



Concursul Fractal, Secțiunea Juniori a V-a Ediție din 6.04.2025

Problema 1. Se consideră punctele A , M și B pe o dreaptă în această ordine astfel încât punctul M este mijlocul segmentului AB . Se consideră punctele C și D de aceeași parte a dreptei AB astfel încât unghiurile ACB și ADB au măsura de 90° . Se știe că suma măsurilor în grade a unghiurilor $\angle CBA$ și $\angle DAB$ este de 40° . Aflați măsura unghiului $\angle CMD$.

Problema 2. Fie trei numere strict pozitive a , b , și c astfel încât $abc = 1$. Găsiți maximul expresiei:

$$\frac{1}{(a+b)^2(c+1)^2} + \frac{1}{(a+c)^2(b+1)^2} + \frac{1}{(b+c)^2(a+1)^2}$$

Problema 3. Într-un sistem de coordonate al unui plan sunt marcate toate punctele cu coordonate întregi (punctele lacticeale). Fiecare punct este colorat cu una din trei culori. Arătați că există un dreptunghi cu 4 vârfuri de aceeași culoare.

Problema 4. Fie a , b și c trei numere naturale nenule, pentru care considerăm șirul infinit $x_n = (a+b+c)^n - a^n - b^n - c^n$. Să se găsească în funcție de a , b și c respectiv $\gcd(x_1, x_3, x_5, x_7, \dots)$, unde cu \gcd a fost notat cel mai mare divizor comun.