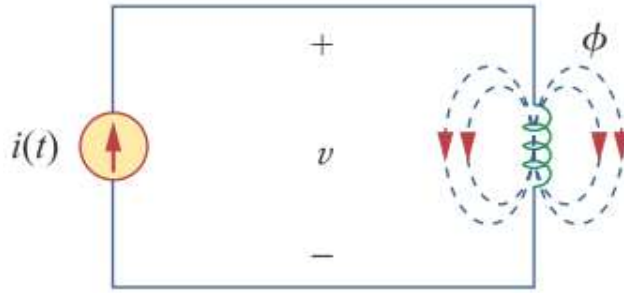


# Manyetik Kuplajlı Devreler

## Karşılıklı Endüktans



Bir bobin tarafından üretilen manyetik akı

$$v = N \frac{d\phi}{dt} \quad v = N \frac{d\phi}{di} \frac{di}{dt} \quad v = L \frac{di}{dt} \quad L = N \frac{d\phi}{di}$$

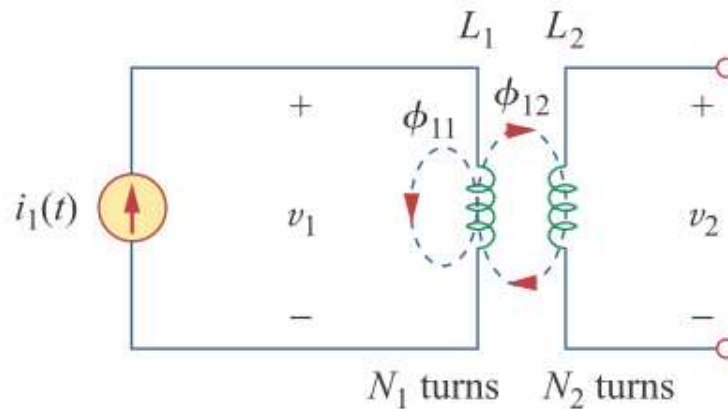
Faraday Yasası

Bobinin öz indüktansı

1/43

# Manyetik Kuplajlı Devreler

## Karşılıklı Endüktans



$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$$

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt}$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

$\phi_1$  iki kısımdan oluşmaktadır.

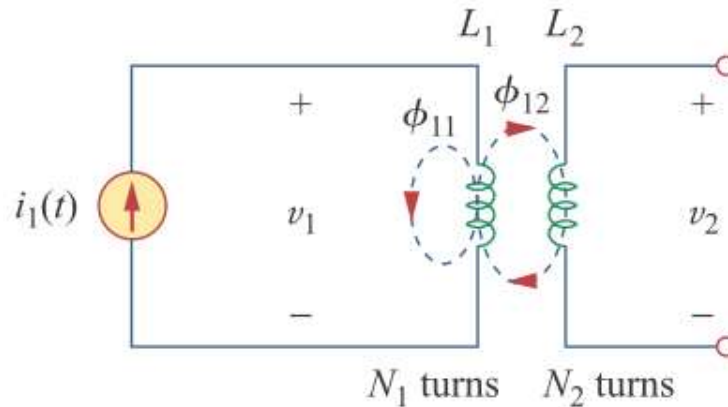
$\phi_{11}$  sadece 1. bobini dolaşan akı,

$\phi_{12}$  1. ve 2. bobini dolaşan akıdır.

2/43

# Manyetik Kuplajlı Devreler

## Karşılıklı Endüktans



$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{11}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

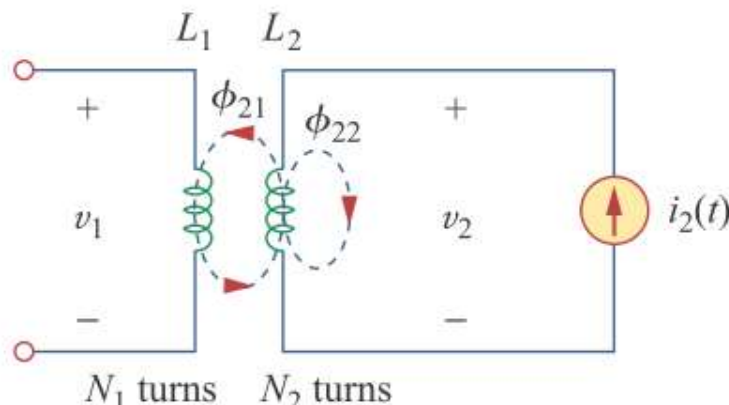
$$M_{21} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1}$$

2. bobinin 1. bobinden  
dolayı indüktansdır.

$$v_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

# Manyetik Kuplajlı Devreler

## Karşılıklı Endüktans



$$\phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22}$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_2}{di_2} \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

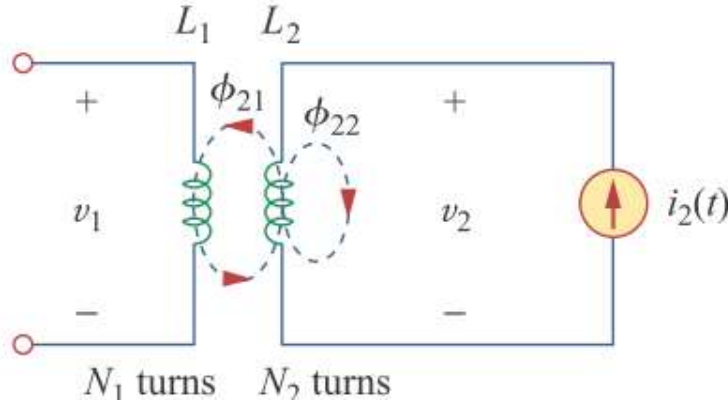
$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} \frac{di_2}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$M_{12} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2}$$

$$v_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

# Manyetik Kuplajlı Devreler

## Karşılıklı Endüktans



$$M_{12} = M_{21} = M$$

$M$  iki bobin arasındaki karşılıklı endüktanstır.

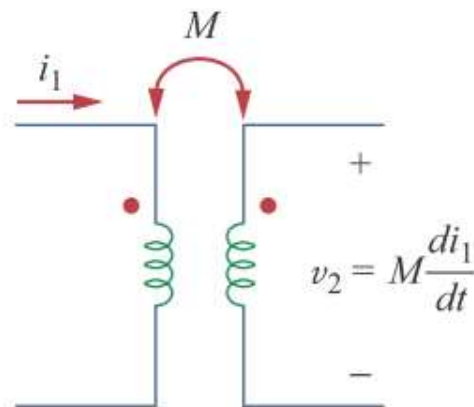
Karşılıklı Endüktans bir bobinin yakınındaki başka bir bobinde voltaj endükleyebilmesidir, birimi henrydir (H).

5/43

# Manyetik Kuplajlı Devreler

## Karşılıklı Endüktans

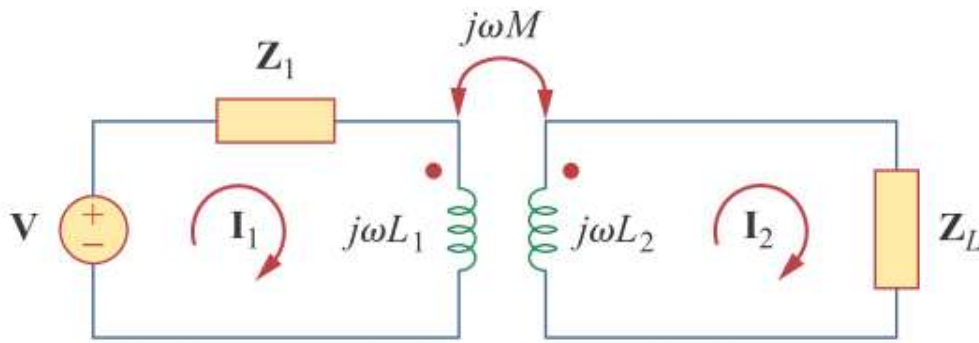
Eğer akım bir bobinin noktalı terminalinden girerse, diğer bobinde oluşan voltaj noktalı terminalde pozitifdir.



6/43

# Manyetik Kuplajlı Devreler

## Karşılıklı Endüktans



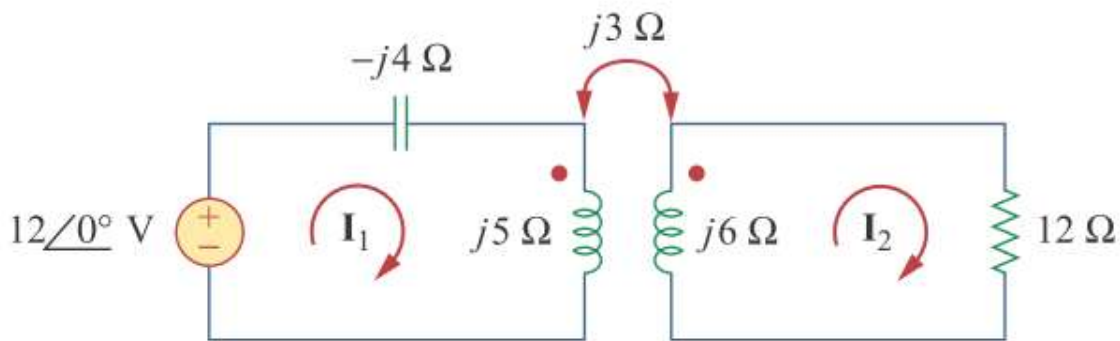
$$V = (Z_1 + j\omega L_1)I_1 - j\omega M I_2$$

$$0 = -j\omega M I_1 + (Z_L + j\omega L_2)I_2$$

7/43

# Manyetik Kuplajlı Devreler

Soru:  $I_1$  ve  $I_2$  akımlarını hesaplayınız.



$$-12 + (-j4 + j5)I_1 - j3I_2 = 0$$

$$jI_1 - j3I_2 = 12$$

$$-j3I_1 + (12 + j6)I_2 = 0$$

$$I_1 = \frac{(12 + j6)I_2}{j3} = (2 - j4)I_2$$

$$(j2 + 4 - j3)I_2 = (4 - j)I_2 = 12$$

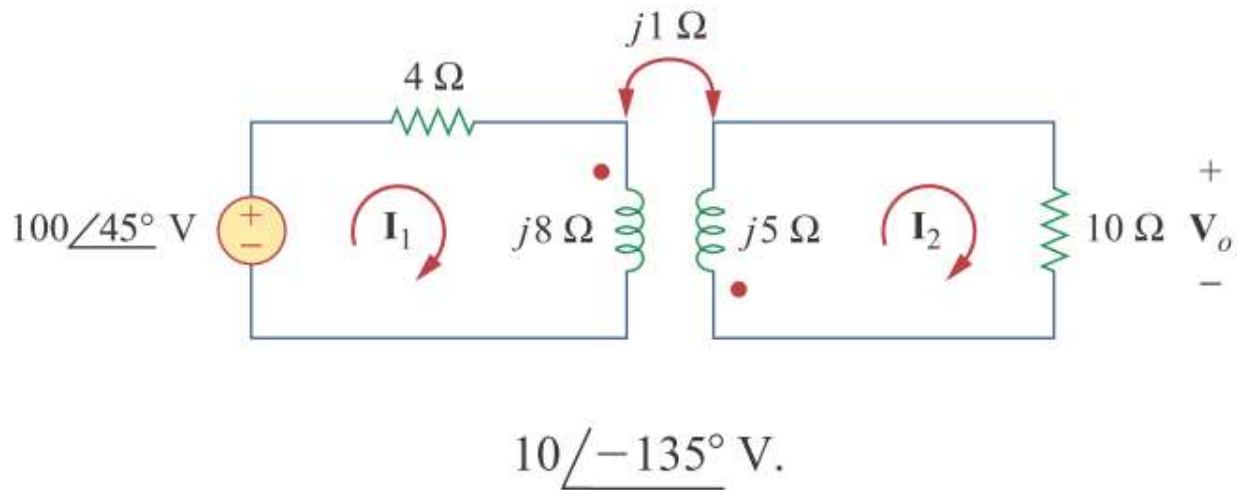
$$I_2 = \frac{12}{4 - j} = 2.91 \angle 14.04^\circ \text{ A}$$

$$I_1 = (2 - j4)I_2 = 13.01 \angle -49.39^\circ \text{ A}$$

8/43

## Manyetik Kuplajlı Devreler

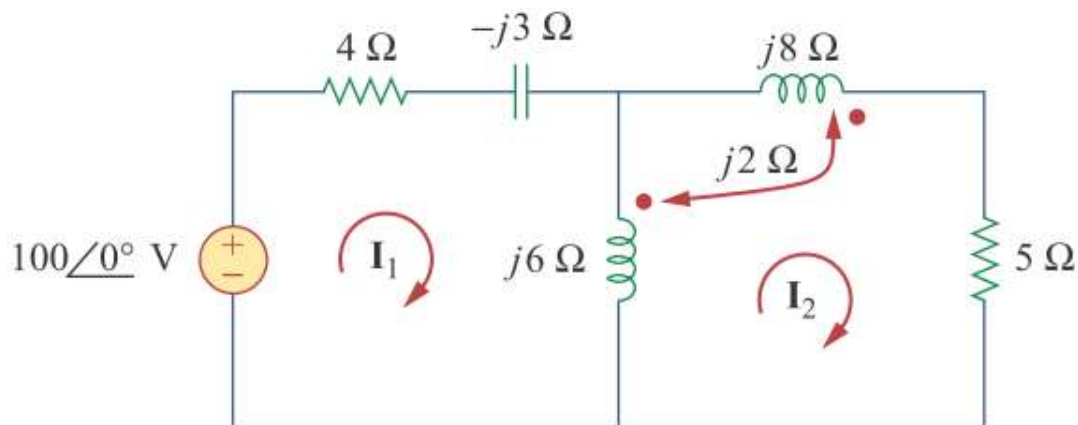
Ödev:  $V_o$  gerilimini hesaplayınız.



9/43

## Manyetik Kuplajlı Devreler

Soru:  $I_1$ ,  $I_2$  akımlarını hesaplayınız.

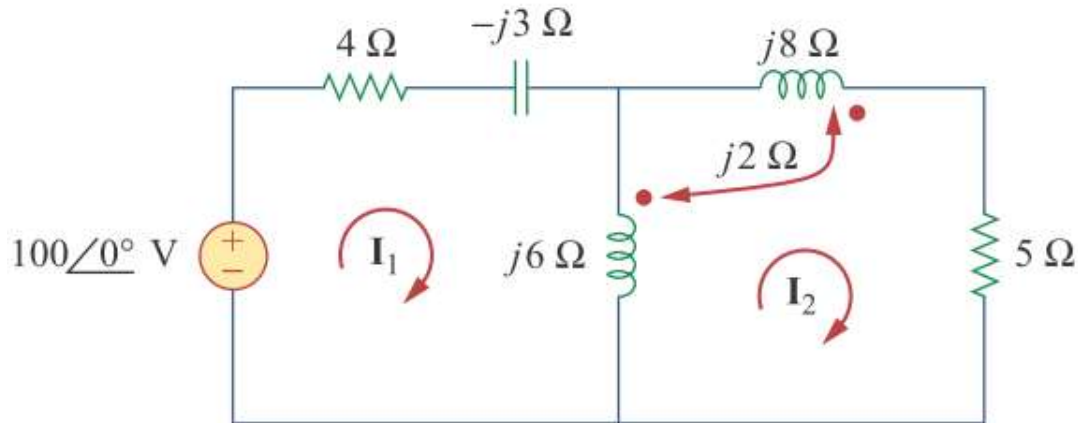


$$-100 + I_1(4 - j3 + j6) - j6I_2 - j2I_2 = 0$$

$$100 = (4 + j3)I_1 - j8I_2$$

10/43

## Manyetik Kuplajlı Devreler



$$0 = -2j\mathbf{I}_1 - j6\mathbf{I}_1 + (j6 + j8 + j2 \times 2 + 5)\mathbf{I}_2$$

$$0 = -j8\mathbf{I}_1 + (5 + j18)\mathbf{I}_2$$

11/43

## Manyetik Kuplajlı Devreler

$$\begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + j3 & -j8 \\ -j8 & 5 + j18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 + j3 & -j8 \\ -j8 & 5 + j18 \end{vmatrix} = 30 + j87$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 100 & -j8 \\ 0 & 5 + j18 \end{vmatrix} = 100(5 + j18)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4 + j3 & 100 \\ -j8 & 0 \end{vmatrix} = j800$$

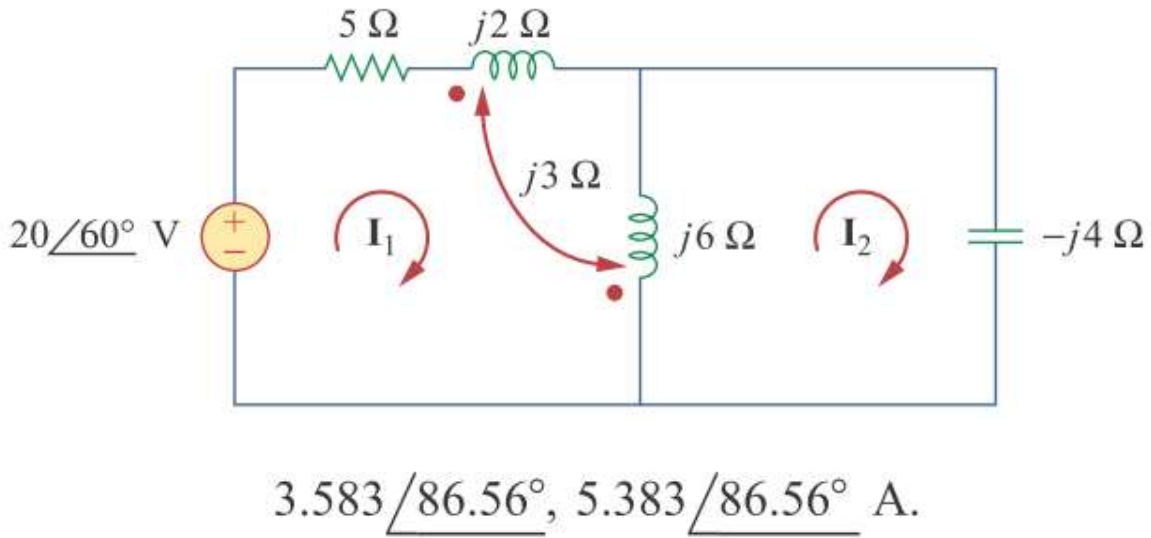
$$\mathbf{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{100(5 + j18)}{30 + j87} = \frac{1,868.2 \angle 74.5^\circ}{92.03 \angle 71^\circ} = 20.3 \angle 3.5^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{j800}{30 + j87} = \frac{800 \angle 90^\circ}{92.03 \angle 71^\circ} = 8.693 \angle 19^\circ \text{ A}$$

12/43

## Manyetik Kuplajlı Devreler

Ödev:  $I_1$ ,  $I_2$  akımlarını bulunuz.



13/43

## Kuplaj Katsayısı

İki bobin arasındaki karşılıklı indüktans, bobinlerin geometrik ortalamalarının bir katsayı ile çarpım ile ifade edilebilir.

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}, \quad 0 \leq k \leq 1$$

$k$  katsayısına kuplaj katsayısı denir.

Kuplaj katsayısı 1. bobinde üretilip 2. bobinden geçen akı miktarının 1. bobindeki toplam akı miktarına oranıdır.

Veya

2. bobinde üretilip 1. bobinden geçen akı miktarının 2.

bobindeki toplam akı miktarına oranıdır.  $k = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{21}}{\phi_2}$

Eğer  $k=1$  ise mükemmel kuplaj vardır. Yani 1. bobindeki tüm akı 2. bobinden de geçmektedir.

14/43

## Kuplajlı Bobinlerde Enerji

Bir bobinde depolanan enerji:  $w = \frac{1}{2}Li^2$

Kuplajlı bobinlerde bobin akımlarının her ikisi de noktalı terminallerden giriş yapıyorsa toplam enerji:

$$w = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + Mi_1i_2$$

Bir akım bobinin noktalı terminalinden giriş yapıyorsa ve 2. bobindeki akım, bobini noktalı terminalden terk ediyorsa toplam enerji:

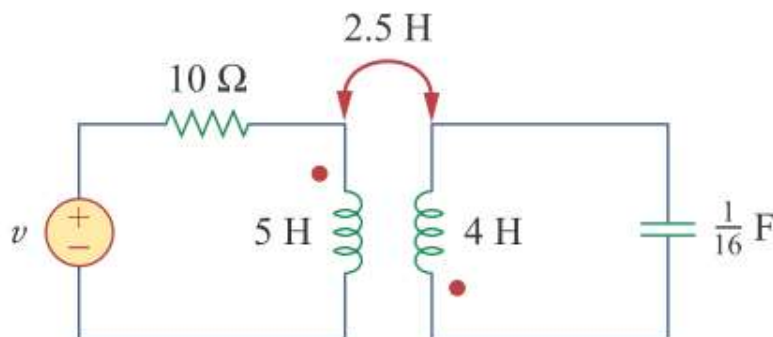
$$w = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 - Mi_1i_2$$

15/43

## Kuplajlı Bobinlerde Enerji

Soru: Verilen devrede kuplaj katsayısını bulunuz.  $t = 1$  sn'de kuplajlı bobinlerde depolanan toplam enerjiyi bulunuz.

$$v = 60 \cos(4t + 30^\circ) \text{ V.}$$



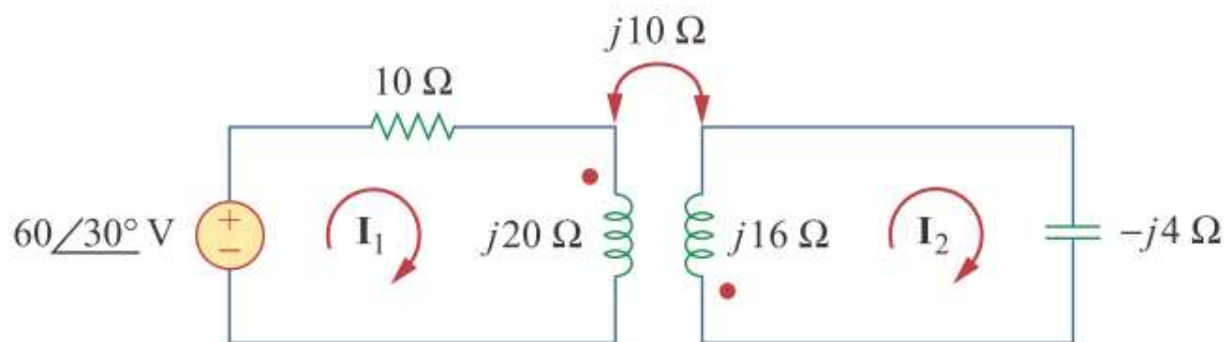
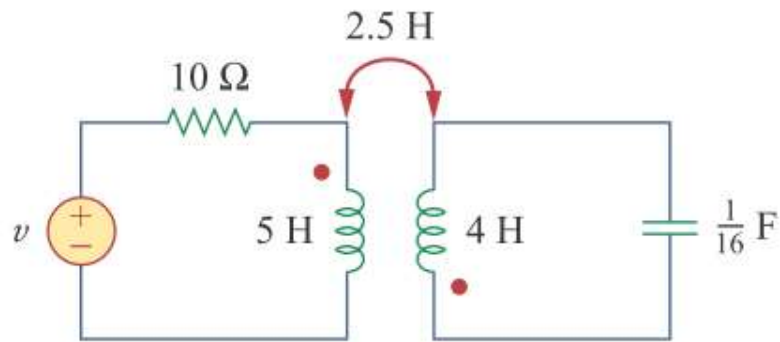
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}} = \frac{2.5}{\sqrt{20}} = 0.56$$

16/43



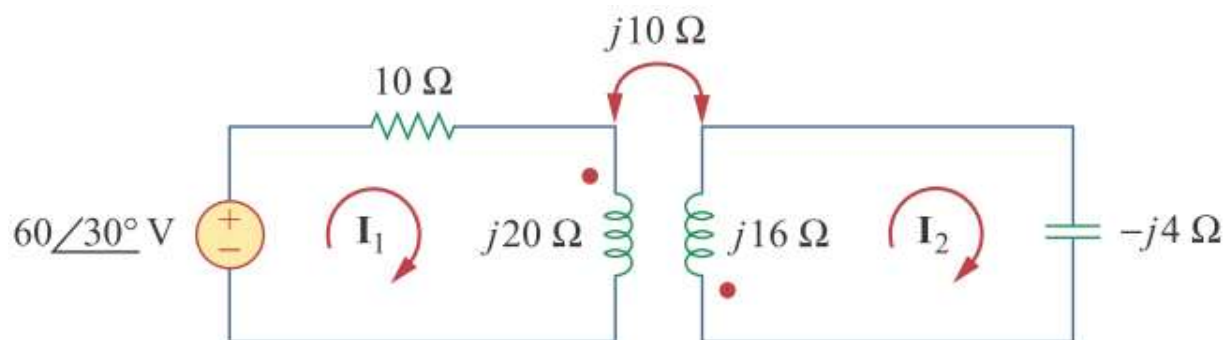
## Kuplajlı Bobinlerde Enerji

$$v = 60 \cos(4t + 30^\circ) \text{ V.}$$



17/43

## Kuplajlı Bobinlerde Enerji



$$(10 + j20)\mathbf{I}_1 + j10\mathbf{I}_2 = 60\angle 30^\circ$$

$$j10\mathbf{I}_1 + (j16 - j4)\mathbf{I}_2 = 0$$

$$\mathbf{I}_1 = -1.2\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{I}_2(-12 - j14) = 60\angle 30^\circ \Rightarrow \mathbf{I}_2 = 3.254\angle 160.6^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_1 = -1.2\mathbf{I}_2 = 3.905\angle -19.4^\circ \text{ A}$$

18/43

## Kuplajlı Bobinlerde Enerji

$$\mathbf{I}_1 = 3.905 \angle -19.4^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_2 = 3.254 \angle 160.6^\circ \text{ A}$$

$$i_1 = 3.905 \cos(4t - 19.4^\circ), \quad i_2 = 3.254 \cos(4t + 160.6^\circ)$$

$t = 1$  sn'de kuplajlı bobinlerde depolanan toplam enerji:

$$i_1 = 3.905 \cos(229.2^\circ - 19.4^\circ) = -3.389 \text{ A}$$

$$i_2 = 3.254 \cos(229.2^\circ + 160.6^\circ) = 2.824 \text{ A}$$

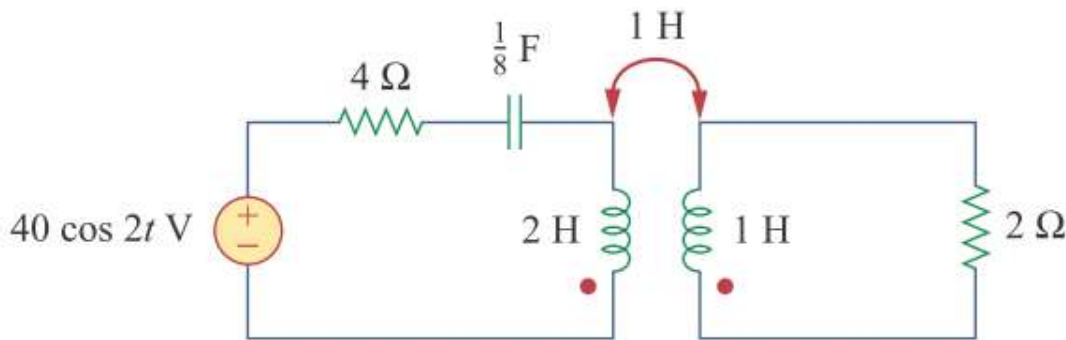
$$w = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + Mi_1i_2$$

$$= \frac{1}{2}(5)(-3.389)^2 + \frac{1}{2}(4)(2.824)^2 + 2.5(-3.389)(2.824) = 20.73 \text{ J}$$

19/43

## Kuplajlı Bobinlerde Enerji

Ödev: Verilen devrede kuplaj katsayısını ve  $t = 1.5$  sn'de kuplajlı bobinlerde depolanan toplam enerjiyi bulunuz.

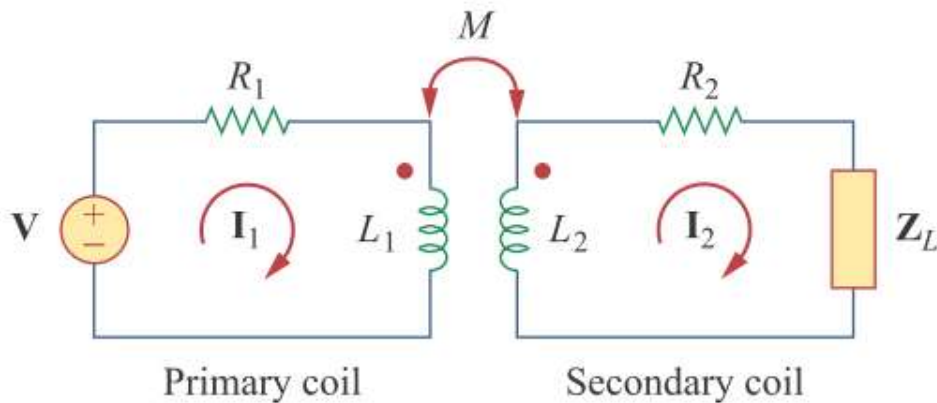


0.7071, 39.4 J.

20/43

## Lineer Transformatörler

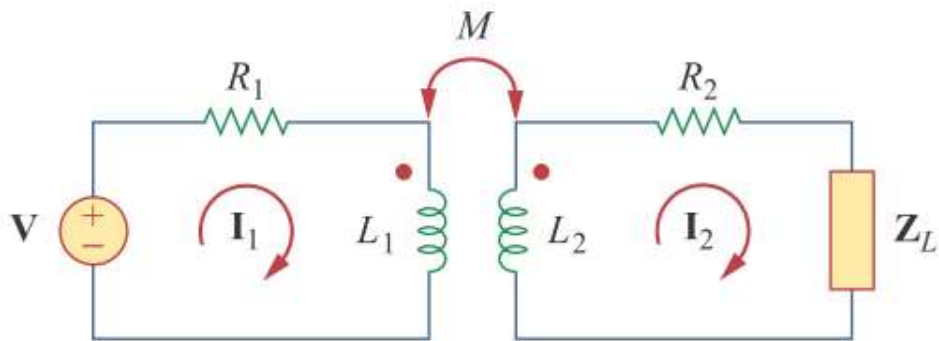
Transformatörler genelde aralarında manyetik kuplaj bulunan iki bobinden oluşmuş dört terminalli elektrik devre elemanlarıdır.



Giriş terminalinde görülen sargılar, primer sargılar olarak isimlendirilir.  $R_1$  ise bu sargılardan dolayı oluşan dirençtir. Benzer şekilde çıkış terminaline bağlı olan bobine sekonder sargı denir ve  $R_2$  bu sargının direncidir.

21/43

## Lineer Transformatörler



$$V = (R_1 + j\omega L_1)I_1 - j\omega M I_2$$

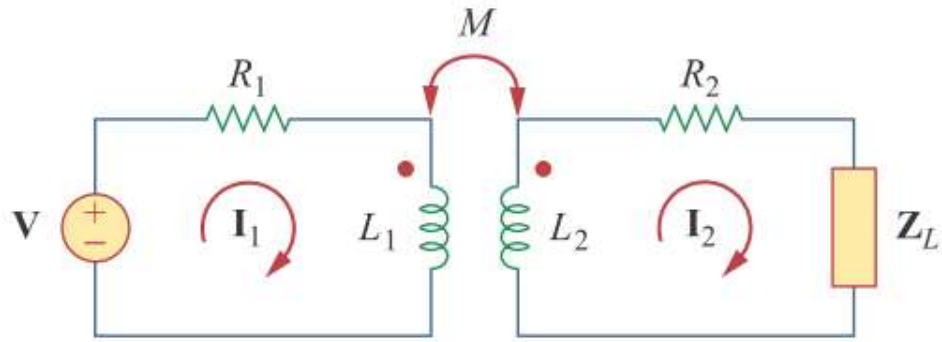
$$0 = -j\omega M I_1 + (R_2 + j\omega L_2 + Z_L)I_2$$

$$Z_{in} = \frac{V}{I_1} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + Z_L}$$

$R_1 + j\omega L_1$  primer tarafının öz empedansıdır. Diğer terim ise sekonder devrenin giriş empedansına katkısıdır ve yansıtılmış empedans olarak adlandırılır.

22/43

## Lineer Transformatörler



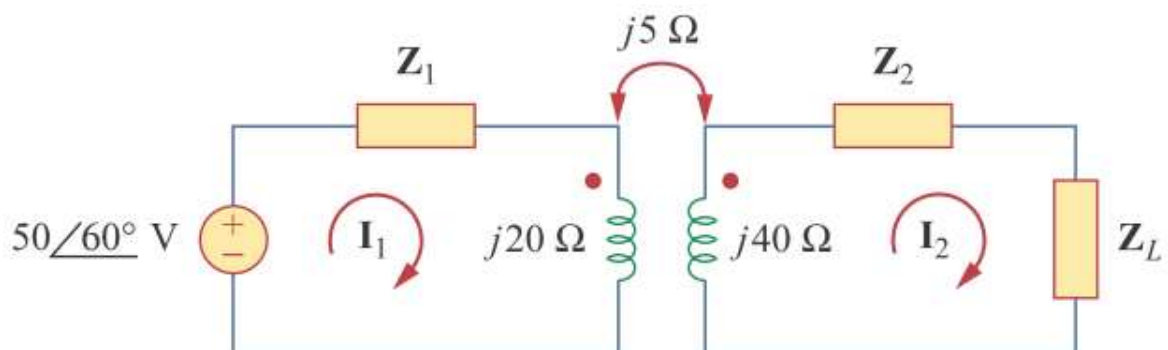
$$\mathbf{Z}_R = \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2 + \mathbf{Z}_L}$$

23/43

## Lineer Transformatörler

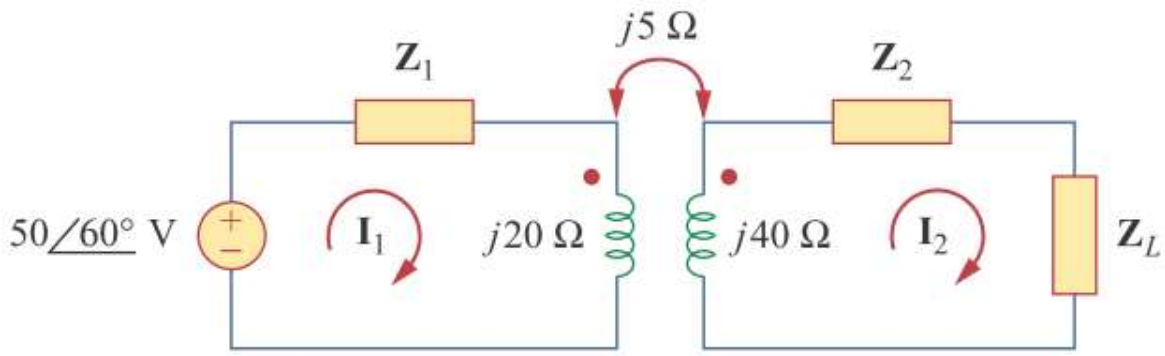
Soru: Verilen devrede input empedansı ve  $I_1$  akımını bulunuz.

$$\mathbf{Z}_1 = 60 - j100 \, \Omega, \mathbf{Z}_2 = 30 + j40 \, \Omega, \mathbf{Z}_L = 80 + j60 \, \Omega.$$



24/43

## Lineer Transformatörler



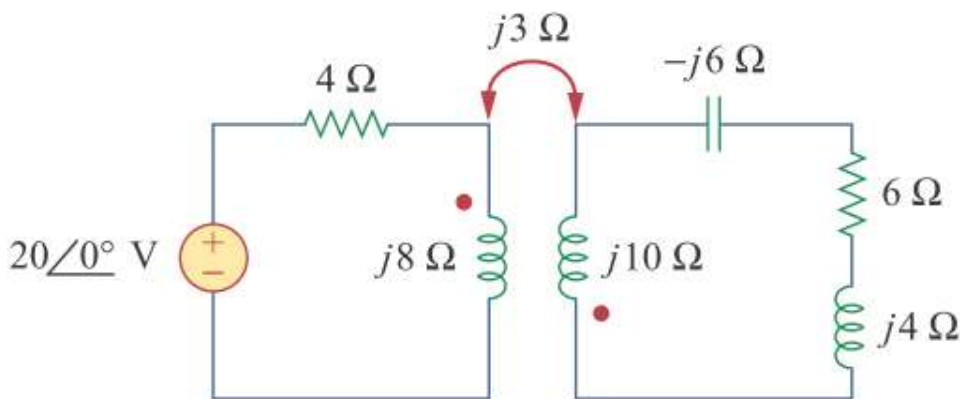
$$\begin{aligned}
 Z_{\text{in}} &= Z_1 + j20 + \frac{(5)^2}{j40 + Z_2 + Z_L} \\
 &= 60 - j100 + j20 + \frac{25}{110 + j140} \\
 &= 60 - j80 + 0.14 \angle -51.84^\circ \\
 &= 60.09 - j80.11 = 100.14 \angle -53.1^\circ \Omega
 \end{aligned}$$

$$I_1 = \frac{V}{Z_{\text{in}}} = \frac{50 \angle 60^\circ}{100.14 \angle -53.1^\circ} = 0.5 \angle 113.1^\circ \text{ A}$$

25/43

## Lineer Transformatörler

Ödev: Verilen devrede input empedansı ve kaynaktan sağlanan akımını bulunuz.



$$8.58 \angle 58.05^\circ \Omega, 2.331 \angle -58.05^\circ \text{ A.}$$

26/43

# İdeal Transformatörler

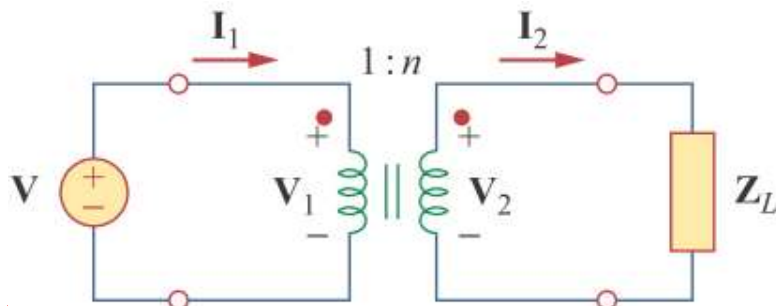
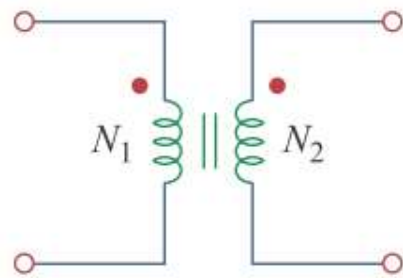
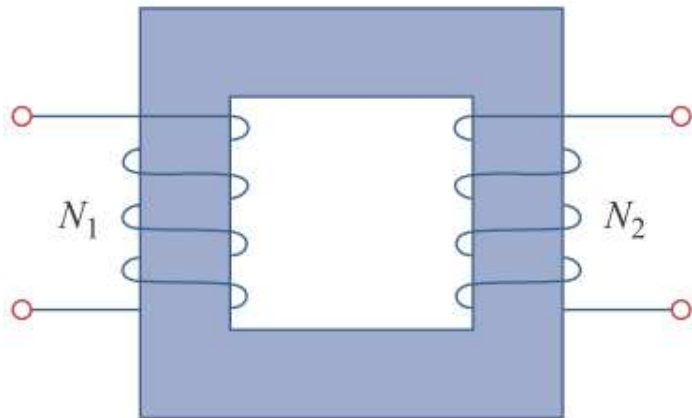
Primer ve sekonder bobinlerin sarıldığı nüve manyetik geçirgenliği yüksek bir malzemeden seçilmiş ve sargılar çok sarımlı ise şu yaklaşımlar kabul edilebilir:

- Transformatör kayıpsızdır.
- Bobinler arasındaki kuplaj mükemmeldir. ( $k = 1$ )
- Bobinin indüktansları ve karşılıklı indüktans çok yüksektir. ( $L_1 \rightarrow \infty, L_2 \rightarrow \infty, M \rightarrow \infty$ )

27/43

# İdeal Transformatörler

Demir nüveli transformatörler ideal transformatörlere yakın karakteristiğe sahiptir.

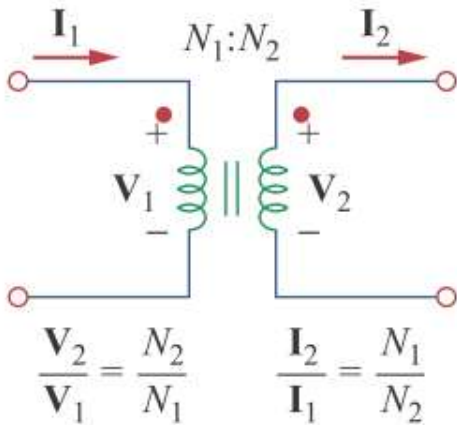


$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = n$$

28/43

# İdeal Transformatörler

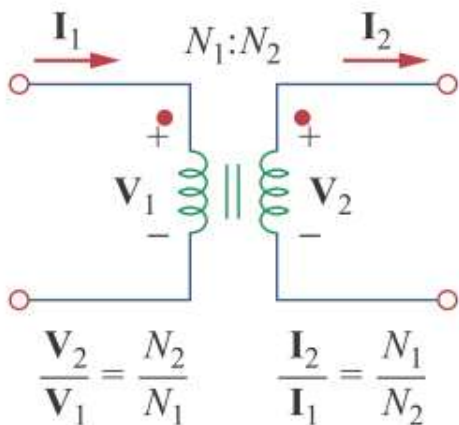
- Nokta gösterimi ideal transformatörler için de geçerlidir.



Sekonder tarafın voltajı primer taraftan daha **düşük** ise düşürücü transformatör denir. Sekonder tarafın voltajı primer taraftan daha **yüksek** ise yükseltici transformatör denir.

29/43

# İdeal Transformatörler



Sekonder tarafın voltajı primer taraftan daha **düşük** ise düşürücü transformatör denir.

Sekonder tarafın voltajı primer taraftan daha **yüksek** ise yükseltici transformatör denir.

$$\frac{N_2}{N_1} = n \quad V_1 = \frac{V_2}{n}$$

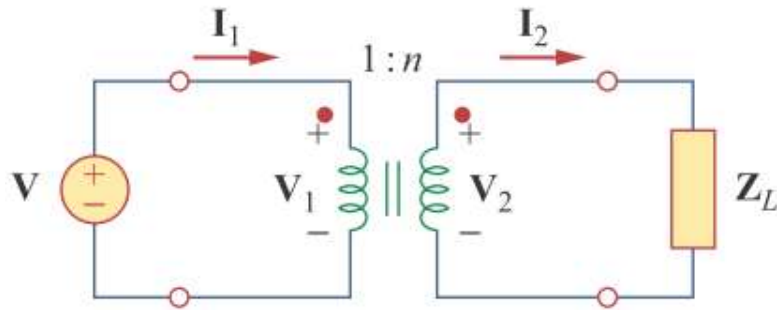
$$V_2 = nV_1$$

$$I_1 = nI_2$$

$$I_2 = \frac{I_1}{n}$$

30/43

# İdeal Transformatörler



$$Z_{\text{in}} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{n^2} \frac{V_2}{I_2}$$

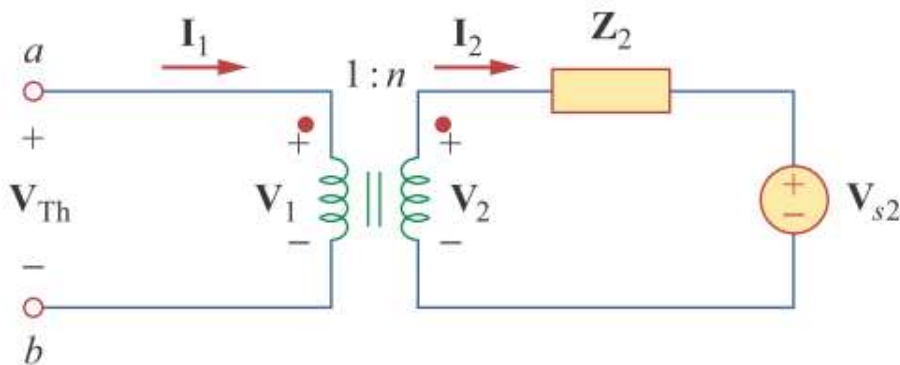
$$Z_{\text{in}} = \frac{Z_L}{n^2}$$

Yansıyan empedans

31/43

# İdeal Transformatörler

İdeal transformatörlü devrelerin Thevenin eşlenikleri:



$$I_1 = 0 = I_2 \quad V_2 = V_{s2}$$

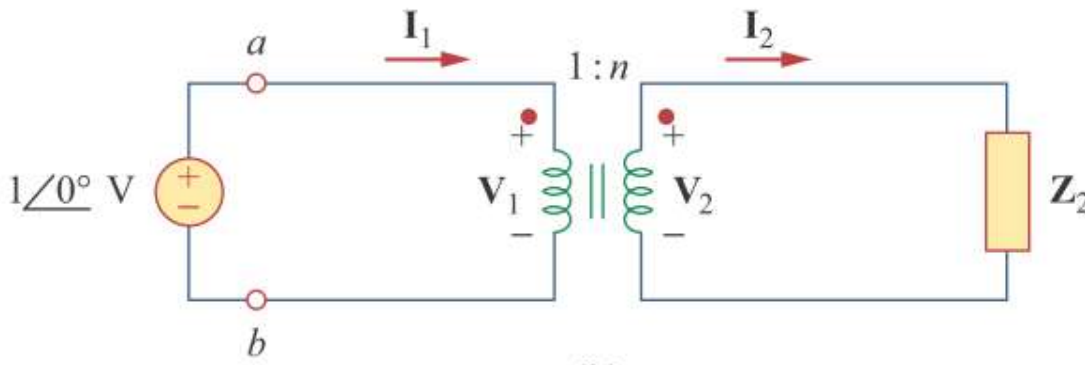
$$V_{\text{Th}} = V_1 = \frac{V_2}{n} = \frac{V_{s2}}{n}$$

32/43



## İdeal Transformatörler

İdeal transformatörlü devrelerin Thevenin eşlenikleri:



$$Z_{Th} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2/n}{nI_2} = \frac{Z_2}{n^2}, \quad V_2 = Z_2 I_2$$

33/43

## İdeal Transformatörler

Soru: Bir ideal transformatörün değerleri 2400/120 V, 9.6 kVA ve sekonder taraftaki sargı sayısı 50 ise a) sarım oranını, b) Primer taraftaki sarım sayısını, c) Primer ve sekonder taraftaki akım değerlerini bulunuz.

34/43

## İdeal Transformatörler

---

Düşürücü bir transformatördür.

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{120}{2,400} = 0.05$$

$$n = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow 0.05 = \frac{50}{N_1}$$

$$S = V_1 I_1 = V_2 I_2 = 9.6 \text{ kVA.}$$

$$N_1 = \frac{50}{0.05} = 1,000 \text{ turns}$$

$$I_1 = \frac{9,600}{V_1} = \frac{9,600}{2,400} = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{I_1}{n} = \frac{4}{0.05} = 80 \text{ A}$$

---

35/43

## İdeal Transformatörler

---

Ödev: Bir ideal transformatörün değerleri 3300/120 V 5A ise  
a) sarım oranını, b) kVA değerini, c) sekonder akımını bulunuz.

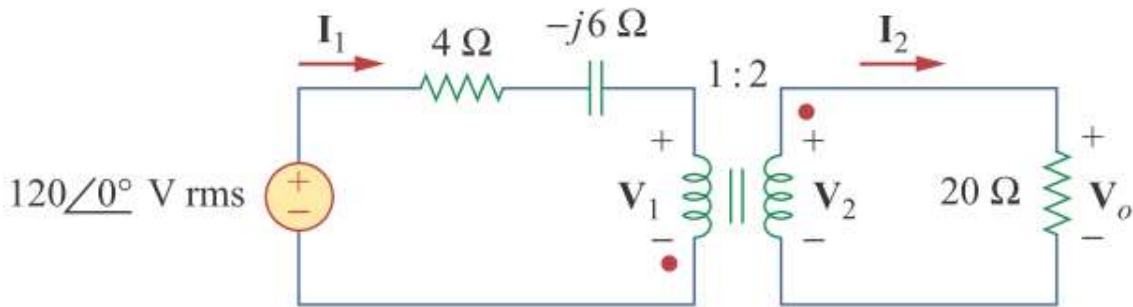
(a) 1/30, (b) 16.5 kVA, (c) 150 A.

---

36/43

## İdeal Transformatörler

Soru: Verilen ideal transformatörlü devrede  $\mathbf{I}_1$  ve  $\mathbf{V}_o$ 'ı bulunuz.



$$\mathbf{Z}_R = \frac{20}{n^2} = \frac{20}{4} = 5 \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{\text{in}} = 4 - j6 + \mathbf{Z}_R = 9 - j6 = 10.82 \angle -33.69^\circ \Omega$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{120 \angle 0^\circ}{\mathbf{Z}_{\text{in}}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{10.82 \angle -33.69^\circ} = 11.09 \angle 33.69^\circ \text{ A}$$

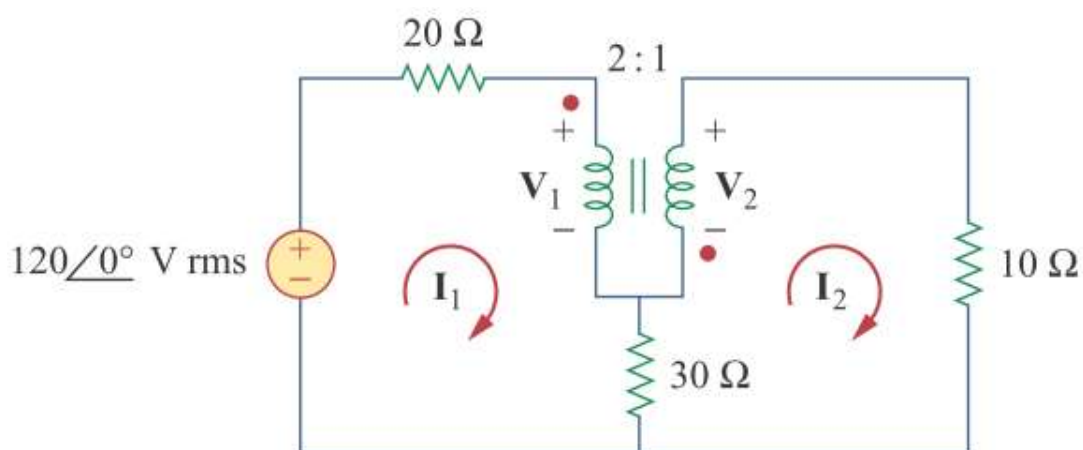
$$\mathbf{I}_2 = -\frac{1}{n} \mathbf{I}_1 = -5.545 \angle 33.69^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{V}_o = 20 \mathbf{I}_2 = 110.9 \angle 213.69^\circ \text{ V}$$

37/43

## İdeal Transformatörler

Soru:  $\mathbf{I}_2$ 'yi bulunuz.



$$-120 + (20 + 30)\mathbf{I}_1 - 30\mathbf{I}_2 + \mathbf{V}_1 = 0$$

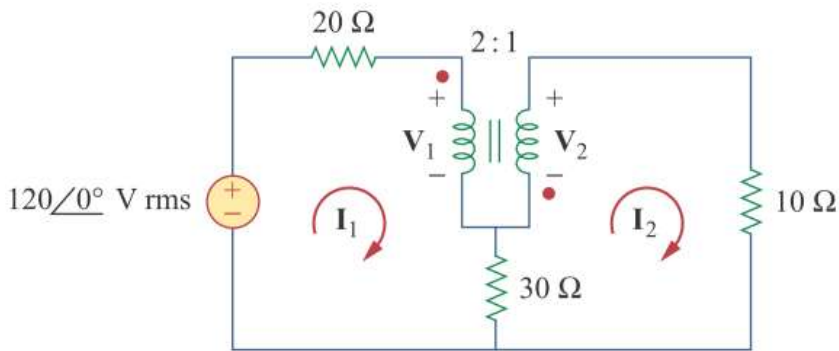
$$50\mathbf{I}_1 - 30\mathbf{I}_2 + \mathbf{V}_1 = 120$$

$$-\mathbf{V}_2 + (10 + 30)\mathbf{I}_2 - 30\mathbf{I}_1 = 0$$

$$-30\mathbf{I}_1 + 40\mathbf{I}_2 - \mathbf{V}_2 = 0$$

38/43

## İdeal Transformatörler



$$\mathbf{V_2 = -\frac{1}{2}V_1}$$

$$\mathbf{I_2 = -2I_1}$$

$$50\mathbf{I_1} - 30\mathbf{I_2} + \mathbf{V_1} = 120$$

$$-55\mathbf{I_2} - 2\mathbf{V_2} = 120$$

$$-30\mathbf{I_1} + 40\mathbf{I_2} - \mathbf{V_2} = 0$$

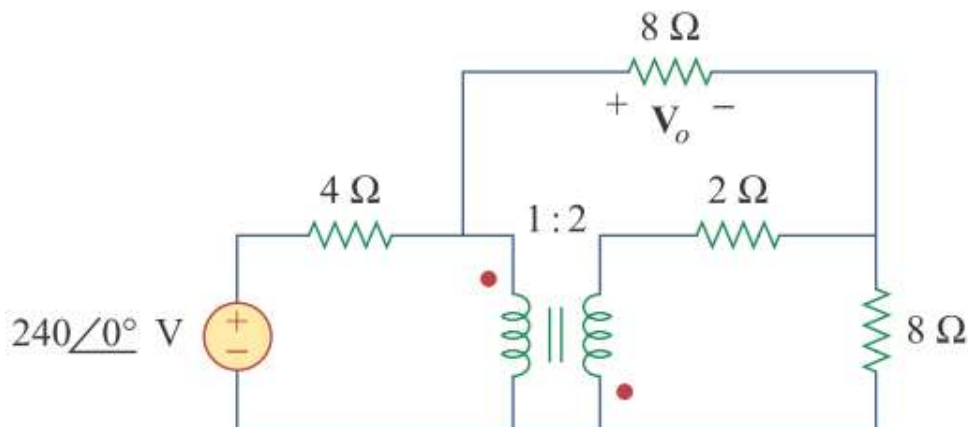
$$15\mathbf{I_2} + 40\mathbf{I_2} - \mathbf{V_2} = 0 \Rightarrow \mathbf{V_2 = 55I_2}$$

$$\mathbf{I_2 = -\frac{120}{165} = -0.7272 \text{ A}}$$

39/43

## İdeal Transformatörler

Ödev: Devrede  $\mathbf{V_o}$ 'yi bulunuz

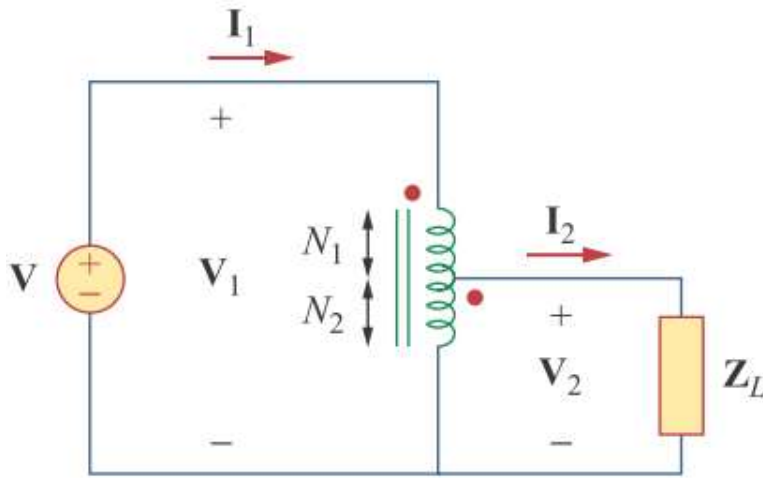


96 V.

40/43

## İdeal Ototransformatörler

Primer ve sekonderin tek bir sargıda olduğu transformatörlere ototransformatörler denir.



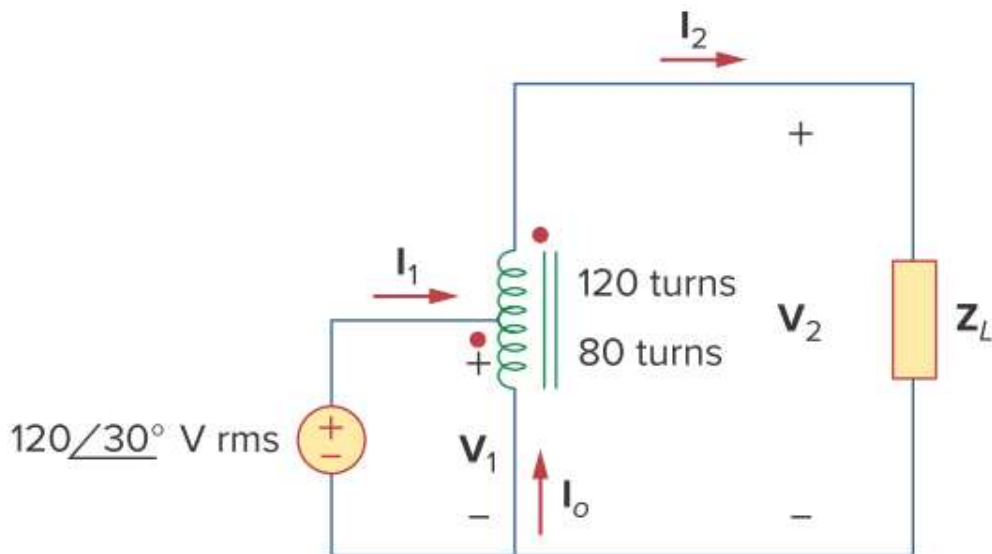
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = 1 + \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

41/43

## İdeal Ototransformatörler

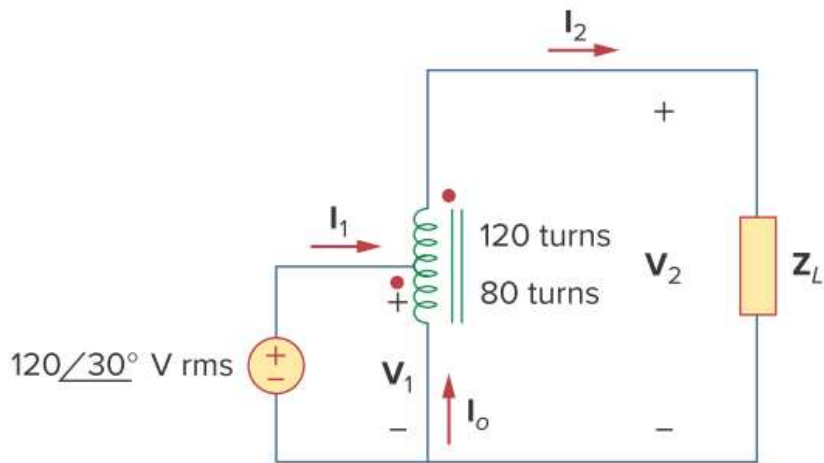
Soru:  $Z_L = 8 + j6$  ise  $V_2$  gerilimi ve  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_o$  akımlarını hesaplayınız.



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} = \frac{80}{200} \quad V_2 = \frac{200}{80} V_1 = \frac{200}{80} (120 \angle 30^\circ) = 300 \angle 30^\circ \text{ V}$$

42/43

# İdeal Ototransformatörler



$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_L} = \frac{300\angle 30^\circ}{8 + j6} = \frac{300\angle 30^\circ}{10\angle 36.87^\circ} = 30\angle -6.87^\circ \text{ A}$$

$$\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{I}_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} = \frac{200}{80}$$

$$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_o = \mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{I}_o = \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1 = 45\angle 173.13^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{200}{80} \mathbf{I}_2 = \frac{200}{80} (30\angle -6.87^\circ) = 75\angle -6.87^\circ \text{ A}$$