Esercizi geometria analitica nel piano 4
Corso di Laurea in Informatica A.A. 2002-2003
Docente: Andrea Loi

1. Trovare gli autovalori, gli autovettori e gli autospazi dell'endomorfismo $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la cui matrice A rispetto alla base canonica è una delle seguenti: $\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 3 \end{pmatrix}$

2. Per le matrici A dell'esercizio precedente trovare una matrice ortogonale speciale P tale che
$$P^{-1}AP = D, \tag{1}$$
dove D è la matrice diagonale, che ha nella diagonale principale gli autovalori di A. Interpretare (1) in termini dell'endomorfismo φ.

3. Intepretare la matrice P dell'esercizio precedente, come la matrice di una rotazione e scrivere le equazioni del cambiamento di riferimento corrispondente.

4. Sia $\mathcal{C}$ una delle coniche che seguono:

   1. $2x^2 + 2\sqrt{2}xy + 3y^2 + 4(\sqrt{2} - 1)x + 2(6 - \sqrt{2})y - 4\sqrt{2} = 0.$
   2. $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 4\sqrt{2}x - 12\sqrt{2}y + 26 = 0.$
   3. $x^2 + y^2 + 2xy + 2(1 - \sqrt{2})x + 2(1 + \sqrt{2})y + 1 - 2\sqrt{2} = 0.$
   4. $5x^2 + 7y^2 + 2\sqrt{3}xy + 2\sqrt{3}x + 14y + 5 = 0.$
   5. $x^2 - y^2 + 2\sqrt{3}xy + 2(1 - \sqrt{3})x + 2(1 + \sqrt{3})y - 2(1 + \sqrt{3}) = 0.$

   Classificare $\mathcal{C}$, cioè dire se si tratta di una conica degenere o non-degenere, e in caso non sia degenere dire se si tratta di un' ellisse di un'iperbole o di una parabola. Trovare la forma canonica di $\mathcal{C}$ e le equazioni del cambiamento di riferimento che portano $\mathcal{C}$ in forma canonica.