



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

ELEKTRONICZNE SYSTEMY DIAGNOSTYKI MEDYCZNEJ I  
TERAPII

---

## Wygładzanie sygnału metodą Savitzky-Golay

---

*Autorzy:*  
Piotr PAŁUCKI  
Filip KUBICZ

# 1 Wstęp

Niniejsza praca jest częścią projektu mającego na celu identyfikację zespołu QRS w sygnale z elektrokardiografu. Sygnał EKG zaraz po zebraniu danych jest zaszumiony i wymaga wygładzenia oraz usunięcia zakłóceń. Zakłócenia takie jak pojedyncze ruchy pacjenta trudno wyeliminować bez posiadania dodatkowej wiedzy na temat jego zachowania podczas pomiaru. Możliwe jest jednak odfiltrowanie szumu niskiej częstotliwości pochodzącego od ruchów klatki piersiowej podczas oddychania.

Jednym ze sposobów wstępnego przetwarzania sygnału EKG zanim przystąpi się do jego analizy jest filtr Savitzky-Golay.

W naszej części projektu przygotowujemy prototyp algorytmu z użyciem języka Python, a następnie implementację w języku C++. Użyte w projekcie narzędzia przedstawia tabela 1.

Część projektu	Język programowania	Biblioteki
Prototyp	Python 3.x	NumPy, Matplotlib
Implementacja	C++	Eigen, gnuplot

Tablica 1: Zestawienie języków programowania i modułów

## 2 Algorytm

Filtr Savitzky-Golay pozwala wygładzić cyfrowy sygnał. Jego działanie opiera się na lokalnym przybliżeniu próbek sygnału wielomianami niskiego rzędu [1].

Mając dany sygnał  $x[n]$ , poszukujemy wielomianu

$$p(n) = \sum_{k=0}^N a_k n^k \quad (1)$$

który w otoczeniu  $2M + 1$  punktów minimalizuje kwadrat błędu aproksymacji

$$\epsilon_N = \sum_{n=-M}^M (p(n) - x[n])^2 \quad (2)$$

Wtedy dla próbki centralnej pośród  $2M + 1$  punktów (ma ona indeks  $n = 0$ ) wartość odfiltrowanego sygnału przyjmuje

$$y[0] = p(0) = a_0 \quad (3)$$

W praktyce filtr Savitzky-Golay realizuje swoje zadanie obliczając splot kilku aktualnie branych pod uwagę punktów z wielomianową aproksymacją ciągu z jednostkowym impulsem w środku sekwencji.

$$y[n] = \sum_{m=n-M}^{n+M} h[n-m]x[m] \quad (4)$$

gdzie  $h$  jest wynikiem interpolacji wielomianem stopnia  $N$  sekwencji z jednostkowym impulsem, np.  $[0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]$  dla  $M = 3$ .

## 3 Prototyp programu

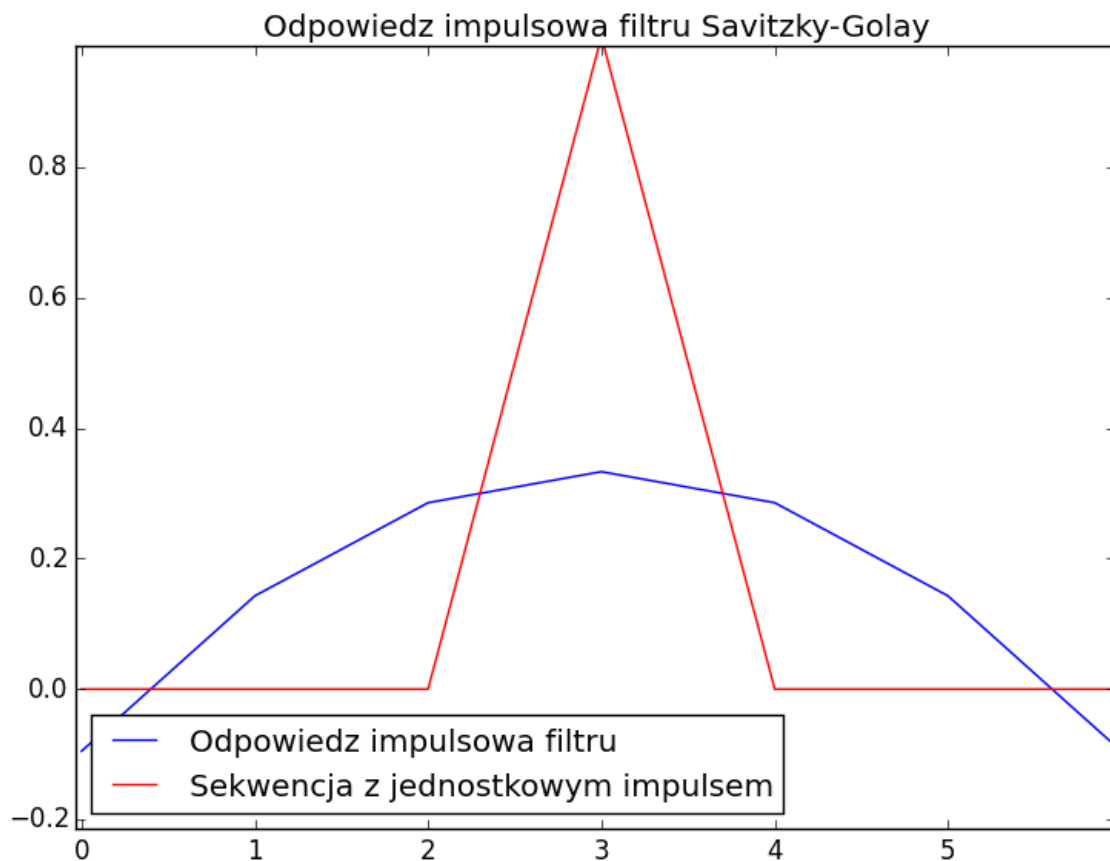
### 3.1 Użyte moduły

Przed przystąpieniem do pracy nad algorytmem, użyliśmy biblioteki **WFDB** dla środowiska MATLAB, która umożliwiła pobranie danych EKG z bazy MIT-BIH[2].

W prototypowej wersji programu użyliśmy modułu **NumPy** do operacji na macierzach i operacji numerycznych, w tym: interpolacji wielomianowej, sklejana i obracania wektorów. Moduł matplotlib.pyplot posłużył do obrazowania wyników.

### 3.2 Oprogramowanie algorytmu

Ponieważ odpowiedź impulsowa filtru  $h$  jest niezależna od wartości sygnału, wartości wektora  $h$  o długości  $2m+1$  wystarczy obliczyć raz, a następnie obliczyć wartość konwolucji sygnału z taką maską. Wartości maski zostały pokazane na rysunku 1.



Rysunek 1: Odpowiedź impulsowa filtru, uzyskana jako interpolacja wielomianem  $N = 2$  stopnia serii  $2M + 1 = 7$  próbek z jednostkowym impulsem pośrodku

### 3.3 Wartości brzegowe

Algorytm w każdym punkcie potrzebuje do obliczeń  $M$  punktów z lewej i  $M$  punktów z prawej strony, zatem należy zdecydować o zachowaniu programu na początku i na końcu

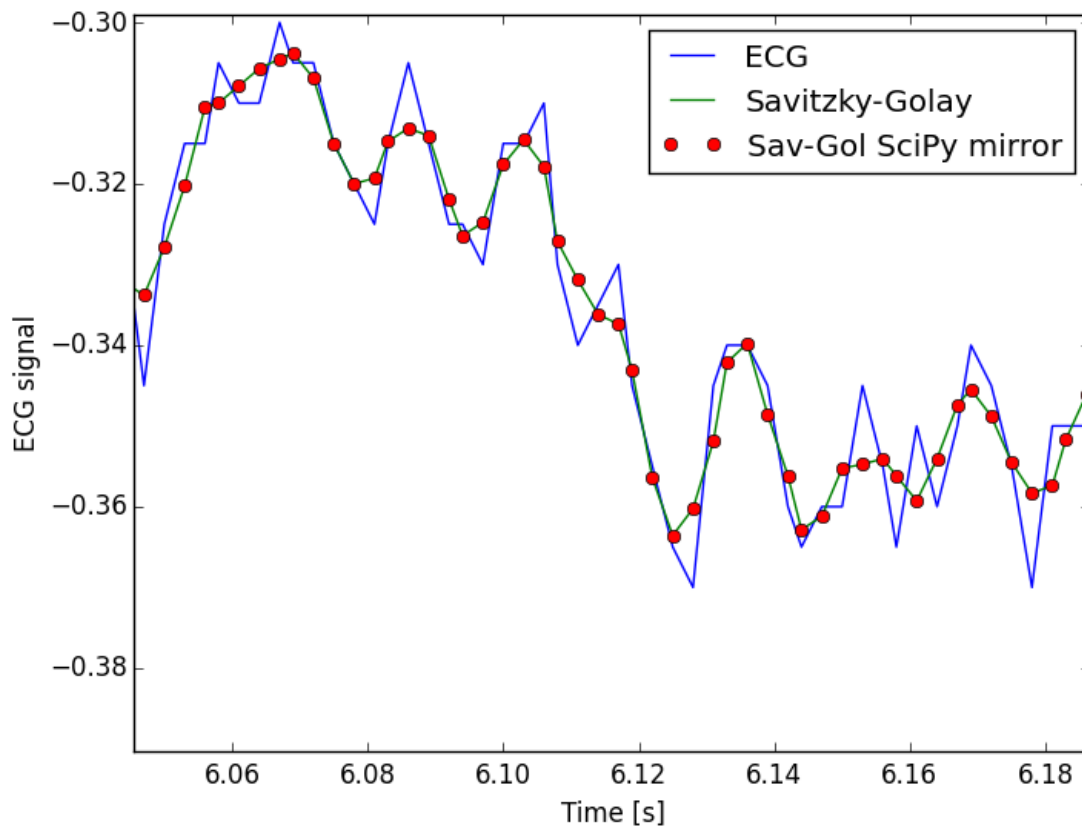
spróbkowanego sygnału.

Istnieje kilka możliwych rozwiązań:

1. Zawijanie - algorytm wykorzysta pierwsze  $M$  punktów na końcu oraz ostatnie  $M$  punktów na początku sygnału
2. Odbicie - na brzegach zostaną wykorzystane najbliższe punkty, jednak w odwróconej kolejności
3. Użycie stałej, ustalonej wartości
4. Najbliższy sąsiad - poza granicami sygnału zostaną dopisane punkty równe pierwszej próbie (na początku) i ostatniej próbie (na końcu)

W prototypie wybraliśmy rozwiązanie 2. Jeśli ostatnie punkty mają wartości  $[6, 7, 8, 9]$ , to dopisane poza prawą granicą punkty otrzymają wartości  $[8, 7, 6]$ .

Przebieg filtracji uzyskanej za pomocą prototypu Python przedstawia wykres 2



Rysunek 2: Wygładzanie metodą Savitzky-Golay z oknem 7 próbek ( $M=3$ ) i aproksymacją wielomianem  $N=2$  stopnia. Porównanie prototypu z funkcją z modułu SciPy.signals

Aktualny kod dostępny w repozytorium <https://github.com/Qbicz/Savitzky-Golay>

## Literatura

- [1] Ronald W. Schafer, “What Is a Savitzky-Golay Filter?” *IEEE Signal Processing Magazine*, p. 111-117, 2011.
- [2] Goldberger AL, Amaral LAN, Glass L, Hausdorff JM, Ivanov PCh, Mark RG, Mietus JE, Moody GB, Peng C-K, Stanley HE, “PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals,” *Circulation* 101(23):e215-e220 [*Circulation Electronic Pages*; <http://circ.ahajournals.org/content/101/23/e215.full>], 2000.