



# Universidad Nacional de Río Negro

## Int. Partículas, Astrofísica & Cosmología - 2016

- **Unidad 01 – Relatividad**
- **Clase 0102 – 02/16**
- **Fecha 18 Ago 2016**
- **Cont Relatividad especial**
- **Cátedra Asorey**
- **Web** [github.com/asoreyh/unrn-ipac](https://github.com/asoreyh/unrn-ipac)  
[www.facebook.com/fisicareconocida/](https://www.facebook.com/fisicareconocida/)
- **Youtube** [www.youtube.com/watch?v=vdtZKNhPv1w](https://www.youtube.com/watch?v=vdtZKNhPv1w)
- **Archivo** a-2016-U01-C02-0818-relatividad



# Contenidos: un viaje en el tiempo

## HOW DID OUR UNIVERSE BEGIN?

Some 13.8 billion years ago our entire visible universe was contained in an unimaginably hot, dense point, a billion times the size of a nuclear particle. Since then it has expanded—a lot—fighting gravity all the way.

**Inflation**  
The universe expands, cools  
A repulsive energy field inflates space faster than light can travel through it with a soup of subatomic particles called quarks.  
**Age:**  $10^{-3}$  milliseconds  
**Size:** Infinitesimal to golf ball

**Early building blocks**  
Quarks clump into protons and neutrons, creating the building blocks of atomic nuclei. Perhaps dark matter forms.  
**Age:** .01 milliseconds  
**Size:** 0.1-millionth present size

**First nuclei**  
As the universe continues to cool, the lightest nuclei of hydrogen and helium arise. A thick fog of particles blocks all light.  
**Age:** .01 to 200 seconds  
**Size:** 1-billionth present size

**First atoms, first light**  
As electrons begin orbiting nuclei, creating atoms, the glow from their infall illuminates the universe. This light is as far back as our instruments can see.  
**Age:** 380,000 years  
**Size:** .0009 to 0.1 present size

**The “dark ages”**  
For 300 million years this cold, dark universe remains in the only light: Glowing dust of dark matter that eventually forms galaxies and stars. Nuclear fusion lights up the stars.  
**Age:** 300 million years  
**Size:** 0.1 present size

**Gravity wins: first stars**  
Dense gas clouds collapse under their own gravity and attract dark matter that will become galaxies and stars. Nuclear fusion lights up the stars.  
**Age:** 10 billion years  
**Size:** .77 present size

**Antigravity wins**  
After being slowed for billions of years by gravity, cosmic expansion accelerates again. The culprit: dark energy. Its nature: unclear.  
**Age:** 13.8 billion years  
**Size:** Present size

**Today**  
The universe continues to expand, becoming ever less dense. As a result, fewer new stars and galaxies are forming.  
**Age:** Present size  
**Size:** Our solar system

## COSMIC QUESTIONS

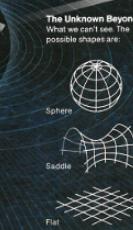
In the 20th century the universe became a story—a scientific one. It had always been seen as static and eternal. Then astronomers observed other galaxies flying away from ours, and Einstein's general relativity theory implied space itself was expanding—which meant the universe had once been denser. What had seemed eternal now had a beginning and an end. But what beginning? What end? Those questions are still open.

## WHAT IS OUR UNIVERSE MADE OF?



## WHAT IS THE SHAPE OF OUR UNIVERSE?

Einstein discovered that a star's gravity curves space around it. But is the whole universe curved? Might space close up on itself like a sphere or curve the other way, opening out like a saddle? By studying cosmic background radiation, scientists have found that the universe is poised between the two: just dense enough with just enough gravity to be almost perfectly flat, at least the part we can see. What lies beyond we can't know.



## DO WE LIVE IN A MULTIVERSE?

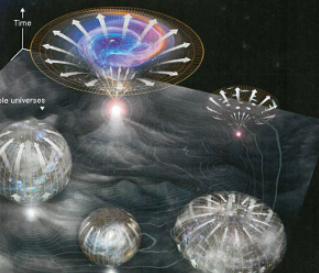
What came before the big bang? Maybe other big bangs. The uncertainty principle holds that even the vacuum of space has quantum energy fluctuations. Inflation theory suggests universes exploded from such a fluctuation—a random event that, odds are, had happened many times before. Our cosmos may be one in a sea of others just like ours—or nothing like ours. These other cosmos will very likely remain forever inaccessible to observation; their possibilities limited only by our imagination.

## HOW WILL IT END?

Which will win in the end, gravity or antigravity? Is the density of matter enough for gravity to halt or even reverse cosmic expansion, leading to a big crunch? It seems unlikely—especially given the power of dark energy, a kind of antigravity. Perhaps the acceleration in expansion caused by dark energy will trigger a big rip that shreds everything, from galaxies to atoms. If not, the universe may expand for hundreds of billions of years, long after all stars have died.



## Unidad 1 Partículas 1 *todo es relativo*



Fly through the universe on our digital edition  
LONDON PRINTERS, NEWCASTLE FABRIC  
GENERAL PRINTERS, ART WORKMANER DESIGN  
SOURCES: CHARLES BENNETT, JOHN  
HUCHENBERG, ANDREW LAMBERT, UNIVERSITY OF CHICAGO  
CONTRIBUTOR: ROBERT STOKE, NATIONAL GEOGRAPHIC SOCIETY

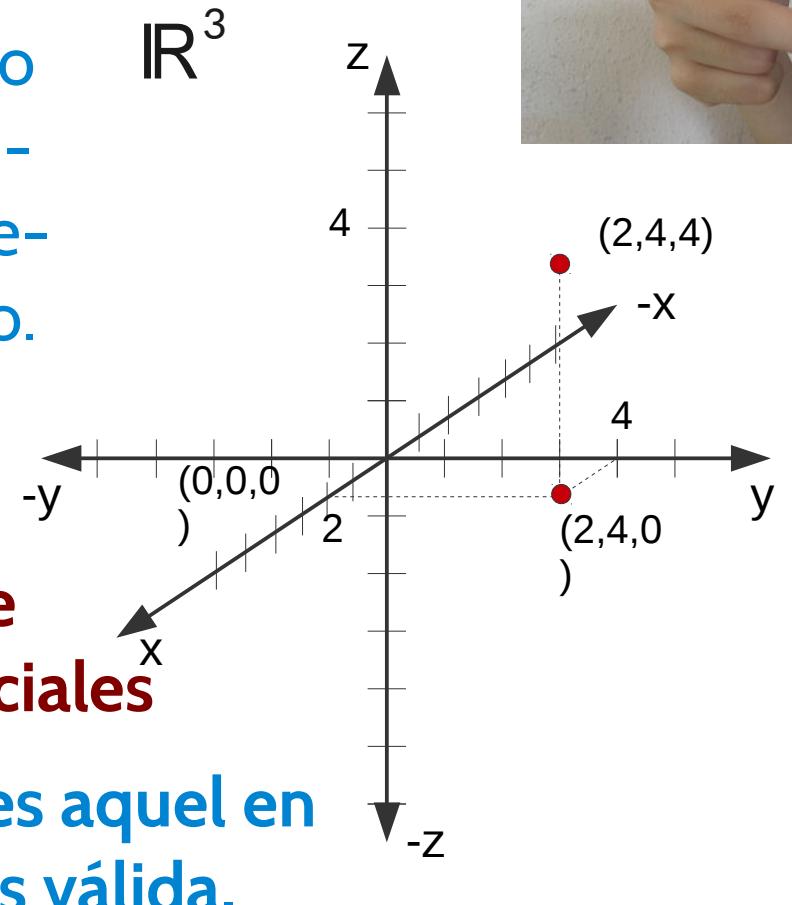
# Marco de referencia inercial

- **Marco de referencia inercial**

- Describe el espacio homogéneo (no hay lugares privilegiados) e isotrópicamente (no hay direcciones privilegiadas) e independiente del tiempo.

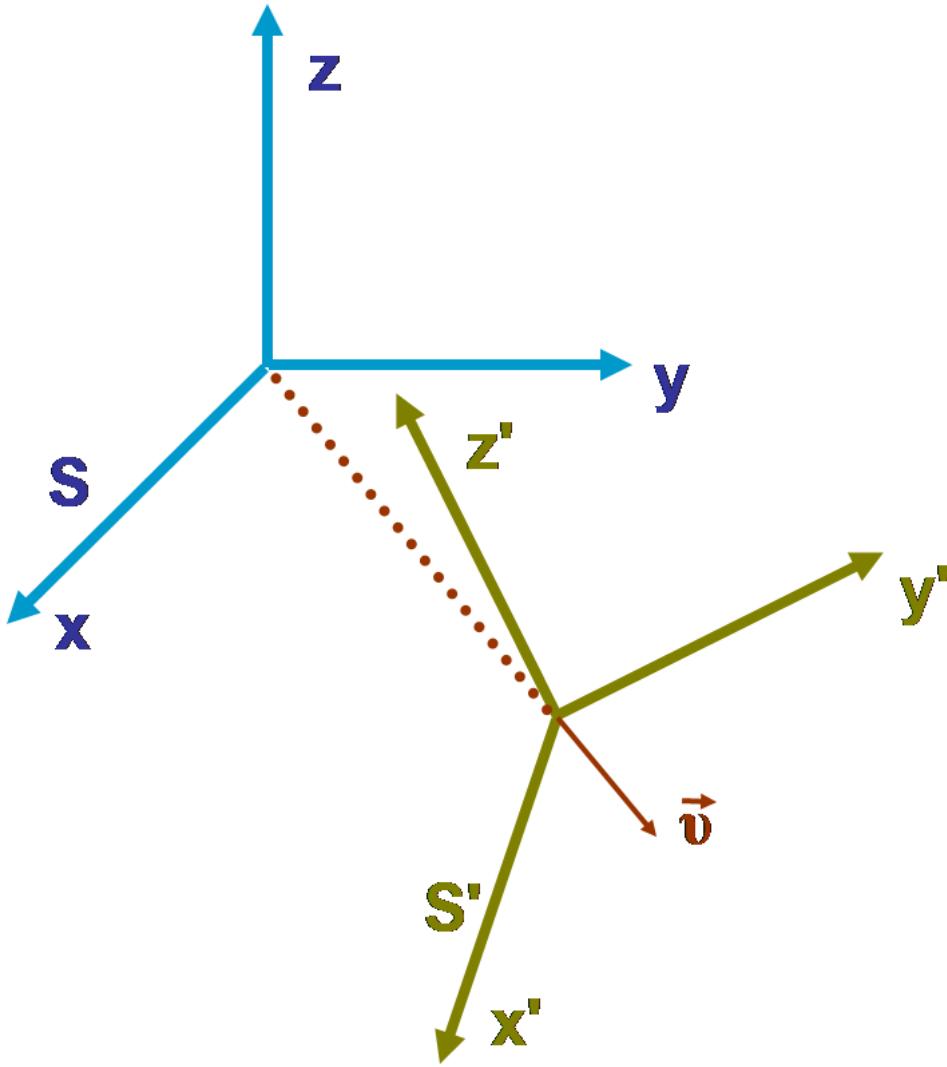
- Las leyes físicas tienen la “misma forma” en todo sistema inercial. Decimos que la física es **covariante frente a cambios de sistemas inerciales**

- Un sistema de referencia inercial es aquel en el que la primera ley de Newton es válida.



3-tupla:  $(x, y, z)$

# Relatividad de Galileo



- Sea un sistema  $S'$  que se mueve con velocidad constante  $v$  respecto a otro sistema  $S$ .

- Luego, un objeto en  $r$ , a tiempo  $t$  en  $S$ , tendrá posición  $r'(t)$  dada por:

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{v}t$$

$$\vec{u}'(t) = \vec{u}(t) - \vec{v}$$

$$\vec{a}'(t) = \vec{a}(t)$$



# Pero entonces... Invariancia de Galileo

- Este último resultado es crucial, ya que si

$$\vec{a}'(t) = \vec{a}(t)$$

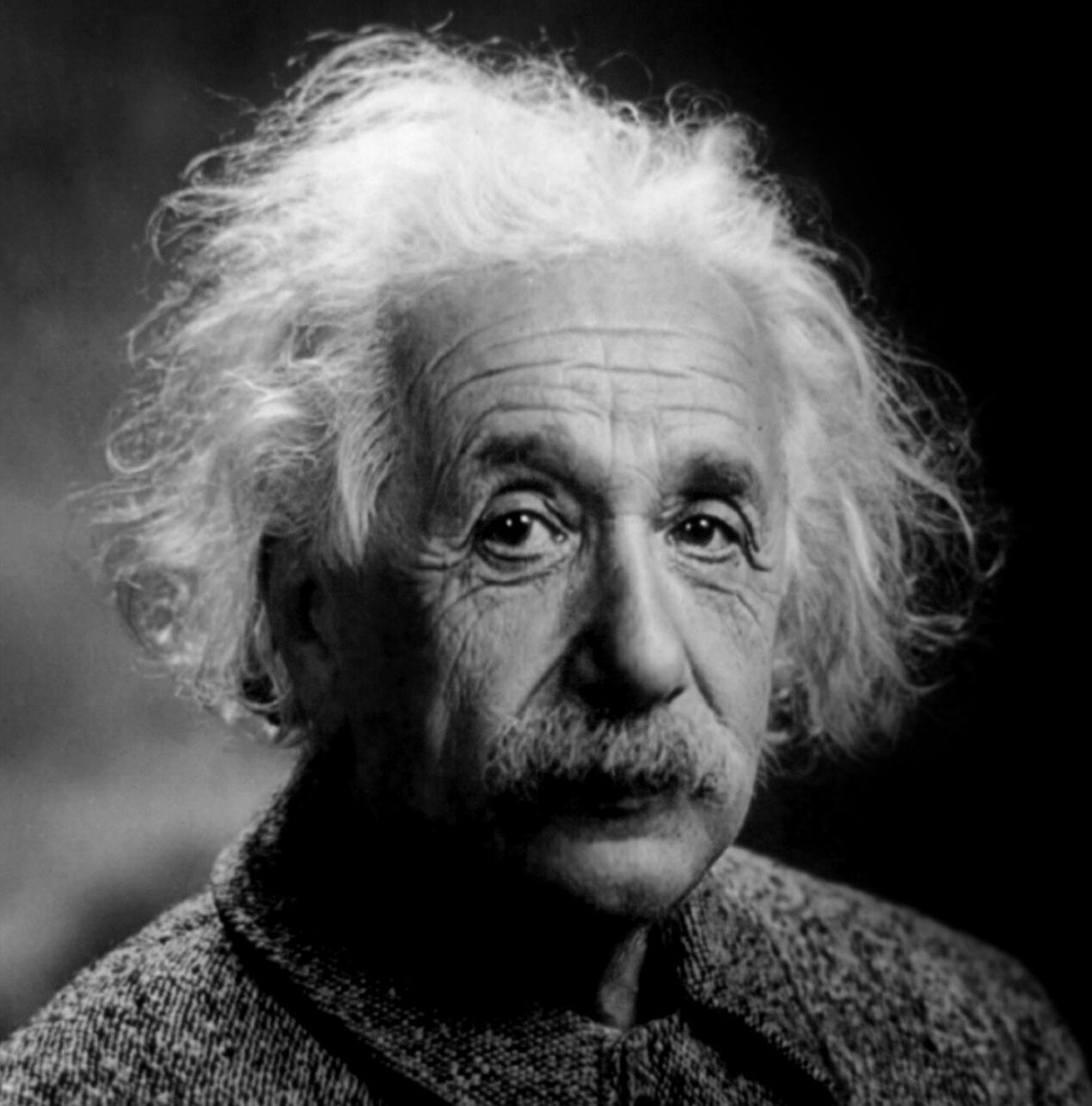
- Y suponemos que la masa  $m$  es un invariante,  $m=m'$

$$m \vec{a}'(t) = m \vec{a}(t) \Rightarrow \vec{F}'(t) = \vec{F}(t)$$

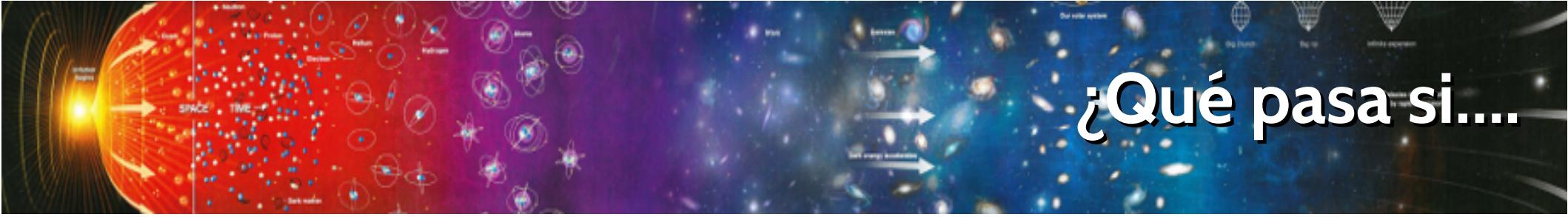
- ¡La segunda ley de Newton no cambia frente a cambios entre sistemas de referencias inerciales! (la primera ya valía)
- **Si las leyes de la mecánica valen en un marco inercial, valen en todos**



# El genial Albert Einstein

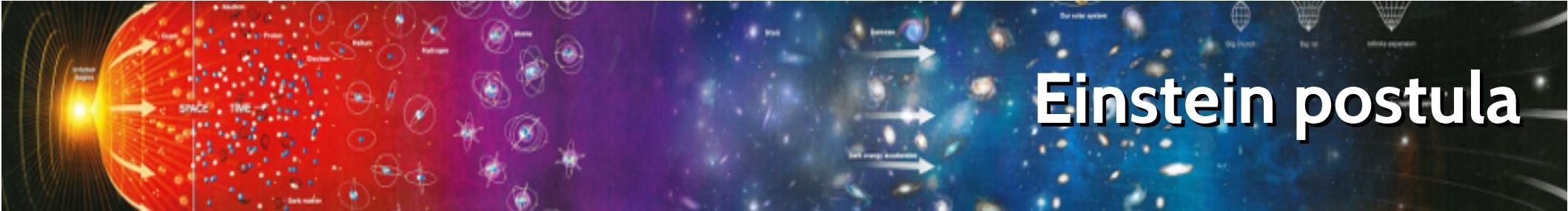


Albert Einstein



# ¿Qué pasa si....

- Ondas mecánicas necesitan un medio  
→ Ondas electromagnéticas también → Éter
- Hay una fuerte inconsistencia entre las leyes de Newton y las leyes de Maxwell
- Michelson & Morley (1887) querían medir la velocidad del “viento del éter” (la Tierra se mueve a una velocidad de 30km/s ~ 0.0001 c) → **fallan estrepitosamente..**
- ... y esto es un **éxito rotundo**: demuestran que no hay necesidad de plantear la existencia del éter
- Pero además, vieron que la velocidad de la luz era la misma



# Einstein postula

- **El principio de la relatividad**

Las leyes que gobiernan los cambios en los estados de los sistemas físicos son iguales para todos los observadores inerciales

- **El principio de la invariancia de la velocidad de la luz**

La luz se propaga en el vacío siempre con la misma velocidad,  $c$ , sin importar la velocidad de la fuente emisora de luz



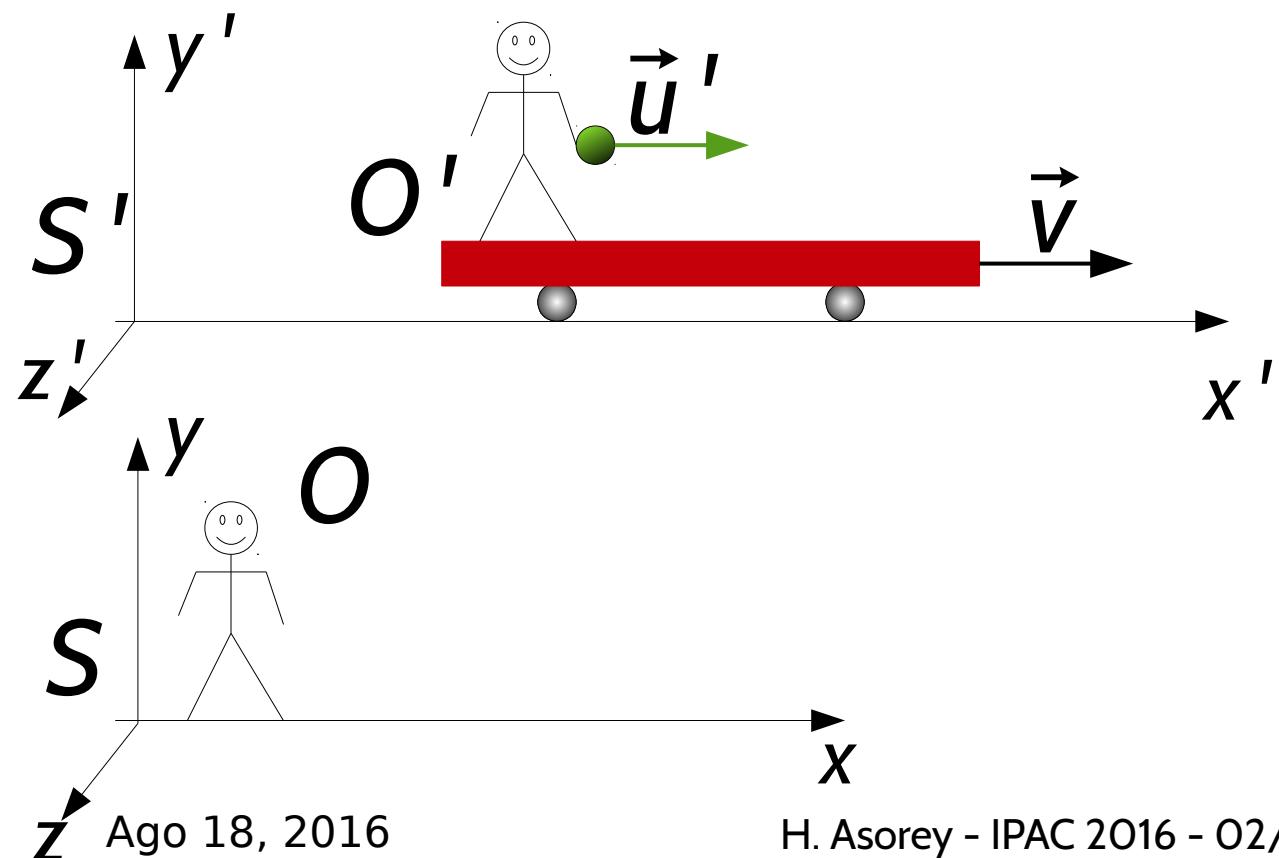
# Cambio de paradigma 1

- **El primer postulado modifica la definición de sistema inercial: ya no importa la inercia**

*“La debilidad del principio de inercia se encuentra en el hecho de que el mismo implica un argumento circular: una masa se mueve sin aceleración si está suficientemente lejos de otros cuerpos; y sabemos que la masa está suficientemente lejos de otros cuerpos sólo por el hecho de que se mueve sin aceleración”* Albert Einstein, El significado de la relatividad

# Entonces hagamos una prueba

- El primer postulado es claro, es lo que venimos haciendo con Galileo sobre la invariancia.



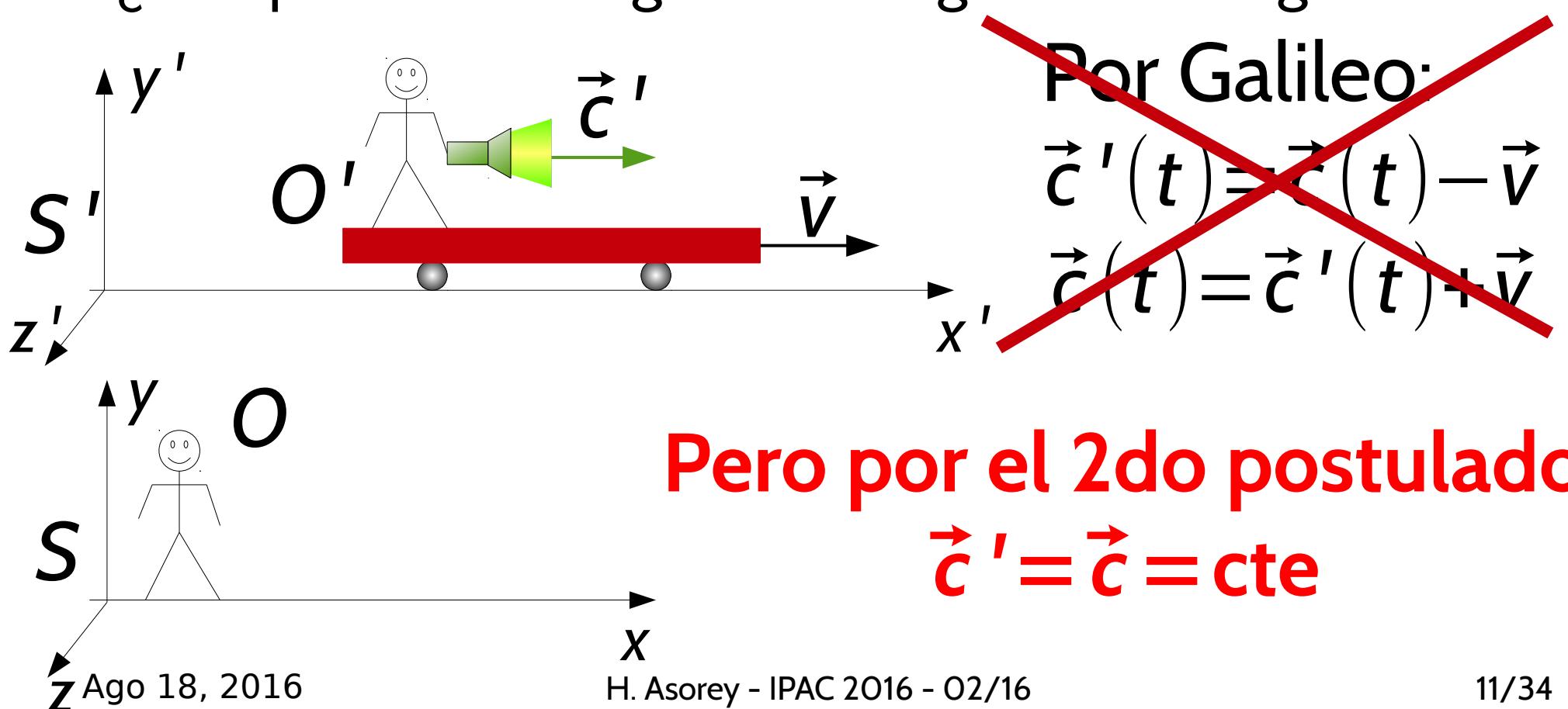
Por Galileo:

$$\vec{u}'(t) = \vec{u}(t) - \vec{v}$$
$$\vec{u}(t) = \vec{u}'(t) + \vec{v}$$

Claramente  
 $\vec{u}'(t) \neq \vec{u}(t)$

# Cambio pelota por linterna verde...

- El primer postulado es claro, es lo que venimos haciendo con Galileo sobre la invariancia.
- ¿Qué pasa con el segundo? Imaginemos lo siguiente:



Pero por el 2do postulado  
 $\vec{c}' = \vec{c} = \text{cte}$

# Cambio de paradigma 2

- Dado que la velocidad de la luz debe ser igual en ambos sistemas inerciales
- Y dado que uno se mueve respecto al otro, se anticipan problemas con la visión usual (de Galileo) de las cosas:

$$\vec{u} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \text{y} \quad \vec{u}' = \frac{\Delta \vec{r}'}{\Delta t} \Rightarrow \vec{u}' \neq \vec{u} \rightarrow \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \neq \frac{\Delta \vec{r}'}{\Delta t}$$

- Esto no puede valer para la velocidad de la luz:

$$\vec{c} = \vec{c}'$$

en todos los sistemas inerciales

# Cambio de paradigma 2

- La luz también se mueve en el espacio, entonces:

$$\vec{c} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \text{ y } \vec{c}' = \frac{\Delta \vec{r}'}{\Delta t}$$

- Pero por el segundo postulado

$$\vec{c} = \vec{c}' \rightarrow \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}'}{\Delta t}$$

- Pero los desplazamientos “no deberían” ser iguales, ya que un sistema se mueve respecto al otro...
- ... o los intervalos temporales... (!!)

# Marco de Referencia

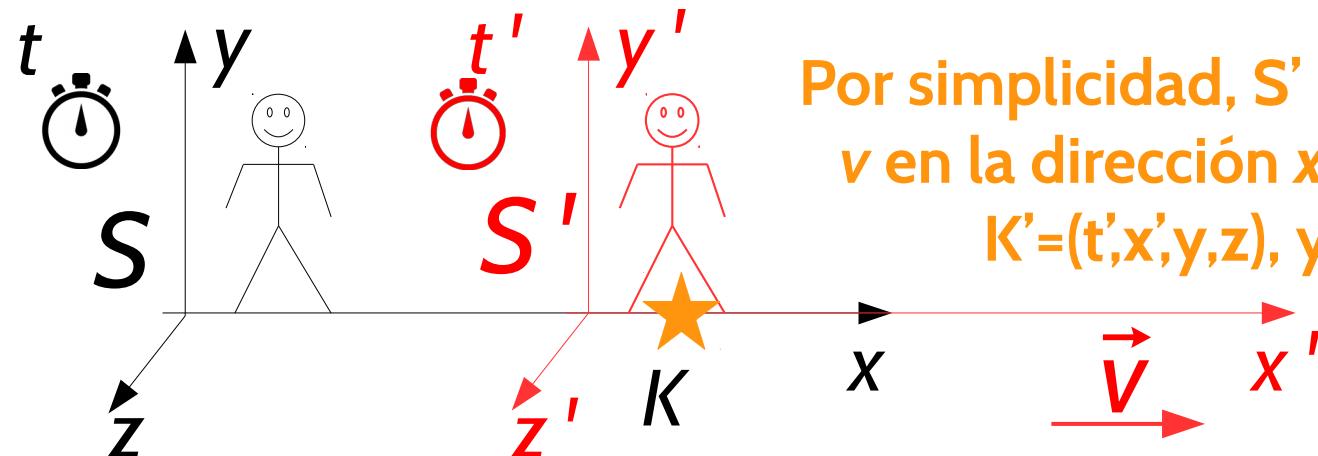
- **Marco de Referencia**

sistema de referencia inercial donde existe la habilidad de medir intervalos temporales mediante un reloj

- Espacio (3D) y tiempo → **espaciotiempo**

- **Evento**

es un punto en el espaciotiempo  $K=(t,x,y,z)$



Por simplicidad,  $S'$  se mueve con velocidad  $v$  en la dirección  $x$ , entonces  $K=(t,x,y,z)$  y  $K'=(t',x',y,z)$ , ya que  $z'=z$  e  $y'=y$

# Derivación “a la Einstein”

- Supongamos que el evento fue encender una linterna en  $(0,0,0,0)$  apuntando en la dirección  $+x$ . Luego de un tiempo  $t$ , la luz se habrá desplazado una distancia:

$$x = ct \Rightarrow x - ct = 0$$

- En el sistema  $S'$ , tendremos (recordar,  $c' = c$ )

$$x' - ct' = 0$$

- Dado que están igualados a cero, los eventos ocurren en el mismo punto del espaciotiempo (no importa quien los vea), entonces:

$$x' - ct' = \lambda(x - ct)$$

# Derivación “a la Einstein”, 2

- Para un fotón viajando hacia +x:

$$x' - ct' = \lambda(x - ct)$$

- Para un fotón viajando hacia -x:

$$x' + ct' = \mu(x + ct)$$

Dencción

$$\left\{ \begin{array}{l} x' - ct' = \lambda(x - ct) \\ x' + ct' = \mu(x + ct) \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' - ct' = \lambda(x - ct) \\ x' + ct' = \mu(x + ct) \end{array} \right. \quad (2)$$

# Derivación “a la Einstein”, 3

- Visto desde  $S'$ , el origen está en  $x'=0 \Rightarrow$

$$0 = ax - bct$$

$$\Rightarrow x = \frac{bc}{a} t$$

# Derivación “a la Einstein”, 4, Importante

- Definimos el intervalo de distancia como

$$\Delta x' \equiv x'_2 - x'_1$$

$$\Delta x \equiv x_2 - x_1$$

Ahora, por el postulado 1, la longitud de una regla en reposo en  $S'$  medida por  $O$ , debe ser igual a la longitud observada por  $O'$  de una regla que está en reposo en  $S$ .

$$\Rightarrow \Delta x' = \Delta x$$

- Entonces, si dos puntos en  $x'$  están separados por  $\Delta x' = 1$ , vistos desde  $S'$  a  $t=0$ , será

$$x' = ax \Rightarrow \Delta x' = a \Delta x \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{1}{a}} \quad (7)$$

- Consideremos ahora  $t'=0$  (tiempo en s'), despejamos  $t$  desde la ecuación (4):

$$0 = act - bx \Rightarrow tac = bx$$

$$\Rightarrow t = \frac{b}{ac} \quad ?$$



$$\beta \equiv \frac{v}{c}$$

$$: a(1-\beta^2)x \quad (8)$$

# Derivación “a la Einstein”, 6

- Luego, la relación de distancias será

$$\begin{aligned}\Delta x' &= x'_2 - x'_1 = a(1-\beta^2)(x_2 - x_1) \\ \Rightarrow \Delta x' &= a(1-\beta^2) \Delta x, \text{ y si } \Delta x = 1 \\ \rightarrow \Delta x' &= a(1-\beta^2) \quad (9)\end{aligned}$$

- Pero recordando  $\Delta x' = \Delta x$ , entonces (7)=(9):

$$\Delta x = \Delta x' \Rightarrow \frac{1}{a} = a(1-\beta^2) \Rightarrow a^2 = \frac{1}{1-\beta^2}$$

# Derivación “a la Einstein”, 7, Importante

- Y entonces

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

- Definiendo:

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (10)$$

- Resulta (recordando además (5) y la def de beta:

$$a = \gamma, \quad y \quad b = \beta \gamma \quad (11)$$

- Entonces, reemplazando en (1) en (3) y (4) :

$$x' = \alpha x - b c t \rightarrow x' = \gamma x - \gamma \beta c t$$

$$\Rightarrow x' = \gamma(x - \nu t)$$



## Transformaciones de Lorentz

$$t' = \gamma \left( t - \frac{1}{c^2} v x \right)$$

$$x' = \gamma (x - v t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

# Transformaciones de Lorentz

- El mundo es así, y no como queremos que sea
- Las ecuaciones que transforman dos marcos de referencia son

$$t' = \gamma \left( t - \frac{1}{c^2} v x \right)$$

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y$$

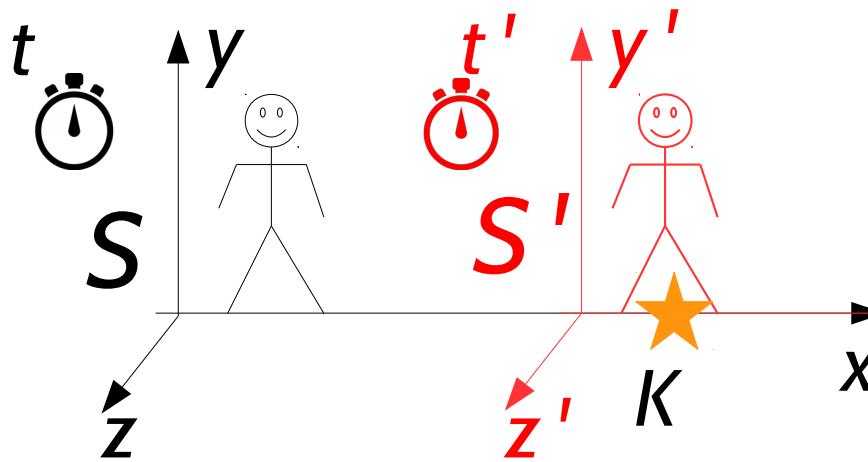
$$z' = z$$

- Simetría entre tiempo y espacio → **espaciotiempo**

# Transformaciones de Lorentz

- Las ecuaciones que transforman dos marcos de referencia, y que verifican ambos postulados, son

Recordar que estas transformaciones son válidas para un sistema  $S'$  que se mueve con velocidad  $v$  en la dirección  $x$ , entonces  $K=(t,x,y,z)$  y  $K'=(t',x',y,z)$ , ya que  $z'=z$  e  $y'=y$



$$t' = \gamma \left( t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

$$x' = \gamma \left( x - vt \right)$$

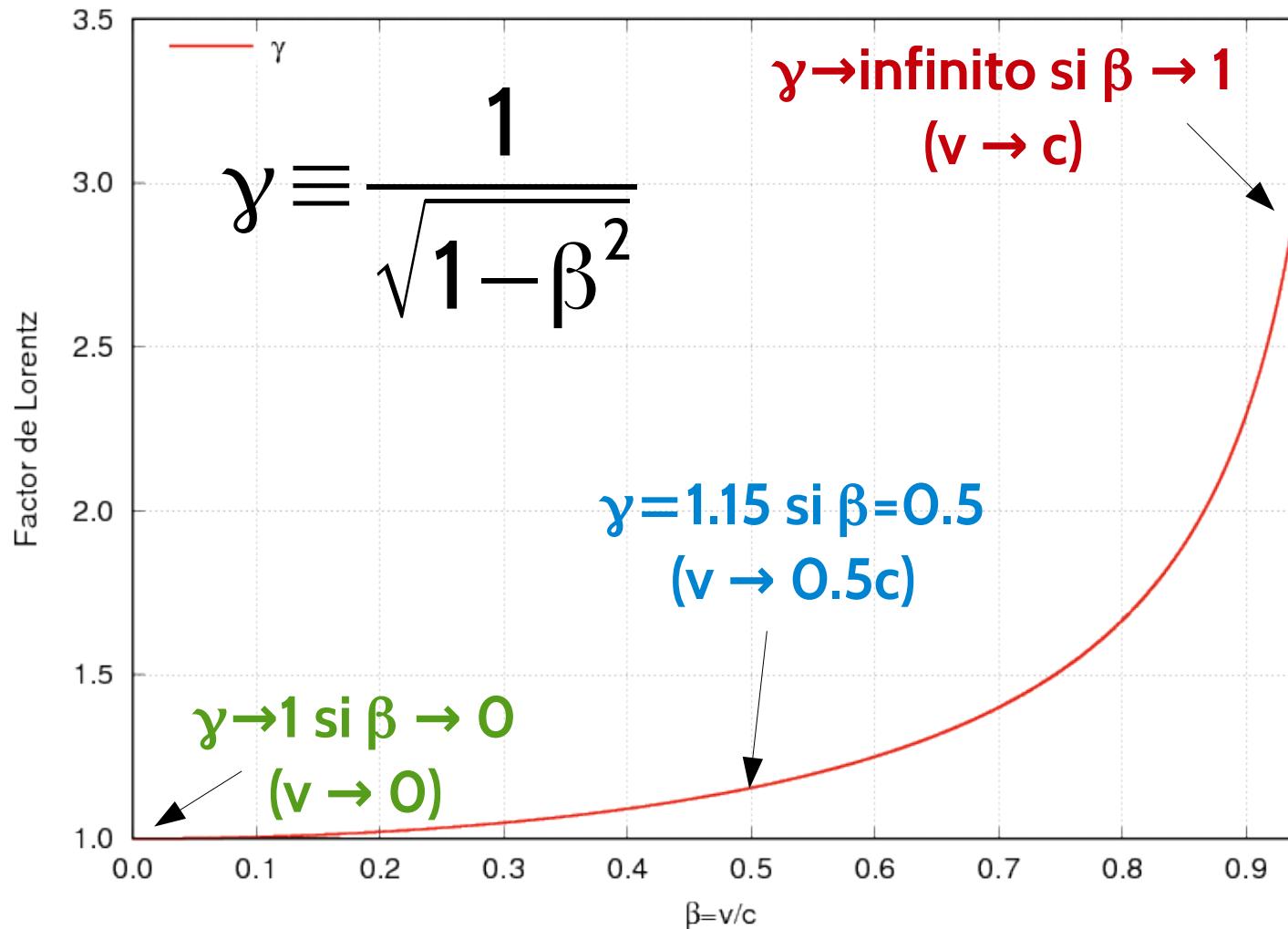
$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta \equiv \frac{v}{c}$$

# Factor de Lorentz

- Estudiemos la función gamma, ecuación (10)



# Aproximación Newtoniana, $v \rightarrow 0$

- A velocidades bajas respecto a c,  $\gamma \rightarrow 1$ , las correcciones relativistas son menores, y entonces

$$t' = \gamma \left( t - \frac{1}{c^2} v x \right) \rightarrow t' \simeq t$$

$$x' = \gamma \left( x - v t \right) \rightarrow x' \simeq x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

**Si  $v \rightarrow 0$ , ¡las transformaciones de Lorentz tienden a las transformaciones de Galileo!**

# Dos eventos $K_1$ y $K_2$ en el espaciotiempo

- Vistos desde los marcos  $S$  y  $S'$ , estos estarán en:

$$K_1 \quad S: (t_1, x_1, y_1, z_1); \quad S': (t'_1, x'_1, y'_1, z'_1)$$

$$K_2 \quad S: (t_2, x_2, y_2, z_2); \quad S': (t'_2, x'_2, y'_2, z'_2)$$

- Claramente, los intervalos espaciales y temporales son:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad \text{y} \quad \Delta x' = x'_2 - x'_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 \quad \text{y} \quad \Delta t' = t'_2 - t'_1$$

- Y como todo es lineal: **¡Importante! Esta es la forma en como percibimos distancias y periodos de tiempo!**

$$\Delta t' = \gamma \left( \Delta t - \frac{1}{c^2} v \Delta x \right)$$

$$\Delta t = \gamma \left( \Delta t' + \frac{1}{c^2} v \Delta x' \right)$$

$$\Delta x' = \gamma \left( \Delta x - v \Delta t \right)$$

$$\Delta x = \gamma \left( \Delta x' + v \Delta t' \right)$$

# Simultaneidad y co-localidad relativista

$$\Delta t' = \gamma \left( \Delta t - \frac{1}{c^2} v \Delta x \right)$$

$$\Delta t = \gamma \left( \Delta t' + \frac{1}{c^2} v \Delta x' \right)$$

$$\Delta x' = \gamma \left( \Delta x - v \Delta t \right)$$

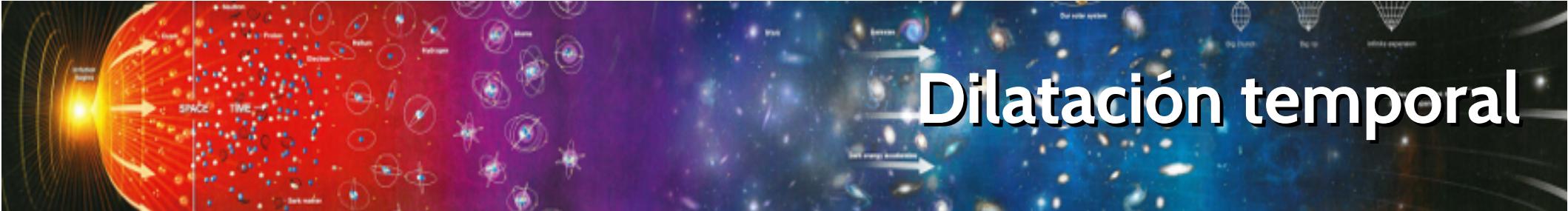
$$\Delta x = \gamma \left( \Delta x' + v \Delta t' \right)$$

## Eventos simultáneos en un marco

$\Delta t = 0, \Delta x \neq 0 \rightarrow \Delta t' \neq 0$  y eventualmente  $\Delta x' = 0$

## Eventos co-locales en un marco

$\Delta x = 0, \Delta t \neq 0 \rightarrow \Delta x' \neq 0$  y eventualmente  $\Delta t' = 0$



# Dilatación temporal

- El lapso de tiempo entre dos eventos no es invariante de un observador a otro en distintos marcos de referencia
- Imaginen en S un reloj ( $\rightarrow \Delta t = s$ ) en reposo  $\rightarrow \Delta x = 0$

$$\Delta t' = \gamma \left( \Delta t - \frac{1}{c^2} v \Delta x \right) \rightarrow \Delta t' = \gamma \Delta t \rightarrow \Delta t' = \gamma s$$

y dado que  $\gamma > 1$  si  $v > 0$ , luego  $\Delta t' > \Delta t$

- Por ejemplo,  $v = 259807 \text{ km/s}$   
 $\rightarrow \beta = v/c = 0.866 \rightarrow \gamma = 2 \Rightarrow \Delta t' = 2 s$

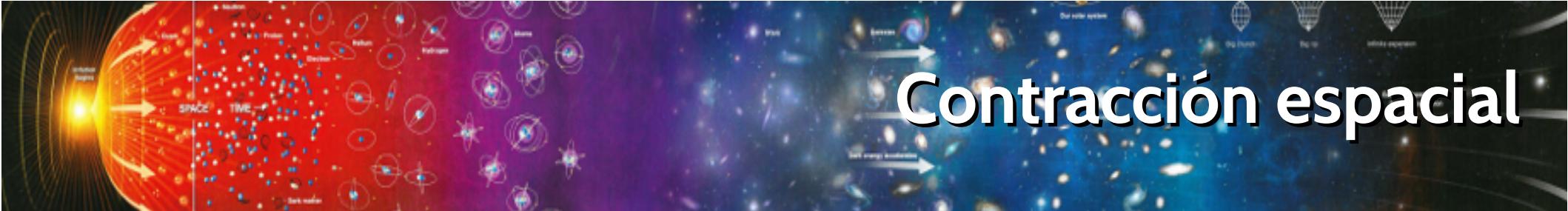
El intervalo medido en el marco S (reloj en reposo) dura 1 segundo.

El mismo intervalo visto en el marco en movimiento S' dura 2 segundos



# Paradoja de los gemelos

- Tarea para el hogar, guía 01 (para entregar el próximo miércoles)



# Contracción espacial

- La distancia entre dos eventos (p.ej. la longitud de un objeto) no es invariante de un observador a otro en distintos marcos de referencia
- Imaginen una regla ( $\rightarrow \Delta x = l$ ) en el sistema S. En el sistema S' se mide la distancia entre los extremos de la regla de manera simultánea ( $\rightarrow \Delta t' = 0$ )

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + v \Delta t') \rightarrow \Delta x = \gamma \Delta x' \rightarrow \Delta x' = \Delta x / \gamma \rightarrow \Delta x' = \frac{l}{\gamma}$$

y dado que  $\gamma > 1$  si  $v > 0$ , luego  $\Delta x' < \Delta x$

- Por ejemplo,  $v = 259807 \text{ km/s} \rightarrow \gamma = 2 \rightarrow \Delta x' = l/2$   
**La longitud medida en el marco S' (reloj en movimiento) es menor que la longitud medida en el marco con el reloj en reposo**



# Regla de suma de velocidades

- Vimos que, según nuestro amigo Galileo,

$$\vec{u}'(t) = \vec{u}(t) - \vec{v}$$

Y aquí como  $t=t'$  no tuvimos reparos en hacer la derivada

- **En el caso relativista debemos tener cuidado.**
- Sea un objeto en movimiento en el espaciotiempo.
  - **El observador en  $S$ , mide que el objeto se desplaza a lo largo del eje  $x$  con velocidad  $u=dx/dt$**
  - **El observador en  $S'$ , verá que el objeto se mueve con velocidad  $u'=dx'/dt'$**

- Recordando los expresiones para  $\Delta x$  y  $\Delta t$   
 $\gamma \Delta x'$  y  $\Delta t' \Rightarrow$



$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

# La velocidad de la luz es constante

- Casos finitos.
- Sea  $v \rightarrow 0$  (objeto lento)  $\Rightarrow$

$$v' = \frac{v - v}{1 - \frac{vv}{c^2}}$$

$\Rightarrow v' = v - v$   
Galileo si  $v \rightarrow 0$   
( $v \ll c$ )

Si  $v \ll c \rightarrow v' = v - v$   
¡Recupero Galileo! :-)

Si  $v = c \rightarrow v' = c$   
!Segundo postulado! :-)