15/02/2005

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso.
N.B.2 Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.

Esercizio 1. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Il numero complesso $\frac{1}{2}(1+i\sqrt{3})$ è una radice sesta di 1. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 2. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
$(1+i)^{10} = 32i$ **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 3. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Siano z e w in $\mathbb{C}$ tali che $zw = 1$. Se $|z| = a$ allora $|w| = \frac{1}{a}$. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 4. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Siano $v_1 = (1, 0, 1)$ e $v_2 = (2, 1, -2)$ due vettori di $\mathbb{R}^3$. Dopo aver verificato che v_1 è ortogonale a v_2, costruire una base ortonormale e_1, e_2, e_3 di $\mathbb{R}^3$ tale che $e_1 = \frac{v_1}{\|v_1\|}$ e $e_2 = \frac{v_2}{\|v_2\|}$.
Risposta:

Esercizio 5. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Siano u e v due vettori ortogonali di $\mathbb{R}^n$. Allora $\|u + v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 6. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Siano $P_1 = (1, 1, 1)$, $P_2 = (2, 1, 0)$, $P_3 = (2, 2, 2)$ e $P_4 = (4, 2, 0)$ quattro punti di $\mathbb{R}^3$. Trovare l'angolo tra i vettori $u = P_1P_2$ e $v = P_3P_4$.
Risposta:

Esercizio 7. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Trovare l'inversa della matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

Risposta:

Esercizio 8. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Trovare i valori del parametro reale λ per i quali i vettori $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (0, 1, -1)$ e $v_3 = (0, -1, \lambda)$ di $\mathbb{R}^3$ sono linearmente indipendenti.
Risposta:

Esercizio 9. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Trovare la dimensione del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori $v_1 = (1, 2, -1, 1)$, $v_2 = (0, 2, 1, 3)$ e $v_3 = (2, 2, -1, -1)$.
Risposta:

Esercizio 10. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Scrivere la matrice ch rappresenta la rotazione piana di angolo $\frac{\pi}{4}$ intorno all'origine.
Risposta:

Esercizio 11. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Sia r la retta di $\mathbb{R}^2$ passante per l'origine e che forma un angolo $\alpha = \frac{\pi}{12}$ con il semiasse positivo delle ascisse. Scrivere la matrice che rappresenta la simmetria piana rispetto alla retta r.
Risposta:

Esercizio 12. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Discutere il seguente sistema al variare del parametro reale λ.

$$\begin{cases} x + z = 0 \\ y - z = 0 \\ y - \lambda z = 0 \end{cases}$$

Risposta: