Nome e mail
Matricola

Algebra 2 21 Gennaio 2016

Esercizio 1 Si consideri un quadrato inscritto in un cerchio di raggio 1 e centro l'origine del piano complesso. Siano σ la rotazione antioraria di $\frac{\pi}{2}$ radianti con centro l'origine del piano complesso e τ la riflessione rispetto ad una delle diagonali del quadrato. Allora $\sigma, \tau \in S_{\mathbb{C}}$ e σ e τ trasformano il quadrato in se stesso.

(1) Quali sono tutte e sole le altre rotazioni del cerchio su se stesso che trasformano il quadrato in sè?
(2) Qual'è l'ordine del gruppo ciclico $< \sigma >$?
(3) Qual'è l'ordine di τ?
(4) Si provi che $\tau \circ \sigma \circ \tau = \sigma^{-1}$.
(5) Che ordine ha il gruppo $G =< \sigma, \tau >$?
(6) Qual'è il centro di G?

Esercizio 2 Sia $A = \{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}\}$.

(1) Provare che A è un anello commutativo unitario, ma non è un dominio.
(2) Determinare l'ideale $N(A)$ degli elementi nilpotenti di A.
(3) Mostrare che ogni ideale proprio di A è contenuto in $N(A)$ e dedurre che A è un anello locale.
(4) Determinare tutti gli ideali di A.