



Python per il Calcolo Scientifico

Angelo Cardellicchio



Serie temporali

- Cosa è una serie temporale?
- Stazionarietà
- Trend
- Stagionalità
- Altre componenti della serie
- Decomposizione STL
- I modelli ARIMA



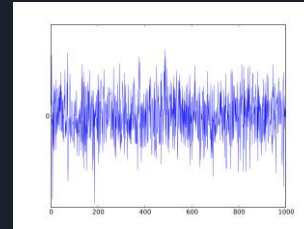
Cosa è una serie temporale?

- Una definizione intuitiva di serie temporale è come una sequenza di campioni i cui parametri variano con il tempo.
- Questo però non basta: occorre anche sottolineare che le caratteristiche assunte dalla serie all'istante t , spesso denotate come $y(t)$, dipendono dai valori assunti in precedenza dalla serie, ovvero $y(t - 1), y(t - 2), \dots, y(t - n)$

Stazionarietà

- Una proprietà desiderabile per l'analisi delle serie temporali è che queste siano *stazionarie*, ovvero che le loro proprietà statistiche siano costanti nel tempo.
- La serie a sinistra *non* è stazionaria, in quanto soggetta a diversi contributi variabili nel tempo. Quella a destra, invece, lo è.
- Il modo più semplice per ottenere la stazionarietà sta nel *differenziare la serie*.
- In pratica, consideriamo solo la differenza tra il valore assunto dalla serie ad un generico istante t e quello ad un istante precedente, ovvero $t - n$.

$$y_d = y(t) - y(t - n)$$



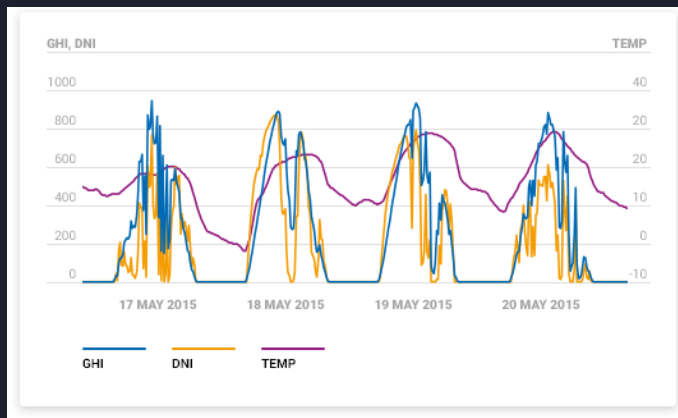
Trend

- Le serie temporali sono spesso caratterizzate da uno o più *trend*.
- Questi ci danno una generica indicazione sull'andamento della serie.
- Ad esempio, possiamo ragionevolmente affermare che il trend dell'indice FTSE MIB nell'ultimo anno risulta essere positivo.



Stagionalità

- La stagionalità, invece, è un contributo regolare (e predicibile) che occorre con una frequenza pari ad un certo intervallo di tempo prefissato.
- Ad esempio, troviamo una componente stagionale in una serie temporale che modella l'andamento della produzione giornaliera dei pannelli fotovoltaici.



Altre componenti della serie

- Trend e stagionalità non sono le uniche componenti in cui può essere suddivisa una serie temporale.
- Bisogna infatti tenere conto di un *rumore*, che provoca fluttuazioni casuali, ma di entità limitata, e di una componente *ciclica*, data da pattern che si ripetono ad intervalli di tempo *irregolari* (a differenza delle stagioni).
- Tipico esempio è quello legato all'andamento dei mercati finanziari.



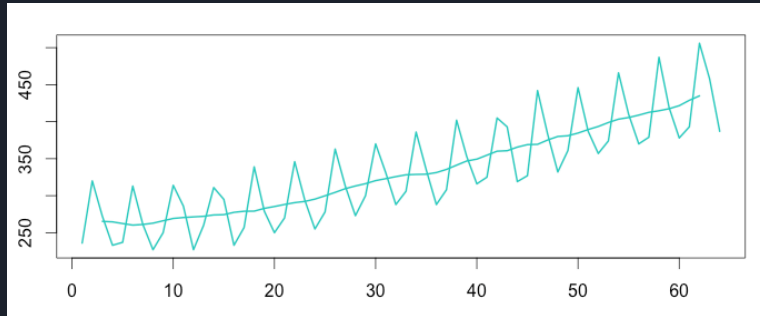


Decomposizione STL

- La tecnica della *decomposizione STL* permette di suddividere una serie temporale nelle sue diverse componenti
- Nello specifico, si può individuare la componente legata al trend, quella legata alla stagionalità, e quella legata ai contributi di rumore irregolari.
- Concettualmente, i passi da seguire sono:
 1. Individuare ed isolare un trend.
 2. Rimuovere il trend dalla serie temporale.
 3. Individuare la media su base stagionale.
 4. Esaminare il contributo legato al rumore.

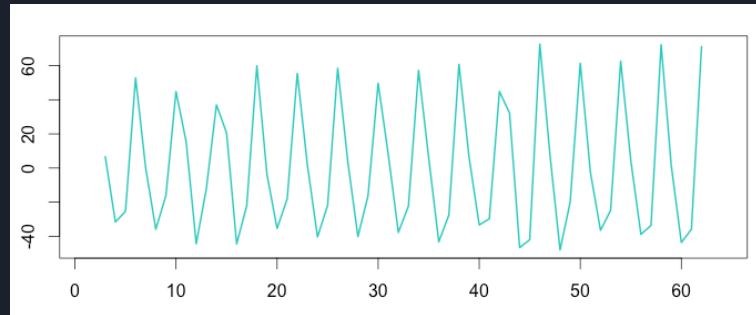
Decomposizione STL

1. **Individuare ed isolare un trend.**
 - i. Per farlo, possiamo costruire una funzione, come ad esempio descritto a [questo indirizzo](#).
2. Rimuovere il trend dalla serie temporale.
3. Individuare la media su base stagionale.
4. Esaminare il contributo legato al rumore.



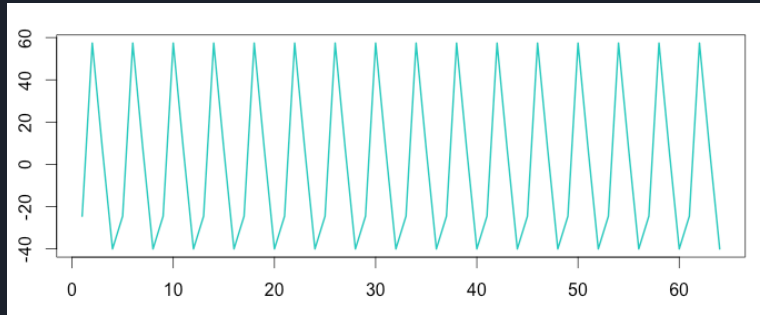
Decomposizione STL

1. Individuare ed isolare un trend.
2. **Rimuovere il trend dalla serie temporale.**
 - i. Questo significa sottrarre, istante per istante, il valore trovato in precedenza al valore assunto dalla serie.
3. Individuare la media su base stagionale.
4. Esaminare il contributo legato al rumore.



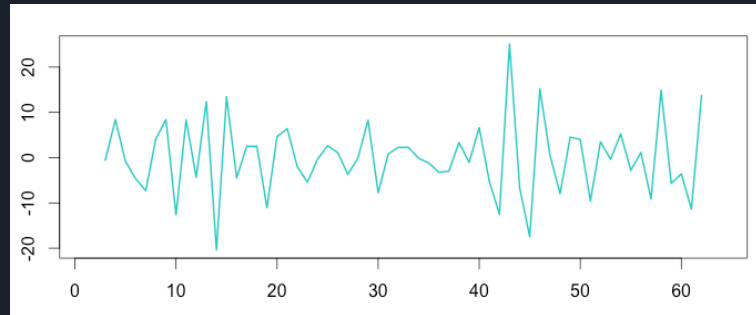
Decomposizione STL

1. Individuare ed isolare un trend.
2. Rimuovere il trend dalla serie temporale.
3. Individuare la media su base stagionale.
 - i. Per farlo, dobbiamo calcolare il valore medio di n periodi stagionali. Ovviamente, più periodi abbiamo, meglio è.
4. Esaminare il contributo legato al rumore.



Decomposizione STL

1. Individuare ed isolare un trend.
2. Rimuovere il trend dalla serie temporale.
3. Individuare la media su base stagionale.
4. **Esaminare il contributo legato al rumore.**
 - i. Per farlo, sottraiamo alla serie temporale il contributo legato al trend ed alla stagionalità.





I modelli ARIMA

- Per quanto semplice, la decomposizione STL presenta limiti notevoli.
- Infatti, presuppone che vi sia sempre e comunque un contributo legato alla stagionalità, e che il trend sia sempre dato da un'interpolazione polinomiale della serie de-stagionalizzata.
- Esistono quindi modelli più sofisticati per la caratterizzazione di una serie temporale.
- Tra tutti, quelli che hanno dato il contributo più significativo fino all'arrivo delle deep neural network sono i modelli *ARIMA*.



I modelli ARIMA

- Questi modelli sono composti da tre parti.
- La prima è una parte *autoregressiva* (AR), che mette in relazione il valore attuale della serie con quello assunto dalla stessa negli istanti di tempo immediatamente precedenti.

$$y(t) = a_0 + a_1 y(t-1) + \dots + a_{n-1} y(t-n)$$

- In questo caso, abbiamo un modello autoregressivo di ordine n



I modelli ARIMA

- La seconda parte è data da un contributo a *media mobile* (MA), che valuta l'errore di regressione (ovvero, la differenza tra il valore approssimato dalla regressione ed il valore effettivo della serie) all'istante attuale come una combinazione lineare degli errori avvenuti negli istanti precedenti.

$$y(t) = \mu + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q}$$

- In questo caso, μ è la media della serie, mentre ϵ_i è l'i-mo contributo legato ad un rumore supposto bianco.
- L'ordine del processo a media mobile è q .



I modelli ARIMA

- del valore attuale.
- I modelli ARIMA possono essere ulteriormente estesi, andando a considerare variabili esterne (esogene, o *eXogenous*), ed ottenendo un modello *ARIMAX*.
- Un altro modo di estendere un ARIMA è considerare una componente stagionale, ottenendo un *SARIMA* (*Seasonal ARIMA*).



Per approfondire

- <https://people.duke.edu/~rnau/411diff.htm>
- <https://otexts.com/fpp2/>