23/02/2007

Algebra lineare – Corso di laurea in Informatica

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso (gli esercizi svolti in altri fogli non verranno presi in considerazione).
N.B.2 Gli esercizi senza giustificazione o risposta hanno valore nullo.
N.B.3 Gli esercizi senza nome e cognome hanno valore nullo.

Esercizio 1 [**2.5** PUNTI]
Trovare tutti i numeri complessi tali che $(z-1)^4 = 1$.
Risposta:

Esercizio 2 [**2.5** PUNTI]
Trovare i numeri complessi che soddisfano l'equazione $z^3 = z^2$.
Risposta:

Esercizio 3 [**2.5** PUNTI]
Scrivere due numeri complessi non nulli z e w tale che $z^3 = -w^2$ e $\operatorname{Arg} z \neq \operatorname{Arg} w$.
Risposta:

Esercizio 4 [**2.5** PUNTI]
Quanti vettori esistono in $\mathbb{R}^3$ di norma 5 che sono ortogonali ai vettori $\mathbf{v_1} = (11, 22, 33)$ e $\mathbf{v_2} = (-15, 27, 30)$?.
Risposta:

Esercizio 5 [**2.5** PUNTI]
Siano $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ tre vettori di $\mathbb{R}^3$. Allora $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \wedge \mathbf{w} = \mathbf{u} \wedge \mathbf{w} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{w}$ **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 6 [**2.5** PUNTI]
Calcolare l'area del parallelogramma generato dai due vettori $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$, $\mathbf{v} = (2, 0, 1)$.
Risposta:

Esercizio 7 [**2.5** PUNTI]

Caloclare A^5B^7 dove $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 12 & -1 \\ 1 & 23 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Risposta:

Esercizio 8 [**2.5** PUNTI]

Definire il rango di una matrice.

Risposta:

Esercizio 9 [**2.5** PUNTI]

Scrivere due vettori di $\mathbb{R}^4$ che formano un angolo di $\frac{\pi}{4}$ e che siano ortogonali al vettore $(0, 2, 0, 3)$.

Risposta:

Esercizio 10 [**2.5** PUNTI]
Un sistema di un'equazione lineare in due incognite è sempre compatibile. **V** **F**
Giustificazione:

Esercizio 11 [**2.5** PUNTI] Discutere le soluzioni del seguente sistema lineare al variare del parametro reale λ.

$$\begin{cases} x + \lambda z = -1 \\ x + y + (\lambda + 1)z = 0 \\ (\lambda - 1)x + (\lambda - 1)z = 1 \end{cases}$$

Risposta:

Esercizio 12 [**2.5** PUNTI]
Quali sono le condizioni che assicurano che un sistema lineare di tre equazioni in 3 incognite abbia un unica soluzione?
Risposta: