19/01/2007

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso (gli esercizi svolti in altri fogli non verranno presi in considerazione).
N.B.2 Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.
N.B.3 Gli esercizi senza nome e cognome hanno valore nullo.

Esercizio 1 [**2.5** PUNTI]
Calcolare z^4, dove $z = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$.
Risposta:

Esercizio 2 [**2.5** PUNTI]
Trovare i numeri complessi che soddisfano l'equazione $z^4 = z^2$.
Risposta:

Esercizio 3 [**2.5** PUNTI]
Scrivere due numeri complessi non nulli z e w tale che $z^2 = w$ e $\operatorname{Arg} z = \operatorname{Arg} w$.
Risposta:

Esercizio 4 [**2.5** PUNTI]
Trovare un vettore $\mathbf{v}$ di $\mathbb{R}^3$ di norma unitaria, ortogonale ai vettori $\mathbf{v_1} = (1, 1, 1)$ e $\mathbf{v_2} = \mathbf{v_3} + 2\mathbf{v_4}$, dove $\mathbf{v_3} = (1, 0, 1)$ e $\mathbf{v_4} = (-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4})$.
Risposta:

Esercizio 5 [**2.5** PUNTI]
Siano $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ tre vettori di $\mathbb{R}^3$. Allora $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{w}$ **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 6 [**2.5** PUNTI]
Calcolare il volume del parallelepipedo generato dai tre vettori $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{v} = (1, 0, 2)$ e $\mathbf{w} = (1, 2, -1)$.
Risposta:

Esercizio 7 [**2.5** PUNTI]

Dire se la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ é invertibile e in caso affermativo calcolare A^{-1}.

Risposta:

Esercizio 8 [**2.5** PUNTI]

Trovare i valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali i vettori $u = (0, 1, 1, 0)$ e $v = (\lambda\pi, 1, 1, \lambda e)$ di $\mathbb{R}^4$ generano uno spazio di dimensione due.

Risposta:

Esercizio 9 [**2.5** PUNTI]

Scrivere due vettori di $\mathbb{R}^4$ che formano un angolo di $\frac{\pi}{4}$ e che siano ortogonali al vettore $(0, 0, 2, 3)$.

Risposta:

Esercizio 10 [**2.5** PUNTI]
Trovare i valori dei parametri reali λ e μ tali che $(0, 1, 1)$ sia una soluzione del seguente sistema.

$$\begin{cases} x + \lambda y + \mu z = 1 \\ 10x + \lambda y - \mu z = 0 \end{cases}$$

Risposta:

Esercizio 11 [**2.5** PUNTI] Discutere le soluzioni del seguente sistema lineare al variare del parametro reale λ.

$$\begin{cases} \lambda x + y + 2z = 1 \\ x + y + (\lambda + 1)z = 0 \\ x + \lambda z = -1 \end{cases}$$

Risposta:

Esercizio 12 [**2.5** PUNTI]
Un sistema linerare di tre equazioni in quattro incognite è sempre compatibile. **V** **F**
Risposta: