Алгоритмы и структуры данных

Кратчайшие пути в графах
с неотрицательными весами

Александр Куликов

Взвешенные графы: простейшие замечания

- любой подпуть кратчайшего пути является кратчайшим

- если $s \to \ldots \to u \to v$ — кратчайший путь из s в v, то $\mathrm{dist}(s, v) = \mathrm{dist}(s, u) + w(u, v)$

Релаксация ребра

процедура $\textsc{Relax}((u, v) \in E)$

если $\mathtt{dist}[v] > \mathtt{dist}[u] + w(u, v)$:
  $\mathtt{dist}[v] \leftarrow \mathtt{dist}[u] + w(u, v)$
  $\mathtt{prev}[v] \leftarrow u$

Перебор вершин в порядке увеличения расстояния

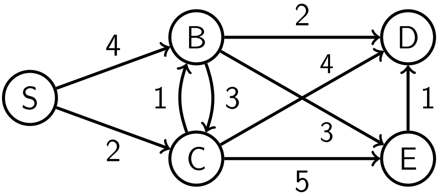
Алгоритм Дейкстры

```
процедура DIJKSTRA(G, s)

для всех вершин u ∈ V:
  dist[u] ← ∞
  prev[u] ← nil
dist[s] ← 0

H ← MAKEQUEUE(V) {dist в качестве ключей}
пока H не пусто:
  u ← EXTRACTMIN(H)
  для всех рёбер (u, v) ∈ E:
    если dist[v] > dist[u] + w(u, v):
      dist[v] ← dist[u] + w(u, v)
      prev[v] ← u
      CHANGEPRIORITY(H, v, dist[v])
```

Пример



Время работы