

## rms Değeri

---

$v = V_m \cos(\omega t + \phi)$  fonksiyonunun rms değeri

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} V_m^2 \cos^2(\omega t + \phi) dt.}$$

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}.$$

Bir sinusoidin rms değeri sadece genliğe ( $V_m$ ) bağlıdır. Frekans veya faz açısının rms değerine etkisi yoktur.

---

29/62

## Sinüsoid

---

Soru: Bir sinusoidal maksimum genliği 20 A, periyodu 1 ms,  $t = 0$  anında akımının değeri 10 A'dir.

- Frekansı bulunuz. (Hz ve rad/sn cinsinden)
- $i(t)$  fonksiyonunu cos türünden ifade ediniz..
- Akımın rms değerini bulunuz.

---

30/62

## Sinüsoid

---

Soru: Bir sinusoidal maksimum genliği 20 A, periyodu 1 ms,  $t = 0$  anında akımının değeri 10 A'dır.

- a) Frekansı bulunuz. (Hz ve rad/sn cinsinden)
- b)  $i(t)$  fonksiyonunu cos türünden ifade ediniz..
- c) Akımın rms değerini bulunuz.

a)  $T = 1 \text{ ms}; \quad f = 1/T = 1000 \text{ Hz}.$

$$\omega = 2\pi f = 2000\pi \text{ rad/s}.$$

b)  $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) = 20 \cos(2000\pi t + \phi)$

$$i(0) = 10 \text{ A} \quad 10 = 20 \cos \phi \quad \phi = 60^\circ$$

$$i(t) = 20 \cos(2000\pi t + 60^\circ).$$

c)  $I_m/\sqrt{2} = 20/\sqrt{2} = 14.14 \text{ A}$

---

31/62

## Sinüsoid

---

Soru: Aşağıda verilen  $v$  sinüsoidinin,

- a) ms cinsinden periyodunu, b) Hz cinsinden frekansını,
- c)  $t = 2.778 \text{ ms}$ 'de değerini, d) rms değerini bulunuz.

$$v = 300 \cos(120\pi t + 30^\circ)$$

a)  $\omega = 120\pi \text{ rad/s} \quad \omega = 2\pi/T \quad T = 2\pi/\omega = \frac{1}{60} \text{ s}$

b)  $1/T, 60 \text{ Hz}$

c)  $120\pi t = 120 \times \pi \times 2.778 \times 10^{-3} = 1.047 \text{ rad} = 60^\circ$

$$300 \cos(60^\circ + 30^\circ) = 0 \text{ V}$$

d)  $V_{\text{rms}} = 300/\sqrt{2} = 212.13 \text{ V}.$

---

32/62

## Fazör

---

- Cosinüs formunda verilen bir sinyal:  $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$
- Euler formülü:  $e^{j\phi} = \cos(\phi) + j \sin(\phi)$
- $\cos(\phi)$ ,  $e^{j\phi}$ 'nin reel kısmıdır.
- $v(t) = \Re\{V_m e^{j(\omega t + \phi)}\} = V_m \cos(\omega t + \phi) = \Re\{V_m e^{j\omega t} e^{j\phi}\}$
- $e^{j\omega t}$  zaman bağımlılığını gösteren ifadedir.
- $V_m e^{j\phi}$  sinüsoidalın genlik ve faz açısını gösteren kompleks bir büyüklüktür. Bu kompleks büyüklük sinüsoidalın fazörüdür.
- $\mathbf{V} = V_m e^{j\phi} = V_m \angle \phi$
- $v(t) = \Re\{\mathbf{V} e^{j\omega t}\}$

---

33/62

## Fazör

---

Soru: Verilen sinüsoidleri fazörlere çeviriniz.

(a)  $i = 6 \cos(50t - 40^\circ) \text{ A}$

(b)  $v = -4 \sin(30t + 50^\circ) \text{ V}$

---

34/62

## Fazör

---

Soru: Verilen sinüsoidleri fazörlere çeviriniz.

$$(a) i = 6 \cos(50t - 40^\circ) \text{ A}$$

$$(b) v = -4 \sin(30t + 50^\circ) \text{ V}$$

$$\mathbf{I} = 6 \angle -40^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{V} = 4 \angle 140^\circ \text{ V}$$

$$\text{Not: } -1 \angle 0 = 1 \angle 180$$

$$j = 1 \angle 90$$

$$1/j = -j = 1 \angle -90$$

35/62

## Fazör

---

Ödev: Verilen sinüsoidleri fazörlere çeviriniz.

$$(a) v = 7 \cos(2t + 40^\circ) \text{ V}$$

$$(b) i = -4 \sin(10t + 10^\circ) \text{ A}$$

$$(a) \mathbf{V} = 7 \angle 40^\circ \text{ V}, (b) \mathbf{I} = 4 \angle 100^\circ \text{ A}$$

36/62

## Fazör

---

Soru: Verilen fazörleri sinüsoidlere çeviriniz.

$$(a) \mathbf{I} = -3 + j4 \text{ A}$$

$$(b) \mathbf{V} = j8e^{-j20^\circ} \text{ V}$$

37/62

## Fazör

---

Soru: Verilen fazörleri sinüsoidlere çeviriniz.

$$(a) \mathbf{I} = -3 + j4 \text{ A}$$

$$(b) \mathbf{V} = j8e^{-j20^\circ} \text{ V}$$

$$(a) \mathbf{I} = -3 + j4 = 5 \angle 126.87^\circ$$

$$i(t) = 5 \cos(\omega t + 126.87^\circ) \text{ A}$$

$$(b) \mathbf{V} = j8 \angle -20^\circ = (1 \angle 90^\circ)(8 \angle -20^\circ) \\ = 8 \angle 90^\circ - 20^\circ = 8 \angle 70^\circ \text{ V}$$

$$v(t) = 8 \cos(\omega t + 70^\circ) \text{ V}$$

38/62

Soru: Verilen fazörleri sinüsoidlere çeviriniz.

(a)  $\mathbf{V} = -10\angle 30^\circ \text{ V}$

(b)  $\mathbf{I} = j(5 - j12) \text{ A}$

Ödev: Verilen fazörleri sinüsoidlere çeviriniz.

(a)  $\mathbf{V} = -10\angle 30^\circ \text{ V}$

(b)  $\mathbf{I} = j(5 - j12) \text{ A}$

(a)  $v(t) = 10 \cos(\omega t + 210^\circ) \text{ V}$  or  $10 \cos(\omega t - 150^\circ) \text{ V}$ ,

(b)  $i(t) = 13 \cos(\omega t + 22.62^\circ) \text{ A}$ .

## Fazör

---

Soru: Verilen sinyallerin toplamını bulunuz.  $(i_1(t) + i_2(t))$

$$i_1(t) = 4 \cos(\omega t + 30^\circ) \quad i_2(t) = 5 \sin(\omega t - 20^\circ)$$

---

41/62

## Fazör

---

Soru: Verilen sinyallerin toplamını bulunuz.  $(i_1(t) + i_2(t))$

$$i_1(t) = 4 \cos(\omega t + 30^\circ) \quad i_2(t) = 5 \sin(\omega t - 20^\circ)$$

$$\mathbf{I}_1 = 4 \angle 30^\circ$$

$$i_2 = 5 \cos(\omega t - 20^\circ - 90^\circ) = 5 \cos(\omega t - 110^\circ) \quad \mathbf{I}_2 = 5 \angle -110^\circ$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 4 \angle 30^\circ + 5 \angle -110^\circ \\ &= 3.464 + j2 - 1.71 - j4.698 = 1.754 - j2.698 \\ &= 3.218 \angle -56.97^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

---

42/62

Ödev: Verilen sinyallerin toplamını bulunuz.  $(v_1(t) + v_2(t))$

$$v_1 = -10 \sin(\omega t - 30^\circ) \quad v_2 = 20 \cos(\omega t + 45^\circ)$$

$$v(t) = 12.158 \cos(\omega t + 55.95^\circ)$$

## Fazör bölgesinde türev ve integral

---

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -\omega V_m \sin(\omega t + \phi) = -\omega V_m \cos(\omega + \phi - 90) \\ &= \omega V_m \cos(\omega + \phi - 90 + 180) = \omega V_m \cos(\omega + \phi + 90) \end{aligned}$$

$$\frac{dv}{dt} \iff j\omega \mathbf{V}$$

$$\int v dt \iff \frac{\mathbf{V}}{j\omega}$$



## Fazör bölgesinde türev ve integral

Soru: Verilen integrodiferansiyel denklemi fazör yaklaşımıyla çözünüz.

$$4i + 8 \int i dt - 3 \frac{di}{dt} = 50 \cos(2t + 75^\circ)$$

45/62

## Fazör bölgesinde türev ve integral

Soru: Verilen integrodiferansiyel denklemi fazör yaklaşımıyla çözünüz.

$$4i + 8 \int i dt - 3 \frac{di}{dt} = 50 \cos(2t + 75^\circ)$$

$$4\mathbf{I} + \frac{8\mathbf{I}}{j\omega} - 3j\omega\mathbf{I} = 50\angle 75^\circ \quad \omega = 2,$$

$$\mathbf{I}(4 - j4 - j6) = 50\angle 75^\circ$$

$$\mathbf{I} = \frac{50\angle 75^\circ}{4 - j10} = \frac{50\angle 75^\circ}{10.77\angle -68.2^\circ} = 4.642\angle 143.2^\circ \text{ A}$$

$$i(t) = 4.642 \cos(2t + 143.2^\circ) \text{ A}$$

Not:  
kararlı  
durum  
çözümüdür.

46/62

## Fazör bölgesinde türev ve integral

Ödev: Verilen integrodiferansiyel denklemi fazör yaklaşımıyla çözünüz.

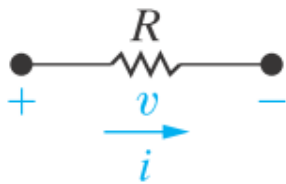
$$2 \frac{dv}{dt} + 5v + 10 \int v dt = 50 \cos(5t - 30^\circ)$$

$$v(t) = 5.3 \cos(5t - 88^\circ) \text{ V.}$$

47/62

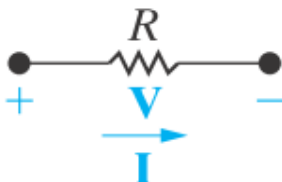
## Fazör (frekans) bölgesinde pasif devre elemanları

Direnç V-I ilişkisi



$$\begin{aligned} i &= I_m \cos(\omega t + \theta_i) \\ v &= R[I_m \cos(\omega t + \theta_i)] \\ &= RI_m[\cos(\omega t + \theta_i)], \end{aligned}$$

$$\mathbf{V} = RI_m e^{j\theta_i} = RI_m \angle \theta_i.$$



$$\mathbf{V} = R\mathbf{I},$$

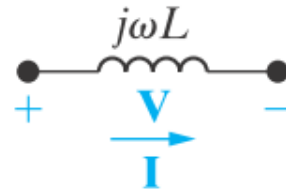
48/62

## Fazör (frekans) bölgesinde pasif devre elemanları

---

Bobin V-I ilişkisi

$$v = L \frac{di}{dt} \iff \mathbf{V} = Lj\omega\mathbf{I}$$



$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= (\omega L \angle 90^\circ) I_m \angle \theta_i \\ &= \omega L I_m \angle (\theta_i + 90)^\circ,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &\iff j\omega\mathbf{V} \\ \int v dt &\iff \frac{\mathbf{V}}{j\omega}\end{aligned}$$

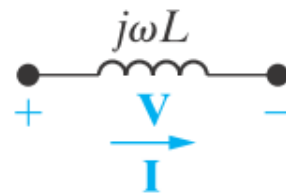
49/62

## Fazör (frekans) bölgesinde pasif devre elemanları

---

Bobin V-I ilişkisi

$$v = L \frac{di}{dt} \iff \mathbf{V} = Lj\omega\mathbf{I}$$



$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= (\omega L \angle 90^\circ) I_m \angle \theta_i \\ &= \omega L I_m \angle (\theta_i + 90)^\circ,\end{aligned}$$

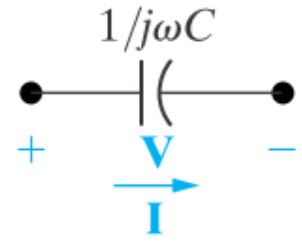
$$\frac{dv}{dt} \iff j\omega\mathbf{V}$$

50/62

# Fazör (frekans) bölgesinde pasif devre elemanları

## Kapasitör V-I ilişkisi

$$i = C \frac{dv}{dt} \iff \mathbf{I} = C j\omega \mathbf{V}, \mathbf{V} = \frac{1}{j\omega C} \mathbf{I}$$



$$\mathbf{V} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ I_m \angle \theta_i^\circ$$

$$= \frac{I_m}{\omega C} \angle (\theta_i - 90)^\circ.$$

$$\frac{dv}{dt} \iff j\omega \mathbf{V}$$

51/62

## Gerilim-Akım İlişki Özeti

Eleman	Zaman Bölgesi	Frekans Bölgesi
$R$	$v = Ri$	$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$
$L$	$v = L \frac{di}{dt}$	$\mathbf{V} = j\omega L \mathbf{I}$
$C$	$i = C \frac{dv}{dt}$	$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{I}}{j\omega C}$

52/62

## Empedans - Admittans

---

Frekans bölgesinde akım voltaj ilişkileri şu şekilde ifade edilir:

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I},$$

$$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$$

$$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$$

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{I}}{j\omega C}$$

$\mathbf{Z}$ 'ye devre empedans denir. Birimi ohmdur. ( $\Omega$ )

- Direncin empedansı:  $R$
- Bobinin empedansı:  $j\omega L$
- Kapasitörün empedansı:  $1/j\omega C$

$$\mathbf{Z} = R + jX$$

$R$ : resistans,  $X$ : reaktans olarak isimlendirilir.

$\mathbf{Z} = R + jX$  şeklinde ise indüktif devre

$\mathbf{Z} = R - jX$  şeklinde ise kapasitif devre denir.

53/62

## Empedans - Admittans

---

Empedansın tersi admittans olarak adlandırılır.

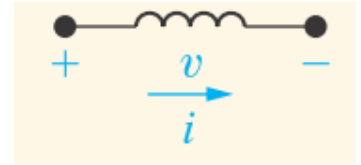
$$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}} = \frac{1}{\mathbf{Z}}$$

Admittansın birimi *Mho* veya Siemens (S)'dir

54/62

## Empendans - Admittans

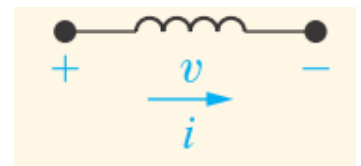
Soru: 0.1 H bobinin terminallerindeki gerilim  $v(t) = 12 \cos(60t + 45)$  ise  $i(t)$  kararlı durum akımını bulunuz.



55/62

## Empendans - Admittans

Soru: 0.1 H bobinin terminallerindeki gerilim  $v(t) = 12 \cos(60t + 45)$  ise  $i(t)$  kararlı durum akımını bulunuz.



$$\mathbf{V} = j\omega L \mathbf{I} \quad \omega = 60 \text{ rad/s} \quad \mathbf{V} = 12 \angle 45^\circ \text{ V.}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{j\omega L} = \frac{12 \angle 45^\circ}{j60 \times 0.1} = \frac{12 \angle 45^\circ}{6 \angle 90^\circ} = 2 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$i(t) = 2 \cos(60t - 45^\circ) \text{ A}$$

56/62

## Empendans - Admittans

---

Ödev:  $50\mu\text{F}$  kapasitöre  $v(t) = \cos(100t + 30)$  voltaj uygulanmışsa, kapastördeki akımı hesaplayınız.

$$50 \cos(100t + 120^\circ) \text{ mA.}$$

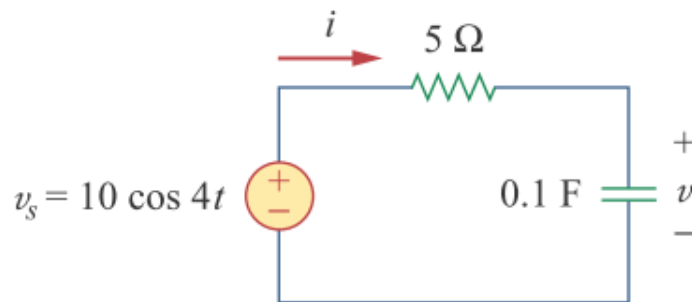
---

57/62

## Empendans - Admittans

---

Soru: Verilen devrede  $v(t)$  ve  $i(t)$  değerlerini bulunuz.

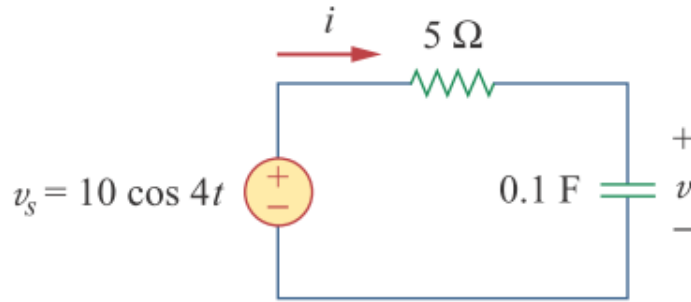


---

58/62

## Empendans - Admittans

Soru: Verilen devrede  $v(t)$  ve  $i(t)$  değerlerini bulunuz.

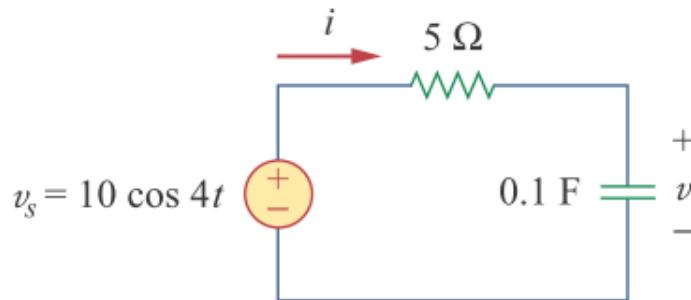


$$\begin{aligned}\omega &= 4 \\ \mathbf{V}_s &= 10 \angle 0^\circ \text{ V} \quad \mathbf{Z} = 5 + \frac{1}{j\omega C} = 5 + \frac{1}{j4 \times 0.1} = 5 - j2.5 \, \Omega \\ \mathbf{I} &= \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5 - j2.5} = \frac{10(5 + j2.5)}{5^2 + 2.5^2} \\ &= 1.6 + j0.8 = 1.789 \angle 26.57^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

59/62

## Empendans - Admittans

Soru: Verilen devrede  $v(t)$  ve  $i(t)$  değerlerini bulunuz.



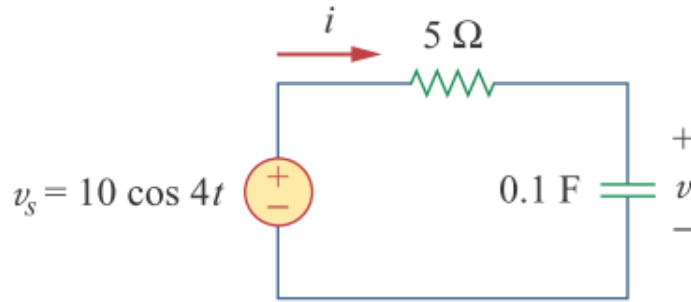
$$\begin{aligned}\mathbf{I} &= \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5 - j2.5} = \frac{10(5 + j2.5)}{5^2 + 2.5^2} \\ &= 1.6 + j0.8 = 1.789 \angle 26.57^\circ \text{ A} \\ \mathbf{V} &= \mathbf{I} \mathbf{Z}_C = \frac{\mathbf{I}}{j\omega C} = \frac{1.789 \angle 26.57^\circ}{j4 \times 0.1} \\ &= \frac{1.789 \angle 26.57^\circ}{0.4 \angle 90^\circ} = 4.47 \angle -63.43^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

60/62



## Empendans - Admittans

Soru: Verilen devrede  $v(t)$  ve  $i(t)$  değerlerini bulunuz.



$$\begin{aligned} \mathbf{V} = \mathbf{I} \mathbf{Z}_C &= \frac{\mathbf{I}}{j\omega C} = \frac{1.789 \angle 26.57^\circ}{j4 \times 0.1} \\ &= \frac{1.789 \angle 26.57^\circ}{0.4 \angle 90^\circ} = 4.47 \angle -63.43^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\mathbf{I} = 1.789 \angle 26.57^\circ \text{ A}$$

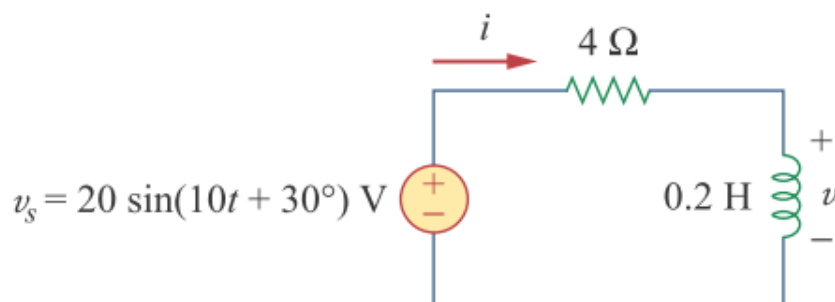
$$i(t) = 1.789 \cos(4t + 26.57^\circ) \text{ A}$$

$$v(t) = 4.47 \cos(4t - 63.43^\circ) \text{ V}$$

61/62

## Empendans - Admittans

Ödev: Verilen devrede  $v(t)$  ve  $i(t)$  değerlerini bulunuz.



$$v(t) = 8.944 \sin(10t + 93.43^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 4.472 \sin(10t + 3.43^\circ) \text{ A}$$

62/62