МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Университет ИТМО

ОТЧЕТ

По дисциплине:

«Программирование систем управления» Вариант №6

ВЫПОЛНИЛ:

студент группы Е4260,

Карпаев Е.В.

ПРОВЕРИЛ:

Томашевич С. И.

Санкт-Петербург 2023 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЗАДАНИЕ	3
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАТЧНОЙ ФУНКЦИИ В CPEДE SIMULINK.	4
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВХОДЯЩЕГО СИГНАЛА В MATLAB	8
РЕАЛИЗАЦИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ НА ЯЗЫКЕ С++	12
РЕАЛИЗАЦИЯ ВХОДНОГО СИГНАЛА НА ЯЗЫКЕ С++	16
СРАВНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ	19
ПРИЛОЖЕНИЕ А	23
ПРИЛОЖЕНИЕ Б	26
ПРИЛОЖЕНИЕ В	29
ПРИЛОЖЕНИЕ Г	32

ЗАДАНИЕ

1. Провести моделирование передаточной функции в среде MATLAB с использованием Simulink

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{S^3 + S^2 + S}{S^3 + 2S^2 + 2S + 1}$$

2. Провести моделирование входного сигнала в среде MATLAB с использованием Simulink

$$u(t) = 2 * sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) - 2$$

- 3. Полученные сигналы необходимо привести к дискретному виду и промоделировать на частотах: 5 Гц, 30 Гц, 100 Гц.
- 4. Реализовать передаточную функцию на языке C++ для непрерывного случая и трех дискретных.
- 5. Реализовать входной сигнал на языке С++ для непрерывного случая и трех дискретных с разными частотами.
- 6. Провести сравнения результатов, полученных в среде Simulink и на языке C++.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕДАТЧНОЙ ФУНКЦИИ В СРЕДЕ SIMULINK

Из передаточной функции $\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{S^3 + S^2 + S}{S^3 + 2S^2 + 2S + 1}$, используя функционал МАТLAB, получим матрицы A, B, C и D, которые будут описывать состояния нашей системы.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} -0.5 & -0.5 & -0.5 \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

Указав данные матрицы в блоке «State-Space» в среде Simulink, был получен следующий график (Рисунок 1). В качестве сигнала подается константное значение «10».

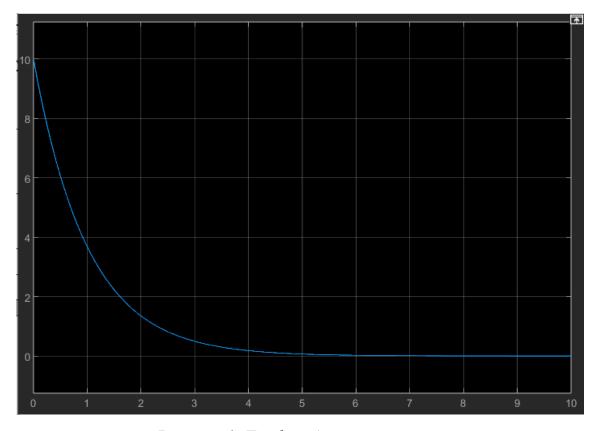


Рисунок 1. График блока State-space

Построим данную систему, используя блоки интегратора, усиления и суммирования (Рисунок 2).

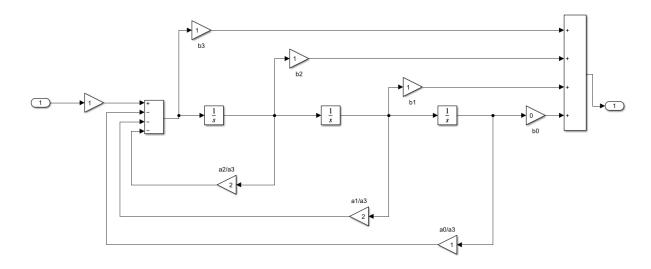


Рисунок 2. Структурная схема непрерывной передаточной функции

Приведем систему к дискретному виду. Для этого, используя функции MATLAB получим матрицы следующего вида.

• Для частоты 5 Гц

$$Ad1 = \begin{bmatrix} 0.6387 & -0.3427 & -0.1626 \\ 0.1626 & 0.9639 & -0.0175 \\ 0.0175 & 0.1975 & 0.9988 \end{bmatrix}$$
$$Bb1 = \begin{bmatrix} 0.3252 \\ 0.0349 \\ 0.0024 \end{bmatrix}$$

• Для частоты 30 Гц

$$Ad2 = \begin{bmatrix} 0.9344 & -0.0650 & -0.0322 \\ 0.0322 & 0.9989 & -0.0005 \\ 0.0005 & 0.0333 & 1.0000 \end{bmatrix}$$
$$Bb2 = \begin{bmatrix} 0.0645 \\ 0.0011 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$$

Для частоты 100 Гц

$$Ad3 = \begin{bmatrix} 0.9801 & -0.0199 & -0.0099 \\ 0.0099 & 0.9999 & -0.0000 \\ 0.0000 & 0.0100 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$Bb3 = \begin{bmatrix} 0.0198 \\ 0.0001 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$$

Построим структурную схему системы, в которой заменим интеграторы на элемент памяти (Рисунок 3).

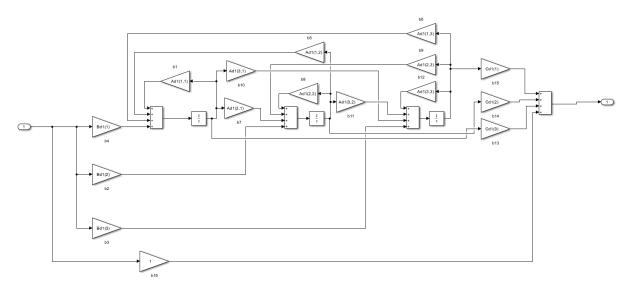


Рисунок 3. Структурная схема дискретной передаточной функции

Выведем графики дискретной системы с разными частотами. Время моделирование 1.5 секунды (Рисунок 4).

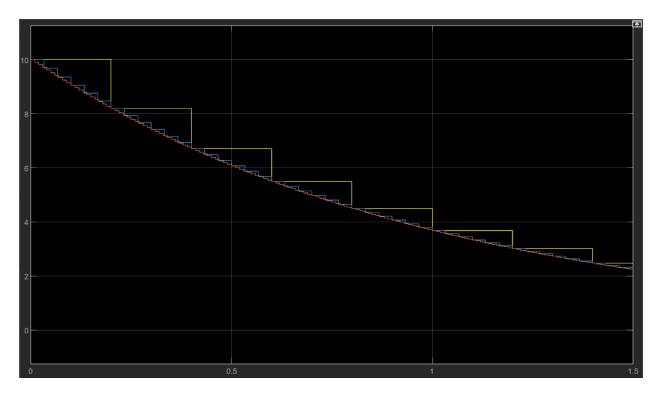


Рисунок 4. Графики дискретной передаточной функции (1.5с)

Аналогично промоделируем 10 секунд и выведем все графики (Рисунок 5).

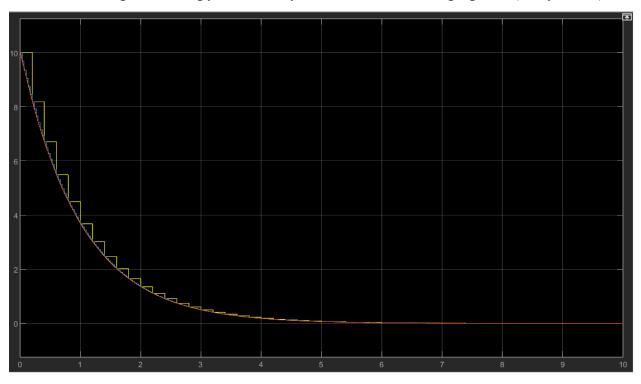


Рисунок 5. Графики дискретной передаточной функции (10с)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВХОДЯЩЕГО СИГНАЛА В МАТLAВ

Построим входящий синусоидальный сигнал, имеющий вид:

$$u(t) = 2\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) - 2$$

При помощи функции diff в MATLAB вычислим первую и вторую производные данной функции:

$$\dot{u}(t) = 4\cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\ddot{u}(t) = -8\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Таким образом, получим коэффициент усиления «-4». Матрицы A, B, C и D выглядят следующим образом:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Построим структурную схему (Рисунок 6), использую блоки интегрирования и усиления. Блок суммирования для смещения функции на «-2» и блок «Sine Wave», в котором зададим данный сигнал.

Начальные значения блоков $\langle dot(x2)->x2 \rangle -2$, $\langle dot(x1)->x1 \rangle -2*sin(pi/3)$

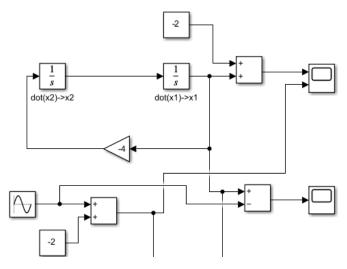


Рисунок 6. Структурная схема непрерывного синуса

При моделировании будет получен следующий сигнал (Рисунок 7).

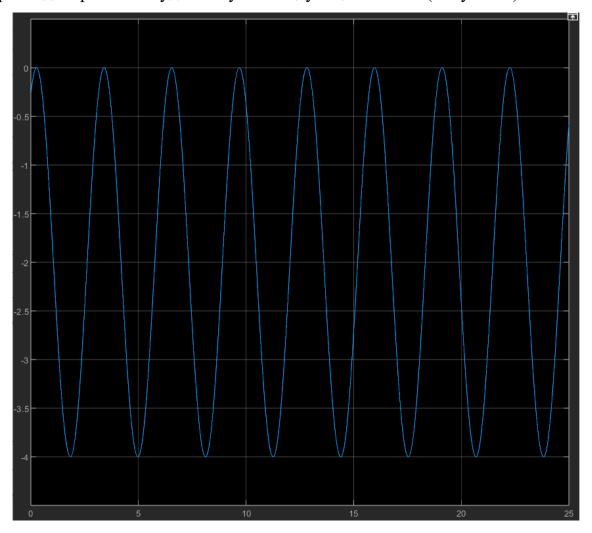


Рисунок 7. График непрерывного синуса

Приведем сигнал к дискретному виду. Для этого используем функцию «c2d» с указанием частоты дискретизации. Получим следующие матрицы:

• Для частоты 5 Гц

$$A = \begin{bmatrix} 0.9211 & 0.1947 \\ -0.7788 & 0.9211 \end{bmatrix}$$

Для частоты 30 Гц

$$A = \begin{bmatrix} 0.9978 & 0.03331 \\ -0.1332 & 0.9978 \end{bmatrix}$$

Для частоты 100 Гц

$$A = \begin{bmatrix} 0.9998 & 0.009999 \\ -0.04 & 0.9998 \end{bmatrix}$$

Построим 3 дискретных блока «State-Space» (Рисунок 8), в которых укажем матрицы для 5 Гц, 30 Гц и 100 Гц. Выведем полученные графики вместе, промоделировав 2 секунды (Рисунок 9).

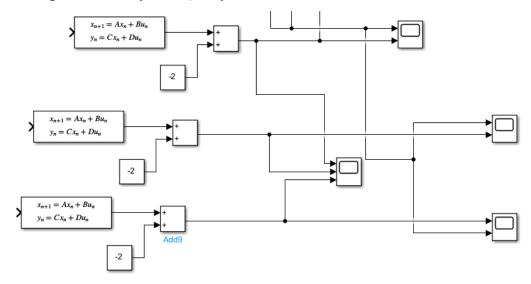


Рисунок 8. Схема подключения дискретных блоков State-Space

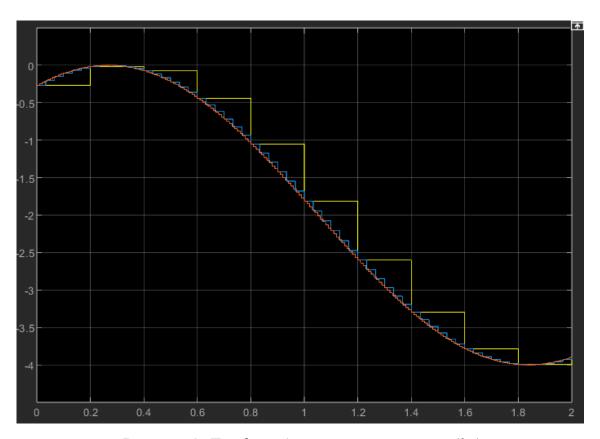


Рисунок 9. Графики дискретных синусов (2c)

Проведем моделирование для 25 секунд (Рисунок 10).

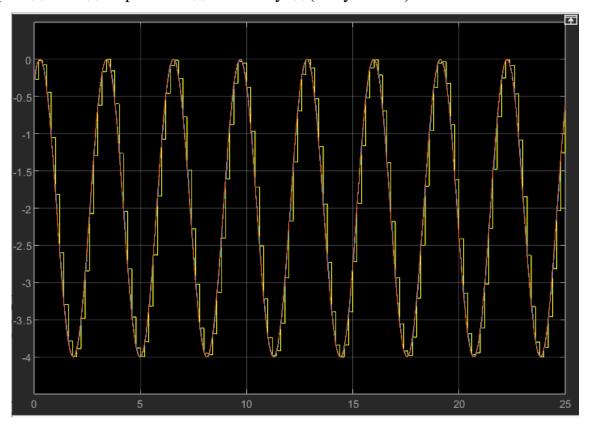


Рисунок 10. Графики дискретных синусов (25с)

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ НА ЯЗЫКЕ С++

Используя матрицы состояний, полученные в ходе построения системы в МАТLAB, был реализован класс *StateSpace* для непрерывной системы (см. Приложение A) и класс *Discrete* для дискретной системы (см. Приложение Б). Проведем моделирование непрерывной системы на частоте 5 Гц (Рисунок 11).

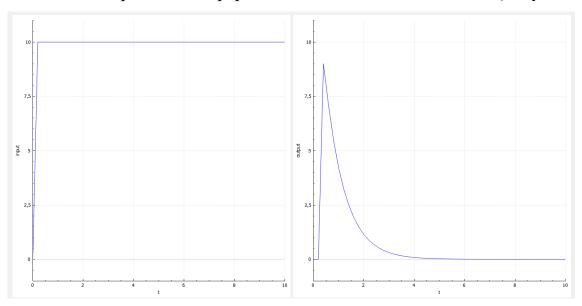


Рисунок 11. Непрерывная система с частотой 5 Гц

Промоделируем непрерывную систему на частоте 30 Гц (Рисунок 12).

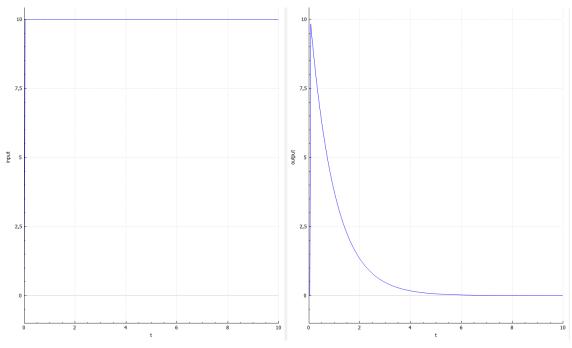


Рисунок 12. Непрерывная система с частотой 30 Гц

Промоделируем непрерывную систему на частоте 100 Гц (Рисунок 13).

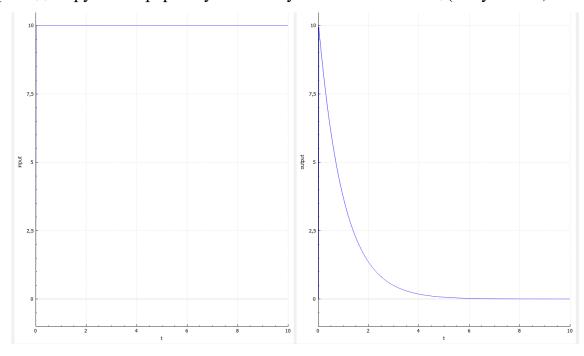


Рисунок 13. Непрерывная система с частотой 100 Гц

Аналогично промоделируем теперь дискретную систему с использованием тех же частот. Начнем с 5 Гц (Рисунок 14).

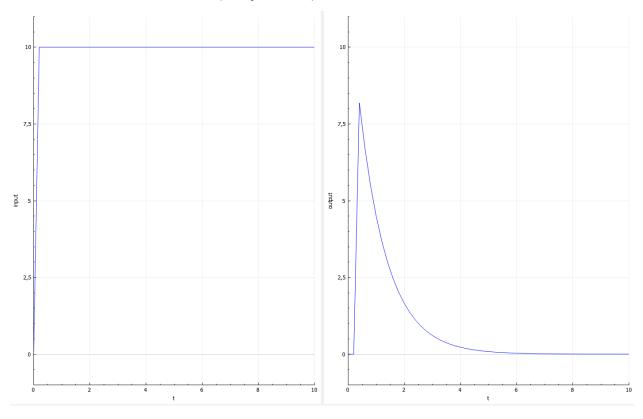


Рисунок 14. Дискретная система с частотой 5 Гц

Промоделируем дискретную систему на частоте 30 Гц (Рисунок 15).

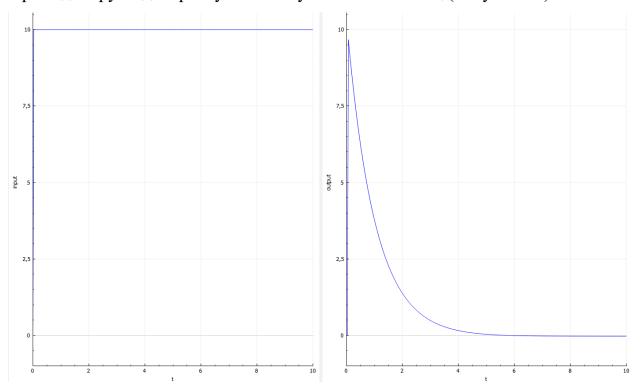


Рисунок 15. Дискретная система с частотой 30 Гц

Промоделируем дискретную систему на частоте 100 Гц (Рисунок 16).

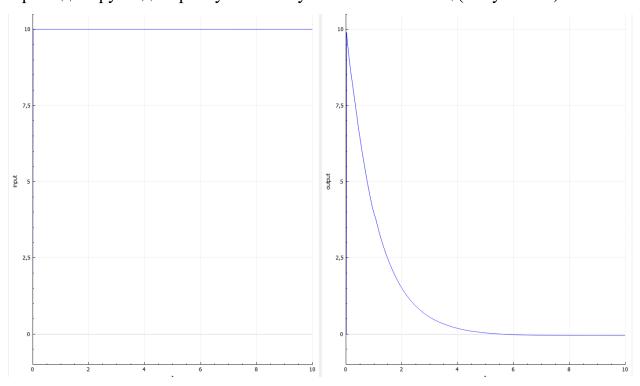


Рисунок 16. Дискретная система с частотой 100 Гц

Как видно из графиков, непрерывная система совпадает и дискретной, если при моделировании используется одинаковая для систем частота. Так же заметим, что чем выше частота, тем раньше начинает происходить моделирование выходного сигнала.

РЕАЛИЗАЦИЯ ВХОДНОГО СИГНАЛА НА ЯЗЫКЕ С++

Промоделируем непрерывный синус, код которого реализован в классе *SinAnalog* (см. Приложение В), на частотах 5 Гц, 30 Гц и 100 Гц (Рисунок 17-19).

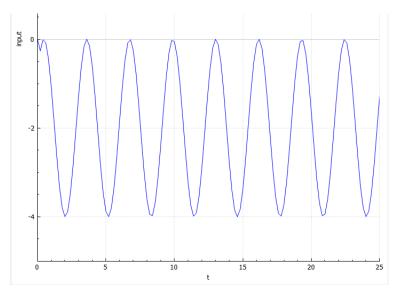


Рисунок 17. Непрерывный входной сигнал с частотой 5 Гц

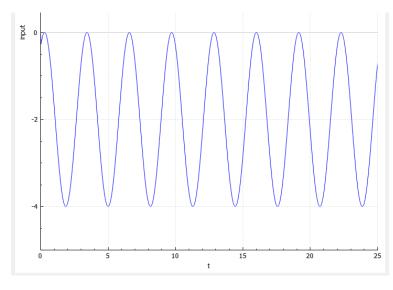


Рисунок 18. Непрерывный входной сигнал с частотой 30 Гц

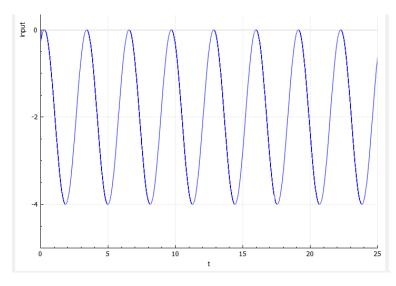


Рисунок 19. Непрерывный входной сигнал с частотой 100 Гц

Теперь проведем моделирование дискретного входного сигнала, код которого реализован в классе SinDiscrete (см. Приложение Γ), с частотами 5 Γ ц, 30 Γ ц и 100 Γ ц (Рисунок 20-22).

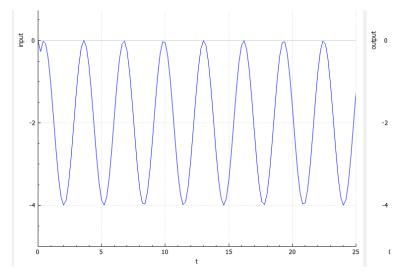


Рисунок 20. Дискретный входной сигнал с частотой 5 Гц

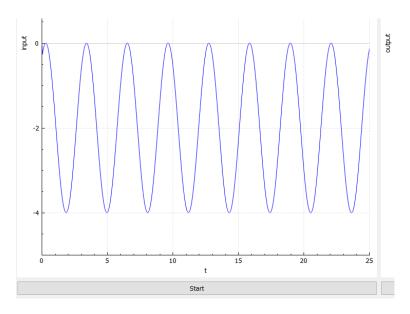


Рисунок 21. Дискретный входной сигнал с частотой 30 Гц

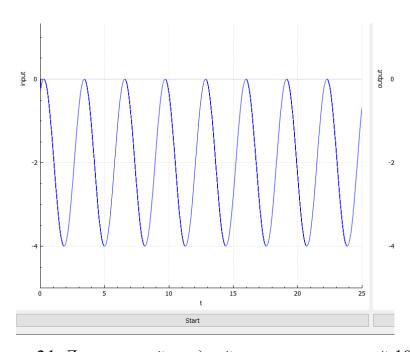


Рисунок 21. Дискретный входной сигнал с частотой 100 Гц

СРАВНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Чтобы убедиться, что все графики были получены верно, сравним попарно их реализацию в MATLAB и на языке C++ (Рисунок 23-30).

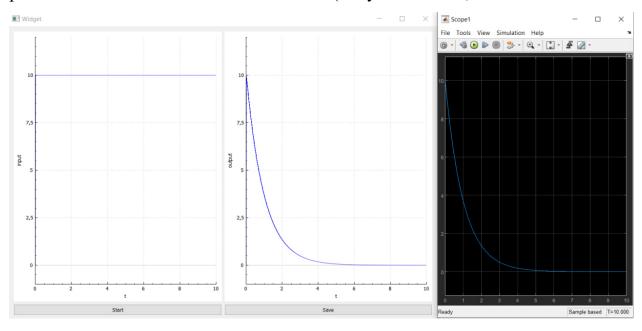


Рисунок 23. Сравнение непрерывной системы

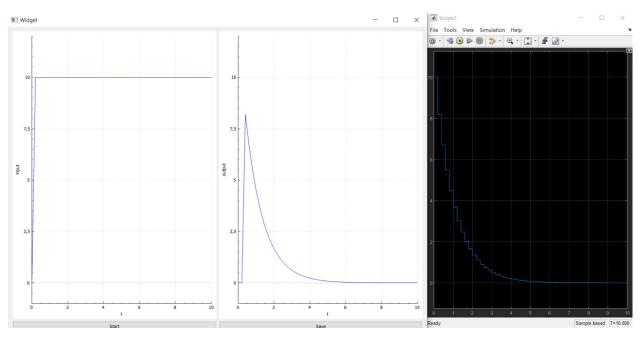


Рисунок 24. Сравнение дискретной системы (5 Гц)

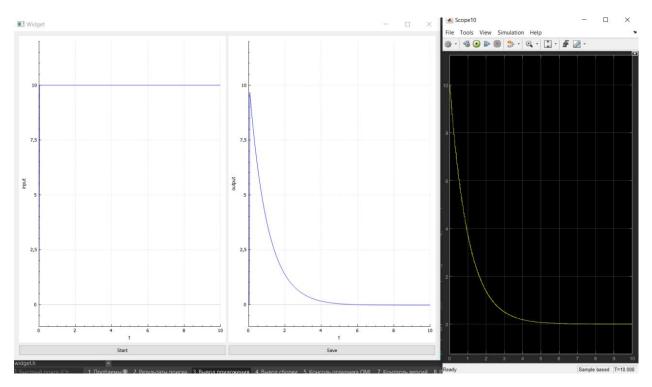


Рисунок 25. Сравнение дискретной системы (30 Гц)

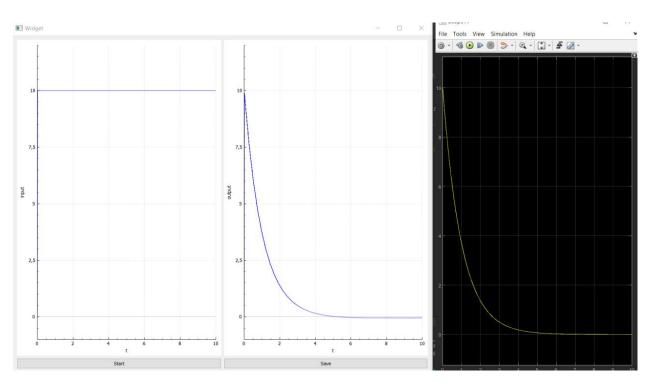


Рисунок 26. Сравнение дискретной системы (100 Гц)

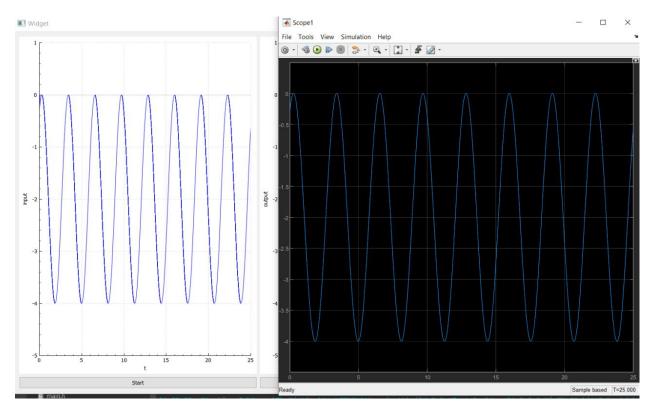


Рисунок 27. Сравнение непрерывного синуса

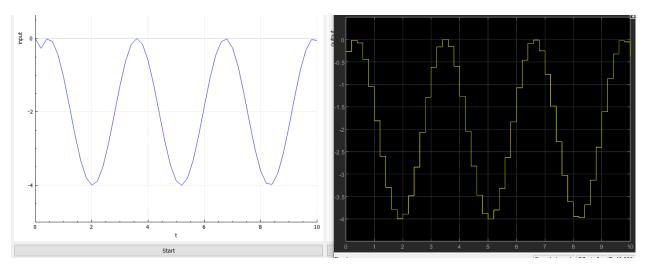


Рисунок 28. Сравнение дискретного синуса (5 Гц)

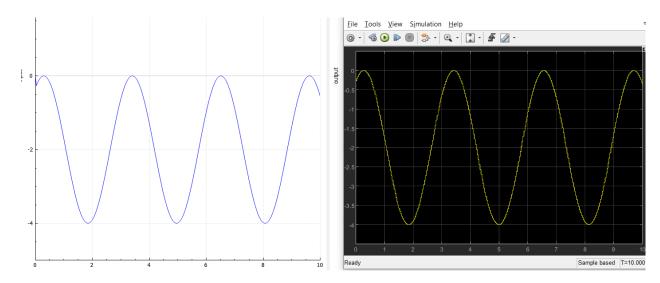


Рисунок 29. Сравнение дискретного синуса (30 Гц)

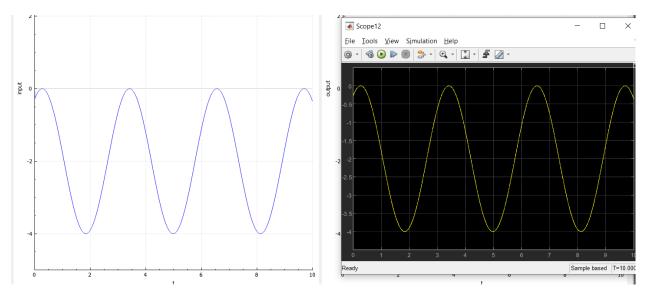


Рисунок 30. Сравнение дискретного синуса (100 Гц)

ПРИЛОЖЕНИЕ А

statespace.h

```
#ifndef STATESPACE H
#define STATESPACE H
#include "blocks/integrator/integrator.h"
#include <vector>
#include <cstdint>
class StateSpace
public:
    StateSpace(std::vector<float> &m initial conditions,
               std::vector<std::vector<float>> &matrix A,
               std::vector<float> &matrix_B,
               std::vector<float> &matrix C,
               std::vector<float> &matrix D);
    ~StateSpace();
    float getOutput();
    float update(float input, float dt);
private:
    Integrator *m integrator X1;
    Integrator *m integrator X2;
    Integrator *m integrator X3;
    float m previous input = 0.0;
    std::vector<std::vector<float>> m matrix A;
    std::vector<float> m matrix B;
    std::vector<float> m matrix C;
    std::vector<float> m matrix D;
    std::vector<float> m initial conditions;
};
#endif // STATESPACE H
```

```
#include "statespace.h"
StateSpace::StateSpace(std::vector<float> &m initial conditions,
                       std::vector<std::vector<float>> &matrix A,
                       std::vector<float> &matrix B,
                       std::vector<float> &matrix C,
                       std::vector<float> &matrix D)
{
   m integrator X1 = new Integrator(m initial conditions[0]);
   m integrator X2 = new Integrator(m initial conditions[1]);
   m integrator X3 = new Integrator(m initial conditions[2]);
   m matrix A.resize(3);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix A.size(); ++i){
       m matrix A[i].resize(3);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix A.size(); ++i){
        for(uint64_t j = 0; j != matrix_A[i].size(); ++j){
            m \text{ matrix } A[i][j] = matrix A[i][j];
    }
   for(uint64 t i = 0; i != matrix B.size(); ++i){
       m matrix B.push back(matrix B[i]);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix C.size(); ++i){
       m matrix C.push back(matrix C[i]);
    }
   for(uint64 t i = 0; i != matrix D.size(); ++i){
       m matrix D.push back(matrix D[i]);
    }
}
StateSpace::~StateSpace()
   delete m integrator X1;
   delete m integrator X2;
   delete m integrator X3;
}
float StateSpace::getOutput()
   return m_matrix_C[0] * m_integrator_X1->state() +
            m matrix C[1] * m integrator X2->state() +
            m matrix C[2] * m integrator X3->state() +
```

```
m matrix D[0] * m previous input;
}
float StateSpace::update(float input, float dt)
   float tmp x1 = m integrator X1->state();
   float tmp x2 = m integrator X2->state();
   float tmp x3 = m integrator X3->state();
   float output = getOutput();
   m_integrator_X1->update((m matrix A[0][0] * tmp x1)
(m \text{ matrix } A[0][1] * tmp x2) + (m \text{ matrix } A[0][2] * tmp x3)
(m matrix B[0] * input), dt);
   m integrator X2->update((m matrix A[1][0] *
                                                     tmp x1)
(m matrix A[1][1] * tmp x2) + (m matrix A[1][2] * tmp x3)
(m_matrix_B[1] * input), dt);
    m_integrator_X3->update((m_matrix_A[2][0] *
                                                     tmp x1)
(m_matrix_A[2][1] * tmp_x2) + (m_matrix_A[1][2] * tmp_x3) +
(m matrix B[2] * input), dt);
   m previous input = input;
  return output;
}
```

приложение б

discrete.h

```
#ifndef DISCRETE H
#define DISCRETE H
#include <vector>
#include <cstdint>
class Discrete
public:
    Discrete(std::vector<float> &initial conditions,
             std::vector<std::vector<float>> &matrix A,
             std::vector<float> &matrix B,
             std::vector<float> &matrix_C,
             std::vector<float> &matrix D);
    float getOutput();
    float update(float input);
private:
    std::vector<std::vector<float>> m matrix A;
    std::vector<float> m matrix B;
    std::vector<float> m matrix C;
    std::vector<float> m matrix D;
    std::vector<float> m initial conditions;
    float m previous input = 0.0;
};
#endif // DISCRETE H
```

```
#include "discrete.h"
Discrete::Discrete(std::vector<float> &initial conditions,
                   std::vector<std::vector<float>> &matrix A,
                   std::vector<float> &matrix B,
                   std::vector<float> &matrix C,
                   std::vector<float> &matrix D)
{
   m matrix A.resize(3);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix A.size(); ++i){
       m matrix A[i].resize(3);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix A.size(); ++i){
        for(uint64_t j = 0; j != matrix_A[i].size(); ++j){
            m matrix A[i][j] = matrix A[i][j];
    }
   for(uint64 t i = 0; i != matrix B.size(); ++i){
       m matrix B.push back(matrix B[i]);
    }
   for(uint64 t i = 0; i != matrix C.size(); ++i){
       m matrix C.push back(matrix C[i]);
    }
   for(uint64 t i = 0; i != matrix D.size(); ++i){
       m matrix D.push back(matrix D[i]);
   for(uint64 t i = 0; i != initial conditions.size(); ++i){
       m initial conditions.push back(initial conditions[i]);
    }
}
float Discrete::getOutput()
   return m initial conditions[0] * m matrix C[0] +
            m initial conditions[1] * m matrix C[1] +
            m initial conditions[2] * m matrix C[2] +
            m previous input * m matrix D[0];
}
float Discrete::update(float input)
   float output = getOutput();
   float tmp x1 = m initial conditions[0];
   float tmp x2 = m initial conditions[1];
```

```
float tmp_x3 = m_initial_conditions[2];

m_initial_conditions[0] = input * m_matrix_B[0] + tmp_x1 *
m_matrix_A[0][0] + tmp_x2 * m_matrix_A[0][1] + tmp_x3 *
m_atrix_A[0][2];
    m_initial_conditions[1] = input * m_matrix_B[1] + tmp_x1 *
m_matrix_A[1][0] + tmp_x2 * m_matrix_A[1][1] + tmp_x3 *
m_matrix_A[1][2];
    m_initial_conditions[2] = input * m_matrix_B[2] + tmp_x1 *
m_matrix_A[2][0] + tmp_x2 * m_matrix_A[2][1] + tmp_x3 *
m_matrix_A[2][2];

m_previous_input = input;

return output;
}
```

приложение в

sinanalog.h

```
#ifndef SINANALOG H
#define SINANALOG H
#include <vector>
#include <cstdint>
#include "blocks/integrator/integrator.h"
class SinAnalog
public:
    SinAnalog(std::vector<float> &initial conditions,
               std::vector<std::vector<float>> &matrix A,
               std::vector<float> &matrix B,
               std::vector<float> &matrix C,
               std::vector<float> &matrix D);
    ~SinAnalog();
    float getOutput();
    float update(float input, float dt);
private:
    Integrator *m integrator X1;
    Integrator *m integrator X2;
    float m previous input = 0.0;
    std::vector<std::vector<float>> m matrix A;
    std::vector<float> m matrix B;
    std::vector<float> m matrix C;
    std::vector<float> m matrix D;
    std::vector<float> m initial_conditions;
};
#endif // SINANALOG H
```

```
#include "sinanalog.h"
SinAnalog::SinAnalog(std::vector<float> &initial conditions,
                       std::vector<std::vector<float>> &matrix A,
                       std::vector<float> &matrix B,
                       std::vector<float> &matrix C,
                       std::vector<float> &matrix D)
{
   m integrator X1 = new Integrator(initial conditions[0]);
   m integrator X2 = new Integrator(initial conditions[1]);
   m matrix A.resize(2);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix A.size(); ++i){
       m matrix A[i].resize(2);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix A.size(); ++i){
        for(uint64 t j = 0; j != matrix A[i].size(); ++j){
            m \text{ matrix } A[i][j] = matrix A[i][j];
    }
   for(uint64 t i = 0; i != matrix B.size(); ++i){
       m matrix B.push back(matrix B[i]);
    }
   for(uint64 t i = 0; i != matrix C.size(); ++i){
       m matrix C.push back(matrix C[i]);
    }
   for(uint64 t i = 0; i != matrix D.size(); ++i){
       m matrix D.push back(matrix D[i]);
    }
}
SinAnalog::~SinAnalog()
   delete m integrator X1;
   delete m integrator X2;
}
float SinAnalog::getOutput()
   return m matrix C[0] * m integrator X1->state() +
            m matrix C[1] * m integrator X2->state() +
            m matrix D[0] * m previous input - 2.0;
}
```

приложение г

sindiscrete.h

```
#ifndef SINDISCRETE H
#define SINDISCRETE H
#include <vector>
#include <cstdint>
class SinDiscrete
public:
    SinDiscrete(std::vector<float> &initial conditions,
                std::vector<std::vector<float>> &matrix A,
                std::vector<float> &matrix B,
                std::vector<float> &matrix C,
                std::vector<float> &matrix_D);
    float getOutput();
    float update(float input);
private:
    std::vector<std::vector<float>> m matrix A;
    std::vector<float> m matrix B;
    std::vector<float> m matrix C;
    std::vector<float> m matrix D;
    std::vector<float> m initial conditions;
    float m previous input = 0.0;
};
#endif // SINDISCRETE H
```

```
#include "sindiscrete.h"
SinDiscrete::SinDiscrete(std::vector<float> &initial conditions,
                         std::vector<std::vector<float>>
&matrix A,
                         std::vector<float> &matrix B,
                         std::vector<float> &matrix C,
                         std::vector<float> &matrix D)
{
   m matrix A.resize(2);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix A.size(); ++i){
        m matrix A[i].resize(2);
   for(uint64_t i = 0; i != matrix A.size(); ++i){
        for (uint64 t j = 0; j != matrix A[i].size(); ++j) {
            m \text{ matrix } A[i][j] = matrix A[i][j];
    }
   for(uint64 t i = 0; i != matrix B.size(); ++i){
        m matrix B.push back(matrix B[i]);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix C.size(); ++i){
       m matrix C.push back(matrix C[i]);
   for(uint64 t i = 0; i != matrix D.size(); ++i){
       m matrix D.push back(matrix D[i]);
    }
   for(uint64 t i = 0; i != initial conditions.size(); ++i){
       m initial conditions.push back(initial conditions[i]);
    }
}
float SinDiscrete::getOutput()
   return (m initial conditions[0] * m matrix C[0] +
            m initial conditions[1] * m matrix C[1] +
            m previous input * m matrix D[0]) - 2.0;
}
float SinDiscrete::update(float input)
   float output = getOutput();
   float tmp x1 = m initial conditions[0];
   float tmp x2 = m initial conditions[1];
```

```
m_initial_conditions[0] = input * m_matrix_B[0] + tmp_x1 *
m_matrix_A[0][0] + tmp_x2 * m_matrix_A[0][1];
    m_initial_conditions[1] = input * m_matrix_B[1] + tmp_x1 *
m_matrix_A[1][0] + tmp_x2 * m_matrix_A[1][1];

m_previous_input = input;

return output;
}
```