PROGRAMMA TOPOLOGIA ALGEBRICA
Corso di Laurea in Informatica A.A. 2010-2011
Docente: Andrea Loi

Omotopia e spazi omotopicamente equivalenti Omotopia tra funzioni continue; interpretazione meccanica dell'omotopia; esempi di applicazioni omotope e non omotope; applicazioni antipodali da S^n in S^n; omotopia tra archi; omotopia relativa; omotopia relativa come relazione d'equivalenza; lo spazio delle funzioni continue C(X, Y) e la topologia compatto-aperta (cenno); stabilità dell'omotopia rispetto alla applicazioni continue; un'applicazione continua $f : I \to S^1$ è omotopa all'applicazione costante se e solo se esiste un'estensione continua di f al disco D^2; spazi omotopicamente equivalenti; spazi convessi; spazi contraibili; S^1 non è contraibile (lo si dimostrerà dopo aver fatto il gruppo fondamentale); retratto di deformazione e retratti forti di deformazione; esempi; la figura a "∞" e la figura "Θ"; Teorema di Fuchs (solo enunciato): *due spazi topologici sono omotopicamente equivalenti se e solo se sono omeomorfi a retratti di deformazione di uno stesso spazio topologico.*

Gruppo fondamentale Prodotti di cammini e loro proprietà; il gruppo fondamentale; dipendenza del gruppo fondamentale dal punto base; omomorfismo indotto sui gruppi fondamentali da un'applicazione continua tra spazi topologici; invarianza omotopica (e quindi per omeomorfismi) del gruppo fondamentale; spazi semplicemente connessi; il gruppo fondamentale del prodotto di due spazi topologici; calcolo del gruppo fondamentale del cerchio; il teorema fondamentale dell'algebra; il teorema del punto fisso di Brower per D^2; un teorema di Frobenius (una matrice 3×3 con entrate reali e positive ammette un atuovalore reale positivo); curve di Peano; esistenza del numero di Lebesgue; la sfera S^n è semplicemenete connessa per $n \geq 2$; gruppi liberi; presentazione di un gruppo; esempi di presentazione di un gruppo; Teorema di Seifert Van Kampen (solo enunciato); uno spazio unione di due aperti semplicemente connessi con intersezione semplicemente connessa è semplicemente connesso; il gruppo fondamentale del complementare di un numero finito di punti di $\mathbb{R}^n$; il gruppo fondamentale del proiettivo reale e complesso; il gruppo fondamentale di una varietà di dimensione maggiore uguale a 3 è isomorfo al grupppo fondamentale della varietà privata di un suo punto; il gruppo fondamentale del complementare di una circonferenza in $\mathbb{R}^3$ (con e senza Van–Kampen); il gruppo fondamentale di n circonferenze con un solo punto in comune; il gruppo fondamentale della figura "∞"; il gruppo fondamentale di alcune superfici usando Van Kampen (toro, proiettivo, nastro di Möbius, bottiglia di Klein).

Rivestimenti Definizione di rivestimento nel caso continuo e differenziabile, spazio totale, spazio di base e fibra di un punto; esempi; di rivestimenti e di non rivestimenti; rivestimenti e omeomorfismi locali; un omeomorfismo locale tra uno spazio compatto e di Hausdorff e uno spazio connesso e un rivestimento; sollevamento di un'applicazione continua; unicità del sollevamento di un'applicazione continua con dominio connesso; sollevamenti dei cammini (ALP); se la base di un rivestimento è connessa allora la cardinalità della fibra non dipende dal punto scelto nella base; sollevamento delle omotopie; se in un rivestimento lo spazio totale è connesso per archi e la base è semplicemente connessa allora il rivestimento è un omeomorfismo; un omeomorfismo locale che soddisfa la ALP con spazio totale localmente connesso per archi e spazio base localmente semplicemente connesso è un rivestimento; costruzione di rivestimenti a partire da rivestimenti: prodotto di rivestimenti; pull-back di un rivestimento; azioni di gruppi su insiemo; azioni di gruppi su spazi topologici; azioni propriamente discontinue e rivestimenti; esempi di azioni propriamente discontinue; gli spai lenticolari; il teorem di Borsuk–Ulam per $n \leq 2$; rivestimenti e gruppo fondamentale; monodromia di un rivestimento; il gruppo findamentale di uno spazio di orbite; teoremi di sollevamento per i rivestimenti; rivestimenti universali.

Testi consigliati

Kosnioswski C., *Introduzione alla topologia algebrica*, Zanichelli 1989.

Lee J. M., *Introduction to Topological Manifolds*, Springer 2000.
vspace0.1cm

Massey W. S., *Algebraic Topology: An Introduction*, Graduate Text in Mathematics 56, Springer Verlag 1991.

Munkres J. R., *Topology, A First Course*, Prentice Hall, Englewood Cliffs N.J. 1975.

Sernesi E., *Geometria 2*, Bollati Boringhieri, Torino 1994.

Singer I.M., Thorpe J.A., *Lezioni di Topologia elementare e di Geometria*, trad. it. Boringhieri Torino 1980.