15/06/2007

Geometria 2– Corso di laurea in Matematica

Nome: **Cognome:** **Matricola:**

N.B.1 La risposta ad ogni singolo esercizio deve essere riportata nello spazio sottostante l'esercizio stesso (gli esercizi svolti in altri fogli non verranno presi in considerazione).
N.B.2 Gli esercizi senza nome e cognome hanno valore nullo.
N.B.3 Per poter accedere alla prova orale è necessario aver risolto gli Esercizi A, B, C e ad almeno 3 esercizi sui 6 proposti.

Esercizio A Dimostrare che se il nucleo di un'applicazione lineare è costituito dal solo vettore nullo allora l'applicazione è iniettiva.
Risposta:

Esercizio B Dimostrare che se $L_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ è un'applicazione lineare invertibile allora il sistema $Ax = 0$ ha solo la soluzione nulla.
Risposta:

Esercizio C Definire il concetto di isometria tra spazi vettoriali metrici. Se $L_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ è un'isometria cosa si può dire della matrice A?
Risposta:

Esercizio 1

Dire se la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ è invertibile. In caso affermativo calcolarne l'inversa . Scrivere inoltre A come prodotto di matrici elementari.

Risposta:

Esercizio 2

Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare rappresentata rispetto alle basi canoniche dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Trovare la matrice $A^{'}$ che rappresenta T rispetto alle basi $\mathcal{C}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$. e $\mathcal{C}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Risposta:

Esercizio 3

Si dica se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$ e, in caso affermativo, si trovi una base di $\mathbb{R}^2$ formata da autovettori di A.

Risposta:

Esercizio 4

Si dica se l'espressione

$$x \cdot y = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 - x_3y_3,\ x = (x_1, x_2, x_3),\ y = (y_1, y_2, y_3)$$

definisce un prodotto scalare in $\mathbb{R}^3$, dove $x = (x_1, x_2, x_3)$ e $y = (y_1, y_2, y_3)$.

Risposta:

Esercizio 5
Trovare l'equazione del piano α parallelo al piano $x - y + z - 1 = 0$ e passante per il punto di intersezione tra le rette: $r : x = y,\ x = z$ e $s : x = t, y = 2t + 1, z = t$.
Risposta:

Esercizio 6
Trovare la distanza tra le rette: $r : x = y,\ x = z$ e $s : x = t, y = t + 1, z = t - 2$.
Risposta: