

Exercício 3

61

Resolva a LP com Simplex

$$\text{Max. } Z = 4x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.t. SA. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 7 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0 \end{cases}$$

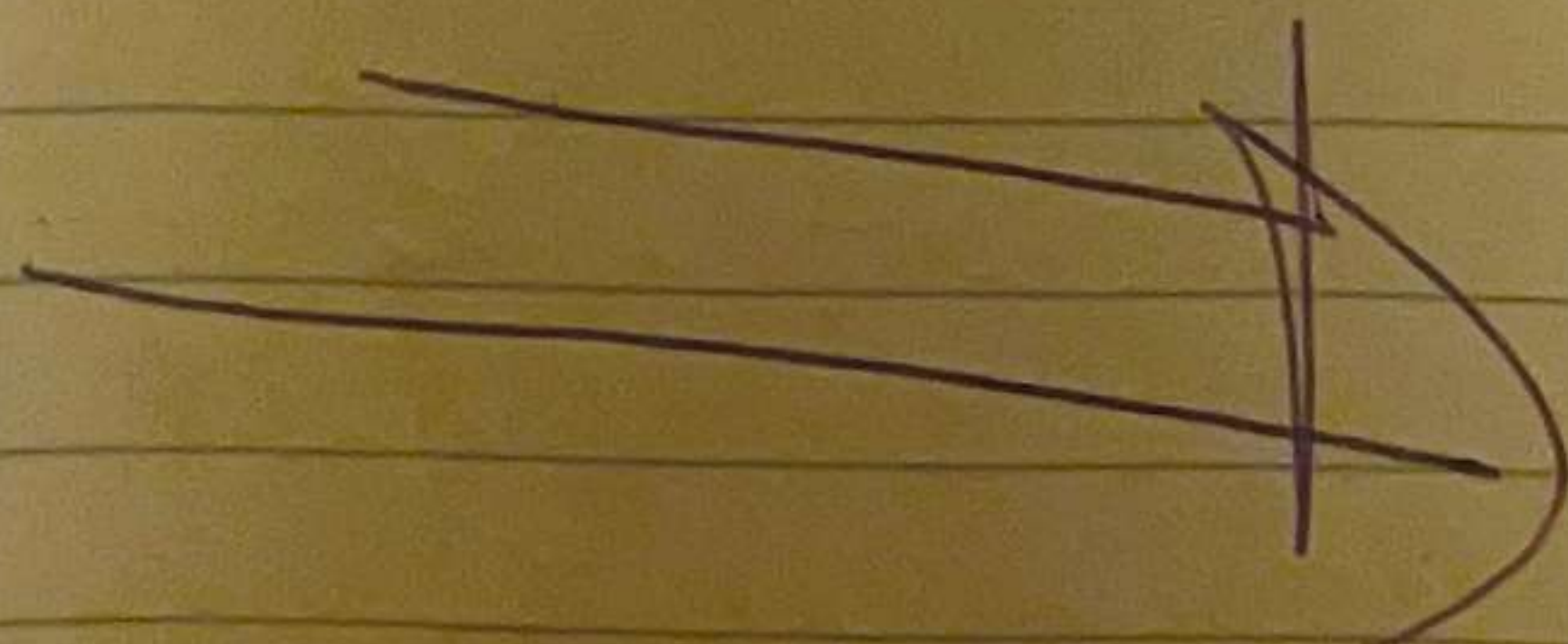
(I)

Converta para Formata Padrão (adicionando variáveis)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + s_1 = 7 & (1) \\ 2x_1 + 2x_2 + s_2 = 8 & (2) \\ x_1 + x_2 + s_3 = 3 & (3) \\ x_2 + s_4 = 2 & (4) \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0 \end{cases}$$

(II)

Tabela inicial do Simplex



Exercício 3

61

Resolva a LP com Simplex

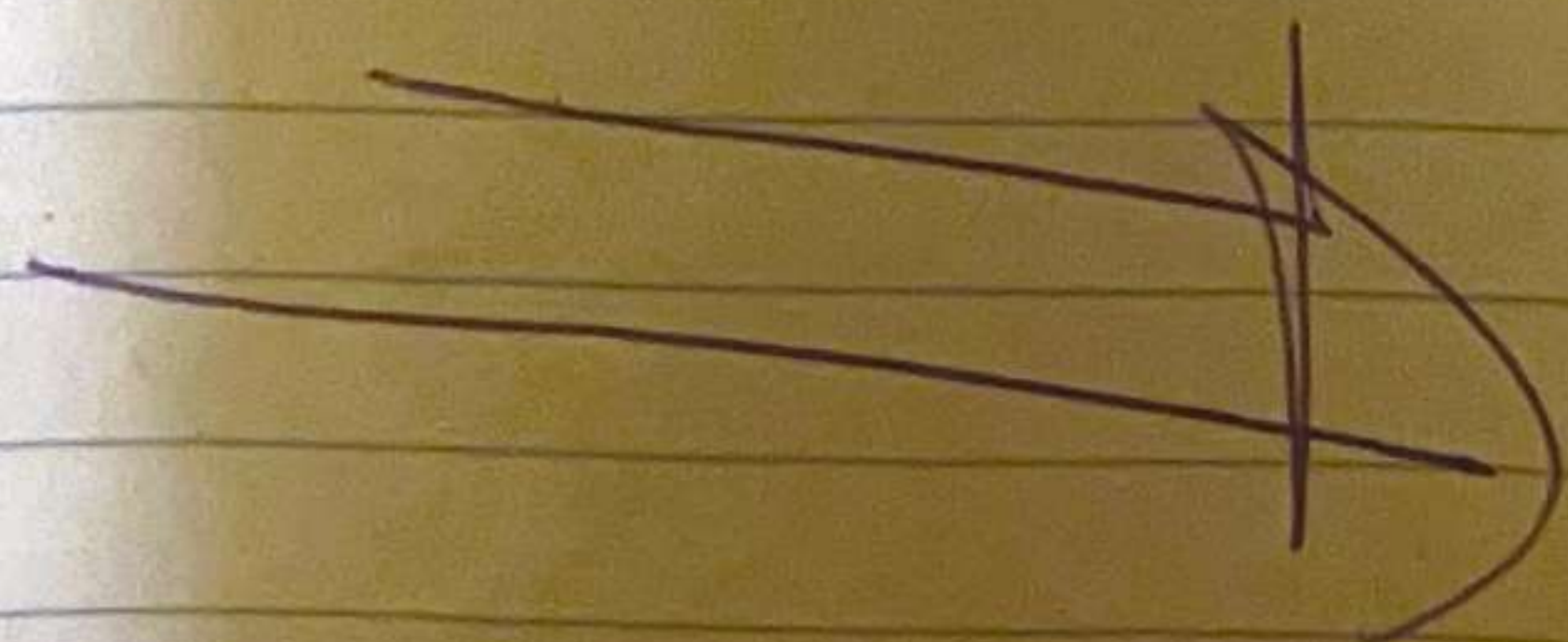
$$\text{Max. } Z = 4x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.t. SA. } \begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 7 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0 \end{cases}$$

(I) Converter para Formule Padrão (adicionar variáveis)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + s_1 = 7 & (1) \\ 2x_1 + 2x_2 + s_2 = 8 & (2) \\ x_1 + x_2 + s_3 = 3 & (3) \\ x_2 + s_4 = 2 & (4) \\ x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0 \end{cases}$$

(II) Tabela inicial do Simplex



II

Tabela inicial do Simplex

Base	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	Solução
s_1	1	3	1	0	0	0	7
s_2	2	2	0	1	0	0	8
s_3	1	1	0	0	1	0	3
s_4	0	1	0	0	0	1	2
Z	-4	-3	0	0	0	0	0

III

No linha Z , o coeficiente mais negativo é -4 (de x_1). Portanto, x_1 entra na base

IV

Calcular a Razão Mínima (Ver qual que sai)

(Dividir a coluna "Solução" pelos coeficientes de $x_1 \rightarrow$ apenas valores positivos)

$$\rightarrow s_1 \Rightarrow 7/1 = 7$$

$$\rightarrow s_2 \Rightarrow 8/2 = 4$$

$$\rightarrow s_3 \Rightarrow 2/0 \Rightarrow \text{é ignorado}$$

menor razão: 3 (linha de s_3) logo $s_3 \rightarrow$ sai

58
 $\nabla \rightarrow$ Pivotear na linha de S_3
Linha Pivô (linha 3)

$$x_1 + x_2 + S_3 = 3$$

\Downarrow implica que

$$x_1 = 3 - x_2 - S_3$$

Atualizar as demais linhas

Linha 1

$$S_1 = 7 - x_1 - 3x_2$$

Substituir x_1

$$S_1 = 7(3 - x_2 - S_3) - 3x_2 = 4 - 2x_2 + 2S_3$$

Linha 2

$$S_2 = 8 - 2x_1 - 2x_2$$

Substituir x_1

$$S_2 = 8 - 2(3 - x_2 - S_3) - 2x_2 = 8 - 6 + 2x_2 + 2S_3 - 2x_2 = 2 + 2S_3$$

Linha Z

$$Z = 4x_1 + 3x_2$$

Substituir

$$Z = 4(3 - x_2 - S_3) + 3x_2 = 12 - 4x_2 - 4S_3 + 3x_2 = 12 - x_2 - 4S_3$$

VI Nova Tabela após Pivoteamento

Base	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solução
S_1	0	2	1	0	-1	0	4
S_2	0	0	0	1	-2	0	2
x_1	1	1	0	0	1	0	3

Base	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solução
S_4	0	1	0	0	0	1	2
S_1	0	-1	0	0	-4	0	12

Passo 7: Verificar Armazenagem

Na linha Z, onde há coeficiente negativo: -1 (de x_2)

Variável que entra $\rightarrow x_2$

Passo 8: Calcular Nova Razão Mínima

$$\Rightarrow S_1 : 4/2 = 2$$

$$\Rightarrow S_2 : 2/0 = \infty$$

$$\Rightarrow x_1 : 3/1 = 3$$

$$\Rightarrow S_4 : 2/1 = 2$$

Menor Razão: 2
Escolhemos a linha S_1 arbitrária

Passo 9: Pivotear na linha de S_1

Linha Pivô (Linha 1)

$$2x_2 + S_1 - S_3 = 4$$

↓ implica que

$$x_2 = 2 - 0,5S_1 + 0,5S_3$$

Atualizar os outros linhas

1ª linha 3 (x1)

$$x_1 = 3 - x_2 - S_3$$

Substituir

$$x_1 = 3 - (2 - 0,5S_1 + 0,5S_3) - S_3$$

$$1 + 0,5S_1 - 1,5S_3$$

2ª linha ~~4~~

$$S_4 = 2 = x_2$$

Substituir

$$S_4 = 2 - (2 - 0,5S_1 + 0,5S_3) = 0,5S_1 - 0,5S_3$$

3 \Rightarrow linha 2 (S_2)

~~Substituir~~ não é afetado (coeficiente de x_2 é zero)

4 \Rightarrow linha Z:

$$Z = 12 - x_2 - 4s_3$$

Substituir

$$Z = 12 - (2 - 0,5s_1 + 0,5s_3) - 4s_3$$
$$10 + 0,5s_1 - 4,5s_3$$

~~Passo 10 \Rightarrow Nova Tabela após Pivote~~

Passo 10 \Rightarrow Nova Tabela após Pivoteamento

Bases	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	Solusões
x_2	0	1	0,5	0	-0,5	0	2
s_2	0	0	0	1	-2	0	2
x_1	1	0	-0,5	0	0,5	0	1
s_4	0	0	-0,5	0	0,5	1	0
Z	0	0	0,5	0	-4,5	0	10

Passo 11: Verificar a função
Ainda há coeficiente negativo na
linha $Z = 4,5$ (de $S3$)

Varíavel que Entra $S3$

Passo 12 \rightarrow Calcular nova Razão
Mínima

\rightarrow ~~Zero~~

$$\begin{aligned} \rightarrow X2 &: 2 / (-0,5) = -4 \rightarrow \text{ignorado} \\ \Rightarrow S2 &: 2 / (-2) = -1 \rightarrow \parallel \\ \Rightarrow X1 &: 1 / (-0,5) = 2 \rightarrow \parallel \\ \Rightarrow S4 &: 0 / (0,5) = 0 \rightarrow \parallel \end{aligned}$$

Todos os razões são negativas
ou zero,

Indicando que não há solução
finita.

Problema limitado, mas como
todos as restrições são limitantes
o cálculo foi necessário.

Ponto 13 \rightarrow Solução Ótima
(pelo teorema do "Ponto 6")

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 0$$

$$Z = 12$$

Aqui todas as restrições são satisfeitas

$$1 \Rightarrow 3 + 3(0) = 3 \leq 7$$

$$2 \Rightarrow 2(3) + 2(0) = 6 \leq 8$$

$$3 \Rightarrow 3 + 0 = 3 \leq 3$$

$$4 \Rightarrow 0 \leq 2$$

Resposta Final

$$x_1 = 3, x_2 = 0, Z_{\text{máximo}} = 12$$