Hemos visto que en cualquier punto de la órbita: $v_1 = v_2 \frac{r_2}{r_1}$. En particular para Apoastro (A) y periastro (P) ⇒

(1) $\boxed{v_P = v_A \left(\frac{r_A}{r_P}\right)}$ y $r_P < r_A \Rightarrow v_A < v_P$ ✓ y $\boxed{a = \frac{r_P + r_A}{2}}$ (2)

Ahora bien, la energía orbital es: $E_o = E_K + E_G = \frac{1}{2} m v_r^2 - \frac{GMm}{r}$ en cualquier punto a dist. r.

⇒ Por conservación de la energía ⇒ E_o = cte ⇒ En el Afelio y en el perihelio:

$$\frac{1}{2}\cancel{m} v_A^2 - \frac{GM\cancel{m}}{r_A} = \frac{1}{2}\cancel{m} v_P^2 - \frac{GM\cancel{m}}{r_P} \Rightarrow \frac{v_A^2}{2} - \frac{GM}{r_A} = \frac{v_P^2}{2} - \frac{GM}{r_P} \Rightarrow \frac{v_A^2}{2} - \frac{v_P^2}{2} = \frac{GM}{r_A} - \frac{GM}{r_P}$$

Por (1): $\frac{v_A^2}{2} - \frac{v_A^2}{2}\left(\frac{r_A}{r_P}\right)^2 = GM\left(1/r_A - 1/r_P\right) \Rightarrow \frac{v_A^2}{2}\left(1 - \frac{r_A^2}{r_P^2}\right) = \frac{v_A^2}{2}\cdot\left(\frac{r_P^2 - r_A^2}{r_P^2}\right) = GM\left(1/r_A - 1/r_P\right) \Rightarrow$

$$\frac{v_A^2}{2} = GM\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_P}\right)\frac{r_P^2}{r_P^2 - r_A^2} = GM\left(\frac{\cancel{r_P - r_A}}{\cancel{r_P}\cdot r_A}\right)\left(\frac{\cancel{r_P^2}}{\cancel{(r_P - r_A)}(r_P + r_A)}\right) = GM\frac{r_P}{r_A(r_P + r_A)}$$ y usando (2)

$$\Rightarrow \frac{v_A^2}{\cancel{2}} = GM\cdot\frac{2a - r_A}{r_A\cdot\cancel{2}a} \Rightarrow v_A^2 = GM\left(\frac{2}{r_A} - \frac{1}{a}\right) \Rightarrow \boxed{v_A = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r_A} - \frac{1}{a}\right)}}$$

(3) Ecuación Vis-Viva

Velocidad Afelio — Masa Estrella — Afelio — Semieje Mayor

$(m << M)$

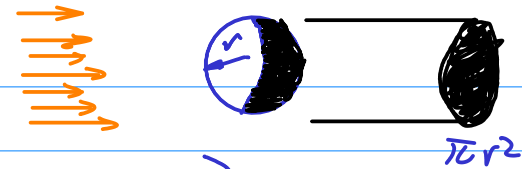
⇒ Para la energía orbital:

$$E_o = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} \Rightarrow E_o = \frac{v_A^2}{2} - \frac{GM}{r_A} = \frac{1}{2}\left(GM\cdot\left(\frac{2}{r_A} - \frac{1}{a}\right)\right) - \frac{GM}{r_A}$$

$$\Rightarrow E_o = \cancel{\frac{GM\cdot 2}{2\, r_A}} - \frac{GM}{2a} - \cancel{\frac{GM}{r_A}} \Rightarrow \boxed{E_o = -\frac{GM}{2a}}$$

(4) **Energía orbital!!**

Temperatura orbital: El flujo de energía del Sol: $F = \frac{L}{4\pi d^2}$



Una esfera produce una sombra circular!

$\Rightarrow$ La potencia absorbida es $P_a = F \cdot A \Rightarrow P_a = \frac{L}{4\cancel{\pi} d^2} \cdot \cancel{\pi} r^2 \Rightarrow P_A = \frac{L r^2}{4 d^2}$

El planeta recibe energía y se calienta a temperatura $T_p \Rightarrow P_E = 4\pi r^2 \sigma T_p^4$

Por conservación de la Energía:

$P_A = P_E \Rightarrow$

$\frac{L \cancel{r^2}}{4 d^2} = 4\pi \cancel{r^2} \sigma T_p^4$

No depende de r!!!

Despejando $T_p \Rightarrow T_p^4 = \frac{L}{16\pi\sigma d^2} \Rightarrow \boxed{T_p = \sqrt{\frac{L}{16\pi\sigma d^2}}}$ temperatura orbital

También $d^2 = \frac{L}{16\pi\sigma T_p^4} \Rightarrow \boxed{d = \sqrt{\frac{L}{16\pi\sigma T_p^4}}}$ zona de habitabilidad

$T_p = 0°C = 273\,K \longrightarrow d_0$

$T_p = 100°C = 373\,K \longrightarrow d_{100}$

¡d_0 y d_{100} sólo dependen de la Estrella! (L)