3/07/2007

Geometria 2– Corso di laurea in Matematica

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso (gli esercizi svolti in altri fogli non verranno presi in considerazione).
N.B.2 Gli esercizi senza nome e cognome hanno valore nullo.
N.B.3 Per poter accedere alla prova orale è necessario aver risolto agli Esercizi A, B, C e ad almeno 3 esercizi sui 6 proposti.

Esercizio A Dimostrare che due spazi vettoriali di dimensione finita sono isomorfi se e solo se hanno la stessa dimensione.
Risposta:

Esercizio B Dimostrare che se $L_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ è un'applicazione lineare invertibile allora il rango di A è n.
Risposta:

Esercizio C Descrivere il legame tra gli endomorfismi autoaggiunti e le matrici simmetriche.
Risposta:

Esercizio 1

Dire se la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ è invertibile. In caso affermativo calcolarne l'inversa . Scrivere inoltre A come prodotto di matrici elementari.

Risposta:

Esercizio 2

Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare rappresentata rispetto alle basi canoniche dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Trovare la matrice $A^{'}$ che rappresenta T rispetto alle basi $\mathcal{C}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$. e $\mathcal{C}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Risposta:

Esercizio 3
Si dica se la matrice
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$ e, in caso affermativo, si trovi una base di $\mathbb{R}^2$ formata da autovettori di A.
Risposta:

Esercizio 4
Si dica se l'espressione

$$x \cdot y = 2x_1y_1 + x_3y_2 + x_2y_3 + x_2y_2 + x_3y_3, \;\; x = (x_1, x_2, x_3), \;\; y = (y_1, y_2, y_3)$$

definisce un prodotto scalare in $\mathbb{R}^3$, dove $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$.
Risposta:

Esercizio 5

Si scrivano le equazioni del cambiamento di riferimento cartesiano tali che le rette $r : x - 4y + 1 = 0$ e $s : 4x + y - 3 = 0$ siano gli assi coordinati (r l'asse delle ascisse e s l'asse delle ordinate rispettivamente) e tali che il punto $(1, 1)$ abbia coordinate positive nel nuovo sistema di riferimento. Quali sono le coordinate del punto $(1, 0)$ nel nuovo sistema di riferimento?

Risposta:

Esercizio 6

Trovare centro e raggio della circonferenza Σ intersezione della sfera $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 10 = 0$ con il piano $\pi : x + y + z - 1 = 0$.

Risposta: