

22/01/2008

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome:

Cognome:

Matricola:

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso (gli esercizi svolti in altri fogli non verranno presi in considerazione).

N.B.2 Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.

N.B.3 Gli esercizi senza nome e cognome hanno valore nullo.

N.B.4 Gli esercizi A e B (nonostante valgano zero punti) sono necessari per passare la prova scritta.

Esercizio A [0 PUNTI]

Trovare i cateti di un triangolo rettangolo che ha un'ipotenusa che misura 10 metri e un angolo di $\frac{\pi}{3}$.

Esercizio B [0 PUNTI] Dare la definizione di funzione iniettiva tra due insiemi A e B e dimostrare che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^{10}$ non è iniettiva.

Esercizio 1

1. [4 PUNTI] Scrivere la formula di De Moivre relativa alla potenza n -esima di un numero complesso.

Risposta:

2. [4 PUNTI] Trovare i numeri complessi z che soddisfano l'equazione $(z - 1)^3 = -125$.

Risposta:

Esercizio 2

1. [4 PUNTI] Scrivere la disuguaglianza di Cauchy–Schwarz per vettori di \mathbb{R}^n e spiegare brevemente la sua importanza.

Risposta:

2. [4 PUNTI] Dire se esistono e in caso affermativo trovare due vettori u e v di \mathbb{R}^5 tali che $\|u\| = \sqrt{2}$, $\|v\| = \sqrt{\pi}$, $u \cdot v = -\sqrt{7}$.

Risposta:

Esercizio 3

1. [4 PUNTI] Definire l'inversa B di una matrice invertibile $A \in M_n(\mathbb{R})$ e dimostrare che B è unica.

Risposta:

2. [4 PUNTI] Dire se la matrice $A = \begin{pmatrix} \pi & \pi & 99 \\ \sqrt{3} & \sqrt{2} & \sqrt{5} \\ \pi - 2 & \pi - 2 & 97 \end{pmatrix}$ é invertibile e in caso affermativo calcolare A^{-1} .

Risposta:

Esercizio 4

1. [4 PUNTI] Enunciare il Teorema di Rouché–Capelli per sistemi lineari

Risposta:

2. [4 PUNTI] Discutere le soluzioni del seguente sistema lineare al variare del parametro reale λ .

$$\begin{cases} x + 2y - \lambda z = 2 \\ x + z = 1 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

Risposta: