9/09/2005

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso.
N.B.2 Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.

Esercizio 1. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Se z_0 è una radice complessa del polinomio $p(z) = 1+z+2z^2+z^3$. Allora anche $\bar{z}_0$ (il coniugato di z_0) è una radice complessa di $p(z)$.
V **F**
Giustificazione:

Esercizio 2. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Trovare le radici quarte di $z = i$.
Risposta:

Esercizio 3. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
$\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}, \forall z, w \in \mathbb{C}$ **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 10. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Siano θ e φ due numeri reali. Scrivere la matrici A e B che rappresentano le rotazioni piane in senso antiorario di angolo θ e φ rispettivamente. Trovare inoltre la matrice AB.
Risposta:

Esercizio 11. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Scrivere la matrice che rappresenta la simmetria piana rispetto alla retta r di $\mathbb{R}^2$ passante per l'origine e che forma un angolo $\alpha = \frac{\pi}{3}$ con il semiasse positivo delle ascisse.
Risposta:

Esercizio 12. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Un sistema di due equazioni in tre incognite ammette sempre una soluzione. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 4. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Siano $v_1 = (1, 0, 1, -2), v_2 = (1, \pi, -1, 5)$ e $v_3 = (e, -2, 0, -3)$ tre vettori di $\mathbb{R}^4$. Trovare un vettore v di $\mathbb{R}^4$ diverso dal vettore nullo ortogonale a $v_1 + v_2 - v_3$.
Risposta:

Esercizio 5. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Scrivere la formula per calcolare il coseno dell'angolo $\hat{uv}$ tra due vettori u e v di $\mathbb{R}^n$ diversi dal vettore nullo.
Risposta:

Esercizio 6. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Usare la formula dell'esercizio precedente per calcolare il coseno dell'angolo tra i vettori $u = P_1P_2$ e $v = P_1P_3$ di $\mathbb{R}^3$, dove $P_1 = (1, 0, 1)$, $P_2 = (2, 1, 2)$ e $P_3 = (2, 1, 1)$.
Risposta:

Esercizio 7. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Trovare i valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ per i quali la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$ è invertibile.
Risposta:

Esercizio 8. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
I tre vettori $v_1 = (1, 0, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, -1, 0)$ e $v_3 = (0, -1, 2, 1)$ di $\mathbb{R}^4$ sono linearmente indipendenti.
V **F**
Giustificazione:

Esercizio 9. (punteggio $\frac{2.5}{30}$)
Trovare la dimensione del sottospazio di $\mathbb{R}^9$ generato dai seguenti vettori:
$v_1 = (1, 2, -1, 1, 5, 0, 1, 2, 1)$ $v_2 = (0, 2, 1, 3, \sqrt{2}, \pi, -3, e, 1)$
$v_3 = (0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ $v_4 = (0, 1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{-3}{2}, \frac{e}{2}, \frac{1}{2})$
Risposta: