Esercizi geometria analitica nel piano
Corso di Laurea in Informatica A.A. 2002-2003
Docente: Andrea Loi

1. Scrivere le equazioni parametriche delle rette r e s di equazione cartesiane $r: 2x - 3y + 3 = 0$ e $s: x + 4 = 0$.

2. Trovare i parametri direttori della retta $r: 5x - 3y + 1 = 0$.

3. Scrivere l'equazione cartesiana e le equazioni parametriche della bisetrice del primo e del terzo quadrante. Fare lo stesso per la bisetrice del secondo e quarto quadrante.

4. Scrivere l'equazione cartesiana e le equazioni parametriche di una generica retta parallela all'asse delle ascisse. Fare lo stesso per una retta parallela all'asse delle ordinate.

5. Scrivere in forma cartesiana e parametrica la retta passante per $P_0 = (5, -3)$ e $P_1 = (2, 1)$.

6. Usando un determinante 3×3 scrivere in forma cartesiana e parametrica la retta passante per $P_0 = (1, 3)$ e $P_1 = (4, -3)$.

7. I punti $P_0 = (1, 3)$, $P_1 = (2, -1)$ e $P_2 = (4, 0)$ sono allineati?

8. Trovare la retta s passante per $P_0 = (1, 2)$ e parallela ad $r: 2x - 3y = 0$.

9. Determinare $h \in \mathbb{R}$ in modo tale che le rette $r: hx - 3y = 0$ e $s: (x, y) = (1, 2) + t(1, h)$ siano parallele.

10. Dimostrare che le rette $r: x + y - 3 = 0$ e $s: 3x - 3y + 1 = 0$ sono ortgonali.

11. Scrivere in forma parametrica la retta r passante per $P_0 = (1, -1)$ e ortognale alla retta $s: (x, y) = (2, 0) + t(1, 2)$.

12. Scrivere l'equazione cartesiana della retta s passante per $P_0 = (2, 2)$ e ortogonale alla retta $r : (x, y) = (1, 2) + t(1, h)$.

13. Trovare l'intersezione tra le due rette $r : (x, y) = t(1, -1)$ e $s : (x, y) = (1, 1) + t(1, 2)$.

14. Trovare le eventuali intersezioni tra le rette $r : 2x-3y+7 = 0$ ed $s : (x, y) = (2, 1) + t(1, 2)$.

15. Trovare le eventuali intersezioni tra le rette $r : 2x-3y+7 = 0$ ed $s : (x, y) = (4, 5) + t(3, 2)$.

16. Calcolare la distanza tra il punto $Q = (1, 2)$ e $r : x + y - 5 = 0$.

17. Trovare il punto simmetrico dell'origine rispetto alla retta $r : 4x+3y-5 = 0$.

18. Dopo aver verificato che le due rette $r : 5x-6y+6 = 0$ e $r : 10x-12y+3 = 0$ sono parallele calcolarne la distanza.

19. Per quali valori del parametro reale h le due rette $r : hx - y$ e $s : x - hy = 2$ sono parallele? Per quali valori sono perpendicolari?

20. Si consideri la retta $r : (x, y) = (1 - 3t, 2t)$. Trovare: a) la perpendicolare a r passante per l'origine; b) la parallela a r passante per $P = (1, 0)$; c) una coppia di parametri direttori.

21. Trovare le equazioni cartesiane delle bisettrici delle rette $r : y - 3 = 0$ e $s : x - y + 2 = 0$.

22. Stabilire per quali valori del parametro reale t l'equazione $3x^2 + 3y^2 - tx + 2t = 0$ rappresenta una circonferenza.

23. Sia γ la circonferenza di centro $C = (1, 2)$ e raggio 5. Stabilire se la retta $r : x - 2y = 0$ interseca γ.

24. Stabilire se le seguenti equazioni rappresentano delle circonferenze e in caso affermativo trovare il centro e il raggio di tali circonfererenze: $x^2+y^2+2x+2y+7=0$, $x^2+y^2+2x+2y+3=0$, $x^2+y^2+2x+2y+2=0$, $x^2-y^2+2x+2y+7=0$, $2x^2+2y^2+x+y+7=0$, $x^2+2y^2+x+2y+7=0$.

25 Sia $\gamma : x^2+y^2+tx+2y=0$. Determinare t in modo che la tangente a γ nell'origine sia ortogonale a $r : x-2y=0$.

26 Sia $\gamma : (x-1)^2+y^2=4$ e sia $P_0=(-3,0)$. Trovare le tangenti a γ passanti per P_0.

27. Dato il punto $P=(0,4)$ e la circonferenza $x^2+y^2=9$, determinare le tangenti alla circonferenza uscenti da P.

28. Scrivere le equazioni della circonferenza passante per i punti $P_0=(0,0)$, $P_1=(1,0)$ e $P_2=(1,1)$. Fare lo stesso per i punti $P_0=(0,0)$, $P_1=(1,1)$ e $P_2=(\sqrt{2},-1)$.

29. Trovare i valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali la circonferenza di equazione $x^2+y^2+\lambda x=0$ è tangente alla circonferenza di equazione $x^2+y^2-1=0$. Fare lo stesso per la circonferenza di equazione $x^2+y^2+\lambda y=0$.

30. Stabilire le posizioni delle due circonferenze di equazioni $x^2+y^2-2\sqrt{2}x-2\sqrt{2}y-3=0$ e $x^2+y^2-2(2+\sqrt{2})x-2(2+\sqrt{2})y+11+8\sqrt{2}=0$.

31. Dimostrare che l'equazione della circonferenza passante per i tre punti $P_0=(x_0,y_0)$, $P_1=(x_1,y_1)$ e $P_2=(x_2,y_2)$ si può ottenere calcolando il seguente determinante 4×4:

$$\begin{vmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ x_0^2+y_0^2 & x_0 & y_0 & 1 \\ x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$