

14/06/2005

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome:

Cognome:

Matricola:

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso.

N.B.2 Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.

Esercizio 1. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

$$\frac{1}{i} - \frac{1}{i+1} = -\frac{1}{2}(1+i) \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F}$$

Giustificazione:

Esercizio 2. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

$$\left[\frac{1}{2}(1+i\sqrt{3})\right]^6 = 1 \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F}$$

Giustificazione:

Esercizio 3. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

$$\operatorname{Re}(z^2) = (\operatorname{Re}(z))^2, \text{ dove } \operatorname{Re}(z) \text{ denota la parte reale del numero complesso } z. \quad \mathbf{V} \quad \mathbf{F}$$

Giustificazione:

Esercizio 4. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Siano $v_1 = (1, 0, 1)$ e $v_2 = (1, \pi, -1)$ due vettori di \mathbb{R}^3 . Trovare un vettore v di \mathbb{R}^3 ortogonale sia a v_1 che a v_2 .

Risposta:

Esercizio 5. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Siano u e v due vettori di \mathbb{R}^n tali che

$$|u \cdot v|^2 = \|u\|^2 \|v\|^2.$$

Allora $u = 0$ oppure $v = 0$. **V F**

Giustificazione:

Esercizio 6. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Siano $P_1 = (1, 1, 1)$, $P_2 = (2, 1, 1)$, $P_3 = (3, 1, 2)$ e $P_4 = (4, 2, 2)$ quattro punti di \mathbb{R}^3 . Trovare l'angolo tra i vettori $u = P_1P_2$ e $v = P_3P_4$.

Risposta:

Esercizio 7. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Trovare l'inversa della matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Risposta:

Esercizio 8. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Trovare i valori del parametro reale λ per i quali i tre vettori $v_1 = (1, 0, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, -1, 0)$ e $v_3 = (0, -1, \lambda, 0)$ di \mathbb{R}^4 sono linearmente indipendenti.

Risposta:

Esercizio 9. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Trovare la dimensione del sottospazio di \mathbb{R}^7 generato dai seguenti vettori

$v_1 = (1, 2, -1, 1, 5, 0, 1)$, $v_2 = (0, 2, 1, 3, \sqrt{2}, \pi, -3)$ e $v_3 = (2, 4, -2, 2, 10, 0, 2)$.

Risposta:

Esercizio 10. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Scrivere la matrice che rappresenta la rotazione piana (in senso antiorario) di angolo $\frac{5\pi}{6}$ intorno all'origine.

Risposta:

Esercizio 11. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Scrivere la matrice che rappresenta la simmetria piana rispetto alla retta r di \mathbb{R}^2 passante per l'origine e che forma un angolo $\alpha = \frac{11\pi}{12}$ con il semiasse positivo delle ordinate.

Risposta:

Esercizio 12. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)

Trovare i valori del parametro reale λ affinché il seguente sistema nelle incognite x, y, z abbia infinite soluzioni.

$$\begin{cases} x + \lambda(y + z) = 1 \\ x + \lambda y + z = 0 \\ \lambda z - x = 0 \end{cases}$$

Risposta: