



Concursul Fractal, Secțiunea Juniori a VI-a Ediție din 21.09.2025

Problema 1. Marius și Alexandru joacă un joc. Pe o foaie de hârtie este scris numărul 777. Pe rând, aceștia scad din numărul scris pe foaie o cifră nenulă a sa și înlocuiesc numărul cu rezultatul obținut. De exemplu, dacă pe foaie ar fi scris numărul 123, cel care mută ar putea lăsa pe foaie numerele $123 - 3 = 120$, $123 - 2 = 121$ și $123 - 1 = 122$. Câștigă acel jucător care scrie 0 pe foaie după mutarea ta. Dacă Marius este primul care scade cifra din numărul scris, cine va câștiga?

Problema 2. Fie triunghiul ABC cu centrul de greutate G . Dreapta BG intersectează segmentul AC în M . Punctul D aparține segmentului BC astfel încât MD este bisectoarea unghiului BMC . Dacă punctele A , G și D sunt coliniare, demonstrați că triunghiul ABC este dreptunghic.

Problema 3. Fie a, b și c trei numere naturale și fie d cel mai mare divizor comun al numerelor $a^2 + bc$, $b^2 + ac$ și $c^2 + ab$. Arătați că suma divizorilor lui d este impară.

Problema 4. Fie S un set ce conține polinoame cu următoarele proprietăți:

1. Dacă $P(x) \in S$, atunci $P(x)^2 \in S$.
2. Dacă $P(x), Q(x) \in S$, atunci $P(x) - Q(x) \in S$.

Arătați că dacă setul conține un polinom de grad 45 și alt polinom de grad 99, el conține un polinom de grad 2025.