problema 1:

considerando nossa matriz como sendo formada por:

$$A = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

, O elemento K_{ij} de nossa matriz de covariancia pode ser calculado por:

$$K_{X_iX_j} = \operatorname{cov}[X_i, X_j] =$$

$$= E[(X_i - E[X_i])(X_j - E[X_j])]$$, em que

E representa o valor esperado, temo então:

$$\operatorname{cov}(A) = \begin{bmatrix} 296 & -132 & -42.6 & 195 \\ -132 & 184 & 44.2 & -15 \\ -42.6 & 44.2 & 164.16 & -10 \\ 195 & -15 & -10 & 170 \end{bmatrix}$$

problema 3:

①

$x = [2.0 \quad 3.5 \quad 4.0 \quad 5.1 \quad 7.0]$

$y = [2.2 \quad 2.0 \quad 3.0 \quad 6.0 \quad 5.0]$

$\bar{x} = (21.6/5) = 4.32$ Queremos criar um modelo

$\bar{y} = (18.2/5) = 3.64$ $\quad y_i = a + bx_i + e_i$, em que

$n = 5$ $\quad$ nosso objetivo é minimizar

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 .$$

$$s(a,b) = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2 .$$

Aplicando $\frac{\partial s}{\partial a}$ e $\frac{\partial s}{\partial b}$ e igualando a zero obtem-se as formas fechadas:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad , \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n} x_i (x_i - \bar{x})}$$

que é equivalente a $\quad b = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$, temos então:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overset{4.32}{\cancel{21.6}})(y_i-\overset{3.64}{\cancel{18.2}})}{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overset{4.32}{\cancel{21.6}})^2} =$$

$$\hat{=} \frac{10.4}{14} \hat{=} 0.74$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = \cancel{18.2-(0.74)(21.6)} =$$

$$= 3.64 - (0.74)(4.32) \hat{=} 0.43,$$

logo, temos:

coeficiente angular: 0.74

coeficiente linear: 0.43

Problema 4

①

$X = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6]$

$y = [-4.501 \quad 83.453 \quad 112.953 \quad 123.824 \quad 170.335 \quad 183.008]$

$$y = \beta_1 X + \beta_2 \ln x + \varepsilon$$

Temos:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \ln 1 \\ 1 & 2 & \ln 2 \\ 1 & 3 & \ln 3 \\ 1 & 4 & \ln 4 \\ 1 & 5 & \ln 5 \\ 1 & 6 & \ln 6 \end{bmatrix}, \quad X^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \ln 1 & \ln 2 & \ln 3 & \ln 4 & \ln 5 & \ln 6 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} -4.501 \\ 83.453 \\ 112.953 \\ 123.824 \\ 170.335 \\ 183.008 \end{bmatrix}$$

temos então:

$$b = (X^T \cdot X)^{-1} X^T y =$$

$$= \begin{bmatrix} 0.947 & -0.451 & 0.694 \\ -0.451 & 0.842 & -2.16 \\ 0.694 & -2.16 & 5.98 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \ln 1 & \ln 2 & \ln 3 & \ln 4 & \ln 5 & \ln 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4.501 \\ 83.453 \\ 112.953 \\ 123.824 \\ 170.335 \\ 183.008 \end{bmatrix}$$

$$= [1.32 \quad 0.97 \quad 92.73],$$

temos então:

$$y = B_1 X + B_2 \ln X + \mathcal{E} = 0.97X + 92.73 \ln X + 1.52$$

Problema 5:

(a) ($P=8$) pois o modelo consegue prever bem os pontos em azul.

(b) ($P=8$) pois o medelo consegue prever bem quese todos os pontos considerados.

(c) ($P=8$) pois consegue prever bem mais pontos comparado ao modelo ($P=3$).