

Nome e mail
Matricola

Esercizio 1 Si consideri un pentagono regolare inscritto in un cerchio di raggio 1 e centro l'origine del piano complesso. Siano σ la rotazione antioraria di $\frac{2\pi}{5}$ radianti con centro l'origine del piano complesso e τ la riflessione del pentagono rispetto ad uno dei suoi assi di simmetria. Allora $\sigma, \tau \in S_{\mathbb{C}}$ e σ e τ trasformano il pentagono in se stesso.

- (1) Quali sono tutte e sole le altre rotazioni del cerchio su se stesso che trasformano il pentagono in sè?
- (2) Qual'è l'ordine del gruppo ciclico $\langle \sigma \rangle$?
- (3) Qual'è l'ordine di τ ?
- (4) Si provi che $\tau \circ \sigma \circ \tau = \sigma^{-1}$.
- (5) Si provi che $G = \langle \sigma, \tau \rangle$ ha ordine 10 e che $Z(G) = \{1\}$.



Esercizio 2 Sia $f : A_1 \rightarrow A_2$ un omomorfismo di anelli unitari.

- (1) Provare che $f(U(A_1)) \subset U(A_2)$.
- (2) Considerando l'omomorfismo canonico $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_n$, mostrare che in (a) non vale l'uguaglianza se $n > 6$.

