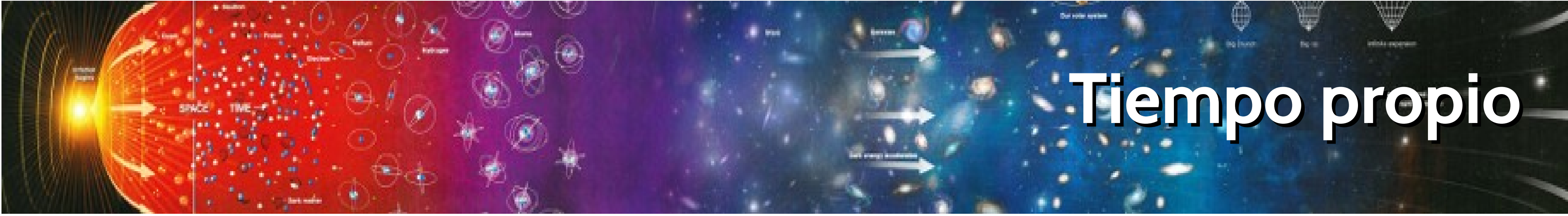
Universidad Nacional de Río Negro
Int. Partículas, Astrofísica & Cosmología - 2018

- **Unidad** 01 – Relatividad
- **Clase** U01 C04
- **Fecha** 06 Sep 2018
- **Cont** Decaimientos
- **Cátedra** Asorey
- **Web** https://asoreyh.github.io/unrn-ipac/
- **Youtube** https://goo.gl/UZJzLk



Tiempo propio

- Dado que cada marco de referencia tiene su propio tiempo, **podemos definir un marco de referencia adherido a un objeto en movimiento**.
- **El tiempo de ese marco es el tiempo que "percibe" un observador que se mueve junto con el objeto**.

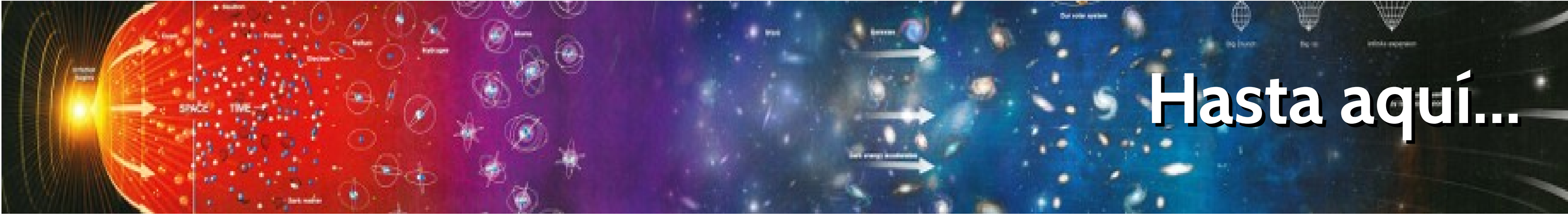
  Llamaremos a este marco "**comóvil**".
- El tiempo del marco comóvil es el tiempo propio: es independiente de las coordenadas.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 = ds'^2 = c\, d\tau^2$$

$$\Rightarrow \boxed{c^2 dt^2 - dr^2 = c^2 d\tau^2}$$

Tiempo propio

$$dt = \gamma\, d\tau$$



Hasta aquí...

- Los postulados de Einstein implican cambios profundos en la concepción de la Naturaleza.
  - Estos afectan nuestra percepción de distancia y lapso temporal, de espacio y tiempo.
- Las transformaciones de Lorentz indican como transforman las leyes de la física entre dos marcos de referencia inerciales.
  - Son las transformaciones válidas entre marcos de referencia.
- La mecánica Newtoniana es una aproximación válida para velocidades bajas respecto a la velocidad de la luz.
  - ¿Cómo puede ser generalizada?

Una nueva magnitud conservada

- Hemos visto que al aplicar los principios relativistas y pedir conservación de la cantidad de movimiento, una nueva magnitud conservada aparece naturalmente:

La energía se conserva

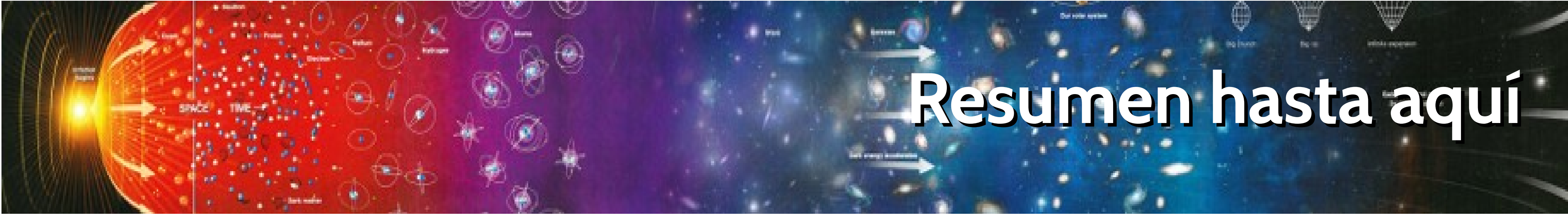
$$\boxed{E=\gamma m c^2 \simeq m c^2 + \boxed{\frac{1}{2} m v^2}}$$

Energía cinética clásica

- Recordar que la energía de un cuerpo es $E=\gamma m c^2$
- $E=\frac{1}{2} m v^2$ es una aproximación válida si v<<c.

$$\boxed{E_K \equiv E - m c^2 = (\gamma - 1) m c^2}$$

Energía cinética (en ausencia de otras interacciones)



Resumen hasta aquí

- Cantidad de movimiento relativista (correcto siempre):

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

- Energía relativista (correcta siempre):

$$E = \gamma m c^2$$

- Un nuevo invariante relativista:

$$\boxed{E^2 - (p c)^2 = (m c^2)^2}$$

Invariante relativista

¿y si no la partícula no tiene masa?

- ¡No importa, tiene energía y tiene cantidad de movimiento!

$$m=0 \rightarrow E^2-(p\,c)^2=(m\,c^2)^2 \Rightarrow E^2-(p\,c)^2=0$$

Cantidad de movimiento de partículas sin masa

$$\boxed{E=p\,c}$$

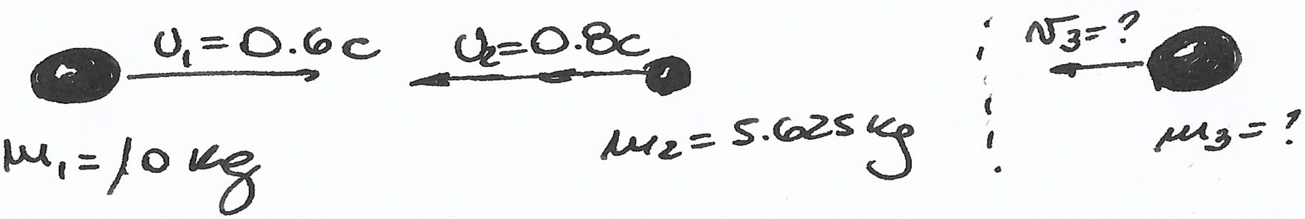
- Por ejemplo, un fotón violeta:

λ=420 nm → E = hc/λ = 0.473 aJ (attojoules, atto=10^{-18})

→ p = 1.58 x 10^{-27} kg m/s

Choque inelástico: ¡¡$m_3 > m_1 + m_2$!! energía a masa

Colisión inelástica:



Clásicamente diríamos: $m_3 = 15.625$ kg y $v_3 = 0.01 > 0$.

Relativísticamente:

$\gamma_1 = (1-\beta_1^2)^{-1/2} = 1.25$ y $\gamma_2 = (1-\beta_2^2)^{-1/2} = 5/3$

$\Rightarrow p_T^i = \sum p_i^i = \sum m_i \gamma_i u_i = 10\,kg \cdot 1.25 \cdot 0{,}6c + 5.625\,kg \cdot \frac{5}{3}(-0.8c)$

$\Rightarrow p_T^i = 7.5\,kg\,c - 7.5\,kg\,c \Rightarrow p_T^i = 0 \Rightarrow v_3 = 0.$

$\Rightarrow \boxed{p_f = 0.}$ y $\gamma_3 = 1$

Conservación energía.

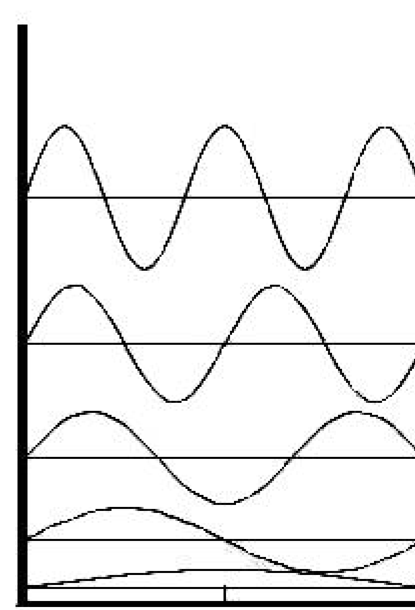
$E_i = \sum m_i \gamma_i c^2 \Rightarrow E_i = E_f \Rightarrow 10\,kg \cdot 1.25 + 5.625 \cdot 5/3 = m_3 \gamma_3$

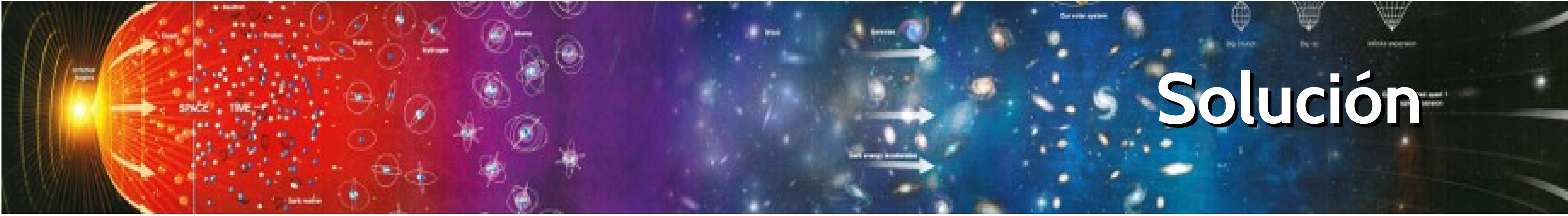
$\Rightarrow m_3 = 21.875$ kg $\Rightarrow m_3 > m_1 + m_2$!!!

¿Cuántica + Relatividad?

- Del invariante $E^2-(pc)^2=(mc^2)^2 \rightarrow E^2=(pc)^2+(mc^2)^2 \rightarrow$
  $$E=\pm\sqrt{(pc)^2+(mc^2)^2}$$
- La relatividad anticipa estados con energía total negativa... → **PROBLEMAS**
- Y encima son infinitos → **MÁS PROBLEMAS**
- Por ejemplo, para la partícula en una caja los estados están acotados a E>0:

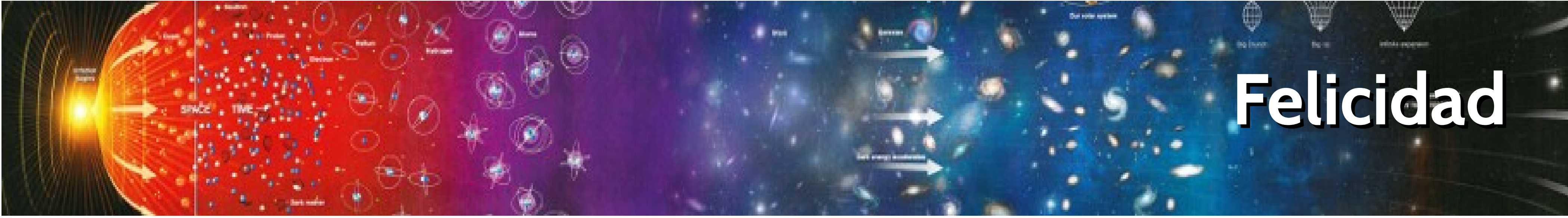
$$E_n=\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2$$





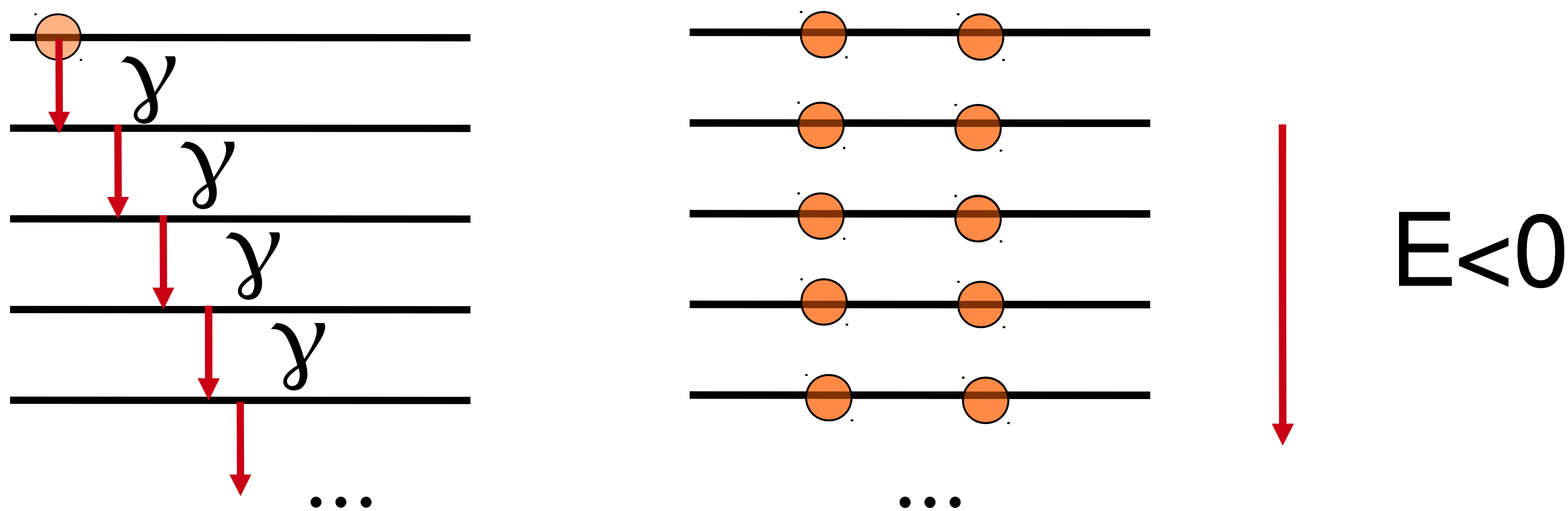
Solución

- Dirac (1928) obtiene la versión relativista de la ec. de Schrödinger y observa ese problema
- Propone que todos los estados de energía negativa están ocupados
- Los electrones obedecen el principio de exclusión de Pauli
- **Solución**
  el "**vacío**" es el estado en el cual todos los estados de energía negativos están "**llenos**"

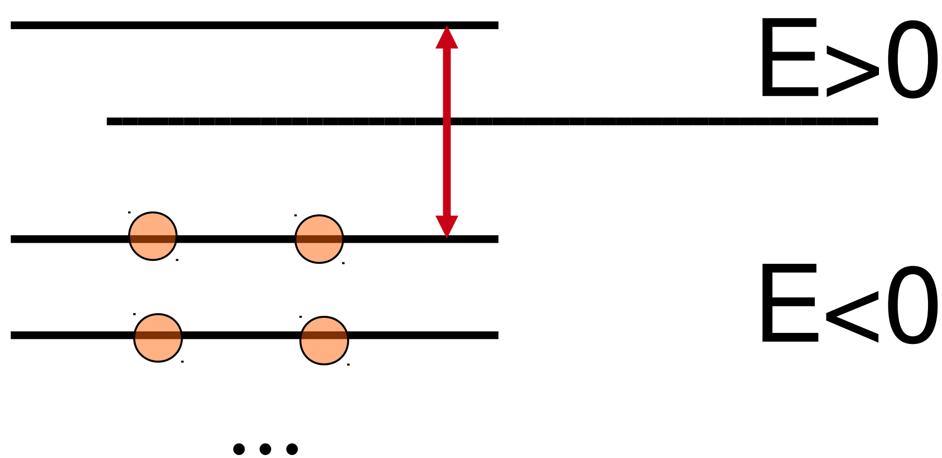


Felicidad

- No hay colapso porque no hay estados vacíos



$$E = 2mc^2 = 1.022\,\text{MeV}$$



$$E = \pm m c^2$$

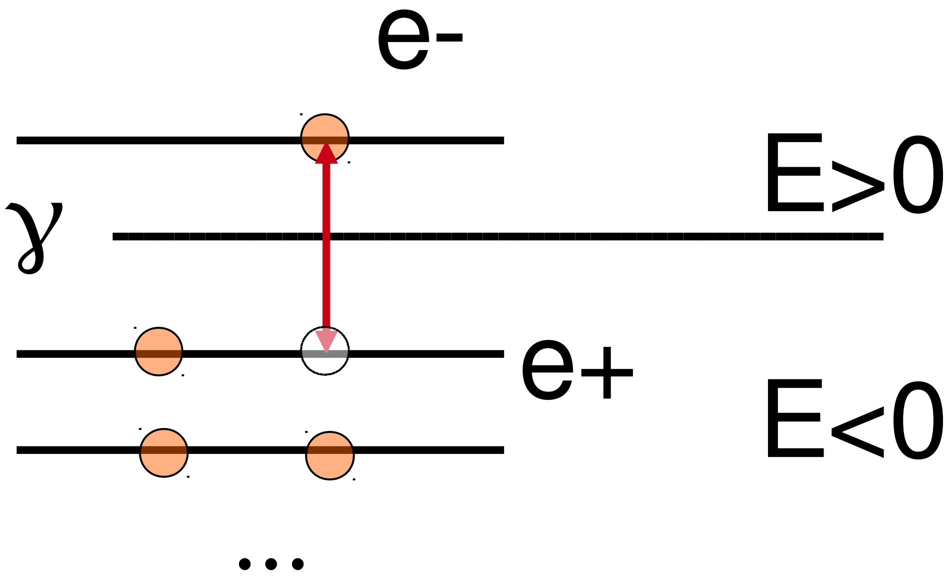
Algunas cosas

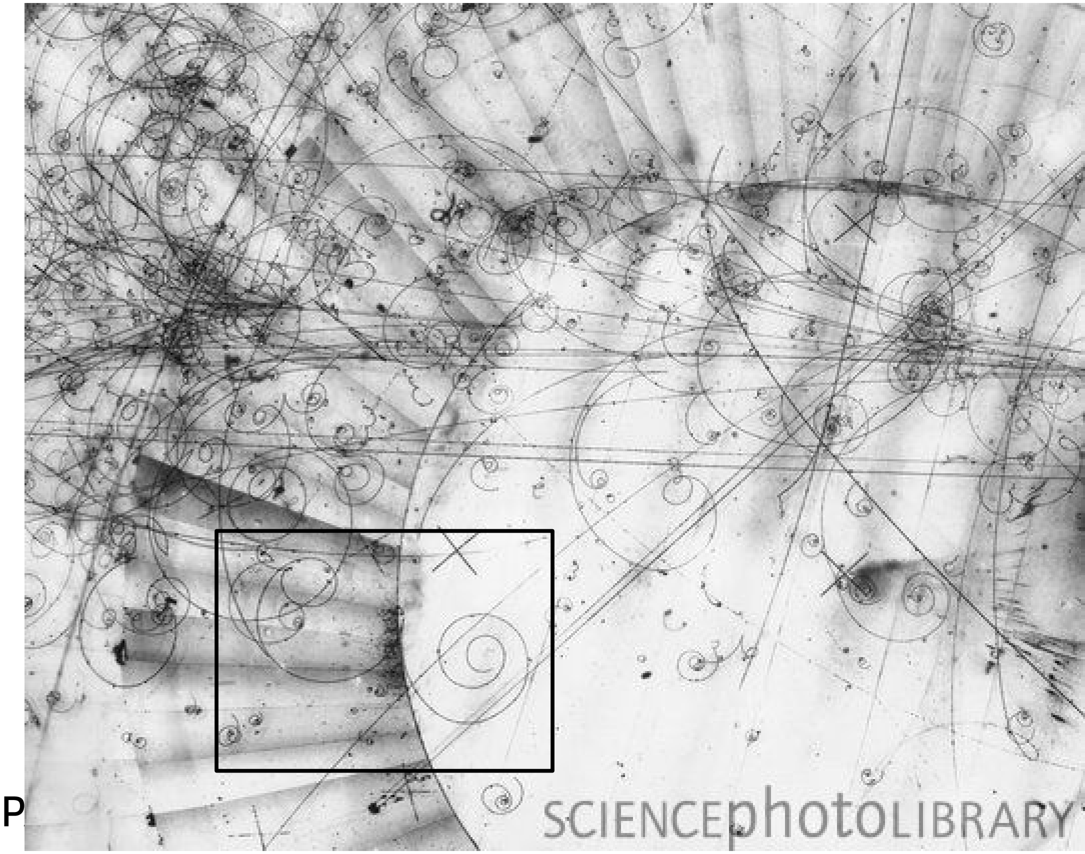
- El espacio está lleno con infinitas partículas
- Energía infinita
- Energía de punto 0 (como el oscilador armónico)

No olvidar que son Modelos

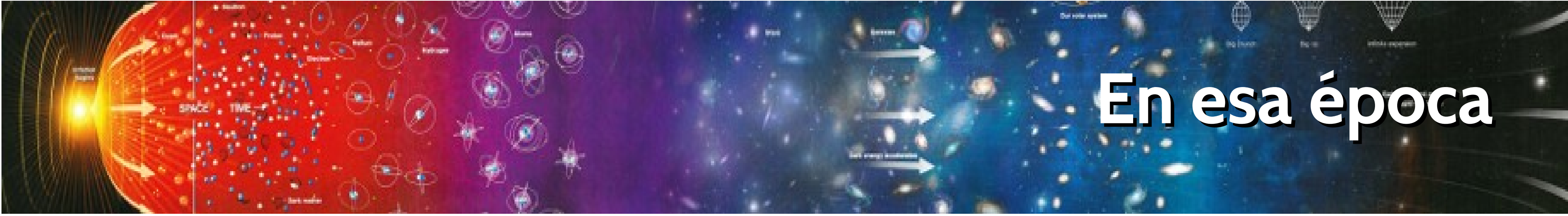
Materia-Antimateria

- En una interacción EM (scattering) es posible sacar un electrón del mar
- El "hueco" se ve como un electrón positivo





$$E_{\gamma} \geqslant 1.022\, MeV$$

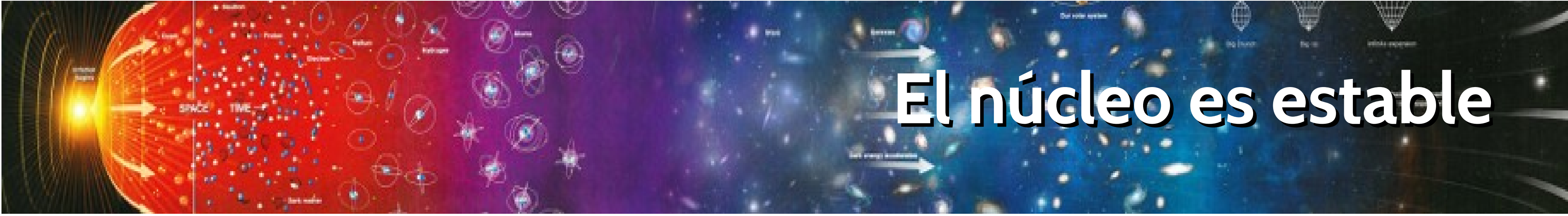


En esa época

- Se conocían cuatro partículas:
  - Protón (+)
  - Electrón (-)
  - Fotón (0) ← interacciones cargadas
  - Neutrón (0)
- Si existía el antielectrón, ¿por qué no un antiprotón?
- La idea del antineutrón es más compleja (sin carga)

El modelo atómico

- Un simple modelo atómico
- Radio atómico: a0 ~ 53 pm = 53000 fm
- Radio núcleo: f0 ~ 1.2 fm
- Relación: ~ 44200
- Núcleo 4 mm → electrones 177 m
- La naturaleza es escencialmente vacío



El núcleo es estable

- Tiene que haber una fuerza más fuerte que la fuerza eléctrica

$$F_E = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{e^2}{f_0^2}$$

$$F_E = 160\,N$$

$$F_E = 1.2\times 10^{36} F_G$$

Ayuda: En general el núcleo tiene más neutrones que protones

$$A = Z + N$$

$$N \geqslant Z$$

Tabla de nucléidos

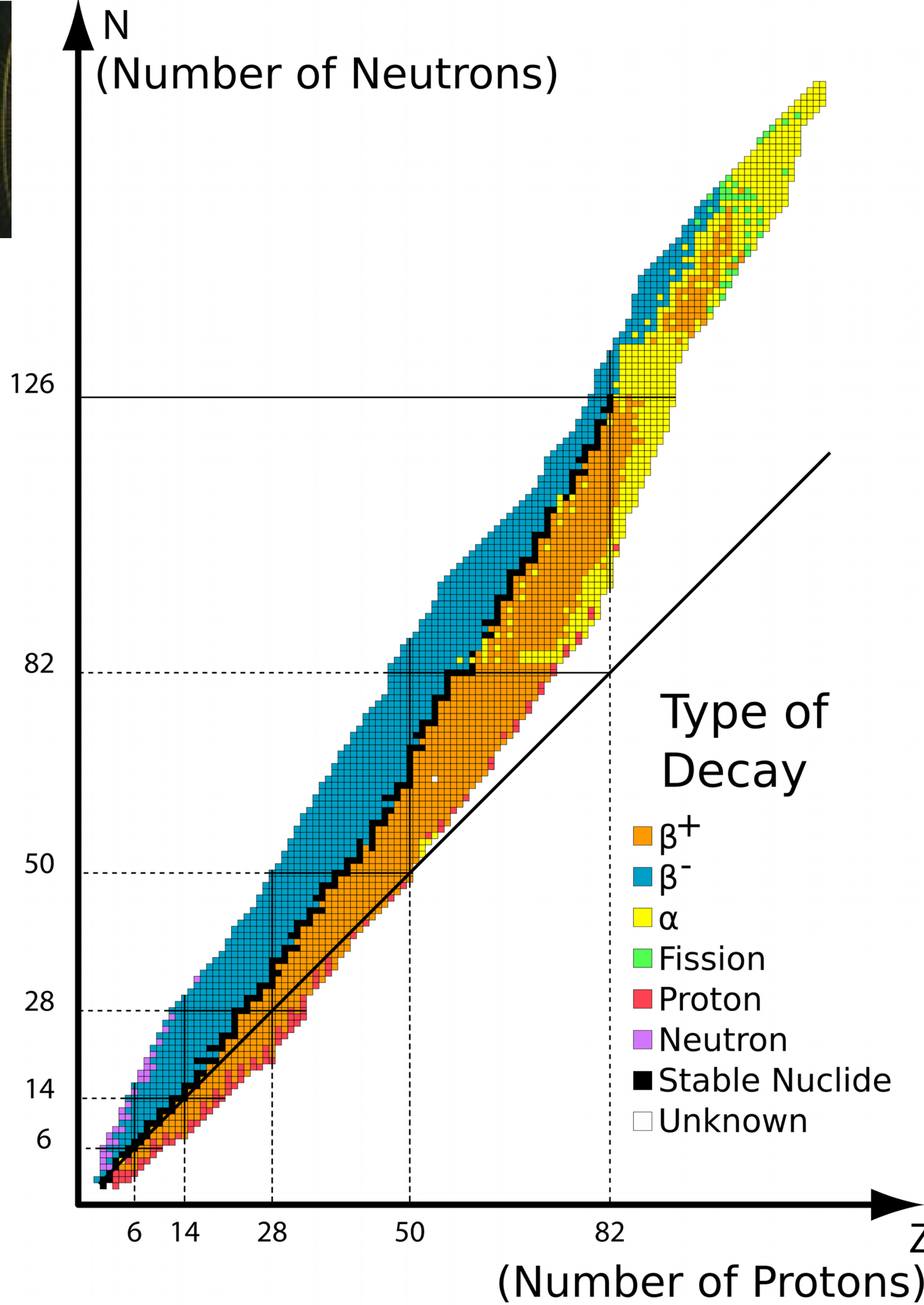
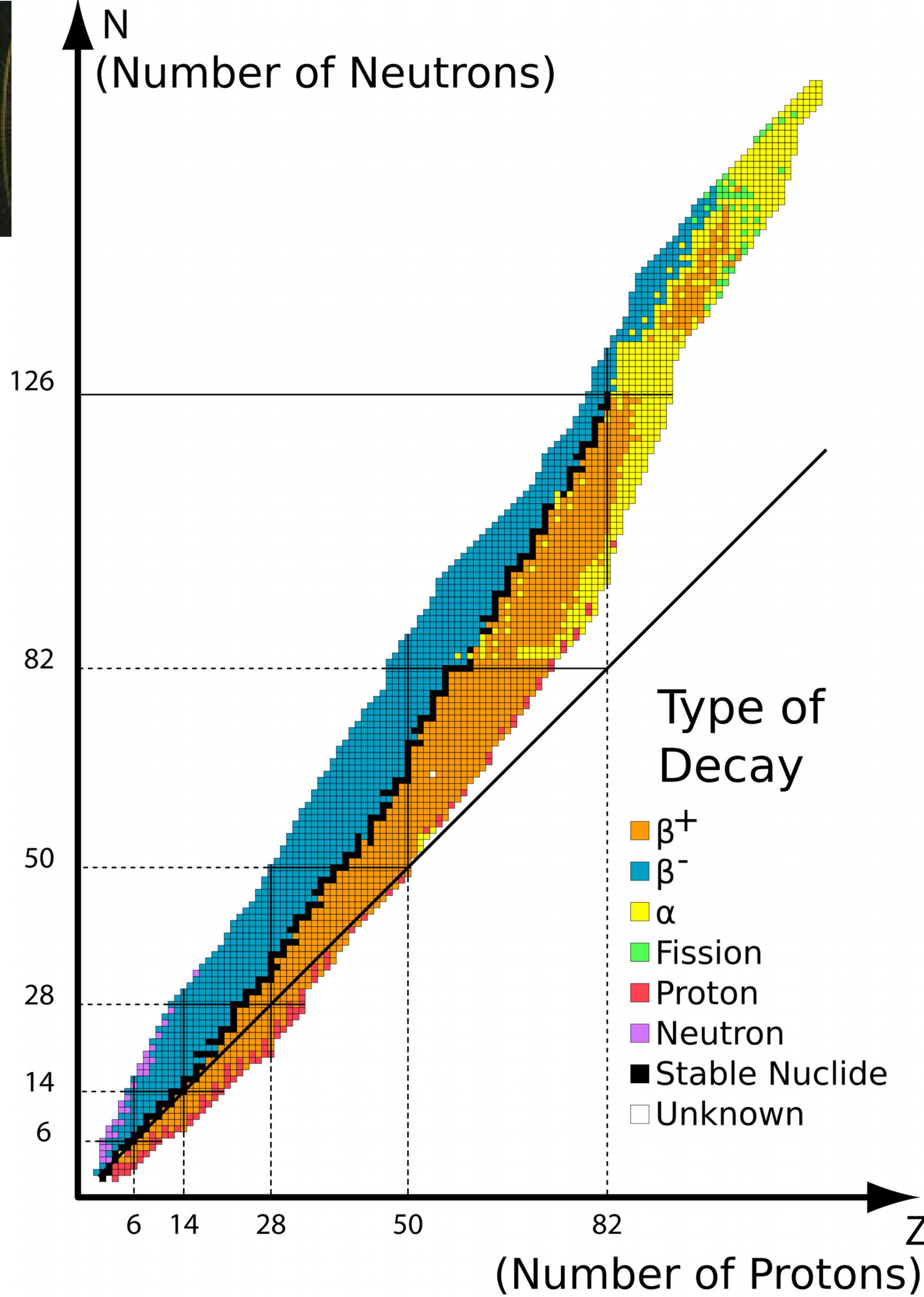


Tabla de nucléidos

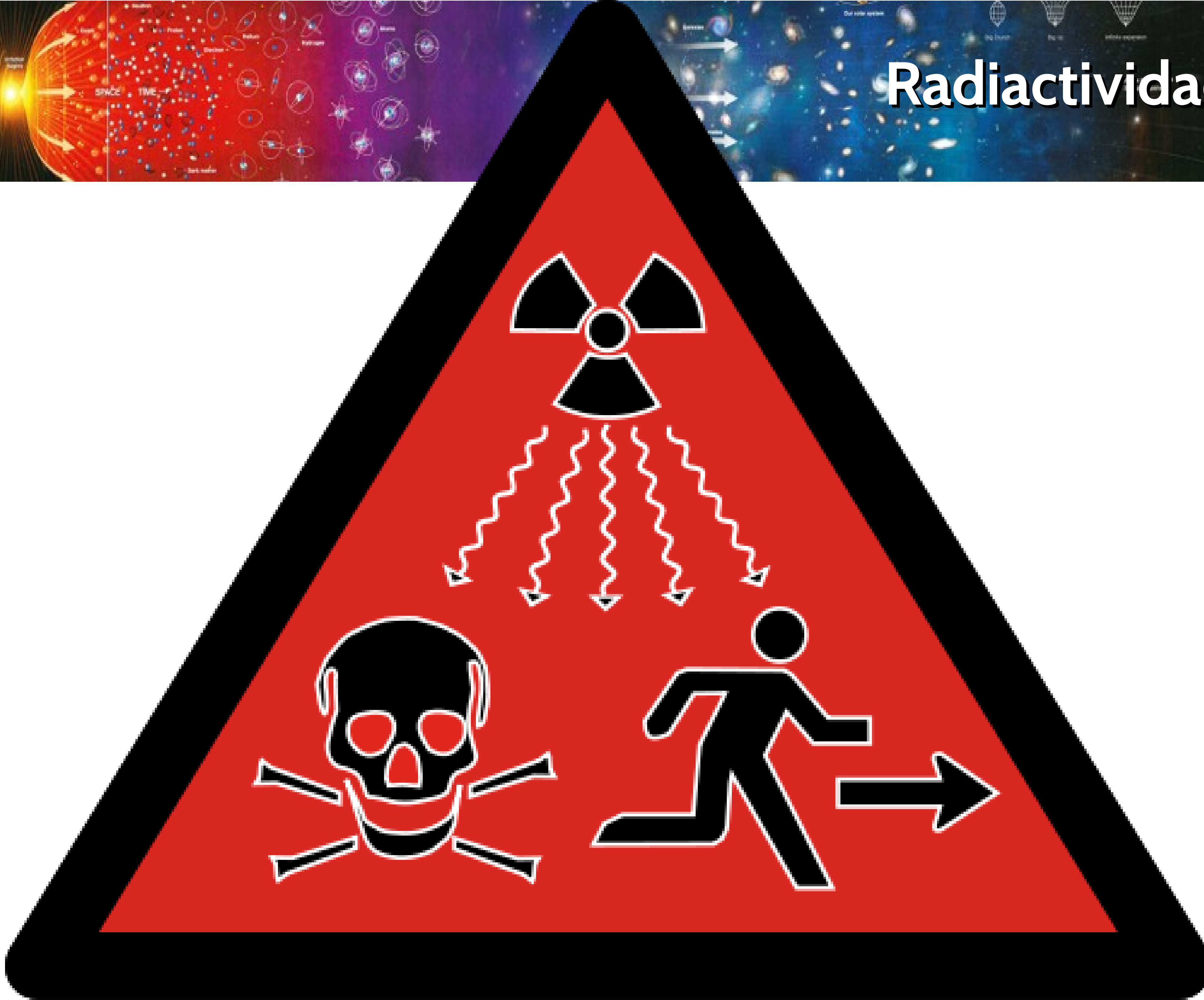


- $F_E \sim Z^2$
- Neutrones sin carga eléctrica
- $^{1}H_{1}$ $^{4}He_{2}$ $^{208}Pb_{82}$

Los neutrones ayudan a la "cohesión" (estabilidad) de los núcleos

Fuerza Fuerte

Radiactividad



Radiactividad

- **Fenómeno físico** por el cual algunos elementos inestables **decaen** en otros más estables **emitiendo radiación ionizante** (Energías típicas: keV – MeV).
- **Tipos:**
  - **Alfa**: **emisión de un núcleo de Helio** (2 protones, 2 neutrones). Poca capacidad de penetración (las detiene un papel)
  - **Beta**: **emisión de un electrón o un positrón** (media capacidad de penetración: láminas metálicas delgadas)
  - **Gamma**: **emisión de un fotón de alta energía** (alta capacidad de penetración, hasta plomo)
  - Otros: neutrones, protones, fisión espontánea, fragmentación

Tipos de decaimiento

- **Emisión de partículas cargadas** (alfa, beta, protón, fisión, fragmentación): implican cambios en el número atómico
- **Emisión de neutrones**: cambios en el número másico
- **Emisión de fotones**: desexcitación nuclear
- En todo decaimiento **se libera energía, *Q*,** usualmente en forma de energía cinética de los productos del decaimiento. **El decaimiento ocurre si y sólo si *Q*>0**
- En general, ***Q* es igual a la diferencia de masa entre reactivos y productos.**

$$Q=\left(m_{\mathrm{reactivos}}-m_{\mathrm{productos}}\right)c^2$$

Ley de decaimiento radiactivo

- **Suceso cuántico y estadístico**: **no podemos saber cuando un átomo particular decaerá.**
- Se observa que para un elemento la **tasa de decaimiento es constante, λ.**

$$[\lambda] = s^{-1}$$

Ley de decaimiento radiactivo

+ Sea una muestra con N_0 núcleos inestables.

+ El núcleo tiene una tasa de decaimiento λ, $[\lambda] = s^{-1}$

$\Rightarrow \quad N_0 \xrightarrow{t} N(t) \qquad N(t) < N_0 \quad$ y $\quad N(t) = N_0 + dN \Rightarrow dN < 0$

Luego, en un tiempo dt:

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = -\lambda N} \qquad \left(\frac{dN}{dt} < 0\right)$$

Aplicamos el procedimiento usual para esta ecuación diferencial:

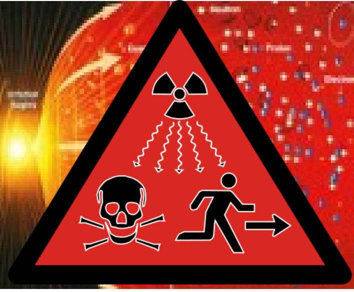
$$\Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt \Rightarrow \int \frac{dN}{N} = -\lambda \int dt \Rightarrow \ln N = -\lambda t + C$$

Siendo C la constante de integración. Luego:

$$e^{\ln N} = e^{-\lambda t + C} \Rightarrow N(t) = e^{-\lambda t} e^{C}$$ y para $t=0$, $N(t) = N_0 \Rightarrow$

$$N_0 = e^{-\lambda 0} e^{C} \Rightarrow e^{C} = N_0.$$ Finalmente:

$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}}$$ Ley de Decaimiento Radiactivo.



Ley de decaimiento radiactivo

- **Suceso cuántico y estadístico**: **no podemos saber cuando un átomo particular decaerá.**
- Se observa que para un elemento la **tasa de decaimiento es constante, λ.**

$$[\lambda]=s^{-1}$$

- Luego, en una muestra con *N* átomos radiactivos, la tasa de decaimiento *dN/dt* será proporcional a *N*:

$$\frac{-dN}{dt}=-\lambda N \rightarrow \frac{dN}{N}=-\lambda\, dt \rightarrow \int \frac{dN}{N}=\int -\lambda\, dt$$

$$\rightarrow \ln N=-\lambda t+C \rightarrow N(t)=N_0 e^{-\lambda t}$$