Nome e mail
Matricola

Algebra 2 8 Febbraio 2019

Esercizio 1 Si consideri un esagono regolare inscritto in un cerchio di raggio 1 e centro l'origine del piano complesso. Siano σ la rotazione antioraria di $\frac{\pi}{3}$ radianti con centro l'origine del piano complesso e τ la riflessione dell'esagono rispetto ad una delle sue diagonali grandi. Allora $\sigma, \tau \in S_{\mathbb{C}}$ e σ e τ trasformano l'esagono in se stesso.

(1) Quali sono tutte e sole le altre rotazioni del cerchio su se stesso che trasformano l'esagono in sèe stesso?
(2) Qual'èè l'ordine del gruppo ciclico $< \sigma >$?
(3) Qual'è l'ordine di τ?
(4) Si provi che $\tau \circ \sigma \circ \tau = \sigma^{-1}$.
(5) Si provi che $G =< \sigma, \tau >$ ha ordine 12 e che $|Z(G)| = 2$.

Esercizio 2 Dimostrare che:

(1) ogni campo è un anello locale senza elementi nilpotenti non nulli;
(2) se $\mathbb{Z}_m$ è locale e non ha elementi nilpotenti non nulli allora $\mathbb{Z}_m$ è un campo;
(3) dare un esempio di anello locale senza elementi nilpotenti non nulli che non sia un campo.