Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie

Elektroniczne systemy diagnostyki medycznej i terapii

Wygładzanie sygnału metodą Savitzky-Golay

Autorzy:
Piotr Pałucki
Filip Kubicz

Spis treści

1 Wstęp

Niniejsza praca jest częścią projektu mającego na celu identyfikację zespołu QRS w sygnale z elektrokardiografu. Sygnał EKG zaraz po zebraniu danych jest zaszumiony i wymaga wygładzenia oraz usunięcia zakłóceń. Największą przeszkodą w analizie sygnału są zakłócenia niskiej częstotliwości, które mogą pochodzić od ruchów pacjenta (ang. *motion artifacts*), jego oddychania lub zmian rezystancji połączenia elektrody ze skórą. Zakłócenia wysokiej częstotliwości, które mogą utrudniać interpretację sygnału to szumy pochodzące od elektromiogramu i napięcia zasilającego 50Hz.

Jednym ze sposobów wstępnego przetwarzania sygnału EKG zanim przystąpi się do jego analizy jest filtr Savitzky-Golay.

W naszej części projektu przygotowujemy prototyp algorytmu z użyciem języka Python, a następnie implementację w języku C++. Dane wykorzystane podczas testów to sygnały z bazy MIT-BIH o numerach 100, 101 oraz 117. Użyte w projekcie narzędzia przedstawia tabela 1.

Część projektu	Język programowania	Biblioteki	Obrazowanie
Prototyp	Python 3.5	NumPy	Matplotlib
Implementacja	C++	Eigen	gnuplot

Tablica 1: Zestawienie języków programowania i modułów

2 Algorytm

Filtr Savitzky-Golay pozwala wygładzić cyfrowy sygnał. Jego działanie opiera się na lokalnym przybliżeniu próbek sygnału wielomianami niskiego rzędu [1].

Mając dany sygnał x[n], poszukujemy wielomianu

$$p(n) = \sum_{k=0}^{N} a_k n^k \tag{1}$$

który w otoczeniu $2M + 1$ punktów minimalizuje kwadrat błędu aproksymacji

$$\epsilon_N = \sum_{n=-M}^{M} (p(n) - x[n])^2 \tag{2}$$

Wtedy dla próbki centralnej pośród $2M + 1$ punktów (ma ona indeks $n = 0$) wartość odfiltrowanego sygnału przyjmuje

$$y[0] = p(0) = a_0 \tag{3}$$

W praktyce filtr Savitzky-Golay realizuje swoje zadanie obliczając splot 2M+1 aktualnie branych pod uwagę punktów z wielomianową aproksymacją ciągu z jednostkowym impulsem w środku sekwencji.

$$y[n] = \sum_{m=n-M}^{n+M} h[n-m]x[m] \tag{4}$$

gdzie h jest wynikiem interpolacji wielomianem stopnia N sekwencji z jednostkowym impulsem pośrodku, np. $h = [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]$ dla $M = 3$.

2.1 Przyjęte parametry

Opracowanego w pracy filtru można użyć w filtracji sygnału EKG na dwa sposoby: do odfiltrowania zakłóceń wysokiej częstotliwości oraz do wyznaczenia izolinii reprezentującej na przykład ruchy związane z oddychaniem pacjenta. Mając wyznaczoną izolinię można potem odjąć ją od sygnału wejściowego otrzymując poprawny sygnał EKG. Tak rozbieżne cele wymagają użycia różnych rozmiarów okna filtracji. Parametry przyjęte w pracy przedstawia tablica 2.

Cel / Parametr	N	M
Wyznaczenie izolinii	2	500
Odfiltrowanie zakłóceń wysokiej częstotliwości	2	5

Tablica 2: Parametry filtru

Szerokość okna filtracji dla szumów o wysokiej częstotliwości dobrano dysponując informacją, że sygnały EKG z bazy MIT-BIH są próbkowane z częstotliwością 360 Hz.

3 Prototyp programu

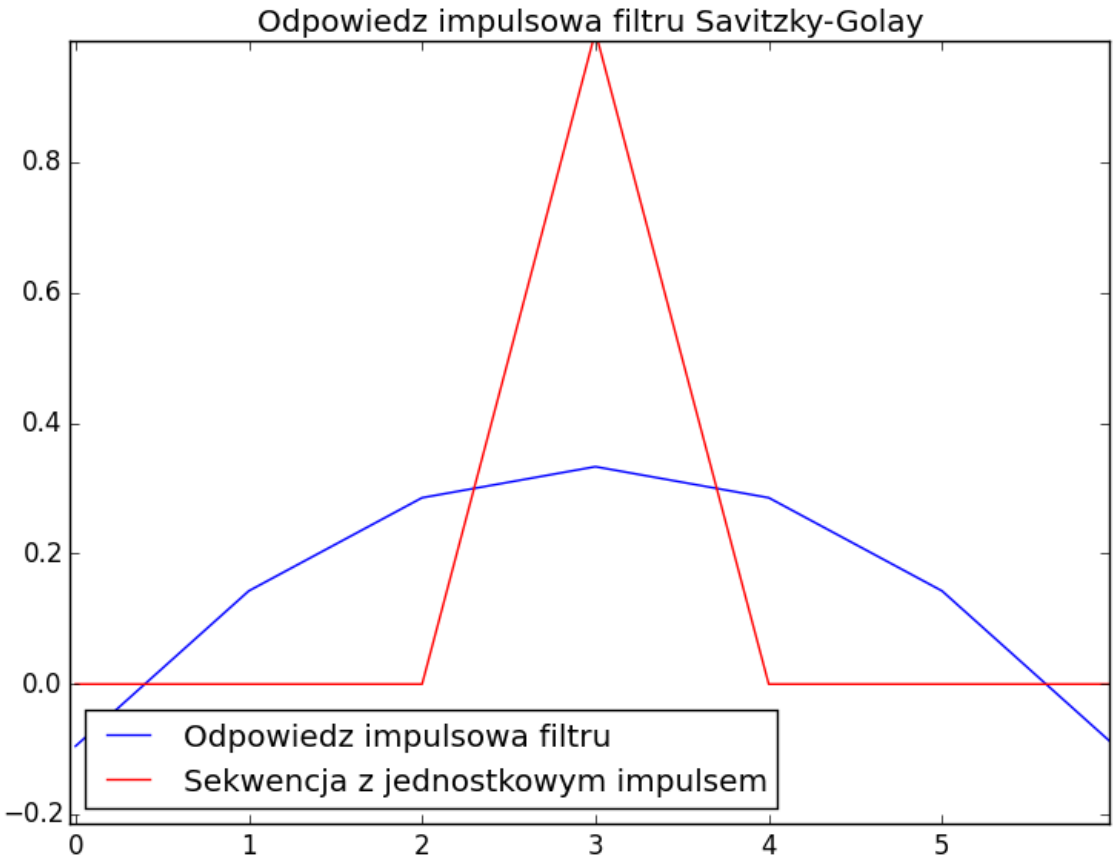
3.1 Wykorzystane moduły

Przed przystąpieniem do pracy nad algorytmem, użyliśmy biblioteki **WFDB** dla środowiska MATLAB, która umożliwiła pobranie danych EKG z bazy MIT-BIH[2].

W prototypowej wersji programu użyliśmy modułu **NumPy** do operacji na macierzach i operacji numerycznych, w tym: interpolacji wielomianowej, sklejania i obracania wektorów. Moduł matplotlib.pyplot posłużył do obrazowania wyników.

3.2 Oprogramowanie algorytmu

Ponieważ odpowiedź impulsowa filtru h jest niezależna od wartości sygnału, wartości wektora h o długości $2M+1$ wystarczy obliczyć raz, a następnie obliczyć wartość konwolucji sygnału z taką maską. Wartości maski zostały pokazane na rysunku 1.



Rysunek 1: Odpowiedź impulsowa filtru, uzyskana jako interpolacja wielomianem $N = 2$ stopnia serii $2M + 1 = 7$ próbek z jednostkowym impulsem pośrodku

3.3 Wartości brzegowe

Algorytm w każdym punkcie potrzebuje do obliczeń M punktów z lewej i M punktów z prawej strony, zatem należy zdecydować o zachowaniu programu na początku i na końcu

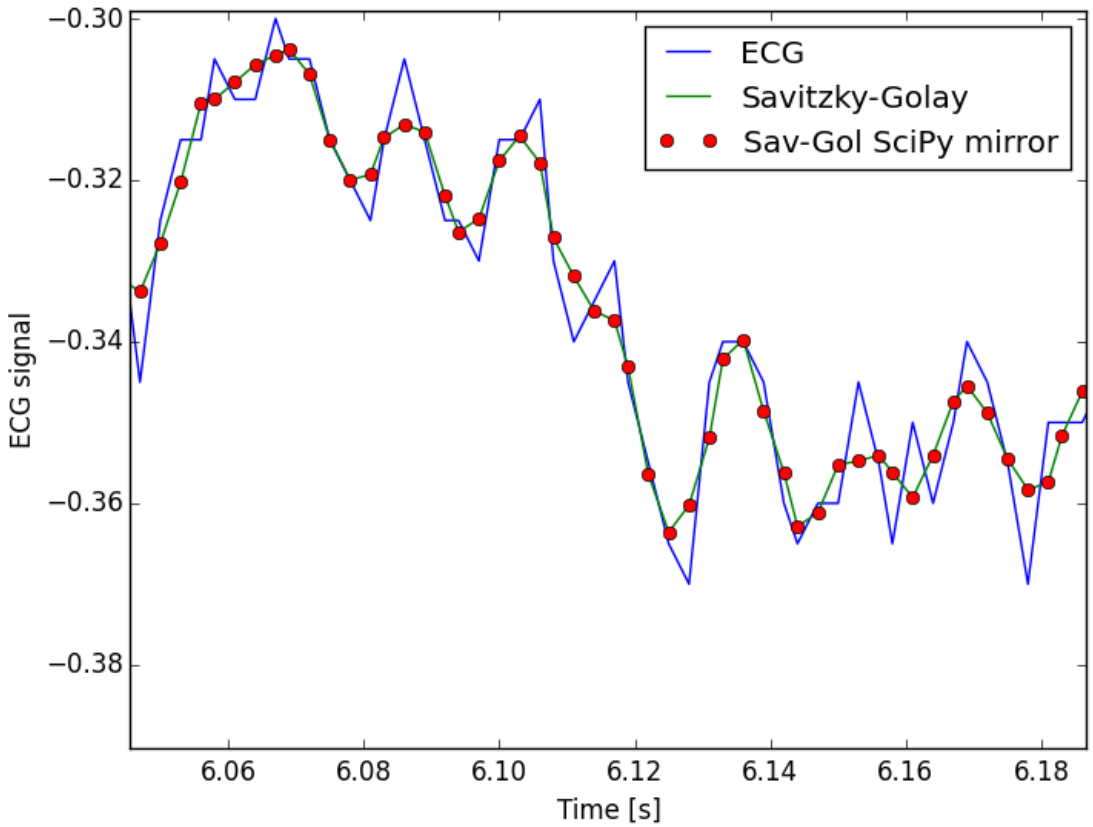
spróbkowanego sygnału.

Istnieje kilka możliwych rozwiązań:

1. Zawijanie - algorytm wykorzysta pierwsze M punktów na końcu oraz ostatnie M punktów na początku sygnału
2. Odbicie - na brzegach zostaną wykorzystane najbliższe punkty, jednak w odwróconej kolejności
3. Użycie stałej, ustalonej wartości
4. Najbliższy sąsiad - poza granicami sygnału zostaną dopisane punkty równe pierwszej próbce (na początku) i ostatniej próbce (na końcu)

W prototypie wybraliśmy rozwiązanie 2. Jeśli ostatnie punkty mają wartości $[6, 7, 8, 9]$, to dopisane poza prawą granicą punkty otrzymają wartości $[8, 7, 6]$.

Przebieg filtracji zakłóceń o wysokiej częstotliwości uzyskanej za pomocą prototypu Python przedstawia wykres 2.

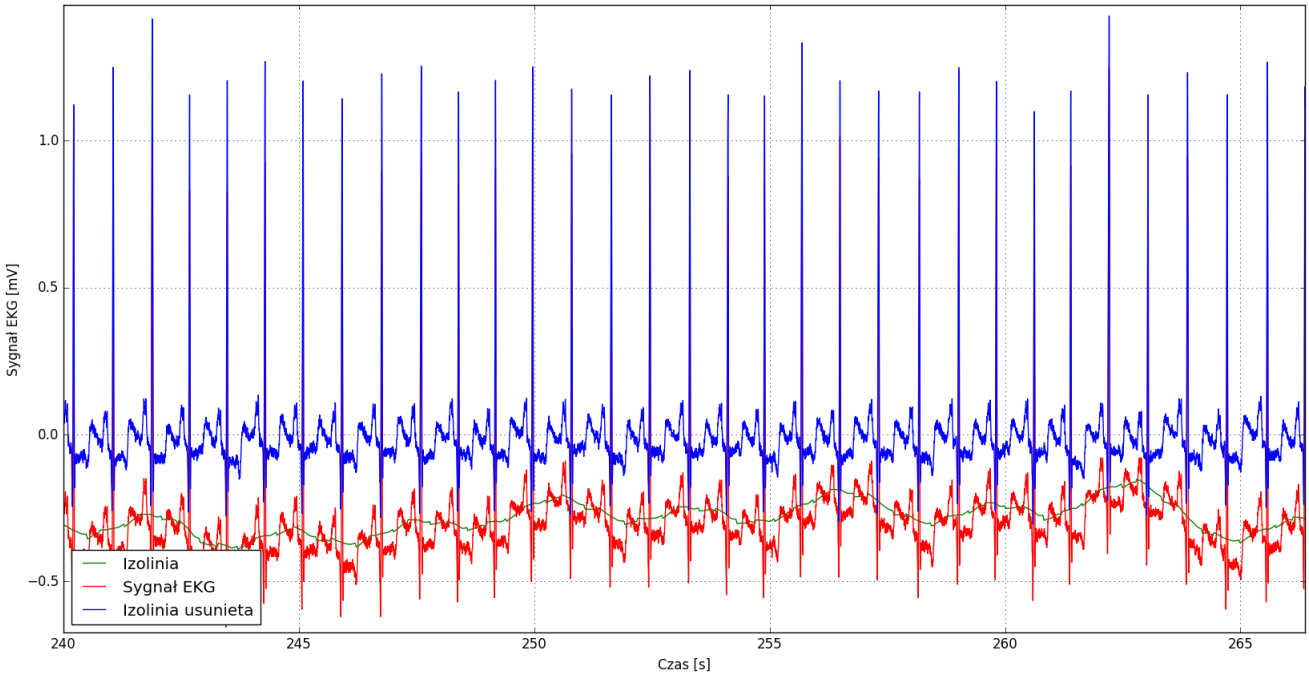


Rysunek 2: Wygładzanie metodą Savitzky-Golay z oknem 7 próbek (M=3) i aproksymacją wielomianem N=2 stopnia. Porównanie prototypu z funkcją z modułu SciPy.signals

3.4 Usunięcie szumów o niskiej częstotliwości

Przyjmując dużą szerokość okna filtracji, z sygnału EKG odrzucono wysokie częstotliwości, łącznie z kompleksami QRS i pozostałymi charakterystycznymi zmianami wartości sygnału.

Otrzymano w ten sposób izolinię, którą następnie usunięto. Rysunek 3 przedstawia wyniki usunięcia izolinii dla okna $M = 500$ przy aproksymacji wielomianem $N = 2$ stopnia.



Rysunek 3: Wykrycie i usunięcie izolinii sygnału EKG z użyciem filtra Savitzky-Golay o parametrach $M = 500$, $N = 2$

4 Implementacja

Implementacja właściwa filtrowania metodą Savitzky-Golay została przygotowana z wykorzystaniem języka C++ w standardzie C++11. Filtracja z uwagi na niewielkie wykorzystanie zasobów wykonywana jest w głównym wątku programu. Aplkacja pobiera z linii poleceń wszystkie niezbędne parametry takie jak nazwy plików wejściowego i wyjściowego, szerokość okna filtracji, rząd wykorzystanego wielomianu oraz parametr decydujący czy po zakończeniu obliczeń pokazać wykres porównujący sygnał surowy i przefiltrowany. Procedura zbudowania i uruchomienia aplikacji opisana jest w Dodatku A.

4.1 Wykorzystane biblioteki

W aplikacji wykorzystano bilbiotekę Eigen (http://eigen.tuxfamily.org), która dostarcza funkcjonalności umożliwiające operować na wektorach i macierzach w sposób znany nam chociażby ze środowiska Matlab. Biblioteka oparta jest o szablony. Nie wymaga ona instalacji, gdyż dystrybuowana jest jako zbiór plików nagłówkowych, które wystarczy (opcjonalnie wybiórczo) umieścić w swoim projekcie.

Biblioteka Eigen oferuje użytkownikom typy o dynamicznie ustalanym rozmiarze reprezentujące wektor i macierz (np. liczb typu float):

- Eigen::VectorXf
- Eigen::MatrixXf

Dodatkowo dostarcza przydatne funkcje jak:

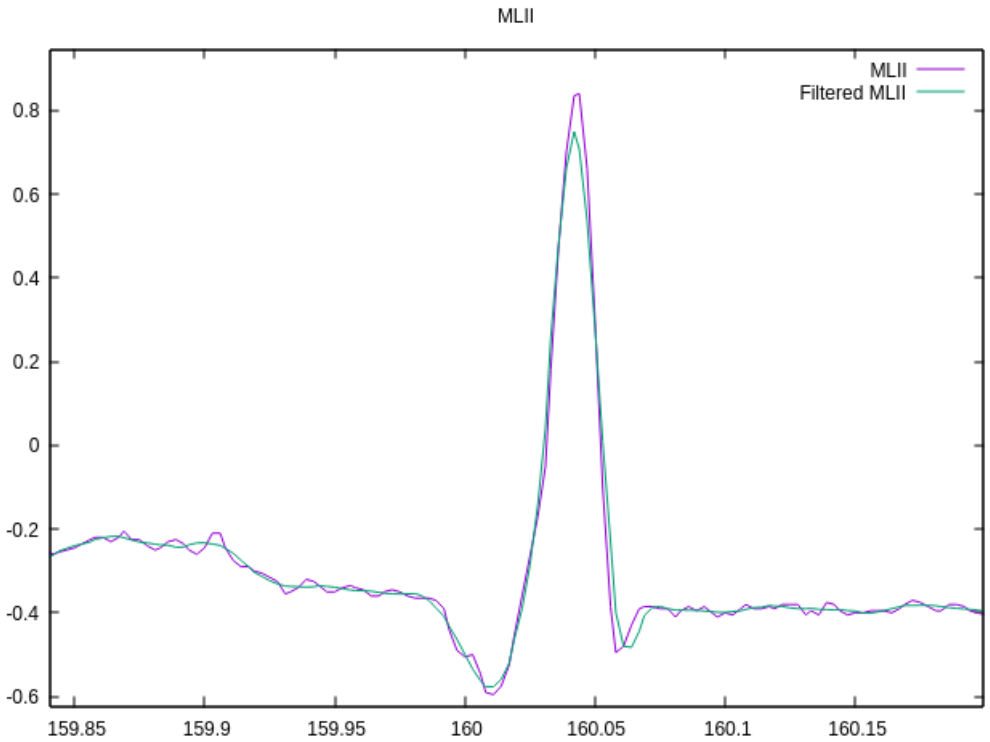
- Eigen::MatrixXf transpose() - zwracającą transpozycję macierzy,
- Eigen::MatrixXf inverse() - zwracającą macierz odwrotną.

4.2 Wyjście programu

Wyjściem programu jest plik z danymi. Plik posiada następujący format:

Time[s]	MLII[mV]	MLII_Filtered[mV]	V5[mV]	V5_Filterred[mV]
0	−0.145	−0.314107	−0.065	−0.216375
0.003	−0.145	−0.314043	−0.065	−0.216346
0.006	−0.145	−0.313977	−0.065	−0.216311
0.008	−0.145	−0.313882	−0.065	−0.216267
0.011	−0.145	−0.313774	−0.065	−0.21621
0.014	−0.145	−0.313648	−0.065	−0.216148
0.017	−0.145	−0.313519	−0.065	−0.216095
0.019	−0.145	−0.313392	−0.065	−0.216052
0.022	−0.12	−0.313274	−0.08	−0.216001

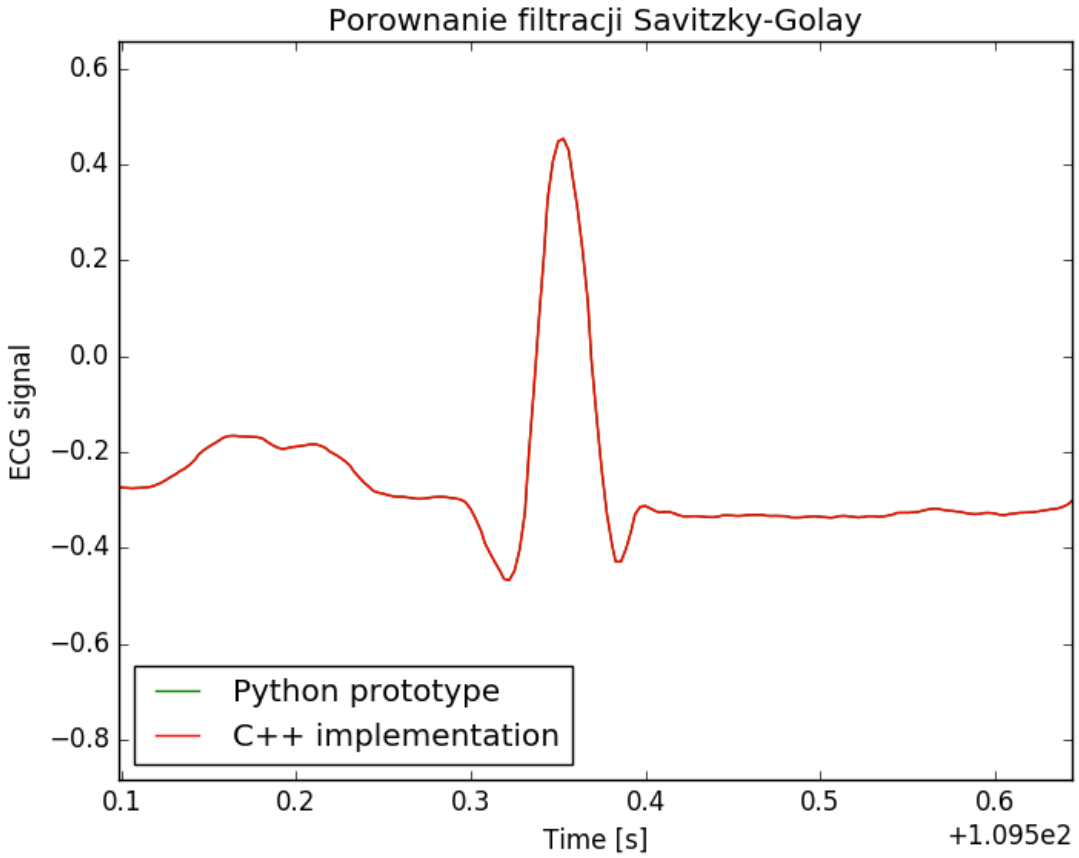
Opcjonalnie na podstawie takiego pliku można wygenerować wykres z porównaniem sygnału przed i po filtracją. Wykres generowany jest przez środowisko **gnuplot**. Przykładowy wykres przedstawiono poniżej.



Rysunek 4: Porównanie sygnałów przy filtracji wielomianem $N = 2$ stopnia serii $2M + 1 = 15$ próbek

4.3 Porównanie z modelem programowym

Poniżej przedstawiono porównanie sygnałów przefiltrowanych w prototypie oraz we właściwej aplikacji. Nie widać większych różnic między sygnałami.



Rysunek 5: Rozbieżności przy filtracji wielomianem $N = 2$ stopnia serii $2M + 1 = 21$ próbek

Aby upewnić się jaka rozbieżność istnieje między sygnałami policzono błąd średniokwadratowy, jako odniesienie przyjmując wynik filtracji z użyciem funkcji `scipy.signal.savgol_filter()`. Wzięto pod uwagę 100 000 próbek, czyli 277 sekund sygnału EKG.

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}(x_i - \hat{x}_i)^2 \tag{5}$$

gdzie x to sygnał badany, $\hat{x}$ to sygnał wzorcowy, a n to długość sygnałów.

Wyniki zebrano w tabeli 3.

Sygnał badany	MSE
MIT-BIH 100, filtracja: prototyp	2.75e-29
MIT-BIH 100, filtracja: C++	1.96e-9

Tablica 3: Parametry filtru

Warto zauważyć, że sygnały z bazy MIT-BIH charakteryzują się rozdzielczością kwantyzacji $5 \cdot 10^{-6}V$, ponieważ wersja cyfrowa była tworzona przy użyciu przetwornika 11-bitowego w zakresie $10mV$. Jak widać, metody na większości sygnału działają identycznie. Różnica pojawia się dla ostatnich M próbek, ze względu na drobne różnice w traktowaniu wartości brzegowych.

Literatura

[1] Ronald W. Schafer, "What Is a Savitzky-Golay Filter?" *IEEE Signal Processing Magazine, p. 111-117*, 2011.

[2] Goldberger AL, Amaral LAN, Glass L, Hausdorff JM, Ivanov PCh, Mark RG, Mietus JE, Moody GB, Peng C-K, Stanley HE, "PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals," *Circulation 101(23):e215-e220 [Circulation Electronic Pages; http://circ.ahajournals.org/content/101/23/e215.full]*, 2000.

Dodatek A Instrukcje

Dodatek ten opisuje sposoby kompilacji i uruchomienia przygotowanej aplikacji.

A.1 Uruchomienie prototypu

Uruchomienie prototypu wymaga zainstalowania środowiska Python 3.5 oraz modułu SciPy. Popularną dystrybucją zawierającą niezbędne moduły, posiadającą wsparcie dla systemów Windows i Linux jest pakiet Anaconda 3.
Uruchomienie prototypu z linii komend systemu Linux:

```
prototype$ python3 ./savitzky_design.py
```

Uruchomienie pod systemem Windows w konsoli PowerShell:

```
prototype$ python ./savitzky_design.py
```

A.2 Kompilacja aplikacji

Do budowania aplikacji wykorzystano kompilator **gcc** w wersji 5.4.0.
Flagi kompilacji: *-Ofast -Wall -std=c++11*. W celu ułatwienia budowy aplikacji w projekcie wykorzystano framework **cmake**. Instrukcję pobrania instalacji można znaleźć na stronie twórców narzędzia: https://cmake.org/ .
Procedura kompilacji z użyciem cmake:

```
implem/build$ cmake ../
implem/build$ make
```

Alternatywą do systemu budowania cmake może być zwykły system oparty o pliki Makefile lub nawet bezpośrednie użycie kompilatora wraz ze wspomnianymi flagami kompilacji.

A.3 Uruchomienie aplikacji

Uruchomienie aplikacji odbywa się za pośrednictwem linii poleceń:

```
implem/build$ ./SavGol.o
```

Po uruchomieniu programu bez żadnych argumentów otrzymamy wiadomość zwrotną wraz z poprawnym użyciem programu i opisem poszczególnych parametrów:

```
implem/build$ ./SavGol.o
Usage:
./SavGol.o -i file -o file [-n N] [-m M] [plot]
Options:
 --input, -i file  : name of the input file
 --output, -o file : name of the output file
 --plot, -p        : plot filtered signal at the end; default: disabled
 -n N              : half of the filtering range; default: 2
 -m M              : half of the filtering range; default: 5
```

W ramach projektu przygotowano skrypt, który zbuduje i uruchomi aplikację:

```
implem$ ./runSavitzkyGolay
```

W celu zmiany parametrów uruchomienia najłatwiej poddać skrypt modyfikacji i uruchomić go ponownie.

Do poprawnego wyświetlania wykresów niezbędne jest środowisko **gnuplot**. Środowisko to jest z założenia międzyplatformowe, więc powinno działać na większości systemów operacyjnych. Instrukcja jego instalacji znajduje sie pod adresem http://www.gnuplot.info/ .

Aktualny kod projektu dostępny w repozytorium https://github.com/Qbicz/Savitzky-Golay