Esercizi sui vettori nel piano, nello spazio e $\mathbb{R}^n$
Corso di Laurea in Informatica A.A. 2004-2005
Docente: Andrea Loi

0. Sia $\lambda = 3$, $\mu = 2$ $v = 2i - j$ e $w = i + j$. Calcolare:

$$u = \lambda v + \mu w, \ t = \mu v + \lambda w.$$

   Calcolare inoltre il loro prodotto scalare cioè $u \cdot t$.

1. Calcolare il prodotto scalare e vettoriale tra i vettori $v = i - 2j + k$ e $w = -3i - j + k$. Verificare inoltre la disuguaglianza di Cauchy–Schwarz, cioè: $|v \cdot w| \leq \|v\|\|w\|$.

2. Siano v e w due vettori di $\mathbb{R}^3$ a λ e μ due numeri reali. Dimostrare che:

$$(\lambda v + \mu w) \wedge u = \lambda(v \wedge u) + \mu(w \wedge u).$$

3. Sia $S = \{v = (1, 1, 1), w = (2, 2, 2)\}$. Descrivere S^{perp}.

4. Siano v e w vettori non nulli di $\mathbb{R}^3$.

   a. Se $w = -v$ quanto vale $pr_w(v)$?

   b. Se $ang(v, w) = \theta$, calcolare $pr_w(v)$ e $pr_v(w)$.

5. Siano $v = (1, 4, 5)$ e $w = (0, -2, -1)$. Calcolare l'area del parallelogramma di vertici $O, v, w, w + v$. Tale parallelogramma è un rombo, un rettangolo e(o) un quadrato?

6. Siano v e w vettori di $\mathbb{R}^n$ e λ un numero reale.

   a) Dimostrare che $\|\lambda v\| = |\lambda|\|v\|$.

b) Dimostrare che se w è ortogonale a v, allora è ortogonale anche a tutti i multipli di v.

6. Dimostrare che $e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(i+j)$ e $e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-i+j)$ è una base ortonormale nel piano. Scrivere le componenti del vettore $v = 3i - j$ rispetto alla base (e_1, e_2). Come si scrivono le componenti di un vettore $v = xi+yj$ rispetto alla base (e_1, e_2).