

西安电子科技大学

物联网安全实验课程 实验报告

实验名称 ECC 加密算法

物联网工程 1803041 班

姓名 魏红旭 学号 18030400014

同作者

实验日期 2021 年 5 月 25 日

成 绩

指导教师评语：

指导教师：

年月日

实验报告内容基本要求及参考格式

- 一、实验目的
- 二、实验所用仪器（或实验环境）
- 三、实验基本原理及步骤（或方案设计及理论计算）
- 四、实验数据记录（或仿真及软件设计）
- 五、实验结果分析及回答问题（或测试环境及测试结果）

一、实验目的：

编程实现 ECC，深入理解物联网数据安全中 ECC 加密解密原理

二、实验所用仪器（或实验环境）

计算机科学与技术学院实验中心，可接入 Internet 网台式机 44 台。

三、实验基本原理及要求

实验原理：

第一步：发送方选定一条 ECC $E_p(a,b)$ ，并取其上一点作为基点 G ；

第二步：发送方选择一个私有密钥 k ，并生成公开密钥 $K=kG$ ；

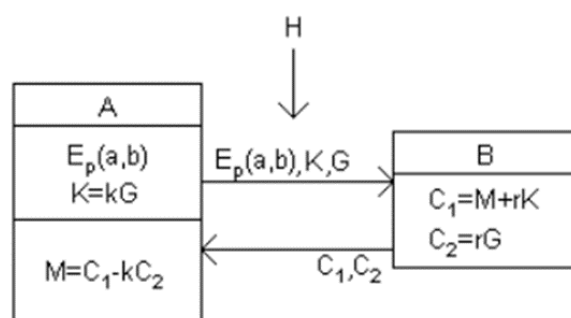
第三步：发送方将 $E_p(a,b)$ 和点 K, G 传给接收方；

第四步：接收方接收到信息后，将明文编码到 $E_p(a,b)$ 上一点 M ，并产生一个随机整数 r ($r < n$, n 为 G 的阶数)；

第五步：接收方计算点 $C_1=M+rK$ 和 $C_2=rG$ ，并将 C_1 、 C_2 传给发送方（容易理解，将加密信息传回给接收方，由接收方解密以知道发送方给他传的是啥）；

第六步：发送方收到信息后，计算 C_1-kC_2 得到的结果（解密过程）。

整个过程如图：



实验要求：

给出实验中的参数、过程以及结果。

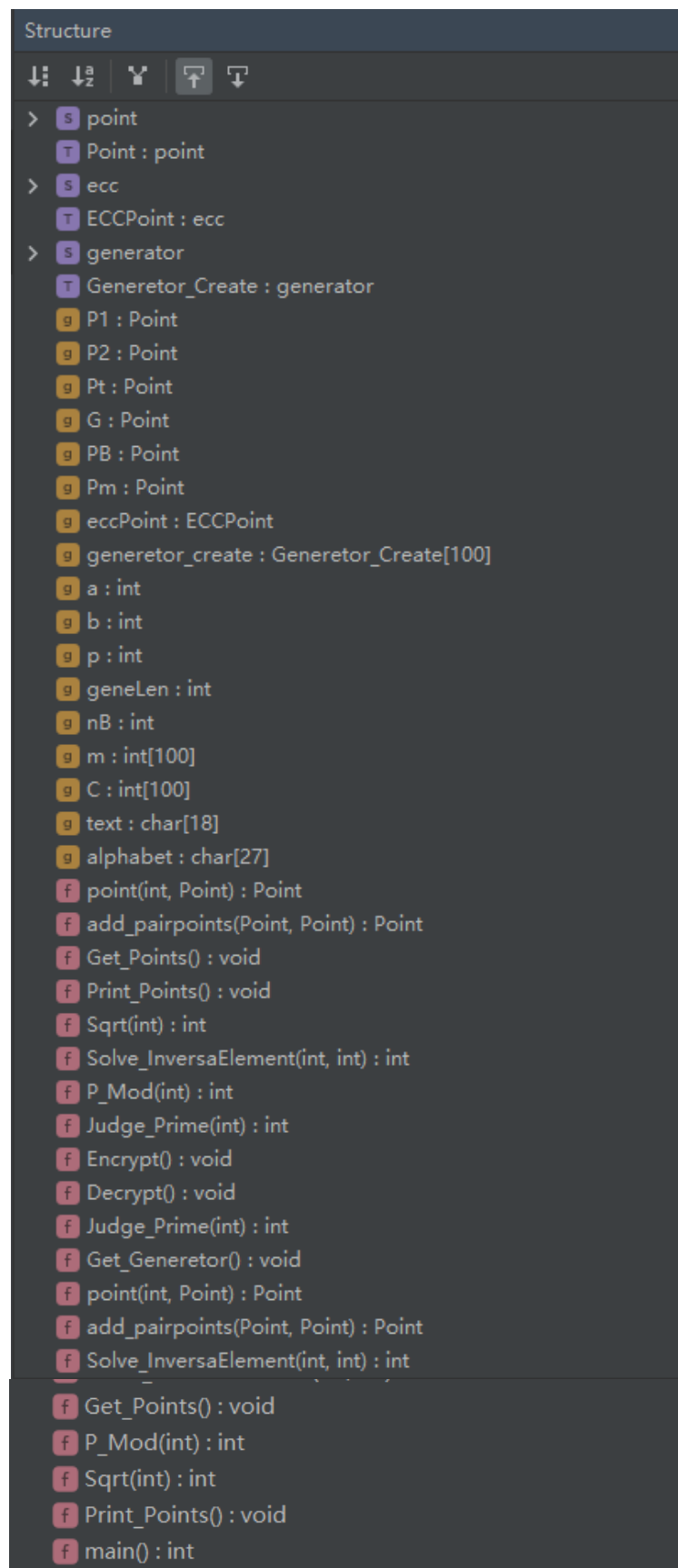
四、实验步骤及实验数据记录：（要有文字描述和必要截图）

● ECC 说明：

ECC 与 RSA 一样，也属于公开密钥算法。ECC 算法中存在着三个关键的变量：

- (1) 基点：基点 G ， G 为椭圆曲线 $E_p(a,b)$ 上的点；
- (2) 阶：如果椭圆曲线上一点 P ，存在最小的正整数 n 使得数乘 $nP = 0 \infty$ ，则将 n 称为 P 的阶，若 n 不存在，则 P 是无限阶的；
- (3) 公钥 K ：则给定私钥 k 和基点 G ，根据加法法则，计算 K 很容易但反过来，给定 K 和 G ，求 k 就非常困难。因为实际使用中的 ECC 原则上把 p 取得相当大， n 也相当大，要把 n 个解点逐一算出来列成上表是不可能的；

- 算法代码结构：



- 首先程序的整体过程为:

- 1) 编程计算该椭圆曲线上所有在有限域 GF 上的点;
- 2) 编程实现椭圆曲线上任意一个点 P(例如 $P=(12,5)$) 的倍点运算的递归算法, 即计算 $k*P$ ($k=2,3,\dots$);
- 3) 利用此递归算法找出椭圆曲线上的所有生成元 G 以及它们的阶 n, 即满足 $n*G=O$;
- 4) 设计实现某一用户 B 的公钥、私钥算法, 即得到 $\text{public key}=(n, G, PB, Ep(a, b))$ $\text{secure key}=nB$ (小于 n)
- 5) 假如用户 A 发送明文消息 “xidian university” 并加密传输给用户 B, 用户 B 接收消息后要能解密为明文。

- 关于离散对数的问题:

离散对数问题, 我们熟悉的 RSA 算法, 是基于大数的质因数分解, 即对两个质数相乘容易, 而将其合数分解很难的这个特点进行加密。而 ECC 算法是在有限域 F_p 定义公式: $Q=kP$, 已知大数 k 和点 P 的情况下, 很容易求点 Q, 但是已知的点 P、点 Q, 却很难求得 k, 这就是经典的离散对数问题, ECC 算法正是利用该特点进行加密, 点 Q 为公钥, 大数 k 为私钥, 点 P 为基点, 和 RSA 最大的实际区别主要是密钥长度。

下面对程序中对部分函数的实现进行说明:

- 判断是否为素数:

```
//判断是否为素数
int Judge_Prime(int n) {
    int i, k;
    k = sqrt(n);
    for (i = 2; i <= k; i++)
        if (n % i == 0) break;
    if (i <= k) return -1;
    else return 0;
}
```

- 取模函数:

```
//取模函数
int P_Mod(int s) {
    int i, result;    //i保存s/p的倍数, result保存模运算的结果
    i = s / p;
    result = s - i * p;
    if (result >= 0) return result;
    else return result + p;
}
```

- 判断平方根是否为整数

```
//判断平方根是否为整数
int Sqrt(int s) {
    int temp;
    temp = (int) sqrt(s); //转为整型
    if (temp * temp == s) return temp;
    else return -1;
}
```

- 求 b 关于 n 的逆元

```
//求b关于n的逆元
int Solve_InverseElement(int n, int b) {
    int q, r, r1 = n, r2 = b, t, t1 = 0, t2 = 1, i = 1;
    while (r2 > 0) {
        q = r1 / r2;
        r = r1 % r2;
        r1 = r2;
        r2 = r;
        t = t1 - q * t2;
        t1 = t2;
        t2 = t;
    }
    if (t1 >= 0)
        return t1 % n;
    else {
        while ((t1 + i * n) < 0)
            i++;
        return t1 + i * n;
    }
}
```

- 两点的加法运算:

```
//两点的加法运算
Point add_pairpoints(Point p1, Point p2) {
    long t;
    int x1 = p1.point_x, y1 = p1.point_y;
    int x2 = p2.point_x, y2 = p2.point_y;
    int tx, ty, x3, y3, flag = 0;
    //求
    if ((x2 == x1) && (y2 == y1)) {
        //相同点相加
        if (y1 == 0) flag = 1;
        else t = (3 * x1 * x1 + a) * Solve_InversaElement(p, b: 2 * y1) % p;
    } else {
        //不同点相加
        ty = y2 - y1;
        tx = x2 - x1;
        while (ty < 0)
            ty += p;
        while (tx < 0)
            tx += p;
```

- t 倍点运算的递归算法

```
//t倍点运算的递归算法
Point point(int k, Point p0) {
    if (k == 1) return p0;
    else if (k == 2) return add_pairpoints(p0, p0);
    else return add_pairpoints(p0, p2: point(k: k - 1, p0));
}
```

- 求生成元以及阶

```
//求生成元以及阶
void Get_Generetor() {
    int i, j = 0;
    int count = 1;
    Point p1, p2;
    Get_Points();
    for (i = 0; i < eccPoint.len; i++) {
        count = 1;
        p1.point_x = p2.point_x = eccPoint.p[i].point_x;
        p1.point_y = p2.point_y = eccPoint.p[i].point_y;
        while (1) {
            p2 = add_pairpoints(p1, p2);
            if (p2.point_x == -1 && p2.point_y == -1)
                break;
            count++;
            if (p2.point_x == p1.point_x) {
                break;
            }
        }
    }
}
```

- 解密:

```
//解密
void Decrypt() {
    Point temp, templ;
    int m, i;
    temp = point(nB, P1);
    temp.point_y = 0 - temp.point_y;
    templ = add_pairpoints(Pm, temp); //求解Pt
    printf(_Format: "\nDecryption result:\n");
    for (i = 0; i < strlen(text); i++) {
        m = (C[i] - templ.point_y) / templ.point_x;
        printf(_Format: "%c", alphabet[m]); //输出密文
    }
    printf(_Format: "\n");
}
```

五、实验结果分析及实验总结与体会

```
ECC_travis x
"F:\Clion file\ECC_travis\cmake-build-debug\ECC_travis.exe"

-----ECC-----

There are a total of 37 points on the elliptic curve. (including infinity points)
( 0, 7) ( 0,22) ( 1, 5) ( 1,24) ( 2, 6) ( 2,23) ( 3, 1) ( 3,28)
( 4,10) ( 4,19) ( 5, 7) ( 5,22) ( 6,12) ( 6,17) ( 8,10) ( 8,19)
(10, 4) (10,25) (13, 6) (13,23) (14, 6) (14,23) (15, 2) (15,27)
(16, 2) (16,27) (17,10) (17,19) (19,13) (19,16) (20, 3) (20,26)
(24, 7) (24,22) (27, 2) (27,27)

Public key: <y^2=x^3+4*x+20> | Order: 37 | G: (16,27) | (10,4)
Private key: 2
Enciphered data:
kG=(16,27) | Pt+kPB=(15,2) | C= <574><214><94><214><22><334><22><502><334><214><526><118><430><454><214><478><598>

Decryption result:
xidianauniversity
```

在进行测试时选择的 $a: 4$, $b: 20$, $p: 29$, 生成的 G 为 $(16, 27)$, 其他结果如上图的输出所示;

输出的生成元和阶如下图所示:

$(0, 7) - [37]$	$(0, 22) - [37]$	$(1, 5) - [37]$	$(1, 24) - [37]$	$(2, 6) - [37]$	$(2, 23) - [37]$
$(3, 1) - [37]$	$(3, 28) - [37]$	$(4, 10) - [37]$	$(4, 19) - [37]$	$(5, 7) - [37]$	$(5, 22) - [37]$
$(6, 12) - [37]$	$(6, 17) - [37]$	$(8, 10) - [37]$	$(8, 19) - [37]$	$(10, 4) - [37]$	$(10, 25) - [37]$
$(13, 6) - [37]$	$(13, 23) - [37]$	$(14, 6) - [37]$	$(14, 23) - [37]$	$(15, 2) - [37]$	$(15, 27) - [37]$
$(16, 2) - [37]$	$(16, 27) - [37]$	$(17, 10) - [37]$	$(17, 19) - [37]$	$(19, 13) - [37]$	$(19, 16) - [37]$
$(20, 3) - [37]$	$(20, 26) - [37]$	$(24, 7) - [37]$	$(24, 22) - [37]$	$(27, 2) - [37]$	$(27, 27) - [37]$

● 实验总结:

通过此次实验, 我对于 ECC 算法的原理以及整个实现过程有了较为深刻的了解, 实际上, 整个 ECC 算法的实现过程还是比较负责的, 整个代码的实现过程重点的包括有限域 GF 上点的计算、找出椭圆曲线上的所有生成

元 G 以及它们的阶 n 、以及加解密过程，通过对算法的实现，也真正理解了其在保密通信中的实际作用。

六、源代码

```
1. #include <stdio.h>
2. #include<stdlib.h>
3. #include<string.h>
4. #include<math.h>
5. #include<time.h>
6. typedef struct point {
7.     int point_x;
8.     int point_y;
9. } Point;
10. typedef struct ecc {
11.     struct point p[100];
12.     int len;
13. } ECCPoint;
14. typedef struct generator {
15.     Point p;
16.     int p_class;
17. } Generetor_Create;
18.
19. Point P1, P2, Pt, G, PB, Pm;
20. ECCPoint eccPoint;
21. Generetor_Create generetor_create[100];
22.
23. int a = 4, b = 20, p = 29, geneLen, nB;    //nB 为私钥
24. int m[100], C[100];
25. char text[] = "xidian university";
26. char alphabet[27] = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz";
27.
28. Point point(int k, Point p);
29. Point add_pairpoints(Point p1, Point p2);
30. void Get_Points();
31. void Print_Points();
32. int Sqrt(int s);
33. int Solve_InversaElement(int n, int b);
34. int P_Mod(int s);
35. int Judge_Prime(int n);
36.
37. //加密
38. void Encrypt() {
```

```

39.     int num, i, j, gene_class, num_t, k;
40.     srand(time(NULL));
41.     //明文转换过程
42.     for (i = 0; i < strlen(text); i++) {
43.         for (j = 0; j < 26; j++) {
44.             if (text[i] == alphabet[j]) {
45.                 m[i] = j; //将字符串明文换成数字，并存到整型数组 m 里面
46.             }
47.         }
48.     }
49.     //选择生成元
50.     num = rand() % geneLen;
51.     gene_class = generetor_create[num].p_class;
52.     while (Judge_Prime(gene_class) == -1) { //不是素数
53.         num = rand() % (geneLen - 3) + 3;
54.         gene_class = generetor_create[num].p_class;
55.     }
56.     G = generetor_create[num].p;
57.     nB = rand() % (gene_class - 1) + 1; //选择私钥
58.     PB = point(nB, G);
59.     printf("\nPublic key: ");
60.     printf("<y^2=x^3+%d*x+%d> | Order: %d | G: (%d,%d) | (%d,%d)\n", a, b, g
ene_class, G.point_x, G.point_y, PB.point_x, PB.point_y);
61.     printf("Private key: %d\n", nB);
62.     //加密
63.     k = rand() % (gene_class - 2) + 1;
64.     P1 = point(k, G);
65.     num_t = rand() % eccPoint.len; //选择映射点
66.     Pt = eccPoint.p[num_t];
67.     P2 = point(k, PB);
68.     Pm = add_pairpoints(Pt, P2);
69.     printf("Enciphered data:\n");
70.     printf("kG=(%d,%d) | Pt+kPB=(%d,%d) | C= ", P1.point_x, P1.point_y, Pm.p
oint_x, Pm.point_y);
71.     for (i = 0; i < strlen(text); i++) {
72.         C[i] = m[i] * Pt.point_x + Pt.point_y;
73.         printf("<%d>", C[i]);
74.     }
75.     printf(" \n");
76. }
77.
78. //解密
79. void Decrypt() {
80.     Point temp, temp1;

```

```

81.     int m, i;
82.     temp = point(nB, P1);
83.     temp.point_y = 0 - temp.point_y;
84.     temp1 = add_pairpoints(Pm, temp); //求解 Pt
85.     printf("\nDecryption result:\n");
86.     for (i = 0; i < strlen(text); i++) {
87.         m = (C[i] - temp1.point_y) / temp1.point_x;
88.         printf("%c", alphabet[m]); //输出密文
89.     }
90.     printf("\n");
91. }
92.
93. //判断是否为素数
94. int Judge_Prime(int n) {
95.     int i, k;
96.     k = sqrt(n);
97.     for (i = 2; i <= k; i++)
98.         if (n % i == 0) break;
99.     if (i <= k) return -1;
100.    else return 0;
101. }
102.
103. //求生成元以及阶
104. void Get_Generetor() {
105.     int i, j = 0;
106.     int count = 1;
107.     Point p1, p2;
108.     Get_Points();
109.     printf("\n\n");
110.     for (i = 0; i < eccPoint.len; i++) {
111.         count = 1;
112.         p1.point_x = p2.point_x = eccPoint.p[i].point_x;
113.         p1.point_y = p2.point_y = eccPoint.p[i].point_y;
114.         while (1) {
115.             p2 = add_pairpoints(p1, p2);
116.             if (p2.point_x == -1 && p2.point_y == -1)
117.                 break;
118.             count++;
119.             if (p2.point_x == p1.point_x) {
120.                 break;
121.             }
122.         }
123.         count++;
124.         if (count <= eccPoint.len + 1) {

```

```

125.         generetor_create[j].p.point_x = p1.point_x;
126.         generetor_create[j].p.point_y = p1.point_y;
127.         generetor_create[j].p_class = count;
128.         printf("(%d,%d)-
[%d]\t",generetor_create[j].p.point_x,generetor_create[j].p.point_y,genereto
r_create[j].p_class);
129.         j++;
130.         if(j % 6 == 0) printf("\n");
131.     }
132.     geneLen = j;
133. }
134. }
135.
136. //t 倍点运算的递归算法
137. Point point(int k, Point p0) {
138.     if (k == 1) return p0;
139.     else if (k == 2) return add_pairpoints(p0, p0);
140.     else return add_pairpoints(p0, point(k - 1, p0));
141. }
142.
143. //两点的加法运算
144. Point add_pairpoints(Point p1, Point p2) {
145.     long t;
146.     int x1 = p1.point_x, y1 = p1.point_y;
147.     int x2 = p2.point_x, y2 = p2.point_y;
148.     int tx, ty, x3, y3, flag = 0;
149.     //求
150.     if ((x2 == x1) && (y2 == y1)) {
151.         //相同点相加
152.         if (y1 == 0) flag = 1;
153.         else t = (3 * x1 * x1 + a) * Solve_InversaElement(p, 2 * y1) % p;
154.     } else {
155.         //不同点相加
156.         ty = y2 - y1;
157.         tx = x2 - x1;
158.         while (ty < 0)
159.             ty += p;
160.         while (tx < 0)
161.             tx += p;
162.         if (tx == 0 && ty != 0) flag = 1;
163.         else t = ty * Solve_InversaElement(p, tx) % p;
164.     }
165.     if (flag == 1) {
166.         p2.point_x = -1;

```

```

167.         p2.point_y = -1;
168.     } else {
169.         x3 = (t * t - x1 - x2) % p;
170.         y3 = (t * (x1 - x3) - y1) % p;
171.         //使结果在有限域 GF(P)上
172.         while (x3 < 0)
173.             x3 += p;
174.         while (y3 < 0)
175.             y3 += p;
176.         p2.point_x = x3;
177.         p2.point_y = y3;
178.     }
179.     return p2;
180. }
181.
182. //求 b 关于 n 的逆元
183. int Solve_InversaElement(int n, int b) {
184.     int q, r, r1 = n, r2 = b, t, t1 = 0, t2 = 1, i = 1;
185.     while (r2 > 0) {
186.         q = r1 / r2;
187.         r = r1 % r2;
188.         r1 = r2;
189.         r2 = r;
190.         t = t1 - q * t2;
191.         t1 = t2;
192.         t2 = t;
193.     }
194.     if (t1 >= 0)
195.         return t1 % n;
196.     else {
197.         while ((t1 + i * n) < 0)
198.             i++;
199.         return t1 + i * n;
200.     }
201. }
202.
203. //求出椭圆曲线上所有点
204. void Get_Points() {
205.     int i = 0, j = 0, s, y = 0, n = 0, q = 0;
206.     int modsqrt = 0, flag = 0;
207.     if (4 * a * a * a + 27 * b * b != 0) {
208.         for (i = 0; i <= p - 1; i++) {
209.             flag = 0;
210.             n = 1;

```

```

211.         y = 0;
212.         s = i * i * i + a * i + b;
213.         while (s < 0) {
214.             s += p;
215.         }
216.         s = P_Mod(s);
217.         modsqrt = Sqrt(s);
218.         if (modsqrt != -1) {
219.             flag = 1;
220.             y = modsqrt;
221.         } else {
222.             while (n <= p - 1) {
223.                 q = s + n * p;
224.                 modsqrt = Sqrt(q);
225.                 if (modsqrt != -1) {
226.                     y = modsqrt;
227.                     flag = 1;
228.                     break;
229.                 }
230.                 flag = 0;
231.                 n++;
232.             }
233.         }
234.         if (flag == 1) {
235.             eccPoint.p[j].point_x = i;
236.             eccPoint.p[j].point_y = y;
237.             j++;
238.             if (y != 0) {
239.                 eccPoint.p[j].point_x = i;
240.                 eccPoint.p[j].point_y = (p - y) % p;
241.                 j++;
242.             }
243.         }
244.     }
245.     eccPoint.len = j; //点集个数
246.     Print_Points(); //打印点集
247. }
248. }
249.
250. //取模函数
251. int P_Mod(int s) {
252.     int i,result;    //i 保存 s/p 的倍数,result 保存模运算的结果
253.     i = s / p;
254.     result = s - i * p;

```

```

255.     if (result >= 0) return result;
256.     else return result + p;
257. }
258.
259. //判断平方根是否为整数
260. int Sqrt(int s) {
261.     int temp;
262.     temp = (int) sqrt(s); //转为整型
263.     if (temp * temp == s) return temp;
264.     else return -1;
265. }
266.
267. //打印点集
268. void Print_Points() {
269.     int i, len = eccPoint.len;
270.     printf("-----ECC-----\n");
271.     printf("\nThere are a total of %d points on the elliptic curve. (including infinity points)", len + 1);
272.     for (i = 0; i < len; i++) {
273.         if (i % 8 == 0) {
274.             printf("\n");
275.         }
276.         printf("(%2d,%2d)\t", eccPoint.p[i].point_x, eccPoint.p[i].point_y);
277.     }
278.     printf("\n");
279. }

```