

Nome e mail
Matricola

Esercizio 1 Si consideri un pentagono regolare inscritto in un cerchio di raggio 1 e centro l'origine del piano complesso. Siano σ la rotazione antioraria di $\frac{2\pi}{5}$ radianti con centro l'origine del piano complesso e τ la riflessione del pentagono rispetto ad uno dei suoi assi di simmetria. Allora $\sigma, \tau \in S_{\mathbb{C}}$ e σ e τ trasformano il pentagono in se stesso.

- (1) Quali sono tutte e sole le altre rotazioni del cerchio su se stesso che trasformano il pentagono in sè?
- (2) Qual'è l'ordine del gruppo ciclico $\langle \sigma \rangle$?
- (3) Qual'è l'ordine di τ ?
- (4) Si provi che $\tau \circ \sigma \circ \tau = \sigma^{-1}$.
- (5) Si provi che $G = \langle \sigma, \tau \rangle$ ha ordine 10 e che $Z(G) = \{1\}$.



Esercizio 2 Sia p un primo e $\mathbb{Z}_{(p)} = \{\frac{m}{n} \in \mathbb{Q} \mid p \nmid n\}$.

- (1) Provare che $\mathbb{Z}_{(p)}$ è un sottoanello di \mathbb{Q} .
- (2) Determinare gli elementi invertibili di $\mathbb{Z}_{(p)}$.
- (3) Determinare gli ideali di $\mathbb{Z}_{(p)}$.
- (4) Determinare gli ideali primi e massimali di $\mathbb{Z}_{(p)}$.
- (5) Provare che $\mathbb{Z}_{(p)}$ è un anello locale.



