



## Concursul Fractal, Secțiunea Juniori a IV-a Ediție din 8.02.2025

---

**Problema 1.** O tablă de șah de  $5 \times 5$  pătrățele are pătrățelul din centru ocupat, adică nicio figură nu poate merge acolo. Alexandru și Marius joacă un joc. Alexandru are regele în colțul din stânga-sus al tablei, iar Marius, în colțul din dreapta-jos. Pe rând, începând cu Alexandru aceștia își mută fiecare proprii regi pe un pătrățel ce nu a fost vizitat anterior de vreunul din jucători și astfel încât cei doi regi nu se află pe pătrățele vecine. Pierde cel ce nu poate face o astfel de mutare când ajunge rândul său. Cine pierde?

**Problema 2.** Fie în triunghiul  $ABC$   $A_1$ ,  $B_1$  și  $C_1$  picioarele perpendicularelor duse din  $A$ ,  $B$  și  $C$  respectiv pe laturile opuse. Arătați că:

$$AB_1^2 + BC_1^2 + CA_1^2 = BA_1^2 + CB_1^2 + AC_1^2$$

**Problema 3.** Din numerele naturale de la 1 până la  $n$  câteva sunt colorate albastru și câteva roșu. Dacă numerele  $a$  și  $b$  sunt albastre, numărul  $ab$  este fie mai mare decât  $n$ , fie roșu. Găsiți numărul maxim posibil de numere albastre.

**Problema 4.** Numerele reale nenule distincte  $a$ ,  $b$  și  $c$  satisfac:  $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} = \frac{a}{c^2} + \frac{b}{a^2} + \frac{c}{b^2}$ . Găsiți minimul expresiei:

$$\frac{(a+b)(a+c)}{a^2} + \frac{(a+b)(b+c)}{b^2} + \frac{(c+b)(a+c)}{c^2}$$