Nome e mail
Matricola

Algebra 2 8 Febbraio 2016

Esercizio 1 Si consideri un esagono regolare inscritto in un cerchio di raggio 1 e centro l'origine del piano complesso. Siano σ la rotazione antioraria di $\frac{\pi}{3}$ radianti con centro l'origine del piano complesso e τ la riflessione dell'esagono rispetto ad una delle sue diagonali grandi. Allora $\sigma, \tau \in S_{\mathbb{C}}$ e σ e τ trasformano l'esagono in se stesso.

(1) Quali sono tutte e sole le altre rotazioni del cerchio su se stesso che trasformano l'esagono in sè?
(2) Qual'è l'ordine del gruppo ciclico $< \sigma >$?
(3) Qual'è l'ordine di τ?
(4) Si provi che $\tau \circ \sigma \circ \tau = \sigma^{-1}$.
(5) Si provi che $G =< \sigma, \tau >$ ha ordine 12 e che $|Z(G)| = 2$.

Esercizio 2 Fissato un numero razionale m, si consideri l'insieme

$$A = \{ \begin{pmatrix} a & b \\ mb & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \}.$$

Provare che:

(1) R_m è un sottoanello commutativo unitario di $M_2(\mathbb{Q})$;
(2) R_m è un campo se e solo m non è un quadrato di un numero razionale.