

21/09/2007

Geometria 2– Corso di laurea in Matematica

Nome:

Cognome:

Matricola:

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso (gli esercizi svolti in altri fogli non verranno presi in considerazione).

N.B.2 Gli esercizi senza nome e cognome hanno valore nullo.

N.B.3 Per poter accedere alla prova orale è necessario aver risolto agli Esercizi A , B , C e ad almeno 3 esercizi sui 6 proposti.

Esercizio A Definire il concetto di forma quadratica definita positiva e scrivere un esempio.

Risposta:

Esercizio B Sia $A \in GL_n(\mathbb{R})$. Dimostrare che $\det(A^{-1}) = (\det A)^{-1}$.

Risposta:

Esercizio C Dimostrare che se un'endomorfismo $T : V \rightarrow V$ è tale che $\|T(v)\| = \|v\|$ per ogni $v \in V$ allora T è un'isometria.

Risposta:

Esercizio 1

Dire se la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ è invertibile. In caso affermativo calcolarne l'inversa. Scrivere inoltre A come prodotto di matrici elementari.

Risposta:

Esercizio 2

Sia $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare rappresentata rispetto alle basi canoniche dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Trovare la matrice A' che rappresenta T rispetto alle basi $\mathcal{C}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ e

$$\mathcal{C}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Risposta:

Esercizio 3

Dopo aver verificato che $\mathcal{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ è una base di \mathbb{R}^2 , si scriva il prodotto scalare associato a tale base, ossia il prodotto scalare rispetto al quale la base \mathcal{C} è ortonormale.

Risposta:

Esercizio 4

Trovare le bisettrici delle rette $r : x + y - 1 = 0$, $s : 2x - y + 3 = 0$

Risposta:

Esercizio 5

Scrivere delle equazioni per la circonferenza Σ passante per i punti $(0, 0, 0)$, $(1, 1, 1)$, $(0, 1, 1)$.

Risposta:

Esercizio 6

Trovare un'equazione cartesiana del piano tangente alla sfera $S : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2 = 0$ nel punto $P_0(0, 0, \sqrt{2})$.

Risposta: