REQUISITI

Ecco la lista degli argomenti del corso di Geometria 1 (Capitoli 1, 2, 3, 4, 5, 6 del libro di testo) che uno studente deve conoscere per poter seguire il corso di Geometria 2 (è anche necessario che lo studente abbia seguito il corso di Algebra 1 e Analisi 1).

- Spazi vettoriali
- Sottospazi vettoriali
- Combinazioni lineari e spazio generato da un numero finito di vettori
- Vettori linearmente indipendenti e dipendenti
- Base e dimensione di uno spazio vettoriale
- Intersezione, somma e somma diretta di sottospazi vettoriali
- Formula di Grassmann: Se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora:

$$\dim(U+W)+\dim(U\cap W)=\dim U+\dim W$$

- Applicazioni lineari, in particolare:

  l'applicazione identità

$$id_V : V \to V,\ id_V(v)=v,$$

  l'applicazione nulla

$$0_V : V \to V,\ 0_V(v)=0,$$

  l'applicazione $L_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ associata ad una matrice $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ data da:

$$L_A(x)=Ax=x_1A^1+\cdots+x_nA^n,$$

  dove $A^j, j=1,\dots n$ sono le colonne di A.

L'applicazione $F_{\mathcal{B}} : V \to \mathbb{R}^n$ associata ad una base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots v_n\}$ di V che manda ogni vettore $v \in V$ nella n-upla delle sue coordinate. Più precisamente se $v = a_1 v_1 + \cdots a_n v_n$

$$F_{\mathcal{B}}(v) = (a_1, \dots a_n).$$

- Siano V e W due spazi vettoriali $\{v_1, \dots v_n\}$ una base di V e $\{w_1, \dots w_n\}$ vettori qualunque di W. Allora esiste un'unica applicazione lineare $T : V \to W$ tale che $T(v_j) = w_j$ per $j = 1, \dots n$. L'applicazione lineare $T : V \to W$ è definita da

  $$T(\alpha_1 v_1 + \cdots \alpha_n v_n) = \alpha_1 w_1 + \cdots \alpha_n v_n.$$

- Sia $T : V \to W$ un'applicazione lineare tra due spazi vettoriali V e W. il nucleo di T è il sottospazio vettoriale di V definito come

  $$\operatorname{Ker} T = \{v \in V |\ T(v) = 0\}.$$

  L'immagine di T il sottospazio di W definito da

  $$\operatorname{Im} T = T(V) = \{T(v) \in W |\ v \in V\}.$$

- Sia $T : V \to W$ un' applicazione lineare. Alora T è suriettiva se e solo se $\operatorname{Im} T = W$, e T è iniettiva se e solo se $\operatorname{Ker} T = \{0\}$.

- Sia $T : V \to W$ un' applicazione lineare. Allora

  $$\dim V = \operatorname{Ker} T + \operatorname{rg} T,\ \ \operatorname{rg} T = \dim(\operatorname{Im} T)$$

  In particolare T è iniettiva se e solo se $\operatorname{rg} T = \dim V$, ed è suriettiva se e solo se $\operatorname{rg} T = \dim W$.

- Sistemi lineari; operazioni elementari sulle righe di un sisetma lineare; eliminazione di Gauss; sistemi a gradini; Teorema di Rouché–Capelli.

- Sistemi di riferimento affine e equazioni cartesiane e parametriche di spazi vettoriali e affini (quest'argomento verrà ripreso nello studio della geometria affine del piano e dello spazio)