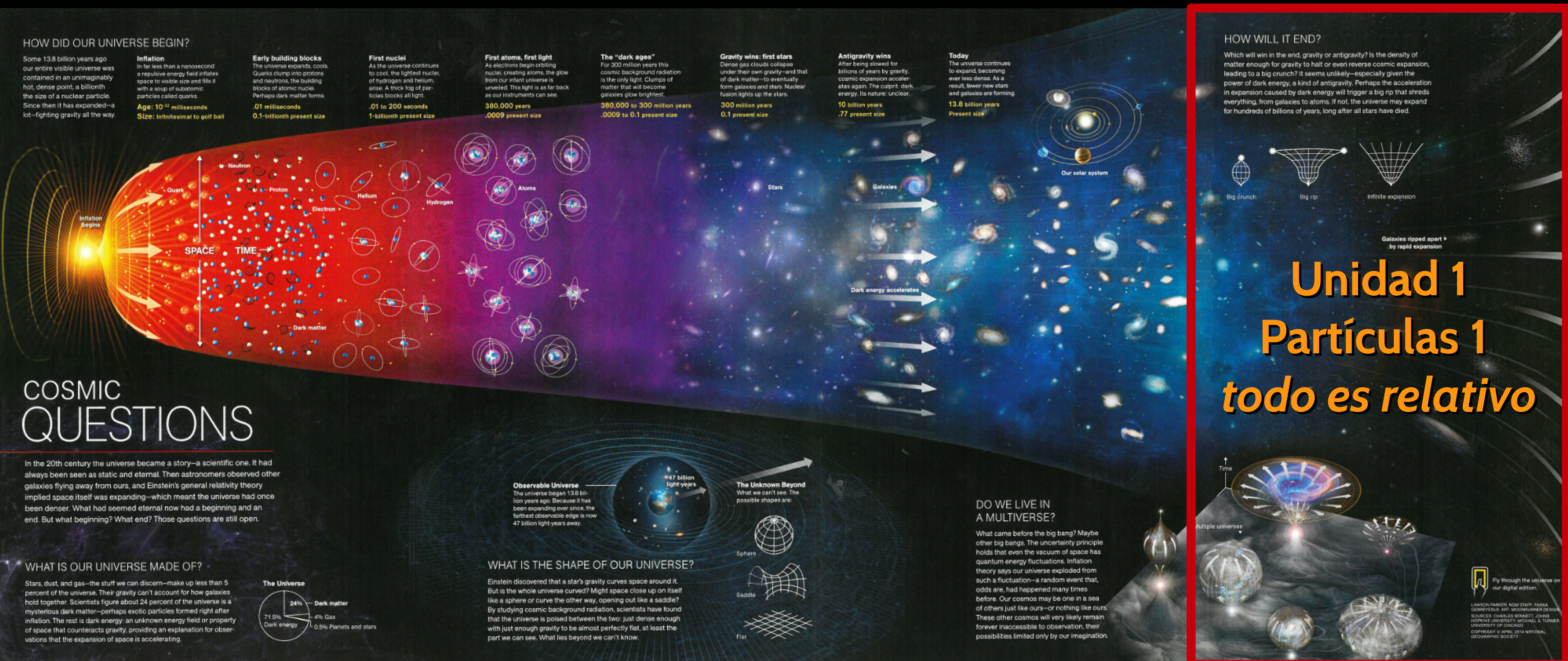
Universidad Nacional de Río Negro
Int. Partículas, Astrofísica & Cosmología - 2016

- **Unidad** 01 – Relatividad
- **Clase** 0104 – 04/16
- **Fecha** 01 Sep 2016
- **Cont** Partículas 1
- **Cátedra** Asorey
- **Web** github.com/asoreyh/unrn-ipac
- **Youtube** www.youtube.com/watch?v=vdtZKNhPv1w
- **Archivo** a-2016-U01-C04-0901-particulas-1

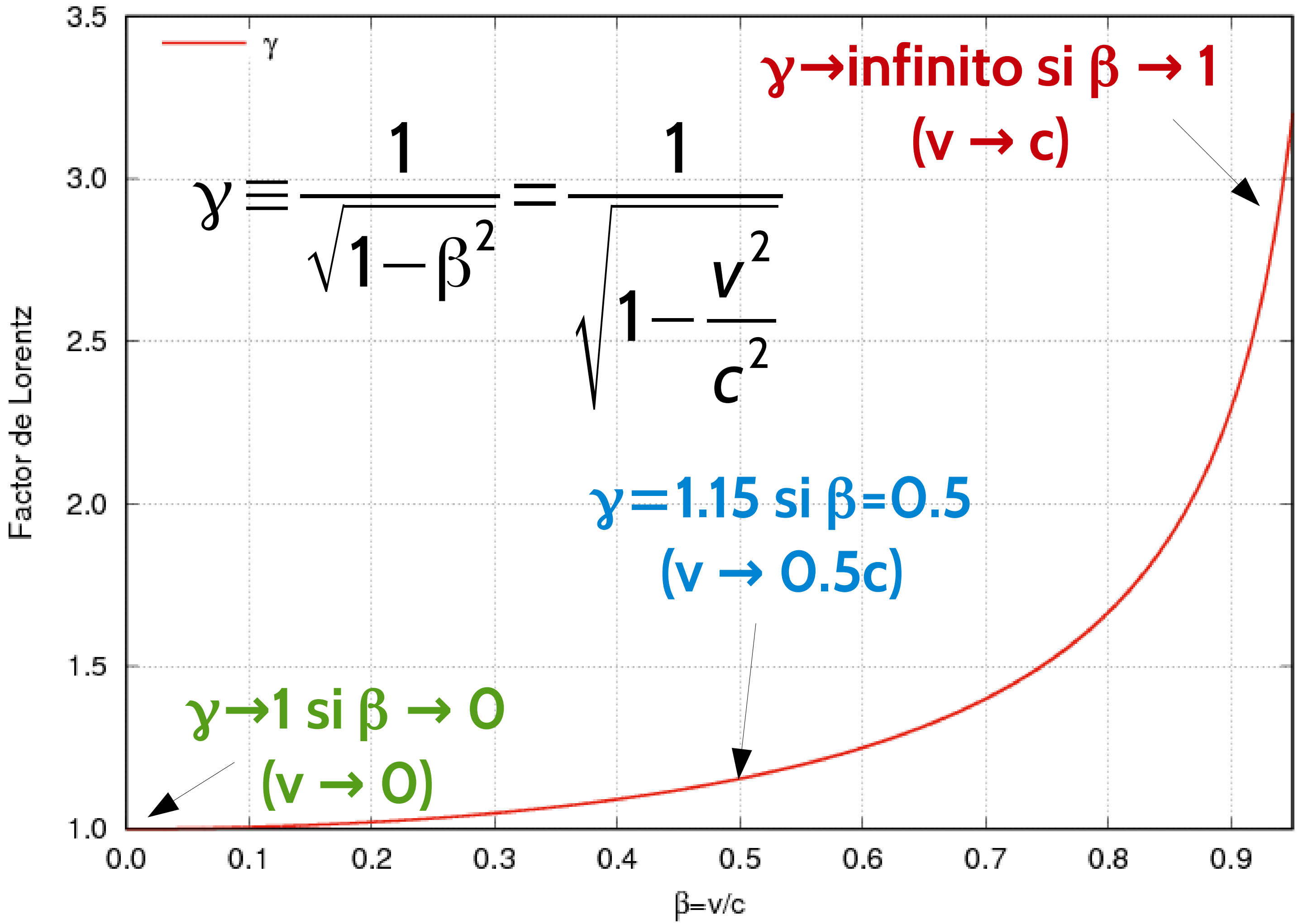
RIO NEGRO

Contenidos: un viaje en el tiempo



Factor de Lorentz

- Estudiemos la función gamma, ecuación (10)



Tiempo propio

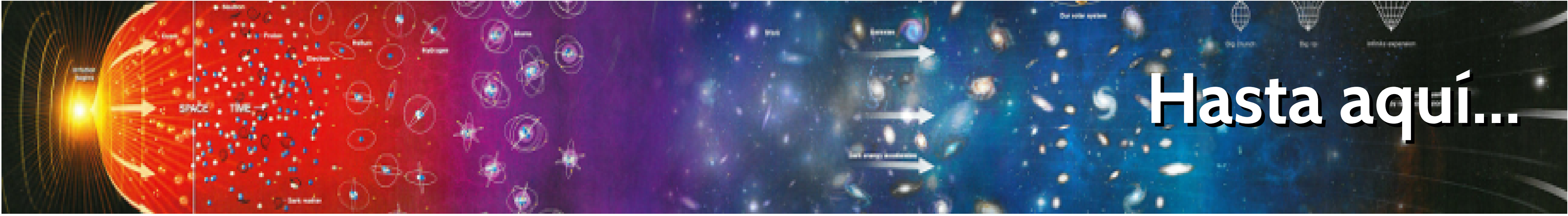
- Dado que cada marco de referencia tiene su propio tiempo, **podemos definir un marco de referencia adherido a un objeto en movimiento**.
- **El tiempo de ese marco es el tiempo que "percibe" un observador que se mueve junto con el objeto**. Llamaremos a este marco "comovil".
- El tiempo del marco comóvil es el tiempo propio: es independiente de las coordenadas.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 = ds'^2 = c\, d\tau^2$$

$$\Rightarrow \boxed{c^2 dt^2 - dr^2 = c^2 d\tau^2}$$

Tiempo propio

$$dt = \gamma\, d\tau$$



Hasta aquí...

- Los postulados de Einstein implican cambios profundos en la concepción de la Naturaleza.
  - Estos afectan nuestra percepción de distancia y lapso temporal, de espacio y tiempo.
- Las transformaciones de Lorentz indican como transforman las leyes de la física entre dos marcos de referencia inerciales.
  - Son las transformaciones válidas entre marcos de referencia.
- La mecánica Newtoniana es una aproximación válida para velocidades bajas respecto a la velocidad de la luz.
  - ¿Cómo puede ser generalizada?

La conservación de *p* es un principio básico

- Al igual que nos pasó con *u*, debemos recordar lo que dijo Alberto: al derivar, el tiempo depende del marco de referencia. Antes eso no nos preocupaba:

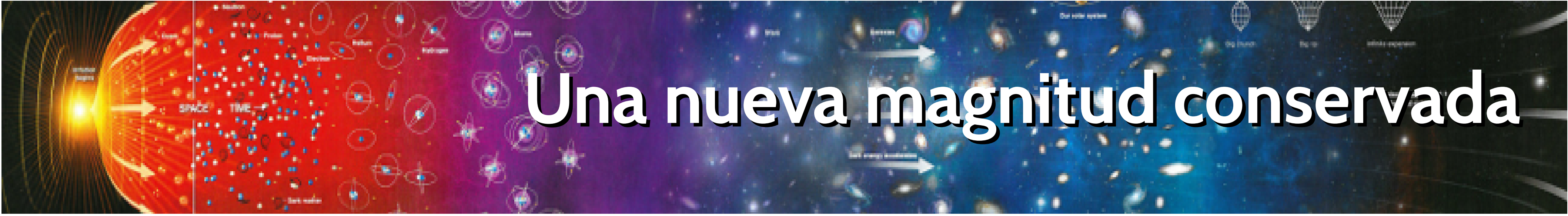
$$\text{Clásico: } \vec{p}=\frac{d}{dt}\left(m\vec{r}\right) \text{ y } \vec{p}\,'=\frac{d}{dt}\left(m\vec{r}\,'\right)$$

$$\text{Correcto: } \vec{p}=\frac{d}{dt}\left(m\vec{r}\right) \text{ y } \vec{p}\,'=\frac{d}{dt'}\left(m\vec{r}\,'\right)$$

- Y como todos los marcos son equivalentes, ¡podemos usar el marco comovil!

Cant. de movimiento relativista

$$\boxed{\vec{p}=m\frac{d\vec{r}}{d\tau}}$$



Una nueva magnitud conservada

- Hemos visto que al aplicar los principios relativistas y pedir conservación del impulso, una nueva magnitud conservada aparece naturalmente:

La energía se conserva

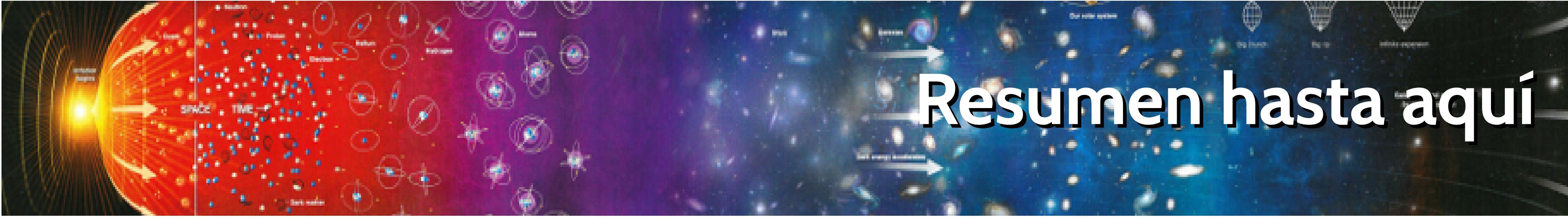
$$\boxed{E=\gamma m c^2 \simeq m c^2 + \boxed{\frac{1}{2} m v^2}}$$

Energía cinética clásica

- Recordar que la energía de un cuerpo es $E=\gamma m c^2$
- $E=\frac{1}{2} m v^2$ es una aproximación válida si v<<c.

$$\boxed{E_K \equiv E - m c^2 = (\gamma - 1) m c^2}$$

Energía cinética (en ausencia de otras interacciones)



Resumen hasta aquí

- Cantidad de movimiento relativista (correcto siempre):

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

- Energía relativista (correcta siempre):

$$E = \gamma m c^2$$

- Un nuevo invariante relativista:

$$\boxed{E^2 - (p c)^2 = (m c^2)^2}$$

Invariante relativista

¿y si no la partícula no tiene masa?

- ¡No importa, tiene energía y tiene cantidad de movimiento

$$m=0 \rightarrow E^2-(pc)^2=(mc^2)^2 \Rightarrow E^2-(pc)^2=0$$

Cantidad de movimiento de partículas sin masa

$$\boxed{E=pc}$$

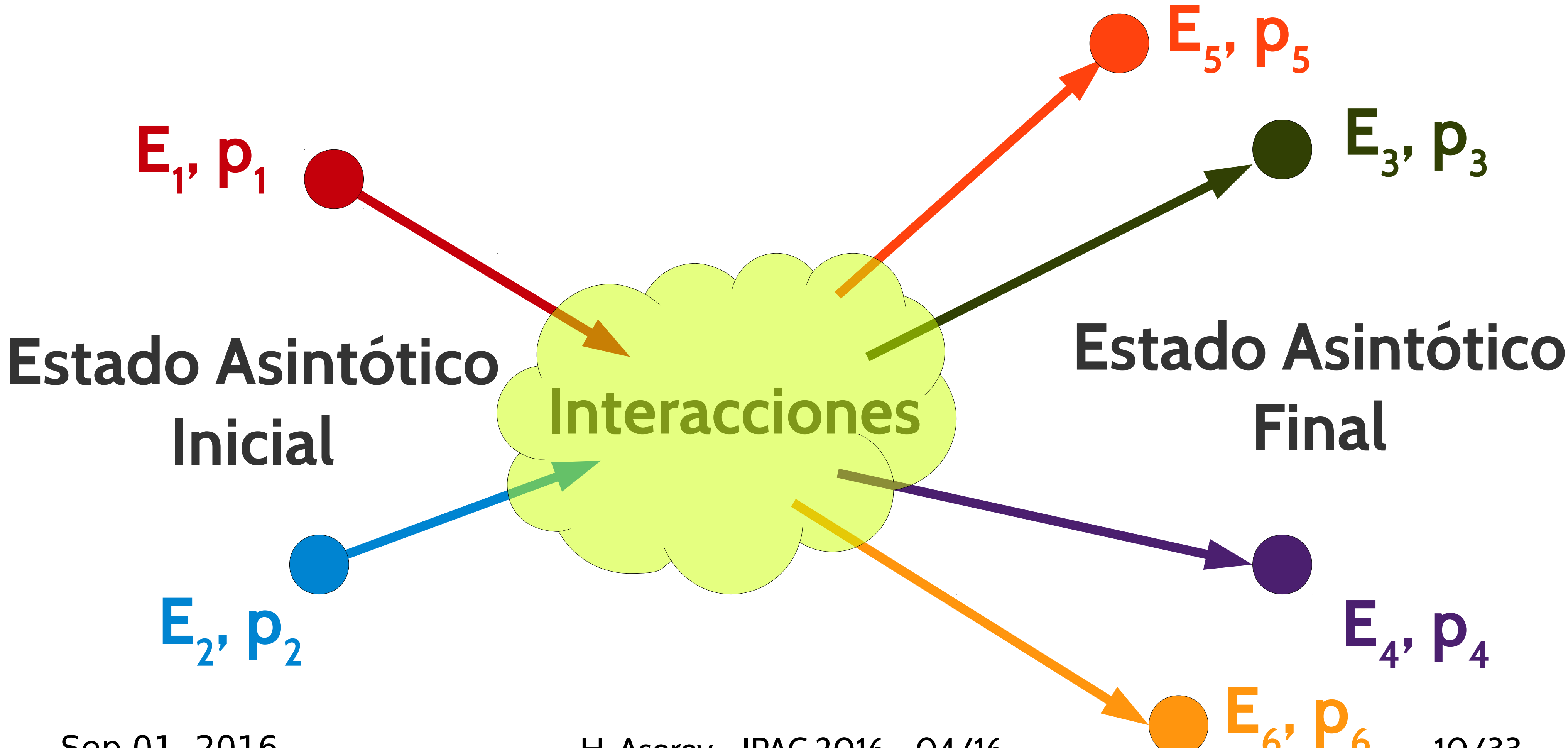
- Por ejemplo, un fotón violeta:

λ=420 nm → E = hc/λ = 0.473 aJ (attojoules, atto=10^{-18})

→ p = 1.58 x 10^{-27} kg m/s

¿Cómo funciona la conservación?

- Y todo por pedir que *c* tiene que tener el mismo valor para todos los observadores inerciales.



Así funciona la Naturaleza

- **La Energía total se conserva**

$$\left.\begin{array}{l} E^{\text{inicial}} = \sum_j^{n^{\text{inicial}}} E_j^{\text{inicial}} = \sum_j m_j \gamma_j c^2 \\ E^{\text{final}} = \sum_k^{n^{\text{final}}} E_k^{\text{final}} = \sum_k m_k \gamma_k c^2 \end{array}\right\} E^{\text{inicial}} = E^{\text{final}}$$

- **La cantidad de movimiento total se conserva**

$$\left.\begin{array}{l} \vec{p}^{\,\text{inicial}} = \sum_j^{n^{\text{inicial}}} \vec{p}_j^{\,\text{inicial}} = \sum_j m_j \gamma_j \vec{v}_j \\ \vec{p}^{\,\text{final}} = \sum_k^{n^{\text{final}}} \vec{p}_k^{\,\text{final}} = \sum_k m_k \gamma_k \vec{v}_k \end{array}\right\} \vec{p}^{\,\text{inicial}} = \vec{p}^{\,\text{final}}$$

Una disgresión sobre cargas

Fuera eléctrica

Fuerza Gravedad

Una disgresión sobre cargas

Fuera eléctrica

$$F_E=\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_o}\right)\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_E=\left(k_e\frac{q_1}{r^2}\right)q_2$$

$$F_E=\left(k_e\frac{q_1}{r^2}\right)q_2=m_2^i\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$F_E=\left(k_e\frac{q_1}{r^2}\right)\frac{q_2}{m_2^i}=\frac{d^2x}{dt^2}$$

?

Fuerza Gravedad

$$F_G=G\frac{m_1^g m_2^g}{r^2}$$

$$F_e=G\frac{m_1^g}{r^2}m_2^g$$

$$F_e=\left(G\frac{m_1^g}{r^2}\right)m_2^g=m_2^i\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$F_e=\left(G\frac{m_1^g}{r^2}\right)\frac{m_2^g}{m_2^i}=\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$F_e=\left(G\frac{m_1^g}{r^2}\right)=\frac{d^2x}{dt^2}=g$$

Richard Feynman dijo

- *"For those who want to learn just enough about it so they can solve problems, that is all there is to the [special] theory of relativity – it just changes Newton's laws by introducing a correction factor to the mass"*
- Luego:

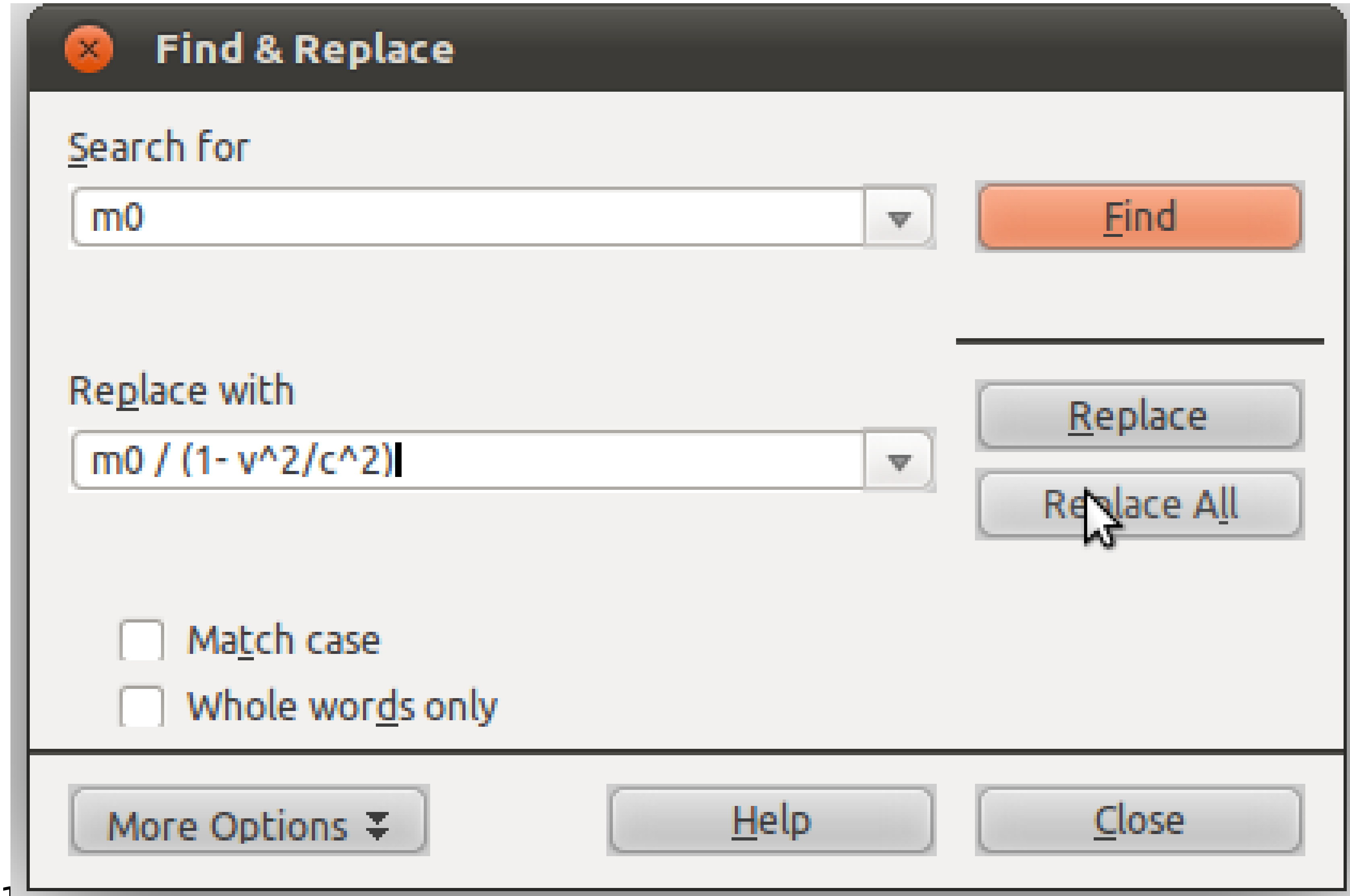
$$\vec{F} = \frac{d\,(m\vec{v})}{dt}$$

- donde

$$m \to m\gamma = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Aprendiendo relatividad en Windows

- Search & replace (CTRL+F)



Desarrollo en serie

- Desarrollemos para v → 0:

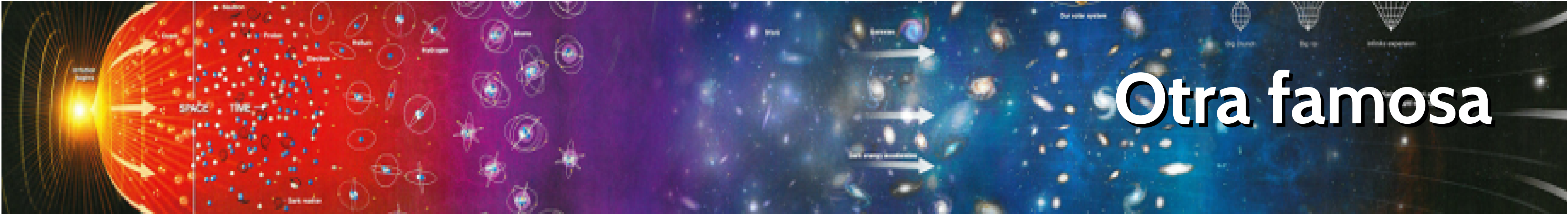
$$m=\gamma\, m=m\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}=m\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}+\frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4}+\cdots\right)$$

- Luego, la famosa fórmula

$$m\simeq m+\frac{1}{2}m\frac{v^2}{c^2}$$

$$\rightarrow mc^2\simeq m\,c^2+\frac{1}{2}m\,v^2$$

$$\rightarrow E=mc^2$$



Otra famosa

- Y ahora

$$p^2c^2 = \frac{m^2\beta^2c^4}{1-\beta^2} - \left(\frac{m^2c^4}{1-\beta^2}\right) + \left(\frac{m^2c^4}{1-\beta^2}\right)$$

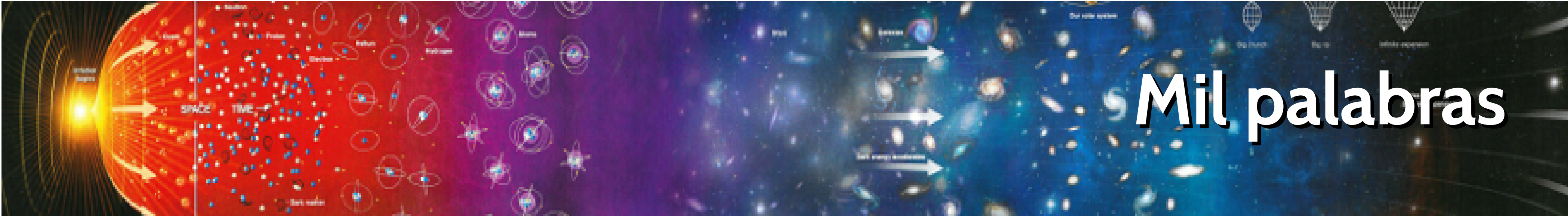
$$p^2c^2 = \frac{m^2c^4\left(\beta^2-1\right)}{1-\beta^2} + m^2\gamma^2c^4$$

$$p^2c^2 = -m^2c^4 + m^2\gamma^2c^4$$

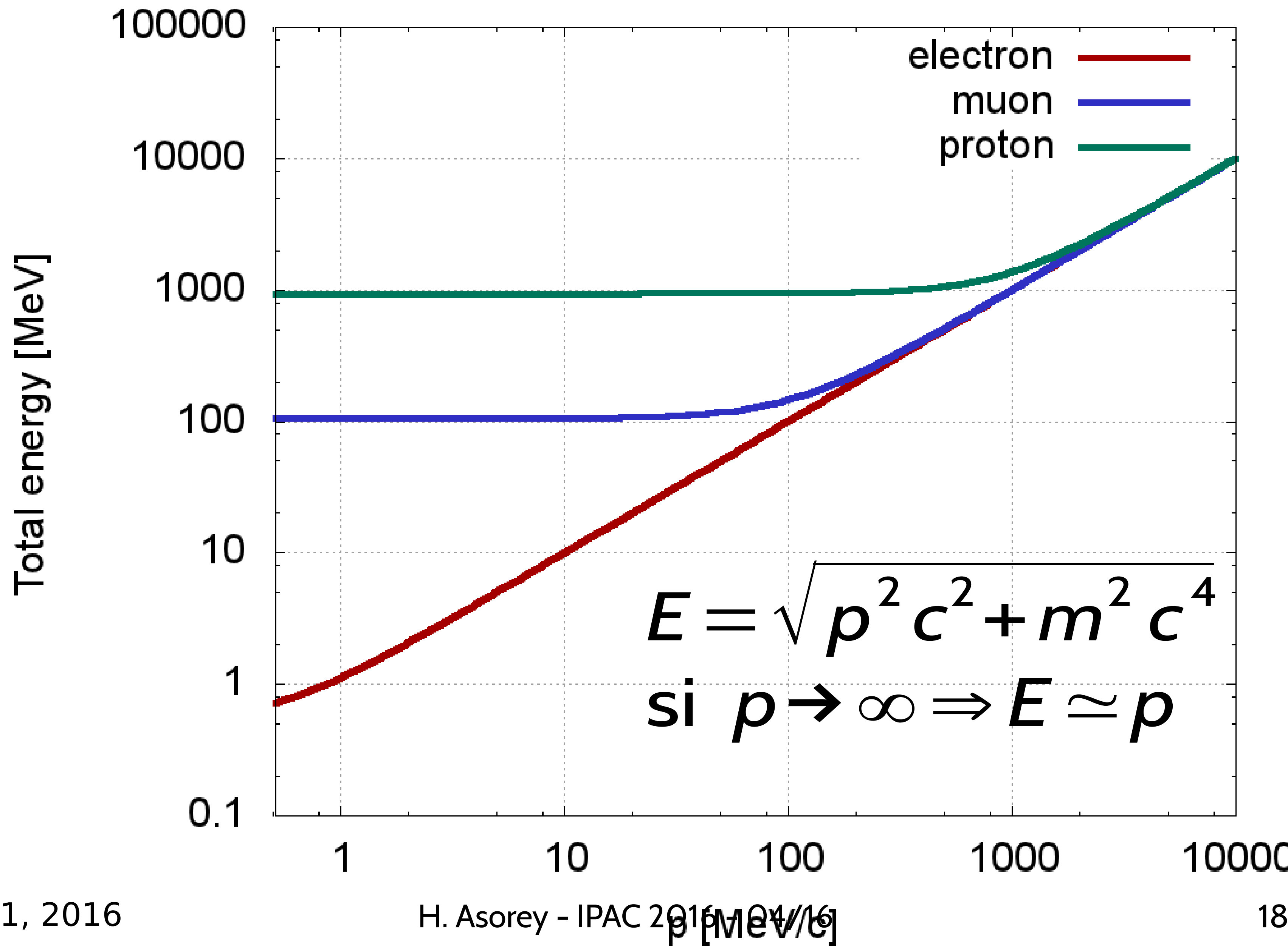
$$p^2c^2 = -m^2c^4 + E^2$$

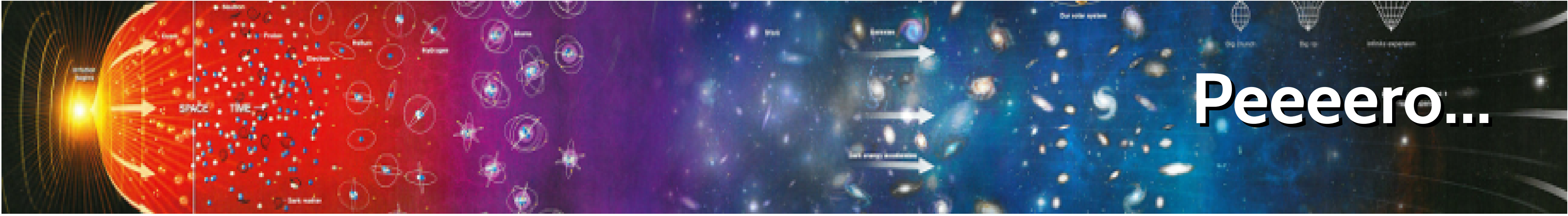
- Entonces:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \rightarrow E = \pm\sqrt{p^2c^2+m^2c^4}$$



Mil palabras





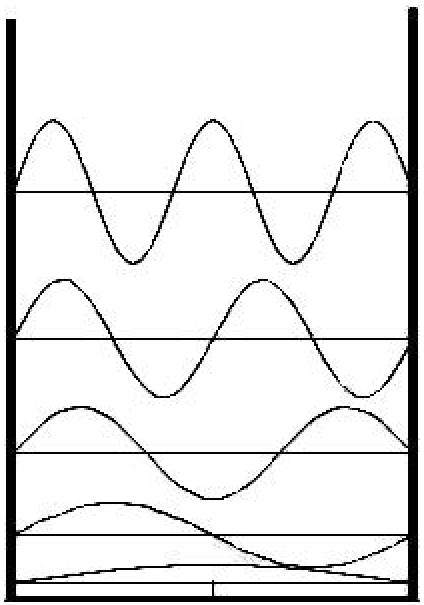
Peeeero...

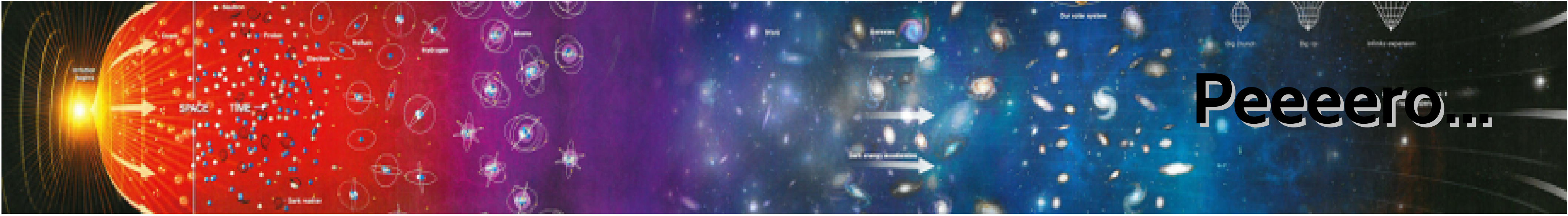
- También tenemos

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \rightarrow E = -\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

- La relatividad anticipa estados con energía total negativa... → **PROBLEMAS**
- Y encima son infinitos → **MÁS PROBLEMAS**
- Partícula en una caja

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8\, m\, L^2} \right) n^2$$



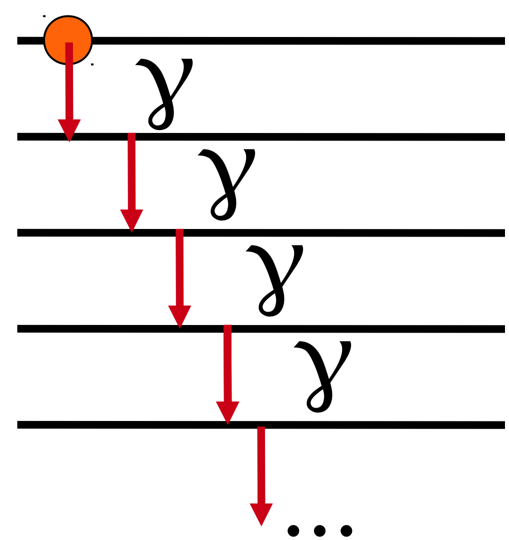


Peeeero...

- También tenemos

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \rightarrow E = -\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

- La relatividad anticipa estados con energía total negativa... → **PROBLEMAS**
- Y encima son infinitos → **MÁS PROBLEMAS**
- Aquí no tengo “estado fundamental”



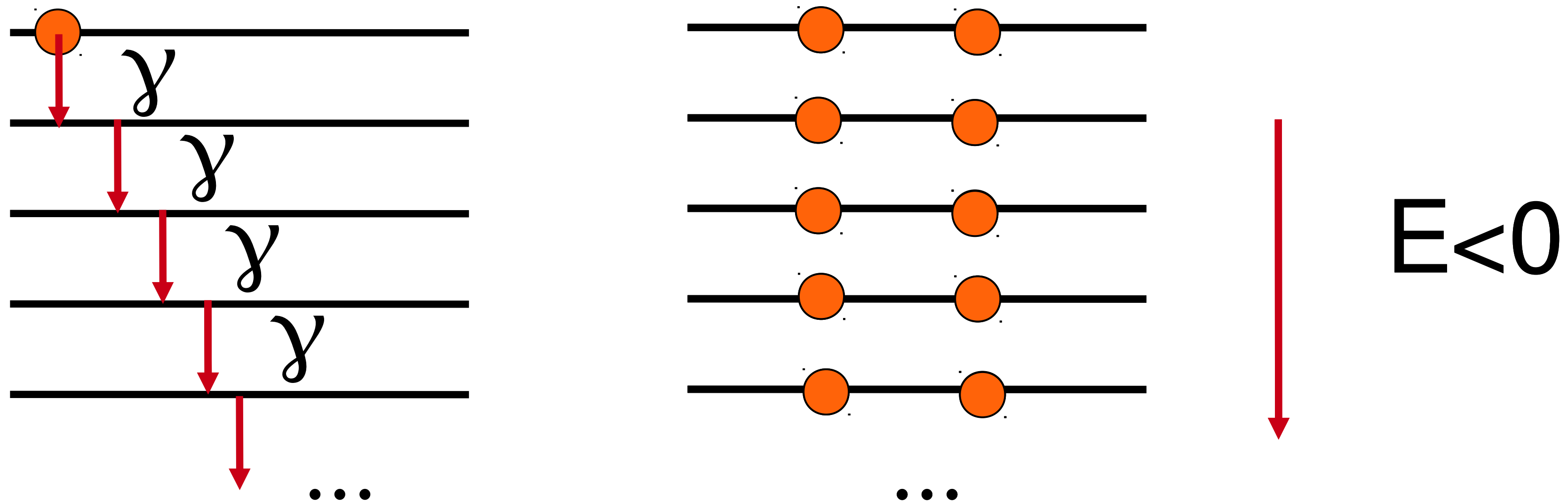
- **COLAPSO**

Solución

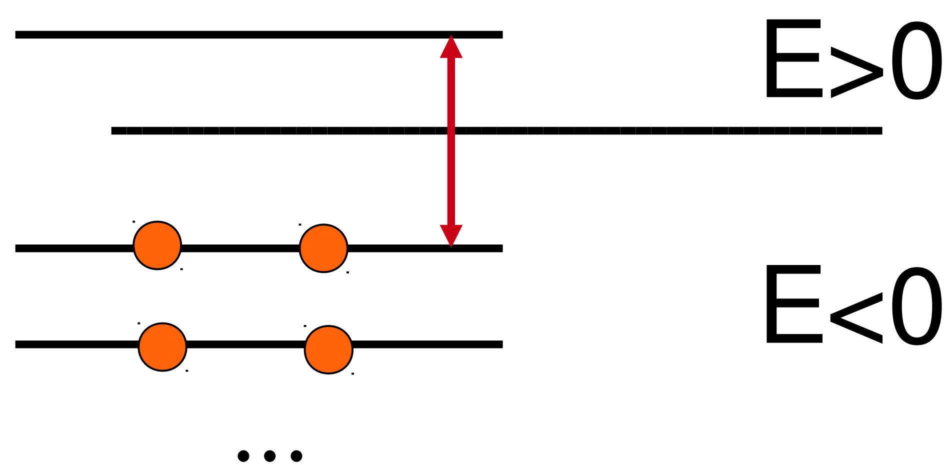
- Dirac (1928) obtiene la versión relativista de la ec. de Schrödinger y observa ese problema
- Propone que todos los estados de energía negativa están ocupados
- Los electrones obedecen el principio de exclusión de Pauli
- Solución: el "vacío" es el estado en el cual todos los estados de energía negativos están llenos

Felicidad

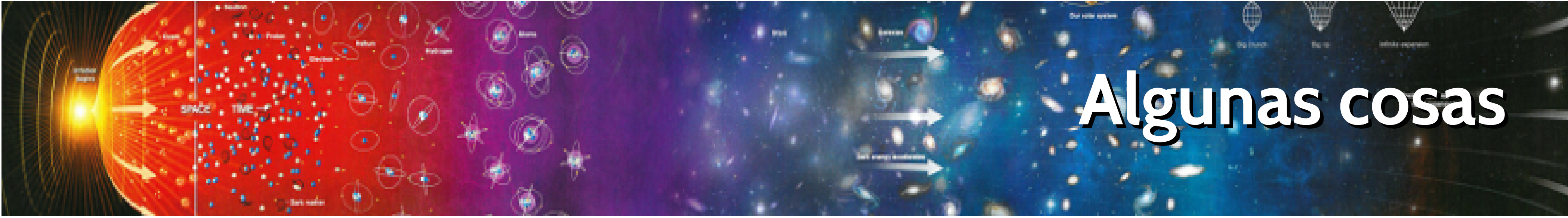
- No hay colapso porque no hay estados vacíos



$$E = 2mc^2 = 1.022\,\text{MeV}$$



$$E = \pm mc^2$$



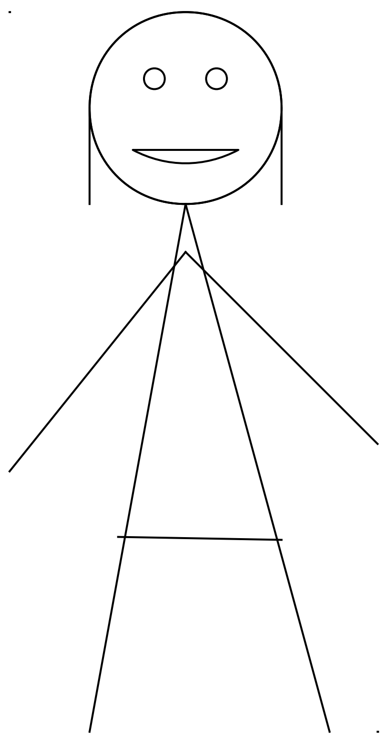
Algunas cosas

- El espacio está lleno con infinitas partículas
- Energía infinita
- Energía de punto 0 (como el oscilador armónico)

No olvidar que son Modelos

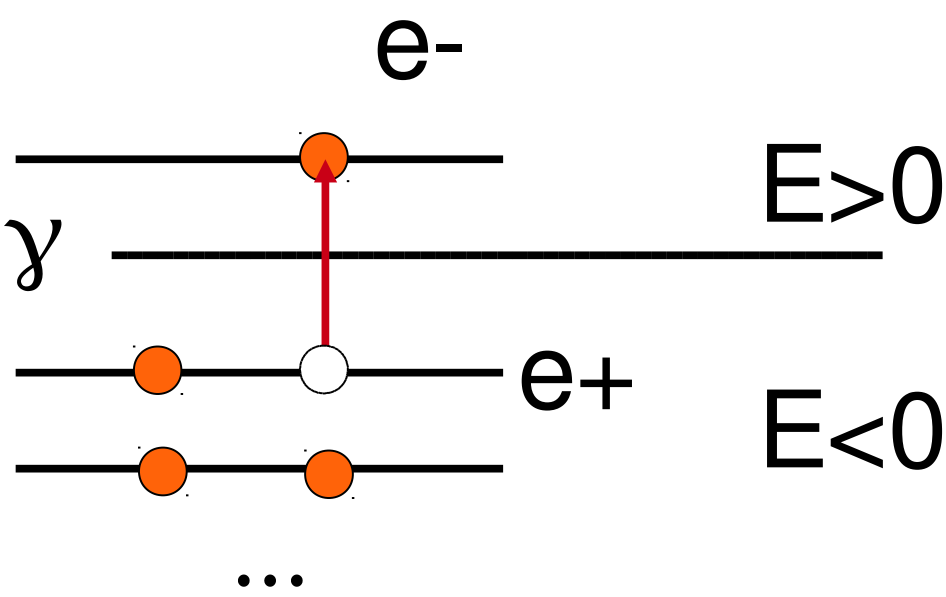
Un modelo representa a esto...

... con esto: "órden cero"

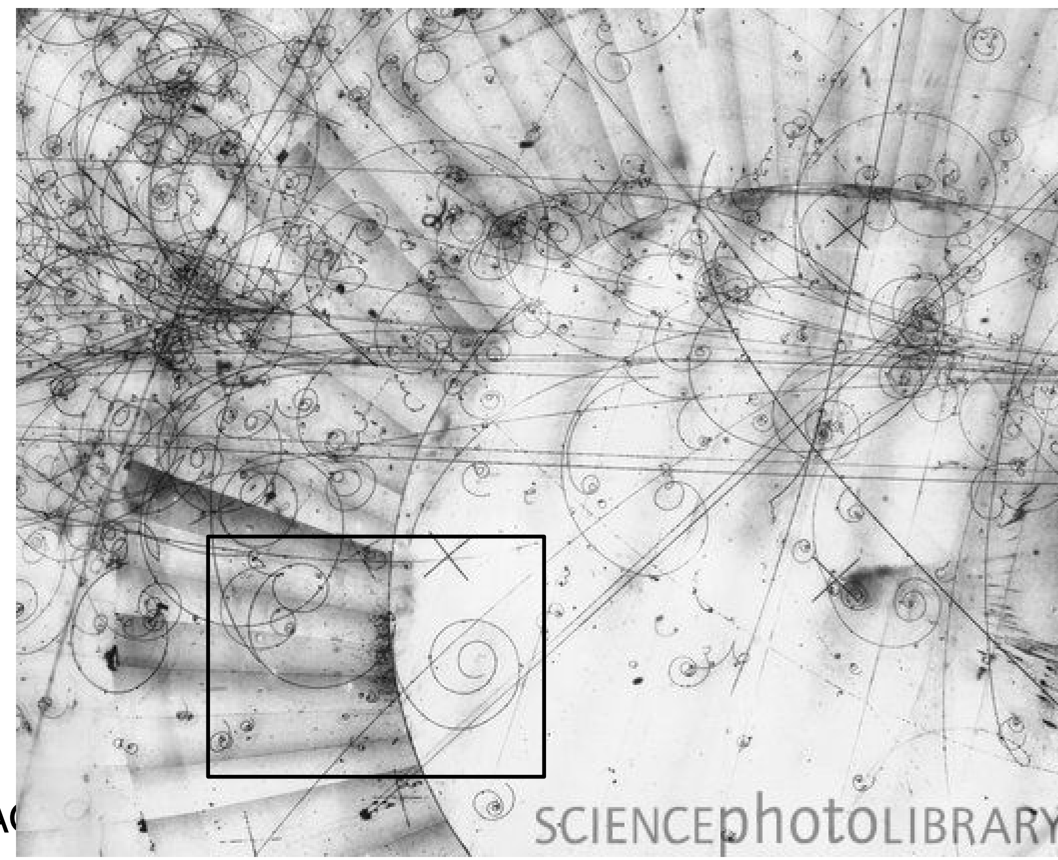


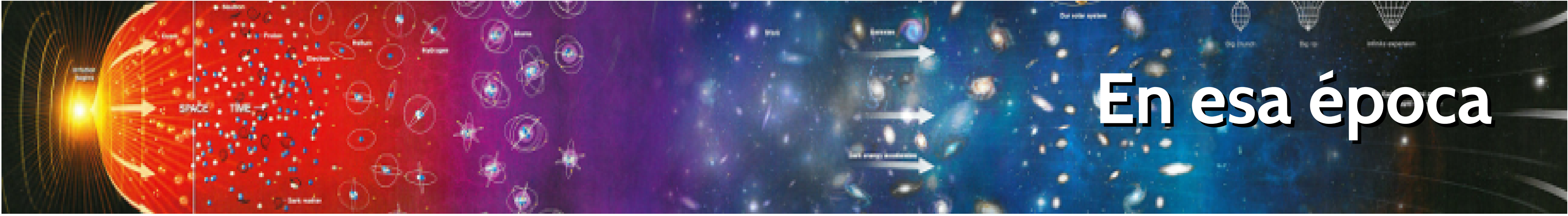
Materia-Antimateria

- En una interacción EM (scattering) es posible sacar un electrón del mar
- El "hueco" se ve como un electrón positivo



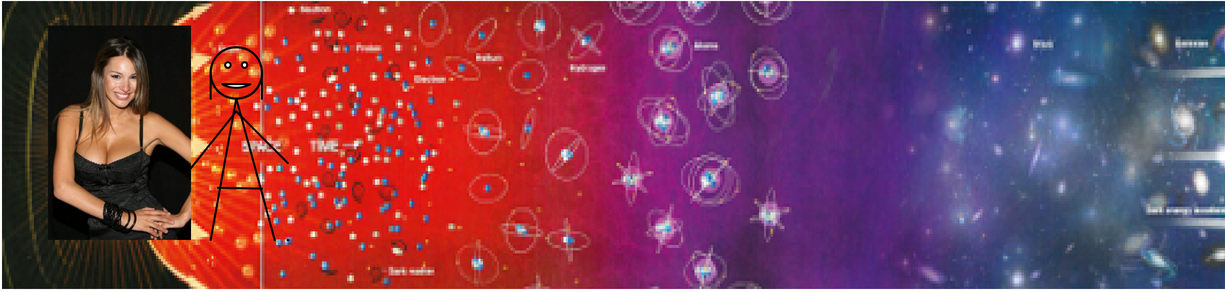
$$E_\gamma \geqslant 1.022\ MeV$$





En esa época

- Se conocían cuatro partículas:
  - Protón (+)
  - Electrón (-)
  - Fotón (0) ← interacciones cargadas
  - Neutrón (0)
- Si existía el antielectrón, ¿por qué no un antiprotón?
- La idea del antineutrón es más compleja (sin carga)



El modelo atómico

- Un simple modelo atómico
- Radio atómico: a0 ~ 53 pm = 53000 fm
- Radio núcleo: f0 ~ 1.2 fm
- Relación: ~ 44200
- Núcleo 4 mm → electrones 177 m
- La naturaleza es escencialmente vacío

El núcleo es estable

- Tiene que haber una fuerza más fuerte que la fuerza eléctrica

$$F_E = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{f_0^2}$$

$$F_E = 160\, N$$

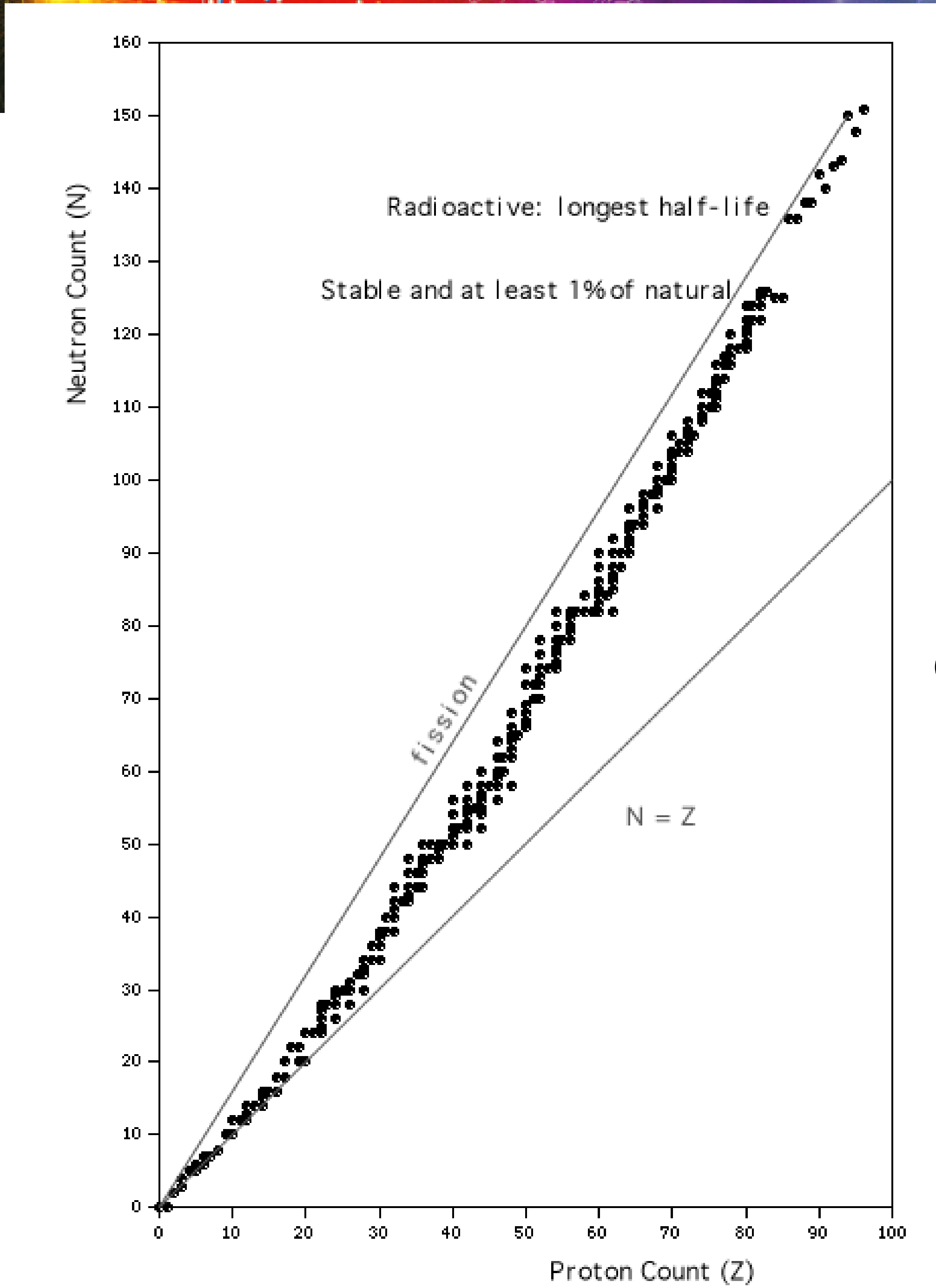
$$F_E = 1.2 \times 10^{36} F_G$$

Ayuda: En general el núcleo tiene más neutrones que protones

$$A = Z + N$$

$$N \geqslant Z$$

Tabla de nucléidos



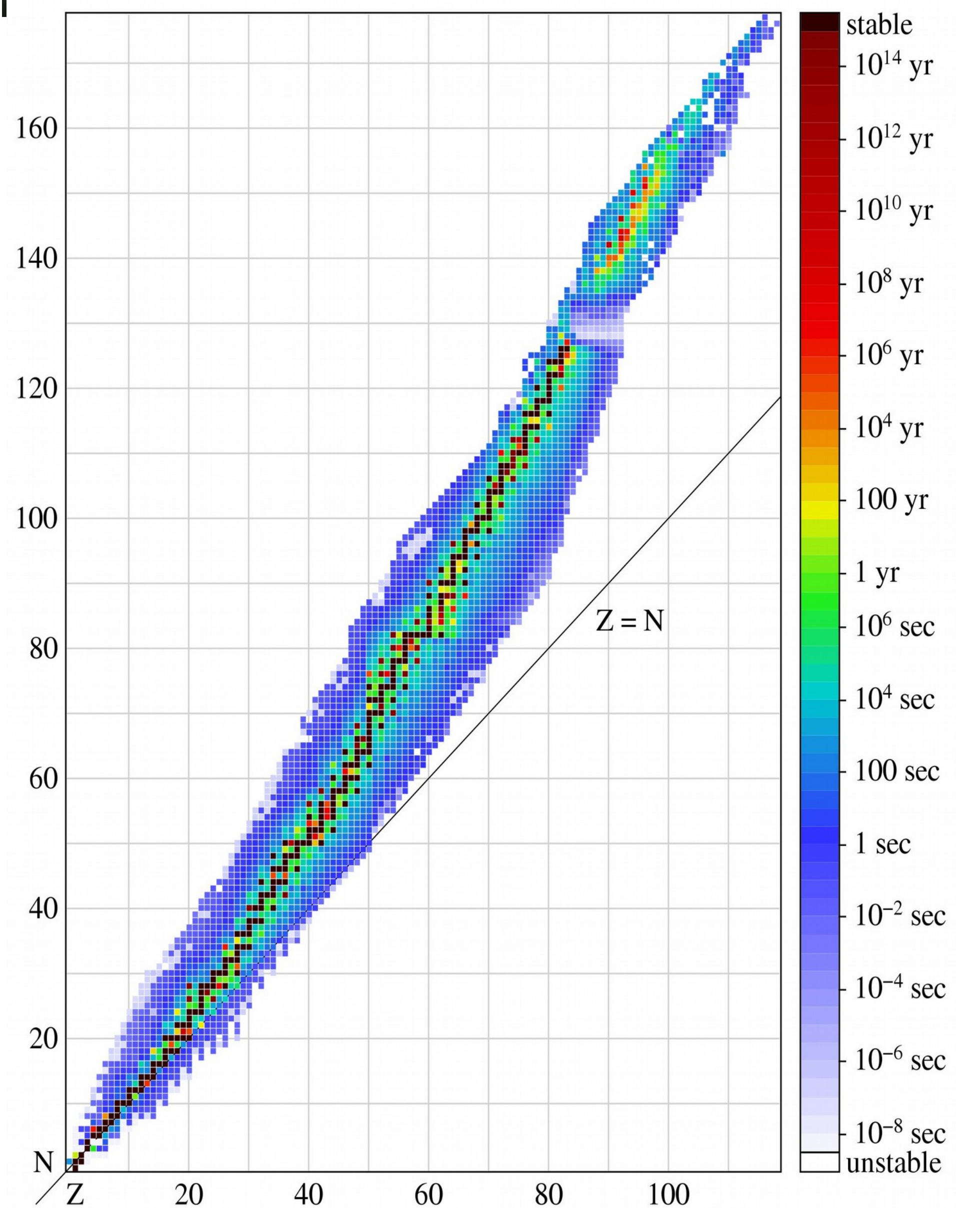
- $F_E \sim Z^2$
- Neutrones sin carga
- $^{1}H_{1}$ $^{4}He_{2}$ $^{238}U_{92}$

Los neutrones ayudan a la cohesión

Fuerza Fuerte

Matrimonio

Emisión radioactiva de electrones



- Reacción nuclear

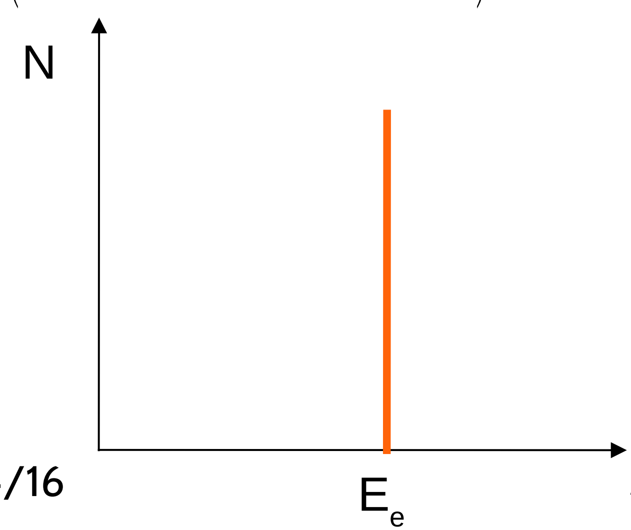
$^{A}X_{Z} \rightarrow {}^{A}Y_{Z+1} + e- + Q$

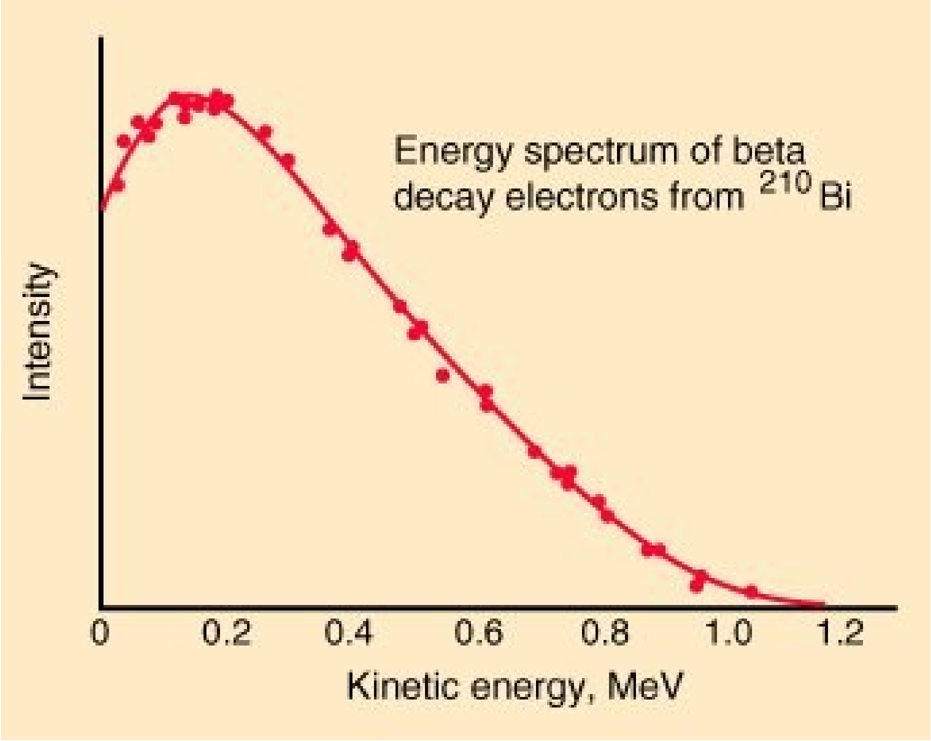
P. ej:

$^{210}Bi_{83} \rightarrow {}^{210}Po_{84} + e- + Q$

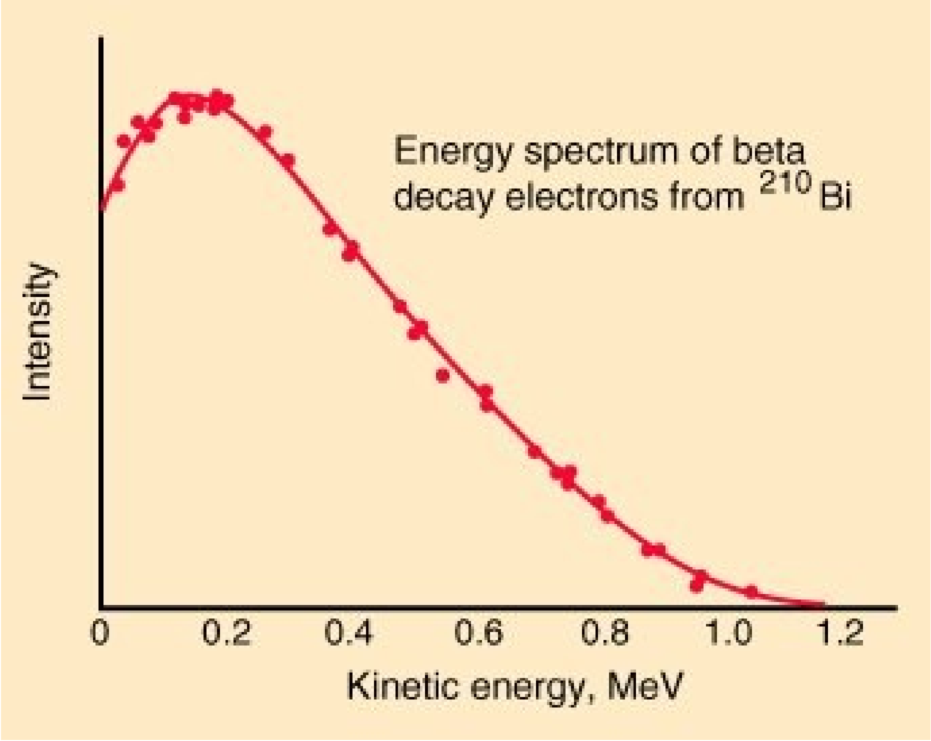
$$m_{Bi} c^2 = m_{Po} c^2 + m_e c^2 + Q$$

$$Q = \left(m_{Bi} - m_{Po} - m_e \right) c^2 \simeq E_e$$




Energy spectrum of beta decay electrons from ^{210}Bi
Intensity
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
Kinetic energy, MeV

La medición



- Oops...
- Bohr: La energía no se conserva
- Pauli: La energía se conserva si existe otra partícula:

$$\boxed{n \rightarrow p^{+} + e^{-} + \nu + Q}$$

$$^{A}X_{Z} \rightarrow {}^{A}Y_{Z+1} + e- + \nu + Q$$

$$Q = \left(m_{Bi} - m_{Po} - m_{e} - m_{\nu} \right) c^{2}$$

$$Q \simeq E_{e} + E_{\nu}$$