



## Concursul Fractal, Secțiunea Începători a IV-a Ediție din 8.02.2025

---

**Problema 1.** Există oare trei numere naturale distincte două câte două  $a$ ,  $b$  și  $c$  astfel încât numerele  $a + b$ ,  $b + c$  și  $c + a$  să fie prime?

**Problema 2.** Într-un rând sunt scrise numerele naturale de la 1 la 100. La fiecare operație, Viorel poate șterge două numere  $a$  și  $b$  de pe tablă și scrie numărul  $a + b + 1$  în loc. După 99 de operații, pe tablă a rămas un singur număr. Ce număr este acesta?

**Problema 3.** O tablă de șah de  $5 \times 5$  pătrățele are pătrățelul din centru ocupat, adică nicio figură nu poate merge acolo. Alexandru și Marius joacă un joc. Alexandru are regele în colțul din stânga-sus al tablei, iar Marius, în colțul din dreapta-jos. Pe rând, începând cu Alexandru aceștia își mută fiecare propriii regi pe un pătrățel ce nu a fost vizitat anterior de vreunul din jucători și astfel încât cei doi regi nu se află pe pătrățele vecine. Pierde cel ce nu poate face o astfel de mutare când ajunge rândul său. Cine pierde?

**Problema 4.** Notăm cu  $S_n$  suma primelor  $n$  numere naturale. Arătați că există 10 numere naturale distincte  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$  astfel încât pentru orice două numere  $a_i$  și  $a_j$  dintre acestea, sau  $S_{a_i}$  divide  $S_{a_j}$ , sau  $S_{a_j}$  divide  $S_{a_i}$ . Un exemplu de set de 3 numere care satisface condiția este  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = 3$ .