Esercizi sui movimenti rigidi e cambiamenti di riferimento
Geometria 3, Corso di Laurea in Matematica A.A. 2007-2008
Docente: Andrea Loi

1. Sia $(V, \cdot)$ uno spazio vettorialòe metrico. Definire il concetto di applicazione che preserva le distanze, quello di movimento rigido e i legami tra questi due concetti.

2. Quali sono i movimenti rigidi di $\mathbb{R}^2$ (con il prodotto scalare canonico)? Dimostrare la vostra affermazione.

3. Dimostare che la composizione di due rotazioni nel piano è ancora una rotazione.

4. Dimostare che l'insieme dei movimenti rigidi del piano formano un gruppo rispetto alla composizione. Dimostare inoltre che i movimenti rigidi del piano sono generati dalle simmetrie. Più precisamente se m è un movimento rigido di $\mathbb{R}^2$, allora esistono al più tre simmetrie s_1, s_2, s_3 tali che $m = s_1 \circ s_2 \circ s_3$.

5. Dimostrare che una rotazione qualunque può essere scritta come composizione di due simmetrie assiali piane.

6. Che movimento rigido piano ottengo se compongo due simmetrie assiali piane?

7. Che movimento rigido piano ottengo se compongo una simmetria e una rotazione?

8. Che movimento rigido piano ottengo se compongo una simmetria e una traslazione?

9. Fissato un sistema di riferimento cartesiano. Scrivere la simmetria piana rispetto alla retta $r : x - y = 0$.

10. Quali sono i movimenti rigidi di $\mathbb{R}^3$ (con il prodotto scalare canonico)? Dimostare la vostra affermazione.

11. Fissato un sistema di riferimento cartesiano nello spazio. Trovare le equazioni della rotazione intorno alla retta $x - y = z = 0$

12. Fissato un sistema di riferimento cartesiano nello spazio. Scrivere le equazioni della simmetria rispetto al piano $x - y + z = 0$.

13. Scrivere le equazioni della glissosimmetria ottenuta come composizione della simmetria rispetto al piano $x - y + 1 = 0$ e della traslazione di vettore $(1, 1, 1)$.

14. Scrivere le equazioni della rototraslazione ottenuta come composizione della rotazione di angolo φ intorno all'asse delle z e delle traslazione di vettore $(0, 0, 2)$.

15. Fissato un sistema di riferimento cartesiano nello spazio. Scrivere la rotosimmetria ottenuta come composizione della simmetria rispetto al piano $z + 1 = 0$ e della rotazione di angolo φ intorno all'asse delle z.

16. Sia s la simmetria di un piano $\pi \subset \mathbb{R}^3$ rispetto ad una retta $r \subset \pi$. Descrivere la simmetria s in termini di una rotazione R di $\mathbb{R}^3$. Scrivere le equazioni di s e R nel caso $\pi : z = 0$, $r : x - y = z = 0$.

17. Fissato un sistema di riferimento cartesiano nello spazio. Trovare le equazioni di un cambiamento di riferimento rispetto al quale il piano $x - y + z = 0$ coincide col piano $z = 0$.

18. Fissato un sistema di riferimento cartesiano nello spazio. Trovare le equazioni di un cambiamento di riferimento rispetto al quale la retta $x - y = z = 0$ coincide con l'asse delle x.