



Concursul Fractal, Secțiunea Seniori a IV-a Ediție din 8.02.2025

Problema 1. Din numerele naturale de la 1 până la n câteva sunt colorate albastru și câteva roșu. Dacă numerele a și b sunt albastre, numărul ab este fie mai mare decât n , fie roșu. Găsiți numărul maxim posibil de numere albastre.

Problema 2. Numerele reale nenule distincte a , b și c satisfac: $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} = \frac{a}{c^2} + \frac{b}{a^2} + \frac{c}{b^2}$. Găsiți minimul expresiei:

$$\frac{(a+b)(a+c)}{a^2} + \frac{(a+b)(b+c)}{b^2} + \frac{(c+b)(a+c)}{c^2}$$

Problema 3. În triunghiul ABC , M este mijlocul laturii BC , iar N , mijlocul laturii AC . Fie punctul X , care e de aceeași parte a dreptei BC ca și A , și care satisface $MX = MB$. Fie punctul Y piciorul perpendicularei din X pe BC . Fie H piciorul perpendicularei din C pe AB . Aflați raportul $\frac{XY}{CH}$.

Problema 4. Arătați că dacă două polinoame $P(x)$ și $Q(x)$ cu coeficienți întregi satisfac:

$$P(x) \cdot Q(x) = x^8 - x^7 + x^5 - x^4 + x^3 - x + 1$$

Atunci unul dintre ele este constant.