

19/09/2008

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome:

Cognome:

Matricola:

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso (gli esercizi svolti in altri fogli non verranno presi in considerazione).

N.B.2 Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.

N.B.3 Gli esercizi senza nome e cognome hanno valore nullo.

N.B.4 L' esercizio A è necessario per passare la prova scritta.

Esercizio A [0 PUNTI]

Sia $ABCD$ un trapezio, con \overline{AB} base maggiore, \overline{CD} base minore, \overline{AD} e \overline{BC} lati obliqui. Dimostrare che il perimetro del trapezio $ABCD$ misura $8 + \frac{12}{\sqrt{3}}$ metri sapendo che la sua altezza e la base minore misurano 2 metri e il lati obliqui \overline{AD} e \overline{BC} formano con la base maggiore rispettivamente angoli di 30 e 60 gradi.

Esercizio 1 [7.5 PUNTI]

Scrivere la forma algebrica e trigonometrica del numero complesso

$$w = \frac{1}{i} + 25i^{12} + \frac{4}{1-i} - i.$$

Risolvere inoltre la seguente equazione $(z - i)^3 = w$.

Risposta:

Esercizio 2 [7.5 PUNTI]

Scrivere la formula per calcolare l'angolo tra due vettori non nulli u e v di \mathbb{R}^n .

Scrivere inoltre due vettori di \mathbb{R}^4 che formino un angolo di $\frac{\pi}{4}$ e due vettori di \mathbb{R}^5 che formino un angolo di $\frac{\pi}{2}$.

Risposta:

Esercizio 3 [7.5 PUNTI]

Scrivere (spiegando il significato dei simboli usati) la formula di Laplace per il calcolo del

determinante di una matrice $A \in M_n(\mathbb{R})$. Dire se la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \pi & 0 & 3 \end{pmatrix}$ è invertibile

e in caso affermativo calcolarne l'inversa.

Risposta:

Esercizio 4 [7.5 PUNTI]

Definire il rango di una matrice $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$. Scrivere, se è possibile, un esempio di sistema omogeneo di due equazioni in due incognite con infinite soluzioni. Trovare inoltre le soluzioni del seguente sistema lineare.

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + 2z = 2 \\ y - 3z = 0 \end{cases}$$

Risposta: