

Plan:

1. Introduction

2. Al Khawarizmi

- Biographie
- Ses travaux

3. Machine Turing

- Biographie d'Alan Turing
- Définition de la machine de Turing
- Le Rôle de la machine de Turing
- Les types de cette machine
- Les avantages d'apparition de la machine Turing
- La comparaison entre l'ordinateur et la machine de Turing

4. L'utilisation de la machine Turing pour formaliser le calcul d'Al Khawarizmi

5 Conclusion

Depuis l'aube, l'homme a cherché à compter et à calculer .Les premières traces de calculs mathématiques remontent à plus de 4000 ans avant notre ère, avec les mathématiques égyptiennes et babyloniennes. Les mathématiques étaient utilisées principalement pour résoudre des problèmes pratiques tels que la mesure des terres ou la construction de

Cependant c'est Ixe siècle de notre ère que l'on assiste à une véritable révolution mathématique avec l'œuvre du mathématicien persan Al-Khwarizmi. Il a développée des techniques pour résoudre des équations linéaires et quadratiques qui ont permis de résoudre des problèmes pratiques tels que la division d'héritages ou la répartition de terres.

Au fil des siècles, les mathématiques ont continué à se développer, avec des contributions importantes de mathématiciens tels que Descartes, Newton, Leibniz, Euler, Gauss et bien d'autres. Avec l'essor de l'informatique et la création des ordinateurs, la formalisation du calcul a pris une nouvelle dimension.

C'est dans ce contexte que le mathématicien anglais Alan Turing qui a développé son concept de machine universelle , qui allait donner naissance aux ordinateurs modernes. Mais avant d'en arriver là , il a fallu formaliser le calcul et développer des techniques pour le rendre mécanisable.

- Comment les mathématiques et la logique ont-elles évolué au fil du temps pour permettre la formalisation du calcul et la création de machines capables de le réaliser?
- Comment la logique a-t-elle été développée pour permettre la formalisation du raisonnement mathématique?
- Comment les machines ont-elles été conçues pour automatiser le calcul et, comment cela a-t-il changé notre façon de penser les mathématiques ?

Biographie

Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī, généralement appelé Al-Khwârizmî, né dans les années 780, probablement à Khiva dans la région du Khwarezm, dans l'actuel Ouzbékistan, mort vers 850 à Bagdad, est un mathématicien, géographe, astrologue et astronome persan, membre de la Maison de la sagesse de Bagdad.



Dans sa vie adulte, Al-Khwarizmi a vécu à Bagdad, située dans l'actuel Irak, où il a travaillé à la Maison de la Sagesse, un centre de recherche scientifique. Il y a longuement étudié les œuvres de sages arabes, grecs et indiens. C'est ainsi qu'Al-Khwarizmi a créé de nouvelles façons de résoudre les problèmes mathématiques. L'un des livres qu'il a écrits explique le système de solutions de problème mathématique, que l'on appelle aujourd'hui l'algèbre. Ce mot est issu de l'expression arabe « al-jabr », qui figure d'ailleurs dans le titre du livre. Du 12e au 16e siècle, ce livre a été très utilisé pour enseigner les mathématiques dans universités d'Orient et d'Occident.

Considéré comme le père de l'algèbre, ses travaux se sont propagés rapidement, grâce à Leonardo Fibonacci, mathématicien italien qui a orienté et encouragé les Européens dans l'adoption des chiffres indo-arabes. Le nom d'Al-Khwarizmi apparaît d'ailleurs dans le livre «Liber Abaci» («Livre du calcul»), de Fibonacci, publié en 1202. Dans cet ouvrage, il a fait mention du texte « Modum algèbre et almuchabale », qui cite Al-Khwarizmi.

De plus, il montre comment résoudre des équations en utilisant des méthodes algébriques. Pour lui, la solution n'était pas dans les chiffres à découvrir, mais dans un processus à appliquer. Bien que son principal intérêt soit les mathématiques, Al-Khwarizmi a également écrit des ouvrages importants sur l'astronomie et la géographie. Al-Khwarizmi est mort aux alentours de l'année 850.

C'est travaux:

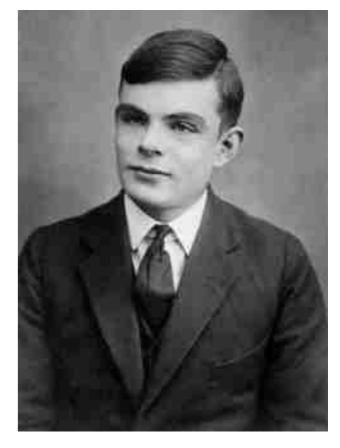
L'Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison (Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala) est un livre historique de mathématiques écrit en arabe entre 813 et 833 par le mathématicien perse Al-Khawarizmi, « est considéré comme le premier manuel d'algèbre ». Ce livre contient six chapitres. Dans cet ouvrage, Al-Khawarizmi pose les fondations de l'algèbre en étant le premier à étudier systématiquement la résolution des équations du premier et du second degré. Les successeurs d'Al-Khwarizmi ont perpétué et amplifié son œuvre dans d'autres ouvrages qui portaient souvent le même titre.



Ce livre a eu une grande influence pendant plusieurs siècles, au point d'avoir donné naissance à deux noms communs dans de nombreuses langues, dont le français : algèbre et algorithme (par déformation d'Al-Khwarizmi). Cette influence est essentiellement due à la présentation et à l'organisation de cet abrégé, il est le premier à exposer de façon à la fois claire et précise un ensemble de méthodes de résolution des équations du second degré

Biographie d'Alan

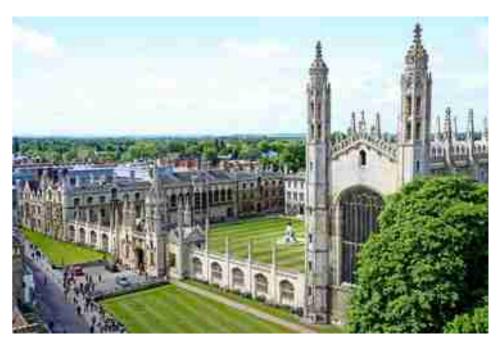
Alan Mathison Turing est né le 23 juin 1912 à Londres. Son père est collecteur d'impôts aux Indes, sa mère, qui est rentrée en Angleterre pour accoucher, part le rejoindre en 1913, laissant le petit Turing, alors âgé de 15 mois, aller de tuteurs en pensionnat durant toute son enfance. Turing n'est pas un élève très brillant. Ses professeurs le décrivent comme brouillon, inattentif. A l'âge de 15 ans, il rencontre Christopher Morton, interne comme lui, avec lequel il partage la même passion des sciences. Mais Christopher décède en février 1930, laissant Turing désemparé, mais habité d'une grande motivation pour réussir les brillantes études auxquelles était promis son ami.



Alan Mathison Turing 14

Biographie d'Alan

C'est ainsi qu'il réussit en 1931 l'examen d'entrée au très sélectif King's College de Cambridge. Outre au sport, qu'il pratique à haut niveau, Turing s'intéresse aux travaux de mécanique quantique de John Von Neumann, ce qui l'amène à étudier les probabilités et la logique. En 1935, il met au point le concept d'une machine universelle, qui formalise la notion de problème résoluble par un algorithme. Cette machine de Turing est capable de calculer tout ce qu'un processus algorithmique est capable de faire. Par essence même, les ordinateurs modernes sont des réalisations concrètes des machines de Turing.



King's College de Cambridge

Biographie d'Alan

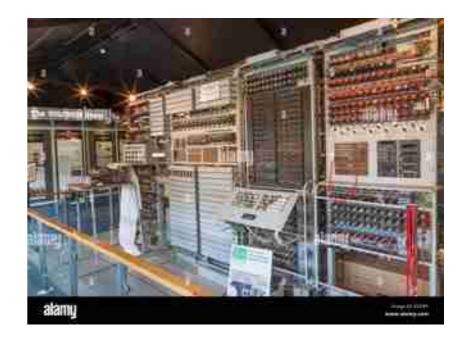
Turing: En 1936, Turing part faire son doctorat à Princeton (Etats-Unis). Assistant à la montée du nazisme, il se rapproche des milieux pacifistes, sans pour autant fréquenter les marxistes. De retour en Angleterre en 1938, il est enrôlé par l'armée anglaise sitôt la guerre commencée. Attardons-nous quelque peu sur cette période. L'armée allemande remporte au début de la Seconde Guerre Mondiale de nombreuses victoires dans les mers. Une des clés de ces victoires est la machine Enigma, une machine à coder électro-mécanique, qui permet à l'état major allemand de transmettre à ses sous-marins des messages indéchiffrables par les services secrets alliés.

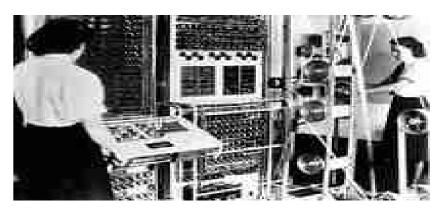


Enigma machine

Biographie d'Alan Turing:

L'armée britannique réunit alors, dans un lieu tenu secret, 10.000 personnes, essentiellement des "petites mains" - c'est-à-dire des secrétaires chargées des tâches rébarbatives - mais aussi des chercheurs des joueurs d'échecs, etc... afin de tout faire pour comprendre le mécanisme de la machine Enigma. Avec un autre mathématicien, Welchman, Turing est à la pointe de ces travaux de recherche, et avant la fin de la guerre, il conçoit une machine électronique, le Colossus, qui permet de décrypter tous les messages allemands.





Le colossus en 1943

Biographie d'Alan Turing:

Après la guerre, Turing travaille à l'institut de Physique de Grande-Bretagne à la conception des premiers ordinateurs. Il s'intéresse aussi à la biologie, et particulièrement aux connexions neuronales.



l'institut de Physique de Grande-Bretagne

Biographie d'Alan

Les moeurs homosexuelles de Turing gênent beaucoup dans la prude Angleterre de la guerre froide, d'autant que les services secrets, pour lesquels il travaille encore sans doute, se méfient des confidences sur l'oreiller qu'il pourrait faire à un espion russe formé à cela. A la suite d'une sombre histoire de cambriolage (dont au départ il est la victime), Turing est condamné pour ses pratiques sexuelles. Pour échapper à la prison, il doit subir un traitement de castration chimique par prise d'oestrogènes. Le 7 juin 1954, il croque une pomme qu'il a préalablement trempée dans une solution de cyanure, et il est retrouvé mort le lendemain, l'écume aux lèvres. Ce geste lui aurait été inspiré par Blanche Neige et les 7 Nains, où dans une scène la méchante sorcière trempe une pomme dans le bouillon empoisonné. Certains disent aussi que le logo d'Apple, une petite pomme croquée, serait un clin d'oeil au destin tragique de Turing.

À titre posthume, la reine Elizabeth a accordé à Turing la grâce royale pour sa condamnation le 24 décembre 2013... près de 60 ans après sa mort.

Définition:

Les machines de Turing sont des modèles abstraits de calcul utilisés en théorie de la computation pour analyser la complexité des algorithmes et des problèmes. Ce modèle a été imaginé par Alan Turing en 1936. Alan Turing a contribué à l'informatique à la fois sur un plan conceptuel, avec la fameuse « machine de Turing », puis, quelques années plus tard, en participant concrètement à la réalisation des premiers ordinateurs. Retour sur un itinéraire, de la théorie à la pratique.

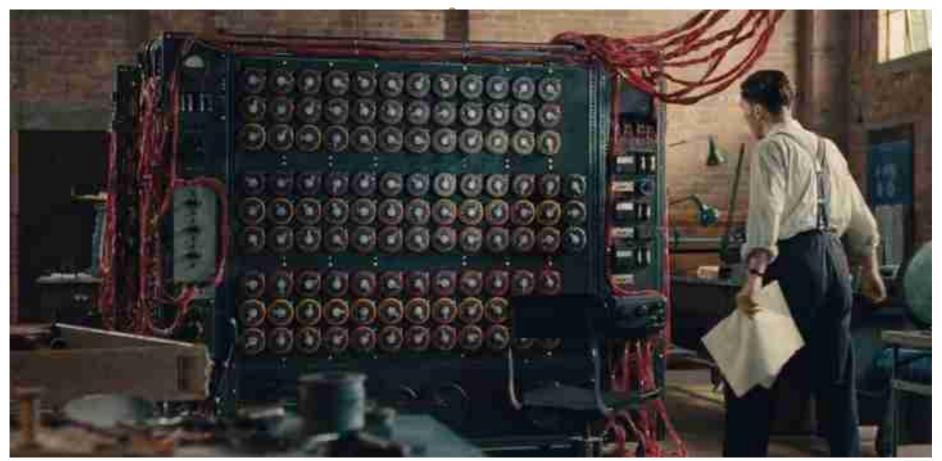
Turing Paper 1936.pdf





Alan Turing: né 23 juin 1912 décè 7 juin 1954

Alan Turing base sur quoi pour créer « la machine

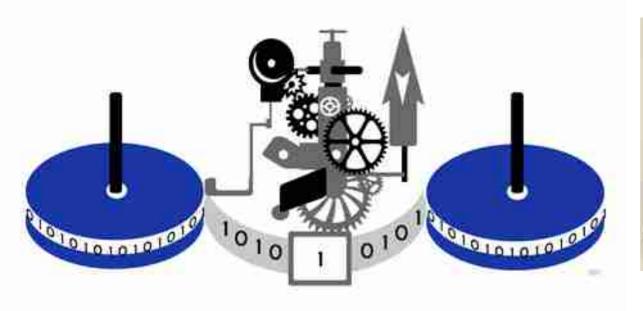


La théorie de calculabilité: Turing a étudié les traveaux de Kurt Godel, Alonzo Church, et Emil Post sur la notion de calculabilité. Ces chercheurs avaient montré que certains fonctions ne pouvaient pas etre calculées par les machines existantes. Turing a voulu résoudre ce problème en créant une machine universelle capable de calculer toutes les fonctions calculables.

La logique mathèmatique: Turing a également étudié la logique mathématique, en particulier la théorie des fonctions récursives. Il a montré que toutes les fonctions calculables pouvaient etre décrites comme une série d'étape simple et répetitives.

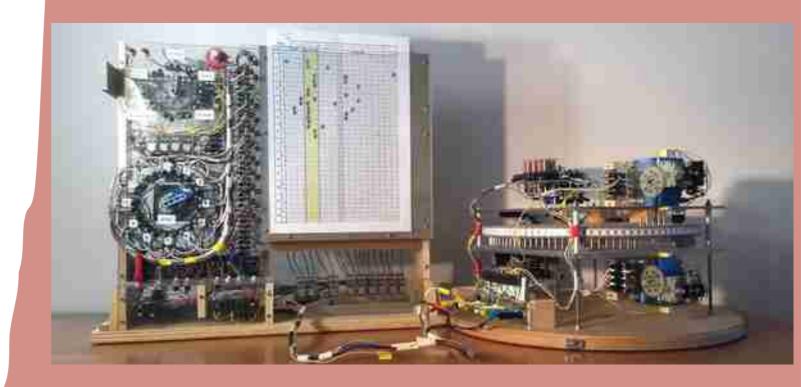
La théorie des automates: Turing s'est interessé à la théorie des automates, qui étudie les systèmes de calcul qui suivent des règles prédefinis. Il a crée la machine de Turing en s'inspirant des automates finis, mais en y ajoutant la capacité de stocker et de manipuler les données.

Les idées philosophiques sur l'intelligence: Turing s'est également inspiré de certains idées philosophiques sur l'intelligence notamment l'idée que l'intelligence peut etre décrite comme une série de processus logique simple.





Machine de Turing



Le rôle:

Les machines de Turing sont capables de simuler des ordinateurs classiques, et donc de résoudre n'importe quel problème qu'un ordinateur classique peut résoudre. En utilisant ce simple système, Alan Turing a prouvé que n'importe quel problème mathématique calculable peut être calculé par une machine de Turing.

Les types:

Les machines de Turing sont composé de deux types:

les machines de Turing déterministes (MTD) et les machines de Turing non déterministes (MTND) diffèrent par leur façon de traiter les transitions entre états.

<u>Une machine de Turing déterministe</u> utilise une table de transition qui spécifie une seule action possible pour chaque symbole lu sur la bande et chaque état dans lequel elle peut se trouver. Ainsi, pour chaque étape, la machine de Turing déterministe ne peut effectuer qu'une seule action déterminée par la table de transition. Cela signifie qu'à un état donné et un symbole donné, la machine de Turing déterministe suivra toujours la même transition.

En revanche, <u>une machine de Turing non déterministe</u> peut effectuer plusieurs actions à la fois pour un symbole donné sur la bande et un état donné. La MTND peut passer simultanément à plusieurs états différents en suivant plusieurs transitions possibles en même temps, créant ainsi une branche d'exécution pour chaque transition possible.

La MTND peut explorer plusieurs chemins de calcul en même temps, ce qui lui permet de résoudre certains problèmes plus efficacement que les MTD. Cependant, il est important de noter que les MTND ne sont pas plus puissantes que les MTD en termes de capacité de calcul, car toutes les MTND peuvent être simulées par des MTD.

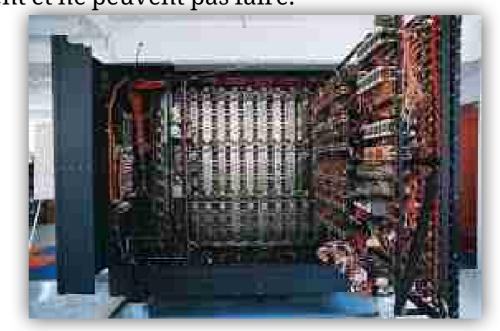
En résumé, les machines de Turing déterministes et non déterministes diffèrent par leur capacité à explorer simultanément plusieurs chemins de calcul. Les MTND peuvent être plus efficaces pour résoudre certains problèmes, mais toutes les MTND peuvent être simulées par des MTD.

Les avantages d'apparition de la machine Turing:

• La machine de Turing a fourni un modèle théorique important pour les ordinateurs modernes.

Le concept de la machine de Turing est à la base de la théorie de la calculabilité , qui a permis de définir les limites de ce que les ordinateurs peuvent et ne peuvent pas faire.





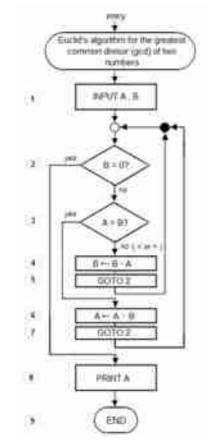
Les avantages d'apparition de la machine Turing:

 La machine de Turing a également inspiré le développement de programmation informatique. En utilisant le modèle de la machine de Turing , les programmeurs peuvent écrire des algorithmes qui peuvent être exécutées par des ordinateurs.



Les avantages d'apparition de la machine Turing:

 La machine de Turing a également contribué à la reconnaissance de la notion de l'algorithme. L'algorithme sont des procédures précises pour résoudre des problèmes, et la machine de Turing a fourni un cadre théorique pour comprendre la façon dont les algorithmes peuvent être conçus et exécutés.



Les avantages d'apparition de la machine Turing:

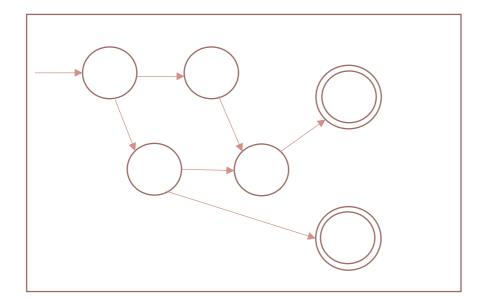
- La machine de Turing a également aidé à comprendre la notion de complexité algorithmique
- La machine de Turing a ouvert la voie a la conception de machines informatique universelles. Les machines universelles peuvent exécuter n'importe quelle programme calculable, ce qui signifie qu'elles peuvent être programmées pour effectuer une grande variétés des taches différentes.



Ruban



Unité de contrôle



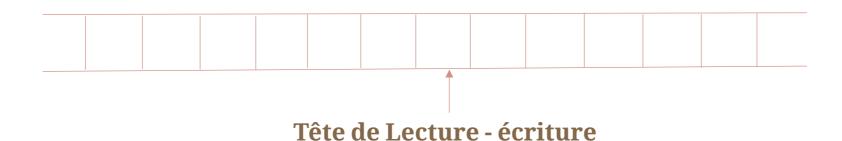
Tête de Lecture - écriture

La machine imaginée par Turing comporte un ruban divisé en cases, dans lesquelles on peut écrire des symboles. La machine ne peut lire qu'une seule case à la fois, de même elle écrit dans une seule case et décale le ruban d'une seule case vers la gauche ou vers la droite.

Longueur infinie



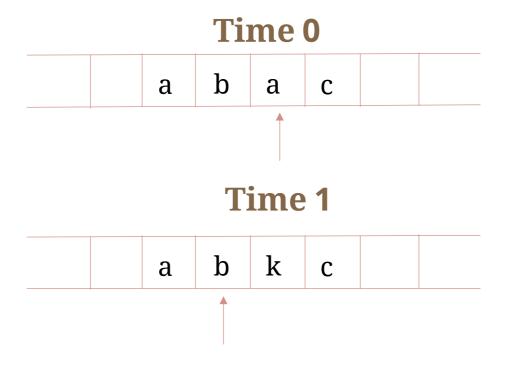
La tête bouge a gauche ou a droite



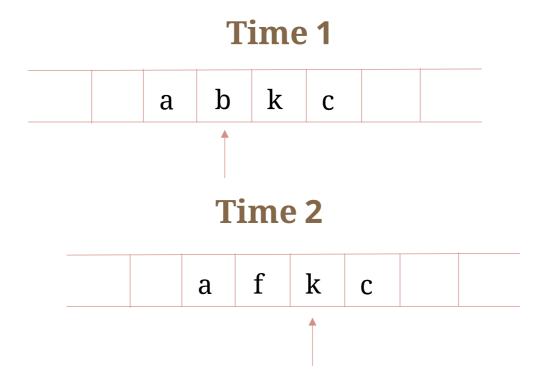
La tête à chaque pas de temps:

- 1. lire le symbole
- 2. écrire le symbole
- 3. déplacer à gauche ou à droite

Exemple

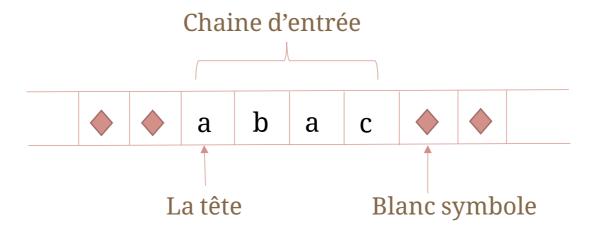


- 1. Lire a
- 2. Ecrire k
- 3. Déplacer vers la gauche



- 1. Lire b
- 2. Ecrire f
- 3. Déplacer vers la droite

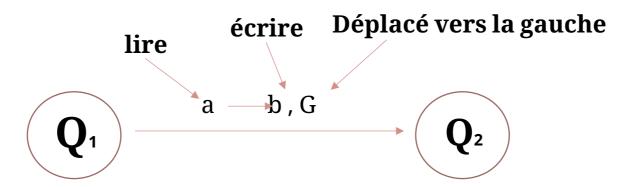
La chaine d'entré



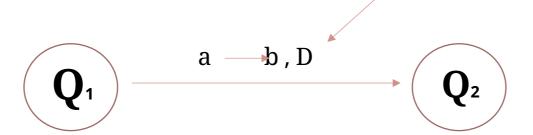
La tête commence à gauche de la chaine d'entrée

Unité de contrôle:

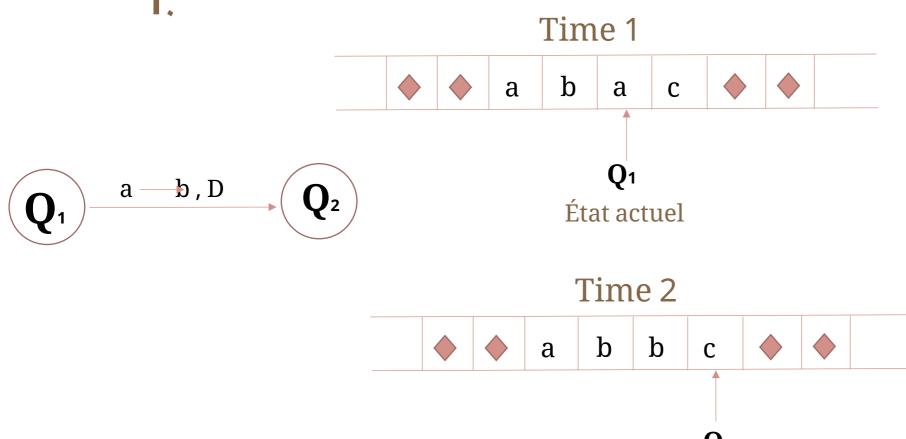
Etat et transition



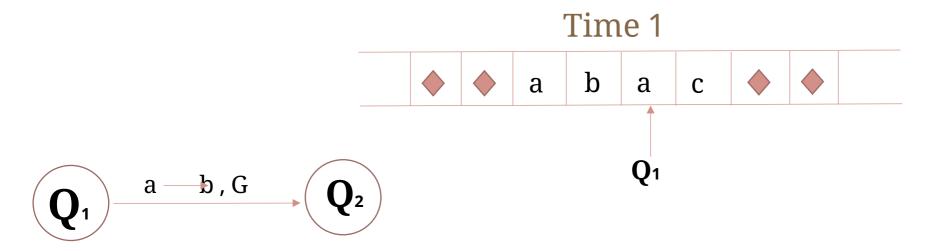
Déplacé vers la droite

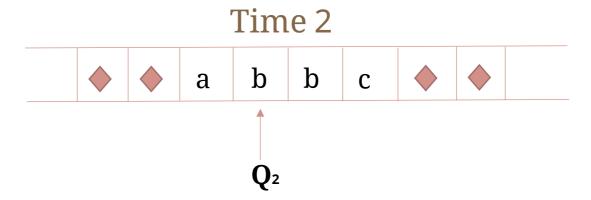


Exemple:

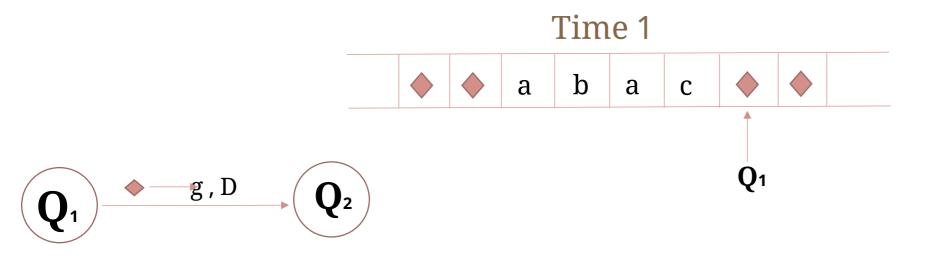


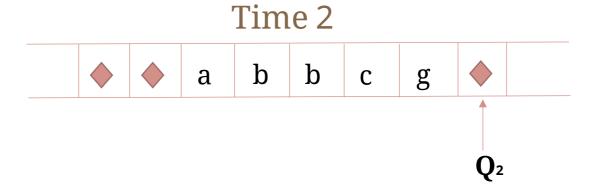
2,



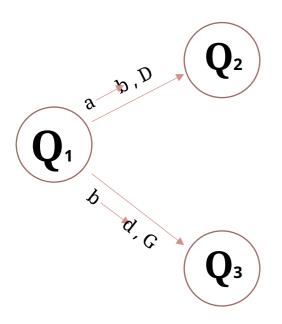


3,

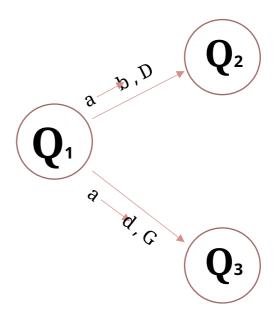




Permise

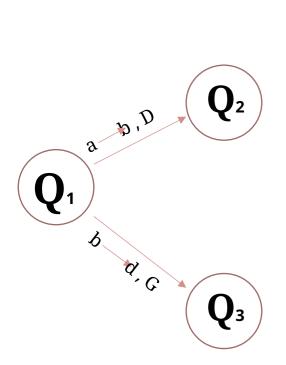


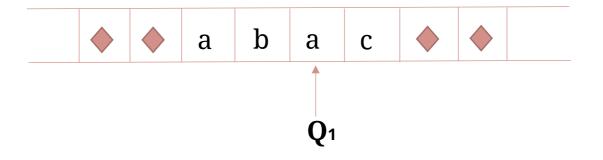
Interdit



Fonction de transition:

Exemple:



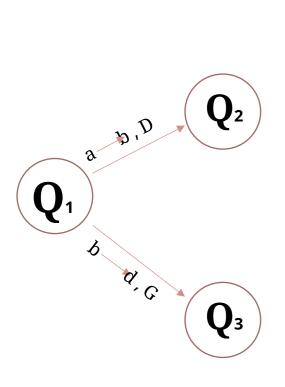


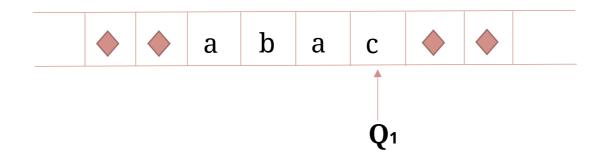
Permise:

Pas de transition pour le symbole d'entrée c

L'arret

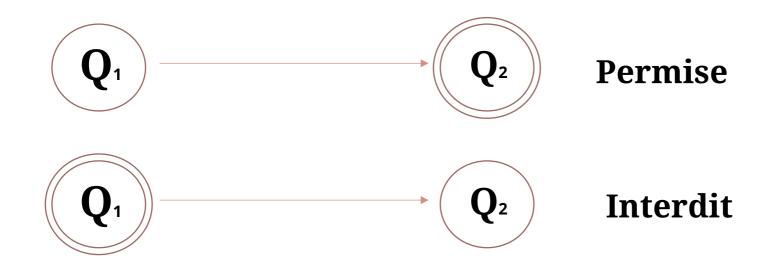
La machine s'arrête s'il n'y a pas de transition possible à suivre





Non transition possible la machine va s'arrêter

Etat finale



- . En état finale la machine s'arrête.
- . Il y a une transition d'un état à un état finale. Mais si on est dans l'état finale il n'y a pas une transition après cela.

Acceptance

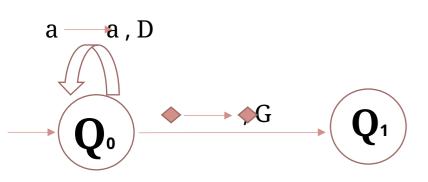
Accepté l'entrée

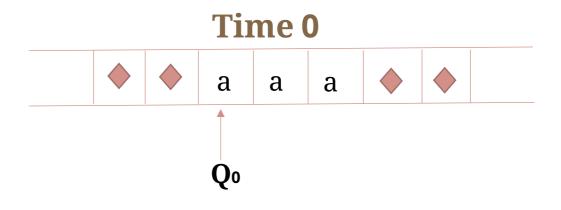
Si la machine s'arrête dans un état finale

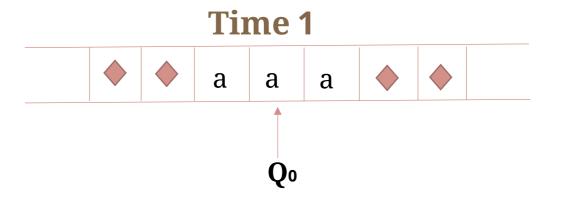
Rejeter l'entrée

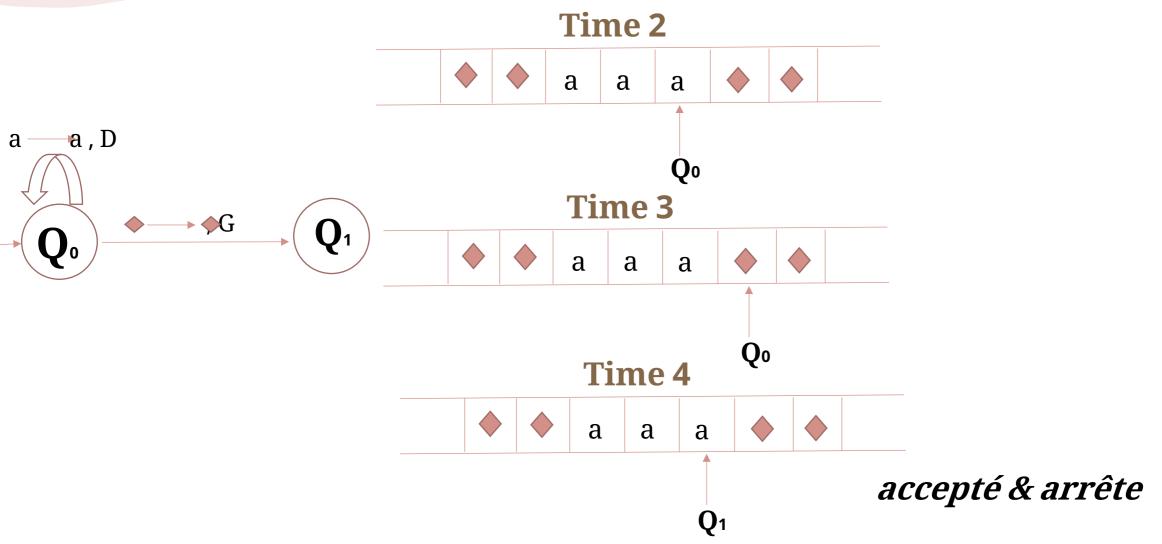
Si la machine s'arrête dans un état non finale Ou Si la machine entre dans une boucle infinie

Exemple

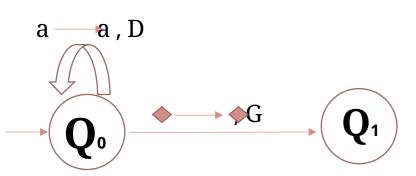


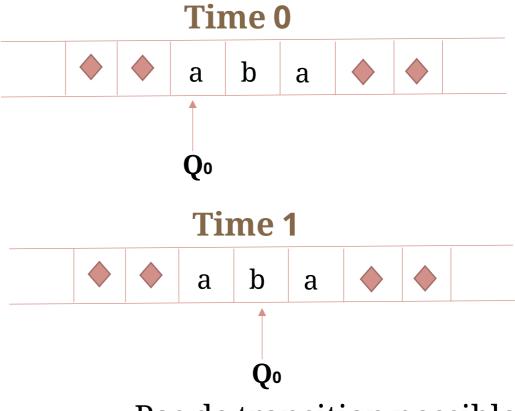






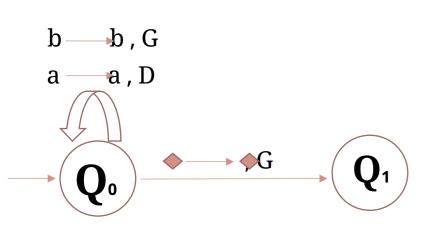
Exemple de rejet

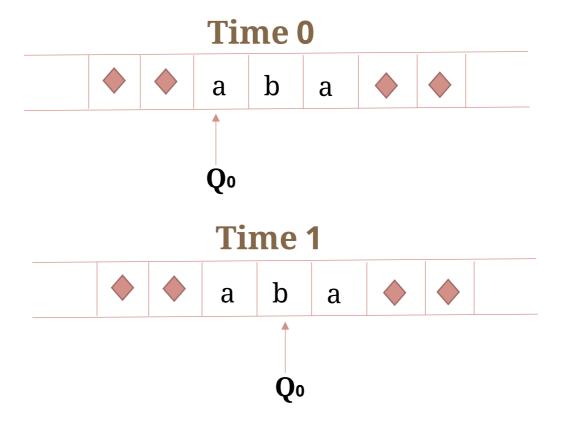


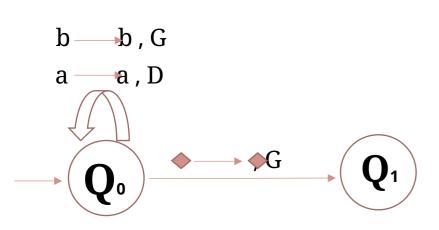


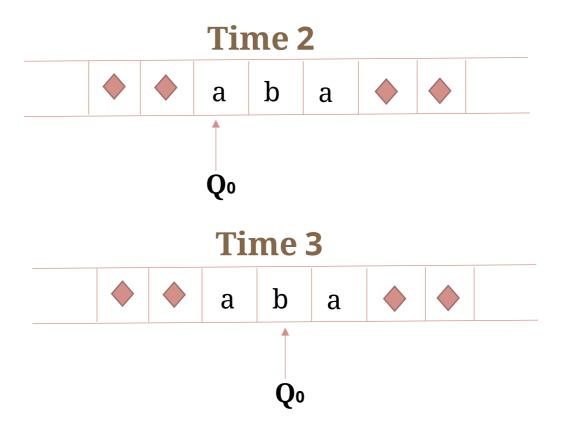
Pas de transition possible *Rejet & arrêt*

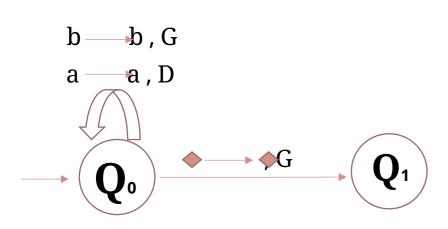
Exemple de boucle infinie



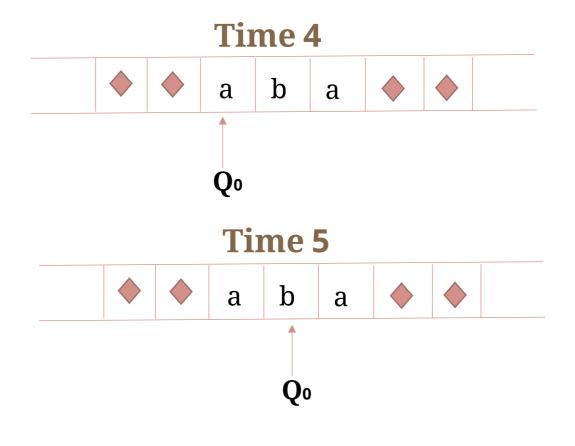








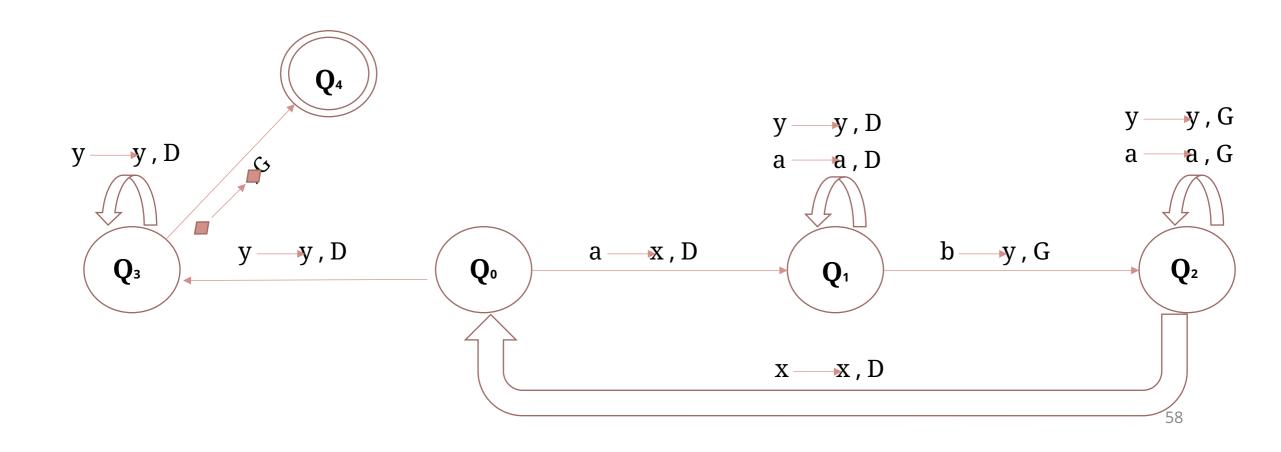
La machine ne s'arrête jamais mais la chaine et rejet



La boucle infinie:

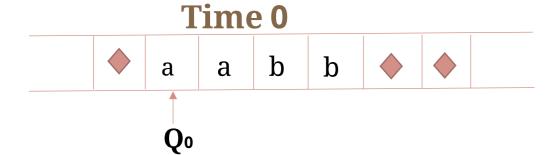
- . La machine ne s'arrête jamais
- . L'entrée n'est pas acceptée

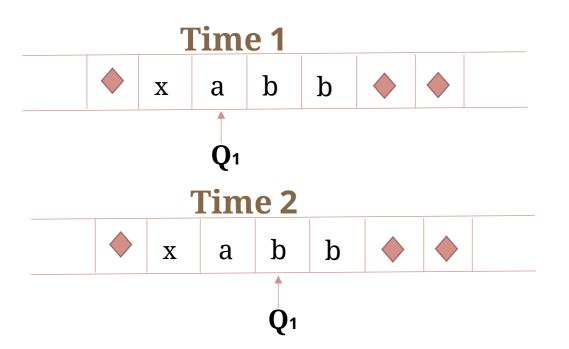
L'activités:

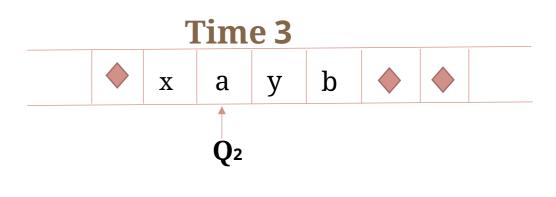


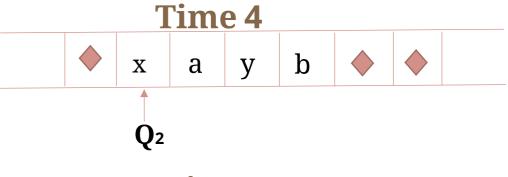
Correctio

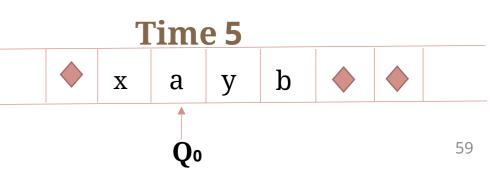
<u>n:</u>



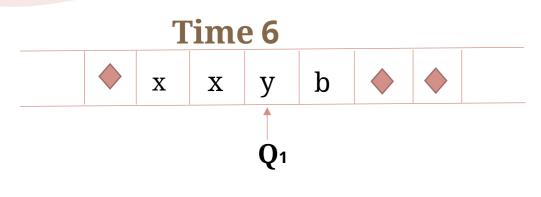


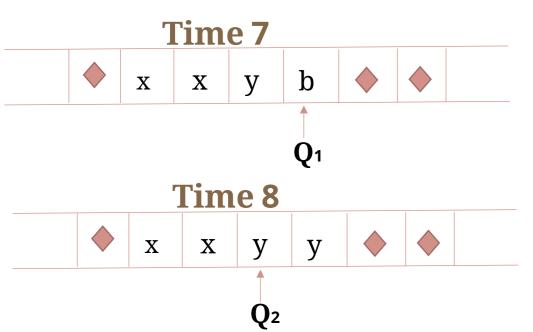


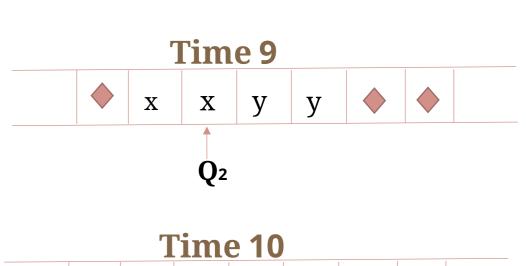


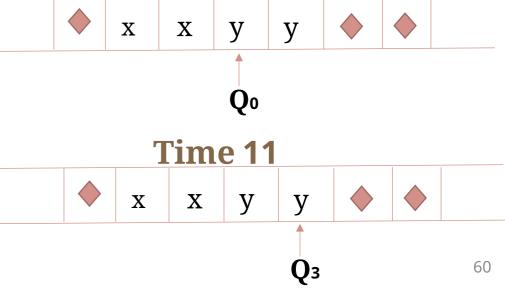


Correction:

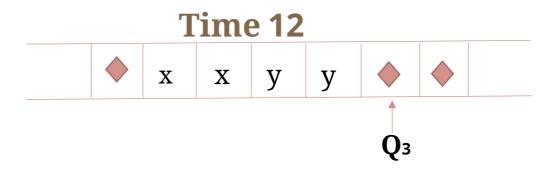


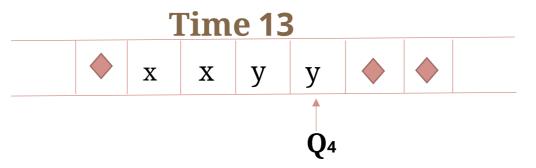






Correction:

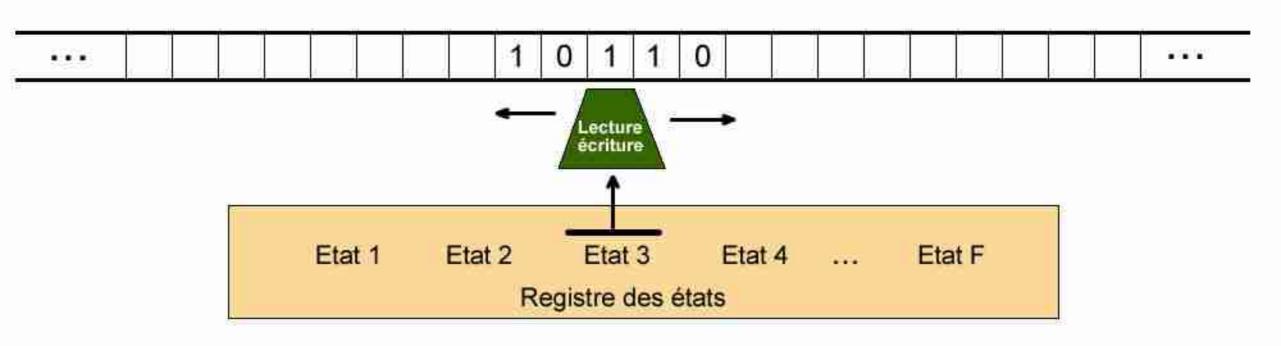




La machine s'arrete à l'état final **Q**4

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Rappel:



Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Rappel:

La machine est composée de :

- **-un ruban infini** comportant des cases dans lesquelles sont écrits des symboles.
- -une tête de lecture/écriture qui peut:
- ·lire le symbole écrit dans la case au-dessus ;
- •écrire ou non un autre symbole dans cette case ;
- •se déplacer d'une case à gauche ou à droite ;
- •Changer d'état;

-un registre des états qui comprend un état initial 1 et un état final **F** qui provoque l'arrêt de la machine. La machine imaginée par Turing comporte un ruban divisé en cases, dans lesquelles on peut écrire des symboles. La machine ne peut lire qu'une seule case à la fois, de même elle écrit dans une seule case et décale le ruban d'une seule case vers la gauche ou vers la droite

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

La table de Transition:

Les instructions pour exécuter un algorithme sont données à la machine sous la forme d'une **table des transitions** comme ci-dessous :

| | 1 | able des tr | ansitions | |
|-------------|---------|-------------|-------------|-------------|
| État | Lecture | Écriture | Déplacement | Nouvel état |
| 11-25-50-67 | b | | Gauche | |
| 1 | 0 | | | 2 |
| .75 | ্ৰ | | | 2 |
| 1190 | b | | | E |
| 2 | 0 | 1 | Gauche | |
| - | 1 | 0 | Gauche | |

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

La table de Transition:

Dans cette table, les trois symboles sont b, 0 et 1 ; elle se lit de la façon suivante :

- à l'état 1, si la machine lit un **b**, elle n'écrit rien, se déplace à gauche et ne change pas d'état ;
- à l'état 1, si la machine lit un **0**, elle n'écrit rien et passe à l'état 2;
- à l'état 1, si la machine lit un 1, elle n'écrit rien et passe à l'état
 2;
- à l'état 2, si la machine lit un **b**, elle passe à l'état final **F** qui provoquera son arrêt ;
- à l'état 2, si la machine lit un **0**, elle écrit **1**, se déplace à gauche et ne change pas d'état :
- et ne change pas d'état;

 à l'état 2 si la machine lit un 1 elle écrit 0 se déplace à gauche

| | | able des tr | ansitions | |
|------|---------|-------------|-------------|-------------|
| État | Lecture | Écriture | Déplacement | Nouvel état |
| | b | | Gauche | |
| 1 | 0 | | | 2 |
| | 1 | | | 2 |
| | b | | | F |
| 2 | 0 | 1 | Gauche | |
| | 1 | 0 | Gauche | |

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

La table de Transition:

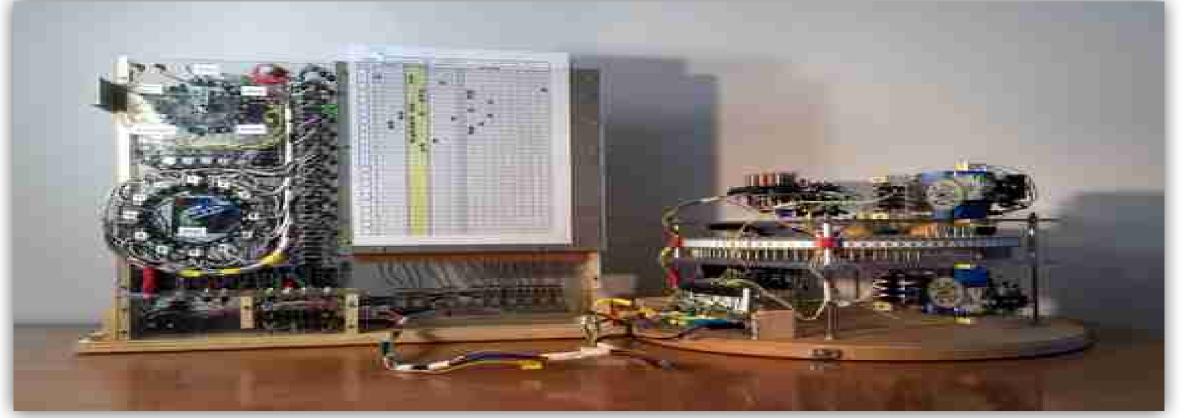
Pour que la machine puisse la lire, la table des transitions est réalisée sous la forme d'une feuille

perforée.

| 0 | bje | t: | Feuille perforée pour transmettre les informations à la machine | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-----|----|---|---|------------|---|-------------|---|---|--|---|---------|---|---|---|---|----|----|---|
| Etat | L | E | Ecriture | | Déplecemen | | Nouvel état | | | | | | | | | | | | |
| 70.00 | | ь | 0 | 1 | q | d | | 2 | 3 | | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | F |
| | b | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | \odot | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | . 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | • | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | b | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | \odot | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 2 | 0 | 0 | 0 | • | • | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 1 | 0 | • | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Voici le prototype réalisé pour matérialiser ce dispositif (Ce prototype est proposée par Marc Raynaud)



Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Le « ruban infini » a été réalisé sous la forme d'un disque et les symboles sont des petits cylindres qui peuvent prendre 3 hauteurs différentes pour représenter **b**, **0** et **1** (le b pour blanc correspond à l'absence d'écriture, il permet notamment de séparer deux nombres écrits sur le ruban comme dans la photo ci-dessous.)

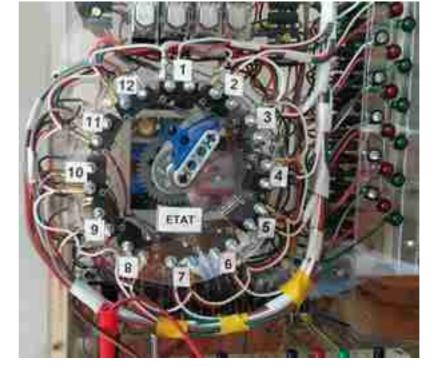


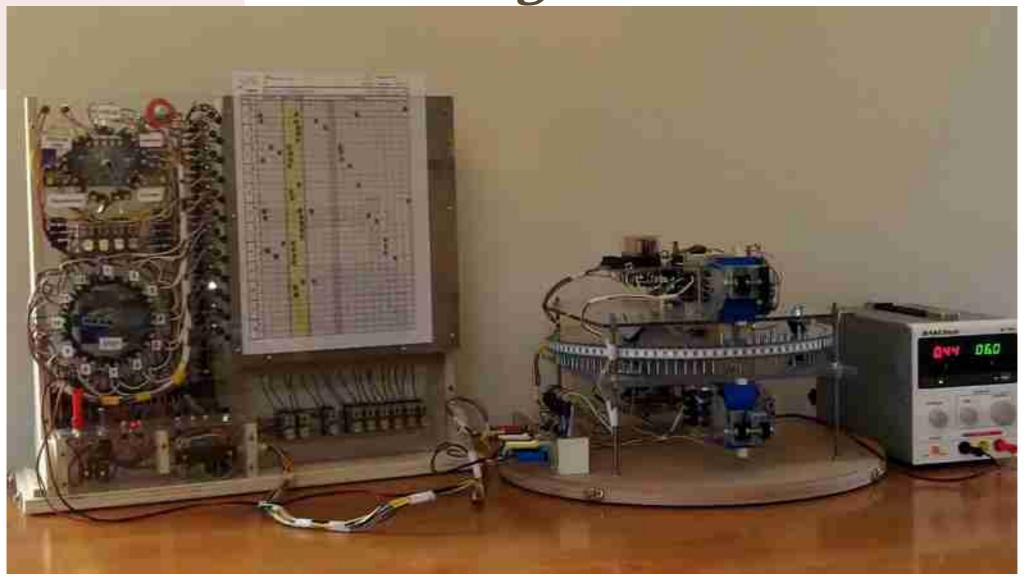
Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Le registre des états est un contacteur rotatif à 12 positions.

L'état initial est l'état 1, un bouton poussoir permet de mettre ce contacteur à la position 1 avant de

démarrer un nouveau programme.





Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Activité 1: de la table de Transition et leur fonctionnement avec un seul état:

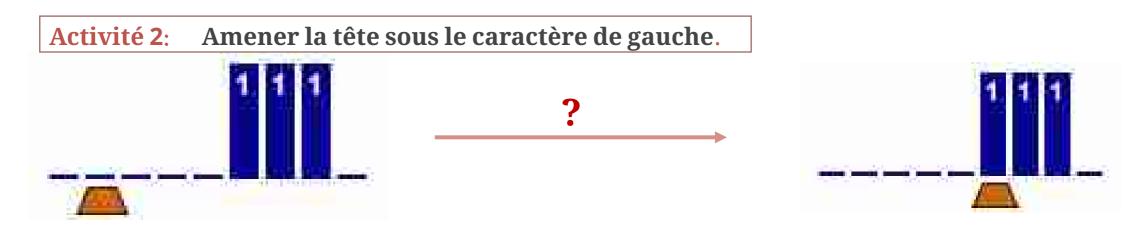
Programmer un déplacement vers la droite :

| | 7 | able des tr | | | | |
|------|---------|-------------|-------------|---------------------------------------|---|--|
| État | Lecture | Écriture | Déplacement | Nouvel état | | |
| 1 | b | | Droite | A A A A A A A A A A A A A A A A A A A | _ | |

Au départ la tête est à l'état 1.

L'instruction est : si la lecture est un blanc, alors la tête se déplace d'une case vers la droite et elle reste à l'état 1.

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing



-Dessiner une table de Transition convenable à notre schéma.

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Activité 2: Amener la tête sous le caractère de gauche.

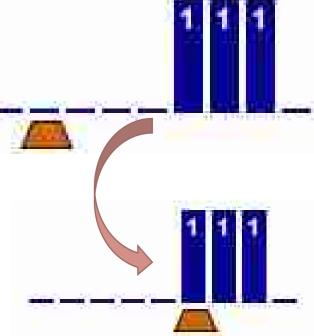
Etat 1

Il y a une suite de 1 sur le ruban et la tête est à gauche de cette suite, la machine doit placer la tête sous le premier 1.

F

| Table des Transitions | | | | | |
|-----------------------|---------|----------|-------------|-------------|--|
| Etat | Lecture | Ecriture | Déplacement | Nouvel état | |
| | b | | Droite | | |
| | 0 | | | | |

On utilise le déplacement vers la droite vu ci-dessus auquel on ajoute une condition d'arrêt qui est ici : si la tête lit un 1, elle passe à l'état final et s'arrête.



Machine de Turing Amener la tête sous le premier 1

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Activité 3: Amener la tête sous le caractère de droite.



Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

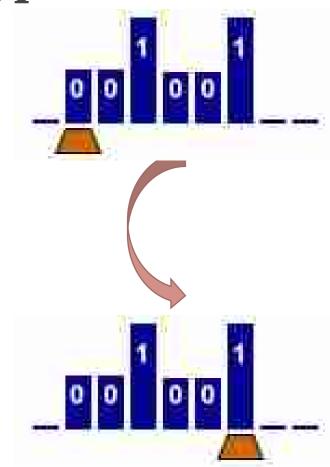
Activité 3: Amener la tête sous le caractère de droite

| Table des Transitions | | | | | |
|-----------------------|---------|----------|-------------|-------------|--|
| Etat | Lecture | Ecriture | Déplacement | Nouvel état | |
| | b | | Gauche | F | |
| Etat 1 | 0 | | Droite | | |
| | 1 | | Droite | | |

Ce cas se rencontrera souvent.

La tête parcourt toute la séquence : tant qu'elle lit un **0** ou un **1**, elle se déplace d'une case à droite.

Quand elle lit un **blanc**, il lui suffit de revenir sur ses pas d'une case à gauche pour être sous le chiffre de droite.



Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

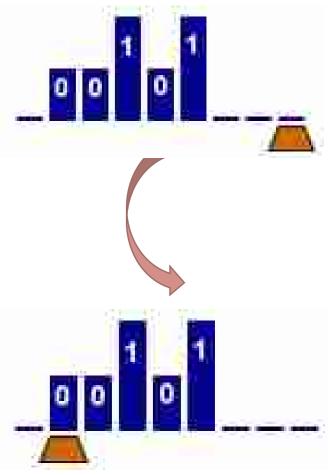
Activité 4: Amener la tête sous le caractère de gauche



Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Activité 4: Amener la tête sous le caractère de gauche

| Table des Transitions | | | | | |
|-----------------------|---------|----------|-------------|-------------|--|
| Etat | Lecture | Ecriture | Déplacement | Nouvel état | |
| | b | | Gauche | | |
| Etat 1 | 0 | | | 2 | |
| | 1 | | | 2 | |
| | b | | Droite | F | |
| Etat 2 | 0 | | Gauche | | |
| Ltat 2 | 1 | | Gauche | | |



Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Activité 4: Amener la tête sous le caractère de droite

Le déplacement vers la gauche se fait par l'état 1 avec comme condition de changement d'état la lecture d'un **0** ou d'un **1**.

A l'état 2, elle parcourt la séquence en allant vers la gauche. Arrivée sur le premier **blanc** à gauche de cette séquence, elle revient sur ses pas d'une case vers la droite, passe à l'état final F et s'arrête.

Conclusion:

Si on doit donner deux instructions différentes pour la même lecture, il faut nécessairement au moins deux états.

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Les diagrammes de Turing: « Construction d'un diagramme à partir d'une table de transition »:

Activité 5: Nous allons voir comment construire la représentation graphique d'un algorithme à partir de sa table des transitions.

Prenons l'exemple de l'algorithme qui amène la tete de lecture sous le chiffre droite d'une séquence de 0 et 1

La tete de lecture est à gauche de la séquence de 0 et 1.

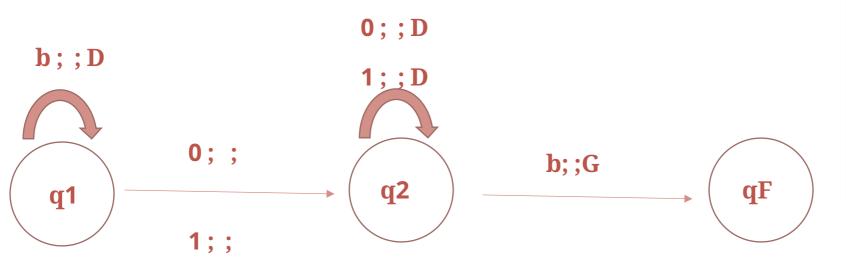


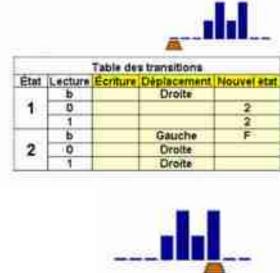
| | | Table de | s transitions | |
|------|---------|----------|---------------|-------------|
| État | Lecture | Ecriture | Déplacement | Nouvel état |
| 1 | b | | Droite | |
| | 0 | | | 2 |
| | 1 | | | 2 |
| 2 | b | | Gauche | F |
| | 0 | | Droite | |
| | 1 | | Droite | |



Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Les diagrammes de Turing: « Construction d'un diagramme à partir d'une table de transition »:





Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Un challenge !!!!!!!!!

Opérations et calculs avec des nombres écrits en unaire:

Un nombre entier positif **n** écrit en unaire est simplement une suite de **n** chiffres

Donnons quelques exemples.

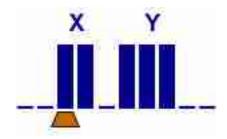
- Le nombre 1 en unaire s'écrit 1.
- Le nombre 3 en unaire s'écrit 111.
- Le nombre 7 en unaire s'écrit 1111111.
- •Le **zéro** correspond à l'absence de **1**, il apparaîtra sous la forme d'une case blanche

Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Un challenge !!!!!!!!!

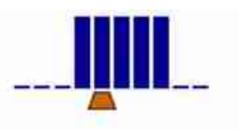
Opérations et calculs avec des nombres écrits en unaire:

Addition de deux unaires



Deux nombres X et Y sont écrits en unaire et séparés par un blanc. La tête est sous le **1** de gauche du premier nombre. Établir un algorithme qui calcule la somme X+Y





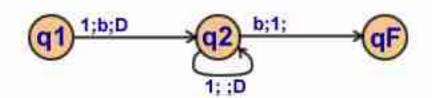
Étudier des algorithmes sur un prototype de la machine d'Alan Turing

Un challenge !!!!!!!!

☐ Opérations et calculs avec des nombres écrits en unaire:

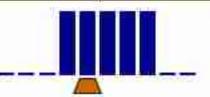
Addition de deux unaires

Effacer le 1 de gauche et ajouter un 1 sur le blanc entre les deux nombres.



| | Additio | on de 2 u | naires méthoc | le 1 |
|------|---------|------------|---------------|-------------|
| État | Lecture | Écriture | Déplacement | Nouvel état |
| 1 | b | 91.7307491 | | |
| | 0 | | | |
| | - 1 | b | Droite | 2 |
| 2 | b | 1 | | F.º |
| | 0 | | 7 | |
| | 11 | | Droite | |

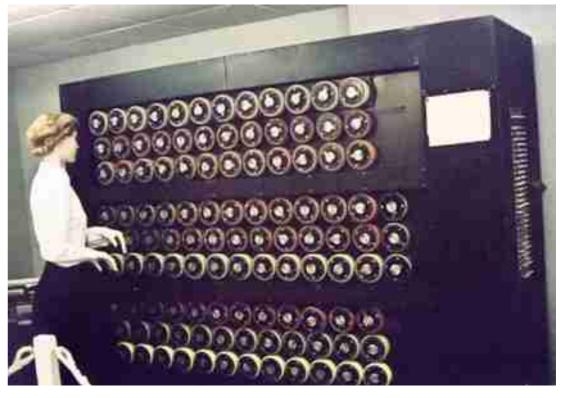
Le résultat



Comparaison

Turing machine et Les ordinateurs:

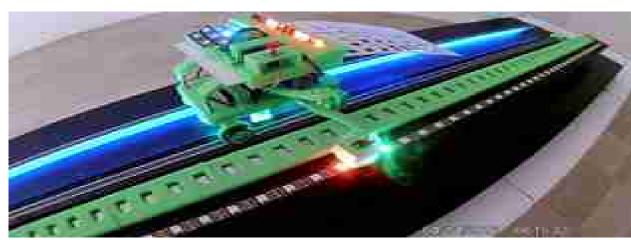




E.N.IAC

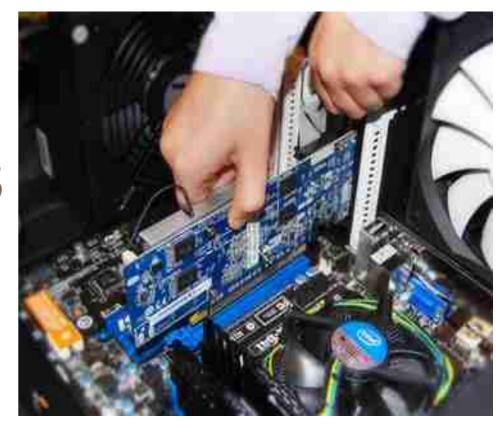
Turing machine

Turing machine VS Les ordinateurs:



Vs





Pour formaliser le calcul d'Al-Khawarizmi à l'aide de la machine de Turing, il serait nécessaire de décrire l'algorithme utilisé par Al-Khawarizmi peu effectuer des opérations arithmétiques telles que l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, puis de représenter ces opérations sous formes de séquences d'instructions pour la machine de Turing. Ensuite, on peut programmer la machine de Turing pour suivre ces instructions et effectuer les calculs comme le ferait Al-Khwarizmi.

L'algorithme de calcul décrit par Al-Khawarizmi peut etre formalisé par une machine de Turing comme suit:

- 1. La machine de Turing commence en état initial sur une bande de lecture-écriture vide.
- 2. La machine lit un nombre sur la bande d'entrée.
- 3. La machine lit un opérateur sur la bande d'entrée.
- 4. La machine lit un deuxième nombre sur la bande d'entrée.
- 5. La machine calcul le résultat de l'opération en fonction des deux nombres lus et écrit le résultat sur la bande de lecture et écriture.

6. La machine retourne à létape 2 pour lire un nouveau calcul ou s'arrete si aucun nouveau calcul n'est présent sur la bande d'entrée.

Par exemple, si la bande d'entrée contient « 23+47», la machine de Turing effectuera les étapes suivantes:

- 1. La machine commence sur une bande de lecture-écriture vide.
- 2. La machine lit le nombre 23 sur la bande d'entrée.
- 3. La machine lit l'opérateur « +» sur la bande d'entrée.

- 4. La machine lit le nombre 47 sur la bande d'entrée.
- 5. La machine calcule 23+47=70 et écrit le résultat sur la bande de lecture-écriture.
- 6. La machine retourne à l'étape 2 pour lire un nouveau calcul ou s'arrete si aucun nouveau calcul n'est présent sur la bande d'entrée.

5. Conclusion

Il faut garder à l'esprit que la machine de Turing est un modèle universel de calcul et qu'elle peut calculer tout ce que n'importe quel ordinateur physique peut calculer (aussi puissant soit-il). Inversement, ce qu'elle ne peut pas calculer ne peut l'être non plus par un ordinateur. Elle résume donc de manière saisissante le concept d'*ordinateur* et constitue un support idéal pour raisonner autour de la notion d'*algorithme* de *calcul* ou de *démonstration*

Merci

de votre Attention

Resource:

- https://www.irif.fr/~carton/Enseignement/Complexite/MasterInfo/Cours/turing.html
- https://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=turing
- https://www-lisic.univ-littoral.fr/~verel/TEACHING/17-18/ATI-L3/cm06.pdf
- https://librecours.net/module/culture/fonctionnement-ordi/machine-turing.xhtml
- https://fr.wikipedia.org/wiki/Al-Khw%C3%A2rizm%C3%AE
- https://www.youtube.com/watch?v=-4yeMr9SMv8&t=700s&ab_channel=AlaaEddienAttar
- https://www.youtube.com/watch?v=IBx53T7D5tE&t=694s&ab_channel=AlaaEddienAttar
- https://www.youtube.com/watch?v=ZKoyp458wOU&t=2s&ab_channel=CarloMicheli
- https://en.wikipedia.org/wiki/Alan_Turing
- https://philosciences.com/philosophie-et-science/logique-calcul-formalisme/46-alanturing-du-calculable-a-l-