DCC639: Álgebra Linear Computacional **(Prazo para submissão: 18/01/21 23:55)**

Lista de Exercícios 02

Professores: Erickson e Fabricio

Política da Disciplina: Leia todas as instruções abaixo cuidadosamente antes de começar a resolver a lista, e antes de fazer a submissão.

- As questões podem ser discutidas entre até quatro alunos registrados em um canal privado no Teams (conjuntos disjuntos). Os nomes dos colegas precisam ser incluídos na submissão. **Em caráter especial, a submissão da solução desta lista só precisará ser feita por um dos membros do grupo.**
- A submissão deve ser feita em formato PDF através do Moodle, mesmo que tenham sido resolvidas a mão e escaneadas.
- Todas as soluções devem ser justificadas.
- Todas as fontes de material precisam ser citadas. O código de conduta da UFMG será seguido à risca.

Problema 1: Encontre o espaço coluna $C(A)$, o espaço linha $R(A)$ e o espaço nulo $N(A)$, onde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

Problema 2: Existem quatro possibilidades para o *rank* r **e o tamanho** m, n **da matriz** A **que são equivalentes às quatro possibilidades para o sistema** $Ax = b$**. Encontre quatro matrizes de** A_1 **até** A_4 **que mostrem essas possibilidades:**

$r = m = n$	$A_1x = b$ **possui uma solução para todo** b
$r = m < n$	$A_2x = b$ **possui** ∞ **soluções**
$r = n < m$	$A_3x = b$ **possui nenhuma ou uma solução**
$r < m, r < n$	$A_4x = b$ **possui nenhuma ou** ∞ **soluções**

Problema 3: Encontre os autovalores de A, B, AB **e** BA**.**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}_{2\times 2} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2\times 2} \quad AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}_{2\times 2} \qquad BA = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}_{2\times 2}$$

(a) Os autovalores de AB são iguais aos autovalores de A multiplicados pelos autovalores de B?

(b) Os autovalores de AB são iguais aos autovalores de BA?

Problema 4: Seja A **uma matriz quadrada e** λ **uma constante qualquer.**
Explique por que $\det(A - \lambda I) = \det(A^\top - \lambda I)$.

Problema 5: Elabore e resolva uma questão (1 grupo = 1 questão) sobre qualquer tópico que apareça na planilha ao lado do nome de qualquer integrante do seu grupo: https://drive.google.com/file/d/1yWdp4-ehrSVz3VQ8EH8idn0Qj26ZczyE/view?usp=sharing.
Para alunos sem grupo, este problema é opcional.

Embora você seja livre para decidir, recomendamos que a questão não seja nem muito fácil, nem muito difícil. Questões interessantes podem ser escolhidas como base para as questões que irão compor a prova.