

25/02/2008

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome:

Cognome:

Matricola:

**N.B.1** La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso (gli esercizi svolti in altri fogli non verranno presi in considerazione).

**N.B.2** Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.

**N.B.3** Gli esercizi senza nome e cognome hanno valore nullo.

**N.B.4** Gli esercizi A e B (nonostante valgano zero punti) sono necessari per passare la prova scritta.

**Esercizio A** [0 PUNTI]

Trovare la misura dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo che ha un angolo di ampiezza  $\frac{\pi}{4}$  e un cateto che misura  $\sqrt{2}$  metri.

**Esercizio B** [0 PUNTI] Dire se la funzione  $y = \sin(x)$  è iniettiva nell'intervallo  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  giustificando la risposta.

**Esercizio 1**

1. [4 PUNTI] Enunciare il teorema fondamentale dell'algebra.

**Risposta:**

2. [4 PUNTI] Trovare i numeri complessi  $z$  che soddisfano l'equazione  $(z - 1)^4 = -64$ .

**Risposta:**

### Esercizio 2

1. [4 PUNTI] Scrivere la disuguaglianza triangolare in  $\mathbb{R}^n$ .

**Risposta:**

2. [4 PUNTI] Dire se esistono e in caso affermativo trovare due vettori  $u$  e  $v$  di  $\mathbb{R}^3$  tali che  $\|u\| = \sqrt{2}$ ,  $\|v\| = \sqrt{\pi}$ ,  $u \cdot v = -\sqrt{2\pi}$ .

**Risposta:**

### Esercizio 3

1. [4 PUNTI] Siano  $A$ ,  $B$  e  $C$  tre matrici invertibili  $n \times n$ . Dimostrare che  $ABC$  è invertibile e verificare che  $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$ .

**Risposta:**

2. [4 PUNTI] Dire se la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  è invertibile e in caso affermativo calcolare  $A^{-1}$ .

**Risposta:**

#### Esercizio 4

1. [4 PUNTI] Sia  $A \in M_n$ . Sotto quali condizioni il sistema  $Ax = b$  ha un'unica soluzione?

**Risposta:**

2. [4 PUNTI] Discutere le soluzioni del seguente sistema lineare al variare del parametro reale  $\lambda$ .

$$\begin{cases} x - y + kz = 1 \\ x - ky = 2 \\ x + y + z = k \end{cases}$$

**Risposta:**