Metaheurísticas

Optimización Multiobjetivo

Problemas de optimización multiobjetivo

- La mayoría de los problemas que se intentan resolver se caracterizan por la existencia de **múltiples medidas de actuación**
- Necesitamos **optimizar distintas dimensiones**, o al menos menos satisfacerlas de forma simultánea
- Lo normal es que **los objetivos o dimensiones estén en conflicto**, lo que dificulta mucho la resolución del problema

Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo

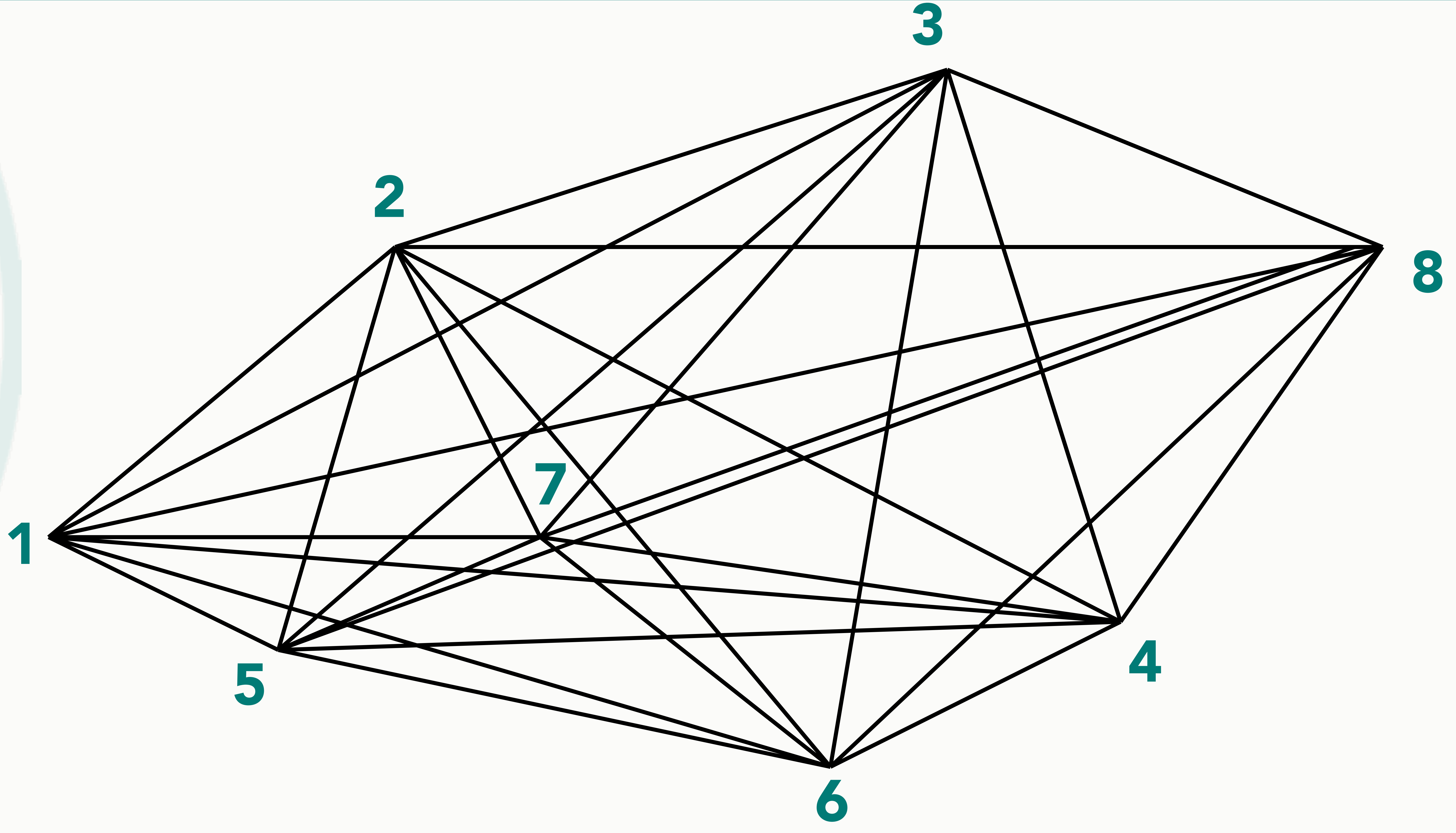
ejemplo: optimización de un SI para un hogar con generación de energía fotovoltaica y baterías de almacenamiento

Es necesaria la optimización de un conjunto de parámetros del sistemas de control:

- Minimizar el contrato de potencia
- Minimizar la diferencia entre la curva de consumo y la curva de energía generada
- Maximizar la estabilidad del sistema de control

Problemas de optimización multiobjetivo

ejemplo: viajante de comercio para minimizar la distancia y también el tiempo

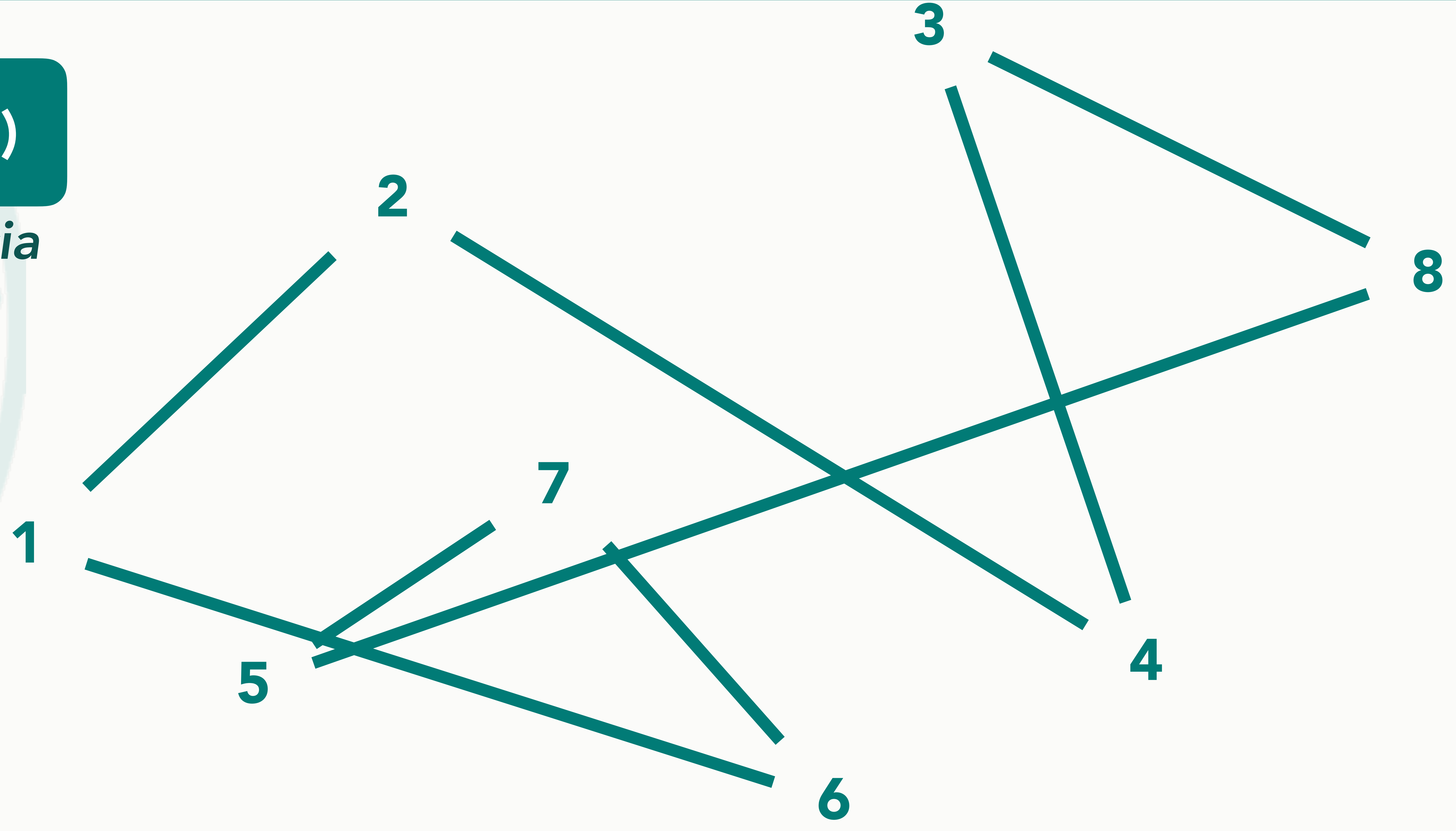


Problemas de optimización multiobjetivo

ejemplo: viajante de comercio para minimizar la distancia y también el tiempo

(1 2 4 3 8 5 7 6)

Minimizar distancia



Problemas de optimización multiobjetivo

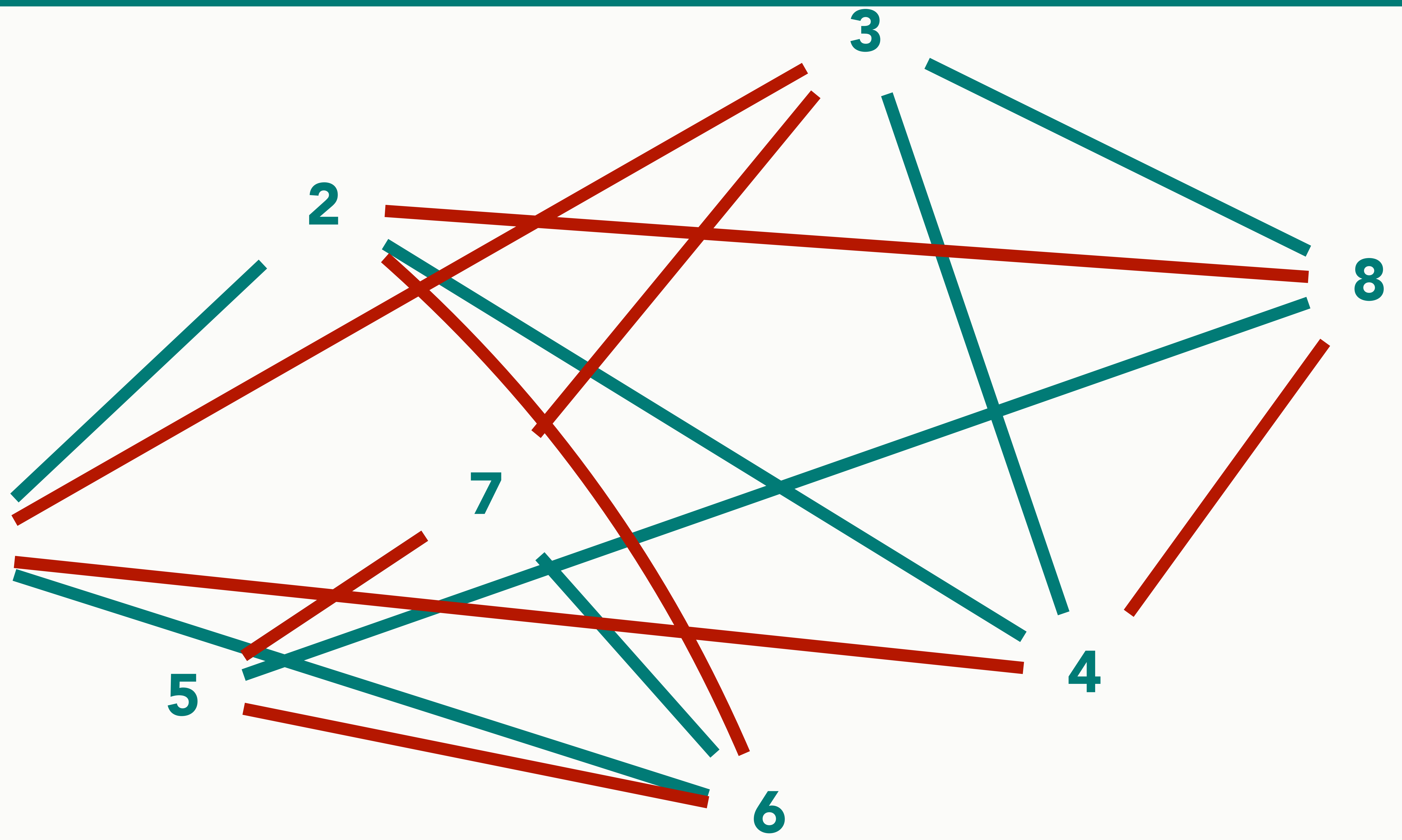
ejemplo: viajante de comercio para minimizar la distancia y también el tiempo

(1 2 4 3 8 5 7 6)

Minimizar distancia

Minimizar tiempo

(1 4 8 2 6 5 7 3)



Problemas de optimización multiobjetivo

ejemplo: viajante de comercio para minimizar la distancia y también el tiempo

(1 2 4 3 8 5 7 6) S_1

Minimizar distancia

Minimizar tiempo

(1 4 8 2 6 5 7 3) S_2

Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo

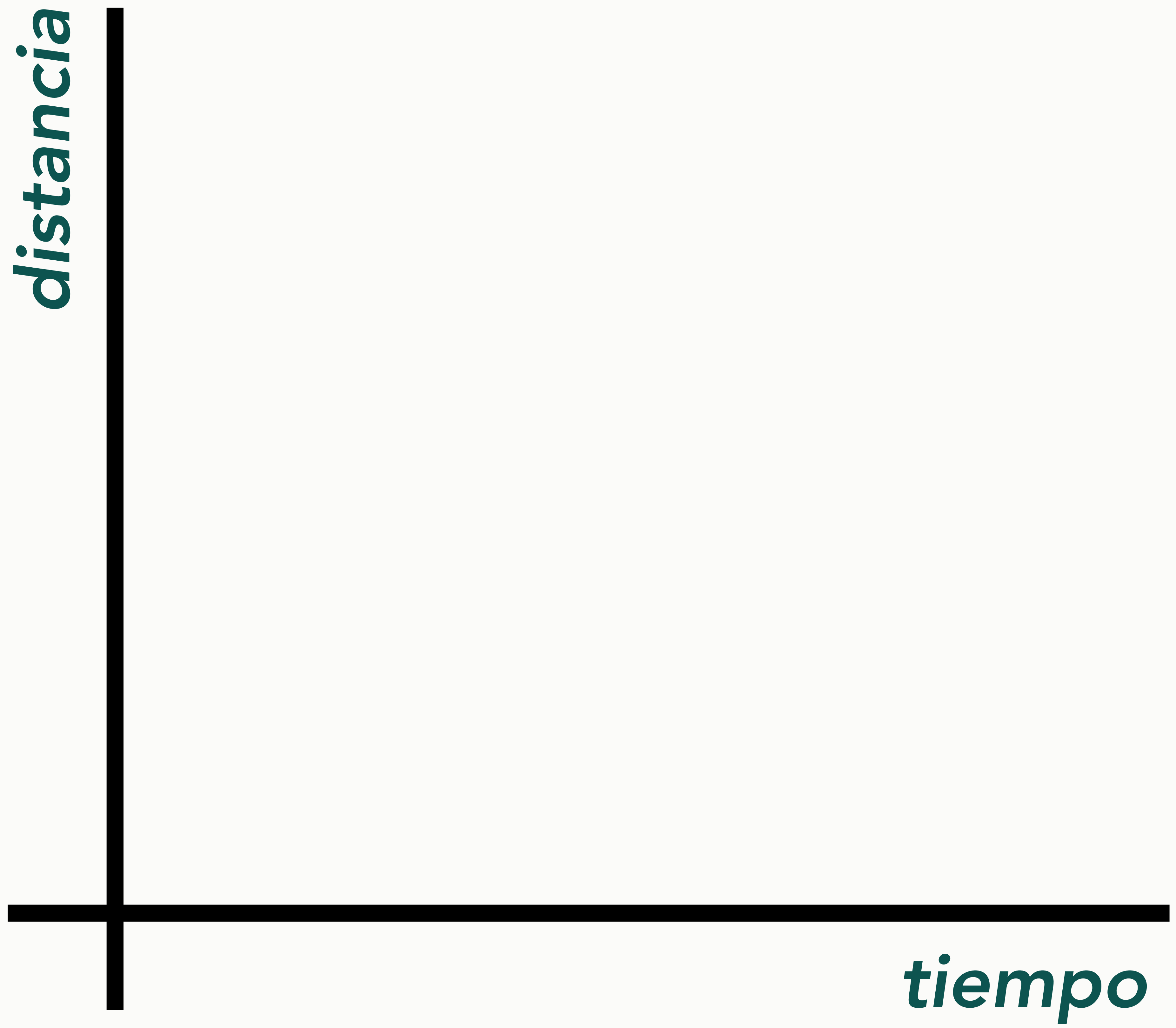
ejemplo: viajante de comercio para minimizar la distancia y también el tiempo

(1 2 4 3 8 5 7 6) S_1

Minimizar distancia

Minimizar tiempo

(1 4 8 2 6 5 7 3) S_2



Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo

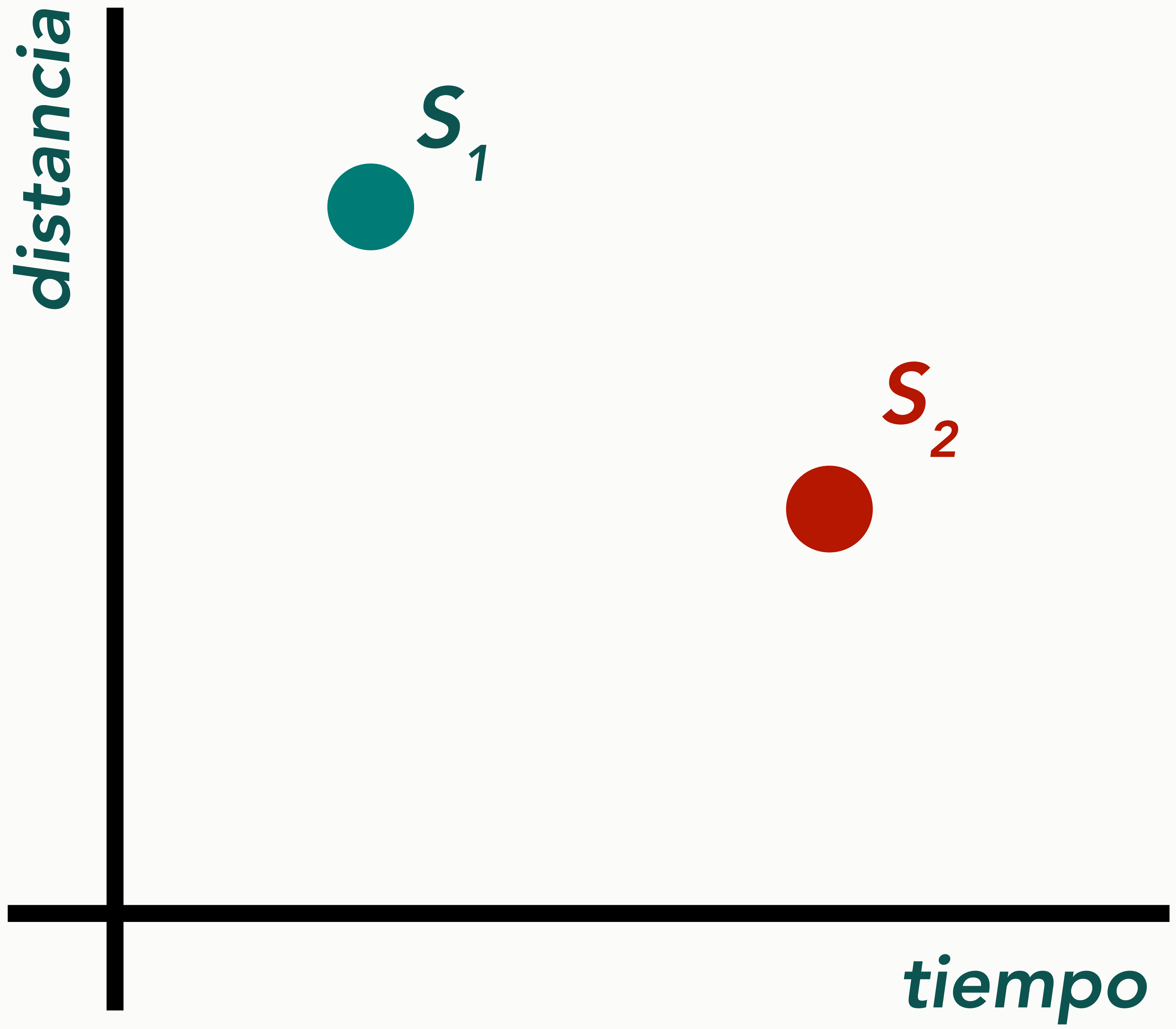
ejemplo: viajante de comercio para minimizar la distancia y también el tiempo

(1 2 4 3 8 5 7 6) S_1

Minimizar distancia

Minimizar tiempo

(1 4 8 2 6 5 7 3) S_2



Problemas de optimización multiobjetivo

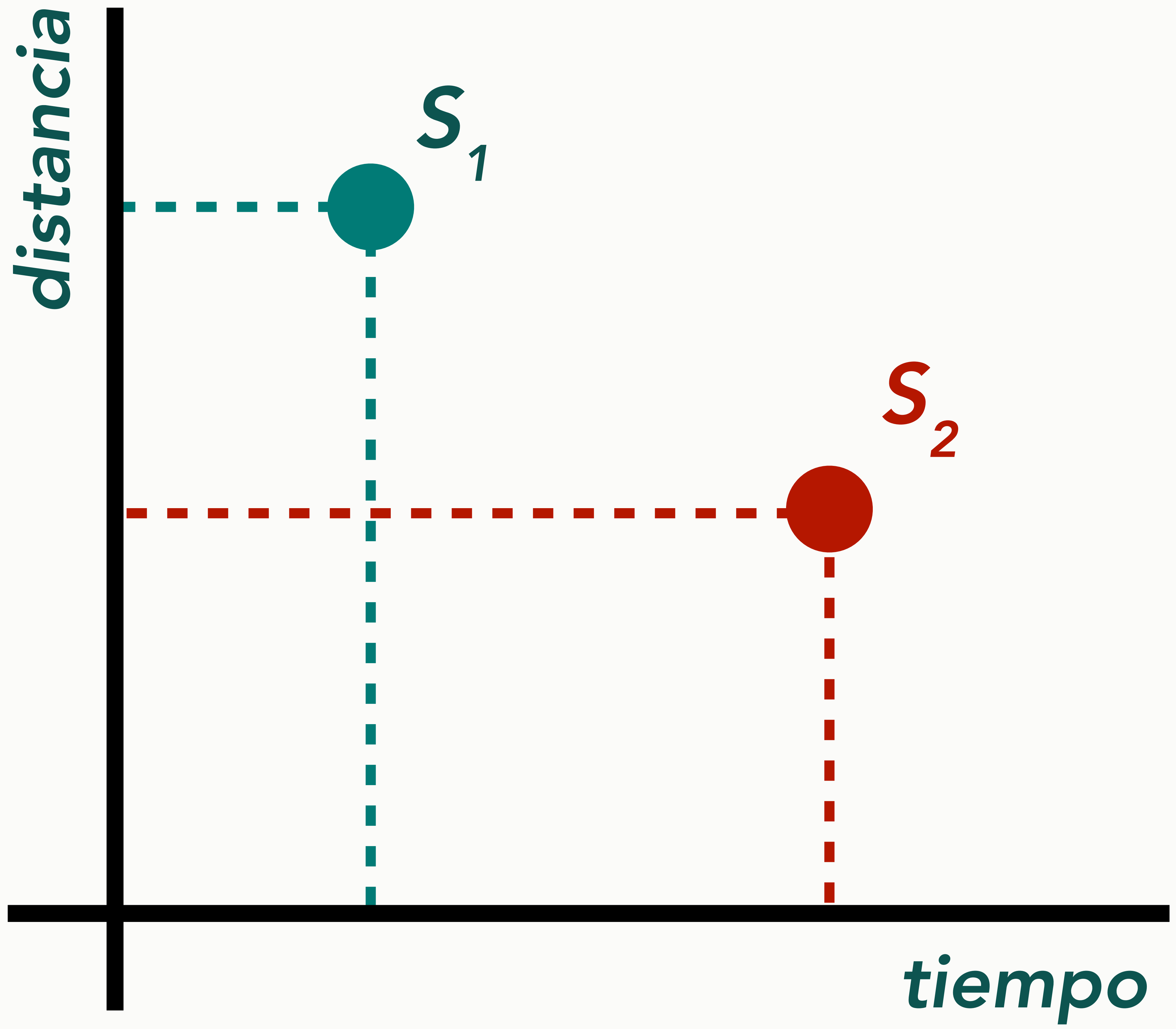
ejemplo: viajante de comercio para minimizar la distancia y también el tiempo

(1 2 4 3 8 5 7 6) S_1

Minimizar distancia

Minimizar tiempo

(1 4 8 2 6 5 7 3) S_2



Problemas de optimización multiobjetivo

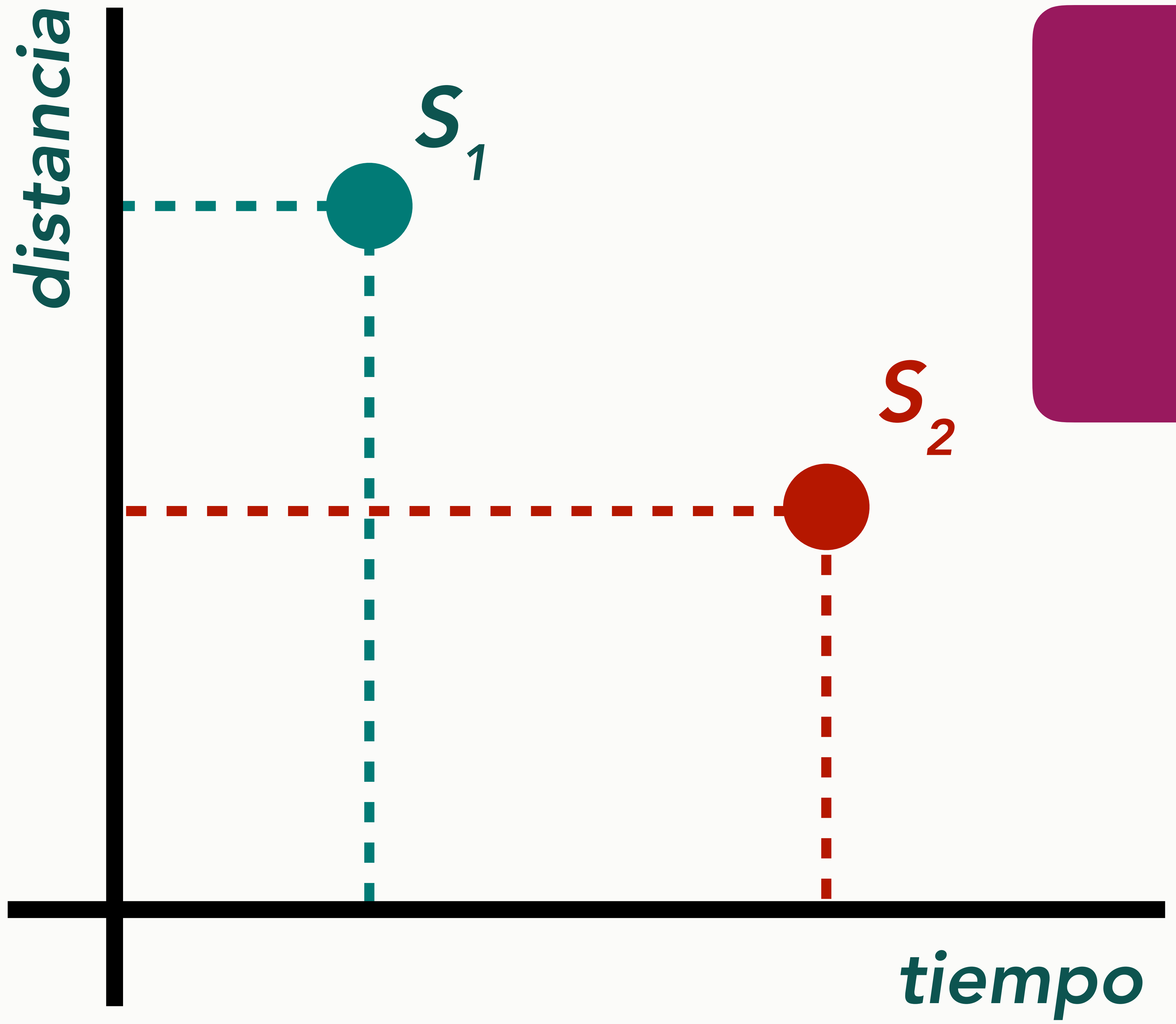
ejemplo: viajante de comercio para minimizar la distancia y también el tiempo

(1 2 4 3 8 5 7 6) S_1

Minimizar distancia

Minimizar tiempo

(1 4 8 2 6 5 7 3) S_2



Soluciones NO dominadas

Problemas de optimización multiobjetivo

definición del problema

Un problema multiobjetivo consiste en:

- Dado un espacio **X** compuesto por vectores n-dimensional de variables **$x=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$** encontrar un vector **x^*** que minimice (maximice) un conjunto de k funciones objetivo **$z(x) = \{f_1(x), \ldots, f_n(x)\} \in Y$**

$$Max\ o\ Min\ z(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_K(x))$$

Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo

definición del problema

Un problema multiobjetivo consiste en:

$$Max\ o\ Min\ z(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_K(x))$$

- **X** es el <u>espacio de decisión</u> (soluciones)
- **Y** es el <u>espacio objetivo</u>. Normalmente $Y \subseteq R^K$
- **z(x)** es el <u>conjunto de funciones objetivo</u>
- Puede contar con restricciones:
  - Desigualdades
  - Igualdades
  - Otras

Problemas de optimización multiobjetivo

definición del problema en el viajante de comercio

- $X = C^n$
  - C es el conjunto de ciudades
  - n es el número de ciudades
- $Y \subseteq R^2$
- Funciones objetivo: $f_1(x)$ = Longitud y $f_2(x)$ = Tiempo
- Restricciones: $x_i \neq x_j \quad 0 \leq i, j \leq n \quad i \neq j$

Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia

$$Max\ o\ Min\ z(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_K(x))$$

- Soluciones pareto-optimales o no-dominadas: Se dice que un vector a domina a otro b (a π= b) si, y sólo si (maximización):

$$\forall i \in \{1,2,\ldots,K\} \mid f_i(a) \geq f_i(b) \wedge \exists j \in \{1,2,\ldots,K\} \mid f_j(a) > f_j(b)$$

Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia

$$Max\ o\ Min\ z(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_K(x))$$

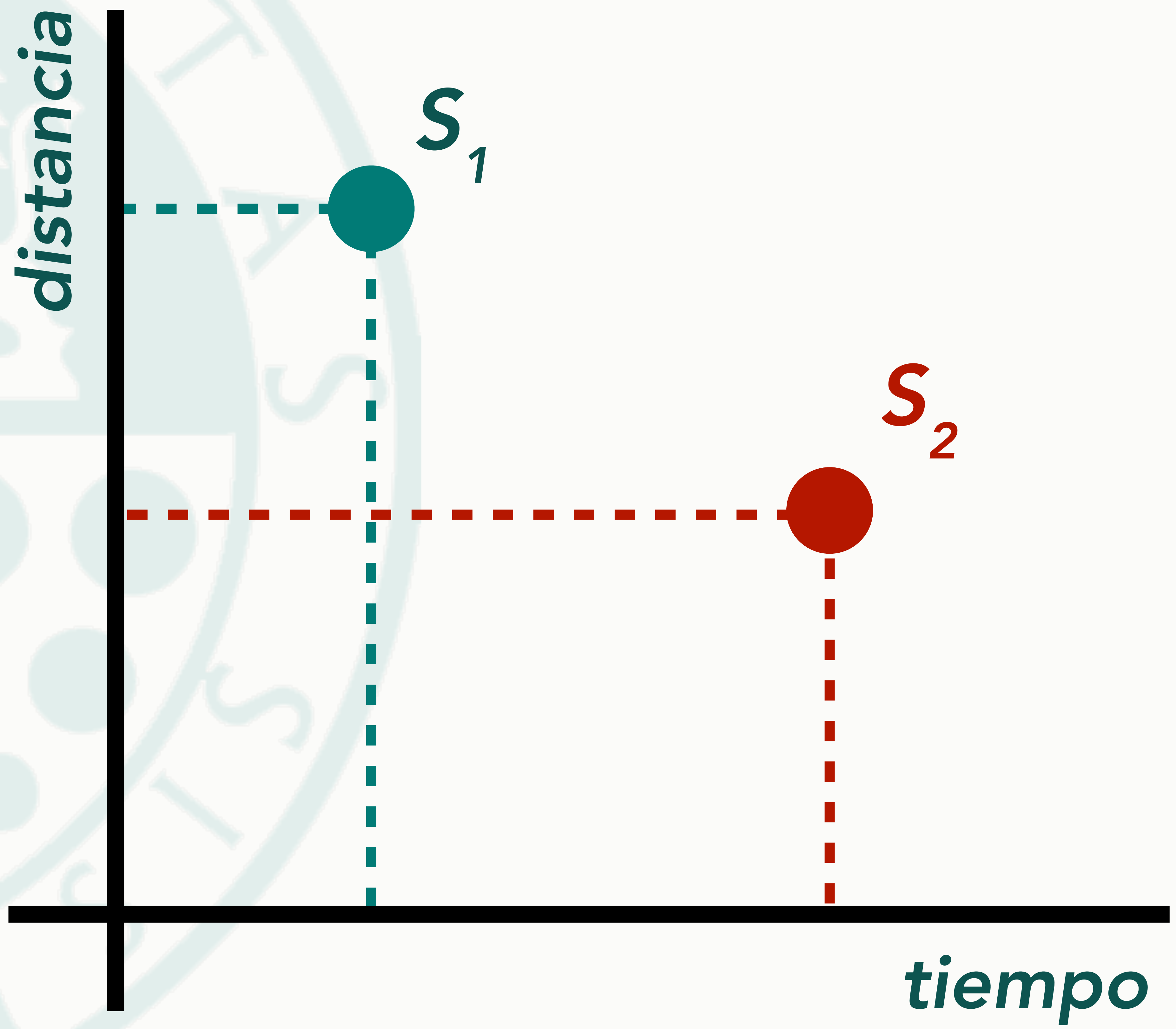
- Soluciones pareto-optimales o no-dominadas: Se dice que un vector a domina a otro b (a π= b) si, y sólo si (maximización):

$$\forall i \in \{1,2,\ldots,K\} \mid f_i(a) \geq f_i(b) \wedge \exists j \in \{1,2,\ldots,K\} \mid f_j(a) > f_j(b)$$

es decir, una solución domina a otra si es mejor o igual en todos los objetivos y mejor en al menos uno de ellos

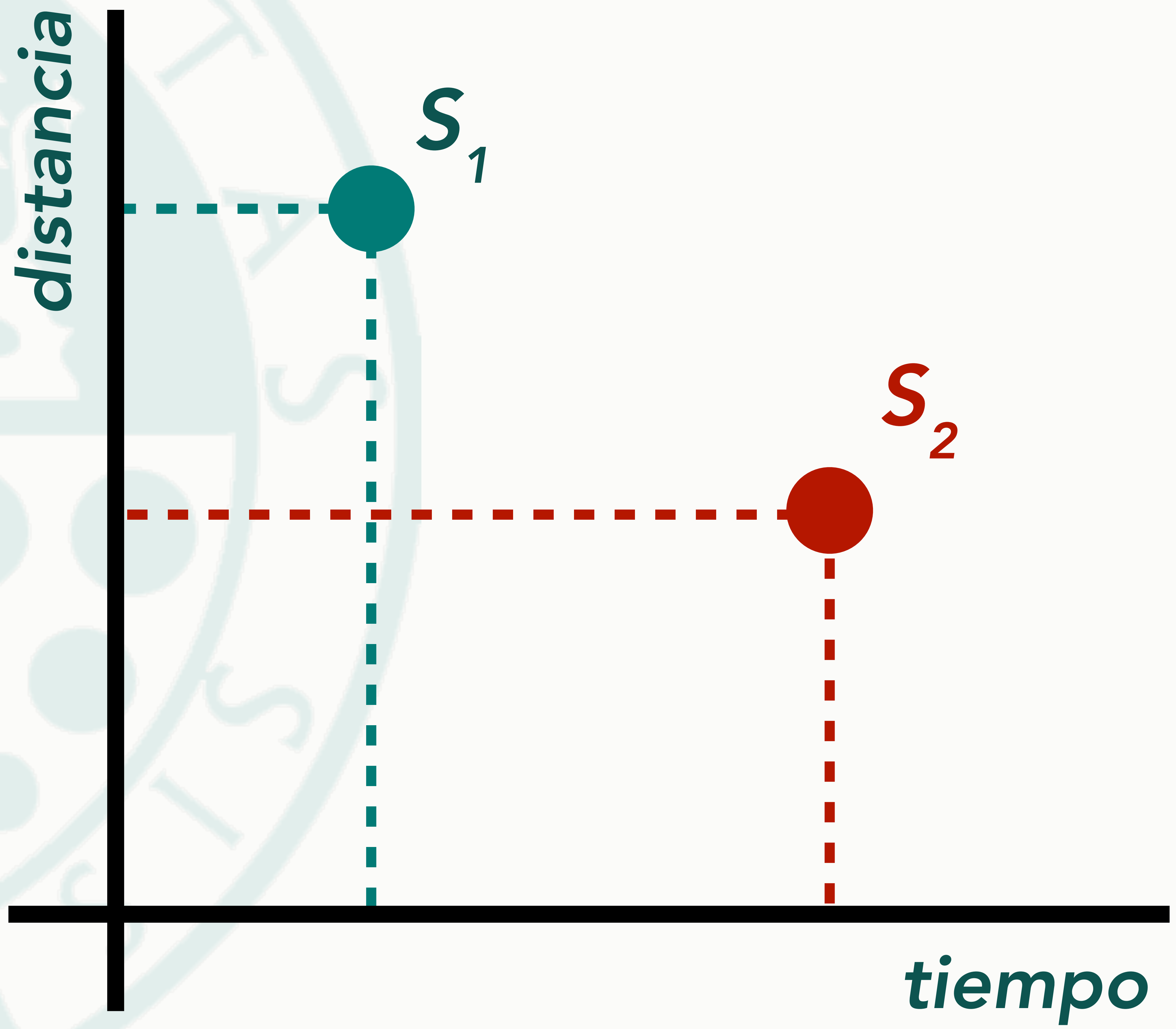
Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia



Problemas de optimización multiobjetivo

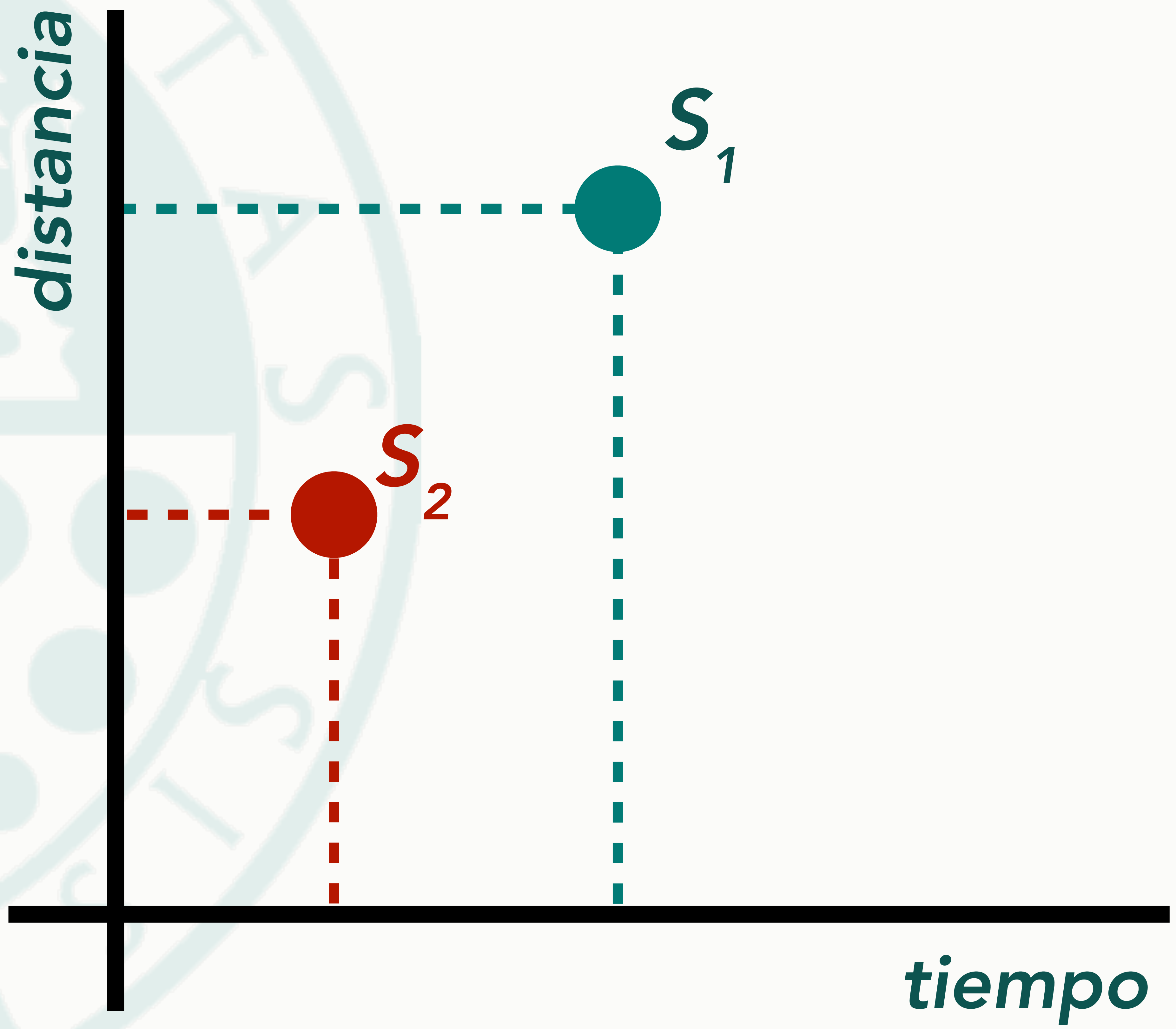
concepto de dominancia



- S_1 domina a S_2 con respecto a distancia
- S_2 domina a S_1 con respecto al tiempo

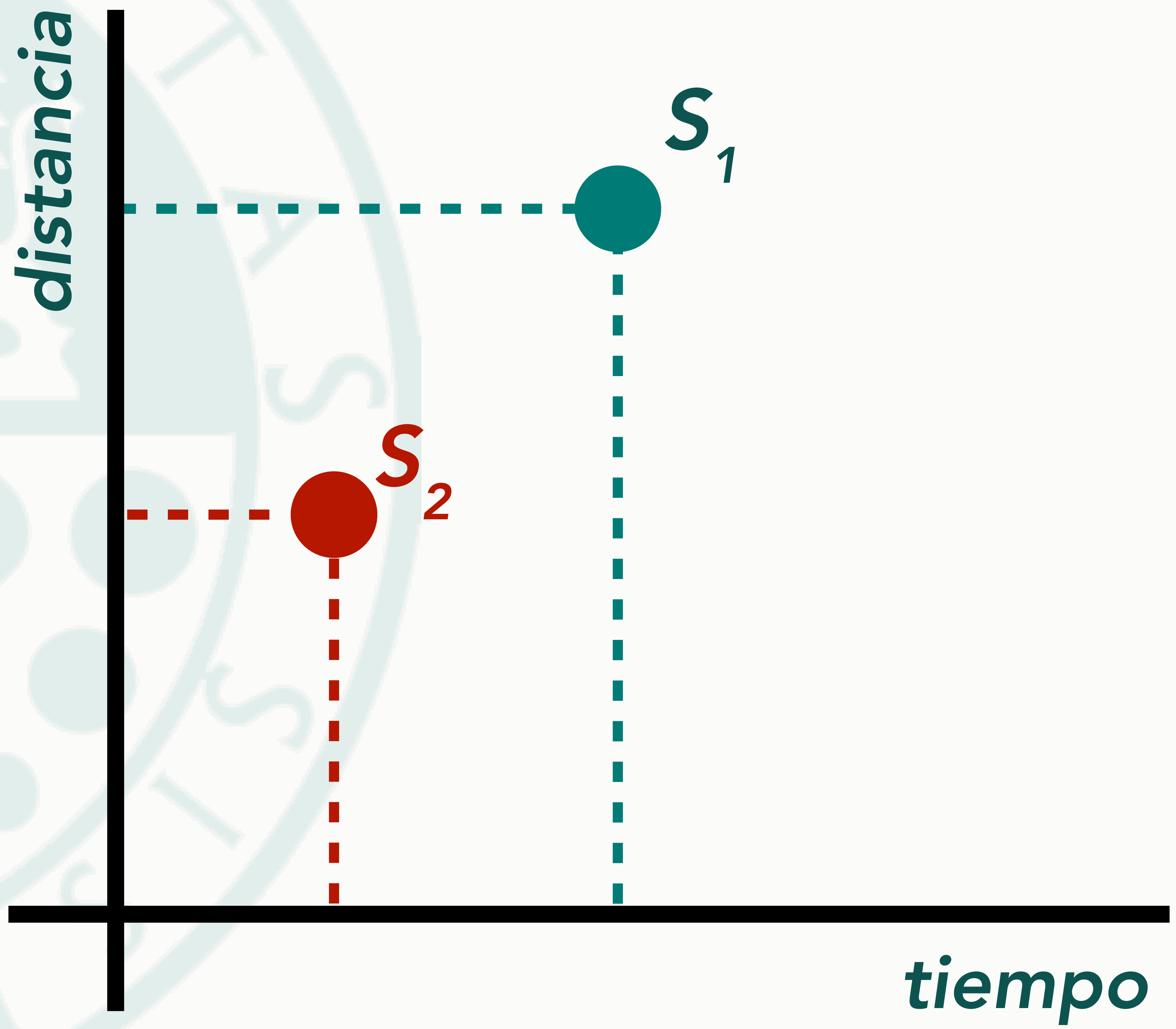
Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia



Problemas de optimización multiobjetivo

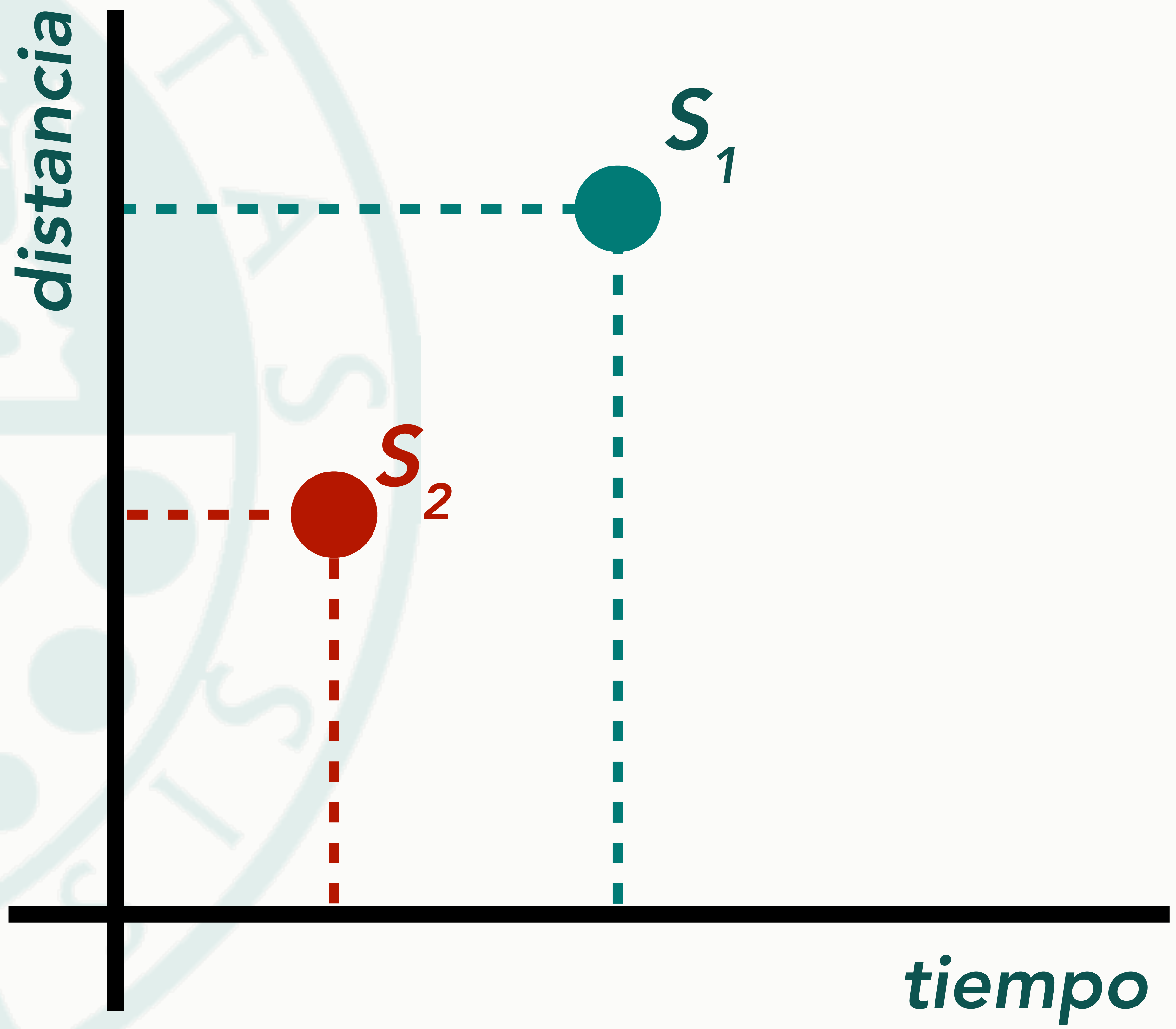
concepto de dominancia



- S_1 domina a S_2 con respecto a distancia
- S_1 domina a S_2 con respecto al tiempo

Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia

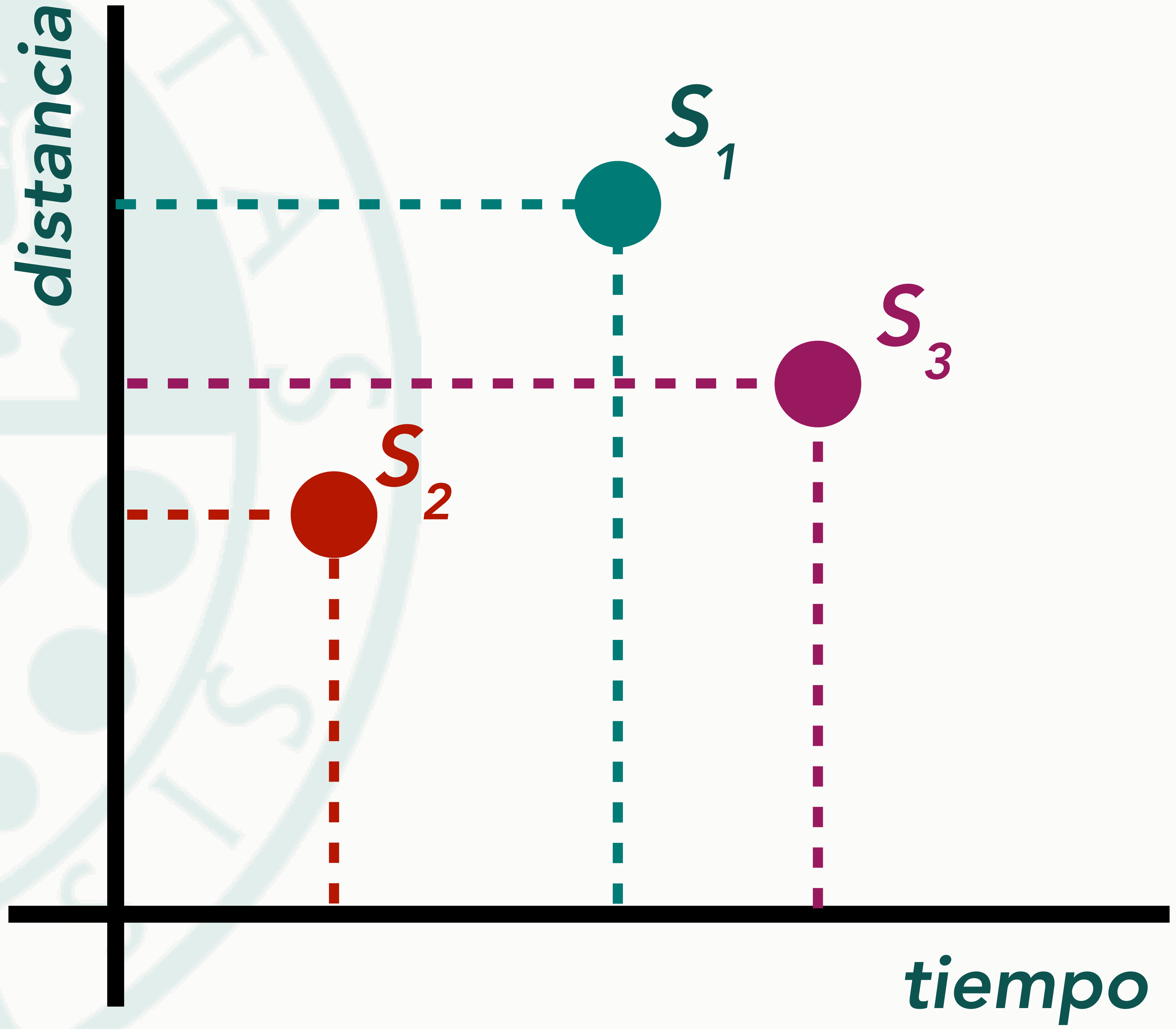


- S_1 domina a S_2 con respecto a distancia
- S_1 domina a S_2 con respecto al tiempo

S_2 está dominada por S_1
es decir que S_1 es mejor que S_2

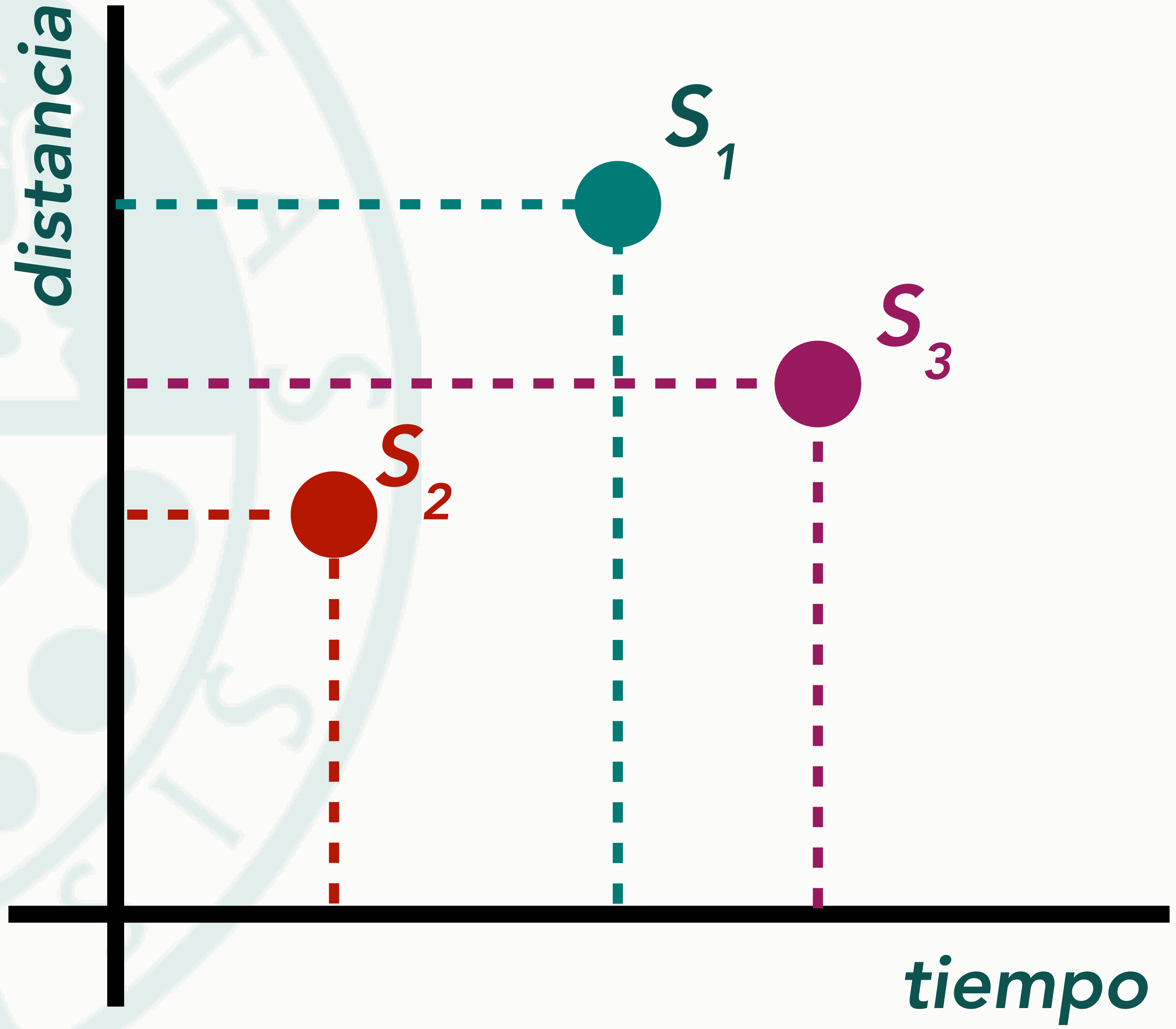
Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia



Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia

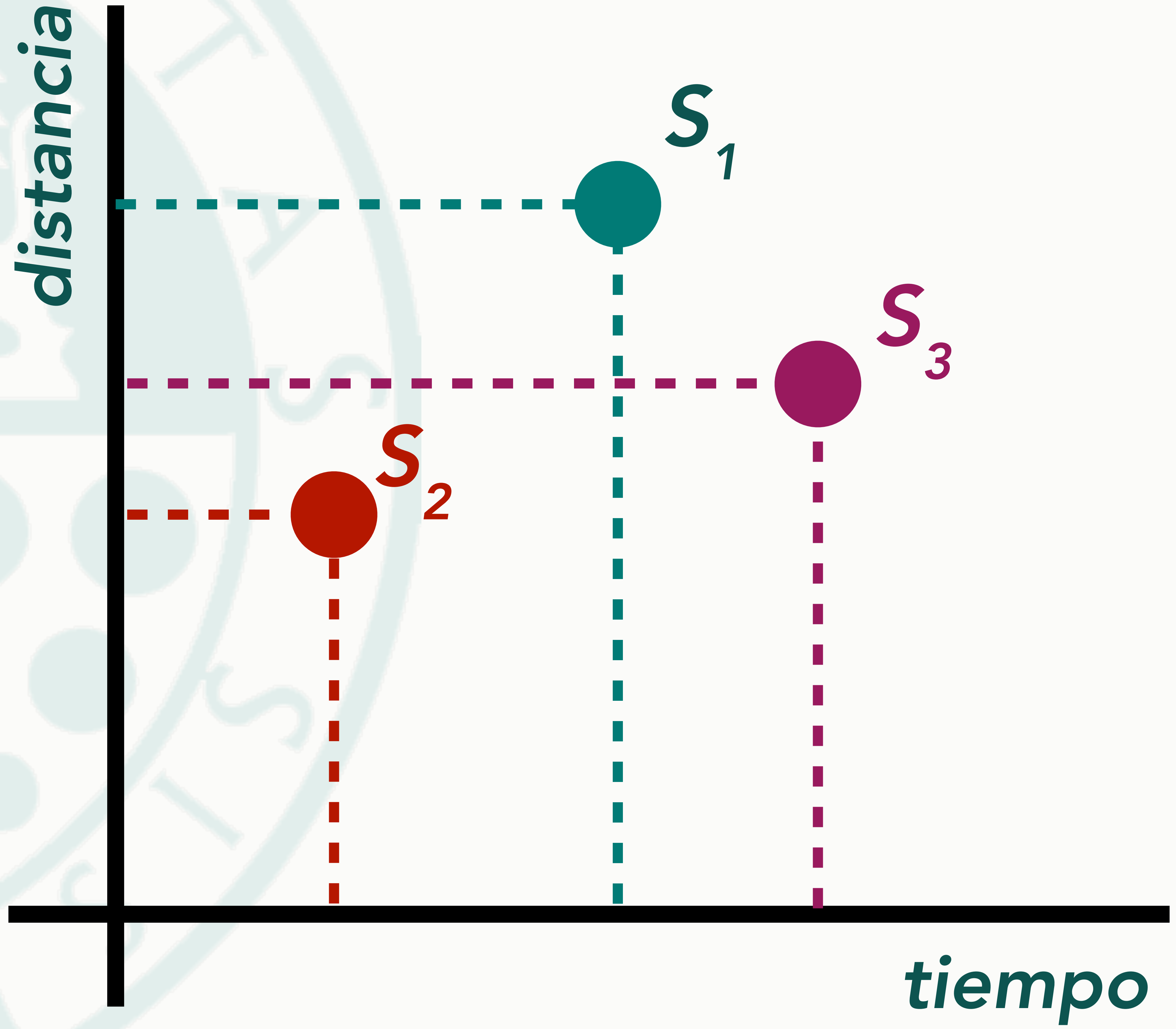


¿S_3 con respecto a S_2?

¿S_3 con respecto a S_1?

Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia



¿S_3 con respecto a S_2?

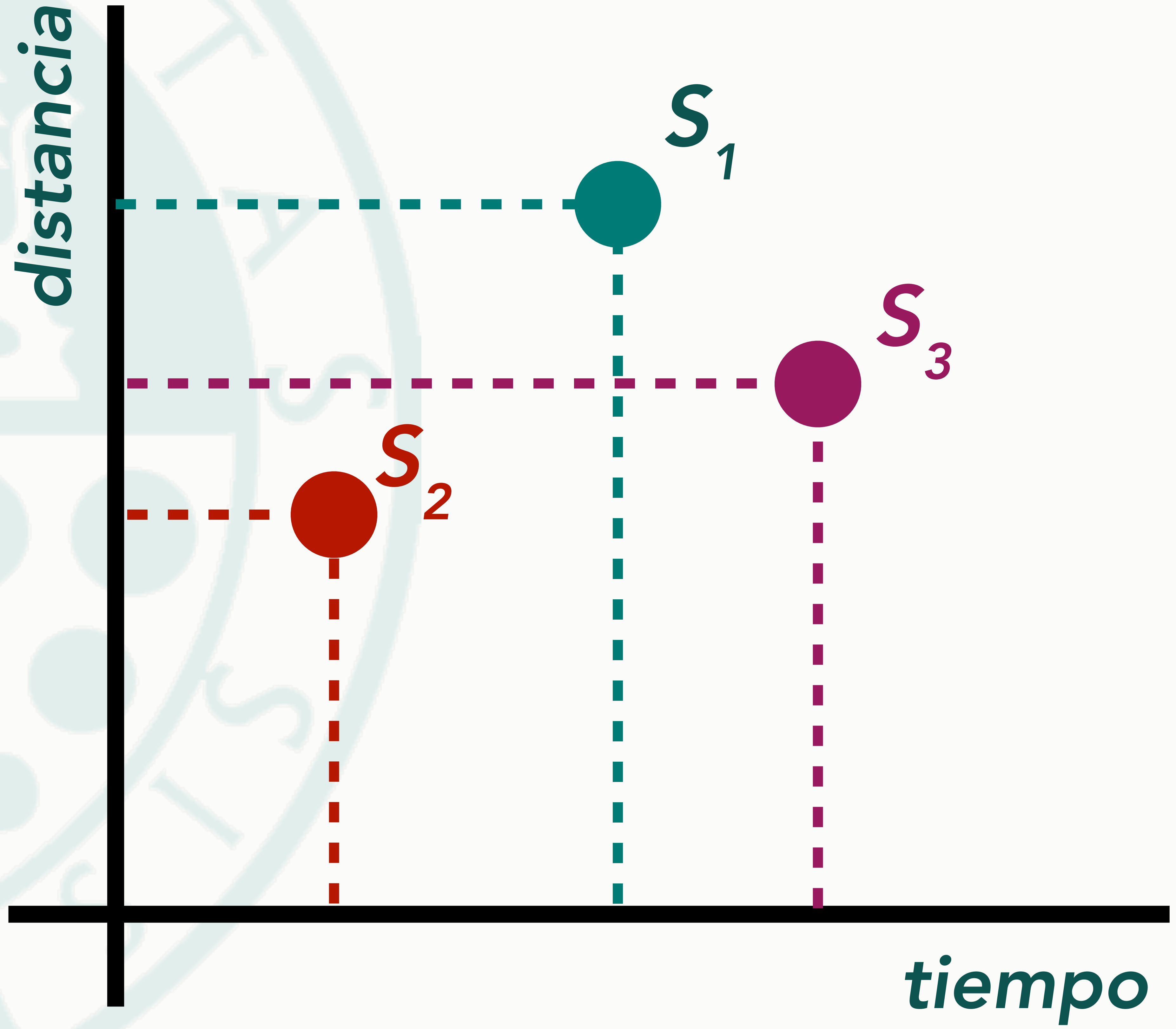
DOMINA

¿S_3 con respecto a S_1?

Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia



¿S_3 con respecto a S_2?

DOMINA

¿S_3 con respecto a S_1?

NO-DOMINADA

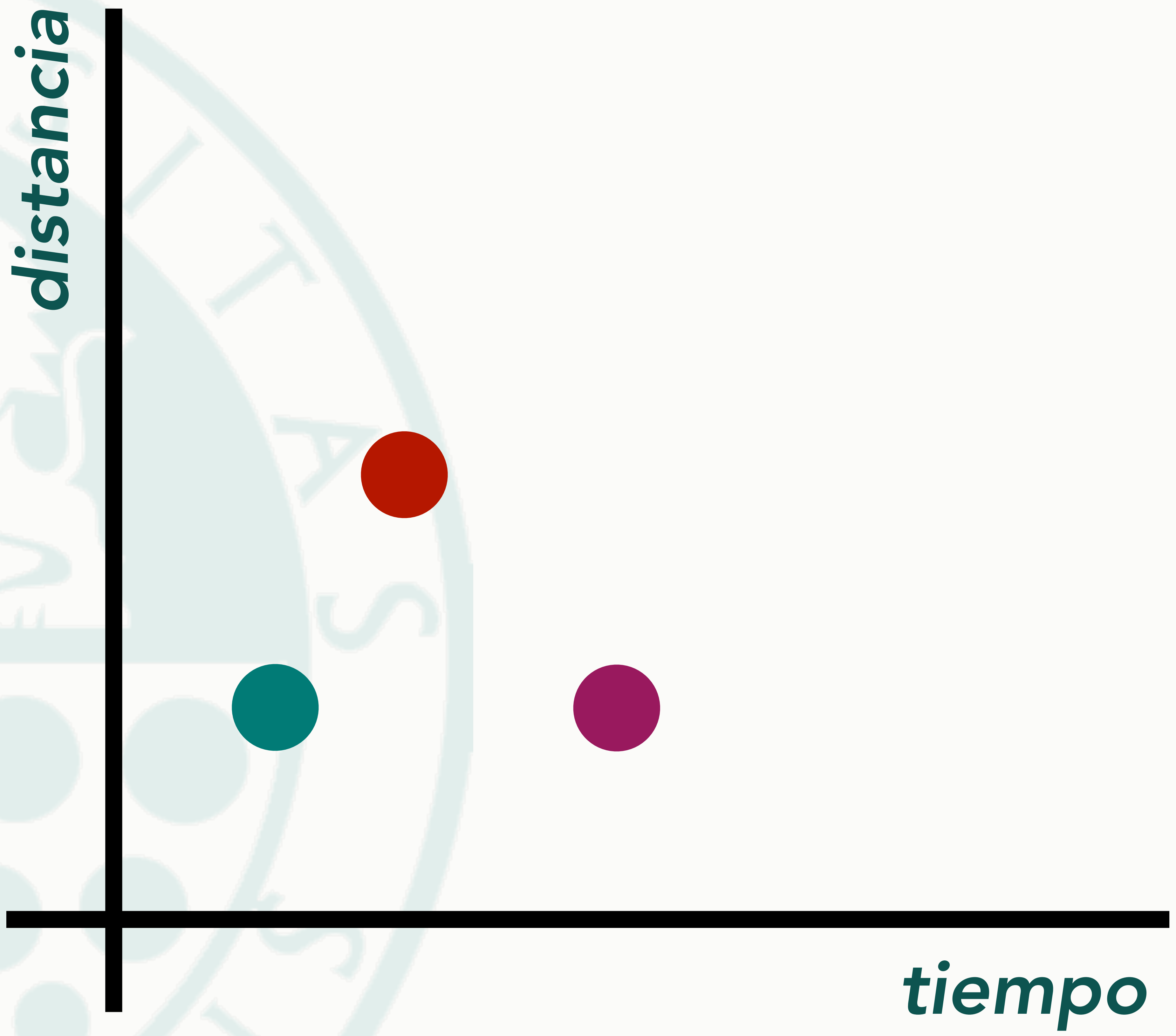
Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

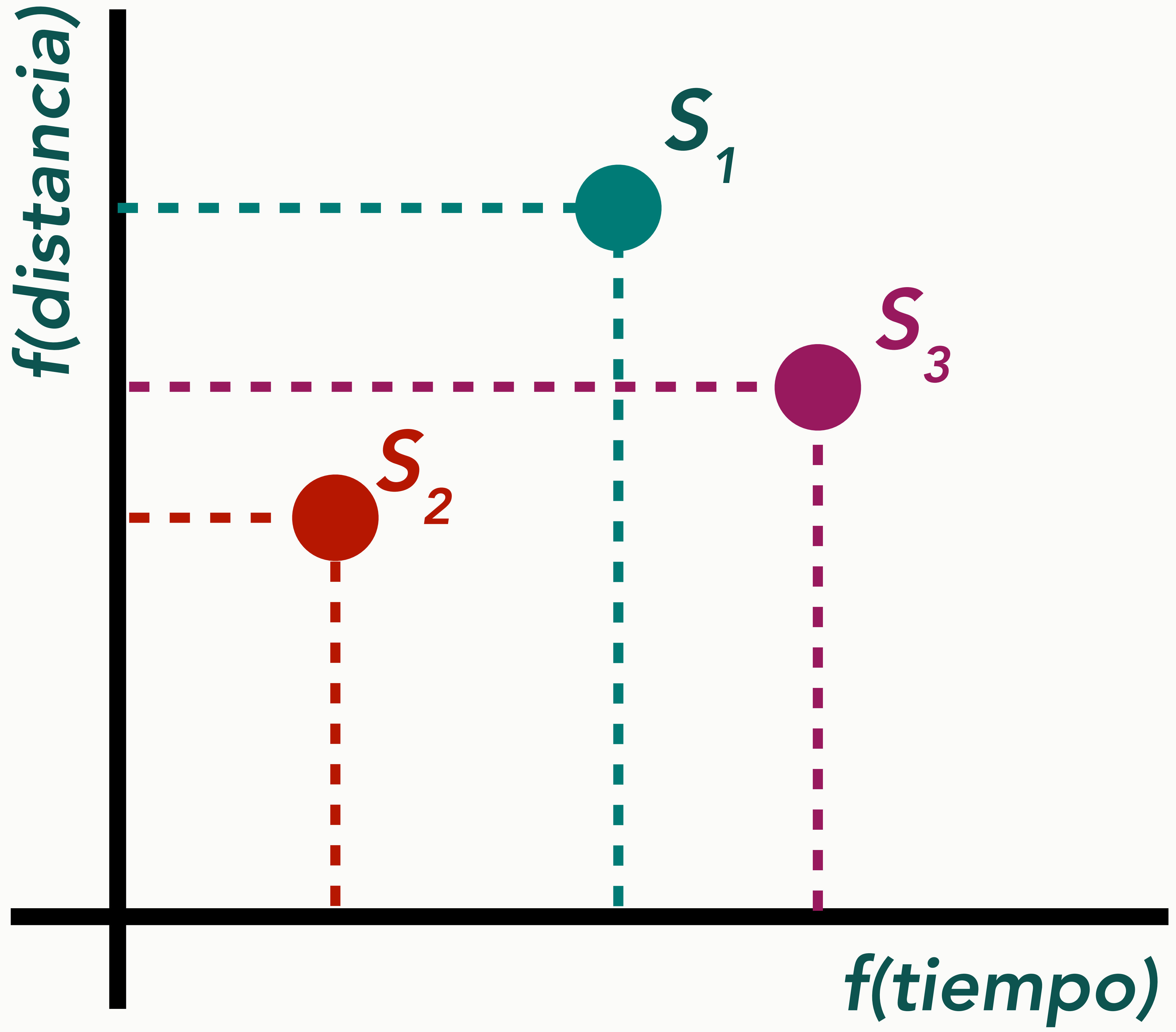
Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia

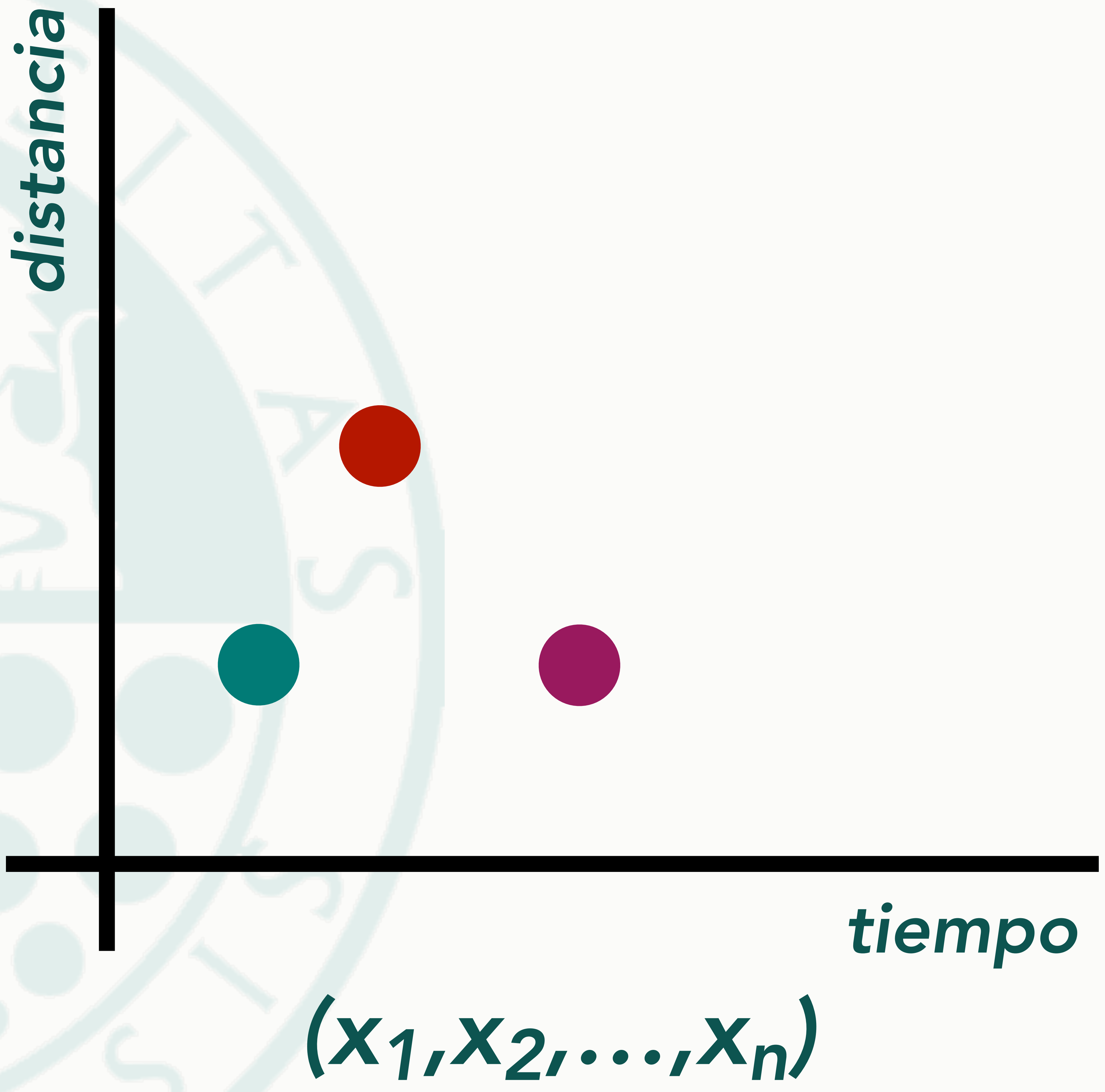
- **Una solución es Pareto-optimal si no es dominada por ninguna otra solución del espacio**
- El conjunto de todas las soluciones no dominadas se denominan **conjunto Pareto-optimal** y compone **la solución óptima del problema multiobjetivo**
- Los vectores de valores de la función objetivo del conjunto Pareto-optimal forman la frontera o **Frente de Pareto**

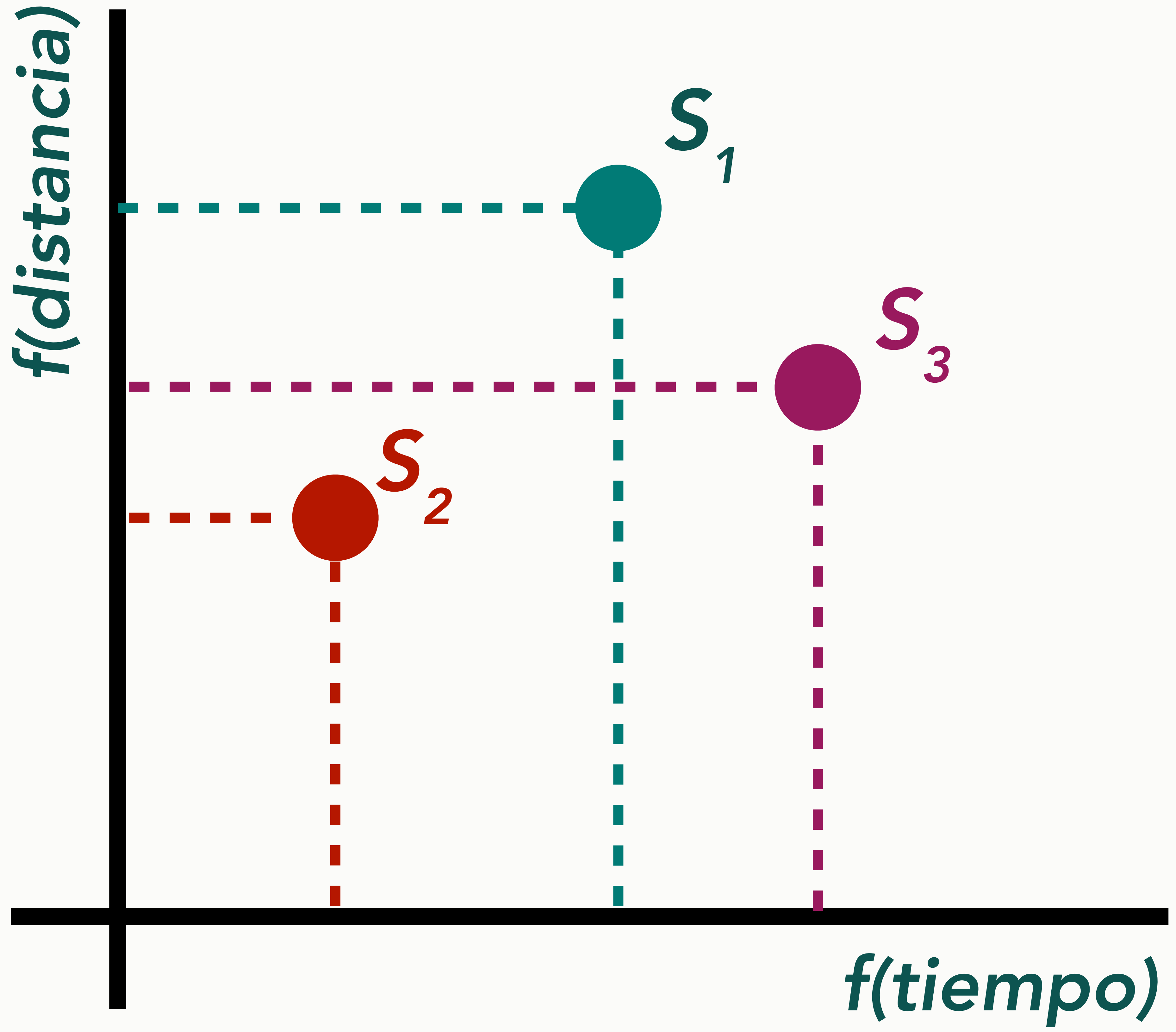
Problemas de optimización multiobjetivo



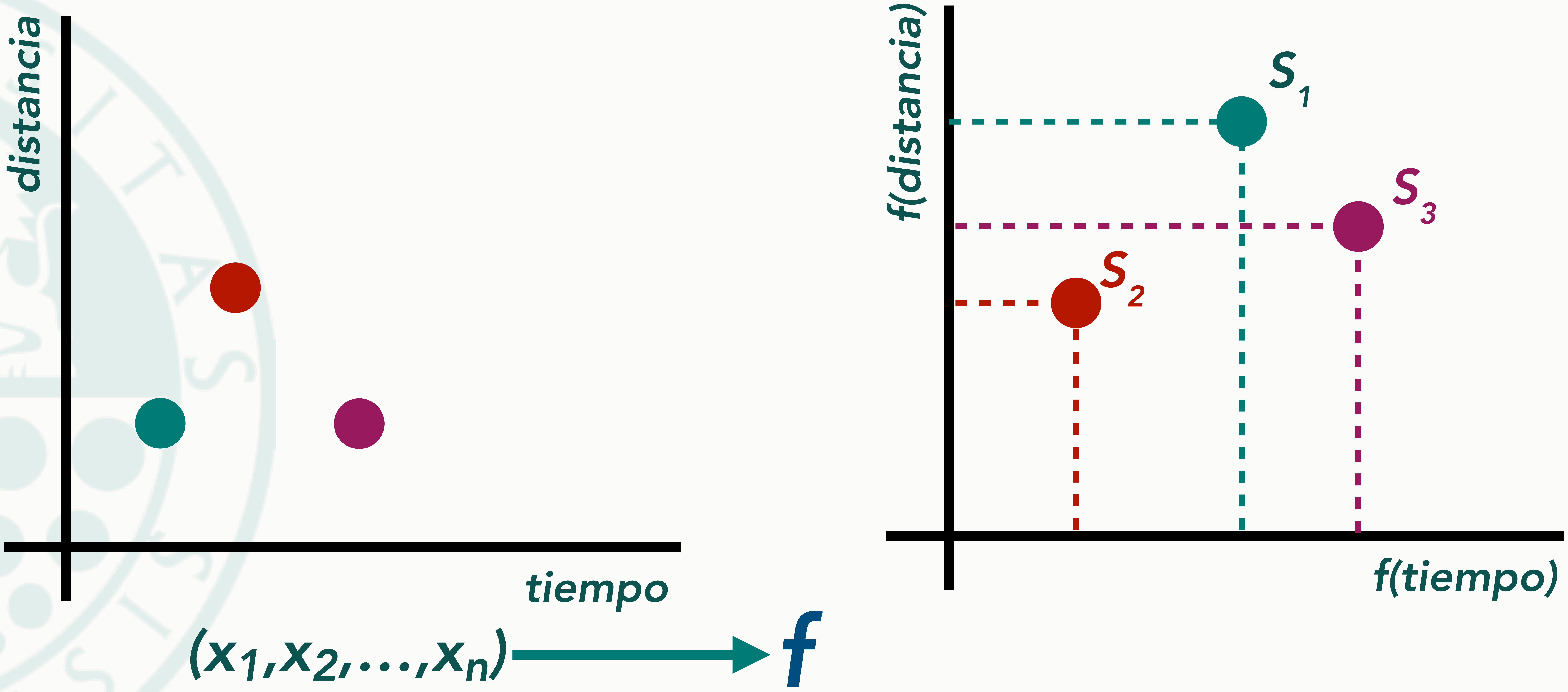


Problemas de optimización multiobjetivo

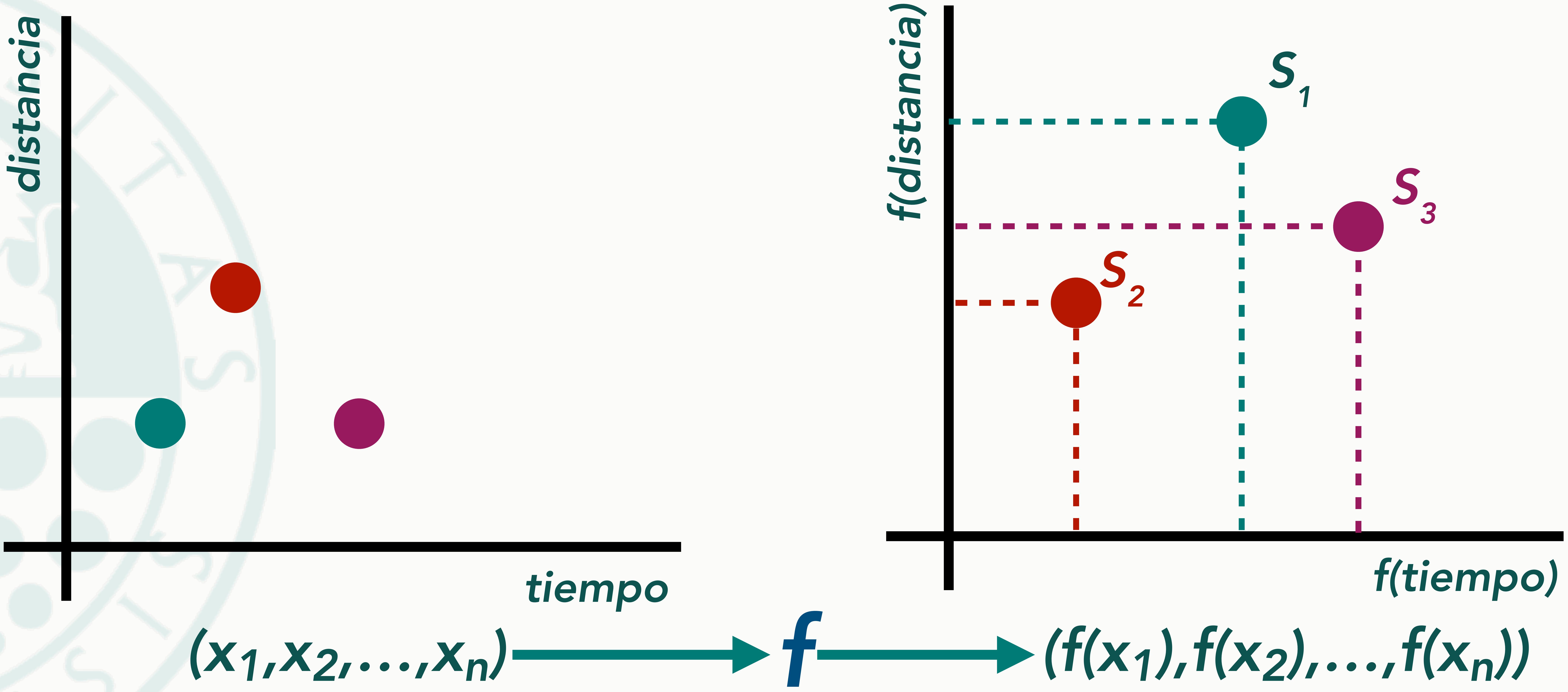




Problemas de optimización multiobjetivo

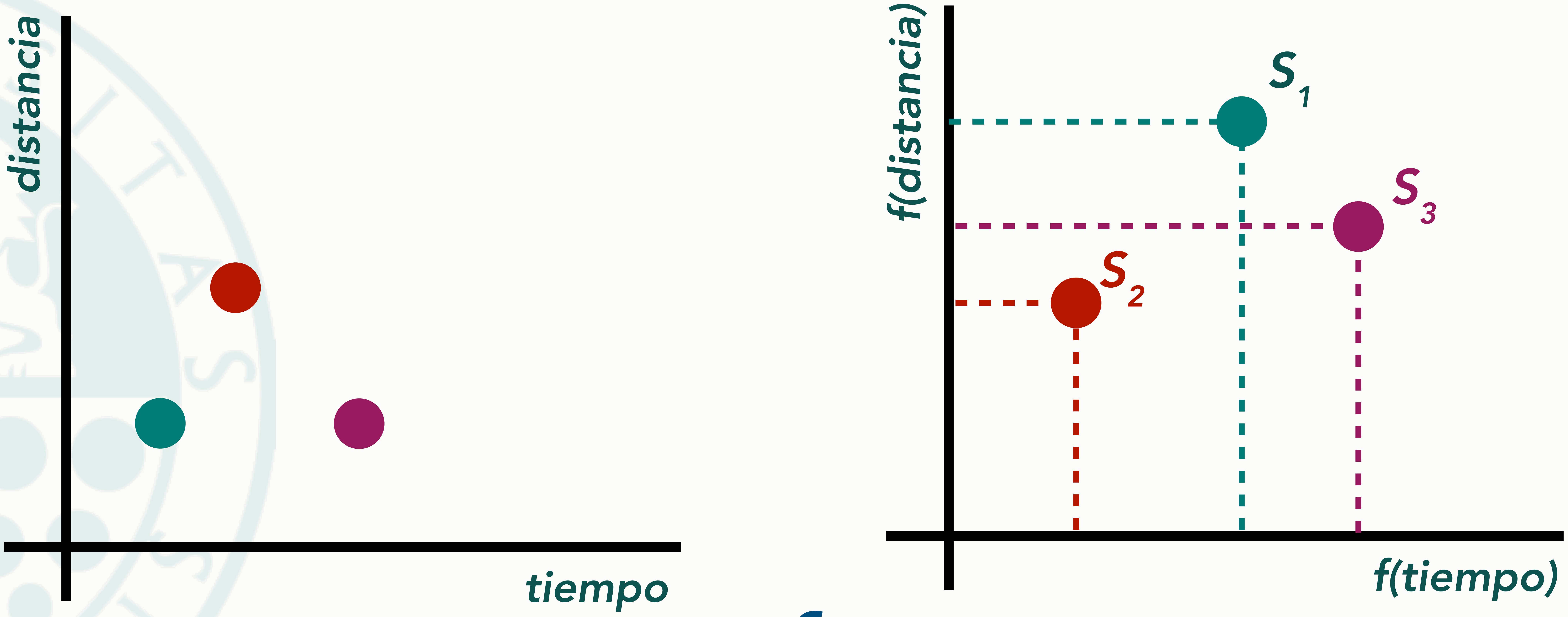


Problemas de optimización multiobjetivo



Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo

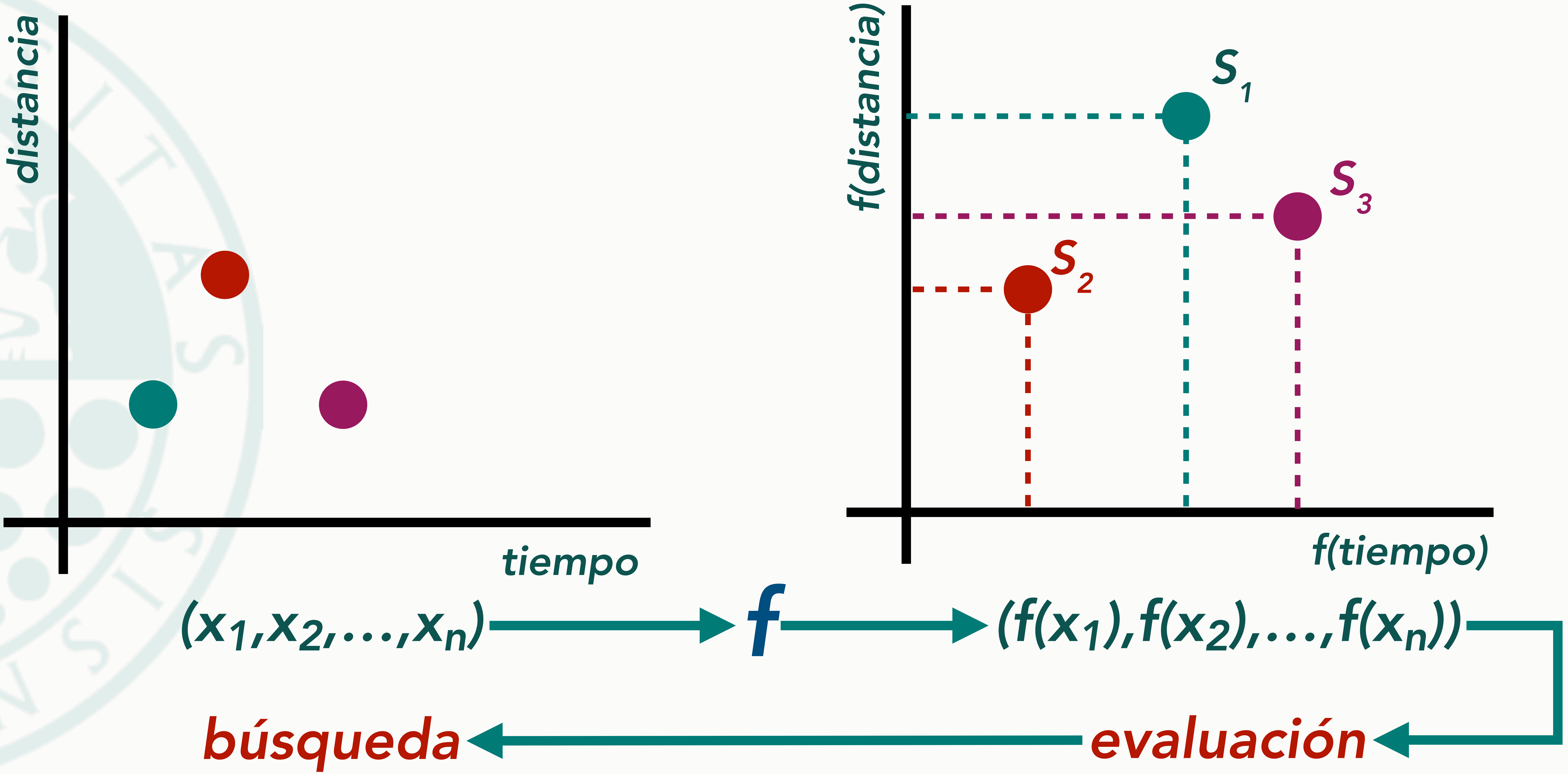


$$(x_1, x_2, \ldots, x_n) \longrightarrow f \longrightarrow (f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n))$$

evaluación

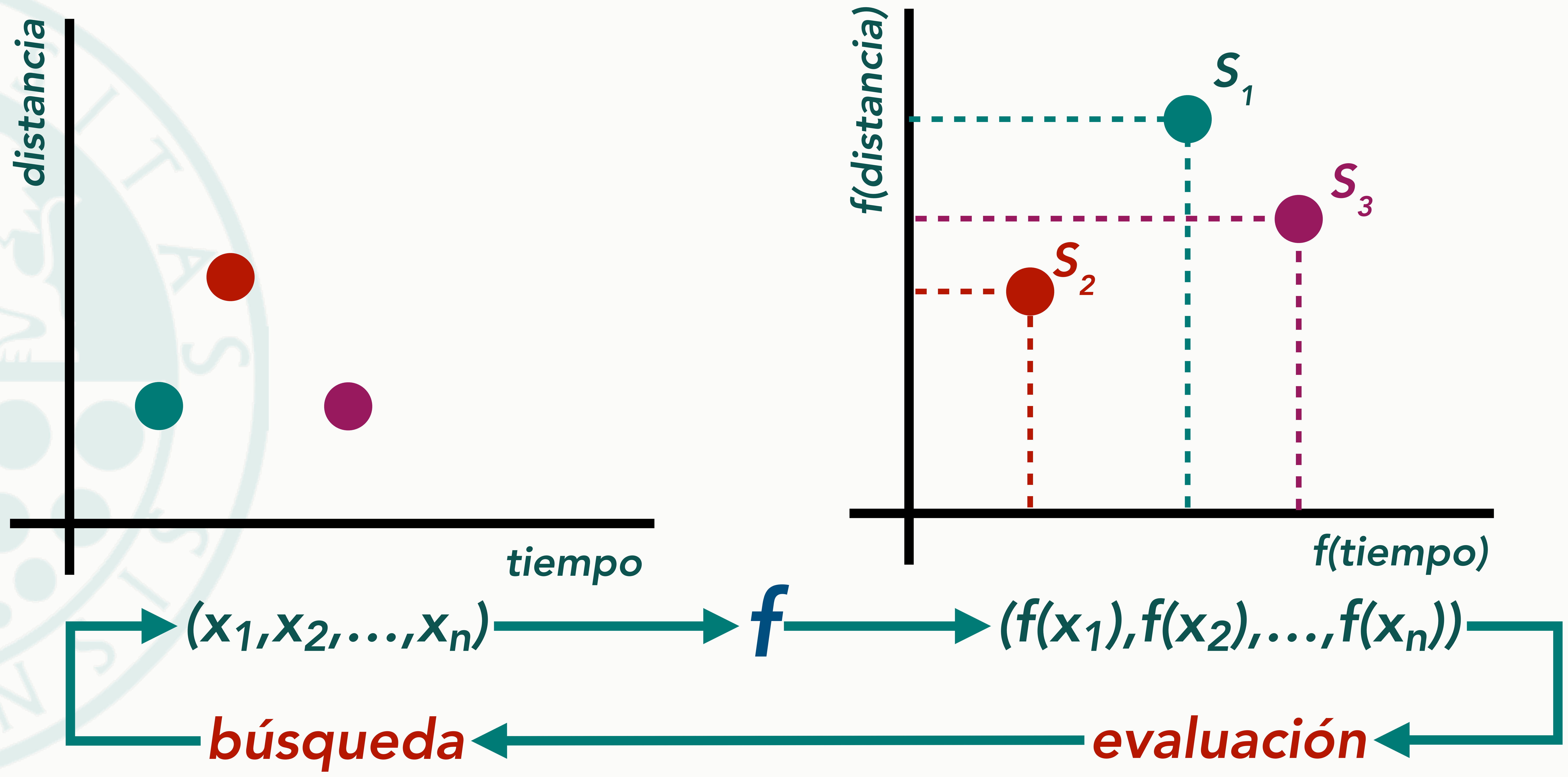
Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo



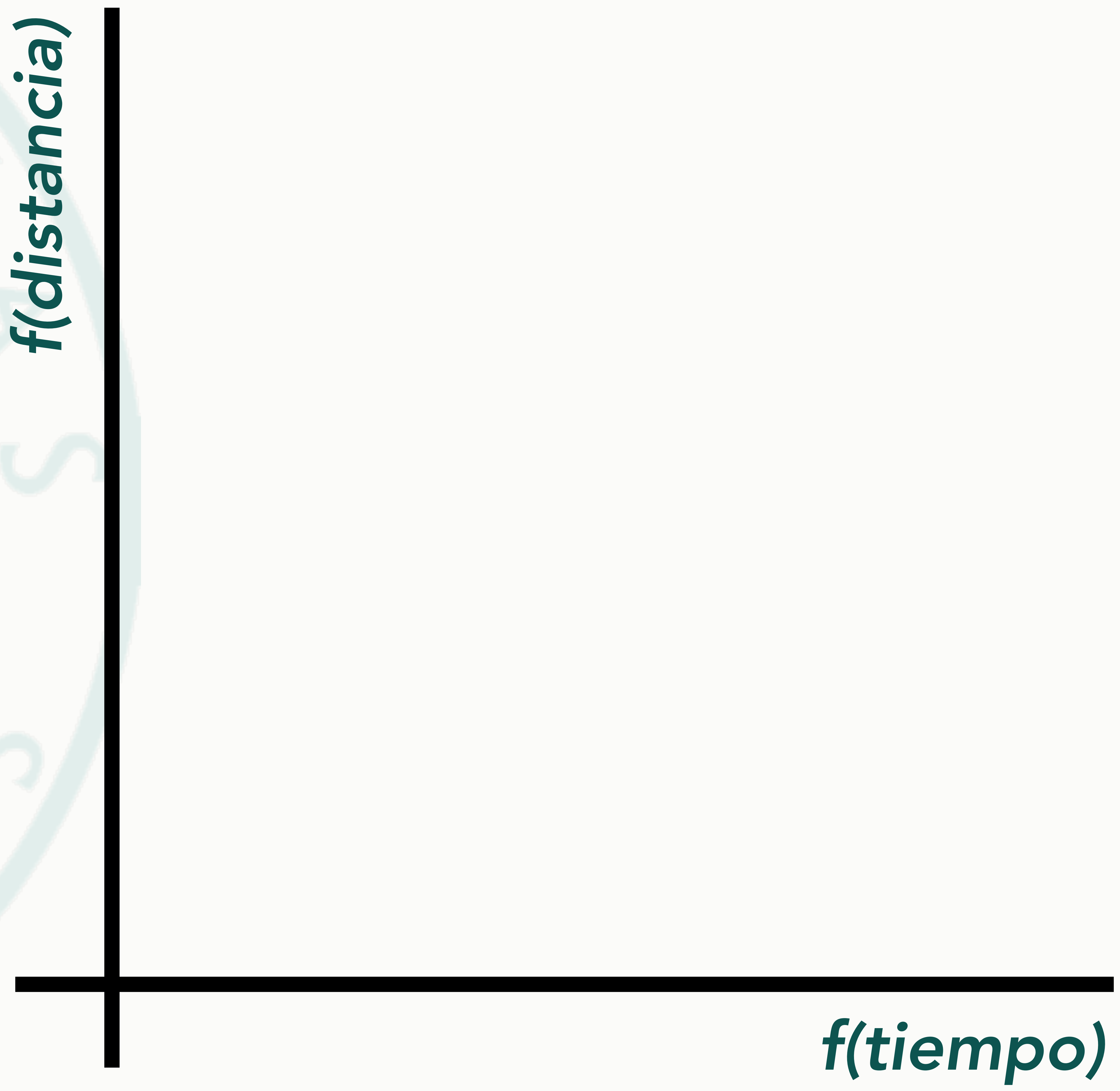
Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo



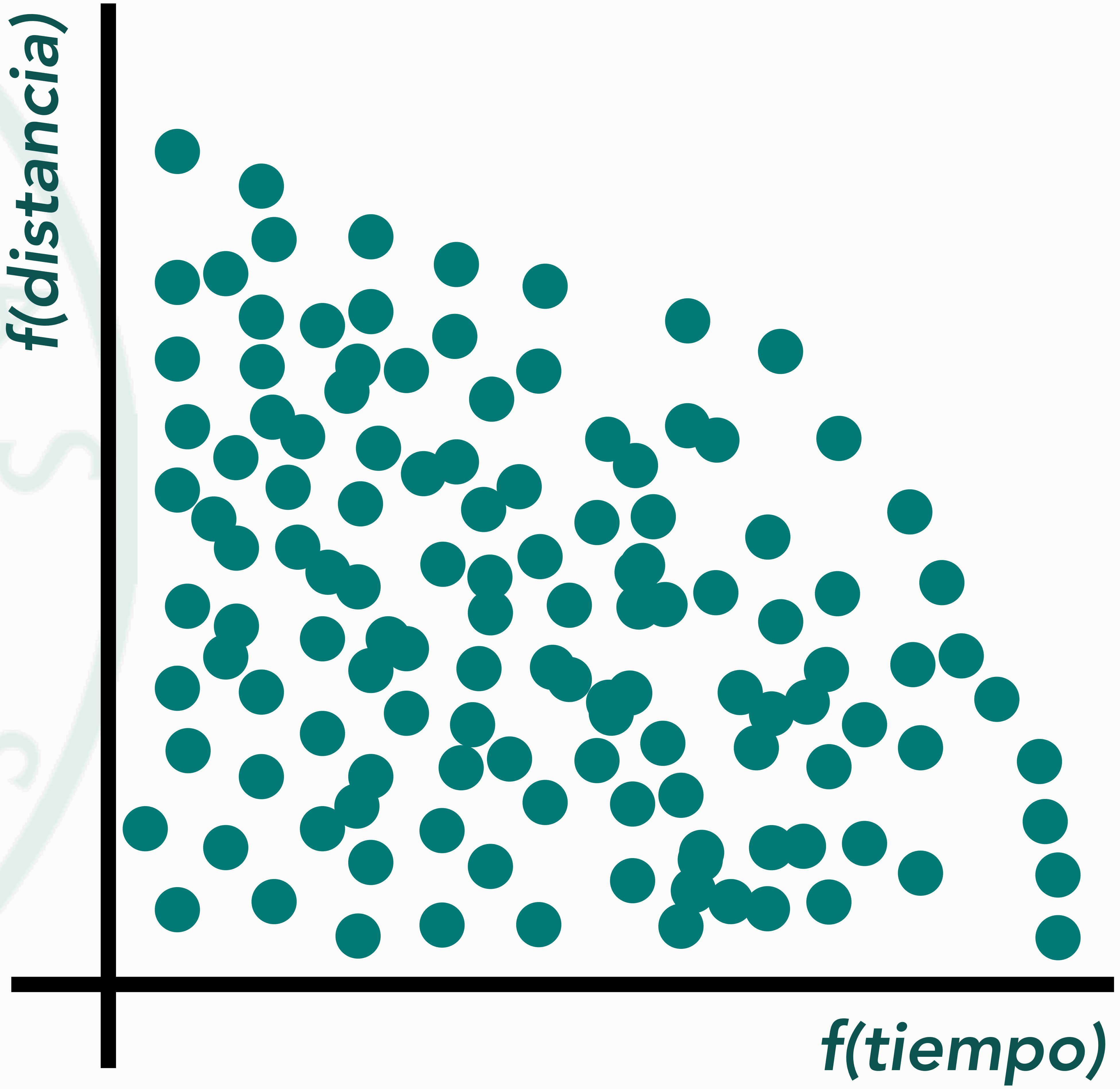
Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia



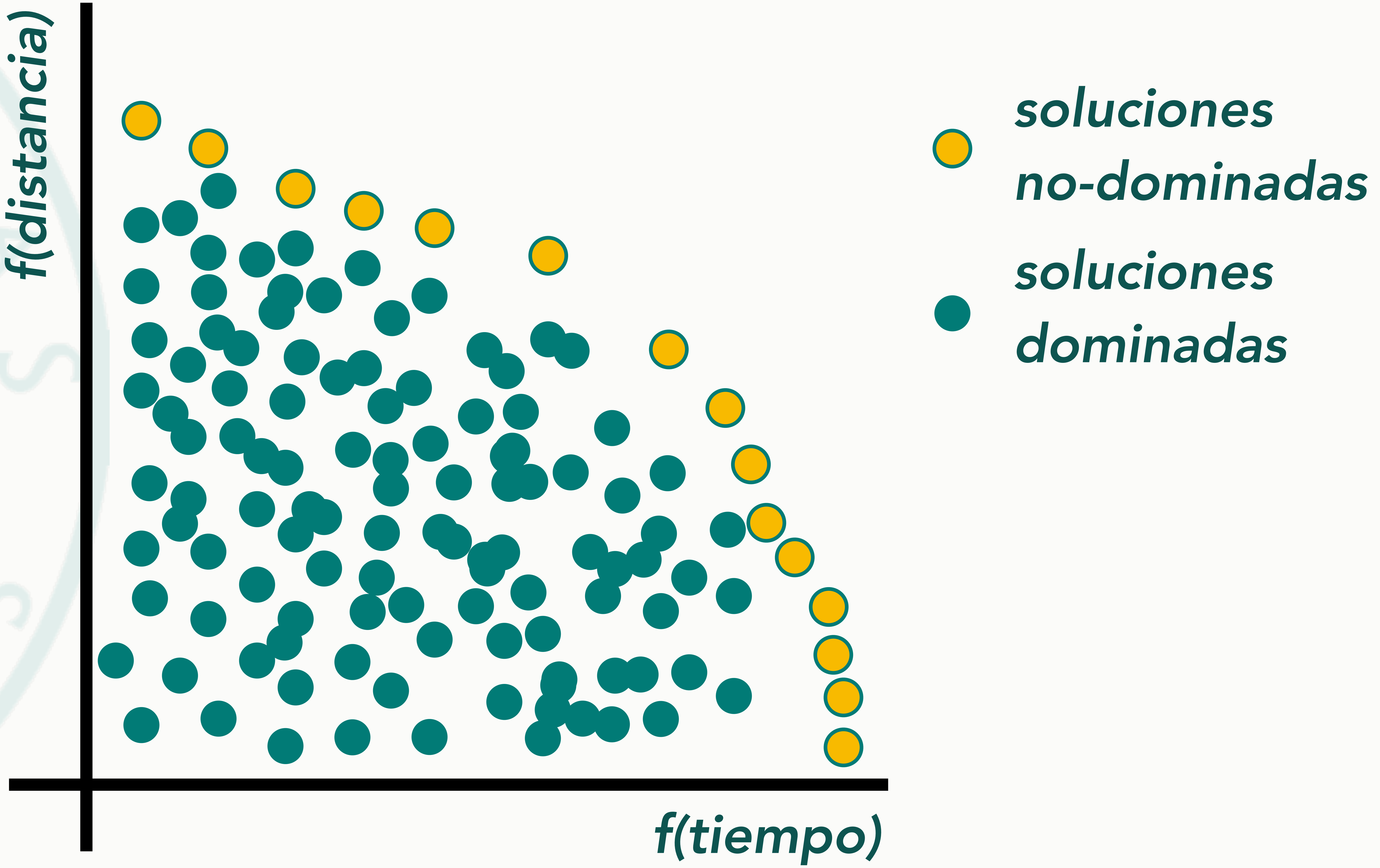
Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia



Problemas de optimización multiobjetivo

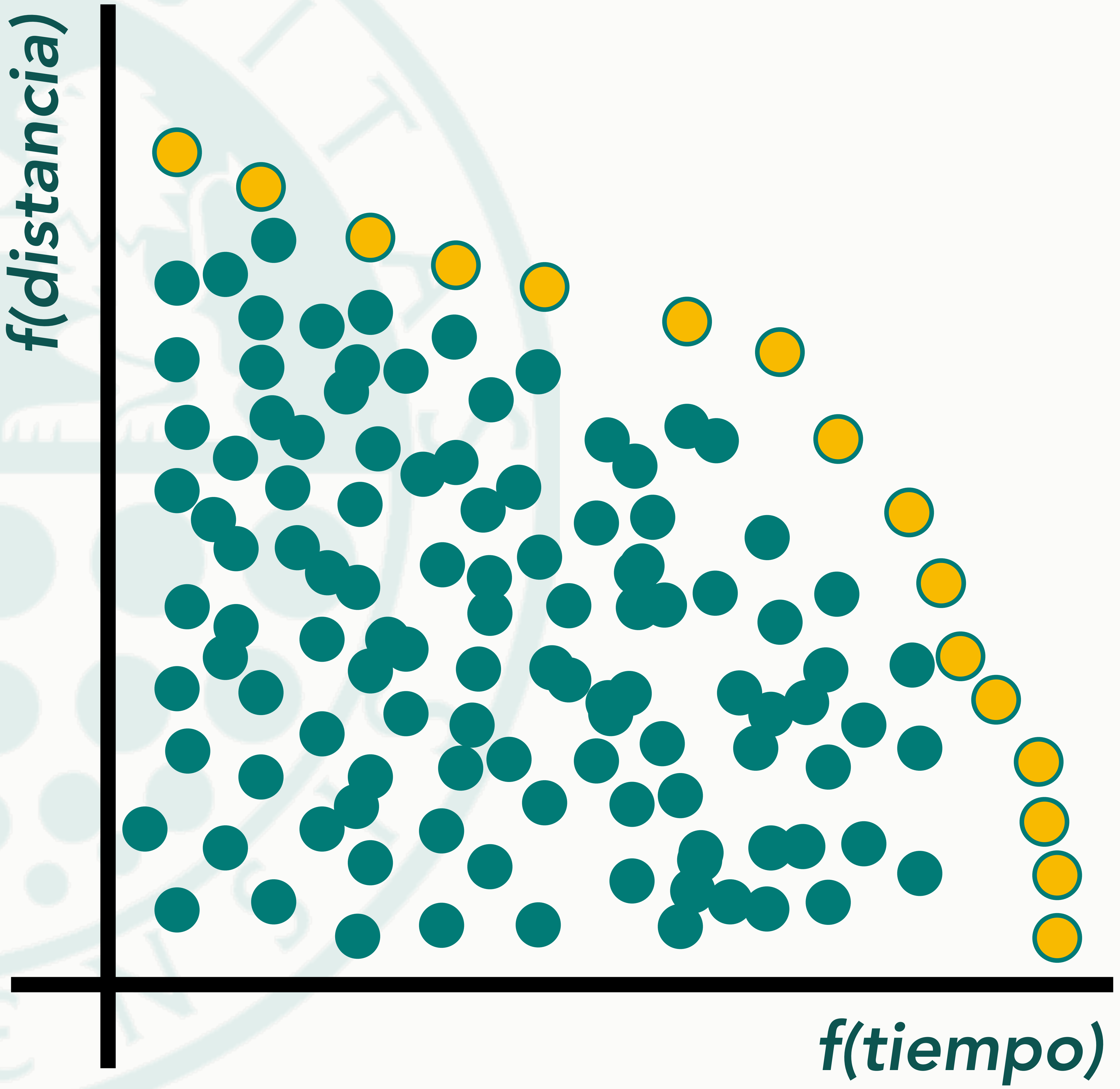
concepto de dominancia



Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo

concepto de dominancia



- El objetivo es encontrar una aproximación del Pareto de la mayor calidad
  - Tan cerca del óptimo como sea posible
  - Soluciones uniformemente distribuidas
  - Aproximación que capture todo el Pareto, incluidos los extremos

Problemas de optimización multiobjetivo

resolución de problemas multiobjetivo

¿Qué necesitamos para resolver este problema?

- Un método de búsqueda basado en los objetivos
- Una política de equilibrio entre los objetivos
- Un orden para proceso de optimización

Distintos modelos para resolver el problema

Problemas de optimización multiobjetivo

resolución de problemas multiobjetivo

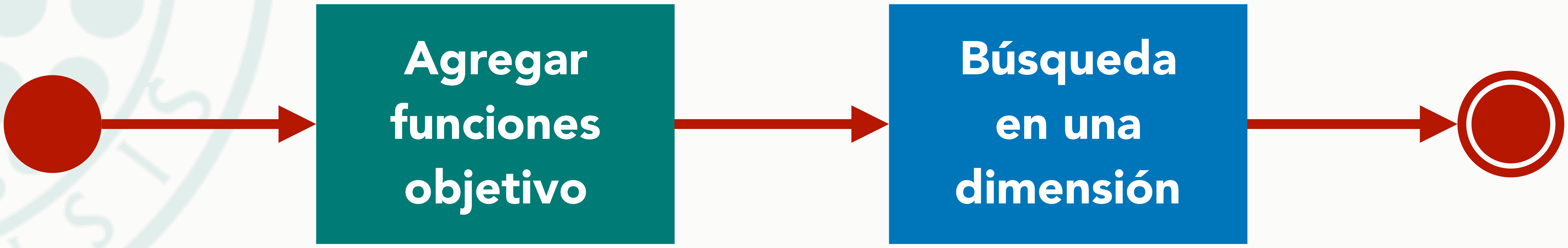
AGREGACIÓN

Se agregan los objetivos en una única función o se considera un orden entre ellos dando lugar a una función adecuada para el algoritmo mono-objetivo que se aplica

Problemas de optimización multiobjetivo

resolución de problemas multiobjetivo
AGREGACIÓN

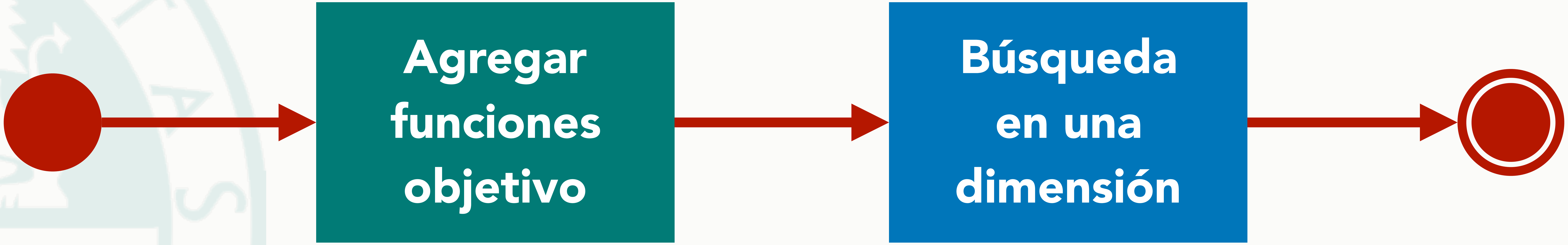
Se agregan los objetivos en una única función o se considera un orden entre ellos dando lugar a una función adecuada para el algoritmo mono-objetivo que se aplica



Problemas de optimización multiobjetivo

```
resolución de problemas multiobjetivo
```

`AGREGACIÓN`



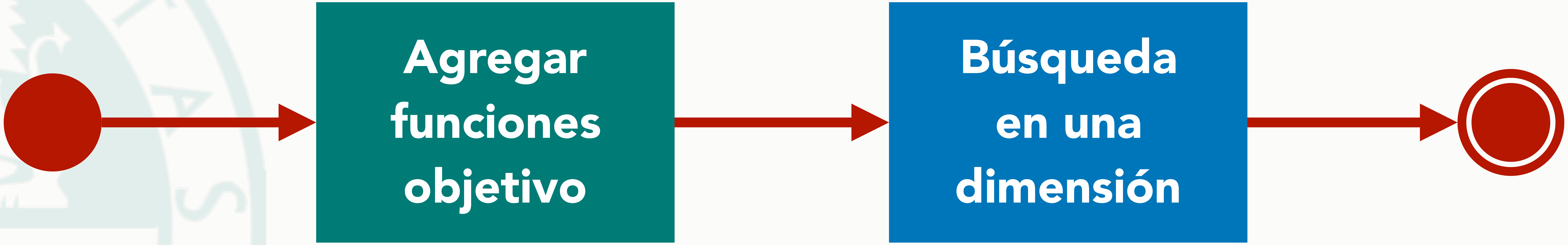
Función de agregación: Se agregan todos los objetivos en una única función

Orden lexicográfico: Orden jerárquico entre objetivos

Cristóbal J. Carmona <ccarmona@ujaen.es>

Problemas de optimización multiobjetivo

resolución de problemas multiobjetivo
AGREGACIÓN



Si un frente de Pareto tiene N soluciones, y aquí obtenemos una solución agregada, ¿cómo conseguimos N soluciones?

Problemas de optimización multiobjetivo

resolución de problemas multiobjetivo

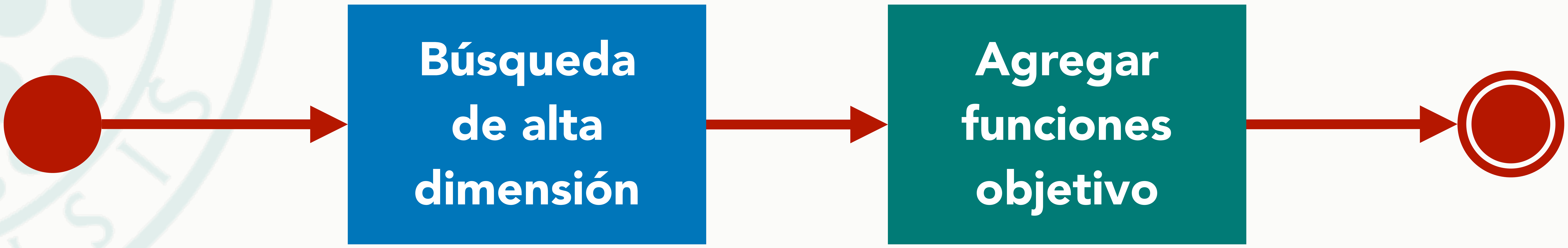
BÚSQUEDA ALTA DIMENSIÓN

Se analizan todos los objetivos para obtener el frente de las soluciones no-dominadas o Frente de Pareto

Problemas de optimización multiobjetivo

resolución de problemas multiobjetivo
BÚSQUEDA ALTA DIMENSIÓN

Se analizan todos los objetivos para obtener el frente de las soluciones no-dominadas o Frente de Pareto



Metaheurísticas para problemas multiobjetivo

- En la actualidad, hay unas **30 técnicas clásicas** de programación matemática para resolver problemas de optimización multiobjetivo (MO)
- Sin embargo, estas técnicas **suelen generar los elementos de uno en uno**, requiriendo de múltiples ejecuciones
- Además, muchas de ellas son muy **sensibles a la forma del frente de Pareto**. Por ejemplo, no funcionan con frentes cóncavos o desconectados

Metaheurísticas
Grado en Ingeniería Informática
Universidad de Jaén
Cristóbal J. Carmona
Curso 2019/2020