8/07/2005

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso.

N.B.2 Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.

Esercizio 1. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
$\frac{1}{i-2} - \frac{1}{i+2} + \frac{1}{5} = 1$ **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 2. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
$[\frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})]^6 - i^4 = 0$ **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 3. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
$\text{Im}(z^2) = (\text{Im}(z))^2$, dove $\text{Im}(z)$ denota la parte immaginatia del numero complesso z. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 10. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Scrivere la matrice ch rappresenta la rotazione piana (in senso antiorario) di angolo $\frac{2\pi}{3}$ intorno all'origine.
Risposta:

Esercizio 11. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Scrivere la matrice che rappresenta la simmetria piana rispetto alla retta r di $\mathbb{R}^2$ passante per l'origine e che forma un angolo $\alpha = \frac{11\pi}{12}$ con il semiasse negativo delle ascisse.
Risposta:

Esercizio 12. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Trovere i valori del parametro reale λ affinchè il seguente sistema nelle incognite x, y, z abbia infinite soluzioni.

$$\begin{cases} x + \lambda(y + z) = 0 \\ x + \lambda y + z = 0 \\ \lambda z - x = 0 \end{cases}$$

Risposta:

Esercizio 4. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Siano $v_1 = (1, 0, 1, -2)$ e $v_2 = (1, \pi, -1, 5)$ due vettori di $\mathbb{R}^4$. Trovare un vettore v di $\mathbb{R}^4$ diverso dal vettore nullo ortogonale a $v_1 + v_2$.
Risposta:

Esercizio 5. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Siano u e v due vettori di $\mathbb{R}^n$ tali che

$$|u \cdot v|^2 = \|u\|^2 \|v\|^2.$$

Allora u e v sono paralleli. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 6. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Siano $P_1 = (1, 0, 1)$, $P_2 = (2, 1, 2)$, $P_3 = (2, 1, -1)$ tre punti di $\mathbb{R}^3$. Trovare l'angolo tra i vettori $u = P_1P_2$ e $v = P_1P_3$.
Risposta:

Esercizio 7. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Trovare l'inversa della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
Risposta:

Esercizio 8. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Trovare i valori del parametro reale λ per i quali i tre vettori $v_1 = (1, 0, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, -1, 0)$ e $v_3 = (0, -1, \lambda, 1)$ di $\mathbb{R}^4$ sono linearmente indipendenti.
Risposta:

Esercizio 9. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Trovare la dimensione del sottospazio di $\mathbb{R}^8$ generato dai seguenti vettori:
$v_1 = (1, 2, -1, 1, 5, 0, 1, 2)$ $v_2 = (0, 2, 1, 3, \sqrt{2}, \pi, -3, e)$
$v_3 = (2, 4, -2, 2, 10, 0, 2, 4)$ $v_4 = (0, 1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{e}{2})$
Risposta: