



Concursul Fractal, Secțiunea Seniori a V-a Ediție din 6.04.2025

Problema 1. În triunghiul ABC notăm cu r_a , r_b și r_c respectiv razele cercurilor exânscrie lui ABC . Găsiți minimul expresiei $\frac{r_a+r_b+r_c}{r}$, unde r este raza cercului înscris.

Problema 2. Pe o foaie de hârtie sunt scrise numerele $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, \dots, (n-1) \cdot n$. În orice minut, Viorel poate șterge de pe foaie două numere x și y , și în locul lor scrie $\frac{\sqrt{xy}}{2}$. După ceva timp, pe tablă a rămas un singur număr. Arătați că el este strict mai mare decât 1.

Problema 3. Fie polinomul $P(x) = x^2 - 2025x + 2025$. Găsiți toate numerele reale x care satisfac următoarele condiții simultan:
$$\begin{cases} P(P(P(x))) = x. \\ P(P(x)) + P(x) + x \in \mathbb{Q} \end{cases}$$

Problema 4. Fie a , b și c trei numere naturale nenule, pentru care considerăm șirul infinit $x_n = (a+b+c)^n - a^n - b^n - c^n$. Să se găsească în funcție de a , b și c respectiv $\gcd(x_1, x_3, x_5, x_7, \dots)$, unde cu \gcd a fost notat cel mai mare divizor comun.