

Concursul Fractal, Secțiunea Juniori a II-a Ediție din 8.12.2024

Problema 1. Viorel afirmă că pentru orice număr natural n mai mare decât 2024, numărul $2024^n + 1$ este prim. Are oare dreptate Viorel?

Problema 2. Numerele reale a, b și c sunt astfel încât trinoamele pătratice $ax^2 + bx + c$ și $cx^2 + bx + a$ au fiecare câte două rădăcini reale strict pozitive. Arătați că suma tuturor acestor rădăcini este cel puțin 4.

Problema 3. În triunghiul ABC, fie O centrul cercului circumscris acestuia, și fie H ortocentrul. Fie P centrul cercului circumscris triunghiului BOC și fie Q centrul cercului circumscris triunghiului BHC. Arătați că $OP \cdot OQ = OA^2$.

Problema 4. În colțul din stânga jos al unei table de șah (cu câte 8 rânduri și 8 coloane), se află un rege. Marius și Alexandru joacă un joc, Alexandru merge primul. Pe rând, aceștia mută regele, sau în dreapta, sau în sus, sau în dreapta sus, cu câte exact un pătrățel. Câștigă cel ce duce regele în pătrățelul din colțul din dreapta sus. Cine va câștiga dacă ambii jucători joacă optimal?