Capítulo I

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

La mecánica de los fluidos como una de las ciencias básicas en la ingeniería, es una rama de la mecánica que se aplica al estudio del comportamiento de los fluidos, ya sea que éstos se encuentren en reposo o en movimiento. Para su debida comprensión, su estudio debe iniciarse con el conocimiento de las propiedades físicas de los fluidos, entre las cuales las más destacadas son la densidad y la viscosidad, ya que estas se emplean comúnmente en los cálculos de los escurrimientos en distintos tipos de conductos.

Densidad

La densidad de un cuerpo es la relación que existe entre la masa del mismo dividida por su unidad de volumen.

$$densidad(\rho) = \frac{masa}{volumen}$$

En el sistema internacional de unidades la densidad del agua es de 1000 kg/m^3 a una temperatura de 4°C.

La densidad relativa de un cuerpo es un número adimensional establecido por la relación entre el peso de un cuerpo y el peso de un volumen igual de una sustancia que se toma como referencia. Los sólidos y líquidos toman como referencia al agua a una temperatura de 20°C, mientras que los gases se refieren al aire a una temperatura de 0°C y una atmósfera de presión, como condiciones normales o estándar.

Peso Específico

El peso específico de una sustancia se puede definir como la relación entre el peso de la sustancia por su unidad de volumen.

$$peso \quad específico(\gamma) = \frac{peso}{volumen}$$

Problema

Si la densidad de un líquido es de 835 kg/m^3, determinar su peso específico y su densidad relativa.

$$\gamma = \rho \, x \, g = 835 \, kg/m^3 \, x \, 9.81 \, m/s^2 \cong 8.2 \, kN$$

$$D.R. = \frac{\gamma_{sustancia}}{\gamma_{agua}} = \frac{835}{1000} = 0.835$$

Problema

Comprobar los valores de la densidad y del peso específico del aire a 30°C dados en la Tabla 1(B).

$$\gamma = \frac{P}{TR} = \frac{10336 \, kg/m^2}{303° \, K \, x \, 29.3 \, m/°K} = 1.1642 \ kg/m^3$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1.1642 \ kg/m^3}{9.81 \ m/s} = 0.1186 \, kg.seg^2/m^3.m = 0.1186 \, UTM/m$$

Problema

Comprobar los valores de los pesos específicos del anhídrido carbónico y del nitrógeno dados en la Tabla 1(A).

$$\gamma = \frac{P}{R.T} = \frac{1 \, atmósfera}{19.2 \, m/^0K \, (273.33° \, K + C)} = \frac{1.033 \, kg/cm^2 x \, 10^4 \ cm^2/m^2}{19.2 \, x \, 193.33}$$

$$= 1.83525 \, kg/m^3$$

$$\gamma = \frac{1.033 \, kg/cm^2 \ x \, 10^4 \ cm^2/m^2}{30.3 \, x \, 293.33} = 1.1630 \, kg/m^3$$

Problema

A qué presión tendrá el aire un peso específico de 18.7 kN/m^3 si la temperatura es de 49 °C?

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow P_1 = 1.033\text{kg/m}^2 \text{ x} \frac{18.7}{1.09416} \cong 176\,\text{kPa}$$

Viscosidad

La viscosidad de un fluido indica el movimiento relativo entre sus moléculas, debido a la fricción o rozamiento entre las mismas y se puede definir como la propiedad que determina la cantidad de resistencia opuesta a las fuerzas cortantes. Esta propiedad es la responsable por la resistencia a la deformación de los fluidos. En los gases disueltos, esta propiedad es importante cuando se trabaja con grandes presiones.

Algunos líquidos presentan esta propiedad con mayor intensidad que otros, por ejemplo ciertos aceites pesados, las melazas y el alquitrán fluyen más lentamente que el agua y el alcohol.

Newton formuló una ley que explica el comportamiento de la viscosidad en los fluidos que se que se mueven en trayectorias rectas o paralelas. Esta ley indica que el esfuerzo de corte de un fluido, es proporcional a la viscosidad para una rapidez de deformación angular dada.

Es importante destacar la influencia de la temperatura en la diferencia de comportamiento entre la viscosidad de un gas y un líquido. El aumento de temperatura incrementa la viscosidad de un gas y la disminuye en un líquido. Esto se debe a que en un líquido, predominan las fuerzas de cohesión que existen entre las moléculas, las cuales son mayores que en un gas y por tanto la cohesión parece ser la causa predominante de la viscosidad. Por el contrario en un gas el efecto dominante para determinar la resistencia al corte, corresponde a la transferencia en la cantidad de movimiento, la cual se incrementa directamente con la temperatura. Para presiones comunes, la viscosidad es independiente de la presión. La viscosidad así definida, se conoce como viscosidad absoluta o dinámica.

Existe otra manera de expresar la viscosidad de una sustancia y es la llamada viscosidad cinemática que relaciona la viscosidad absoluta con la densidad.

$$Vis\cos idad\ cinemática(\nu) = \frac{vis\cos idad\ absoluta(\mu)}{densidad(\rho)}$$

Problema

Determinar la viscosidad absoluta del mercurio en kg-s/m^2 si en poises es igual a 0.0158?

$\mu_{Hg} = 0.0158$ poises

$$1\,\text{Poise} = \frac{1}{98.1}\ kg - \text{s/m}^2$$

$$\mu_{Hg} = 16.1 \times 10^{-4}\ kg - s/m^2$$

Problema

Si la viscosidad absoluta de un aceite es de 510 poises. ¿Cuál es la viscosidad en el sistema kg-m-s?

$\mu_{aceite} = 510$ poises

$$\mu_{aceite} = 510 \frac{\text{Poises}}{1\,\text{Poises}} \times \frac{1}{98.1}\ \text{kg - s/m}^2 = 5.210\ \text{kg - s/m}^2$$

Problema

Qué valores tiene la viscosidad absoluta y cinemática en el sistema técnico de unidades (kg-m-s) de un aceite que tiene una viscosidad Saybolt de 155 segundos y una densidad relativa de 0.932?

$$\text{Para } 1 > 100 \Rightarrow \mu(\text{Poises}) = \left(0.0022t - \frac{1.35}{155}\right) * 0.932$$

$$\mu = 0.309\ \text{Poises} = 3.156 \times 10^{-3}\ \text{kg - s/m}^2$$

$$\text{Para } 1 > 100 \Rightarrow \nu(\text{stoke}) = 0.0022 \times 155 - \frac{1{,}35}{155}$$

$$\nu = 0.332\ \text{stokes} = 0.332\ \text{m}^2/\text{s} \times 1\text{m}^2/10^4\ \text{cm}^2$$

$$\nu = 33.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Problema

Dos superficies planas de grandes dimensiones están separadas 25 mm y el espacio entre ellas está lleno con un líquido cuya viscosidad absoluta es 0.10 kg. seg/m². Suponiendo que el gradiente de velocidades es lineal, ¿Qué fuerza se requiere para arrastrar una placa de muy poco espesor y 40 dm² de área a la velocidad constante de 32 cm/s si la plaza dista 8 mm de una de las superficies?

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = \mu \frac{v}{y}$$

$$\tau = \frac{F}{A}$$

Por producirse dos esfuerzos cortantes, se necesitan dos fuerzas para mover la placa.

$F_T = F_1 + F_2$

$$F_1 = 0.10 \text{ kg - s/m}^2 \text{ x } 0.4 \text{ m}^2 \text{ x } \frac{0.32 \text{ m/s}}{0.017\text{m}} = 0.75 \text{ kg}$$

$$F_2 = 0.10 \text{ kg - s/m}^2 \text{ x } 0.4 \text{ m}^2 \text{ x } \frac{0.32 \text{ m/s}}{0.008\text{m}} = 1.6 \text{ kg}$$

$$F_T = 0.75 + 1.6 = 2.35 \text{ kg}$$

$$\mu = 0.2 \text{ kg/m}^2 \text{ x } \frac{0.0005 \text{ m}}{0.03 \text{ m/s}} = 3.3 \text{x} 10^{-3} \text{ kg - s/m}^2$$

Isotermia e Isentropía

En el estudio del comportamiento de los fluidos, especialmente gases, en algunas ocasiones se producen condiciones de trabajo en las cuales, se mantiene constante la temperatura (isotérmica) y en otras no existe intercambio de calor entre el gas y su entorno (adiabáticas o isentrópicas).

En el caso de condiciones isotérmicas, la aplicación de la ley de los gases ideales, es adecuada para explicar las relaciones que se producen entre volumen y presión. Para condiciones adiabáticas, se introduce en la ecuación de los gases una constante k, que relaciona los calores específicos de las sustancias a presión y volumen constante. Esta constante se conoce con el nombre del exponente adiabático.

Problema

Dos metros cúbicos de aire, inicialmente a la presión atmosférica, se comprimen hasta ocupar 0.500 m^3. Para una comprensión isotérmica, ¿Cuál será la presión final?

$$P_1\forall_1 = P_2\forall_2 \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{\forall_1}{\forall_2} = 1.033 \text{ kg/cm}^2 \text{ x } \frac{2\text{m}^3}{0{,}5\text{m}^3} = 4.132 \text{ kg/cm}^2$$

Problema

En el problema anterior, ¿Cuál será la presión final si no hay pérdidas de calor durante la compresión?

$$P_1\forall_1^K = P_2\forall_2^K$$

K = 1.4 de tabla 1(A) Mecánica - Hidráulica de Fluidos R. Giles

$$P_2 = P_1\left(\frac{\forall_1}{\forall_2}\right)^K = 1.033\,x\left(\frac{2}{00.5}\right)^{1.4} = 7.20\,kg/cm^2$$

Tensión Superficial

Otra propiedad que se destaca en el estudio de los fluidos es la tensión superficial, que indica la cantidad de trabajo que debe realizarse para llevar una molécula del interior de un líquido hasta la superficie. La propiedad se produce debido a la acción de las diferentes fuerzas a que se encuentra sometida una molécula colocada en la superficie de un líquido.

Problema

¿Qué fuerza será necesaria para separar de la superficie del agua a 20°C, un aro de alambre fino de 45 mm de diámetro? El peso del alambre es despreciable.

La tensión superficial (τ) es de $7.42*10^{-3}$ kg/m

$$Perímetro\ del\ aro = 2\pi r = 2\pi\frac{(0.045)}{2} = 0.14137\,m$$

$$F = 2*Tensión\ superficial*Perímetro$$

$$F = 2*7.42*10^{-3}\,kg/m*0.14137\,m$$

$$F = 2.098*10^{-3}\,kg*9.81\,m/s^2$$

$$F = 0.0206\,N$$

Capilaridad

Cuando se trabaja en medios porosos con diámetros menores de 10 mm, es importante considerar una propiedad llamada capilaridad, que consiste en la capacidad que tiene una columna de un líquido para ascender y descender en un medio poroso. La capilaridad está influenciada por la tensión superficial y depende de las magnitudes relativas entre las fuerzas de cohesión del líquido y las fuerzas de adhesión del líquido y las paredes del medio.

Problema

¿Qué diámetro mínimo tendrá un tubo de vidrio para que el agua a 20°C no supere 0.9 mm?

$$Para T = 20^{\circ}C \Rightarrow \tau = 7.42*10^{-3} kg/m$$

$$h = \frac{2\tau \cos\sigma}{\gamma * r}$$

$$\gamma = 998 kg/m$$

$$r = \frac{2\tau \cos\sigma}{\tau h}$$

$$r = \frac{2*0.00742*}{998*0.0009}$$

$$r = 1.65*10^{-3} m$$

$$d = 2r = 2*1.65*10^{-3} m = 33.1 mm$$

Módulo de Elasticidad Volumétrica

La compresibilidad en un fluido se encuentra expresada por un modulo, llamado de elasticidad volumétrica. Expresa la relación entre la variación de la presión con respecto a la variación de volumen por unidad de volumen.

Problema

Determinar la variación de volumen de 0.28317 m^3 de agua a 26.7°C cuando se somete a una presión de 35.0 kg/cm^2. El módulo volumétrico de elasticidad a esa temperatura es igual, aproximadamente, a 22.750 kg/cm^2.

$$E = -\frac{dp}{dv/v}$$

$$dv = -\frac{35 kg/cm^2 * 0.28317 m^3}{22750 kg/cm^2}$$

$$dv = -\frac{35 kg/cm * 10^4 cm^2/m * 0.28317 m^3}{22750 kg/cm^2 * 10^4 cm^2/m^2}$$

$$dv = 0.436*10^{-3} m^3$$

Problema

¿Qué presión se ha de aplicar, aproximadamente, al agua para reducir su volumen en un 1.25% si su módulo volumétrico de elasticidad es 2.19 Gpa?

$$E = -\frac{dp}{dv/v}$$

$$dp = -E\frac{dv}{v}$$

$$\text{Presión inicial} = 2.19\ \text{GPa} * 1 = 2.19\ \text{GPa}$$

$$\text{Presión final} = 2.19\ \text{GPa} * (1 - 0.0125) = 2.1626\, GPa$$

$$\text{Presión aplicada} = \text{Presión inicial} - \text{Presión final}$$

$$\text{Presión aplicada} = 2.19\ \text{GPa} - 2.1626\ \text{GPa} = 0.0274\ \text{GPa}$$

Capítulo II

ESTÁTICA DE FLUIDOS

Concepto de Presión

De manera particular la presión puede expresarse como presión manométrica y presión absoluta. Estos conceptos de la presión se encuentran referidos a un nivel de presión determinado(nivel de referencia de la presión), que en el caso de la presión absoluta es cero, que es la mínima presión alcanzable cuando se tiene el vació absoluto. Las presiones manométricas se encuentran referidas a la presión atmosférica.

Manómetros

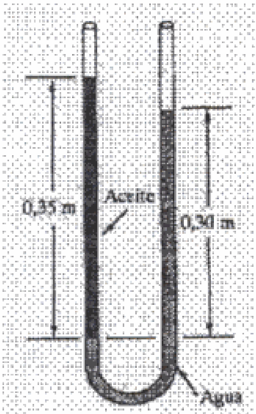
Los manómetros son dispositivos que se utilizan para medir la presión. Existen diferentes dispositivos para medir la presión entre los cuales es conveniente mencionar el medidor de Bourdon y los manómetros de columna de líquido.

El medidor de Bourdon es un dispositivo mecánico, de tipo metálico, que en general se encuentra comercialmente y que basa su principio de funcionamiento en la capacidad para medir la diferencia de presión entre el exterior y el interior de un tubo elíptico, conectado a una aguja por medio de un resorte, encargándose la aguja de señalar en una carátula la presión registrada para cada situación particular.

Los manómetros de columna líquida, miden diferencias de presión más pequeñas, referidas a la presión atmosférica, al determinar la longitud de una columna de líquido. Generalmente el dispositivo más sencillo para medir la presión atmosférica es el tubo piezométrico, el cual debe tener por lo menos 10 mm de diámetro con el fin de disminuir los efectos debidos a la capilaridad. En algunas ocasiones el tubo piezométrico adopta una forma de U, con el objeto de facilitar la determinación de la presión y en otras la instalación de un tubo piezométrico entre dos recipientes, permite determinar la diferencia de presión entre los fluidos que ocupan los recipientes. Cuando se requiere medir presiones muy pequeñas, se utilizan manómetros de tubo inclinado, el cual permite una escala amplia de lectura.

Problema

En la figura se muestra un tubo de vidrio en U abierto a la atmósfera por los dos extremos. Si el tubo contiene aceite y agua, tal como se muestra, determinar la densidad relativa del aceite.



P_{aceite} = Presión por peso específico de la columna de aceite

$$P_{\text{aceite}} = \gamma_{aceite} * h = \gamma_{aceite} * 0.35$$

P_{agua} = Presión por peso específico de la columna de agua

$$P_{\text{agua}} = \gamma_{agua} * h = 1000 * 0.3\,m$$

$$P_{\text{aceite}} = P_{agua}$$

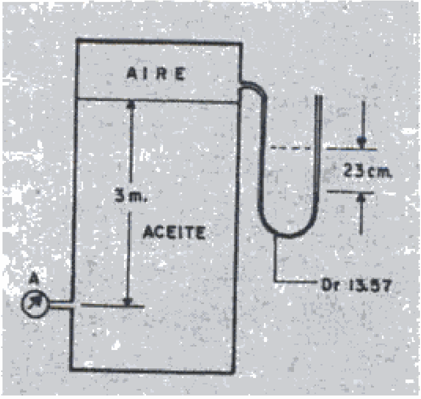
$$\gamma_{aceite} * 0.35 = 1000 * 0.3$$

$$\gamma_{aceite} = \frac{1000 * 0.3}{0.35} = 857\,kg/m^3$$

$$\text{Densidad relativa} = \frac{857}{1000} = 0.86$$

Problema

El depósito de la figura contiene un aceite de densidad relativa 0.750. Determinar la lectura del manómetro A en kg/cm^2.



Tomando en el piezómetro un nivel de referencia aa′

$P_a = P_{aire} + \gamma_{sustancia} \text{ x } 0.23\,m$

$P_a^1 = P_{atmosferica}$

$P_a = P_a^1$

$P_{aire} + \gamma_{sustancia} \text{ x } 0.23 = P_{atmosferica}$

Tomando como nivel de referencia la presión atmosférica

$P_{aire} + \gamma_{sustancia} \text{ x } 0.23 = 0$

$P_{aire} = -3121.1\,kg/m^2$

$P_{A(Manometrica)} = P_{aire} + \gamma_{aceite} \text{ x } 3\,m$

$P_A = -3121.1\,kg/m^2 + 750\,kg/m^3 \text{ x } 3\,m = -8.711 \text{x} 10^{-2}\,kg/cm^2$

Problema

Un depósito cerrado contiene 60 cm de mercurio, 150 cm de agua y 240 cm de un aceite de densidad relativa 0.750, conteniendo aire el espacio sobre el aceite. Si la presión manométrica en el fondo del depósito es de 3.00 kg/cm², ¿cuál será la lectura manométrica en la parte superior del depósito?

$P_A = P_B + \gamma_{aceite} \text{ x } 8\,pies + \gamma_{agua} \text{ x } 5\,pies + \gamma_{Hg} \text{ x } 2\,pies$

$P_B = P_A - (\gamma_{aceite}) \text{ x } 8\,pies + \gamma_{agua} \text{ x } 5\,pies + \gamma_{Hg} \text{ x } 2\,pies$

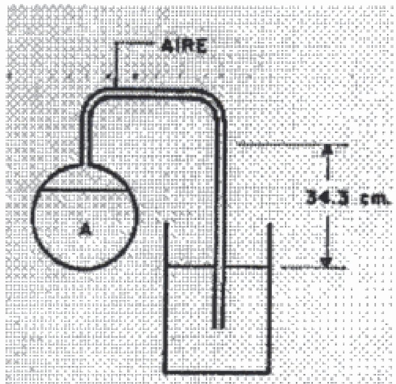
$P_B = 23{,}5\,PSI$

$P_A = \text{Presión abajo}$

$P_B = \text{Presión arriba}$

Problema

Con referencia a la figura, el punto A está 53 cm por debajo de la superficie de un líquido con densidad relativa 1.25 en el recipiente. ¿Cuál es la presión manométrica en A si el mercurio asciende 34.30 cm en el tubo?



$$P_A = P_a + \gamma_s \text{ x } 0.53 \text{ m}$$

$$P_0^{'} = P_a{'} + \gamma_{Hg} \text{ x } 0.343$$

$$P_{ao} = P_{atmosferica} = 0$$

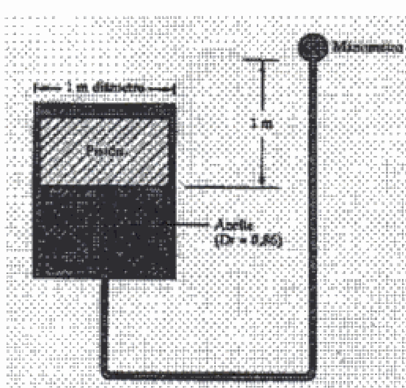
$$P_0^{'} = P_{ao} \Rightarrow P_a^{'} = -46545 \text{ kg/m}^2$$

$$P_a^{'} = P_a$$

$$P_A = -46545 \text{ kg/m}^2 + 662.5 \text{ kg/m}^2 \cong -0.4 \text{ kg/cm}^2$$

Problema

En la figura, calcular el peso del pistón si la lectura de presión manométrica es de 70 Kpa.



$$\text{Presión pistón} = \frac{\text{Peso pistón}}{\pi\, d^{2/4}}$$

$$\text{Presión aceite} = \text{Presión manómetro} + \text{Presión columna}$$

$$\text{Presión aceite} = 70000\ \text{N/m}^2 + 860\,kg/m^3 * 1m * 9.81\,m/s^2$$

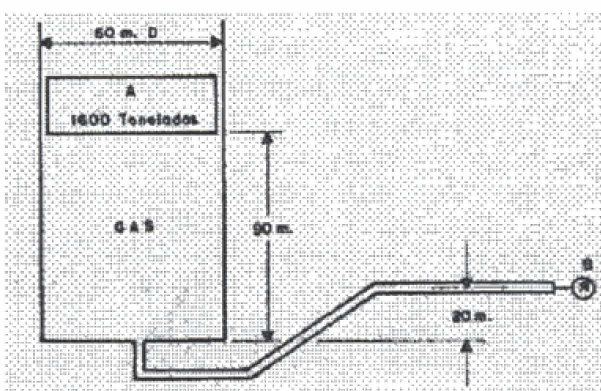
$$\text{Presión aceite} = 70000\ \text{N/m}^2 + 8437\,N/m^2 = 78436.6\,N/m^2$$

$$\text{Presión pistón} = \text{Presión aceite}$$

$$\text{Peso pistón} = 78.4\ \text{KN/m}^2 * \pi \frac{(1)^2}{4} = 61.6\ \text{KN}$$

Problema

Despreciando el rozamiento entre el pistón A y el cilindro que contiene el gas, determinar la presión manométrica en B, en cm de agua. Suponer que el gas y el aire tienen pesos específicos constantes e iguales, respectivamente, a 0560.



$$P_a = P_A + \gamma_g \times 90\ \text{m}$$

$$P_A = \frac{4 \times 1600000\ \text{kg}}{\pi (D)^2} = 565.8\ \text{kg/m}^2$$

$$P_a = 565.8\ \text{kg/m}^2 + 50.4\ \text{kg/m}^2 = 616.2\ \text{kg/m}^2$$

$$P_a' = P_B\, \gamma_{gas} \times 20\ \text{m} \Rightarrow P_a = P_a'$$

$$P_B = 612.2\ \text{kg/m}^2 - \gamma_{gas} \times 20\,\text{m} = 605\ \text{kg/m}^2 = 0.605\,\text{m (columna agua)}$$

Problema

Los recipientes A y B que contienen aceite y glicerina de densidades relativas 0.780 y 1.250, respectivamente, están conectados mediante un manómetro diferencial. El mercurio del manómetro está a una elevación de 50 cm en el lado de A y a una elevación de 35 cm en el lado de B. Si la cota de la superficie libre de la glicerina en el depósito B es de 6.40 m. ¿A qué cota está la superficie libre del aceite en él recipiente A?

$$P_a = P_{aire} + \gamma_B\,(6.05\text{m}) = 10336\ \text{kg/m}^2 + 1250\,\text{kg/m}^3 \text{x}\, 6.05\text{m} = 17898{,}5\ \text{kg/m}^2$$

$$P_o^{\cdot} = P_{aire} + \gamma_A \text{x} h^{\cdot} + \gamma_{Hg} \text{x}\, 0.15\,\text{m} = 10336\ \text{kg/m}^2 + 780h^{\cdot} + 13590\ \text{kg/m}^3 \text{x}\, 0.15\text{m}$$

$$P_o^{\cdot} = 123745\ \text{kg/m}^2 + 780\text{h}$$

$$P_o = P_o^{\cdot} \Rightarrow h = 7.08\text{m}$$

$$h_{total} = h^{\cdot} + 0.5\text{m} = 7.58\text{m}$$

Esta es la altura de la superficie libre en el tanque A, y la distancia h será la superficie libre del aceite.

Problema

Un depósito A, a una elevación de 2.50 m contiene agua a una presión de 1.05 kg/cm². o depósito B, a una elevación de 3.70 m contiene un líquido a una presión de 0.70 kg/seg². Si la lectura de un manómetro diferencial es de 30 cm de mercurio, estando la parte más baja en el lado de A y a una costa de 30 cm, determinar la densidad relativa del líquido contenido en B.

$$P_a = \gamma_{aguas}\ (2{,}5\text{m} - 0.3\text{m}) + 10500\ \text{kg/m}^2 = 12700\ \text{kg/m}^2$$

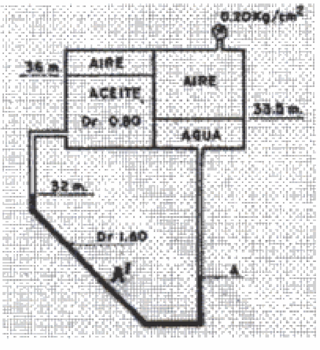
$$P_a^{\cdot} = 7000\ \text{kg/m}^2 + 13600 \text{ x } 0.3 + \gamma_{liquido}(3.7 - 0.6)m$$

$$P_a = P_a^{\cdot} \Rightarrow \gamma_{liquido} = 522.58\ \text{kg/m}^3$$

$$\text{D.R.} = 0.525$$

Problema

El aire del recipiente de la izquierda de la figura está a una presión de - 23 cm de mercurio. Determinar la cota del líquido manométrico en la parte derecha en A.



Para un nivel de referencia AA′ en el tubo piezométrico

$$P_A = 0.20\,\text{kg/cm}^2 + \gamma_{H_2O}(33.5 - 32) + \gamma_{H_2O} * h \qquad \textbf{(1)}$$

El aire del recipiente de la izquierda está a -23 cm de mercurio.
76 cm de mercurio equivalen a 10336 kg/m²
- 23 cm de mercurio equivalen a -3128 kg/m²

$$P_A^1 = -3128\text{kg/m}^2 + \gamma_{aire}(36\text{-}32) + \gamma_{liquidamanometrico} \qquad \textbf{(2)}$$

Igualando (1) = (2)

$$2000\ \text{kg/m}^2 + \gamma_{H_2O}\ \text{x}\,1.5\text{m} + \gamma_{H_2O}\text{h} = 3128\,\text{kg/m}^2 + \gamma_{\text{aceite}}\,4 + \gamma_{\text{liquido manometrico}}\text{h}$$

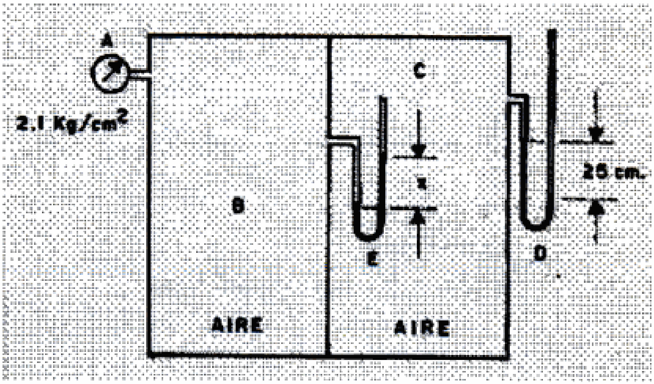
$$2000 + 1500 + 3128 - 3200 = (1600 - 1000)\text{h}$$

$$\text{h} = 5.71\text{m}$$

Cota del punto a = 32 m - 5.71 m = 26.3 m

Problema

Los compartimentos B y C de la siguiente figura están cerrados y llenos de aire. La lectura barométrica en 1.020 Kg/cm². Cuándo los manómetros A y D marcan las lecturas indicadas, ¿Qué valor tendrá X en el manómetro E de mercurio?



Se toman dos niveles de referencia. El primero (1-1′) en el piezómetro exterior y el segundo (3-3′) en el piezómetro interior.

$$P_3 = 2.1\,\text{kg/cm}^2$$

$$P_3' = P_c + \gamma_{Hg} X$$

$$P_3 = P_3'$$

$$P_1 = P_{\text{atmosferic a}}$$

$$P_1' = P_c + \gamma_{Hg}\ x\ 0.25$$

$$P_1 = P_1'$$

$$P_c = P_1 - \gamma_{Hg}\,x\ 0.25$$

$$P_c = -\gamma_{Hg}\ x\ 0.25$$

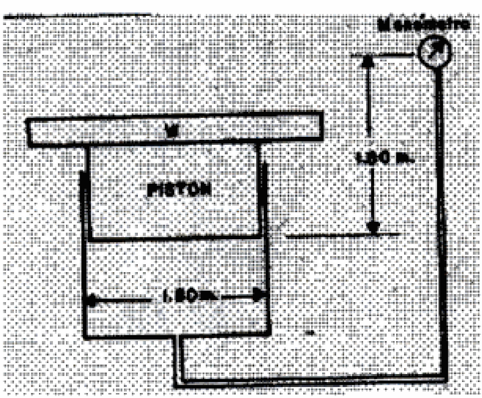
$$P_3' = -\gamma_{Hg}\ x\ 0.25 + \gamma_{Hg} X$$

$$2.1\ \text{kg/cm}^2 = -\gamma_{Hg}\,x0.25 + \gamma_{Hg} X$$

$$X = 1.80\ \text{m}$$

Problema

El cilindro y el tubo mostrados en la figura contienen aceite de densidad relativa 0,902. Para una lectura manométrica de 2.20 kg/cm². ¿Cuál es el peso total del pistón y la placa W?



$$P_a' = P_A + \gamma_{aceite}\ 6\,\text{pies}$$

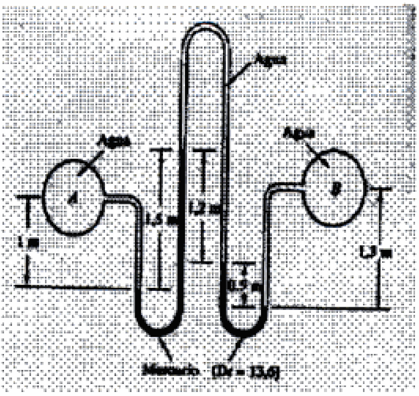
$$P_a = \frac{\text{Peso(pistón + w)}}{A_{cilindro}}$$

$$P_a = P_a'$$

$$Peso\,(\text{pistón} + \text{W}) = 136405\ \text{lb}$$

Problema

Determinar la presión diferencial entre las tuberías A y B para la lectura del manómetro diferencial que se muestra en la figura.



$$P_A = P_B - \gamma_{agua} * 1.3 + \gamma_{Hg} * 0.5 + \gamma_{agua} * 1.2 - \gamma_{Hg} * 1.5 + \gamma_{agua} * 1.0$$

$$P_A - P_B = -\gamma_{Hg} * 1.0 + \gamma_{agua} * 0.9$$

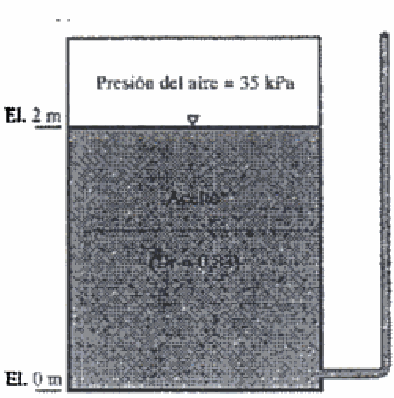
$$P_A - P_B = -13600 * 1.0 + 10000.9$$

$$P_A - P_B = -13600\, kg/m^2 + 900\, kg/m^2$$

$$P_A - P_B = -12400\, kg/m^2 * 9.81\, m/seg \cong 124.6\, kPa$$

Problema

En la figura se muestra un depósito cerrado que contiene aceite bajo presión de un colchón de aire. Determinar la elevación de la superficie libre del aceite en el piezómetro conectado.



Presión columna de aceite = Presión aire

$$P_1 = 35\,kPa + \gamma_{aceite} * 2$$

$$P_1 = 35\,kPa + 830 * 2 * 9.81$$

$$P_1 = 51284.6\,Pa$$

$$P_1^I = \gamma_{aceite} * X$$

$$P_1 = P_1^I$$

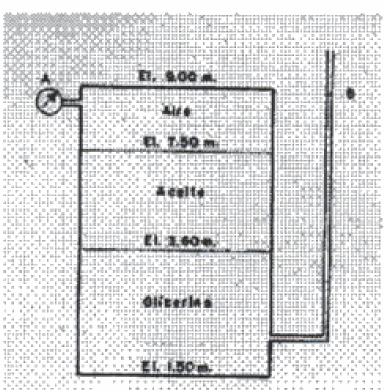
$$51284.6 = \gamma_{aceite} * X$$

$$X = \frac{51284.6}{\gamma_{aceite}}$$

$$X = \frac{51284.6\,N/m^2}{830 * 9.81\,N/m} \cong 6.30\ m$$

Problema

Con referencia a la siguiente figura, ¿qué presión manométrica de A hará que la glicerina suba hasta el nivel B? Los pesos específicos del aceite y glicerina son 832 y 1250 kg/m³, respectivamente.



$$P_c = P_E = (90 - 3.6)x1250\,\text{kg/m}^3 = 6750\,\text{kg/m}^2$$

$$P_D = P_c - (\gamma_{aceite}\ \text{x h}) = 6750 - (75 - 3.6)x832\,\text{kg/m}^2 = 3505.2\,\text{kg/m}^2 = 0.35\,kg/cm^2$$

Problema

Para levantar una plataforma de 10 toneladas se utiliza un gato hidráulico. Si en el pistón actúa una presión de 12 kg/cm^2 y es transmitida por un aceite de densidad relativa 0.810, qué diámetro se requiere?

$$P_{\text{pistón}} = \frac{\text{peso}}{\text{área}}$$

$$12\ \text{kg/cm}^2 = \frac{10000\ \text{kg}}{\dfrac{\pi D^2}{4}}$$

Despejando el diámetro

D= 32.57 cm

Problema

Si el peso específico de la glicerina es 1260 kg/m^3, qué presión de succión se requerirá para elevar la glicerina 22 cm en un tubo de 12,50 mm de diámetro?

$$\text{Presión} = \gamma H$$

$$\text{Presion} = 1260\ \text{kg}/\text{m}^3(-0.22\text{m}) = -277.2\ \text{kg}/\text{m}^2$$

El resultado negativo indica que se presenta una succión

En una gota de agua, actúa la tensión superficial, dando lugar a una presión en el interior de la gota, superior a la presión del exterior. Para el análisis de esta situación se realiza un balance de las fuerzas que están actuando sobre la superficie de una gota de agua, descomponiendo las fuerzas en los componentes en los tres ejes, lo cual permite relacionar la fuerza que actúa sobre la gota de agua, considerando una proyección sobre una superficie plana, con la fuerza de tensión superficial que actúa sobre el perímetro de la gota

Problema

¿Cuál es el valor de la presión interior en una gota de lluvia de 1,50 mm de diámetro si la temperatura es de 21°C?

$$\sigma = \frac{1}{4} pd$$

$$P = 19.6664 kg / m^2$$

Interpolando para T = 21°C

T	σ
20	0.007380
21	0.007374
25	0.007350

Capítulo III

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES

La acción de una fuerza ejercida sobre una superficie plana, da como resultado una presión, que en el caso de un líquido, determina la existencia de numerosas fuerzas distribuidas normalmente sobre la superficie que se encuentra en contacto con el líquido. Sin embargo desde el punto de vista de análisis estático, es conveniente reemplazar éstas fuerzas, por una fuerza resultante única equivalente.

En el caso de una superficie horizontal, ésta se encuentra expuesta a una presión constante. Cuando la superficie es inclinada con relación a la superficie del fluido en reposo, la línea de acción de la fuerza resultante, se localizará no en el centro de gravedad de la superficie, sino en punto llamado el centro de presión, el cual se encuentra localizado en la superficie, a una distancia mayor desde la superficie libre, que la distancia al centro de gravedad de la placa.

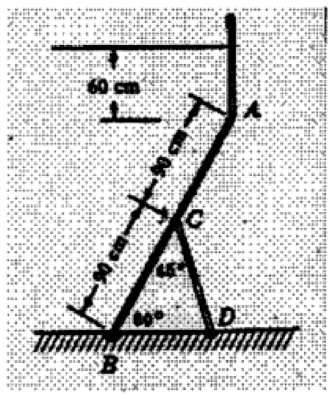
La determinación del centro de presión de una superficie sumergida puede ser determinada, aplicando el teorema de loas momentos, en el cual el momento de la fuerza resultante con relación a un punto de referencia, debe ser igual a los momentos de las fuerzas elementales que ejercen su acción sobre la superficie.

Cuando un líquido en reposo actúa sobre una superficie curva, la fuerza resultante producida por el efecto del líquido sobre la placa, está conformada por dos componentes. Una componente de tipo horizontal que se calcula como la fuerza ejercida sobre la proyección vertical de la superficie, actuando esta componente sobre el centro de presión de la proyección vertical y otra componente de tipo vertical, que corresponde a la fuerza hidrostática o peso del líquido ejercida por el cuerpo, que actúa sobre el centro de gravedad del volumen.

En las presas, las fuerzas hidrostáticas tienden a producir deslizamientos horizontales y volcamientos que en las presas de gravedad deben ser contrarrestados por una adecuada distribución de cargas volumétricas. En estos casos es conveniente considerar la estabilidad de la presa, para lo cual deben determinarse coeficientes de seguridad contra el volcamiento y el deslizamiento y la presión sobre la base de la presa

Problema

Encontrar para la compuerta, AB de 2.5 m de longitud, la fuerza de comprensión sobre el apoyo CD, por la presión del agua. (B, C y D son puntos articulados)



Solución al problema por la metodología formulada en el estudio de la estática:

La fuerza total ejercida por el agua sobre la compuerta AB se puede aplicar en un solo punto. Ese punto es llamado el centro de gravedad del sistema.

W1 = (1000) (0.6) (0.9) (2.5) = 1350 kilogramos

W2 = (1000) (0.5) (0.9) • (1.56) (2.5) = 1753.7 kilogramos

$\Sigma\, Mx = \bar{y}\,\Sigma\, W = \Sigma\, \bar{y}\, W$ $\qquad$ $\Sigma Mx = \bar{x}\,\Sigma\, W = \Sigma\, \bar{y}\, W$

$\Sigma Mx = \bar{y}\,\Sigma\, A = \Sigma\, \bar{y}\, A$ $\qquad$ $\Sigma My = \bar{x}\,\Sigma\, A = \Sigma\, \bar{x}\, A$

Componente de peso	Area (m^2)	$\bar{x}\,(m)$	$\bar{x}\,A\,(m^3)$
Rectángulo 1	0.54	0.45	0.24
Triángulo 1	0.70	0.30	0.21
Σ	1.24		0.45

$$\bar{x}\,\Sigma\, A = \Sigma\, \bar{x}\, A$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma\, \bar{x}\, A}{\Sigma\, A} = 0.36\text{ m}$$

El peso (w), se encuentra aplicado a 0.36 m del punto B

$W_T = W_1 + W_2 = 3103.7$ Kilogramos fuerza.

Componente Empuje	Area (m^2)	$\bar{y}(m)$	$\bar{y}\ a(m^3)$
Rectángulo	0.94	0.78	0.73
Triángulo	1.22	0.52	0.63
Σ	2.16		1.36

$$\bar{y}\ \Sigma A = \Sigma \bar{y}\ A$$

$$\bar{y} = \frac{1.36}{2.16} = 0.63\ \text{m}$$

El empuje (E) se encuentra aplicado a 0.63 m del punto B

$E_T = E_1 + E_2 = 5375.8$ kg

Realizando simetría de momentos con respecto al punto B

$$+\uparrow \Sigma M_B = 0$$

$$- W_T (0.36) - E_T (0.63) + R (0.64) = 0$$

$$R = \frac{(3103.7)(0.36) + (5375.8)(0.63)}{0.64} = 7.037\ \text{kg}$$

$$F_R = \sqrt{(3104)^2 + (5378)^2} \approx 6210\ \text{kg}$$

Solución al problema por métodos planteados en mecánica de fluidos:

$$\text{Sen } 60^0 = \frac{h_{cg}}{Y_{cg}}$$

$$h_{cg} = Y_{cg}\ \text{Sen } 60^0 = 0.9\ \text{Sen } 60^0 = 0.78\ \text{m}$$

$$h_{cg\ total} = 0.60 + 0.78 = 1.38\ \text{m}$$

$$Y_{cg\ total} = \frac{h_{cg\ total}}{\text{Sen } 60^0} = 1.59\ \text{m}$$

$$F = \gamma \; h_{cg\,total} \; A = 1000 * 1.38 * (1.8 * 2.5) = 6210 \, kg$$

$$I_{cg} = \frac{bh^3}{12} = \frac{2.5\,(1.8)^3}{12} = 1.215 \, m^4$$

$$Y_{cp} = Y_{cg\,total} + \frac{I_{cg}}{Y_{cgT} \; A} = 1.59 + \frac{1.215}{1.59\,(1.8 * 2.5)} = 1.76 \, m$$

Longitud total 00^I

$$\text{Sen } 60^0 = \frac{h_{cg}}{Y_{cg}}$$

$$Y_{cg} = \frac{0.6}{\text{Sen } 60^0} = 0.69 \, m$$

longitud Total $0B' = 0.69 + 1.8 = 2.49$ m

Longitud brazo $B'B = 0^1B - Y_{cgT} = 2.49 - 1.76 = 0.73$ m

$$\text{Cos } 45^0 = \frac{F}{F_1}$$

$$F_X = F_1 \text{ Cos } 45^0$$

Tomando momentos con respecto del punto B

$F \cdot 0.73 = F_1 \text{ Cos } 45^0 \cdot 0.9$

$F_1 = 7140$ kg

Problema

Una compuerta rectangular AB de 3.6 m de alto y 1.5 m de ancho, está colocada verticalmente y puesta a 0.15 m abajo del centro de gravedad de la compuerta. La profundidad total es de 6 m. ¿Cuál es la fuerza F horizontal que debe ser aplicada en la base de la compuerta para encontrar el equilibrio?

$$F_1 = \gamma \; [(6 - 3.6) + 1.8] * (3.6 * 1.5)$$

$$F_1 = 22680 \text{ Kg}$$

$$Y_{cg} = 2.4 + \frac{3.6}{2} = 4.2 \text{ m}$$

$$Y_{cp} = \frac{1.5\,(3.6)^2 / 12}{4.2\,(3.6 * 1.5)} + 4.2 = 4.46 \text{ m}$$

$Y = Y_T - Y_{cp} = 6 - 4.46 = 1.54$ m

$x + y = 1.65$ m

$x = 1.65 - 1.54 = 0.11$ m

Tomando momentos con respecto al eje de giro

$F_1 X = F * 1.65$

$$F = \frac{22680 \text{ x } 0.11}{1.65} = 1473 \text{ kg}$$

Segundo método

$E_1 = 2.4\gamma * 3.6 * 1.5 = 12960$ kg , $b_1 = 0.15$ m

$$E_2 = \frac{3.6\gamma * 3.6 * 1.5}{2} = 9720 \text{ kg} \quad , \quad b_2 = 0.45 \text{ m}$$

$b_3 = 1.65$ m

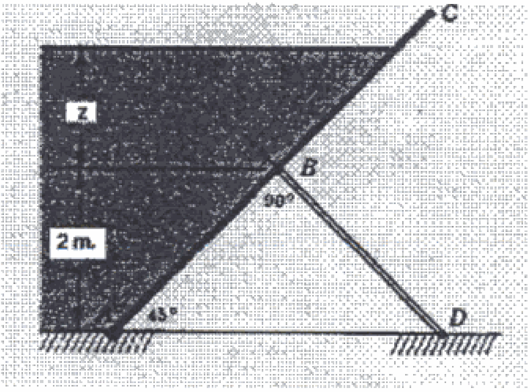
$+\uparrow \Sigma M$ eje giro $= 0$

$-E_1 * b_1 + E_2 * b_2 - F * b_3 = 0$

$F = 1473$ kg

Problema

Encontrar la dimensión Z para que la tensión en la barra BD, no supere por 8000 kg, cuando el ancho de la compuerta es de 1.2m y considerando que los puntos B y D están articulados.



Solución al problema por métodos planteados en estática:

$$\text{Peso (W)} = \gamma \ * \text{Area} * h = \gamma \ * \text{Area} * L$$

$$\text{base} \ = 2 + Z$$

$$\text{altura} = 2 + Z$$

$$\text{Peso (W)} = \gamma \ * \frac{(2+Z)}{2} * 1.2 = 0.6 \ \gamma \ (2+Z)^2 \ , \qquad bw = \frac{(2+Z)}{3}$$

$$\text{Empuje (E)} = \gamma \ \frac{h^2}{2} * L = \gamma \ \frac{(2+Z)^2}{2} * 1.2 = 0.6 (2+Z)^2, \ \ b_E = \frac{(2+Z)}{3}$$

$$+\uparrow \Sigma \, MA = 0$$

$$F * \text{brazo} - \text{Peso} * \text{brazo} - \text{Empuje} * \text{brazo} = 0$$

$$8000 * \frac{2}{\text{Sen } 45^0} - 0.6 \gamma \ (2+Z)^2 * \frac{(2+Z)}{3} - 0.6 \gamma \ (2+Z)^2 * \frac{(2+Z)}{3} = 0$$

$$22627 - 0.4 \gamma \ (2+Z)^3 = 0$$

$$Z = 1.84 \text{ m}$$

Solución al problema por métodos planteados en mecánica de fluidos

$$\text{Cos } 45^0 = \frac{h_{cg}}{Y_{cg}}$$

$$h_{cg} = y_{cg} \text{ Cos } 45^0$$

$$\text{Cos } 45^0 = \frac{h_T}{Y_T}$$

$$h_T = Y_T \text{ Cos } 45^0$$

$$y_T = 2 \, Y_{cg}$$

$$F = \gamma \ * hcg * A$$

$$F = \gamma \ \ Y_{cg} \text{ Cos } 45^0 \left(1.2 \, y_T\right)$$

$$Y_T = Y_{cp} + y_{brazo}$$

$$Y_{cp} = \frac{I_{cg}}{A Y_{cg}} + Y_{cg}$$

$$I_{cg} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1.2\left(Y_T\right)^3}{12} = 0.1\,Y_T{}^3$$

$$y_{cp} = \frac{0.1Y_T{}^3}{1.2y_T\,\frac{Y_T}{2}} + \frac{Y_T}{2} = 0.67\,Y_T$$

$$Y_{brazo} = Y_T - Y_{cp} = Y_T - 0.67\,Y_T = 0.33\,Y_T$$

$$\cos 45^0 = \frac{2}{h}$$

$$h = 2\cos 45^0 = 2.83\text{m}$$

$$+\uparrow \Sigma MA = 0$$

$$-F * y_{brazo} + Fh = 0$$

$$\gamma\ \frac{Y_T}{2} * \cos 45^0 * 1.2Y_T * 0.33Y_T = 8000 * 2.83$$

$$Y_T = 5.45\text{m}$$

$$h_T = 3.85\text{m}$$

$$Z = h_T - 2 = 1.85\text{ m}$$

Problema

Un aceite de densidad relativa 0.3 actúa sobre un área triangular cuyo vértice está en la superficie del aceite. El área del triángulo es de 3. m de base por 2.7 m de altura. Un área rectangular de 3.6 m de base y 2.4 m de altura se une al área triangular y está sumergida en agua. Encontrar el módulo y posición de la fuerza resultante para el área entera.

Fuerza sobre el aceite

$$F = 800 * \left(\frac{2}{3} * 2.7\right)\left(\frac{2.7 * 3.6}{2}\right) = \ 6998.4\text{ kg}$$

Fuerza sobre el agua

$$F = PA$$

$$F = \left(\gamma_{\ aceite} * h_{cg} + \gamma_{\ agua} * h_{cg}\right)A$$

$$F = \left(2.7 * 800 + \frac{2.4}{2} * 1000\right)(3.6 * 2.4) = \ 29030.4\ \text{kg}$$

Fuerza Total = 6998.4 + 29030.4 = 36028.8 kg

Punto de aplicación del empuje ejercido por el aceite

$$Y_{cp} = \frac{I_{cg}}{Y_{cg}} + Y_{cg}$$

Pero $Y_{cg} = h_{cg}$

$$I_{cg} = \frac{bh^3}{36} = \frac{3.6(2.7)^3}{36} = 1.9683\,m^4$$

$$Y_{cp} = \frac{1.9683}{1.8\left(\frac{2.7*3.6}{2}\right)} + 1.8 = 2.025\,m$$

Punto de aplicación del empuje ejercido por el agua

Tomando un nivel imaginario del aceite y convirtiendo éste a un nivel equivalente de agua.

$$h_{cg} = 2.16 + \frac{2.4}{2} = 3.36\,m$$

$$Y_{cp} = \frac{bh^3/_{12}}{Y_{cg}\,A} + y_{cg} = \frac{(3.6)(2.4)^3/_{12}}{3.36(2.4)(3.6)} + 3.36 = 3.5m$$

Realizando una diferencia entre la superficie original del aceite y la columna equivalente del agua:

2.7 m - 2.16 m = 0.54 m

El punto de aplicación de la fuerza Y_{cp}, se toma con respecto del original

Y_{cp} = 3.5 m + 0.54 m = 4.04 m

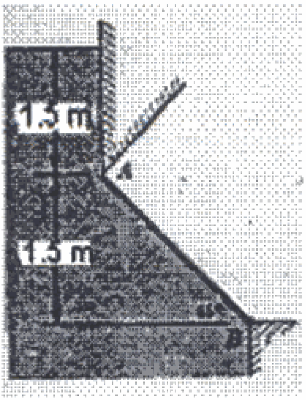
Por suma de momentos

6998.4 * 2.025 + 29030.4 * 4.04 = 36028.8 * y

y = 3.63 m

Problema

La compuerta AB está fija en B y tiene 1.2 m de ancho. ¿Qué fuerza vertical, aplicada en su centro de gravedad, será necesaria para mantener la compuerta en equilibrio, si pesa 200 kg?



Rectángulo

$$\text{Empuje} = \text{Presión} * \text{Área}$$

$$\text{Empuje}_1 = 3\gamma \ (1.5 * 1.2) = 5400 \text{ kg}, \qquad be_1 = \frac{h}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75 \text{ m}$$

$$\text{Empuje}_2 = 1.5\gamma \ (1.5 * 1.2) = 2700 \text{ kg}, \qquad be_2 = \frac{h}{3} = \frac{1.5}{3} = 0.50 \text{ m}$$

$$\text{Peso} = 2000 \text{ kg}, \qquad bw = \frac{1.5}{2} = 0.75 \text{ m}$$

que es la fuerza aplicada para mantener la compuerta cerrada

tomando momentos alrededor del punto B

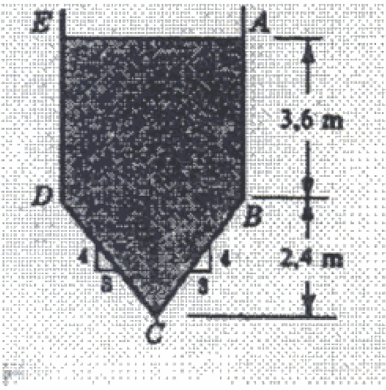
$$+\uparrow \Sigma Mb = 0$$

$$5400 * 0.75 + 2700 * 0.5 = 2000 * 0.75 + F * 0.75$$

$$F = 5200 \text{ kg}$$

Problema

En un tanque de 6 m de longitud y una sección transversal, el agua está en el nivel AE, encuentre: a) La fuerza total que actúa en el lado BC b) la fuerza total que actúa sobre el área ABCDE en magnitud y posición.



$$F_1 = 1000 * \frac{3.6}{2} * (3.6 * 3.6) = 23328\ \text{kg}$$

$$Y_{cp_1} = \frac{I_{cg}}{AY_{cg}} + Y_{cg} = \frac{3.6 * (3..6)^3/12}{(3.6 * 3.6) * 1.8} + 1.8 = 2.4\ \text{m}$$

$$F_2 = 1000 * \left(3.6 + \frac{2.4}{3}\right) * \left(\frac{3.6 * 2.4}{2}\right) = 19008\ \text{kg}$$

$$Y_{cp_2} = \frac{3.6 * (2.4)^3/36}{(3.6 * 2.4) * \left(3.6 + \frac{2.4}{3}\right)} + \left(3.6 + \frac{2.4}{3}\right) = 4.47\ \text{m}$$

$F_{total} = F_1 + F_2 = 42.336$ kg

Tomando momentos con respecto al punto 0

$23328 * 2.4 + 19008 * 4.47 = 42336 * Y_{cp}$

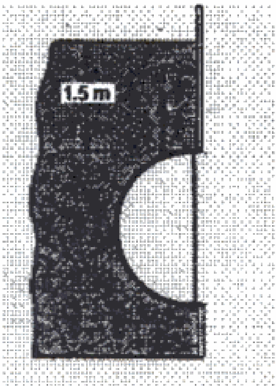
$Y_{cp} = 3.33$ m

Fuerza total sobre la superficie ABCDE

$F = 1000 * (3.6 + 1.2) * (3.6) = 86400$ kg

Problema

En la figura por encima de la compuerta en semicírculo de 1.2 m de diámetro, hay una altura de agua de 90 cm. La profundidad del cilindro es de 1.0 m. Si el coeficiente de fricción entre la compuerta y las guías es de 0.1 determine la fuerza P requerida para elevar la compuerta que pesa 500 kg.



$$Fr = \mu N$$

$$N = Fh = \gamma * h_{cg} * A = 1000 * (1.5 + 0.6) * (1.2 * 1) = 2520 \, kg$$

$$Fr = 0.1 * 2520 = 252 \, kg$$

$$Fv = \text{Peso Volumen desalojado} = \gamma \quad V = \gamma \quad AL = \gamma \quad \frac{\pi \ r^2}{2} L$$

$$Fv = \frac{\gamma \ \pi \ (0.6)^2}{2} * 1 = 565.5 \, kg$$

$$+\uparrow \ \Sigma \ Fy = 0$$

$$Fv + P - W - Fr = 0$$

$$P = 500 + 252 - 565.5 = 186.5 \, kg$$

Problema

Un depósito de paredes laterales contiene un 1 m de mercurio y 5.5 m de agua. Determinar la fuerza total sobre una porción cuadrada de 0.5 m por 0.5 m, la mitad de la cual se encuentra sumergida en el mercurio: Los lados del cuadrado están situados vertical y horizontales respectivamente.

$$E_1 = \text{Presión} * \text{Área} = \gamma \quad h * (\text{base} * \text{altura}) \text{ rectángulo}$$

$$E_1 = 5.25 \gamma \ * \ (0.250.5) = 656.25 \, kg$$

$$E_2 \ = 0.25 \ \gamma \ * \frac{(0.25 * \ 0.5)}{2} = 15.63 kg$$

$$E_3 = 5.5 \gamma \ * \ (0.25 * 0.5) = 687.5 \, kg$$

$$E_4 = 0.25 \gamma_{hg} * \frac{(0.25 * \ 0.5)}{2} \ = 212.5 \, kg$$

$$E_T = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 1572 \, kg$$

$$Y_{cg_1} = 5.25 + \frac{0.25}{2} = 5.375 \, m$$

$$Y_{cg_2} = 5.5 + \frac{0.25}{2} = 5.625 \, m$$

Haciendosumatoriade momentos

$$+\uparrow \ \Sigma M = 0$$

$$1572 * Y_{cg} = 671.875 * 5.375 + 900 * 5.625$$

$$Y_{cg} = 5.52 \, m$$

Problema

Un triángulo isósceles que tiene 6 m de base y 8 m de altura está sumergido verticalmente en un aceite de D.R. = 0.8, con su eje de simetría horizontal. Si la altura del aceite sobre el eje horizontal es de 4.3 m, determine la fuerza total sobre una de las caras del triángulo y localice verticalmente el centro de presión.

$$F = \gamma\ h_{cg}\ A = 800 * \left(1.3 + \frac{6.0}{2}\right) * \left(\frac{8.6}{2}\right) = 82560\,\text{kg}$$

$$L = \sqrt{3^2 + 8^2}\ = 8.54\,\text{m}$$

$$\text{Cos}\,\theta\ = \frac{8}{8.54}$$

$$\theta\ = 20.44^0$$

$$\text{Sen}\,\theta\ = \frac{1.3}{h}$$

$$h = 3.72\,\text{m} = Y_{cg}$$

$$Y_{cp} = \frac{bh^3/36}{A\,Y_{cg}} + Y_{cg} = \frac{6(8)^3/36}{24 * 3.72} + 3.72 = 4.68\,\text{m}$$

Problema

Qué tan abajo de la superficie del agua puede ser sumergido un cubo de 4 m de lado, para que el centro de presión este 0.25 m por debajo del centro de gravedad. ¿Cuál será la fuerza total sobre el cuadrado?

Y_{cp} - Y_{cg} = 0.25 m

Y_{cp} = 0.25 + Y_{cg} (1)

$$Y_{cp} = \frac{I_{cg}}{Y_{cg}\,A} + Y_{cg}\ \ (2)$$

Igualando (1) y (2)

$$\frac{I_{cg}}{A\,Y_{cg}} + Y_{cg} = 0.25 + Y_{cg}$$

$$Y_{cg} = \frac{I_{cg}}{0.25\,A} = \frac{2 * (2)^3/12}{0.25\,(2 * 2)} = 1.33$$

$$Y_{cg\ total} = 1.33 + 4 = 5.33\ \ m$$

$$Y_{cg} = h + \frac{lado}{2}$$

$$h = 5.33 - 2 = 3.33\ \ m$$

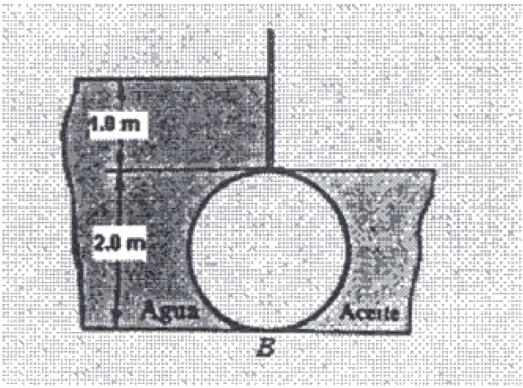
$$F = 1000 * 5.33 * 16 = 85333\ \ kg$$

Problema

En la figura el cilindro de radio = 1 m y 2 m de longitud está sumergido en agua a la izquierda y a la derecha en un aceite de densidad relativa 0.8. Calcular: a) la fuerza normal en el punto B si el cilindro pesa 6000 kg. b) la fuerza horizontal debida al aceite y al agua si el nivel del aceite desciende 0.5m

a) Fuerza normal (N) en el punto B

Peso del volumen del líquido desalojado



$$W = \gamma \ \ V = \gamma \ * \ A * L = \gamma \ * \frac{\pi\ r^2}{2} * L$$

$$\text{Empuje del agua} = 1000\ \frac{kg}{m^3} * \frac{\pi\ (1)^2}{2} * (m^2) * 2m = 3142\ \ kg$$

$$\text{Empuje del aceite} = 800\ \frac{kg}{m^3} * \frac{\pi\ (1)^2}{2} * (m^2) * 2m = 2513\ \ kg$$

$$+\uparrow \Sigma\ Fy = 0$$

$$-W + N + W_{agua} + W_{aceite} = 0$$

$$N = W_{cilindro} - W_{agua} - W_{aceite}$$

$$N = 6000 - 3142 - 2513 = 345\ \ kg$$

$$\xrightarrow{+}$$

$$\Sigma\ F_4 \quad (\text{Agua})$$

$$F_1 = \gamma \ \ h_{cg} \ A = 1000\left(1+\frac{2}{1}\right) * (2*2) = 8000 \text{ kg}$$

$$\xleftarrow{+}$$

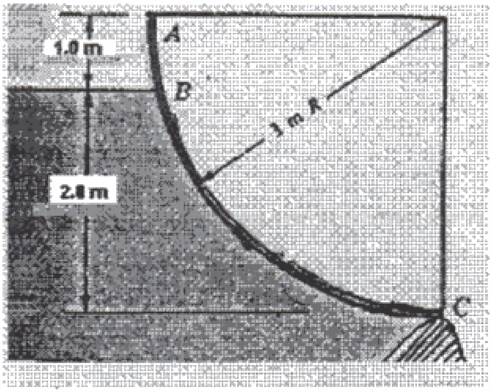
Σ Fx (aceite)

$$F_2 = \gamma \ \ h_{cg} \ A = 800 * \left(\frac{1.5}{2}\right) * (1.5*2) = 1800 \text{ kg}$$

$$F_{\text{neta Horizontal}} = 8000 - 1800 = 6200 \text{ kg}$$

Problema

Para una longitud de 3 m de la compuerta, determine el momento no balanceado para la bisagra o debido a la posición del agua en el nivel A



Y = distancia vertical a la cual actúa la fuerza horizontal

$$Y = \frac{OB}{2} + 1 = \frac{2}{2} + 1 = 2 \text{ m del punto C}$$

$$Y = 1 \text{ m del punto 0}$$

X = distancia horizontal a la que actua la fuerza vertical

$$X = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4*3}{3\pi} = 1.27 \text{ m}$$

$$F_H = \gamma \ \ h_{cg} \ A\overline{cb}$$

$$F_H = 1000 * 1.5 * (3*4) = 18000 \text{ kg}$$

$$F_V = \gamma * \frac{\pi\ r^2}{4} * L = \vartheta\ V$$

$$F_V = 1000 * \left(\frac{\pi\ * 3^2}{4}\right) * 4 = 28274.3\ kg$$

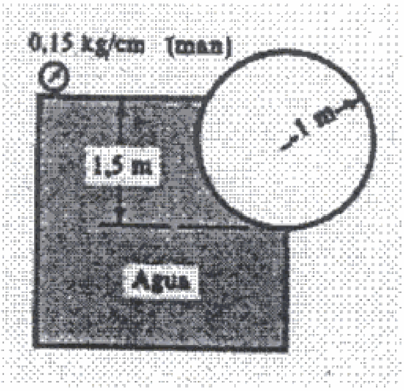
$$+\uparrow \Sigma M_0 = 0$$

$$M_0 - 18000 * 1 + 28274.3 * 1.27 = 0$$

$$+\downarrow M_0 = 17908\ Kg - m$$

Problema

Un tanque cuya sección transversal se muestra en la figura tiene 2 m de longitud y se encuentra en un tanque lleno de agua sometido a presión. Encuentre los componentes de la fuerza requerida para mantener el cilindro en posición despreciando el peso del cilindro.



$$F_{A1} = \gamma\ \ * 0.75 * (1.5 * 2) = 2250\ kg$$

$$F_{H2} = P * A = 1500 * 1.5 * 2.0 = 4500\ kg$$

$$F_{HT} = 6750\ kg$$

$$Sen\ 60^0 = \frac{x}{1}$$

$$x = 1 * \ Sen\ 60^0 = 0.87\ m$$

$$Fv_1 = PA = 1500 * (0.87 * 2) = 2610\ kg$$

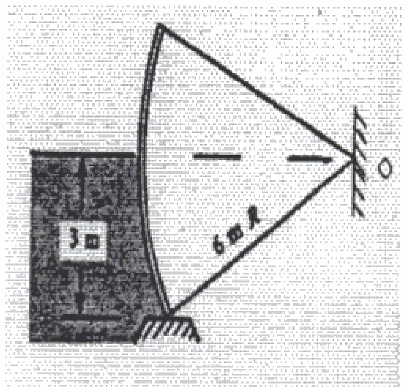
$$Fv_2 = \gamma\ \ V = \gamma\ \ *\ Area * Profundidad = 1500 * 1047 * 2 = 2094\ kg$$

$$Área = \frac{\pi\ r^2}{4} + \frac{1}{3}\frac{\pi\ r^2}{4} = 1047\ m^2$$

$$F_{TOTAL\ VERTICAL} = 2610 + 2094 = 4704\ kg$$

Problema

Determinar por metro de longitud, los componentes horizontales y verticales del agua a presión que actúa sobre la compuerta tipo Tainter.



$$F_H = 1000 \bullet 1.5 \bullet 3 = 4500 \text{ kg}$$

$$F_V = \gamma \ \ V = \gamma \ \bullet A \bullet L$$

Área Neta = Área sector circular - Área triangular

$$\text{Área Sector Circular} = \pi \ r^2 \ \theta = \frac{\pi \ r^2 \left(\pi/6\right)}{2\pi} = \frac{\pi \ (6)^2 \left(\pi/6\right)}{2\pi} = 9.43 \text{ m}^2$$

$$\text{Cos } 30^0 = \frac{x}{6} \rightarrow x = 6 \text{ Cos } 30^0 = 5.20 \text{ m}$$

$$\text{Área Triangulo} = \frac{5.20 * 3}{2} = 7.80 \text{ m}^2$$

$$\text{Área Neta} = 9.43 - 7.80 = 1.63 \text{ m}^2$$

$$F_V = 1000 * 1.63 * 1 = 1630 \text{ kg}$$

Problema

Determinar la fuerza vertical que actúa sobre la bóveda semicilíndrica, cuando la presión manométrica leída en A es de 0.6 kg/cm². La bóveda tiene 2 m de longitud

$$P = \gamma \ \ h$$

$$h = \frac{P}{\gamma} = \frac{6000\ \text{kg}/m^2}{1600\ \text{kg/m}^3} = 3.75\ \text{m}$$

$$\text{Fuerza Vertical } (F_V) = \text{ Empuje - Peso}$$

$$F_V = (\text{Presión} \bullet \text{Área}) - \text{Peso semicilindro}$$

$$F_V = (\gamma \ \ h \bullet D \bullet L) - \frac{\gamma \pi \ r^2 \ L}{2}$$

$$F_V = (1600 \bullet 3.75 \bullet 1.2 \bullet 2) - \frac{(\gamma \ \pi \ \bullet \overline{0.6} \bullet 2)}{2}$$

$$F_V = 12590\ \text{kg}$$

Problema

Si la bóveda del problema anterior es ahora hemisférica y el diámetro es de 1.2 m ¿Cual es el valor de la fuerza vertical sobre la misma?

$$F_v = \gamma \ \nu$$

$$\text{Volumen neto } (V_n) = \text{Volumen cilindro circular - Volumen media esfera}$$

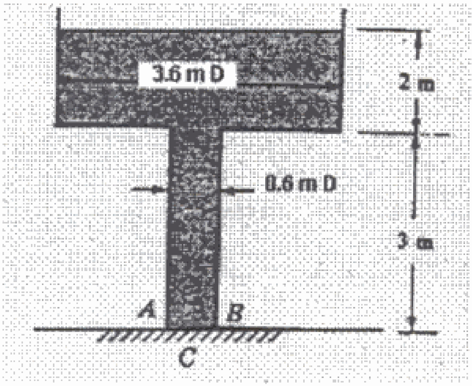
$$V_n = h * \pi \ r^2 - \frac{1}{2}\frac{4}{3}\pi \ r^3$$

$$V_n = (3.75 * \pi \ (0.36) - \left(\frac{2}{3} * \pi \ * 0.216\right) = 3.79\ \text{m}^3$$

$$F = 1600 * 3.79 = 6064\ \text{kg}$$

Problema

Determinar la fuerza ejercida por el agua sobre la sección AB de 0.6 m de diámetro y la fuerza total en el plano C.



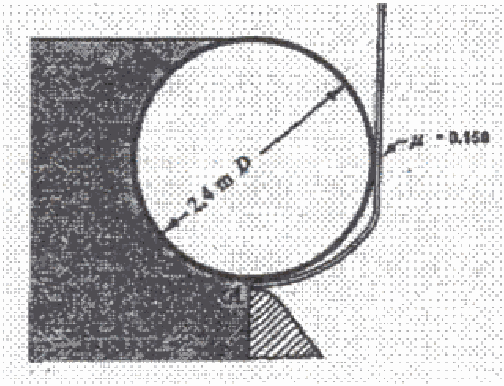
$$\text{Fuerza sobre }\ AB = 1000 * 5 * \frac{\pi\ r^2}{4} = \frac{1000 * 5 *\ \pi\ * 0.36}{4} = 1414\ \text{kg}$$

$$\text{Fuerza total sobre } C = \gamma\ \left[\frac{\pi\ r^2\ h_1}{4} + \frac{\pi\ r^2\ h_2}{4}\right]$$

$$\text{F total sobre } C = 21.21\ \text{kg}$$

Problema

El cilindro mostrado en la figura es de 3 m de longitud. Asumiendo una condición hermética en el punto A y que el cilindro no rota, cual será el peso requerido del cilindro, para impedir el movimiento ascendente?



$$+\uparrow \Sigma Fy = 0$$

Peso + Fuerza Fricción - Empuje = 0

Peso = Empuje - Fuerza fricción

Fuerza horizontal = 1000 * 1.2 * 2.4 * 3 = 8640 kg

Fuerza Fricción = μ * Fuerza horizontal = 0.15 * 8640 = 1296 kg

$$\text{Empuje} = \gamma \ V = 1000 * \frac{\pi \ d^2}{8} * 3 = 6786 \text{ kg}$$

Peso = 6786 - 1296 = 5490 kg

Problema

Un tubo de madera de 1 m de diámetro interior es sujetado por bandas de acero de 10 cm de ancho y 1.5 cm de espesor. Para una tensión permitida de 1200 kg/cm² del acero y presión interna de 1.2 kg/cm². Determinar el espaciamiento de las bandas.

Dos veces la tensión total - sumatoria de todas las componentes horizontales de las fuerzas = 0

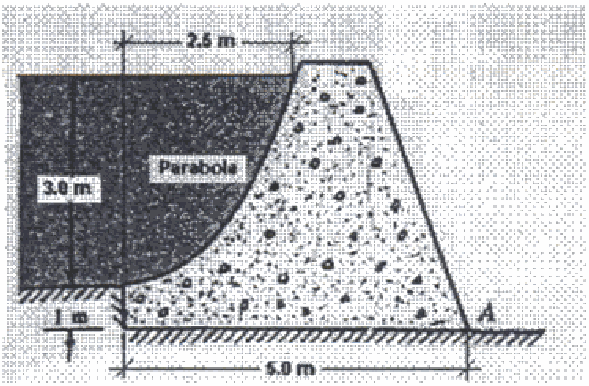
2 (Área Acero • Tensión del Acero) = p' • Proyección Z del semicilindro

$$2\left(0.1\,\text{m} * 0.013\,\text{m} * 1200\,\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 10^4\,\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}\right) = 12\,\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} * 10^4\,\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2} * 1\text{m} * (\text{y})\,(\text{m})$$

y = 0.36 m

Problema

Para un dique de contención de sección parabólica, que momento en el punto A por m de longitud del mismo se origina por la exclusiva acción de los 3 metros de profundidad del agua?



El peso específico del agua del mar es 1025 kg/m³.

$$F_H = \gamma\ h_{cg}\ A = 1025\frac{kg}{m^3} * 1.5\,m * \left(\frac{3*1}{2}\right) = 2306.25\,kg$$

$$Y_{cp} = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} * 3 = 2\,m$$

$$\text{Área parabola} = \frac{2}{3} * (2.5)\,(3) = 5\,m^2$$

$$\text{Peso agua}\ (W_A) = \gamma\ * V = \gamma\ * A * L = 1025\frac{kg}{m^2} * 5\,m^2 * 1\,m = 5125\,kg$$

$$X_{cg} = \frac{3a}{8} = \frac{3 * 2.5}{8} = 0.94\,m$$

$X = 5 - 0.94 = 4.06\,m$ a la izquierda del punto A

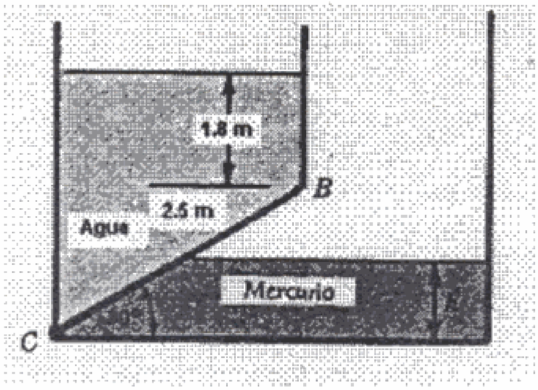
$$+\uparrow \Sigma M_A = 0$$

$$-M_A - 5125 * 4.06 + 2306.25 * 2 = 0$$

$$M_A = 16200\,kg$$

Problema

El tanque de la figura tiene 3 metros de longitud y el fondo indicado tiene 2.5 m de ancho. ¿Cuál es la profundidad de mercurio que causa el momento resultante en el punto C debido al líquido de 14000 kg-m en el sentido contrario a las manecillas del reloj?



$$a = 2.5\,\text{Sen}\,30^0 = 1.25\,\text{m}$$

$$\text{Cos}\,30^0 = \frac{b}{2.5}$$

$$b = 2.5\,\text{Cos}\,30^0 = 2.17\,\text{m}$$

$$\text{Área rectángulo}\,(W_1) = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 2.17\,\text{m} * 1.8\,\text{m} * 3\,\text{m} = 11691\,\text{kg}$$

$$\text{brazo} = \frac{2.17}{2} = 1.09\,\text{m}$$

$$\text{Peso triángulo} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * \frac{2.17 * 1.25}{2}\,\text{m}^2 * 3\text{m} = 4069\,\text{kg}$$

$$\text{brazo} = \frac{b}{3} = \frac{2.17}{3} = 0.72\,\text{m}$$

$$\text{Empuje} = \text{Presión} * \text{Área} = \gamma \quad h * \text{altura} * \text{longitud}$$

$$\text{Empuje} = 13600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * h(\text{m}) * \frac{h}{2}(\text{m}) * 3\text{m} = 20400\,h^2\,\text{kg}$$

$$\text{brazo} = \frac{h}{3}$$

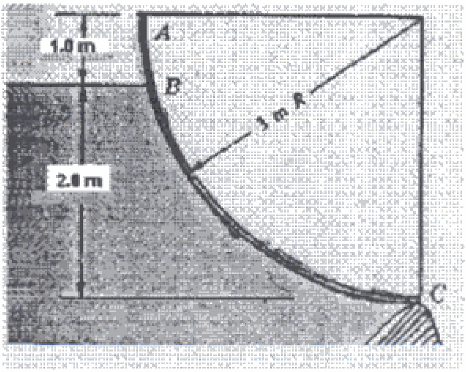
$$+\uparrow \Sigma M_C = 0$$

$$11691 * 1.09 + 4069 * 0.72 - 20400\,h^2 * \frac{h}{3} = 14000$$

$$h = 0.63\,\text{m}$$

Problema

La compuerta de la figura tiene 6 m de longitud ¿Qué valores tienen las reacciones en el eje 0 debidas a la acción del agua? Comprobar que el par respecto de 0 es nulo.



$$\operatorname{Cos}\alpha = \left(\frac{1}{3}\right) = 70^0 32'$$

$$\alpha/2 = 35^0\ 16'$$

$$b = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2.83\ \text{m}$$

$$\text{Área} = h * L = 2 * 6 = 12\ \text{m}^2$$

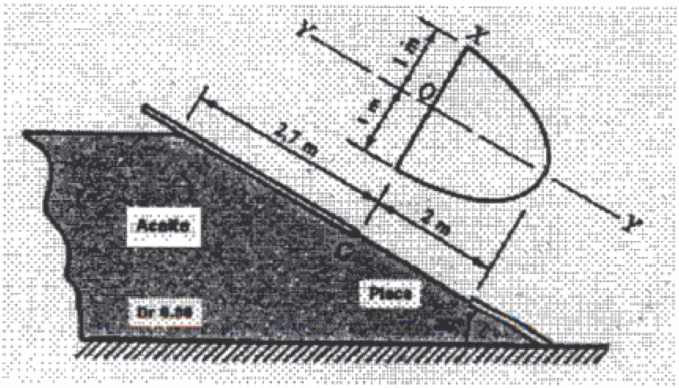
$$F_4 = \gamma\ h_{cg}\ A = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * \left(\frac{2}{2}\right)\text{m} * 12\ \text{m}^2 = 12000\ \text{kg}$$

$$\text{Área del sector circular} = \frac{\alpha}{2} * \frac{\pi}{180} * (3)^2 = 5.55\ \text{m}^2$$

$$F_V = \gamma\quad V = \alpha\ * A * L = 1000\ \text{kg} * 5.55\ \text{m}^2 * 6\ \text{m} = 33300\ \text{kg}$$

Problema

Una placa plana con un eje de giro en C tiene una forma exterior dada por la siguiente ecuación $x^2 + 0.5y = 1$ ¿Cual es la fuerza del aceite sobre la placa y cual es el momento respecto a C debido a la acción del agua?



$Y = 4.7\ \text{Sen}\ 30^0 = 2.35\ \text{m}$

$X = 4.7\ \text{Cos}\ 30^0 = 4.07\ \text{m}$

$$\text{Empuje Aceite} = \gamma \;\; v \;= \gamma \;\; \text{h A} = 800 \;\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 2.35\,\text{m} * (2 * 1)\,\text{m}^2 = 3760\,\text{kg}$$

$$\text{Empuje Agua} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 2.35\,\text{m} * (2 * 1)\,\text{m}^2 = 4700\,\text{kg}$$

$$\text{Peso Agua} = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * \left(\frac{4.07 * 2.35}{2}\right)\text{m}^2 * 1\text{m} = 4782.25\,\text{kg}$$

$$\text{Brazo del empuje} = \bar{x} = \frac{2.35}{3} = 0.78\,\text{m}$$

$$\text{brazo}_C = 1.0\,\text{m} - 0.78\,\text{m} = 0.22\,\text{m}$$

$$\text{brazo del peso} = \bar{y} = \frac{4.07}{3} = 1.36\,\text{m}$$

$$\text{brazo}_C = 2.34 - 1.36 = 0.983\,\text{m}$$

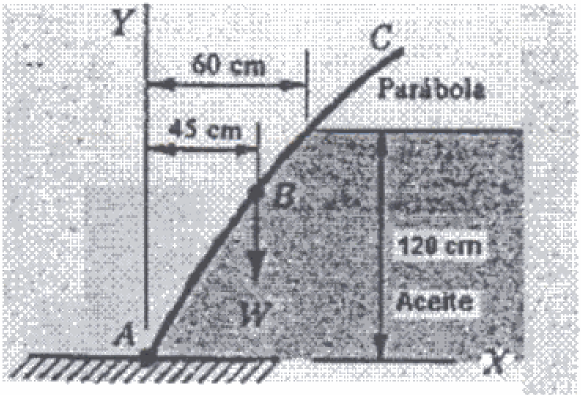
$$+\uparrow \Sigma\,\text{Mc} = 0$$

$$-4700 * 0.22 - 4782.25 * 0.983 + \text{Mc} = 0$$

$$\text{Mc} = 5735\,\text{kg - m}$$

Problema

La compuerta ABC de forma parabólica puede girar alrededor de A y está sometida a la acción de un aceite de peso específico 800 kg/m³. Si el centro de gravedad de la compuerta está en B ¿Qué peso debe tener la compuerta por metro de longitud (perpendicular al dibujo) para que esté en equilibrio? El vértice de la parábola es A.



$$\frac{\bar{x}}{a}=\frac{3}{4}$$

$$\bar{x}=\frac{3a}{4}=\frac{3}{4}*0.6=0.45\,\mathrm{m}$$

$$\bar{y}=\frac{3h}{10}=\frac{3}{10}*1.2=0.36\,\mathrm{m}$$

$$\mathrm{Empuje}_H=800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}*1.2\,\mathrm{m}*1*1\,(\mathrm{m}^3)=960\,\mathrm{kg}$$

$$\mathrm{Empuje}_V=800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}=\frac{0.6*1.2}{2}*1\,(\mathrm{m}^3)=192\,\mathrm{kg}$$

$$+\uparrow\Sigma\,\mathrm{Ma}=0$$

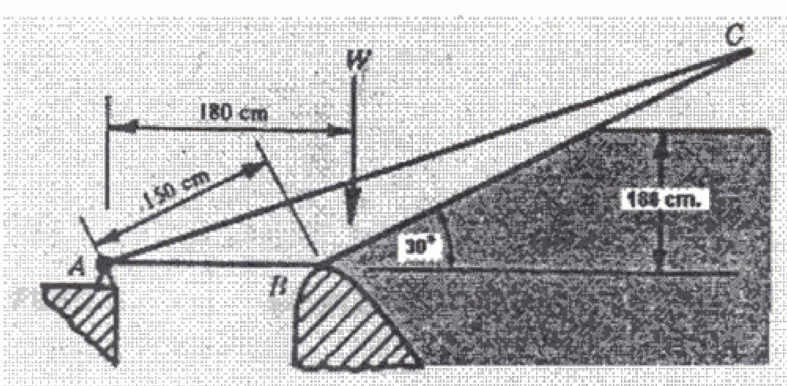
$$\bar{x}*W_B+\bar{y}*E_H-E_V*\bar{x}=0$$

$$-0.45\,W_B+960*0.36-192*0.45=0$$

$$W_B=576\,\mathrm{kg/m}$$

Problema

La compuerta automática ABC pesa 3300 kg/m de longitud y su centro de gravedad está situado a 180 cm a la derecha del eje de giro A ¿se abrirá la compuerta con la profundidad que se muestra en la figura?



$$\text{Empuje del agua} = 1.8\gamma \quad * 1.8 * 1 = 3240 \text{ kg}$$

$$\text{brazo del empuje} = \frac{1.8}{3} = 0.6 \text{ m} \quad \text{a partir de la base}$$

$$\text{Peso Compuerta} = 3300 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$+\uparrow \Sigma Ma = 0$$

$$Ma - W * 1.8 + 3240 * 0.6 = 0$$

$$Ma = 3240 * 0.6 + W * 1.8 = -1944 \text{ kg - m} + 5940 \text{ kg - m}$$

$$Ma = 3996 \text{ kg - } {}^{m}\!/_{m} \text{ de longitud}$$

La compuerta si se abre.

Capítulo IV

EMPUJE Y FLOTACION

Estabilidad de Cuerpos Sumergidos y Flotantes

Para que un cuerpo sumergido tenga estabilidad. El centro de gravedad del mismo debe estar directamente debajo del centro del empuje o centro de gravedad del líquido desplazado. Cuando los dos puntos coinciden, el cuerpo se encuentra en un equilibrio neutro.

En la estabilidad de cilindros y esferas flotantes el centro de gravedad del cuerpo debe estar por debajo del centro de empuje.

En otros cuerpos flotantes como en el caso de embarcaciones la estabilidad depende de la capacidad de la nave para mantener alineado el centro de gravedad y el centro de empuje.

Problema

Un objeto pesa 30 kg. en el aire y 19 kg. en el agua; determinar su volumen y su densidad relativa.

$$\sum fy = 0 \qquad Dr = \frac{\text{Peso objeto}}{\text{Peso de un volumen agua}}$$

$$19 - 30 + PV = 0 \qquad Dr = \frac{30\,\text{kg.}}{11\,\text{kg}}$$

$$PV = 11\ \text{kg.} \qquad Dr = 2.73$$

Empuje = Peso líquido desplazado

$11\ \text{kg.} = 1000\ \text{kg/m}^3 \times V$

$\text{Volumen} = 1.1 \times 10^{-2}\ \text{m}^3$

Problema

Un cuerpo pesa 30 kg en el aire y 19 kg sumergido en un aceite con una densidad relativa (Dr) igual 0.750, determinar su volumen y densidad relativa.

$\sum f y = 0$

$-30 + 19 + PV = 0$

$PV = 11$ kg.

$11 \text{ kg} = 750 \text{ kg./m}^3 \times V$

$V = 0.0147 \text{ m}^3$

$$Dr = \frac{30\,\text{kg}}{11.025\,\text{kg}}$$

$Dr = 2.72$

Problema

Si el peso específico del aluminio es 2700 kg/m³. ¿Cuánto pesará una esfera de 30 cm de diámetro sumergida en agua? Cuánto si está sumergido en un aceite de densidad relativa (Dr = 0.750)?

$V = 4/3 \times \pi \times r^3$	$PV = 1000 * 0.01$	$PV = 750 * 0.01$
$V = 0.01 \text{ m}^3$	$PV_{(H2O)} = 14.14$ kg.	$PV_{(AC)} = 10.60$ kg.
$W(ESF) = 2700 \text{ kg/m}^3 \times 0.01 \text{ m}^3$		
$W = 38.17$ kg		
$\Sigma F y = 0$	$\Sigma F y = 0$	
$14.14 \text{ kg.} - 38.17 \text{ kg.} + T = 0$	$10.60 \text{ kg.} - 38.17 \text{ kg.} + T = 0$	
$T_{(H2O)} = 24.03$ kg.	$T_{(AC)} = 27.57$ kg.	

Problema

Un cubo de aluminio de 15 cm. De arista pesa 5.5 kg sumergido en agua. ¿Qué peso aparente tendrá al sumergirlo en un líquido de densidad relativa = 1.25?

$\Sigma Fy = 0$	
$W = (0.15\text{m})^3 \times 2700 \text{ kg/m}^3$	$55 \text{ Kg} - 9.11 \text{ kg} + PV = 0$
$W = 9.11$ kg	$P.V = 3.61$ kg
$P.V = V \times \gamma$	$\sum F y = 0$
$P.V = 3.37 \times 10^{-3} \times 1{,}25$	$T - 9.11 \text{ kg.} + 4.21 \text{ kg} = 0$
$P.V = 4.21$ kg	$T = 4.89$ kg

Problema

Una esfera de 120 cm de diámetro flota en agua salada ($W = 1025\ kg/m^3$), la mitad de ella sumergida. ¿Qué peso mínimo de cemento ($W = 2400\ kg/m^3$), utilizado como anclaje, será necesario para sumergir completamente la esfera?

$P * V = 1025\ Kg/m^3 \times 0.45$

$P * V = 462{,}7\ kg$

$P * V = W_{(esfera)}$

$\sum Fy = 0$

$927.4 + 025V = 463.7 + 2400\ V$

$1375V = 463.7$

$V = 0.337\ m^3$

$W = V \times \gamma$

$W = 0.337\ m^3 \times 2400\ kg/m^3$

$W = 810\ kg$

Problema

Un iceberg de peso específico $912\ kg/m^3$ flota en el océano ($1025\ kg/m^3$) emergiendo del agua un volumen de $600 m^3$. ¿Cuál es el volumen total del iceberg?

$W = V \times \gamma$

$W = 600 m^3 \times 912\ kg/m^3$

$W = 547200\ kg$

$P * V = 1025\ kg/m^3 \times V$

$\sum Fy = 0$

$PV - W + 547200\ kg = 0$

$PV = V \times 912 + 547200$

$1025 \times V = V \times 912 + 547200$

$V(1025 - 912) = 547000$

$V(113) = 547200$

$V = 4842.5\ m^3$

$V_T = 600\ m^3 + 4842.5\ m^3$

$V_T = 5442.5\ m^3$

Problema

Un globo vacío y su equipo pesa 50 kg, al inflarlo con un gas de peso específico $0.553\ kg/m^3$, el globo adopta esfera de 6m de diámetro. ¿Cuál es la máxima carga que puede elevar el globo si el $W = 1.230\ kg/m^3$ del aire?

Capítulo V

TRASLACIÓN Y ROTACIÓN DE MASAS LÍQUIDAS

En algunas situaciones un fluido puede estar sometido a una aceleración constante, es decir sin movimiento relativo entre sus partículas, como en algunos casos cuando esta expuesto a movimientos de traslación y rotación.

Cuando esto sucede específicamente en el caso de movimientos horizontales, la superficie libre del líquido adopta una posición inclinada y en este caso la pendiente de la superficie libre se determina con la relación entre la aceleración lineal del recipiente y la aceleración de la gravedad.

Cuando el movimiento es vertical, se producen variaciones dentro del volumen del líquido, de tal forma que la presión en cualquier punto del mismo, se determina considerando el producto de la presión hidrostática por la relación entre la aceleración del recipiente y la aceleración de la gravedad, incrementada o disminuida en una unidad, dependiendo si la aceleración se produce en sentido ascendente o descendente.

Cuando una masa de un fluido rota en un recipiente abierto, la forma de la superficie libre del líquido, que gira con el recipiente que lo contiene, adopta la forma de un paralelepípedo de revolución, de tal manera que cualquier plano vertical que pasa por el eje de revolución corta a la superficie libre según una parábola.

En los recipientes cerrados como las bombas y las turbinas, la rotación de una masa de un fluido, genera un incremento en la presión entre un punto situado en el eje y otro a una distancia x del eje, en el plano horizontal.

Problema

Un recipiente parcialmente lleno de agua está sometido horizontalmente a una aceleración constante. La inclinación de la superficie libre es de 30º. ¿A qué aceleración está sometido el recipiente?

$$Tangente.\theta = \frac{\text{Aceleración lineal del recipiente, } m/\ s^2}{\textit{Aceleración} \text{ de la gravedad, m/ } s^2}$$

Despejando la fórmula:

Tangente $30° \text{ x } 9.81 \text{ m/s}^2 = 5.66 \text{ m/s}^2$

Problema

Un depósito abierto de sección cuadrada de 1.80 m de lado, pesa 350 kg y contiene 90 cm de agua. Está sometido a la acción de una fuerza no equilibrada de 1060 kg, paralela a uno de los lados. ¿Cuál debe ser la altura de las paredes del depósito para que no se derrame el agua? ¿Qué valor tiene la fuerza que actúa sobre la pared donde la profundidad es mayor?

F = m.a

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1060}{350} = 3.03\frac{m}{s^2}$$

$$Tan\,\theta = \frac{3.03\,{}^{m}\!/\!{}_{s^2}}{9.8\frac{m}{s^2}} \qquad \theta = 17.18°$$

$$d = 0.9 - Y = 0.9 - 0.9\text{ Tan } 17.18° = 0.62m$$

a). $1.8 - 0.62 = 1.18$ m.

b). $P_{AB} = \gamma\, h_{cg} A = 1000\left(\frac{1.18}{2}\right)(1.18x1.8) = 1253\,kg$

Problema

Un depósito abierto de 9 m de longitud, 1.20 m de ancho y 1.20 m de profundidad está lleno con 1.00 m de aceite de densidad relativa de 0.822, se acelera en la dirección de su longitud uniformemente desde el reposo hasta una velocidad de 14 m/s. ¿Cuál es el intervalo de tiempo mínimo para acelerar el depósito hasta dicha velocidad sin que se derrame el líquido?

a). $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{t}$

$$\text{Tan.}\,\theta = \frac{\text{a}}{\text{g}} = \frac{v}{gt} = \frac{0.2}{4.5} \therefore \quad \text{t} = \frac{\text{v}(4.5)}{\text{g}(0.2)} = \frac{(14)(45)}{(9.8)(0.2)}$$

$$\text{t} = 32.1 \text{ s}$$

Problema

Un depósito rectangular abierto de 1.50 m de ancho, 3.0 m de longitud y 1.80 m de profundidad, que contiene 1.20 m de agua, se acelera horizontalmente, paralelo a su longitud a 4.90 m/s². ¿Qué volumen de agua se derrama?

$$Tan.\theta = \frac{a}{g} = \frac{4.9}{9.8} = 0.5$$

La diferencia de niveles entre los extremos de la superficie = 3 Tan.θ, es decir que 3(0.5)=1.5 m.

Por lo tanto $Y = \frac{1.5}{2} = 0.75\,m$

d = 1.2 - Y = 1.2 - 0.75 = 0.45 m.

Como la profundidad aumenta en 1.95 - 1.8 = 0.15 entonces el volumen derramado es:

$$1..5\left[\frac{1}{2}(3)(1.5-1.2)\right] = 0.675\,m^3$$

Problema

¿A qué aceleración debe someterse el depósito del problema anterior para que sea nula la profundidad en la arista anterior?

$$Tan.\theta = \frac{1.8}{3} = \frac{a}{g}$$

$$a = \frac{1.8}{3}g = \frac{1.8}{3}(9.8)$$

a = 5.88 m/s²

Problema

Un depósito abierto que contiene agua, está sometido a una aceleración de 4.90 m/s² hacia abajo sobre un plano inclinado 15°. ¿Cuál es el ángulo de inclinación de la superficie libre?

$$Cot.\theta = \tan.\alpha + \frac{g}{a_x \ \cos\alpha} \ \textit{hacia} \text{ arriba}$$

$$\text{Cot.}\theta = \text{Tan } 15° + \frac{9.8}{4.9 \text{ Cos.} 15°} = 0.2679 + 2.07 = 2.3385$$

$$\frac{1}{Tan.\theta} = 2.3385; \quad \text{Tan.}\,\theta = \frac{1}{2.3385} = 0.42762$$

θ = Arc. Tan. 0.427624 $\qquad\qquad\qquad$ $\theta = 23.15°$

$$Cot.\,\theta = \text{- Tan.}\,\alpha + \frac{g}{a_x \text{ Cos.}\,\alpha} \text{ hacia abajo}$$

$$\theta = 29.019°$$

Problema

Un recipiente que contiene aceite de densidad relativa 0.762 se mueve verticalmente hacia arriba con una aceleración de + 2.45 m/s². ¿Qué presión existe en una profundidad de 180 cm?

$$P = \gamma \ h\left(1 \pm \frac{a}{g}\right)$$

$$P = 762\frac{kg}{m^3}x1.8m\left(1 + \frac{2.45\,m/s^2}{9.8\,m/s^s}\right) = 1715\,kg/m^2$$

Problema

Si en el problema 7 la aceleración es de -2.45 m/s². ¿Cuál es la presión a una profundidad de 180 cm?

$$P = \gamma \ h\left(1 - \frac{a}{g}\right); \ \text{P} = 762\text{kg/m}^3 x1.8m\left(1 - \frac{2.45m/s^2}{9.8\,m/s^2}\right) = 1029\,kg/m^2$$

Problema

Una fuerza vertical no equilibrada y dirigida hacia arriba de módulo 30 kg, acelera un volumen de 45 litros de agua. Si el agua ocupa una profundidad de 90 cm en un depósito cilíndrico, cuál es la fuerza que actúa sobre el fondo del depósito?

El peso del agua es W = V g = (4.5 x 10^{-3}m³)1000 kg/m³

W = 45 kg

$$F = \frac{W}{g} a$$

$$30Kg = \frac{45\,kg}{9.8\,m/s^2} a \quad \therefore$$

$$a = 6.53\,m/s^2$$

V = Ah

$45 \times 10^{-3} m^3 = A\,(90 \times 10^{-2} m)$

$A = 0.05\ m^2$

Para el movimiento vertical la presión en el fondo es:

$$P = Wh\left(1 + \frac{a}{g}\right)$$

La fuerza es $F^1 = PA$

$$F^1 = Wh\left(1 + \frac{a}{g}\right)A$$

$$F^1 = 1000(90x10^{-2})\left(1 + \frac{6.53}{9.8}\right)(0.05m^2)$$

$$F^1 = 75\,kg$$

Problema

Un depósito abierto cilíndrico de 120 cm de diámetro y 180 cm de profundidad se llena de agua y se le hace girar a 60 rpm. ¿Qué volumen de líquido se derrama y cuál es la profundidad en el eje?

Área del fondo del cilindro = A = πr^2

$$A = \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$W = 60 \text{ rpm}$$

$$W = 60\ \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ seg}} = 2\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$Y = \frac{W^2}{29} x^2 = \frac{(2\pi)^2}{2(9.8)} (6.0x10^{-2})^2 = 0.725\,m$$

Por lo tanto, S está a 1.8 m - 0.725m = 1.0748 m

El volumen del líquido derramado es:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{4}D^2Y\right]=\frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{4}(1.2)^2(0.725)\right]=0.4100\,m^3$$

Problema

¿A qué velocidad debe girar el depósito del problema 10 para que en el centro del fondo del depósito la profundidad del agua sea nula? El origen S ahora coincide con el punto C, entonces:

$$Y=1.8=\frac{W^2}{2g}X^2$$

$$1.8=\frac{W^2}{2(9.8)}(0.6)^2$$

$$W=9.899\frac{rad}{s}$$

$$\mathrm{W}=9.90\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Problema

Un recipiente cerrado, de 60 cm de diámetro está totalmente lleno de agua. Si el recipiente está girando a 1200 rpm, ¿qué incremento sufrirá la presión en la circunferencia de la parte superior del depósito?

$$W=1200rpm=1200\,\frac{2\pi\mathrm{rad}}{60\,\mathrm{s}}=40\pi\frac{rad}{s}$$

$$X=\frac{D}{2}=\frac{60cm.}{2}=30cm=0.3m$$

$$P=W\frac{W^2}{2g}X^2$$

$$P=\frac{1000}{10^4}\frac{(40\pi)^2}{2(9.8)}(0.3)^2=7.25\,kg/cm^2$$

Problema

Un recipiente abierto de 46 cm de diámetro y lleno de agua está girando alrededor de su eje vertical a tal velocidad que la superior del agua a 10 cm del eje forma un ángulo de 40° con la horizontal. Calcular la velocidad de rotación.

De la segunda Ley de Newton F = m.a

(1). $P \operatorname{sen} \theta = \frac{W}{g} XW^2$

(2). $P \cos \theta = W$

Dividiendo (1) por (2)

$$Tan\,\theta = \frac{XW^2}{g}$$

$$W = \sqrt{\frac{g}{X} Tan.\theta} = \sqrt{\frac{9.8}{0.1} Tan.40^o} = 9.068 \frac{rad}{s}$$

$$W = 9.07 \frac{rad}{s}$$

Problema

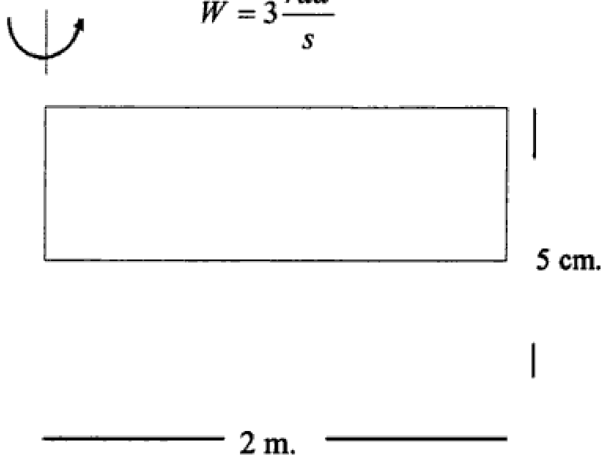
Un tubo en U con codos en ángulo recto tiene 32 cm. de anchura y contiene mercurio que asciende 24 cm. en cada rama cuando el tubo está en reposo. ¿A qué velocidad debe girar el tubo alrededor de un eje vertical que dista 8 cm de uno de los brazos, para que el tubo del brazo más próximo al eje quede sin mercurio?

$$W = \frac{2\sqrt{2gh}}{\sqrt{\left(r_2^{\,2} - r_1^{\,2}\right)}} = 2\sqrt{\frac{2x9.8x0.48}{(0.4)^2 \cdot (0.08)^2}} = 15.65 \text{ rad/s}$$

Problema

Un tubo de 2m de longitud y 5 cm de diámetro tiene sus extremos cerrados y está lleno de agua a una presión de 0.88 kg/cm². Situado en posición horizontal se le hace girar alrededor de un eje vertical que pasa por uno de sus extremos a una velocidad de 3 rad/s. ¿Cuál será la presión en el extremo más alejado del eje de giro?

$$W = 3\,\frac{rad}{s}$$



$$P = P_o + W\,W^2/2g\,X^2$$

$$P = 8800\,kg/m^2 + 1000\,\frac{(3)^2}{2(9.8)}(2)^2 = 10634.9\,kg/m^2$$

$$W = 1500\,\text{rpm} = 1500\,\frac{2\pi\ \text{rad}}{60\,\text{s}} = 50\pi\,\frac{rad}{s}$$

$$\text{Y} = \frac{(50\,\pi)^2}{29}\,\text{x}^2 = \frac{(50\pi)}{2(9.8)}(0.75)^2 = 708.1\,\text{m}$$

CAPÍTULO VI

ANÁLISIS DIMENSIONAL Y SEMEJANZA HIDRÁULICA

El estudio de la teoría adimensional permite aplicar resultados experimentales obtenidos en condiciones limitadas a situaciones de diferentes condiciones geométricas y en muchos casos con propiedades diferentes de los fluidos a las que se tuvieron en las condiciones iniciales. De esta manera se pueden generalizar resultados experimentales, permitiendo describir y verificar fenómenos que de otra manera sería imposible predecir. Un ejemplo destacado de las muchas aplicaciones que permite la teoría, son los modelos físicos que se pueden desarrollar sobre presas de almacenamiento de agua, para analizar las consecuencias geodinámicas, hidráulicas y estructurales que conlleva la construcción de una obra de ingeniería como esta. De esta manera se pueden conocer y predecir los posibles problemas que pueden generarse, adoptar oportunamente los correctivos necesarios, disminuyendo así los riesgos de la construcción y minimizar los costos.

El estudio de la teoría adimensional, relaciona matemáticamente las dimensiones de magnitudes físicas fundamentales, de tal forma que se puedan establecer relaciones para la construcción de modelos físicos que intenten representar fielmente el comportamiento de un prototipo, reproduciendo a escala, las características geométricas y las restricciones de semejanza cinemática y dinámica.

De esta forma la teoría del análisis dimensional, establece semejanzas geométricas, cinemáticas y dinámicas entre dimensiones correspondientes, que reflejen adecuadamente los distintas variables en cada situación en particular.

Igualmente permite establecer relaciones entre las fuerzas de inercia debidas a la presión, las fuerzas viscosas, las gravitatorias, las elásticas y las de tensión superficial, determinando una serie de parámetros adimensionales que describen el comportamiento de los fluidos, como los números de Euler, Reynolds, Weber, Match y Froude.

Problema

Demostrar mediante los métodos del análisis dimensional que la energía cinética (Ec) de un cuerpo es igual a K.M.V.

Ec α F(M.V.)

$MV^2 = KMV$

donde K es coeficiente adimensional, determinado generalmente por experimentos, o por experimentos físicos.

$M^1 (LT^{-1})^2 = K\, M^a V^b$

$M^1 L T^{-2} = K\, M^a L^b T^{-b}$

Igualando los exponentes de M, L, T,:

$a = 1$

$b = 2$ $\qquad$ Y-b = -2 $\qquad$ donde b = 2

Sustituyendo los valores

$Ec = K\, M\, (L^2\, T^{-2})$

$Ec = K\, M\, (L\, T^{-1})$

$Ec = KMV^2$

Problema

Mediante los métodos del análisis dimensional probar que la fuerza centrífuga viene dada por $K.M.V^2/r$.

$Fc = f(MV^2r) \Rightarrow$ La fuerza centrífuga (Fc) viene dada por MLT^{-2}

$MLT^{-2} = KM^aV^2br^c$

$MLT^{-2}=Km^a\, (LT^{-1})^{2b}L^c$

$MLT^2 = Km^a\, L^{2b+c}\, F^{-2b}$

Igualando las ecuaciones:

$a = 1$

$1 = 2b+c$

$-2 = -2b$

$b = 1$

$1 = 2+c$

$c = -1$

$$F = \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{mg}{L}}{m}}$$ Se puede llamar a $\frac{1}{2\pi}$ *como* constante.

$$F = K\sqrt{\frac{g}{L}}$$

Problema

Suponiendo que el caudal Q sobre un vertedero rectangular varía directamente con la longitud L, y es función de la altura de carga total H y de la aceleración de la gravedad g, establecer la fórmula del vertedero.

$Q = LF\,(H^a, gb)$

$L^3T^{-1} = (L)\,(L^a)(L^b\,t^{-2b})$

Para T: $-1 = -2b$

$b = \frac{1}{2}$

Para L: $3 = 1 + a + b$

$3 - 1 - \frac{1}{2} = a$

$a = 3/2$

$Q = KL\;H^{3/2}g^{1/2}$

Problema

Establecer la fórmula que da la distancia recorrida S por un cuerpo que cae libremente, suponiendo que dicha distancia depende de la velocidad inicial V, el tiempo T y la aceleración de la gravedad g.

$S = F\,(V.T.g) = K\,(V^a, T^b, g^c)$

$S = K\,(L^a\,T^{-a})\,(T^b)\,(L^c\,T^{-2c})$

$F^oL^1\,T^o = (L^a\,T^{-a})\,(T^b)\,(L^c\,T^{-2c})$

$1 = a + c$

$0 = -a + b - 2c \Rightarrow 1 - c = a$

$-1+c+b-2c = 0$

$-1 - c + b = 0$

$c = b - 1$

$1 - (b-1) = a$

$2 - b = a$

$$T_r = \sqrt{L_r^3 x \frac{\rho_r}{\sigma_r}} \qquad V_r = \sqrt{\frac{\sigma_r}{L_r \rho_r}} \text{ respectivamente}$$

$$T_R = \sqrt{L_R^3 \ x \frac{P_R}{\sigma_R}} = \sqrt{L^3 x \frac{FL^{-4}T^2}{FL^{-1}}} = \sqrt{L^3 \ L^{-3} \ T^2} = T$$

$$V_R = \sqrt{\frac{\sigma_R}{L_R \rho_R}} == \sqrt{\frac{FL^{-1}}{LFL^{-4}T^2}} = \sqrt{\frac{T^{-2}}{L^{-2}}} = \sqrt{\frac{L^2}{T^2}} = V$$

Problema

Demostrar que las relaciones de tiempos y velocidades cuando los efectos predominantes son los elásticos, vienen dadas por:

$$T_r = \frac{L_r}{\sqrt{E_r / \rho_r}} \quad y \quad V_r = \sqrt{\frac{E_r}{\rho_r}}$$

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{E_m A_m}{E_p \ A_p} = \frac{E_m L_m^2}{E_p L_p{}^2} = E_r L_r^2 \ \{\text{elasticidad}\}$$

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{E_m A_m}{E_p A_p} = \frac{\rho_m}{\rho_p} = \frac{L^3{}_m}{L_\rho{}^3} = \frac{L_r}{T_r{}^2} = P_r L_r^3 . \frac{L_r}{T_r{}^2} \ \{\text{inercia}\}$$

Igualando las fuerzas obtenidas

$$T_r^2 = \frac{\gamma_r L_r^2}{E_r} \Rightarrow T_r = \sqrt{\frac{\gamma_r L_r{}^2}{E_r}}$$

$$T_r = \frac{L_r}{\sqrt{E / \gamma_r}}$$

Dividiendo por $T_r{}^2$:

$$\frac{Tr^2}{Tr^2} = \frac{\gamma r Lr^2}{ErTr^{-2}} \Rightarrow \text{como } Vr^2 = \frac{Lr^2}{Tr^2} \text{entonces} \frac{\rho_r}{Er} V_2^r \Rightarrow Vr^2 = \frac{Er}{\gamma_r} \Rightarrow Vr = \sqrt{\frac{E_r}{\rho_r}}$$

Problema

El modelo de un aliviadero se construye a una escala 1:36. Si en el modelo la velocidad y caudal desaguado son respectivamente 0.40 m/seg. y 62 l/seg. Cuáles son los valores correspondientes en el prototipo?

$$\frac{30{,}0\ \mathrm{m/s} \times L}{1.142 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}} = \frac{V^1 L^1}{1.142 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}}$$

$$1.142 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s} \left(\frac{30{,}0\ \mathrm{m/s}}{1.488 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}} \right) = V^1$$

$$V^1 = 230\ \mathrm{m/s}$$

Problema

Un navío de superficie de 155 m de longitud ha de moverse a 7 m/s. A qué velocidad ha de ensayarse un modelo geométricamente semejante de 2.50 m de longitud?

$$\left(\frac{V}{\sqrt{gL}} \right) NAVIO = \left(\frac{V}{\sqrt{gL}} \right) \text{MODELO}$$

$$\frac{7\ \mathrm{m/s}}{\sqrt{9.8 \times 155\ \mathrm{m}}} = \frac{\mathrm{V}}{\sqrt{9.8 \times 2.5\ \mathrm{m}}}$$

$$V = 7\sqrt{\frac{2.5}{155}} = 0.89\ \mathrm{m/s}$$

Problema

¿Qué fuerza por metro de longitud se ejercerá sobre un muro de contención del agua de mar, si un modelo a escala 1:36 de una longitud de 1m experimenta una fuerza de las olas de 12 kg?

$$\frac{Fm}{Fp} = \mathrm{Wr\ Lr^3}$$

donde

Fm = Fuerza modelo

Fp = Fuerza prototipo

W = Peso especifico $\left(\mathrm{kg/m^3} \right)$

Capítulo VII

FUNDAMENTOS DEL FLUJO DE FLUIDOS

La hidrodinámica es el componente de la mecánica de los fluidos encargado del estudio de los fluidos en movimiento. El estudio del escurrimiento de los fluidos es complejo y debido a que su descripción no puede realizarse totalmente desde el punto de vista teórico basado en el análisis matemático, hay necesidad de recurrir a la experimentación con el fin de poder describir de manera más precisa su comportamiento.

El movimiento de un fluido puede ser descrito totalmente, cuando se conoce la velocidad en el espacio de cada una de sus partículas en todo momento. Teóricamente desde el punto de vista matemático se han ideado dos procedimientos para explicar el comportamiento de la velocidad de las partículas de un fluido en cada instante. Los métodos usados se conocen con los nombres de Lagrange y de Euler, éste último conocido también con el nombre del Teorema del Transporte. El método de Lagrange, intenta explicar el movimiento de una partícula de fluido, estudiando las variaciones en su trayectoria a lo largo de una línea de corriente. Por el contrario el método de Euler, pretende conocer el comportamiento de una región del flujo de un fluido describiendo el comportamiento de una parte de éste a través del tiempo, cuando atraviesa una zona predeterminada conocida como un volumen de control.

Ambos métodos permiten formular una serie de expresiones matemáticas, que explican el comportamiento de un fluido y las cuales para casos particulares pueden ser apoyadas experimentalmente con factores de corrección, a tal punto que las aplicaciones de la mecánica de los fluidos en la hidráulica han llevado a esta última a ser conocida como la ciencia de los coeficientes.

Las ecuaciones deducidas a partir de los métodos expuestos son: la ecuación de la continuidad, la ecuación de la energía, la ecuación de la cantidad de movimiento lineal y la ecuación de la cantidad de movimiento angular.

a). $$u = 3xy^2 + 2x + y^2$$
$$v = x^2 - 2y - y^3$$
$$\frac{du}{dx} = 3y^2 + 2$$
$$\frac{dv}{dy} = -23 - 3y^2$$
$$\frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} = 0$$ Flujo permanente e incomprensible

Reemplazando $3y^2 + 2 - 2 - 3y^2 = 0$
El flujo es permanente e incompresible.

b). $$u = 3x^2 + 2y^2$$
$$v = -3xy$$
$$\frac{du}{dx} = 3x$$
$$\frac{dv}{dy} = -3x$$
$$\frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} = 0$$

Reemplazando $4x - 3x = x \neq 0$
El flujo no satisface la condición de permanente e incomprensible.

Problema

Cuántos kg/s de anhídrido carbónico fluyen a través de una tubería de 15 cm de diámetro si la presión manométrica es de 1,75 kg/cm², la temperatura de 27°C y la velocidad media de 2.50 m/s?

$$V_2^2=\frac{2g(P_2-P_1)}{\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2-1}\Rightarrow V_2^2=\frac{2x9.81\dfrac{1.4\,\mathrm{kg/cm^2}-4.2\,\mathrm{kg/cm^2}}{1000\,\mathrm{kg/cm^2}}x10^4\,cm^2/m^2}{\left(\dfrac{\pi D_2^2}{4}\Big/\dfrac{\pi D_1^2}{4}\right)^2-1}$$

$$V_2^2=\frac{19.62\,{}^{m}\!/\!_{s^2}\,\dfrac{\left(-2.8x10\ \ \mathrm{kg/cm^2}\ \right)}{1000\,\mathrm{kg/cm^3}}}{\left(\dfrac{0.075}{0.75}\right)^4-1}$$

$$V_2=24.21\,\mathrm{m/s}$$

$$\mathrm{Q}=\mathrm{AV}$$

$$\mathrm{Q}=\frac{\pi}{4}(0.075)^2\ \mathrm{m}^2x24.21\,{}^{\mathrm{m}}\!/\!_{\mathrm{s}}$$

$$Q=107\,{}^{\mathrm{L}}\!/\!_{\mathrm{s}}$$

Problema

Si en el problema anterior fluye un aceite de densidad relativa 0.752, calcular el caudal.

$$V_2^2=\frac{2x9.81\,\mathrm{x}\left(\dfrac{1.4-4.2}{752}\right)x10^4}{\left(\dfrac{0.075}{0.75}\right)^4-1}=729.5\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

$$V_2=27\,{}^{\mathrm{m}}\!/\!_{\mathrm{s}}$$

$$Q=V_2A_2=119.3\,{}^{\mathrm{L}}\!/\!_{\mathrm{s}}$$

Problema

Si lo que fluye en el problema 13) es tetracloruro de carbono (densidad relativa 1.594). Determinar Q.

$$\frac{P_A}{\gamma} = -\frac{1.7^2}{2g} + 52.5 + \frac{6.79^2}{2g} = 54.7m$$

$$P_A = 54700 \, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{m}^2}$$

$$h = \frac{54.700 - 52.500}{(13.570 - 1000)} = 0.175m$$

Problema

Una tubería de 30 cm de diámetro transporta aceite de densidad relativa 0.811 a una velocidad de 24 m/s. En los puntos A y B las medidas de la presión y elevación fueron respectivamente, 3.70 kg/cm² y 2.96 kg/cm² y 30m y 33m Para un flujo permanente, determinar la pérdida de carga entre A y B.

$$P_A = 370 \, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{cm}} \; \text{x} \left(\frac{100\,\text{cm}}{1\,\text{mt}^2}\right)^2 = 3700 \, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{m}} \;\Rightarrow \frac{P_A}{\gamma_{Liq.}} = \frac{3700 \, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{m}^2}}{811 \, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{m}^3}} = 45.62m$$

$$P_B = 2.96 \, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{cm}^2} \, x \left(\frac{100\,\text{cm}}{1\,\text{m}^2}\right)^2 = 29600 \, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{m}^2} \Rightarrow \frac{P_A}{\gamma_{Liq}} = \frac{29600 \, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{m}^2}}{811 \, {}^{\text{kg}}\!/_{\text{m}^3}} = 36.50m$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + h_f \Rightarrow \frac{V_A^2}{2g} = \frac{V_B^2}{2g} = \frac{(24m)^2}{2g}$$

$$30m + 45.62m + \frac{V_A^2}{2g} = 33m + 36.50\text{m} + \frac{V_A^2}{2g} + h_f$$

$$h_f = -33m - 36.50m + 30\,\text{m} + 45.62\text{m}$$

$$\text{h}_\text{f} = 75.62\text{m} - 69.50\text{m}$$

$$\text{h}_\text{f} = 6.12\text{m}$$

Problema

Un chorro de agua, de 7.5 cm de diámetro, descarga en la atmósfera a una velocidad de 24 m/s. Calcular la potencia del chorro, en caballos de vapor, utilizando como plano de referencia el horizontal que pasa por el eje del chorro.

$$Z_1+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=Z_3+\frac{P_3}{\gamma}+\frac{V_3^2}{2g}+h_f$$

$$V_3=\frac{q}{A_3}=\frac{0.035}{\frac{\pi}{4}(0.15)^2}=1.98\ m/s \qquad ;\frac{V_3^2}{2g}=0.2\ m$$

$$0=2.2m-3.2m+0.2m+h_f \Rightarrow h_f=0.80\ m$$

Problema

Calcular la pérdida de carga en una tubería de 15 cm de diámetro si es necesario mantener una presión de kg/cm² en un punto aguas arriba y situado 1.80 m por debajo de la sección de la tubería por la que desagua la atmósfera 55 L/s de agua.

$$Z_1+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=Z_2+\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+h_f$$

$$Z_1=0\ (N.R)$$

$$\frac{P_1}{\gamma}=\frac{2.35\ kg/cm^2\ x\ 10^4\ \frac{cm^2}{m^2}}{1000\ kg/m^2}=23.5\ m$$

$$V_1=V_2 \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g}=\frac{V_2^2}{2g}\ \text{(sección constante)}$$

$$P_2=P_{atmosférica}=0$$

$$23.5=1.8+h_f \Rightarrow h_f=23.5-1.8=21.7\ m$$

Problema

Un depósito cerrado de grandes dimensiones está parcialmente lleno de agua y el espacio superior con aire y presión. Una manguera de 5 cm de diámetro conectada al depósito, desagua sobre la azotea de un edificio un caudal de 12 L/s.

Bernoulli entre (1) y (2)

$$\left(Z+\frac{P}{\gamma}+\frac{V_2}{2g}\right)_{nivel\ \mathrm{agua}}=\left(Z+\frac{P}{\gamma}+\frac{V_2}{2g}\right)_{alto\ \mathrm{sifón}}+h_f$$

$$0=1.5+\frac{P}{\gamma}+\frac{V_2}{2g}+1.5\frac{V_2}{2g}$$

$$\frac{P}{\gamma}=-0.45\,{}^{kg}\!/_{cm^2}$$

Problema

Una tubería horizontal de 60 cm de diámetro transporta 440 L/s de un aceite de densidad relativa 0.825. Las cuatro bombas instaladas a lo largo de la línea son iguales, es decir, las presiones a la entrada y a la salida son respectivamente – 0.56 kg/cm² y 24.50 kg/cm². Si la pérdida de carga, en las condiciones en que se desagua, es 6.00 m cada 1000 m de tubería, ¿Con qué separación deben colocarse las bombas?

$$\gamma_{\mathrm{aceite}}=825\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^3}$$

$$P_A=24.50\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^2}\Rightarrow P_A=24.50\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^2}\ \mathrm{x}\ \frac{1\,\mathrm{cm}^2}{(0.01\mathrm{m})^2}=24.50\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^2}$$

$$P_B=-5600\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^2}$$

$$Z_A+\frac{P_A}{\gamma}+\frac{V_A{}^2}{2g}=Z_B+\frac{P_B}{\gamma}+\frac{V_B{}^2}{2g}+hf(A-B)$$

$$Z_A=Z_B=0$$

$$V_A=\mathrm{V_B}\ \text{por tanto se cancelan}$$

$$6\mathrm{m}\rightarrow 1000\,\mathrm{m}\qquad\qquad \mathrm{h_f}=\frac{6\,\mathrm{m}}{1000\,\mathrm{m}}$$

$$hf\rightarrow\ \mathrm{X}$$

$$\frac{245000\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^2}}{825\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^3}}=-\frac{5600\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^2}}{825\,{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{m}^3}}+\frac{6m}{1000}$$

$$296.9\,\mathrm{m}+6.7\,\mathrm{m}=\frac{6\mathrm{X}}{1000}=\frac{303.6\,m\,x\,1000}{6}=X$$

$$X=50600m$$

Las bombas deben colocarse a 50600 m cada una.

$$Q = 1140\,\frac{\text{m}^3}{\text{min}}\ \text{x}\ \frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}$$

$$Q = 19\,\text{m}^3\!/\!_\text{s}$$

$$P_A = \gamma\, h_A = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\, x\,(-0.05\,\text{m})$$

$$\text{P}_\text{A} = -50\,\text{kg}\!/\!_{\text{m}^2}$$

$$P_B = \gamma\, h_B = 1000\,\text{kg}\!/\!_\text{m}\ 2\ \text{x}\ 0.075\,\text{m}$$

$$\text{P}_\text{B} = 75\,\text{kg}\!/\!_{\text{m}^2}$$

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A{}^2}{2g} + H_B = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B{}^2}{2g}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} + H_B = 1 + \frac{P_B}{\gamma}$$

$$HB = 1 + \frac{(P_B - \text{P}_\text{A})}{\gamma}$$

$$H_B = \frac{1 + (75 + 50)\,\text{kg}\!/\!_{\text{m}^2}}{1000\,\text{kg}\!/\!_{\text{m}^3}}$$

$$H_B = 105.17m$$

$$P_o t = \frac{\gamma_{\text{aire}}\ \text{x Q x H}_\text{B}}{75\ \text{x}\ 68}$$

$$P_o t = \frac{1.2\,\text{kg}\!/\!_{\text{m}^3}\ x19\,m^3\!/\!_\text{s}\ \text{x}\ 105.17\,\text{m}}{75\,x\,68}$$

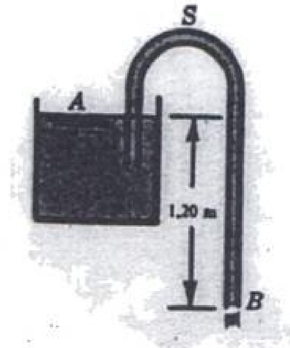
$$P_\text{o} t = 48\,\text{C.V}$$

Problema

Se está ensayando una tubería de 30 cm para evaluar las pérdidas de carga. Cuando el caudal de agua es 180 L/s, la presión en el punto A de la tubería es de 2.80 kg/cm^2. Entre el punto A y el punto B, aguas abajo y 3.0 m más elevado que A, se conecta un manómetro diferencial. La lectura manométrica es de 1.0 m, siendo el líquido mercurio e indicando mayor presión en A ¿cuál es la pérdida de carga entre A y B?

Problema

Con referencia a la figura siguiente la presión absoluta en el interior de la tubería en S no debe ser inferior a 0.24 kg/cm². Despreciando las pérdidas. ¿Hasta qué altura sobre la superficie libre A del agua puede elevarse S?



Aplicando Bernoulli entre B y S se tiene:

$$h_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} = h_s + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + h_f$$

$h_f = 0$ (pérdidas despreciables)

$\mathrm{h_B} = 0$ (N.R)

$\mathrm{V_B} = V_s$ (sección constante)

$$\frac{P_B}{\gamma} = hs + \frac{P_s}{\gamma} \quad \text{pero hs} = \text{h} + 1.2\ \text{m}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = h + 1.2 + \frac{P_s}{\gamma} = 6.74 + 1.2 + 2.4$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = \frac{P_{atmos.}}{\gamma} = 10.34\ \text{m} = 10336\ \text{kg}/\text{m}^2\ x\ \frac{1}{1000\ \text{kg}/\text{m}^3} = 10.336\ \text{m de agua} \approx 10.34\ \text{mm}$$

$$\frac{P_s}{\gamma} = 0.24\ \text{kg}/cm^2\ x 10^4\ cm^2/cm^2\ x\ 1/1000\ \text{kg}/\text{m}^2 = 2.4m$$

$$h = \frac{P_B}{\gamma} - 1.2\ \text{m} - \frac{P_s}{\gamma} = 10.34m - 1.2\ \text{m} - 2.4\ \text{m} = 6.74\ \text{m}$$

$$\int_o^{r_o} \mathrm{r_o r_o}^{-k} y^k - \frac{1}{r_o^k}\frac{\mathrm{y_{k+2}}}{\mathrm{k+2}}\Big]_o^{r_o} \Rightarrow \int_o^{r_o} r_o^{\ k+1} y^k - \frac{1}{r_0^k}\frac{\mathrm{r_o}^{\ k+2}}{k+2}$$

$$\Rightarrow r_o^{\ (-k+1)} \int_o^{r_o} y^r \ \mathrm{dy} \Rightarrow \frac{\mathrm{r_o}^{-(k-1)} r_o^{\ (k+1)}}{k+1} \Rightarrow \frac{1}{k+1}$$

$$\left(\frac{1}{k+1} - \frac{r_o^2}{k+2}\right) \text{remplazando}$$

$$V = \frac{2\mathrm{V_{max}}}{}\left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}\right) \Rightarrow V = 2V_{\max}\left(\frac{(k+2)-(k+1)}{(k+1)(k+2)}\right)$$

$$V = 2V_{\max}\left(\frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)$$

Problema

Encontrar el coeficiente de corrección de la energía cinética α para el problema anterior.

$$\alpha = \frac{1}{A}\int\left(\frac{L}{V}\right)^3 dA = \frac{1}{\pi r_o^2}\int_o^{r_o}\left((k+1)(k+2)\right)^3\left(1 - {r}/{r_o}\right)^{3k} 2\pi r dr$$

$$\alpha = \frac{2\pi(k+1)^3(k+2)^3}{\pi r_o^2}\int_0^{r_o}\left((r_o - y)\left({y}/{r_o}\right)^k\right)^3 dy = \frac{2\pi(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}\int_0^{r_o} \mathrm{r_o}^3 \frac{y^{3k}}{r_o^{3k}} - \int_0^{r_o} \mathrm{y}^3 \frac{y^{3k}}{r_o^{3k}} dy$$

$$\alpha = \frac{2(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}\int_0^{r_o} \mathrm{r_o}^3 \ \mathrm{r_o}^{-3k} - y^{3k} dy - \int_0^{r_o} \frac{y^{3k*3}}{r_o^{3k}} dy$$

$$\alpha = \frac{2(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2} r_o^{(3k+3)} \frac{r_o^{3k+1}}{3k+1} - \frac{1}{r_o^{3k}} - \frac{r_o^{3k+4}}{3k+4}$$

$$\alpha = \frac{2(k+1)^3(k+2)^3}{r_o^2}\left(r_o^2 \frac{1}{(3k+1)} - \frac{1}{(3k+4)}\right)$$

$$\alpha = 2(k+1)^3(k+2)^3.\left(\frac{1}{(3k+1)} - \frac{1}{(3k+4)}\right)$$

$$\alpha = \frac{6(k+1)^3(k+2)^3}{(3k+1)^3(5k+4)}$$

Problema

Qué radio ha de tener una tubería para que la tensión cortante en la pared sea de 3.12 kg/m², cuando al filtrar agua a lo largo de 100 m de tubería produce una pérdida de carga de 6m?

$$\tau_o = \frac{\gamma\, h_L\, r}{2L}$$

$$r = \frac{\tau_o\, 2L}{\gamma\, h_l} = \frac{3.12 kg/m^2 \text{ x } 2 \text{ x } 100\,\text{m}}{1000 kg/m^3 x 6m} = 0.104m = 10.40\,\text{cm}$$

Problema

Calcular la velocidad critica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta agua a 27°C.

Para que el flujo sea laminar, el máximo número de Reynolds es (2000) de la tabla 2 del apéndice de viscosidad cinemática a 27°C

$T\,°C$	V.	
25	0.897	Por interpolación
27	X	
30	0.804	

X = V = 0.89598 x 10^{-6} m/s

$$\text{R}_e = V\,\text{D}/\upsilon$$

$$\text{V} = \frac{\text{R}_e \text{ x } \upsilon}{\text{D}} = \frac{2000 \text{ x } 0.8598 \text{ x } 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}}{0.1\text{m}} = 0.0172\ \text{m}/\text{s} = 1.72 \text{ x } 10^{-2}\ m/s$$

Problema

Calcular la velocidad crítica (inferior) para una tubería de 10 cm que transporta un fuel-oil pesado a 43 °C.

$$V = \frac{\upsilon R_e}{D} = \frac{44.6 \text{ x } 10^{-6}\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} x 2000}{0.1\,\text{m}} = 0.892\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Problema

¿Cuál será la caída de la altura de presión en 100 m de una tubería nueva de fundición, horizontal, de 10 cm de diámetro que transporta un fuel-oil medio a 10°C, si la velocidad es de 7.5 cm/s?

$$0+2+0-100\left(\frac{1.69}{2g}\right)-0.068\frac{250}{0.15}\frac{(1.69)}{2g}=0+\frac{V^2}{2g}+0$$

Tubería corriente de la tabla A-5

$1000\frac{V^2}{2g}(m)$ pérdida de carga en m.

$$Z=100\frac{(1.69^2)}{2\mathrm{g}}+0.068\left(\frac{256}{015}\right)\left(\frac{169}{2g}\right)^2=0.15+16.49=16.63\,\mathrm{m}$$

Problema

Un aceite de densidad relativa 0.802 y viscosidad cinemática 1.86 x 10^{-4} m^2/s fluye desde el depósito B a través de 300 m de tubería nueva, siendo el caudal de 88 L/s. La altura disponible es de 16 cm, qué tamaño de tubería deberá utilizarse?

$$Q=V.A\Rightarrow \mathrm{V}=\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{A}}=\frac{0.088\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}}{\frac{\pi}{4}(D^2)}=\frac{0.112}{D^2}$$

Aplicando Bernoulli

$$\frac{P_A}{\gamma}+\frac{{V_A}^2}{2g}+Z_A-f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}=\frac{P_B}{\gamma}+\frac{{V_B}^2}{2g}+Z_B$$

$$(Z_A-Z_B)=f\frac{L}{d}\frac{\mathrm{V}^2}{1\mathrm{g}}$$

$$0.16m=\mathrm{f}\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{D}}\frac{\mathrm{V}^2}{2\mathrm{g}}$$

$f = 0.05 \qquad\qquad V = 1.44 \,{}^{m}\!/_{s}$

$$Re = \frac{DV}{\upsilon} = \frac{06m \, x1.44 \,{}^{m}\!/_{s}}{3.31x10^{-6} \,\frac{m^2}{s}} = 2.61x10^5$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.048}{60} = 0.0008$$

$$\left.\begin{array}{l} Re = 2.61 \, x \, 10^5 \\ \\ \dfrac{E}{D} = 0.0008 \end{array}\right\} Diagrama \;\; A-1 \rightarrow f = 0.02 \qquad V = \sqrt{\frac{1059 \, x \, 0.6 \, x \, 19.62}{0.02x1.200}} = V = 2.28 \,{}^{m}\!/_{s}$$

$$Q = VxA = \frac{2.28 \, x \, \pi \, x \, (0.6)^2}{4} = 0.65 \,{}^{m^3}\!/_{s}$$

Problema

Desde un depósito A, cuya superficie libre está a una cota de 25 m, fluye agua hacia otro depósito B, cuya superficie está a una cota de 18 m. Los depósitos están conectados por una tubería de 30 cm de diámetro y 30 m de longitud (f = 0.020) seguida por otros 30 m de tubería de 15 cm (f = 0.015). Existen dos codos de 90° en cada tubería (K = 0.50 para cada uno de ellos), K para la contracción es igual a 0,75 y la tubería de 30 cm es entrante en el depósito A. Si la cota de la contracción brusca es de 16 m, determinar la altura de presión en la tubería de 30 y 15 cm en el cambio de sección.

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^{\,2}}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_A^{\,2}}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{30}^2}{2g} + f\frac{L}{D}\frac{V_{15}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{30}^2}{2g} + \frac{V_{15}^2}{2g} + 0.75\left(\frac{V_{15}^2 - V_{30}^2}{2g}\right)$$

$$V_{30} \, d_{30}^2 = V_{15} \, d_{15}^2$$

$$V_{15} = V_{30}\left(\frac{d_{30}}{d_{15}}\right)^2$$

$$V_{15} = 4 \, V_{30}$$

$$\frac{V_{15}^2}{2g} = 16\frac{V_{30}^{\,2}}{2g}$$

$$V = \frac{0{,}018\,\mathrm{m}^3/s}{0.05m\mathrm{x}\,0.1\,\mathrm{m}} = 0.018\,\mathrm{m}^3/s$$

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\upsilon} =$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{0.05 \times 0.10}{2(0.05) + 0.10} = 0.025\ \mathrm{m.}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{4\mathrm{V_R}}{\upsilon} = \frac{4 \times 3.6\,\mathrm{m}/\mathrm{s}\; x0.025\,m}{1.132 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s} = 318021.20} = 3.18x10^5$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0{,}025cm}{4(7.5)m} = 0.025$$

En el gráfico f = 0.042

$$h_f = f\frac{L}{d}\frac{\mathrm{V}^2}{2\mathrm{g}} = f\frac{L}{4R}\frac{V}{2g}$$

$$h_f = 0.042x\frac{100m}{0.1m}x\frac{(3.6m/s)^2}{19.62\ \mathrm{m/s}^2} = 27.74m = 27.80m$$

Problema

Cuando circulan 40 L/s de un fuel-oil medio a 15°C entre A y B a través de 1000 m de una tubería nueva de fundición de 15 cm de diámetro, la pérdida de carga es de 40 cm Las secciones A y B tienen cotas de 0,0 m y 18,0 m, respectivamente, siendo la presión en B de 3.50 kg/cm². ¿Qué presión debe mantenerse en A para que tenga lugar el caudal establecido?

De tablas se obtiene la densidad relativa del Fuel-oil medio a 15°C.

Es de 0.857, luego γ =857 kg/m³

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^{\,2}}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^{\,2}}{2g} + h_f(A-B)$$

Z_A = 0 se encuentra en el nivel de referencia (N.R.).

$V_A = V_B$ permanecer constantes el caudal y el diámetro de la tubería

Luego

$$7.5 = 16 f_1 \frac{L_1}{D_1}\frac{V_2^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} + 32K_2 \frac{V_2^2}{2g} + K_3 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$7.5 = 16 f_1 \frac{50}{0.075} x \frac{V_2^2}{19.63} + f_2 \frac{30}{0.15} x \frac{V_2^2}{19.62} + 32x(0.80)\frac{V_2^2}{19.62} + 0.6\frac{V_2^2}{19.62} + 3\frac{\sqrt{2}}{19.62}$$

$$7.5 = 643.66\ f_1V_2^2 + 10.19\ x\ f_2V_2^2 + 1.30\ V_2^2 + 0.03\ V_2^2 + 0.15\ V_2^2$$

$\rightarrow f_1 \cong f_2 \cong f \rightarrow$ suponiendo un f = 0.020

Reemplazo $:\rightarrow$ V = 0.597 m/s

$$Re = \frac{V_2 D}{\upsilon} = \frac{(0.597)*(0.15)}{0.6874\,x10^{-6}} = 130333\ .8 \rightarrow Re \cong 1.3x10^{-5}$$

$$\frac{E}{D} = \frac{0.012}{15cm} = 0.0008 \text{ en Moody } \rightarrow f_{calculado} = 0.021 \text{ diferente al supuesto}$$

Reemplazando

$$7.5 = (543.66)(0.021)\,V_2^2 + (10.19)(0.021)\,V_2^2 + 1.30V_2^2 + 0.03V_2^2 + 0.15V_2^2$$

$$7.5 = 11.41V_2^2 + 0.21V_2^2 + 1.30V_2^2 + 0.03V_2^2 + 0.15V_2^2 = 13.1V_2^2 \Rightarrow V_2 = 0.76\text{ m/s}$$

$$Re = \frac{V_2 D_2}{\upsilon} = Re = \frac{(0.76)(0.15)}{0.6874x10^{-6}} = 165842.3 \cong 1.7x10^5$$

$$\frac{E}{D} = 0.008 \rightarrow \text{f calculado} = 0.0205 \text{ diferente al f supuesto}$$

$$7.5 = (543.66)(0.025)\,V_2^2 + (10.19)(0.205)\,V_2^2 + 1.30V_2^2 + 0.03V_2^2 + 0.15V_2^2$$

$$7.5 = 11.14V_2^2 + 0.20V_2^2 + 1.30V_2^2 + 0.03V_2^2 + 0.15V_2^2 = 12.82V_2^2 \rightarrow V_2 = 0.77\text{ m/s}$$

$$\frac{E}{D} = 0.008 \rightarrow \text{f calculado} = 0.0205 \text{ semejante al f supuesto}$$

$$Q = V_2 A_2 \Rightarrow Q = (0.77)\left(\frac{\pi x(0.15)^2}{4}\right) = 0.0136\,{}^{m^3}\!/_s$$

$$V_1 = \frac{D_2^2}{D_1}V_2 = \frac{(0.15)^2}{(0.075)^2} z0.77 = 3.08\,{}^{m}\!/_s$$

$$Q = V_1 A_1 = (3.08)\left(\frac{\pi x(0.075)^2}{4}\right) = 0.0136\,{}^{m^3}\!/_s = 0.0136\ {}^{m^3}\!/_s\ x\frac{1000\text{ Lts.}}{1\text{ m}^3} = Q = 13.6\,{}^{L}\!/_s$$

Problema

Si la bomba B de la figura transfiere al fluido 70 CV cuando el caudal de agua es de 220 L/s. ¿A qué elevación puede situarse el depósito D?

$$h_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^{\;2}}{2g} + 85 - f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} - 6 = h_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^{\;2}}{2g}$$

$$h_B + \frac{P_B}{\gamma} = 29 \text{ m.} \qquad h_E + \frac{P_E}{\gamma} = 9.9 \text{ m.}$$

$$29 + 85 - \text{f}\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} - 6 = 99m$$

$$9 = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{\frac{9Dx2g}{fL}} = \sqrt{\frac{9x0.6x19.62}{0.02x600}} = 2.97 \,{}^{\text{m}}\!/\!_{\text{s}}$$

$$Q = VA = 2.97 \text{ x } \frac{\pi(0.6)^2}{4} = 0.840 \,{}^{\text{m}^3}\!/\!_{\text{s}}$$

$$P_{bomba} = \frac{Q \text{ x } \gamma \text{ x H}}{75} = 952 \text{ Cv}$$

$$\text{P}_{\text{Turbina}} = \frac{Q \text{ x } \gamma \text{ x B}}{75} = 67.7 \text{ Cu}$$

La cota de la superficie libre mantenida en el depósito F.

$$h_F = f\frac{L}{D}\frac{\text{V}^2}{2\text{g}} = 0.020x\frac{600}{0.6}x\frac{(2.97)^2}{19.62} = 4.0\,m$$

Nivel del tanque F = 99 - 9 = 90 m

Problema

A través de una tubería de 5 cm de diámetro circulan 68 kg/s de aire a la temperatura constante de 20ºC. La tubería es usada y el material de fundición. En la sección A la presión absoluta es de 3.80 kg/cm². ¿Cuál será la presión absoluta 150 m aguas abajo de A si la tubería es horizontal? Utilizar e = 0.0249 cm.

Problema

Para el flujo laminar en tuberías $f = 64/R_E$. Mediante esta información desarrollar una expresión de la velocidad media en función de la pérdida de carga, diámetro y otras magnitudes oportunas.

En tuberías y conductos, las pérdidas de carga en longitud de tubería se obtienen mediante la ecuación de Darcy - Weisbach.

$$h_L = f\frac{LV^2}{D2g}$$ Reemplazando en esta ecuación el valor de f :

$$h_L = \frac{64}{R_E}\frac{LV^2}{D2g}$$ Sabiendo que $R_E = \frac{V}{\upsilon . D}$ *por* la cual se reemplaza este valor

$$h_L = \frac{64\,\upsilon LV^2}{VD\;\;D2g} = \frac{32\,\upsilon LV}{D2g}$$

En esta ecuación despejando la velocidad media se obtiene la expresión en función de las pérdidas de carga.

$$h_L = \frac{32\,VL\,\upsilon}{D\,2\,g} \Rightarrow V = \frac{h_L D2\,g}{32\,\upsilon L}$$

Problema

Determinar el caudal en una tubería de 30 cm de diámetro si la ecuación de la distribución de velocidades es $v^2=70\ (y-y^2)$, con el origen de distancias en la pared de la tubería.

$$Q = \pi\sqrt{70}\int_0^r \left(8r^3 - 16r^4\right)^{0.5} dr.$$

Problema

Qué pérdida de carga producirá en una tubería nueva de fundición de 40 cm un caudal que, en una tubería de fundición de 50 cm, también nueva, da lugar a una caída de la línea de alturas piezométricas de 1.0 m/1000 m?

$S = h/L \qquad S = 1.0\ m/1000\ m$

$R = d/4 \qquad R = 50\ cm/4 = 12.5\ cm. = 0.125\ m$

De la tabla 6 del Apéndice: $C_1 = 130$

$$Q = AV = \frac{1}{4}\pi(0,5)^2\left[0.8494 * 130(0.125)^{0.63}(0.001)^{0.54}\right] = 0.14033\ m^3/s = 140.33\ L/s$$

Por la fórmula de Hazen - Williams: $V = 0.8494\ C_1\ R^{0.63}\ S^{0.54}$

Para la tubería de 40 cm. $= 0.14033 = \frac{1}{4}\pi(0.4)^2\left[0.8494\ x130\ (0.4/4)^{0.63}\ S^{0.54}\right]$

$$S^{0.54} = \frac{0,14033}{3.2523} \qquad S = 2.96x10^{-3}\,x\frac{1000}{1000} = 2,96\ m/1000\ m$$

Pérdida de carga = 2.96 m/1000 m.

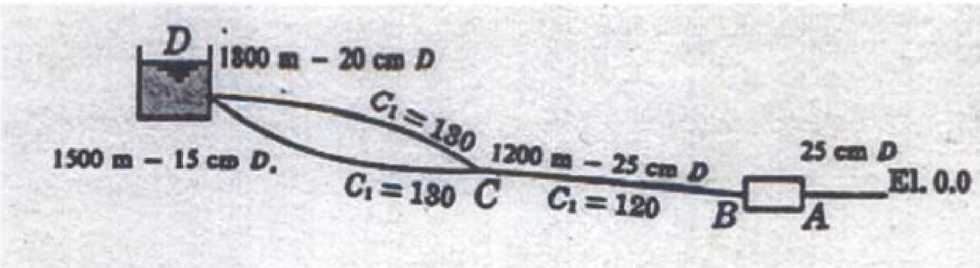
Problema

La tubería compuesta (sistema de tuberías en serie) ABCD está constituida por 6000 m de tubería de 40 cm, 3000 m de 30 cm y 1500 m de 20 cm (C_1=100): a). Calcular el caudal cuando la pérdida de carga entre A y B es de 60 m. b). Qué diámetro ha de tener una tubería de 1500 m de longitud, colocada en paralelo con la existente de 20 cm. y con nudos en C y D, para que la nueva sección C-D sea equivalente a la sección ABC (utilizar C_1 =100), c). Si entre los puntos C y D se pone en paralelo con la tubería de 20 cm otra de 30 cm. y 2400 m de longitud. Cuál será la pérdida de carga total entre A y D para Q=80 L/s?

$$\frac{f_1}{29}\left(V_2^1\frac{L_1}{d_1} + \frac{V_1 d_1^2}{d_2}\right)^2 L_2 + \left(\frac{V_1 d_1^2 / d_3^2}{d_3}\right)^2 = 60$$

Suponer un f = 0.02

$$\frac{0.02}{2 \times 9.81}(V_1^2\frac{600}{0.4} + \frac{\left(V_1(0.4)^2/(0.3)^2\right)^2 3000}{0.3} + \frac{\left(V_1(0.4)^2/(0.2)^2\right)1500^{\,2}}{0.2} = 60$$



$H_B = 90\text{ m} - 3\text{m} = 87\text{ m}$

$$P_{(CV)} = \frac{\gamma H Q_B}{7.5} \Rightarrow Q = \frac{75 * 100}{1000 * 87} \Rightarrow Q = 0.0862\,\mathrm{m^3/s}$$

$$Q = 86.21\,\mathrm{L/s}$$

$$(Q_{25})_{120} = 86.21\,\mathrm{L/s} \Rightarrow (Q_{25})_{100} = \frac{100}{120} * 86.21$$

$$(Q_{25})_{100} = 71.84\,\mathrm{L/s}$$

De la tabla B, se obtiene una pérdida en función del caudal y del diámetro:

S = 13.2 m/1000 m

$$S = \frac{h_f}{L} \Rightarrow h_f = \frac{13.2}{1000} * 1200$$

$$h_f = 15.84 m$$

Son las pérdidas producidas en el tramo BC

Se suponen unas pérdidas para las tuberías en paralelo de 20 m.

$$S_{15} = \frac{20}{1500} \Rightarrow S_{15} = \frac{13.3}{1000}$$

Del diagrama B $(Q_{15})_{100} = 18.0\,\mathrm{L/s}$

$$S_{20} = \frac{20}{1800} \Rightarrow S_{20} = \frac{11.1}{1000} \Rightarrow (Q_{20})_{100} = 34\,L/s$$

Como la tubería en paralelo el

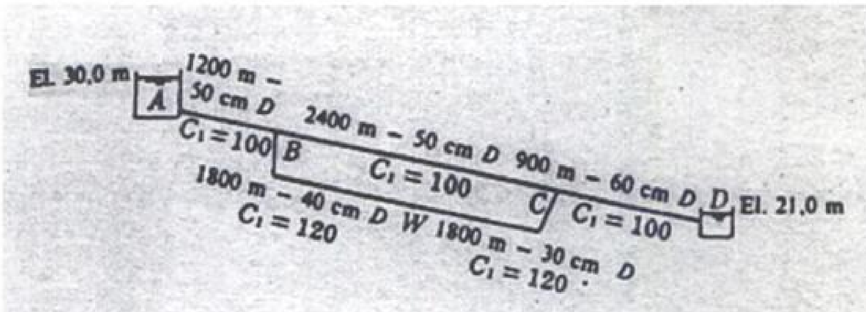
$Q_T = Q_1 + Q_2$

$Q_T = 18.0+34.0=52.0$ L/s.

$$S_2 \rightarrow 100\% \Rightarrow 18 \rightarrow 34.62\% \text{ y } 34 \rightarrow 65.38\%$$

Problema

Determinar el caudal que circula a través de cada una de las tuberías del sistema mostrado en la siguiente figura.



$h_{f\,\mathrm{TOTAL}} = 31.0 - 21.0m = 9m\left[h_f(1-4)\right]$

entre los tramos 2 - 3 del sistema en paralelo

$\mathrm{h_f}(2-3) = h_f(B-C) = h_f(BWC)$

A su vez $\mathrm{h_f}(BWC) = h_f(BW)_f\, h_f(W-C)$ [por ser BW y W - C tuberías en serie]

$\mathrm{Q_{BWC}} = Q_{BW} = Q_{WC}$ [*por* ser tuberías en serie]

1). $\mathrm{Q_{1-2} = Q_{2-3} = Q_{3-4}}$

2). $\mathrm{Q_{2-3} = Q_{B-C} + Q_{BWC}}$

3). $\mathrm{h_f(1-4) = 9m}$

4). $\mathrm{h_f(1-4) = h_f(1-2) + h_f(2-3) + h_f(3-4)}$

Suponiendo Q = 500 L/s.

$\mathrm{h_f(1-2) = 21.6m}$

$\mathrm{L = 1200m}$ del diagrama B

$\mathrm{D = 50cm}$ $\mathrm{S = {}^{18m}\!/_{1000m} = {}^{21,6}\!/_{1200m}}$

$\mathrm{C_1 = 100}$

$h_f(3-4) = 6.57m$

$L = 900m$ del diagrama B

$\mathrm{D = 60cm}$ $\mathrm{S = {}^{7.3m}\!/_{1000m} = {}^{6.57}\!/_{900}}{}_m$

$C_1 = 100$

$h_f(2-3) = ?$

Con la tabla B

$Q = 54L/s$ pero para C_1=100, para C_1=120, Q_{RS} = 64.8 L/s

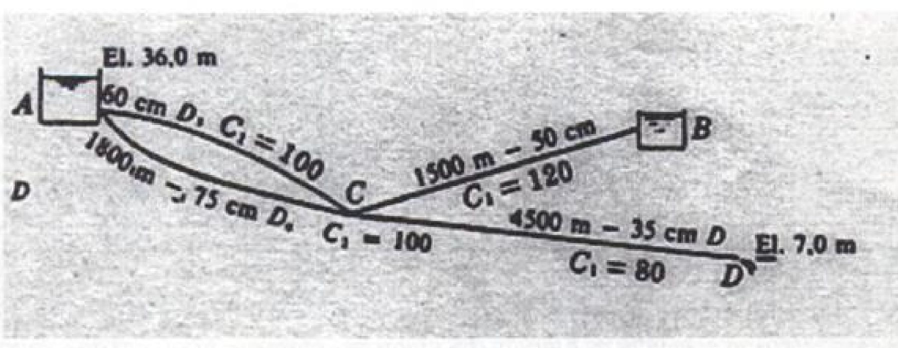
Entre los puntos T y S además de la pérdida de carga normal hay otra de 3m por efecto de la válvula Z. Hay que anotar lo siguiente, con las alturas piezométricas obtenidas se puede deducir que el tanque T abastece de agua tanto a la bomba como al depósito R, por ello haciendo un balance en S, el caudal que sale por el tramo TS es Q_{Ts} = 360+64.8 = 424.8 L/s.

El dato de caudal obtenido es con C_1=120, se pasa a C_1=100. Q_{TS}= $354L/s$, con este dato y el diámetro se lee en la tabla B y S_{60}=4.5m/1000m, y la caída es: $4{,}5\left(\frac{2400}{1000}\right)+30 = 13.8\,\text{m}$. entonces la altura a la que se encuentra el tanque T es

H_T = 13.4 m + 27.2 m.

Problema

El caudal total que sale de A, es de 380 L/s. Y el caudal que llega a B es de 295 L/s. Determinar: a). la elevación de B y b). la longitud de la tubería de 60 cm.



El caudal que pasa por C es igual al caudal total que sale de A. Por ello:

$Q_D = Q_C - Q_B \qquad Q_B = 295\, L/s$

$Q_D = 85\, L/seg \qquad Q_C = 380\, L/s$

$$Q_D C_1 = 100 = 85 \times \left(\frac{100}{80}\right) = 106.3\, L/s \rightarrow S = 6m/1000m \rightarrow HL = 27m$$

Con este cálculo la altura piezométrica del punto C es de 34 metros.

Ahora:

Suponiendo H = 8m

$S = \left[8/1500 = 5.33\, m/1000 \right] 45cm \quad Q_1 = 234$ L/s

Q = 379.20 L/s

$S = \left[8/3300 = 2{,}42\, m/1000 \right] 44cm \quad Q = 145.2$ L/s

$S_T = B/1031{,}25 = 7.73\, m/1000m \Rightarrow$ Diagrama B D = 51 cm.

$Q = 379.20\ L/s$

A —— 1031.25m - 51 cm. —— C —— 1800 m - 60 cm. —— D

Suponiendo un caudal Q = 150 L/s en el total de longitud de la tubería.

Tramo	Caudal	D(cm)	L(m)	Sm/1000m	H_L(m)
AC	150	51	1031.25	1.31	1.35
CD	150	60	1800.00	0.54	0.97
			2831.25		2.32

$$S = \frac{2.32}{2831.25} = 0.82\ m/1000m \Rightarrow \textit{Diagrama}\ B \quad D = 55\ cm$$

Q = 600 L/s

Suponiendo H = 6 m

	Q (diag. B)	%Q	Q_{Dado}
$S_{50} = \frac{6}{3000} = 1.67\ m/1000m$	162	38.57	231.42
$S_{56} = \frac{6}{2831} = 2.12\ m/1000m$	258	51.43	308.58
	420	100%	600.00

H_L = por el tramo (1):

$$\text{Altura piezométrica en D} = 23 + \frac{28000\, kg/m^2}{1000\, kg/m^3} = 51m$$

Altura piezométrica en A = 30 + X

H_L = 30 + X - 51 m. → X = H_L + 2L

$$X^2 = \frac{2V^2}{g} \text{ y } V^2 = \frac{(2.457)^2 \text{ x } 9.81}{2(0.924)} \qquad V = 5.66 \, ^{m}\!/_{s}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = 4.9 \text{ x } 10^{-4} \text{ m} \qquad C = Cv \text{ x } Cc \qquad C = 0.60$$

$$\text{Velocidad Real} = Cv\sqrt{2gH} \qquad \left(\frac{5.66}{0.98}\right)^2 = 2gH$$

$$H = \frac{33.35}{2g} = 1.7 \text{ m}$$

$$Q = CA\sqrt{2gH} = 0.6\left(4.9\text{x}10^{-4}\right)\sqrt{2g(1.7)} = 0.0017 \, ^{m^3}\!/_{s}$$

Problema

A través de un orificio de 7.5 cm de diámetro circula, desde un depósito cerrado, aceite de densidad relativa 0.800 a razón de 0.025 m³/s. El diámetro del chorro es 5.76 cm. El nivel del aceite es 7.35 m por encima del orificio y la presión de aire es equivalente a –15 cm de mercurio. Determinar los tres coeficientes del orificio.

$$Vch = \frac{0.025}{\frac{\pi(0.0576)^2}{4}} = 9.59 \, ^{m}\!/_{s}$$

Aplicando ecuación de Bernoulli

$$7.35 - \left[\frac{1}{CV^2} - 1\right]\frac{\left(9.59^2\right)}{2g} = \frac{(9.59)^2}{2g} + \frac{2040}{800}$$

$$\frac{-4.68}{CV^2} = -4.8 = 4.68 + 2.55 - 7.35$$

$$\frac{-4.68}{CV^2} = 4.68 \Rightarrow C_V{}^2 = 0.975 \rightarrow C_V = 0.987$$

$$Q = CA\sqrt{2gH}$$

$$0.025 = C\left(\frac{\pi(0.075)^2}{4}\right)\sqrt{2g \text{ x } 4.31} \rightarrow C = 0.61$$

$$C = Cv \text{ x } Cc$$

$$0.61 = 0.987 \text{ x } C_c \rightarrow Cc = 0.618$$

$$P_c^1 = h_1\,\gamma_2 + P_3 \;\Rightarrow\; P_1 = P_C^1 - h_1\,\gamma_2$$

$$P_{13} = h\,\gamma_1 + P_c + P_c^1 - h_1\gamma_2$$

$$P_\Delta = h\gamma_1 + P_c$$

$$P_B = h\;\gamma_1 + P_c + P_c^1 - h\,\gamma_{2\gamma}$$

$$P_\Delta - P_B$$

$$P_\Delta - P_B = h\,\gamma_1 + P_c - h\,\gamma_1 - P_c - P_c^1 + h\,{}_1\gamma_2$$

$$P_\Delta - P_B = h\gamma_1 - P_c^1$$

Problema

Circula agua por una tubería de 15 cm en la que se ha instalado una boquilla de aforo a 27ºC a razón de 0.045 m^3/s. ¿Cuál será la diferencia de lecturas en el manómetro diferencial? (Emplear Diagrama D).

$$Q = A.C * \sqrt{\frac{2g\left(P_{A/\gamma} - P_{B/\gamma}\right)}{1-\left(\frac{D_m}{D_e}\right)}}$$

$$Área = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0.15)^2}{4} = 1.767 * 10^{-2}\,m$$

$$Velocidad = \frac{Q}{A} = \frac{0.045\ m^3/s}{1.767 * 10^{-2}\ m} = 2.5467\ m/s$$

$$\text{Reynolds} = \frac{V.D}{\mu} = \frac{2.546\ m/s * (0.15\ m)}{0.859 * 10^{-6}\ m/s}$$

Re = 444.709 Flujo totalmente turbulento

$$\beta = \frac{7.5}{15} = 0.5$$

del diagrama D de boquilla de aforo se encuentra el valor de C = 0.988

m de largo y 0.80 m de alto, se instala en un canal rectangular. La pérdida de carga a través del orificio es de 0.60 m y el Cc = 0.65.

Determinar:

La altura de carga a la cual asciende el agua en el depósito.

El coeficiente de velocidad para el orificio.

$$Q = mbH^{3/2}$$

$$Q = 1.84 \text{ x } 0.60 \text{ m x } (010)^{3/2} = 0.035 \, \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

$$Cc = \frac{A_{chorro}}{A_{orificio}}$$

$$A_{chorro} = Cc \text{ x } \mathrm{A}_{\text{orificio}} = 0.65 \text{ x } \frac{\pi(0075)^2}{4} = 2.87 \text{ x } 10^{-3} \text{ m.}^2$$

$$\mathrm{V}_{\text{real}} = \frac{Q_{real}}{A_{chorro}} = \frac{0035 \, \mathrm{m}^3/s}{2.87 \text{ x } 10^{-3} \text{ m}^2} = 12.2 m/s$$

$$\mathrm{H} = \frac{\left(12.20 \, \mathrm{m}/\mathrm{seg}\right)^2}{2\mathrm{x}9.8 \, \mathrm{m}/\mathrm{seg}^2} + 0.60 = 8.19\mathrm{m.}$$

$$\mathrm{V_T} = \sqrt{2 * g * H} = \sqrt{2 * 9.81 * 8.19} = 12.68 \mathrm{m/s}$$

$$\mathrm{CV} = \frac{12.20 \, \mathrm{m}/\mathrm{s}}{12.68 \, \mathrm{m}/\mathrm{s}} = 0.96$$

Problema

Un vertedero con contracciones de 1.2 m de largo está situado en un canal rectangular de 2.7 m de ancho. La altura de la cresta del vertedero es 1.10 m y la altura de la carga 37.5 cm. Determinar el caudal, empleando m = 1.87.

$$\mathrm{Q} = \mathrm{CH}^n$$

$$\mathrm{Q} = \mathrm{m} \left(\mathrm{b} - \frac{2}{10}\mathrm{H}\right)\mathrm{H}^{3/2} = 1.87(1.2 \text{ m} - \frac{2}{10}0.275) * 0.375^{3/2} = 0.483 m^3/s$$

La fórmula para Q empleada es para vertederos con contracciones

$\mathrm{L_{V.}} = 1.2$ m

Ac = 2.7 m; hc = 1.10 m

Puesto que la altura de carga varía con el tiempo se calcula el tiempo de vaciado.

$$Qdt = -A_T dh$$

$$C\,A_o\sqrt{2gh}\,dt = A_T dh$$

$$C\pi r^2\sqrt{2g}dt = \frac{\pi r^2}{(h)^{1/2}}dh$$

$$c\sqrt{2g}\,dt = h^{-1/2}dh$$

$$c\sqrt{2g}\int dt = \int h^{-1/2}dh$$

$$c\sqrt{2g}\quad t = 2h^{1/2}$$

$$t = \frac{2h^{1/2}}{c\sqrt{2g}}$$

El espacio es función de V. y t. Luego

$$X = \sqrt{2Ag + 2g\frac{P_A}{\gamma} + V_A^2} * \frac{2\sqrt{h^1}}{c\sqrt{2g}}$$

$$X = \sqrt{47.0665 + 2g\frac{P_A}{\gamma}} * \frac{2\sqrt{h}}{c\sqrt{19.62}}$$

$$X = 2\sqrt{47.0665 + 2g\frac{P_A}{\gamma}} * h^{0.5}/4.429C$$

Problema

Un orificio de 15 cm de diámetro evacua 0.34 m^3/s de agua bajo una altura de carga de 44m. Este caudal pasa a un canal rectangular de 3.6 m de ancho alcanzando una altura de 0.9 m y de ahí a un vertedero con contracciones. La altura de carga sobre el vertedero es 0.3 m. ¿Cuál es la longitud del vertedero y el coeficiente del orificio?

Fórmula simplificada de Francis.

Velocidad es despreciable

Capítulo XI

FLUJO EN CANALES ABIERTOS

Los diferentes tipos de flujo que se presentan en un canal son:

Flujo permanente

La velocidad en un punto cualquiera de la sección es constante; es decir, que la variación de la velocidad con respecto al tiempo es cero.

Flujo permanente y uniforme

Cumple con la condición de flujo permanente y además tiene en cuenta que la variación de la velocidad con respecto al espacio es igual a cero.

Flujo permanente y variado

Será aquel en el cual existirá una variación de la velocidad con respecto al espacio.

Flujo gradualmente variado

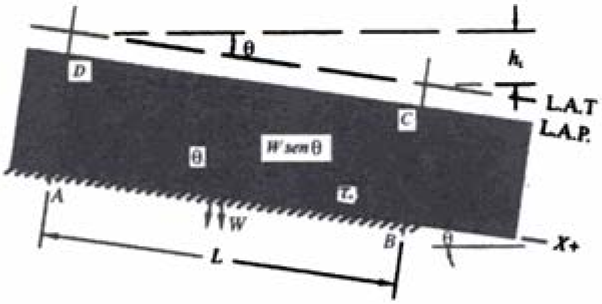
La variación de la velocidad se debe únicamente a la fricción provocada por las paredes del canal.

Flujo rápidamente variado

La variación de la velocidad en el flujo se debe a cambios bruscos en la sección geométrica del canal.

Problema

Designando por Y_N la profundidad en la figura, deducir una expresión para el flujo laminar a lo largo de una placa plana de anchura infinita, considerando el volumen libre, con achura unidad.



Para flujo laminar en canales abiertos amplios de ancho unitario, la distribución de velocidades se expresa como:

$$V = \frac{gS}{\nu}\left(Yn^2 - \frac{1}{3}\,Yn^2\right)$$

Despejando

$$Yn^2 = \frac{3\,\nu\,V}{gS}$$

Problema

El factor de fricción de Darcy f se asocia generalmente a tuberías. Sin embargo, para el problema precedente evaluar el factor de Darcy f, empleando la solución dada para dicho problema

Para una tubería llena $Yn = \dfrac{D}{4}$

$$Yn^2 = \frac{D}{16} \quad (1)$$

Para la solución del problema 1

$$Yn^2 \frac{3\nu\ V}{gS} \quad (2)$$

$S = 0.00016 \rightarrow$ 2 tuberías de hormigón (n = 0.012) $S = \frac{2.5}{1000} = 0.0025$

$$Q_{canal} = Q_{tub}$$

$\frac{A\,R^{2/3}\,S^{1/2}}{n} = \frac{2\,A\,R^{2/3}\,S^{1/2}}{n}$ reemplazando

$$\left(6*1.2+\frac{1.2+1.2}{2}\right)\left(\frac{7.92}{1.2+6+1.697}\right)^{2/3} S^{1/2} = \frac{2\pi\ d^2}{4}\left(\frac{\frac{\pi\ d^2}{4}}{\pi\ d}\right)^{2/3} (0.0025)^{1/2}$$

$$\frac{7.92*(0.89)^{2/3}\,(0.00016)^{1/2}}{0.020} = \frac{\pi\ d^2}{2}*\left(\frac{d}{4}\right)^{2/3}*4.166$$

$$1.7848 = d^2 * d^{2/3} = d^{8/3}$$

$$d = (1.7848)^{3/8} = 1.24\ \text{m}$$

Problema

Por un canal semicuadrado circula un caudal de 2.20 m³/s. El canal tiene 1200 m de largo y un desnivel de 0.6 m en esa longitud. Aplicando la fórmula de Manning y n = 0.012, determinar las dimensiones.

Manning $c = \frac{Rh^{1/6}}{n}$

$A = b*\frac{b}{2} = \frac{b^2}{2}$ $Rh^{2/3} = \left(\frac{\frac{b^2}{2}}{2b}\right)^{2/3} = \left(\frac{b^2}{4b}\right)^{2/3} = \left(\frac{b}{4}\right)^{2/3}$

$$Pm = \frac{b}{2}+b+\frac{b}{2} = 2b$$

$Q = \frac{A\,R^{2/3}\,S^{1/2}}{n}$ $b^{8/3} = 5.95$ $y = \frac{b}{2}$

$2.2 = \frac{\frac{b^2}{2}*\left(\frac{b}{4}\right)^{2/3}(0.0005)^{1/2}}{0.012}$ $b = 5.95^{3/8}$ $y = \frac{1.952}{2}$

$5.95 = b^2 * b^{2/3}$ $b = 1.952\ \text{m}$ $y = 0.976\ \text{m}$

Problema

Una acequia desagua 1.20 m^3/s con una pendiente de 0.50 m. La sección es rectangular y el factor de rugosidad n = 0.012. Determinar las dimensiones óptimas, o sea, las dimensiones que dan el menor perímetro mojado.

$$S = \frac{0.5}{1000} = 0.0005$$

$$b = 2y \qquad Q = \frac{A\,R^{2/3}\ S^{1/2}}{n}$$

$$Rh = \frac{y}{2} \qquad \frac{Qn}{S^{1/2}} = A\,R^{2/3} = \frac{1.2 * 0.012}{(0.0005^{1/2}} = 0.644$$

$$A\,R^{2/3} = 0.644$$

$$by * \left(\frac{by}{b+2y}\right)^{2/3} = 0.644 \qquad \frac{b^2}{2} * \left(\frac{b}{4}\right)^{2/3} = 0.644 \qquad b = 2y$$

$$\frac{b^2}{2} * \left(\frac{\frac{b^2}{2}}{2b}\right)^{2/3} = 0.644 \qquad b^{8/3} = 3.245 \qquad y = \frac{6}{2}$$

$$b = 1.556\,\text{m} \qquad y = 0.77\,\text{m}$$

Problema

Un canal rectangular revestido, de 5 m de anchura, transporta un caudal de 11.50 m^3/s con una profundidad de 0.85 m. Hallar n si la pendiente del canal es de 1.0 m sobre 500 m (aplicar la formula de Manning)

$$A = 4.25\ m^2$$

$$Q = A\,\frac{1}{n} \qquad R^{2/3} \quad S^{1/2}$$

$$Rh = \frac{4.25}{6.7} = 0.634\ \text{m}$$

$$n = \frac{A\,R^{2/3}\,S^{1/2}}{Q} = \frac{4.25(0.634)^{2/3}(0.002)^{1/2}}{11.50} = 0.012$$

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{2.3867^2}{9.81}} = 0.8343\,m$$

$Como\ 0.6 \langle y_C \Rightarrow el\ flujo\ es$ sup$ercrítico$

$Para\ y = 1.2\,m \qquad A = 3.6\,m^2$

$$q = 1.2\left(\frac{7.16}{3.6}\right) = 2.3867\,m^3/s/m$$

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{2.3867^2}{9.81}} = 0.8343\,m$$

$y \langle y_C \Rightarrow flujo\ es\ subcrítico$

Problema

En un canal rectangular de 3 m de ancho el caudal es de 7.16 m^3/s cuando la velocidad es de 2.4 m/s. Determinar la naturaleza del flujo.

q = 2.386 m^2/s

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{(2.386)^2}{g}} = 0.834\ \mathrm{m}$$

$$E_{min} = \frac{3}{2}(0.834\mathrm{m}) = 1.25\ \mathrm{m}$$

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$1.25 = y + \frac{(2.4\ \mathrm{m/s})^2}{2g}$$

$$y = 1.25 - 0.294 = 0.957\ \mathrm{m}$$

Luego si $y_C \langle y$

$0.834\,m \langle 0.957$ m entonces el flujo es subcrítico

Problema

Para una profundidad crítica de 0.966 m en un canal rectangular de 3 m de ancho, ¿Calcular el caudal?

$$y_C{}^3 = q^2/g$$

$$q = \sqrt{Yc^3\,g} = \sqrt{(0.966)^3\,(0.18)} = 2.972\ \mathrm{m}^2/s$$