

\* 作业请在超星平台提交，可以手写拍照，或者提交 word、pdf，截止时间为：11 月 13 日。

\*\* 本次作业共 3 题，均需给出时间复杂度分析。

## 第 1 题 文本对齐

文本对齐问题是将  $n$  个由空格分隔的单词序列合适的放入具有恒定宽度  $s$  的若干行中，以最小化单词之间的空白量。每个单词都可以用它的宽度  $\omega_i < s$  来表示，最小化一行中空白的一个好方法是最小化这一行中的“badness”值。若某一行包含从  $w_i$  到  $w_j$  的单词，那么这一行的“badness”值被定义为

$$b(i, j) = \begin{cases} (s - (\omega_i + \dots + \omega_j))^3 & , \text{ if } s > (\omega_i + \dots + \omega_j) \\ \infty & , \text{ otherwise} \end{cases}$$

一个好的文本对齐算法将把单词分成几行，以最小化其“badness”值的和。“badness”值定义中的立方计算可以对一行中的大空白进行严重的惩罚。Microsoft Word 使用贪心算法来实现文本对齐：每次在移动到下一行之前将尽可能多的单词放入这一行中。这一算法会导致一些行的“badness”值非常大。另一方面，L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 使用动态规划方法进行文本对齐，以最小化所有行的“badness”值的和。设计一个  $O(n^2)$  时间复杂度的算法，将  $n$  个单词放入宽度为  $s$  的若干行中，以最小化所有行的“badness”值的总和。

## 第 2 题 活动安排 \*

设有  $n$  个活动的集合  $E = 1, 2, \dots, n$ ，其中每个活动都要求使用同一资源，如会场、教室等，而在同一时间内只有一个活动能使用这一资源。每个活动  $i$  都有一个要求使用该资源的起始时间  $s_i$  和一个结束时间  $f_i$ ，且  $s_i < f_i$ 。如果选择了活动  $i$ ，则它在半开时间区间  $[s_i, f_i)$  内占用资源。若区间  $[s_i, f_i)$  与区间  $[s_j, f_j)$  不相交，则称活动  $i$  与活动  $j$  是相容的。为成功举办全部  $n$  个活动，最少需要多少个资源？

### 第 3 题 单位时间任务安排问题

给定一个任务的有限集  $S$ ， $S$  中每个任务只做一个单位时间，但每个任务均有截止时间。具有截止时间和误时惩罚的单位时间的任务时间表问题可描述如下：

- (1)  $n$  个单位时间任务的集合  $S = 1, 2, \dots, n$ ;
- (2) 任务  $i$  的截止时间  $d_i, 1 \leq i \leq n, 1 \leq d_i \leq n$ ，即要求任务  $i$  在时间  $d_i$  之前结束；
- (3) 任务  $i$  的误时惩罚  $w_i, 1 \leq i \leq n$ ，即任务  $i$  未在时间  $d_i$  之前结束将招致  $w_i$  的惩罚；若按时完成则无惩罚。

要求确定  $S$  的一个任务安排使得总误时惩罚达到最小。