

Ani Güç

$$p = vi. \quad v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

1/63

Ortalama Güç

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

Ortalama güç, ani gücün bir periyottaki ortalamasıdır.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$P = \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) dt}_{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)} + \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) dt}_{\text{Bir periyot boyunca bir sinusoidin integrali 0'dır.}}$$

$$\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Bir periyot boyunca bir sinusoidin integrali 0'dır.

2/63

Ortalama Güç

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$\mathbf{V} = V_m \angle \theta_v \quad \mathbf{I} = I_m \angle \theta_i$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{V} \mathbf{I}^* &= \frac{1}{2} V_m I_m \angle \theta_v - \theta_i \\ &= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + j \sin(\theta_v - \theta_i)] \end{aligned}$$

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{V} \mathbf{I}^*] = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

3/63

Ortalama Güç

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Eğer devrede sadece direnç varsa, voltaj ve akım aynı fazda olacaktır.

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2} |\mathbf{I}|^2 R$$

Eğer devrede sadece kapasitör ve bobin varsa: $\theta_v - \theta_i = \pm 90^\circ$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos 90^\circ = 0$$

Yani: resistif bir yük her zaman güç tüketir, reaktif yük 0 ortalama güç tüketir.

4/63

Ortalama Güç

Soru: Verilen akım ve voltaj değerlerine göre devrenin tükettiği ani ve ortalama gücü bulunuz.

$$v(t) = 120 \cos(377t + 45^\circ) \text{ V} \quad \text{and} \quad i(t) = 10 \cos(377t - 10^\circ) \text{ A}$$

$$p = vi = 1200 \cos(377t + 45^\circ) \cos(377t - 10^\circ)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$$

$$p = 600 [\cos(754t + 35^\circ) + \cos 55^\circ]$$

$$p(t) = 344.2 + 600 \cos(754t + 35^\circ) \text{ W} \quad \text{ani güç}$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{1}{2} 120(10) \cos[45^\circ - (-10^\circ)]$$

$$= 600 \cos 55^\circ = 344.2 \text{ W} \quad \text{ortalama güç}$$

Ortalama Güç

Ödev: Verilen akım ve voltaj değerlerine göre devrenin tükettiği ani ve ortalama gücü bulunuz.

$$v(t) = 165 \cos(10t + 20^\circ) \text{ V} \quad \text{and} \quad i(t) = 20 \sin(10t + 60^\circ) \text{ A}$$

$$1.0606 + 1.65 \cos(20t - 10^\circ) \text{ kW}, 1.0606 \text{ kW}.$$

Ortalama Güç

Soru: Verilen empedansın tüketeceği ortalama gücü bulunuz.

$$\mathbf{Z} = 30 - j70 \, \Omega \quad \mathbf{V} = 120 \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{30 - j70} = \frac{120 \angle 0^\circ}{76.16 \angle -66.8^\circ} = 1.576 \angle 66.8^\circ \text{ A}$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{1}{2} (120)(1.576) \cos(0 - 66.8^\circ) = 37.24 \text{ W}$$

7/63

Ortalama Güç

Ödev: Verilen empedansın tüketeceği ortalama gücü bulunuz.

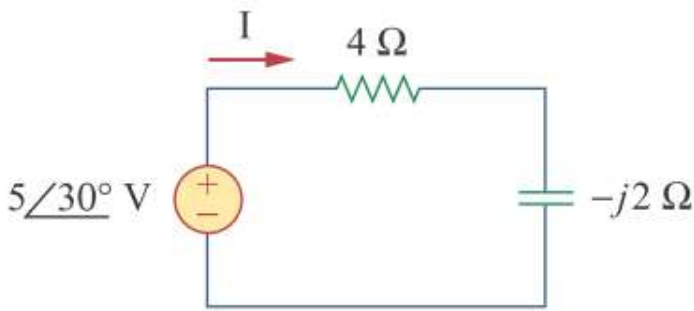
$$\mathbf{I} = 20 \angle 30^\circ \quad \mathbf{Z} = 40 \angle -22^\circ \, \Omega$$

$$3.709 \text{ kW.}$$

8/63

Ortalama Güç

Soru: Verilen devrede kaynak tarafından sağlanan gücü ve direncin tükettiği gücü hesaplayınız.

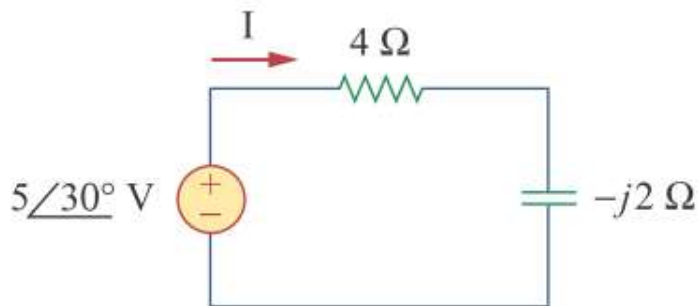


$$\mathbf{I} = \frac{5\angle 30^\circ}{4 - j2} = \frac{5\angle 30^\circ}{4.472\angle -26.57^\circ} = 1.118\angle 56.57^\circ \text{ A}$$

$$P = \frac{1}{2}(5)(1.118) \cos(30^\circ - 56.57^\circ) = 2.5 \text{ W}$$

9/63

Ortalama Güç



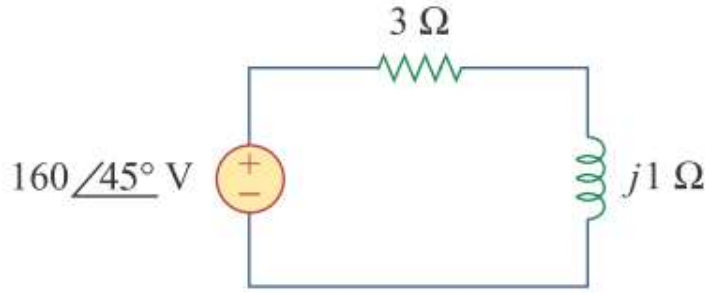
$$\mathbf{I}_R = \mathbf{I} = 1.118\angle 56.57^\circ \text{ A} \quad \mathbf{V}_R = 4\mathbf{I}_R = 4.472\angle 56.57^\circ \text{ V}$$

$$P = \frac{1}{2}(4.472)(1.118) = 2.5 \text{ W}$$

10/63

Ortalama Güç

Ödev: Verilen devrede kaynak tarafından sağlanan gücü, bobinin ve direncin tükettiği gücü hesaplayınız.

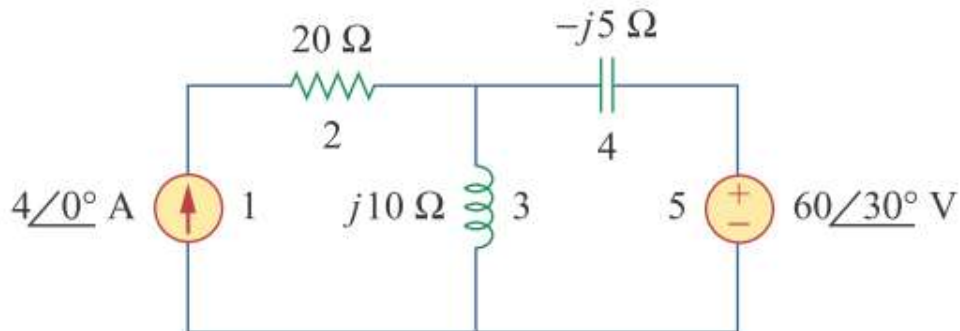


3.84 kW, 0 W, 3.84 kW.

11/63

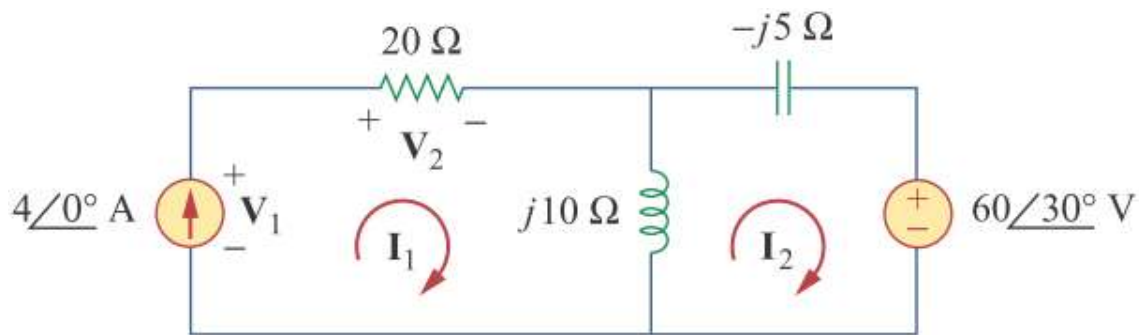
Ortalama Güç

Soru: Verilen devrede her kaynak ve pasif devre elemanları tarafından üretilen ve tüketilen gücü hesaplayınız.



12/63

Ortalama Güç



$$(j10 - j5)\mathbf{I}_2 - j10\mathbf{I}_1 + 60\angle 30^\circ = 0, \quad \mathbf{I}_1 = 4 \text{ A}$$

$$j5\mathbf{I}_2 = -60\angle 30^\circ + j40 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = -12\angle -60^\circ + 8 \\ = 10.58\angle 79.1^\circ \text{ A}$$

$$P_5 = \frac{1}{2}(60)(10.58) \cos(30^\circ - 79.1^\circ) = 207.8 \text{ W}$$

13/63

Ortalama Güç

$$\mathbf{V}_1 = 20\mathbf{I}_1 + j10(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 80 + j10(4 - 2 - j10.39) \\ = 183.9 + j20 = 184.984\angle 6.21^\circ \text{ V}$$

$$P_1 = -\frac{1}{2}(184.984)(4) \cos(6.21^\circ - 0) = -367.8 \text{ W}$$

$$20\mathbf{I}_1 = 80\angle 0^\circ \quad \mathbf{I}_1 = 4\angle 0^\circ$$

$$\mathbf{I}_2 = 10.58\angle 79.1^\circ$$

$$P_2 = \frac{1}{2}(80)(4) = 160 \text{ W}$$

$$-j5\mathbf{I}_2 = (5\angle -90^\circ)(10.58\angle 79.1^\circ)$$

$$P_4 = \frac{1}{2}(52.9)(10.58) \cos(-90^\circ) = 0$$

14/63

Ortalama Güç

$$\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 = 2 - j10.39 = 10.58 \angle -79.1^\circ$$

$$j10(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 10.58 \angle -79.1^\circ + 90^\circ$$

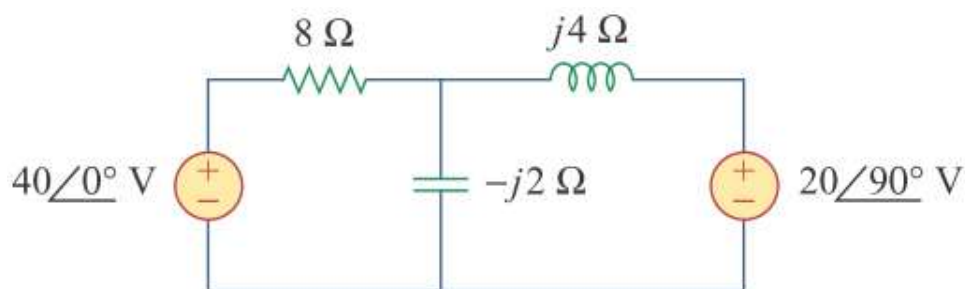
$$P_3 = \frac{1}{2}(105.8)(10.58) \cos 90^\circ = 0$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = -367.8 + 160 + 0 + 0 + 207.8 = 0$$

15/63

Ortalama Güç

Ödev: Verilen devrede her kaynak ve pasif devre elemanları tarafından üretilen ve tüketilen gücü hesaplayınız.

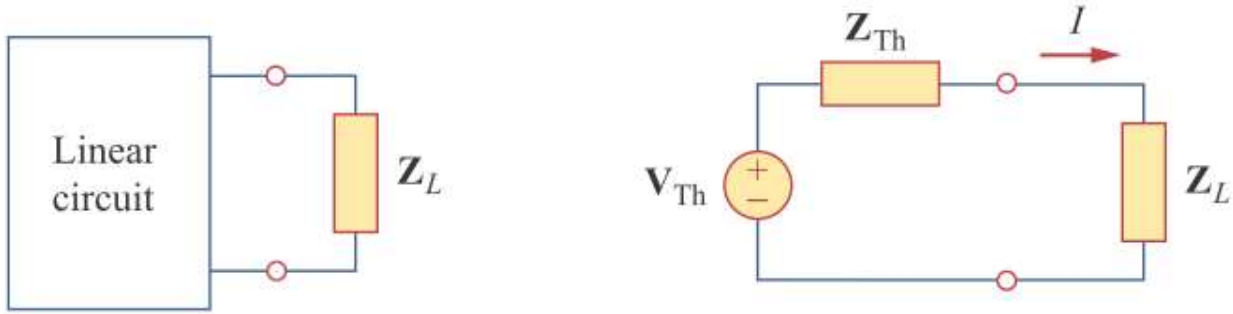


40-V Voltage source: -60 W ; $j20$ -V Voltage source: -40 W ;

resistor: 100 W ; others: 0 W .

16/63

Maksimum Ortalama Güç Transferi



$$Z_L = R_L + jX_L = R_{Th} - jX_{Th} = Z_{Th}^*$$

Yüke aktarılan max güç:

$$P_{max} = \frac{1}{2} \frac{(|V_{Th}|/2)^2}{R_{Th}} = \frac{|V_{Th}|^2}{8R_{Th}}$$

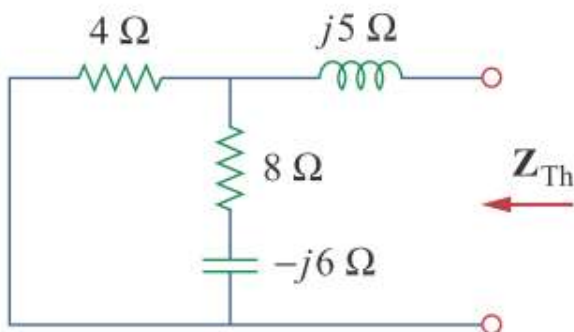
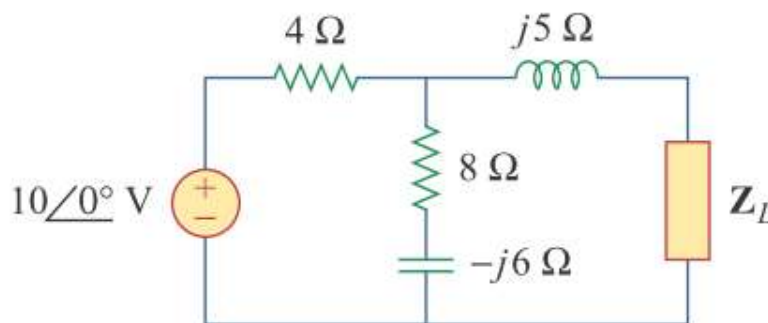
Eğer yük sadece resistif ise:

$R_L = |Z_{Th}|$ olmalıdır.

17/63

Maksimum Ortalama Güç Transferi

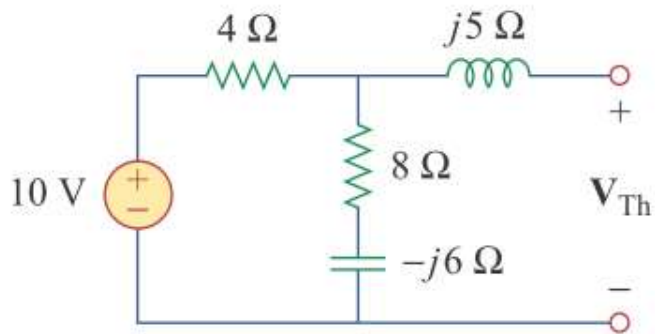
Soru: Yüke (Z_L) maksimum güç transferi yapılabilmesi için Z_L ne olmalıdır? Yapılan max güç transferi nedir?



$$\begin{aligned} Z_{Th} &= j5 + 4 \parallel (8 - j6) = \\ &= j5 + \frac{4(8 - j6)}{4 + 8 - j6} = \\ &= 2.933 + j4.467 \Omega \end{aligned}$$

18/63

Maksimum Ortalama Güç Transferi



$$\mathbf{V}_{Th} = \frac{8 - j6}{4 + 8 - j6}(10) = 7.454 \angle -10.3^\circ \text{ V}$$

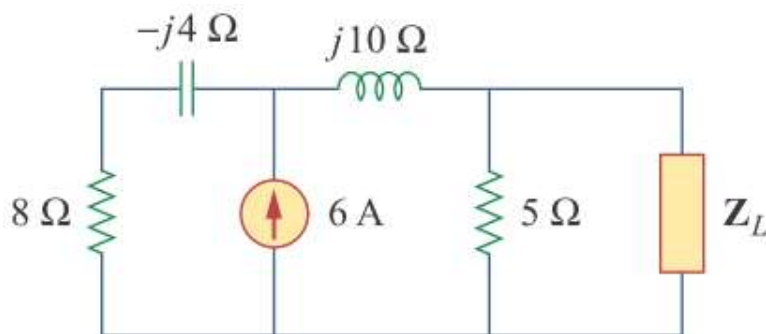
$$\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_{Th}^* = 2.933 - j4.467 \, \Omega$$

$$P_{\max} = \frac{|\mathbf{V}_{Th}|^2}{8R_{Th}} = \frac{(7.454)^2}{8(2.933)} = 2.368 \text{ W}$$

19/63

Maksimum Ortalama Güç Transferi

Ödev: \mathbf{Z}_L 'ye maksimum güç transferi yapılabilmesi için \mathbf{Z}_L ne olmalıdır? Yapılan max güç transferi nedir?

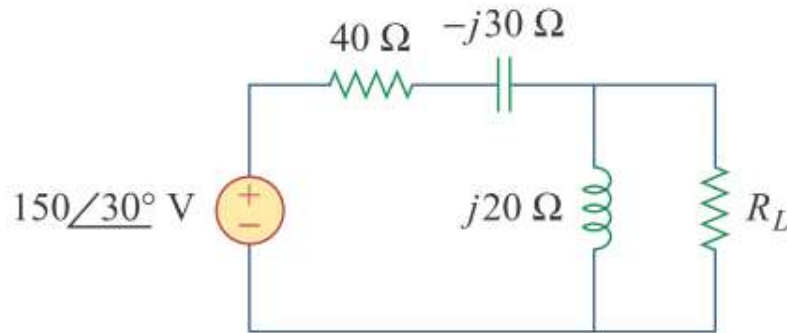


$$3.415 - j0.7317 \, \Omega, 12.861 \text{ W.}$$

20/63

Maksimum Ortalama Güç Transferi

Soru: Maksimum ortalama güç tüketimi için R_L ne olmalıdır?
 R_L 'ye yapılan güç transferi nedir?



$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = (40 - j30) \parallel j20 = \frac{j20(40 - j30)}{j20 + 40 - j30} = 9.412 + j22.35 \Omega$$

$$\mathbf{V}_{\text{Th}} = \frac{j20}{j20 + 40 - j30} (150\angle 30^\circ) = 72.76\angle 134^\circ \text{ V}$$

21/63

Maksimum Ortalama Güç Transferi

$$R_L = |\mathbf{Z}_{\text{Th}}| = \sqrt{9.412^2 + 22.35^2} = 24.25 \Omega$$

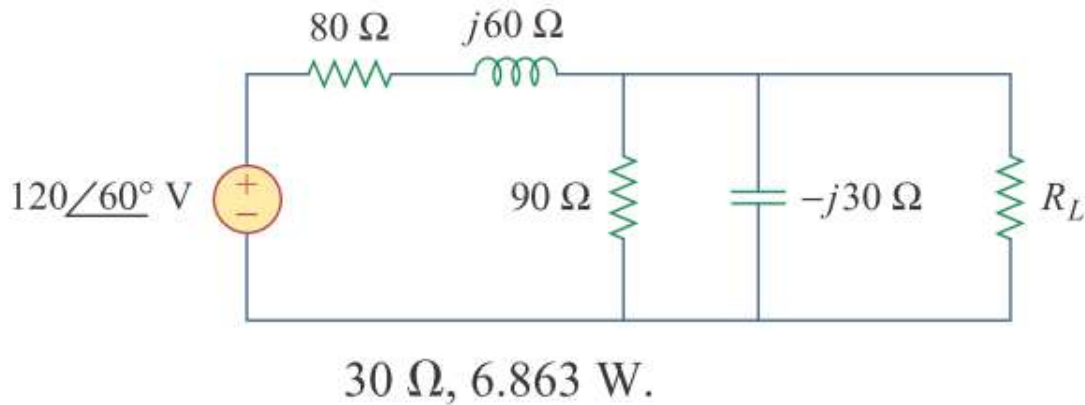
$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_{\text{Th}}}{\mathbf{Z}_{\text{Th}} + R_L} = \frac{72.76\angle 134^\circ}{33.66 + j22.35} = 1.8\angle 100.42^\circ \text{ A}$$

$$P_{\text{max}} = \frac{1}{2} |\mathbf{I}|^2 R_L = \frac{1}{2} (1.8)^2 (24.25) = 39.29 \text{ W}$$

22/63

Maksimum Ortalama Güç Transferi

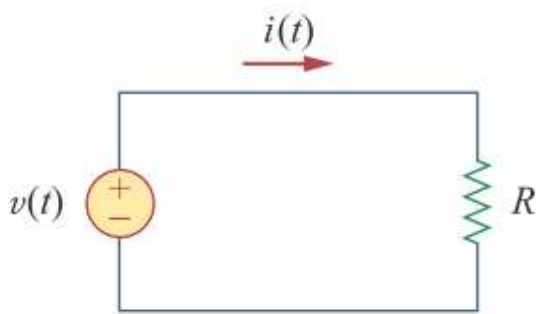
Ödev: Verilen devrede direnç maksimum ortalama güç çekecek şekilde ayarlanmıştır: Direnç ve çektiği gücü bulunuz.



23/63

Etkin Değer veya RMS Değeri

Bir periyodik akım veya gerilimin etkin değeri, aynı ortalama güç tüketimine neden olabilecek DC değeridir.



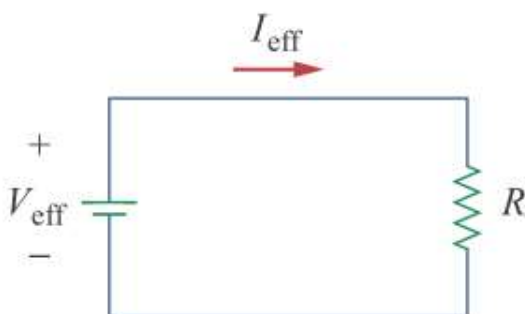
(a)

AC devrede direnç tarafından tüketilen ortalama güç:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt = \frac{R}{T} \int_0^T i^2 dt$$

Aynı güç DC kaynaktan sağlansaydı:

$$P = I_{\text{eff}}^2 R$$



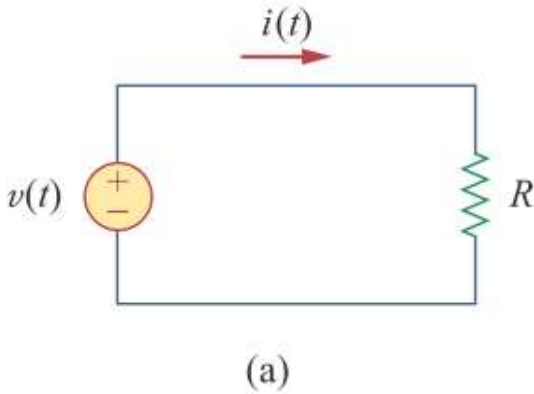
(b)

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

24/63

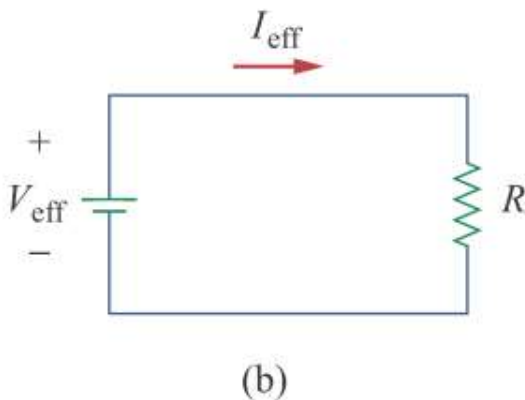
Etkin Değer veya RMS Değeri

Bir periyodik akım veya gerilimin etkin değeri, aynı ortalama güç tüketimine neden olabilecek DC değeridir.



$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt}$$



$$I_{\text{eff}} = I_{\text{rms}}, \quad V_{\text{eff}} = V_{\text{rms}}$$

Herhangi bir periyodik sinyali için

$$X_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt}$$

25/63

Etkin Değer veya RMS Değeri

$$i(t) = I_m \cos \omega t$$

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2x)}{2}$$

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2 \omega t dt}$$

Kolay hesaplamak için $f=1$ olsun

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (1 + \cos 2\omega t) dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \left(\int_0^1 dt + \int_0^1 \cos(2\pi t) dt \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \left(T + \int_0^1 \cos(2\pi t) dt \right)} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

26/63

Etkin Değer veya RMS Değeri

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos(\theta_v - \theta_i) \\ = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

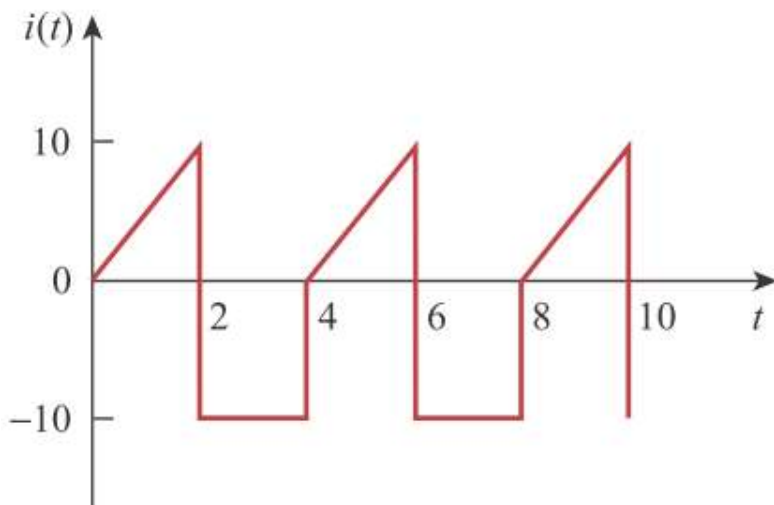
Bir direnç tarafından tüketilen güç:

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R}$$

27/63

Etkin Değer veya RMS Değeri

Soru: Grafikte bir akımın dalga formu verilmiştir. Bu akımın rms değerini bulunuz. Eğer bu akım 2Ω dirençten geçiyorsa dirençte tüketilen gücü bulunuz.



28/63

Etkin Değer veya RMS Değeri

$$T = 4.$$

$$i(t) = \begin{cases} 5t, & 0 < t < 2 \\ -10, & 2 < t < 4 \end{cases}$$

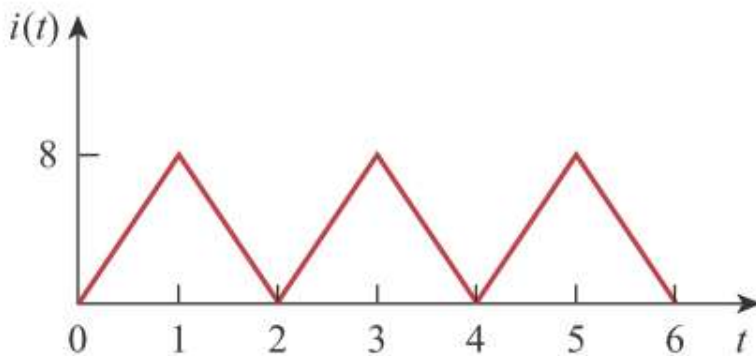
$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{4} \left[\int_0^2 (5t)^2 dt + \int_2^4 (-10)^2 dt \right]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} \left[25 \frac{t^3}{3} \Big|_0^2 + 100t \Big|_2^4 \right]} = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{200}{3} + 200 \right)} = 8.165 \text{ A} \end{aligned}$$

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = (8.165)^2 (2) = 133.3 \text{ W}$$

29/63

Etkin Değer veya RMS Değeri

Ödev: Grafikte bir akımın dalga formu verilmiştir. Bu akımın rms değerini bulunuz. Eğer bu akım 9Ω dirençten geçiyorsa dirençte tüketilen gücü bulunuz.

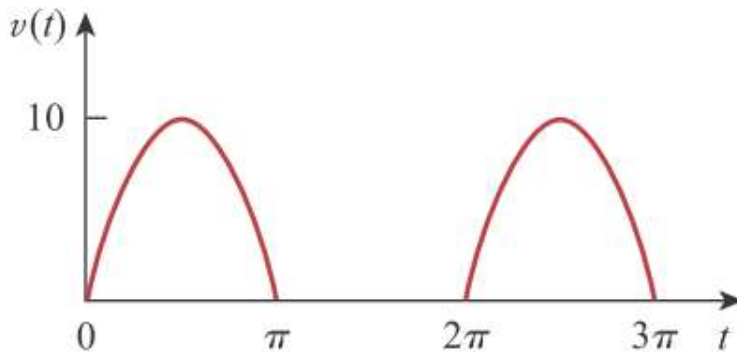


4.318 A, 192 W.

30/63

Etkin Değer veya RMS Değeri

Aşağıda yarım dalga doğrultulmuş bir sinüs sinyali verilmiştir. Bu gerilim sinyalinin rms değerini bulunuz. Bu voltaj 10Ω dirence uygulanmışsa, dirençte tüketilen gücü bulunuz.



$$v(t) = \begin{cases} 10 \sin t, & 0 < t < \pi \\ 0, & \pi < t < 2\pi \end{cases}$$

$$V_{\text{rms}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^\pi (10 \sin t)^2 dt + \int_\pi^{2\pi} 0^2 dt \right]$$

31/63

Etkin Değer veya RMS Değeri

$$\sin^2 t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2t)$$

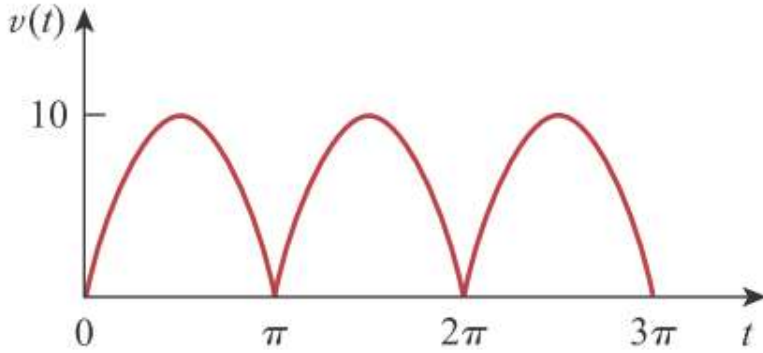
$$\begin{aligned} V_{\text{rms}}^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{100}{2} (1 - \cos 2t) dt = \frac{50}{2\pi} \left(t - \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_0^\pi \\ &= \frac{50}{2\pi} \left(\pi - \frac{1}{2} \sin 2\pi - 0 \right) = 25, \quad V_{\text{rms}} = 5 \text{ V} \end{aligned}$$

$$P = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} = \frac{5^2}{10} = 2.5 \text{ W}$$

32/63

Etkin Değer veya RMS Değeri

Ödev: Aşağıda tam dalga doğrultulmuş bir sinüs sinyali verilmiştir. Bu gerilim sinyalinin rms değerini bulunuz. Bu voltaj 6Ω dirence uygulanmışsa, dirençte tüketilen gücü bulunuz.



7.071 V, 8.333 W.

33/63

Görünen Güç ve Güç Faktörü

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \quad \text{and} \quad i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$\mathbf{V} = V_m \angle \theta_v \quad \text{and} \quad \mathbf{I} = I_m \angle \theta_i, \quad P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i) = S \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \quad \text{pf} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Ortalama güç iki terimin çarpımı olarak ifade edilebilir. $V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$ çarpımı görünen güçtür (S). $\cos(\theta_v - \theta_i)$ ise güç faktörü (power factor - pf) olarak isimlendirilir. Görünen güç voltaj ve akımın rms değerlerinin çarpımıdır ve birimi volt-amperdir (VA).

34/63

Görünen Güç ve Güç Faktörü

Gerilim ile akım arasındaki faz farkının cosinüsü güç faktörüdür. Aynı zamanda yük empedansının açısının cosinüsüdür.

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \angle \theta_v - \theta_i$$

$$pf = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Saf resistif yük için $\theta_v - \theta_i = 0$, $pf=1$

Saf reaktif yük için $\theta_v - \theta_i = \pm 90$, $pf=0$

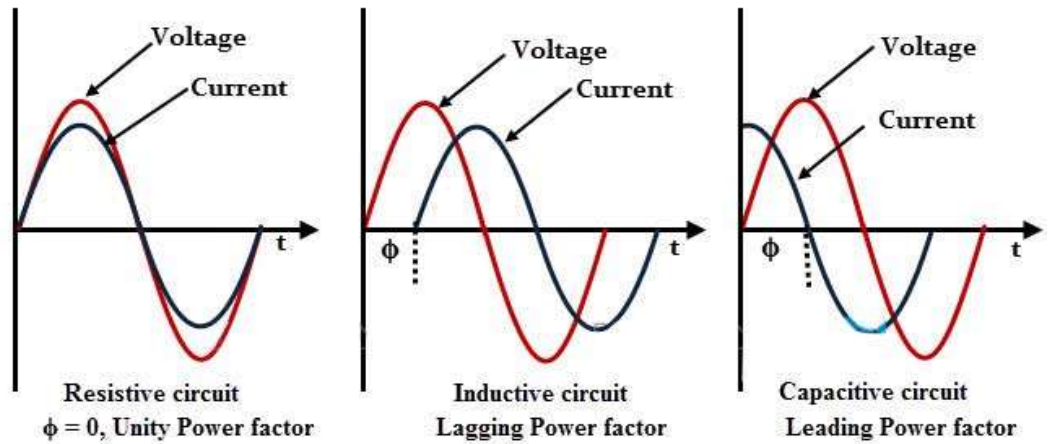
Güç faktörünün **ileride** veya **geride** olduğu ifade edilir.

Akım voltajın ilerisinde ise pf ileridedir, yük kapasitiftir.

Akım voltajın gerisinde ise pf geridedir, yük indüktiftir.

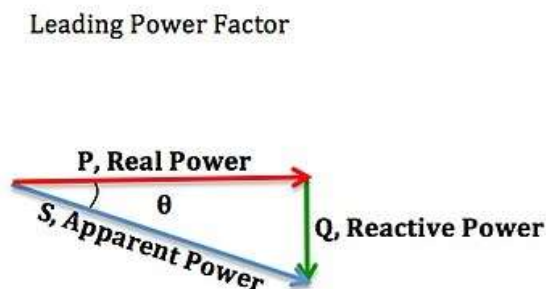
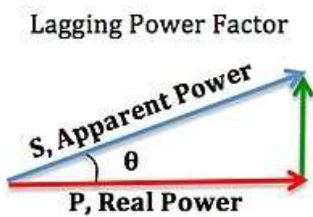
35/63

Görünen Güç ve Güç Faktörü



İndüktif devre
PF geride

Kapasitif devre
PF ileride



36/63

Görünen Güç ve Güç Faktörü

Soru: Aşağıda verilen voltaj ve akım değerleri bir yük üzerinde görülüyorsa, görünen güç ve güç faktörünü bulunuz. Yükün hangi devre bileşenlerinden oluştuğunu ve büyüklüklerini bulunuz.

$$i(t) = 4 \cos(100\pi t + 10^\circ) \text{ A} \quad v(t) = 120 \cos(100\pi t - 20^\circ) \text{ V}$$

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = \frac{120}{\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{2}} = 240 \text{ VA}$$

$$\text{pf} = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(-20^\circ - 10^\circ) = 0.866$$

Akım voltajın ilerisinde olduğu için güç faktörü de ileridedir.

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{120 \angle -20^\circ}{4 \angle 10^\circ} = 30 \angle -30^\circ = 25.98 - j15 \Omega$$

37/63

Görünen Güç ve Güç Faktörü

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{120 \angle -20^\circ}{4 \angle 10^\circ} = 30 \angle -30^\circ = 25.98 - j15 \Omega$$

$$X_C = -15 = -\frac{1}{\omega C} \quad C = \frac{1}{15\omega} = \frac{1}{15 \times 100\pi} = 212.2 \mu\text{F}$$

38/63

Görünen Güç ve Güç Faktörü

Ödev: Aşağıda verilen voltaj ve empedans değerleri için görünen güç ve güç faktörünü bulunuz.

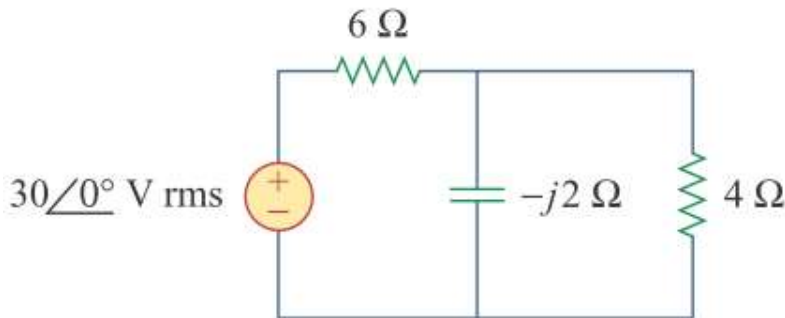
$$\mathbf{Z} = 60 + j40 \, \Omega$$

$$v(t) = 160 \cos(377t + 10^\circ) \text{ V.}$$

$$0.8321 \text{ lagging, } 177.5 / 33.69^\circ \text{ VA.}$$

39/63

Görünen Güç ve Güç Faktörü



Soru: Kaynak tarafından görülen güç faktörünü bulunuz. Kaynağın sağladığı gücü hesaplayınız.

$$\mathbf{Z} = 6 + 4 \parallel (-j2) = 6 + \frac{-j2 \times 4}{4 - j2} = 6.8 - j1.6 = 7\angle -13.24^\circ \, \Omega$$

$$\text{pf} = \cos(-13.24) = 0.9734 \quad \text{ileride}$$

$$\mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{rms}}}{\mathbf{Z}} = \frac{30\angle 0^\circ}{7\angle -13.24^\circ} = 4.286\angle 13.24^\circ \text{ A}$$

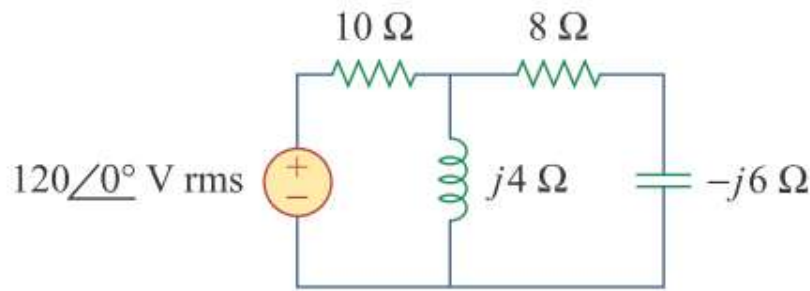
$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \text{pf} = (30)(4.286)0.9734 = 125 \text{ W}$$

$$P = I_{\text{rms}}^2 R = (4.286)^2 (6.8) = 125 \text{ W}$$

40/63

Görünen Güç ve Güç Faktörü

Ödev: Kaynak tarafından görülen güç faktörünü bulunuz.
Kaynağın sağladığı gücü hesaplayınız.



0.936 lagging, 1.062 kW.
geri

41/63

Karmaşık Güç

Yükün tüm etkisi Karmaşık Güç ile gösterilebilir.

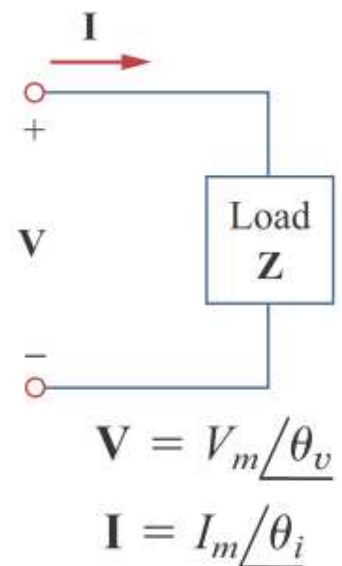
$$S = \frac{1}{2} \mathbf{V} \mathbf{I}^* \quad S = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}}^*$$

$$\mathbf{V}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{V}}{\sqrt{2}} = V_{\text{rms}} \angle \theta_v$$

$$\mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{I}}{\sqrt{2}} = I_{\text{rms}} \angle \theta_i$$

$$\begin{aligned} S &= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \angle \theta_v - \theta_i \\ &= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i) + j V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\theta_v - \theta_i) \end{aligned}$$

$$S = I_{\text{rms}}^2 \mathbf{Z} = \frac{V_{\text{rms}}^2}{\mathbf{Z}^*} = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}}^*$$



42/63

Karmaşık Güç

$$\mathbf{S} = I_{\text{rms}}^2(R + jX) = P + jQ$$

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i), \quad Q = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

$Q = 0$: Resistif yük, güç faktörü beraber

$Q < 0$: Kapasitif yük, güç faktörü önde

$Q > 0$: İndüktif yük, güç faktörü geride.

43/63

Karmaşık Güç

Karmaşık Güç $\mathbf{S} = P + jQ = \mathbf{V}_{\text{rms}}(\mathbf{I}_{\text{rms}})^* = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}} / \theta_v - \theta_i$

Görünen Güç $S = |\mathbf{S}| = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}} = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ VA}$

Aktif Güç $P = \text{Re}(\mathbf{S}) = S \cos(\theta_v - \theta_i) \text{ Watt}$

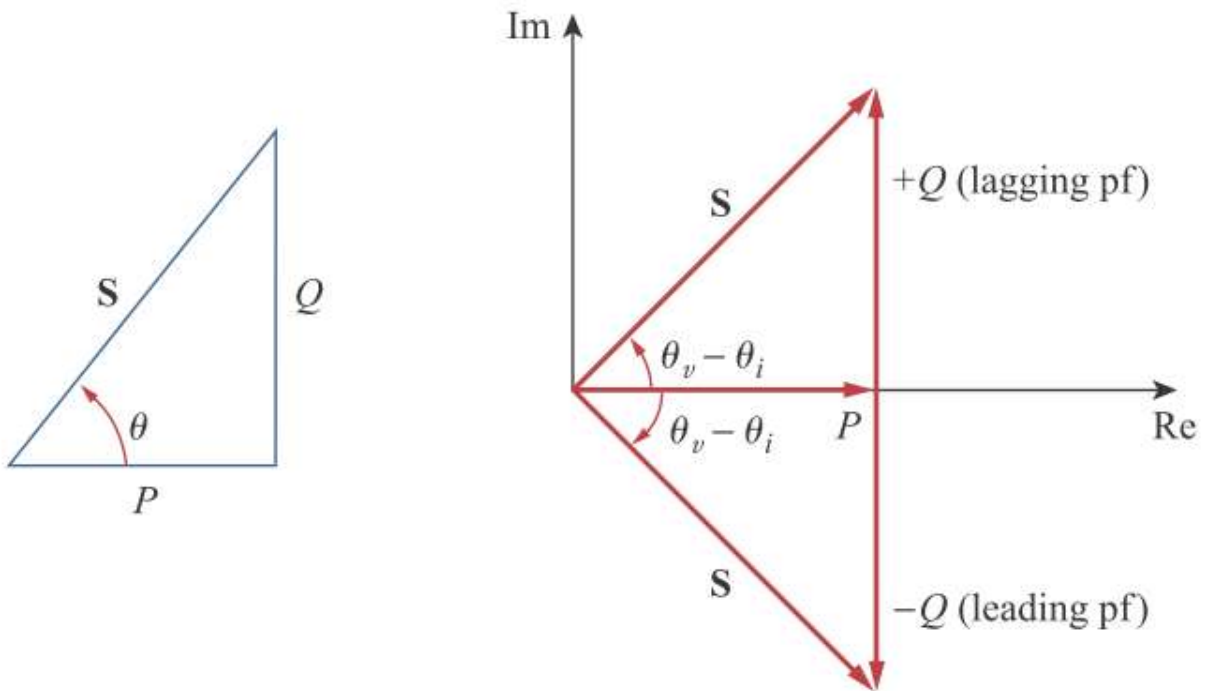
Reaktif Güç $Q = \text{Im}(\mathbf{S}) = S \sin(\theta_v - \theta_i) \text{ VAR}$

Güç Faktörü $\frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$

44/63

Karmaşık Güç

Güç Üçgeni



45/63

Karmaşık Güç

$$v(t) = 60 \cos(\omega t - 10^\circ) \quad i(t) = 1.5 \cos(\omega t + 50^\circ) \text{ A}$$

Soru: Bir yükün üzerindeki gerilim ve yükten geçen akım aşağıda verilmiştir.

- a) Karmaşık ve görünen gücü,
- b) Aktif ve reaktif gücü,
- c) Güç faktörünü ve yük empedansını bulunuz.

$$\mathbf{V}_{\text{rms}} = \frac{60}{\sqrt{2}} \angle -10^\circ, \quad \mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{1.5}{\sqrt{2}} \angle +50^\circ$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}}^* = \left(\frac{60}{\sqrt{2}} \angle -10^\circ \right) \left(\frac{1.5}{\sqrt{2}} \angle -50^\circ \right) = 45 \angle -60^\circ \text{ VA}$$

$$S = |\mathbf{S}| = 45 \text{ VA}$$

46/63

Karmaşık Güç

$$\mathbf{S} = 45 \angle -60^\circ = 45[\cos(-60^\circ) + j \sin(-60^\circ)] = 22.5 - j38.97$$

$$\mathbf{S} = P + jQ \quad P = 22.5 \text{ W} \quad Q = -38.97 \text{ VAR}$$

$$\text{pf} = \cos(-60^\circ) = 0.5 \quad \text{Reaktif güç negatif olduğu için önde}$$

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{60 \angle -10^\circ}{1.5 \angle +50^\circ} = 40 \angle -60^\circ \Omega$$

47/63

Karmaşık Güç

Ödev: Bir yükteki akım ve gerilim aşağıda verilmiştir.

- a) Karmaşık ve görünen gücü,
- b) Aktif ve reaktif gücü,
- c) Güç faktörünü ve yük empedansını bulunuz.

$$\mathbf{V}_{\text{rms}} = 110 \angle 85^\circ \text{ V} \quad \mathbf{I}_{\text{rms}} = 0.4 \angle 15^\circ \text{ A}$$

$$\text{(a) } 44 \angle 70^\circ \text{ VA, } 44 \text{ VA, (b) } 15.05 \text{ W, } 41.35 \text{ VAR,}$$

$$\text{(c) } 0.342 \text{ (geri), } 94.06 + j258.4 \Omega$$

48/63

Karmaşık Güç

Soru: Bir yük, 0.856 geri güç faktörü ile 120 Vrms bir kaynaktan 12 kVA güç çekiyor. a) aktif ve reaktif gücü, b) akımın max değerini, c) yük empedansını bulunuz.

$$pf = \cos \theta = 0.856 \quad \theta = \cos^{-1} 0.856 = 31.13^\circ \quad S = 12,000 \text{ VA}$$

$$P = S \cos \theta = 12,000 \times 0.856 = 10.272 \text{ kW}$$

$$Q = S \sin \theta = 12,000 \times 0.517 = 6.204 \text{ kVA}$$

$$S = P + jQ = 10.272 + j6.204 \text{ kVA} \quad S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}^*$$

$$I_{\text{rms}}^* = \frac{S}{V_{\text{rms}}} = \frac{10,272 + j6,204}{120 \angle 0^\circ} = 85.6 + j51.7 \text{ A} = 100 \angle 31.13^\circ \text{ A}$$

$$I_{\text{rms}} = 100 \angle -31.13^\circ \quad I_m = \sqrt{2} I_{\text{rms}} = \sqrt{2}(100) = 141.4 \text{ A}$$

$$Z = \frac{V_{\text{rms}}}{I_{\text{rms}}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{100 \angle -31.13^\circ} = 1.2 \angle 31.13^\circ \Omega$$

49/63

Karmaşık Güç

Ödev: Bir kaynak empedansı $Z = 250 \angle -75^\circ$ olan yüke 20kVAR reaktif güç sağlamaktadır.

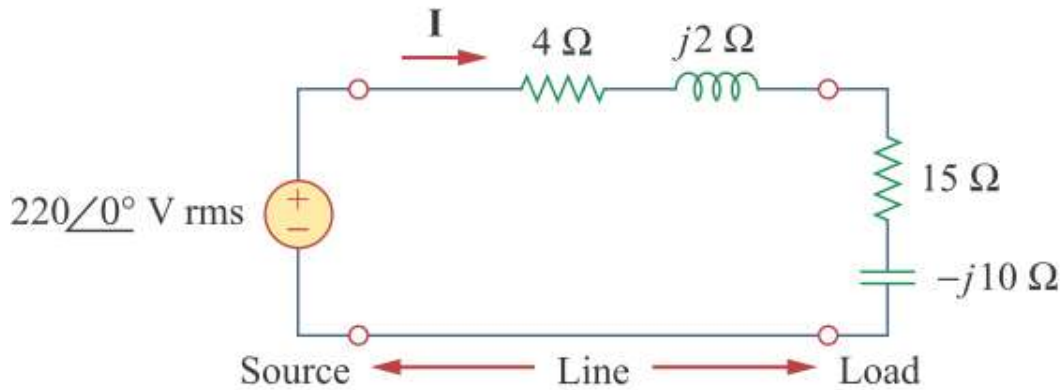
a) Güç faktörü b) yükteki görünen güç c) rms voltajını bulunuz.

(a) 0.2588 leading, (b) 20.71 kVA, (c) 2.275 kV.

50/63

Karmaşık Güç

Soru: Verilen devrede yük bir voltaj kaynağı tarafından iletim hattından beslenmektedir. Hattın empedansı $4 + j2\Omega$ ile temsil edilmektedir. Kaynak, hat ve yükün gerçek gücü ve reaktif gücünü hesaplayınız.



51/63

Karmaşık Güç

$$\mathbf{Z} = (4 + j2) + (15 - j10) = 19 - j8 = 20.62\angle -22.83^\circ \Omega$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}} = \frac{220\angle 0^\circ}{20.62\angle -22.83^\circ} = 10.67\angle 22.83^\circ \text{ A rms}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_s &= \mathbf{V}_s \mathbf{I}^* = (220\angle 0^\circ)(10.67\angle -22.83^\circ) \\ &= 2347.4\angle -22.83^\circ = (2163.5 - j910.8) \text{ VA}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{\text{line}} &= (4 + j2)\mathbf{I} = (4.472\angle 26.57^\circ)(10.67\angle 22.83^\circ) \\ &= 47.72\angle 49.4^\circ \text{ V rms}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_{\text{line}} &= \mathbf{V}_{\text{line}} \mathbf{I}^* = (47.72\angle 49.4^\circ)(10.67\angle -22.83^\circ) \\ &= 509.2\angle 26.57^\circ = 455.4 + j227.7 \text{ VA}\end{aligned}$$

$$\mathbf{S}_{\text{line}} = |\mathbf{I}|^2 \mathbf{Z}_{\text{line}} = (10.67)^2(4 + j2) = 455.4 + j227.7 \text{ VA}$$

52/63

Karmaşık Güç

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_L &= (15 - j10)\mathbf{I} = (18.03 \angle -33.7^\circ)(10.67 \angle 22.83^\circ) \\ &= 192.38 \angle -10.87^\circ \text{ V rms} \end{aligned}$$

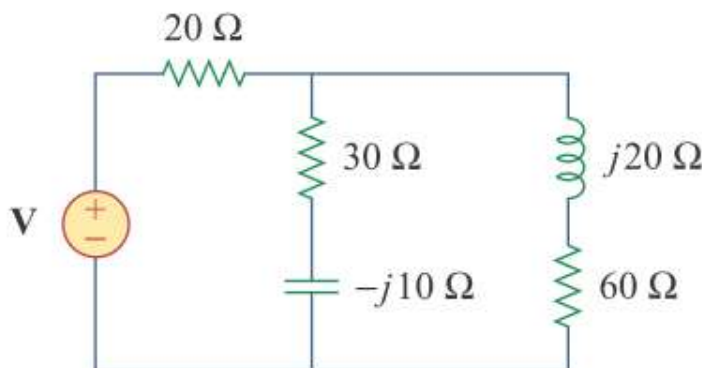
$$\begin{aligned} \mathbf{S}_L &= \mathbf{V}_L \mathbf{I}^* = (192.38 \angle -10.87^\circ)(10.67 \angle -22.83^\circ) \\ &= 2053 \angle -33.7^\circ = (1708 - j1139) \text{ VA} \end{aligned}$$

$$\mathbf{S}_s = \mathbf{S}_{\text{line}} + \mathbf{S}_L$$

53/63

Karmaşık Güç

Ödev: Verilen devrede $60 \, \Omega$ direnç 240 W ortalama güç tüketiyor ise \mathbf{V} ve her dalın kompleks gücünü hesaplayınız. ($60 \, \Omega$ dirençten akan akımda faz kayması olmadığını farzedin.)

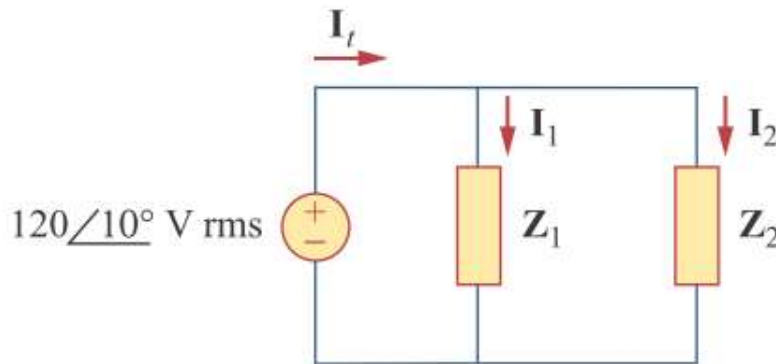


Answer: $240.67 \angle 21.45^\circ \text{ V (rms)}$; the $20\text{-}\Omega$ resistor: 656 VA ; the $(30 - j10) \, \Omega$ impedance: $480 - j160 \text{ VA}$; the $(60 + j20) \, \Omega$ impedance: $240 + j80 \text{ VA}$; overall: $1376 - j80 \text{ VA}$.

54/63

Karmaşık Güç

Soru: Verilen devrede $\mathbf{Z}_1 = 60\angle-30^\circ$ ve $\mathbf{Z}_2 = 40\angle45^\circ$ ise, görünen gücü, gerçek gücü, reaktif gücü ve güç faktörünü hesaplayınız.



$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_1} = \frac{120\angle10^\circ}{60\angle-30^\circ} = 2\angle40^\circ \text{ A rms}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_2} = \frac{120\angle10^\circ}{40\angle45^\circ} = 3\angle-35^\circ \text{ A rms}$$

55/63

Karmaşık Güç

$$\mathbf{S}_1 = \frac{V_{\text{rms}}^2}{\mathbf{Z}_1^*} = \frac{(120)^2}{60\angle30^\circ} = 240\angle-30^\circ = 207.85 - j120 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_2 = \frac{V_{\text{rms}}^2}{\mathbf{Z}_2^*} = \frac{(120)^2}{40\angle-45^\circ} = 360\angle45^\circ = 254.6 + j254.6 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_t = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 = 462.4 + j134.6 \text{ VA}$$

$$|\mathbf{S}_t| = \sqrt{462.4^2 + 134.6^2} = 481.6 \text{ VA.}$$

$$P_t = \text{Re}(\mathbf{S}_t) = 462.4 \text{ W or } P_t = P_1 + P_2.$$

$$Q_t = \text{Im}(\mathbf{S}_t) = 134.6 \text{ VAR or } Q_t = Q_1 + Q_2.$$

$$\text{pf} = P_t/|\mathbf{S}_t| = 462.4/481.6 = 0.96 \text{ geride}$$

56/63

Karmaşık Güç

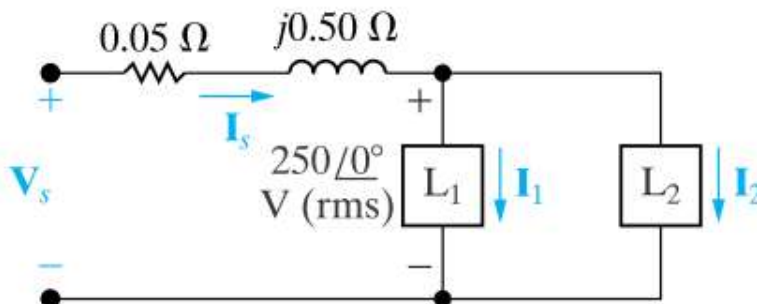
Ödev: Paralel bağlı iki yük sırasıyla ileri 0.75 güç faktörü ile 2 kW ve geri 0.95 güç faktörü ile 4 kW güç geçmektedir. Kaynak tarafından sağlanan karmaşık gücü ve iki yükün güç faktörünü hesaplayınız.

$$0.9972 \text{ (leading)}, 6 - j0.4495 \text{ kVA.}$$

57/63

Karmaşık Güç

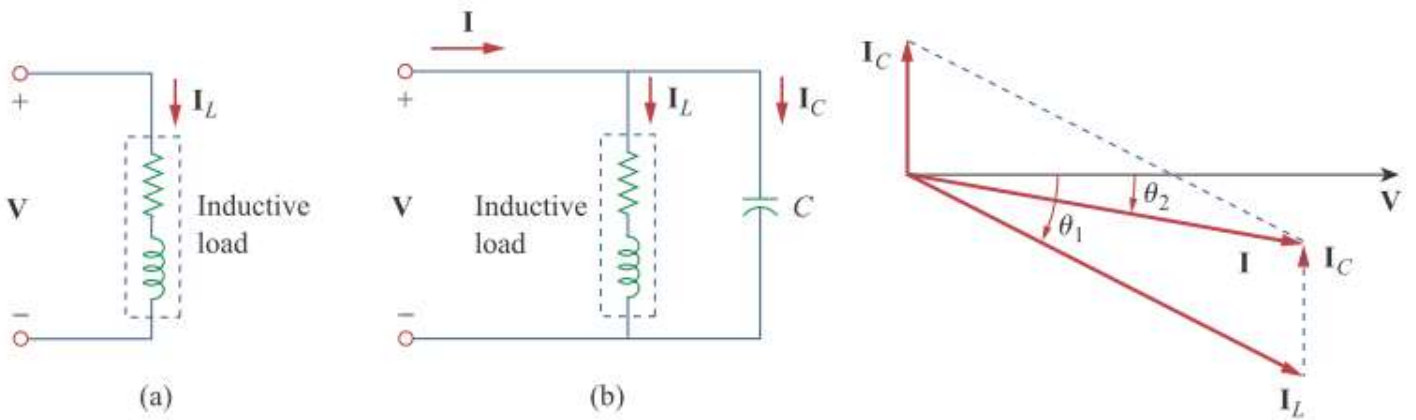
Ödev: Verilen devrede 1. Yük 8 kW ileri 0.8 güç faktörü ile çalışmaktadır. Yük 2 0.6 geri güç faktöründe 20 kVA güç çekmektedir. a) Her iki yükün güç faktörünü b) Yükleri beslemek için gerekli olan görünen gücü, I_s ve iletim hattındaki kaybı c) Kaynağın frekansı 60 Hz ise güç faktörünü 1 yapmak için gerekli olan kapasitörü bulunuz. Güç faktörü 1 olduktan sonra (b)'deki hesaplamaları tekrar yapınız.



58/63

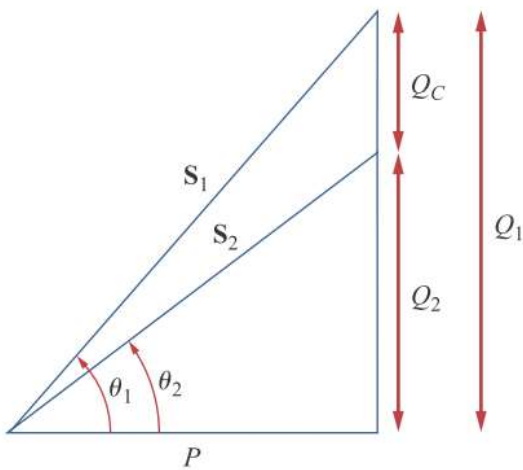
Güç Faktörü Düzeltme

Güç faktörünün, orjinal yüke gelen akım veya voltajın değiştirilmeden arttırılmasına güç faktörü düzeltme (power factor correction) denir.



59/63

Güç Faktörü Düzeltme



$$P = S_1 \cos \theta_1,$$

$$Q_1 = S_1 \sin \theta_1 = P \tan \theta_1$$

Eğer güç faktörünü $\cos(\theta_1)$ 'den $\cos(\theta_2)$ 'ye gerçek gücü değiştirmeden ($P = S_2 \cos(\theta_2)$) değiştirmek istersek:

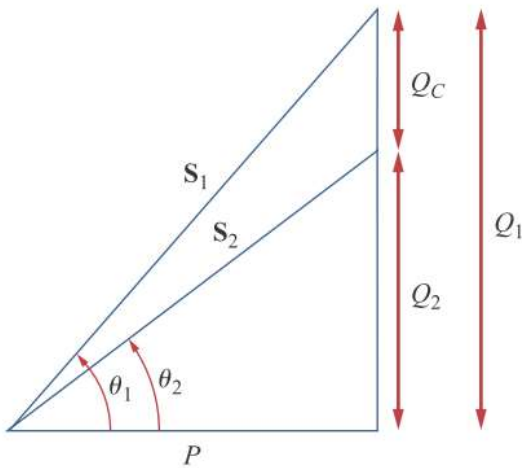
$$Q_2 = P \tan \theta_2$$

Reaktif güçteki düşmeye şönt kapasitör neden olur.

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = P(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)$$

60/63

Güç Faktörü Düzeltme



$$Q_C = Q_1 - Q_2 = P(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)$$

$$S = \frac{V_{\text{rms}}^2}{Z^*}$$

$$Q_C = V_{\text{rms}}^2 / X_C = \omega C V_{\text{rms}}^2$$

$$C = \frac{Q_C}{\omega V_{\text{rms}}^2} = \frac{P(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)}{\omega V_{\text{rms}}^2}$$

61/63

Güç Faktörü Düzeltme

Soru: 4 kW pf=0.8 geri bir yük 120 V_{rms} 60 Hz iletim hattına bağlanmıştır. pf=0.95 yapılması için bağlanması gereken kapasitör nedir?

$$\cos \theta_1 = 0.8 \quad \theta_1 = 36.87^\circ \quad S_1 = \frac{P}{\cos \theta_1} = \frac{4000}{0.8} = 5000 \text{ VA}$$

$$Q_1 = S_1 \sin \theta = 5000 \sin 36.87 = 3000 \text{ VAR}$$

$$\cos \theta_2 = 0.95 \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = 18.19^\circ$$

$$S_2 = \frac{P}{\cos \theta_2} = \frac{4000}{0.95} = 4210.5 \text{ VA} \quad Q_2 = S_2 \sin \theta_2 = 1314.4 \text{ VAR}$$

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = 3000 - 1314.4 = 1685.6 \text{ VAR}$$

$$C = \frac{Q_C}{\omega V_{\text{rms}}^2} = \frac{1685.6}{2\pi \times 60 \times 120^2} = 310.5 \mu\text{F}$$

62/63

Güç Faktörü Düzeltme

Ödev: Yük 110 V(rms) 60 Hz hattan besleniyorsa, $\text{pf}=0.85$ geri, 140 kVAR yükün güç faktörünü bir yapmak için bağlanması gereken paralel kapasitans ne olmalıdır.

30.69 mF.