

**PROGRAMMA TOPOLOGIA ALGEBRICA/ALGEBRA E TOPOLOGIA**  
**Corso di Laurea in Informatica A.A. 2012-2013**  
**Docente: Andrea Loi**

**Omotopia e spazi omotopicamente equivalenti** Omotopia tra funzioni continue; interpretazione meccanica dell'omotopia; esempi di applicazioni omotope e non omotope; applicazioni antipodali da  $S^n$  in  $S^n$ ; omotopia tra archi; omotopia relativa; omotopia relativa come relazione d'equivalenza; lo spazio delle funzioni continue  $C(X, Y)$  e la topologia compatto-aperta (corno); stabilità dell'omotopia rispetto alle applicazioni continue; un'applicazione continua  $f : I \rightarrow S^1$  è omotopa all'applicazione costante se e solo se esiste un'estensione continua di  $f$  al disco  $D^2$ ; spazi omotopicamente equivalenti; spazi convessi; spazi contraibili;  $S^1$  non è contraibile (lo si dimostrerà dopo aver fatto il gruppo fondamentale); retratto di deformazione e retratti forti di deformazione; esempi; la figura a "∞" e la figura "Θ"; Teorema di Fuchs (solo enunciato): *due spazi topologici sono omotopicamente equivalenti se e solo se sono omeomorfi a retratti di deformazione di uno stesso spazio topologico.*

**Gruppo fondamentale** Prodotti di cammini e loro proprietà; il gruppo fondamentale; dipendenza del gruppo fondamentale dal punto base; omomorfismo indotto sui gruppi fondamentali da un'applicazione continua tra spazi topologici; invarianza omotopica (e quindi per omeomorfismi) del gruppo fondamentale; spazi semplicemente connessi; il gruppo fondamentale del prodotto di due spazi topologici; calcolo del gruppo fondamentale del cerchio; il teorema fondamentale dell'algebra; il teorema del punto fisso di Brower per  $D^2$ ; un teorema di Frobenius (una matrice  $3 \times 3$  con entrate reali e positive ammette un autovalore reale positivo); curve di Peano (senza dimostrazione); esistenza del numero di Lebesgue; la sfera  $S^n$  è semplicemente connessa per  $n \geq 2$ ; gruppi liberi; presentazione di un gruppo e esempi; Teorema di Seifert Van Kampen (dimostrazione e per i generatori e solo enunciato per le relazioni); uno spazio unione di due aperti semplicemente connessi con intersezione semplicemente connessa è semplicemente connesso; il gruppo fondamentale del complementare di un numero finito di punti di  $\mathbb{R}^n$ ; il gruppo fondamentale del proiettivo reale e complesso; il gruppo fondamentale di una varietà di dimensione maggiore uguale a 3 è isomorfo al gruppo fondamentale della varietà privata di un suo punto; il gruppo fondamentale del complementare di una retta o di una circonferenza in  $\mathbb{R}^3$ ; il gruppo fondamentale di  $n$  circonferenze con un solo punto in comune; il gruppo fondamentale della figura "∞"; il gruppo fondamentale di alcune superfici usando Van Kampen (toro, proiettivo, nastro di Möbius, bottiglia di Klein).

**Rivestimenti** Definizione di rivestimento, spazio totale, spazio di base e fibra di un punto; esempi; di rivestimenti e di non rivestimenti; rivestimenti e omeomorfismi locali; un omeomorfismo locale tra uno spazio compatto e di Hausdorff e uno spazio connesso è un rivestimento; sollevamento di un'applicazione continua; unicità del sollevamento di un'applicazione continua con dominio connesso; sollevamenti dei cammini (ALP); se la base di un rivestimento è connessa allora la cardinalità della fibra non dipende dal punto scelto nella base; sollevamento delle omotopie; se in un rivestimento lo spazio totale è connesso per archi e la base è semplicemente connessa allora il rivestimento è un omeomorfismo; azioni di gruppi su insiemi; azioni di gruppi su spazi topologici; azioni propriamente discontinue e rivestimenti; esempi di azioni propriamente discontinue; gli

spazi lenticolari; rivestimenti e gruppo fondamentale; monodromia di un rivestimento; il gruppo fondamentale di uno spazio di orbite; teoremi di sollevamento per i rivestimenti; rivestimenti universali.

### **Testi consigliati**

**Kosniowski C.**, *Introduzione alla topologia algebrica*, Zanichelli 1989.

**Lee J. M.**, *Introduction to Topological Manifolds*, Springer 2000.

vspace0.1cm

**Massey W. S.**, *Algebraic Topology: An Introduction*, Graduate Text in Mathematics 56, Springer Verlag 1991.

**Munkres J. R.**, *Topology, A First Course*, Prentice Hall, Englewood Cliffs N.J. 1975.

**Sernesi E.**, *Geometria 2*, Bollati Boringhieri, Torino 1994.

**Singer I.M., Thorpe J.A.**, *Lezioni di Topologia elementare e di Geometria*, trad. it. Boringhieri Torino 1980.