

10/06/2008

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome:

Cognome:

Matricola:

**N.B.1** La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso (gli esercizi svolti in altri fogli non verranno presi in considerazione).

**N.B.2** Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.

**N.B.3** Gli esercizi senza nome e cognome hanno valore nullo.

**N.B.4** L' esercizio  $A$  è necessario per passare la prova scritta..

**Esercizio A** [0 PUNTI]

Sia  $ABCD$  un trapezio, con  $\overline{AB}$  base maggiore,  $\overline{CD}$  base minore,  $\overline{AD}$  e  $\overline{BC}$  lati obliqui.

Dimostrare che

$$\overline{AD}^2 = \frac{2}{3}\overline{BC}^2$$

nel caso che l'altezza del trapezio misuri  $2m$  e il lati obliqui  $\overline{AD}$  e  $\overline{BC}$  formino con la base maggiore rispettivamente angoli di  $60$  e  $45$  gradi.

**Esercizio 1 [7.5 PUNTI]**

Scrivere la forma algebrica e quella trigonometrica del numero complesso

$$w = \frac{(4i - 3 + i^2)}{(1 + i)i} - 3.$$

Trovare inoltre le radici quinte di  $w$  e verificare graficamente che si dispongono nel piano complesso come i vertici di un pentagono regolare.

**Risposta:**

**Esercizio 2** [7.5 PUNTI]

Definire la norma di un vettore di  $\mathbb{R}^n$  e scrivere la disuguaglianza triangolare. Trovare inoltre l'area del parallelogramma di vertici  $O, v, w, v + w$ , dove  $v = (0, 2, 2)$  e  $w = (2, 2, 0)$  e verificare se è un quadrato.

**Esercizio 3** [7.5 PUNTI]

Scrivere lo sviluppo di Laplace per il calcolo del determinante di una matrice quadrata  $n \times n$ .

Dire se la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 7 & 2 & 0 & 6 \\ 3 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$  è invertibile e in caso affermativo calcolare  $A^{-1}$ .

Scrivere inoltre  $A^T$  la trasposta di  $A$ .

**Esercizio 4 [7.5 PUNTI]**

Dare la definizione di sistema omogeneo e fornire un esempio di sistema omogeneo con una sola soluzione e un esempio di sistema omogeneo con infinite soluzioni. Discutere le soluzioni del seguente sistema lineare al variare del parametro reale  $\lambda$ .

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ \lambda x + \lambda y = 2 \end{cases}$$

**Risposta:**