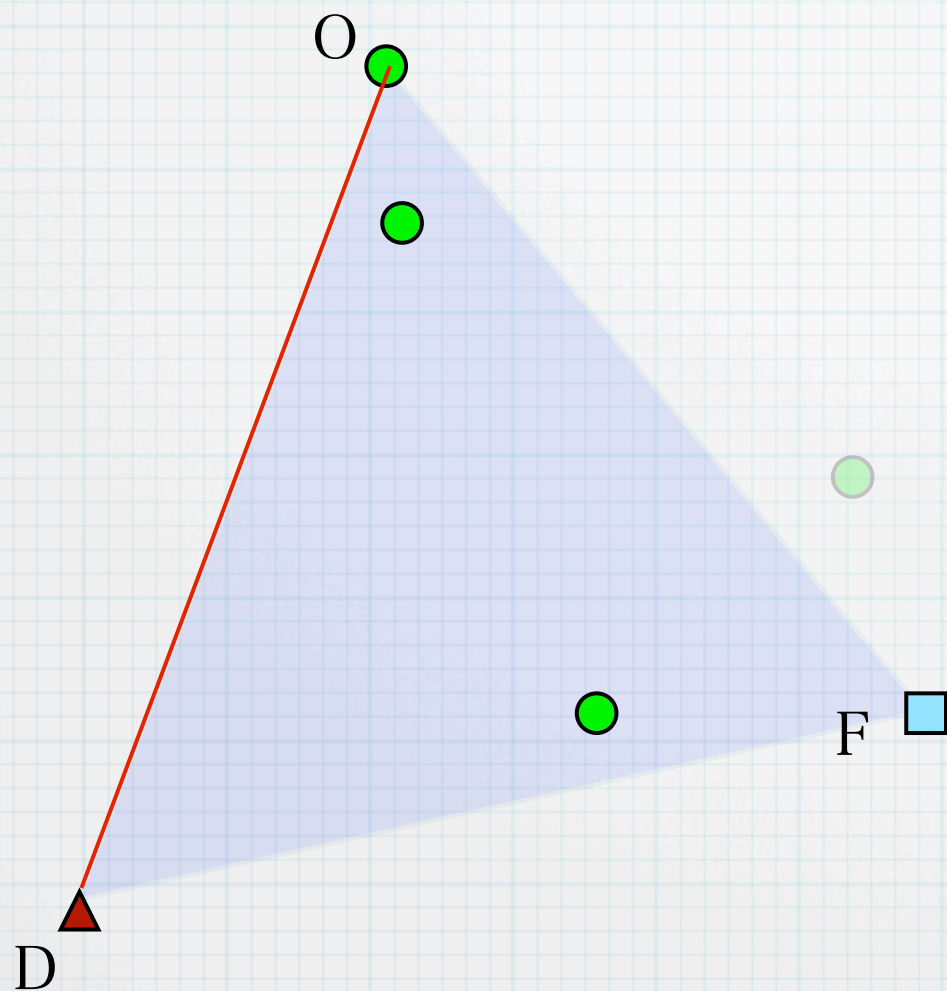


* $|OD| > |OF|$ なので、餌に到達することは出来る

* 紐の長さは $|OD|$

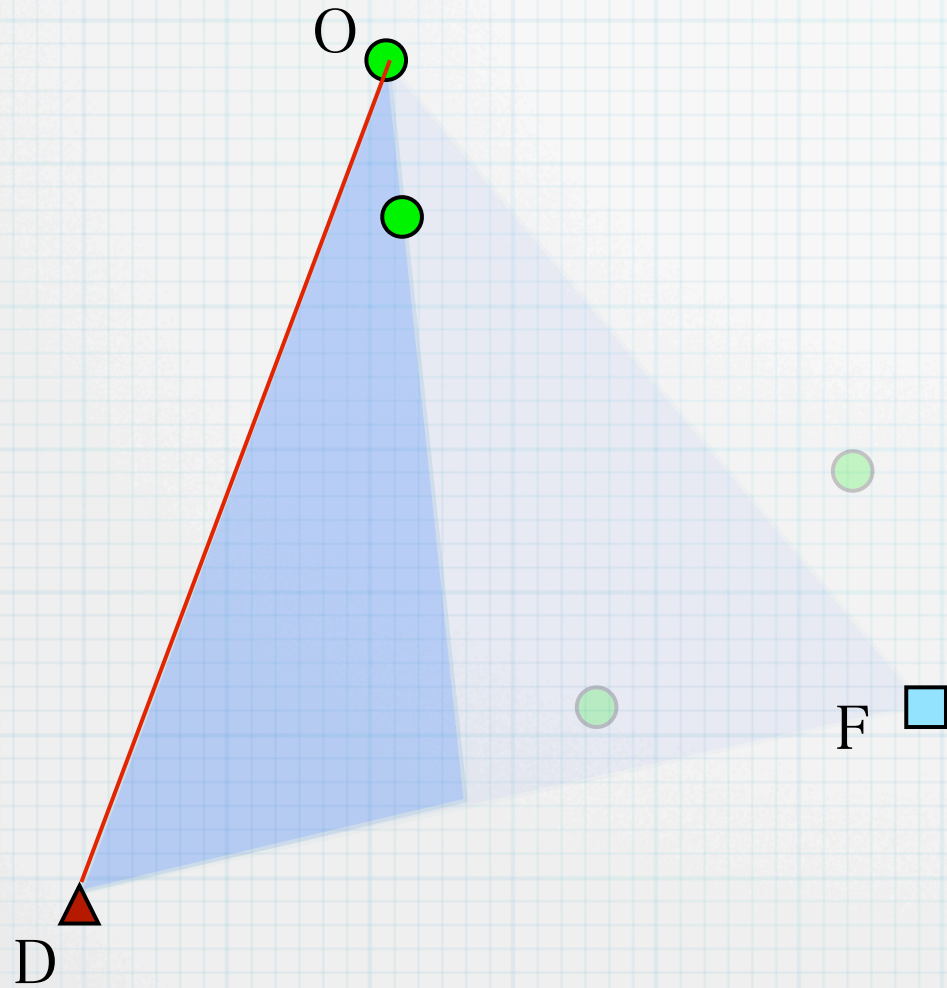
* 杭が3つ

杭の探索



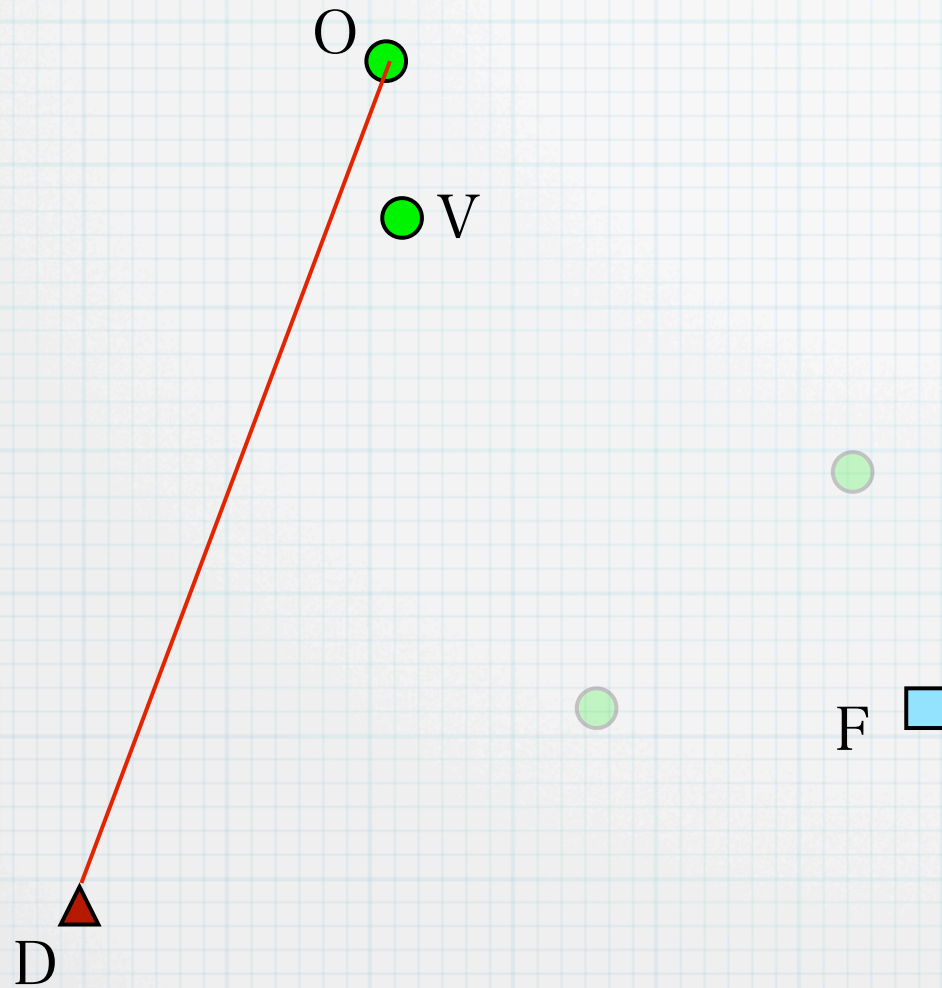
- * $\triangle ODF$ 内にある杭のみが、引っかかる可能性のある杭

杭の探索



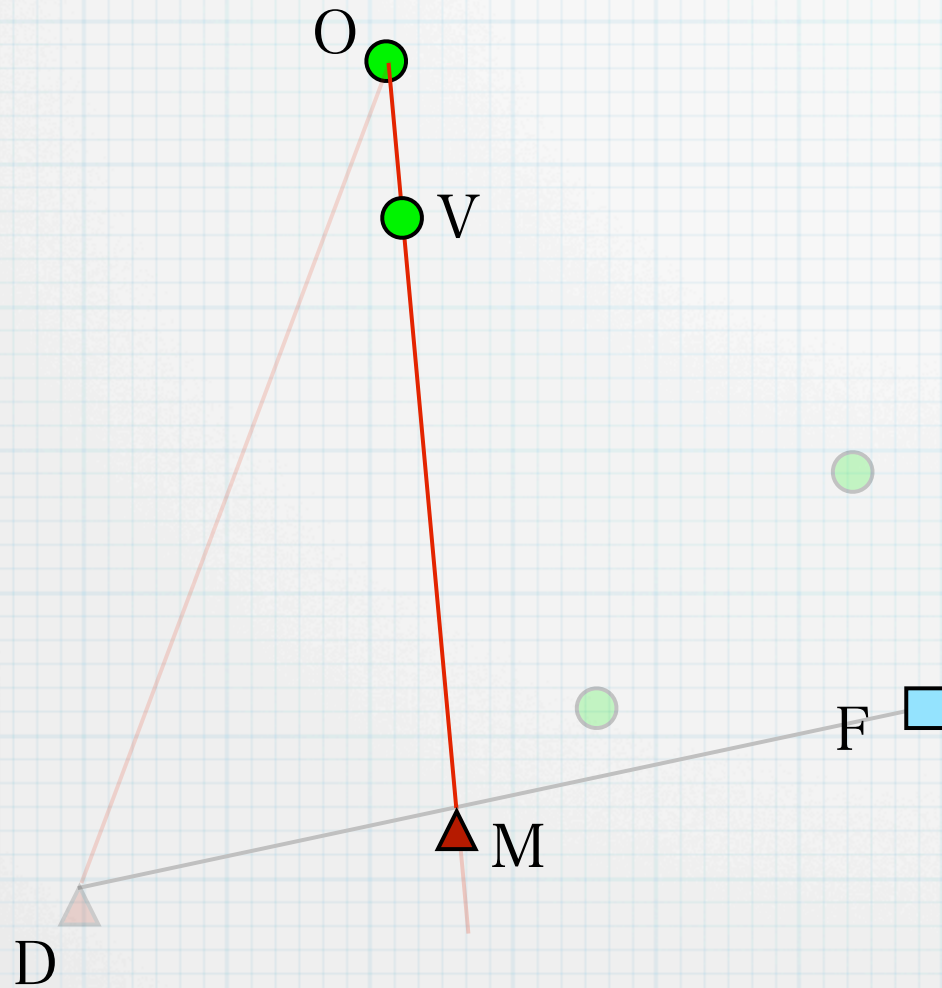
- * ベクトルODと成す角度が最も小さい杭が、最初に引っかかる可能性のある杭
- * 角度の計算はベクトルの内積

杭に引っかかる場合の移動



- * 最初に引っかかりそうな杭をVとする
- * Vに引っかかってもし餌に到達できるか？
- * $|OD| > |OV| + |VF|$
- * できる

杭に引っかかる場合の移動

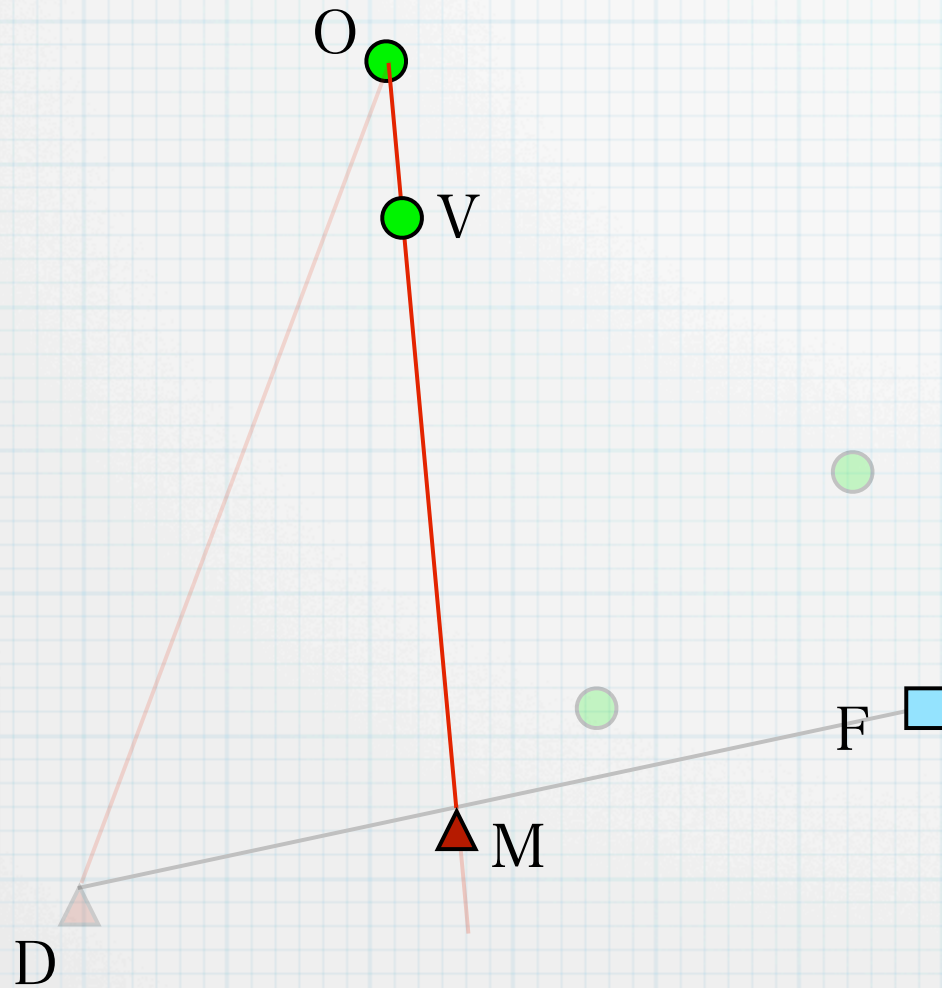


- * DF に沿って、紐が引っかかる地点まで移動

- * OV と DF の交点まで

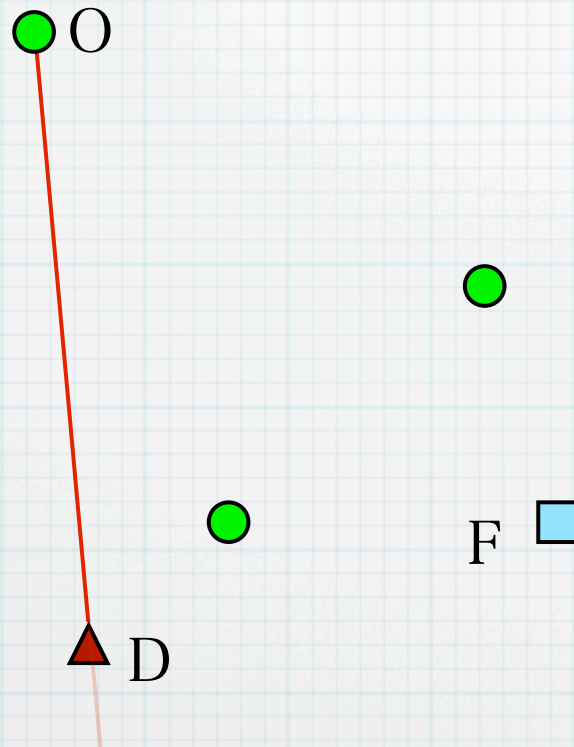
- * 紐の長さが $|OM|$ になったように見えるが、緩んでいるだけで実際は $|OD|$

杭に引っかかる場合の移動



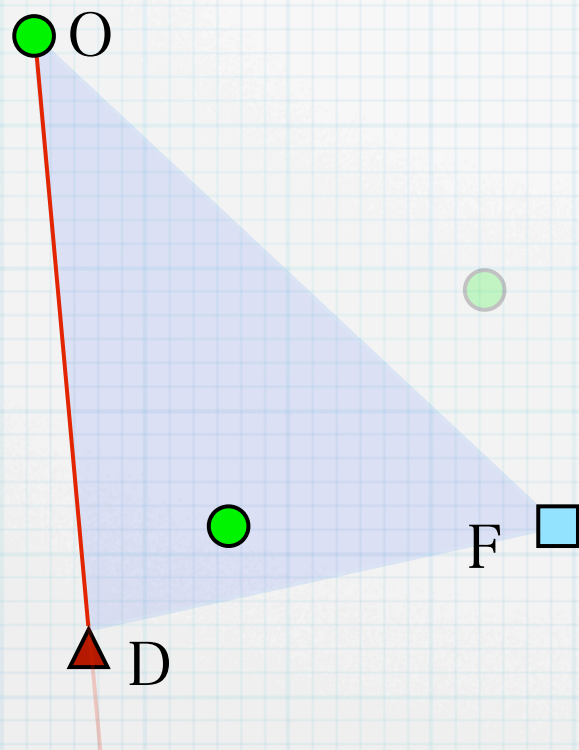
- * 紐が繋がっている杭をV
- * 犬の位置をM
- * 紐の長さを $|OD| - |OV|$
- * と置き換えて、次に引っかかる杭を調べる
- * これまでの移動距離は $|DM|$

杭に引っかかる場合の移動



- * 紐が繋がっている杭をV
- * 犬の位置をM
- * 紐の長さを $|OD| - |OV|$
- * と置き換えて、次に引っかかる杭を調べる
- * これまでの移動距離は $|DM|$

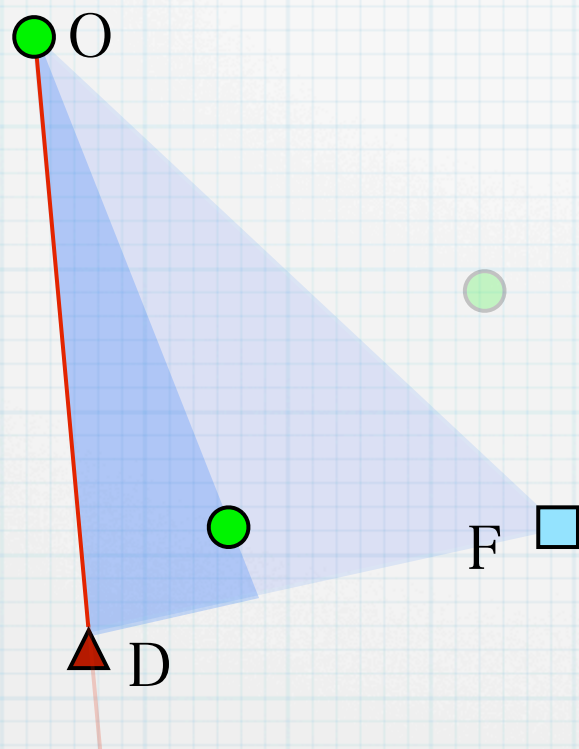
杭の探索



* 紐の長さ $> |OF|$

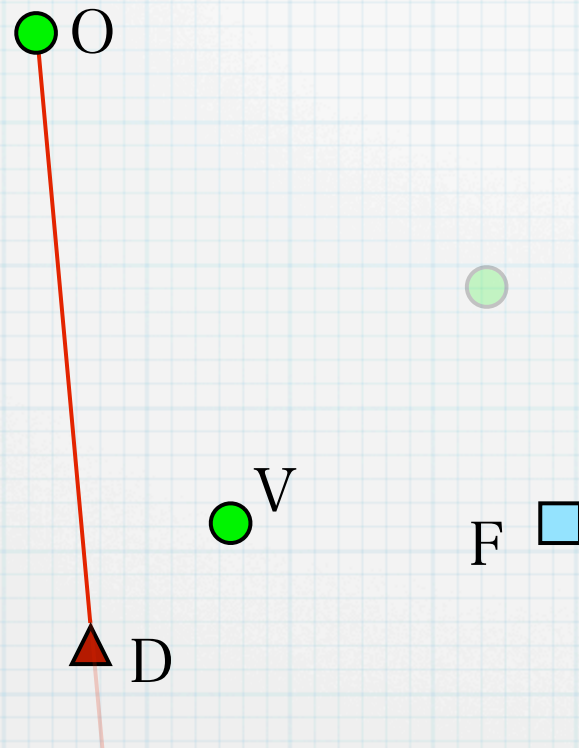
* 引っかかる可能性のある杭
を調べる

杭の探索



* 次に考慮する杭を調べる

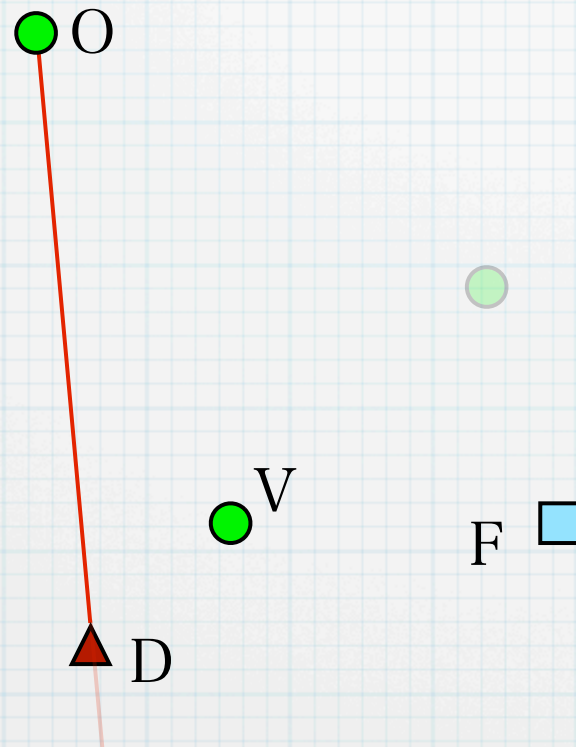
杭を迂回する移動



* $|OD| < |OV| + |VF|$ なので、
杭に引っかかったら到達で
きない

* 杭を迂回していく

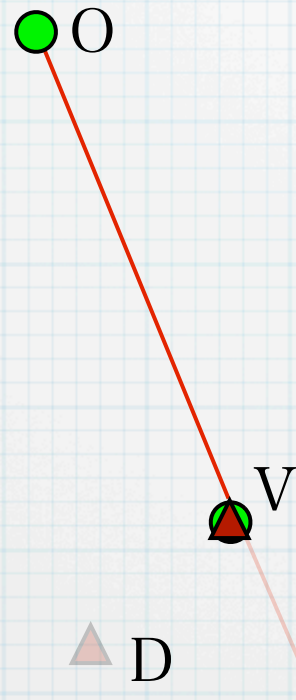
杭を迂回する移動



* DからVへ移動

* 移動距離に $|DV|$ を足す

杭を迂回する移動



F



* DからVへ移動

* 移動距離に $|DV|$ を足す

杭を迂回する移動



O



D



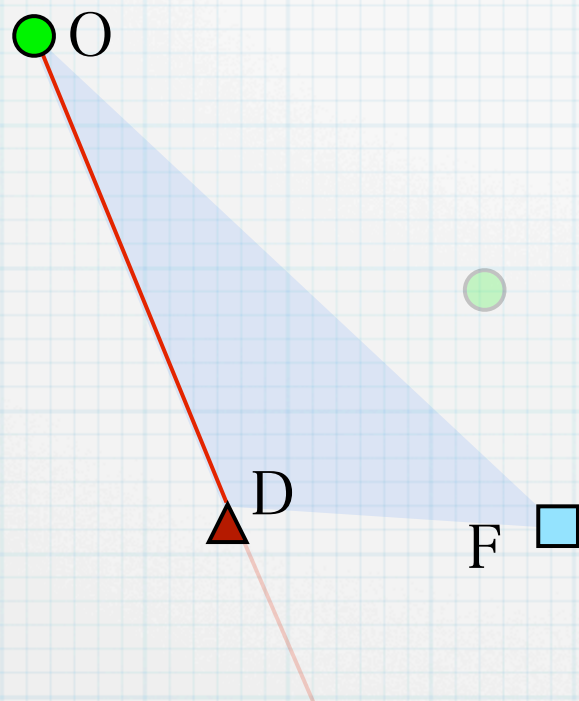
* DからVへ移動

* 移動距離に $|DV|$ を足す

F



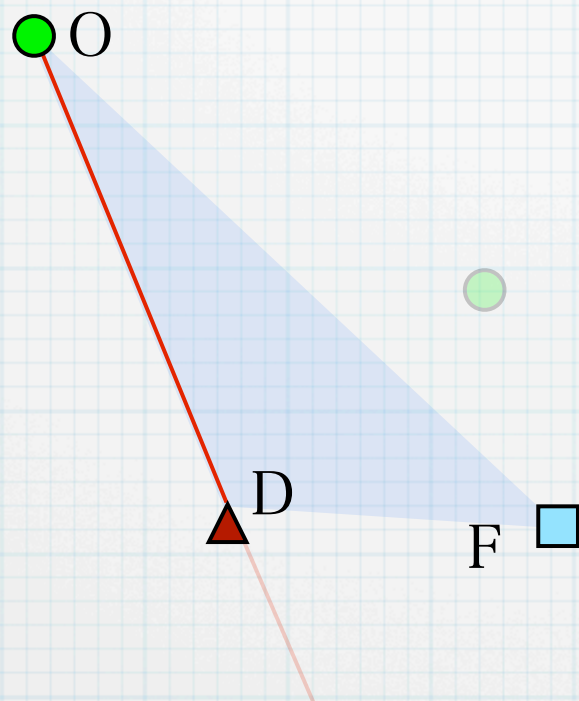
杭の探索



* 紐の長さ $> |OF|$

* 考慮する必要のある杭が無い

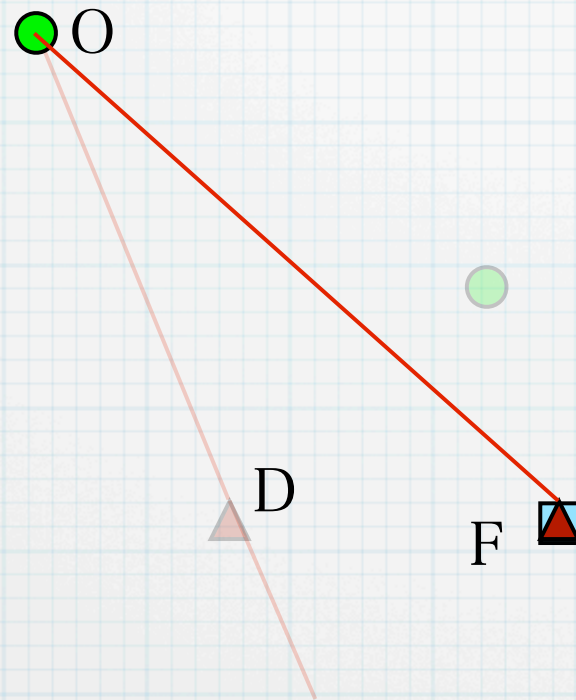
杭がない場合の移動



* そのままDからFへ移動する

* 移動距離に $|DF|$ を足す

杭がない場合の移動



* そのままDからFへ移動する

* 移動距離に $|DF|$ を足す

杭がない場合の移動

O



A diagram on a light blue grid background. A red line segment connects a green circle at the top-left to a red triangle at the bottom-right. A light green circle is positioned in the middle of the line. The green circle is labeled 'O' to its right. The red triangle is labeled 'D' to its top-right and 'F' to its bottom-left.



D
F

* 到着！

解法のまとめ

- * 以下を繰り返し行う
 - * 紐の長さ $< |OF|$ ならば到達不可能
 - * 犬から最も近い杭Vを探す
 - * 1) $|OD| > |OV| + |VF|$ ならば杭に引っかかって移動
 - * 紐が繋がっている杭, 犬の位置, 紐の長さを更新
 - * 2) いずれかの杭を迂回して移動
 - * 犬の位置を更新
 - * 1) と 2) の中で最も小さいものが最短距離

必要な幾何の知識

- * 三角形と点の内外判定
 - * ベクトルの外積
- * 2つのベクトルのなす角度
 - * ベクトルの外積
- * 2つのベクトルの交点

幾何の問題の注意点

- * 位置ベクトルと相対ベクトルを混同しない
- * 作業量軽減のため、テンプレ必須
 - * ベクトルクラス
 - * 四則演算、絶対値、回転、単位ベクトル化、内積外積
 - * 多角形と点の内外判定
 - * $\bigcirc\bigcirc$ と $\times\times$ の距離（2つの線分の距離とか）