



# Universidad Nacional de Río Negro

## Int. Partículas, Astrofísica & Cosmología - 2016

- **Unidad** 01 – Relatividad
- **Clase** 0103 – 03/16
- **Fecha** 25 Ago 2016
- **Cont** Mecánica Relativista
- **Cátedra** Asorey
- **Web** [github.com/asoreyh/unrn-ipac](https://github.com/asoreyh/unrn-ipac)
- **Youtube** [www.youtube.com/watch?v=vdtZKNhPv1w](https://www.youtube.com/watch?v=vdtZKNhPv1w)
- **Archivo** a-2016-U01-C03-0825-mecanica-relativista





# Universidad Nacional de Río Negro

## Int. Partículas, Astrofísica & Cosmología - 2016

- **Unidad** 01 – Relatividad
- **Clase** 0103 – 03/16
- **Fecha** 25 Ago 2016
- **Cont** Mecánica Relativista
- **Cátedra** Asorey
- **Web** [github.com/asoreyh/unrn-ipac](https://github.com/asoreyh/unrn-ipac)
- **Youtube** [www.youtube.com/watch?v=ElwGO0vSCCw](https://www.youtube.com/watch?v=ElwGO0vSCCw)
- **Archivo** a-2016-U01-C03-0825-mecanica-relativista



# Contenidos: un viaje en el tiempo

## HOW DID OUR UNIVERSE BEGIN?

Some 13.8 billion years ago our entire visible universe was contained in an unimaginably hot, dense point, a billion times the size of a nuclear particle. Since then it has expanded—a lot—fighting gravity all the way.

**Inflation**  
In less than a nanosecond a repulsive energy field inflates space exponentially until it's a soup of subatomic particles called quarks.

**Age:**  $10^{-3}$  milliseconds  
**Size:** Infinitesimal to golf ball

**Early building blocks**  
Quarks clump into protons and neutrons, creating blocks of atomic nuclei. Perhaps dark matter forms.

**Age:** .01 milliseconds  
**Size:** 0.1-million present size

**First nuclei**  
As the universe continues to cool, the lightest nuclei of hydrogen and helium arise. A thick fog of particles blocks all light.

**Age:** .01 to 200 seconds  
**Size:** 1-billionth present size

**First atoms, first light**  
As electrons begin orbiting nuclei, creating atoms, the glow from their infalling orbits is unveiled. This light is as far back as our instruments can see.

**Age:** 380,000 years  
**Size:** .0009 to 0.1 present size

**The "dark ages"**  
For 300 million years this combination of density and light is the only light. Clumps of dark matter will eventually form galaxies and stars. Nuclear fusion lights up the stars.

**Age:** 300 million years  
**Size:** 0.1 present size

**Gravity wins: first stars**  
Dense gas clouds collapse under their own gravity and attract dark matter that will become galaxies and stars. Nuclear fusion lights up the stars.

**Age:** 300 years  
**Size:** .77 present size

**Antigravity wins**  
After being slowed for billions of years by gravity, cosmic expansion accelerates again. The culprit: dark energy. Its nature: unclear.

**Age:** 10 billion years  
**Size:** Present size

**Today**  
The universe continues to expand, becoming ever less dense. As a result, fewer new stars and galaxies are forming.

**Age:** 13.8 billion years  
**Size:** Present size

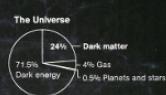


## COSMIC QUESTIONS

In the 20th century the universe became a story—a scientific one. It had always been seen as static and eternal. Then astronomers observed other galaxies flying away from ours, and Einstein's general relativity theory implied space itself was expanding—which meant the universe had once been denser. What had seemed eternal now had a beginning and an end. But what beginning? What end? Those questions are still open.

## WHAT IS OUR UNIVERSE MADE OF?

Stars, dust, and gas—the stuff we can discern—make up less than 5 percent of the universe. Their gravity can't account for how galaxies hold together. Scientists figure about 23 percent of the universe is a mysterious dark matter—perhaps exotic particles formed right after inflation. The rest is dark energy, an unknown energy field or property of space that counters gravity, providing an explanation for observations that the expansion of space is accelerating.



## WHAT IS THE SHAPE OF OUR UNIVERSE?

Einstein discovered that a star's gravity curves space around it. But is the whole universe curved? Might space close up on itself like a sphere or curve the other way, opening out like a saddle? By studying cosmic background radiation, scientists have found that the universe is poised between the two: just dense enough with just enough gravity to be almost perfectly flat, at least the part we can see. What lies beyond we can't know.

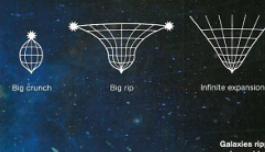


## DO WE LIVE IN A MULTIVERSE?

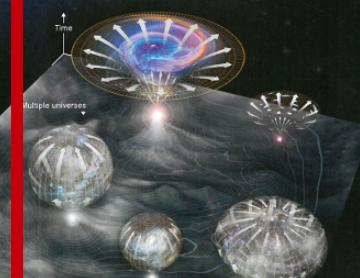
What came before the big bang? Maybe other big bangs. The uncertainty principle holds that even the vacuum of space has quantum energy fluctuations. Inflation theory suggests universes exploded from such a fluctuation—a random event that, odds are, had happened many times before. Our cosmos may be one in a sea of others just like ours—or nothing like ours. These other cosmos will very likely remain forever inaccessible to observation; their possibilities limited only by our imagination.

## HOW WILL IT END?

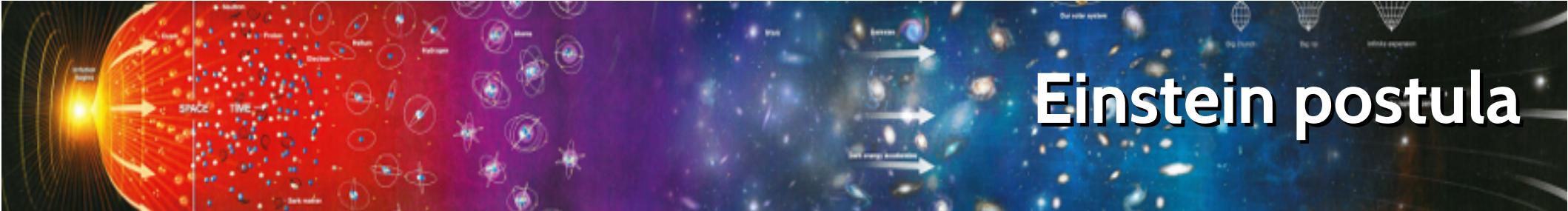
Which will win in the end, gravity or antigravity? Is the density of matter enough for gravity to halt or even reverse cosmic expansion, leading to a big crunch? It seems unlikely—especially given the power of dark energy, a kind of antigravity. Perhaps the acceleration in expansion caused by dark energy will trigger a big rip that shreds everything, from galaxies to atoms. If not, the universe may expand for hundreds of billions of years, long after all stars have died.



## Unidad 1 Partículas 1 *todo es relativo*



Fly through the universe on our digital edition.  
LONDON PHOTOS: ANDREW STONE; FERNE GOLDBECK; ART: WOLFGANG DEGEN; SOURCES: CHARLES BENNETT, JOHN HESKETH, ANDREW LAMBERT, ANDREW LISTER, UNIVERSITY OF CHICAGO; COURTESY OF NATIONAL GEOGRAPHIC SOCIETY



# Einstein postula

- **El principio de la relatividad**

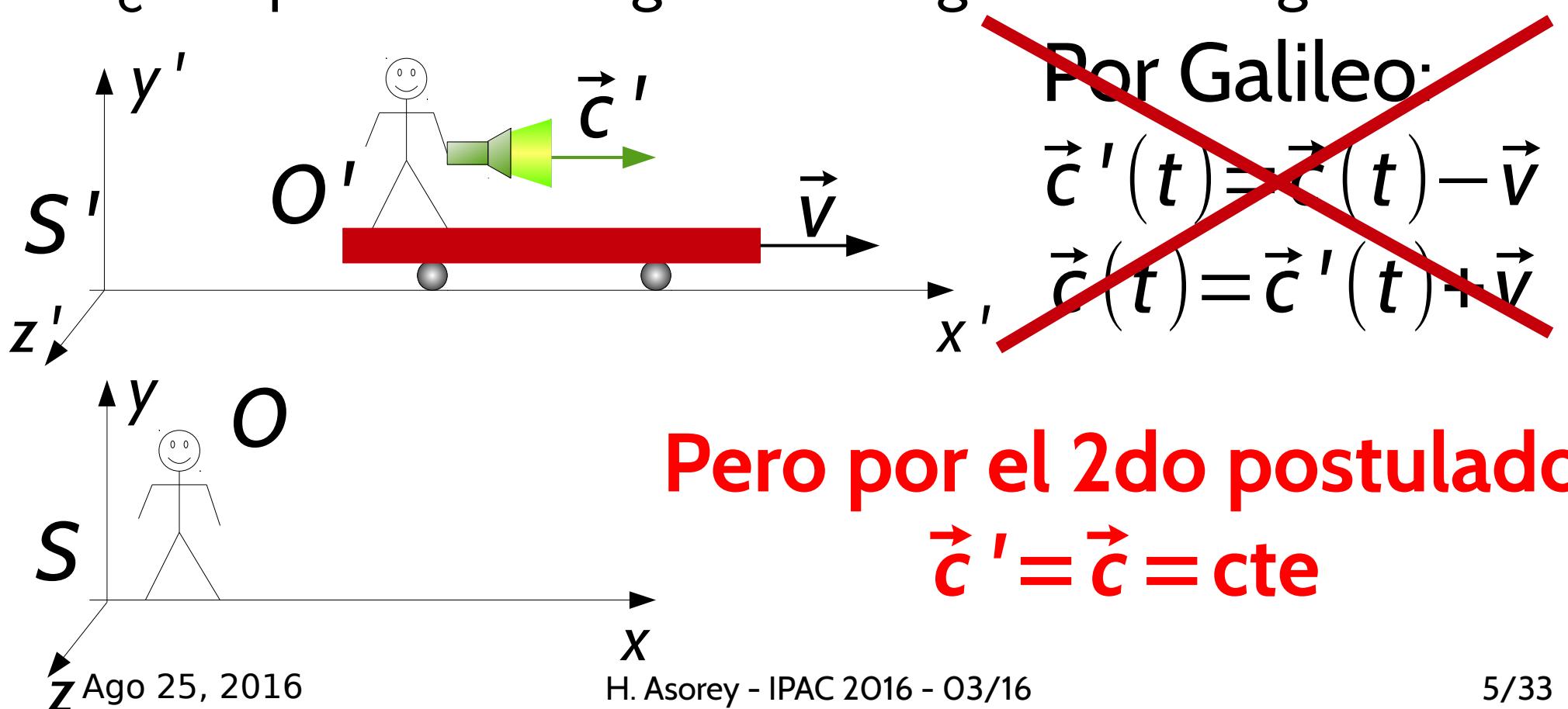
Las leyes que gobiernan los cambios en los estados de los sistemas físicos son iguales para todos los observadores inerciales

- **El principio de la invariancia de la velocidad de la luz**

La luz se propaga en el vacío siempre con la misma velocidad,  $c$ , sin importar la velocidad de la fuente emisora de luz

# Cambio pelota por linterna verde...

- El primer postulado es claro, es lo que venimos haciendo con Galileo sobre la invariancia.
- ¿Qué pasa con el segundo? Imaginemos lo siguiente:



# Marco de Referencia

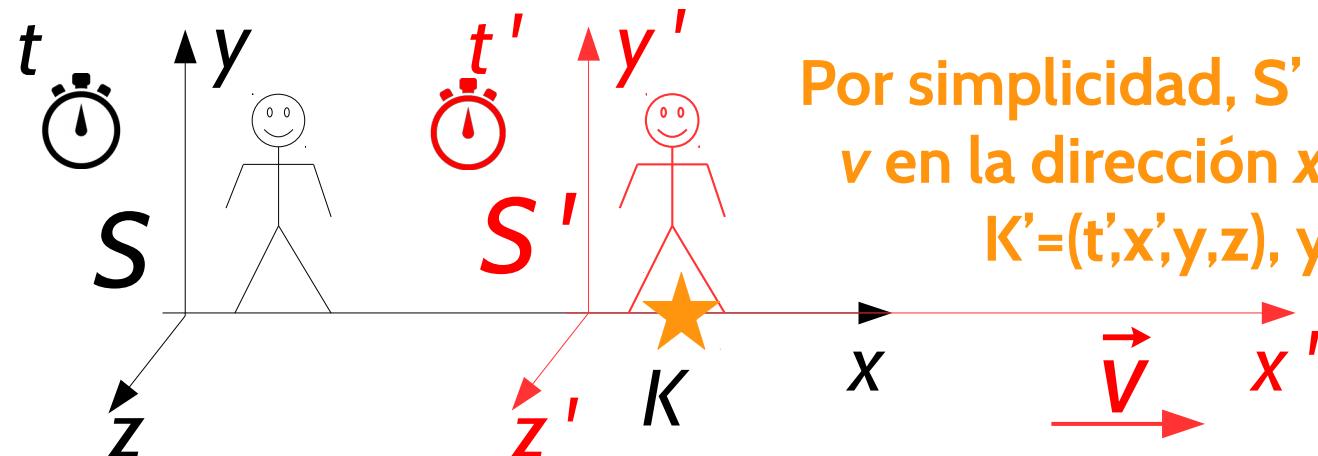
- **Marco de Referencia**

sistema de referencia inercial donde existe la habilidad de medir intervalos temporales mediante un reloj

- Espacio (3D) y tiempo → **espaciotiempo**

- **Evento**

es un punto en el espaciotiempo  $K=(t,x,y,z)$

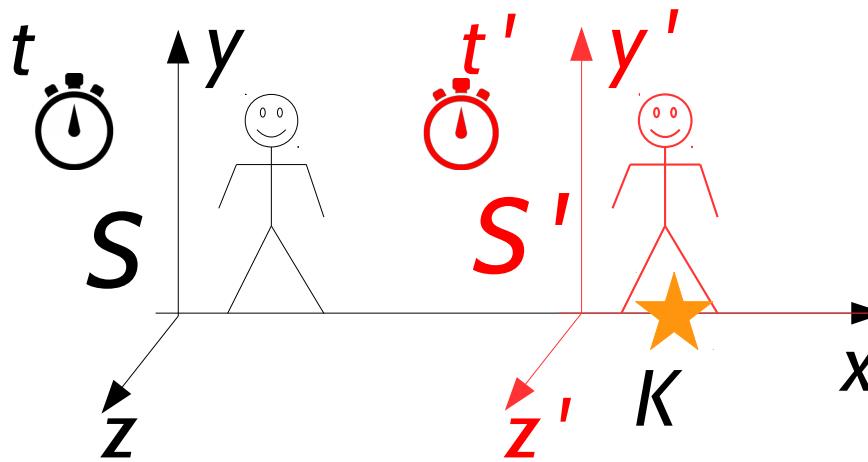


Por simplicidad,  $S'$  se mueve con velocidad  $v$  en la dirección  $x$ , entonces  $K=(t,x,y,z)$  y  $K'=(t',x',y,z)$ , ya que  $z'=z$  e  $y'=y$

# Transformaciones de Lorentz

- Las ecuaciones que transforman dos marcos de referencia, y que verifican ambos postulados, son

Recordar que estas transformaciones son válidas para un sistema  $S'$  que se mueve con velocidad  $v$  en la dirección  $x$ , entonces  $K=(t,x,y,z)$  y  $K'=(t',x',y,z)$ , ya que  $z'=z$  e  $y'=y$



$$t' = \gamma \left( t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

$$x' = \gamma \left( x - vt \right)$$

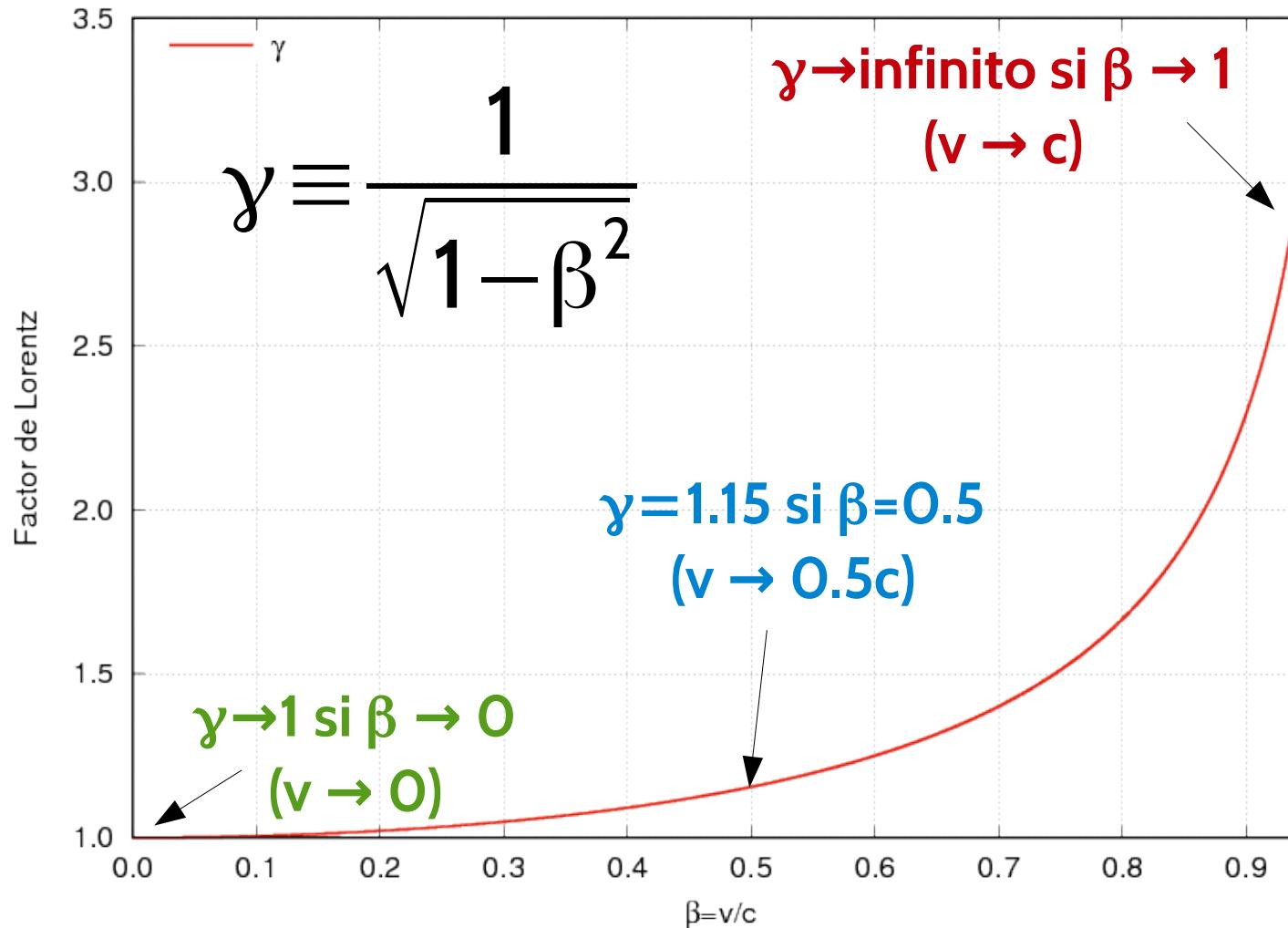
$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta \equiv \frac{v}{c}$$

# Factor de Lorentz

- Estudiemos la función gamma, ecuación (10)



# Aproximación Newtoniana, $v \rightarrow 0$

- A velocidades bajas respecto a  $c$ ,  $\gamma \rightarrow 1$ , las correcciones relativistas son menores, y entonces

$$t' = \gamma \left( t - \frac{1}{c^2} v x \right) \rightarrow t' \simeq t$$

$$x' = \gamma \left( x - v t \right) \rightarrow x' \simeq x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

**Si  $v \rightarrow 0$ , ¡las transformaciones de Lorentz tienden a las transformaciones de Galileo!**

# Simultaneidad y co-localidad relativista

$$\Delta t' = \gamma \left( \Delta t - \frac{1}{c^2} v \Delta x \right)$$

$$\Delta t = \gamma \left( \Delta t' + \frac{1}{c^2} v \Delta x' \right)$$

$$\Delta x' = \gamma \left( \Delta x - v \Delta t \right)$$

$$\Delta x = \gamma \left( \Delta x' + v \Delta t' \right)$$

## Eventos simultáneos en un marco

$\Delta t = 0, \Delta x \neq 0 \rightarrow \Delta t' \neq 0$  y eventualmente  $\Delta x' = 0$

## Eventos co-locales en un marco

$\Delta x = 0, \Delta t \neq 0 \rightarrow \Delta x' \neq 0$  y eventualmente  $\Delta t' = 0$

# Dilatación temporal y Contracción espacial

- El **lapso de tiempo entre dos eventos no es invariante de un observador a otro en distintos marcos de referencia**

$$\Delta t' = \gamma \Delta t \text{ para eventos } \Delta x = 0$$

- La **distancia espacial entre dos eventos no es invariante de un observador a otro en distintos marcos de referencia**

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma} \text{ para eventos } \Delta t' = 0$$

- Muón: decays in electrons in a time period of  $\tau = 2.2 \mu s$  ( $2.2 \times 10^{-6} s$ ).

$$\bar{\mu} \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$$

- Velocidad típica  $v = 0.99 c \Rightarrow \beta = 0.99$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow \boxed{\gamma \approx 7}$$

- Algun  $\mu$  decays in  $2 \mu s$  (p.ej)  $\Rightarrow$  este es en el marco de referencia del  $\mu$  ( $t'$ ).  $\Rightarrow x' = t' c \beta = 594 m \approx x'$

- Esto es una  $S'$ . ¿Acá sí corresponde esto a  $S$ ?

yo que  $t' = 0 \Rightarrow t = 0$  (por contractión) tenemos:

$$x' = x/\gamma \Rightarrow x = x' \cdot \gamma \Rightarrow x = 7 \cdot 594 \mu m \Rightarrow x = 4158 \mu m$$

- y el tiempo  $t$ ? las cosas serán inconsistentes.

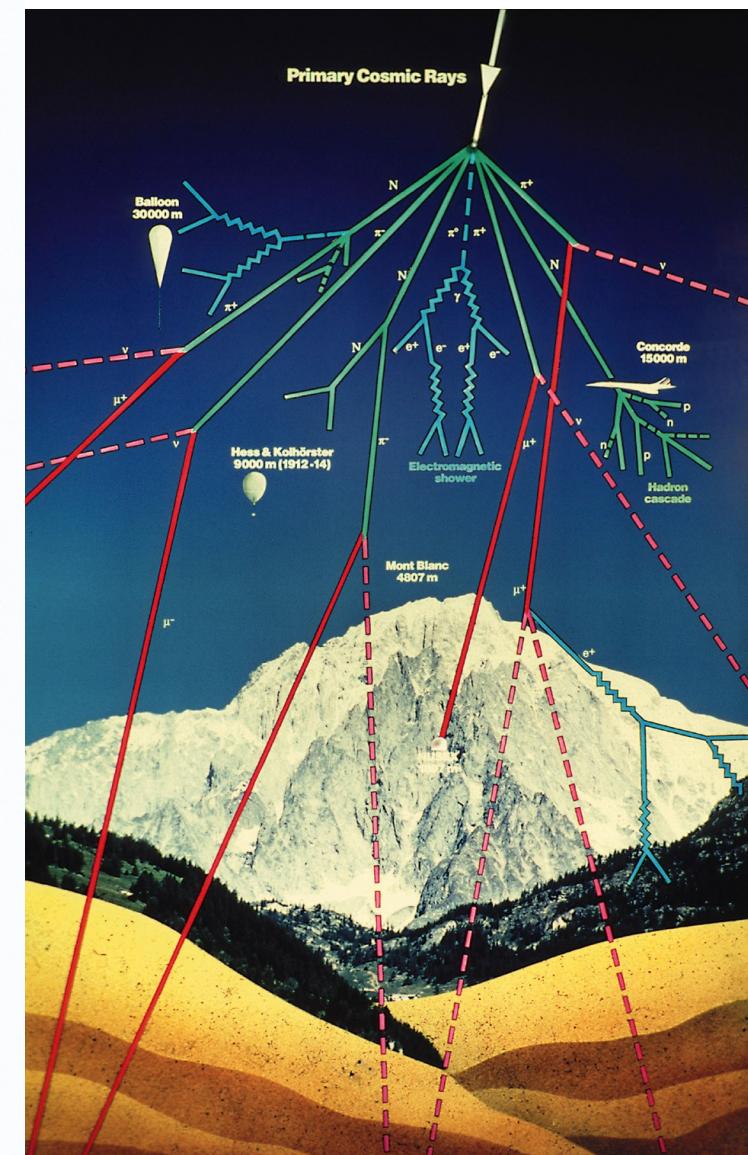
- Antes de decir el muón recorre más de 4 km en nuestro marco de referencia.



Muones producidos en la atmósfera se observan en el terreno



## El muón





# Regla de suma de velocidades

- Sea un objeto en movimiento en el espaciotiempo.
  - El observador en  $S$ , mide que el objeto se desplaza a lo largo del eje  $x$  con velocidad  $u=dx/dt$
  - El observador en  $S'$ , verá que el objeto se mueve con velocidad  $u'=dx'/dt'$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

Si  $u \ll c \Rightarrow u' \approx u - v$ . Si  $u = c \Rightarrow u' = c$

# Intervalo invariante

- La velocidad de la luz es invariante, entonces:

$$c = \frac{dr}{dt} = \frac{dr'}{dt'} \text{ con } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \text{ y } r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$$

- Luego, para un fotón:  $c \Delta t = \Delta r \rightarrow c^2 (\Delta t)^2 = (\Delta r)^2$

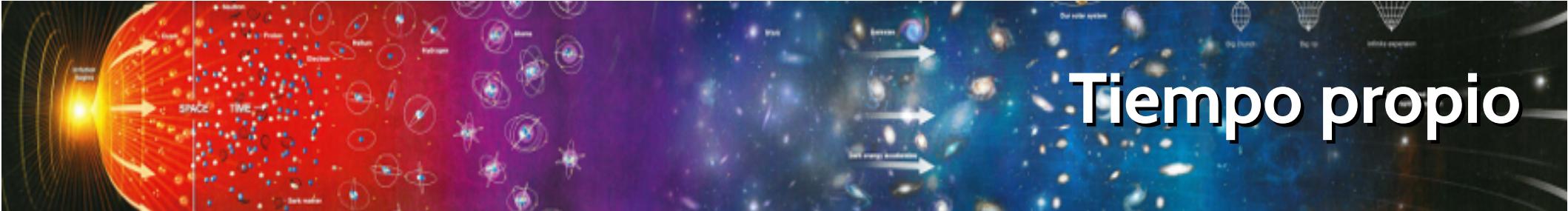
**Convención:**  $\overbrace{c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2}^{\text{intervalo espaciotemporal} \equiv s^2}$

**-----**

$\text{y } \overbrace{c^2(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 - (\Delta y')^2 - (\Delta z')^2}^{\text{intervalo espaciotemporal} \equiv s'^2}$

- La invariancia de la velocidad de la luz implica (probar):

$$s^2 = s'^2$$



# Tiempo propio

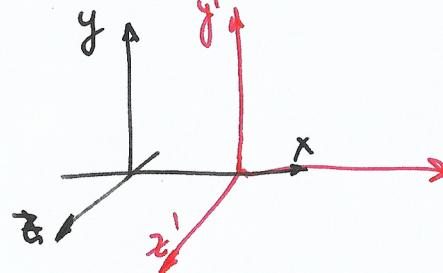
- Dado que cada marco de referencia tiene su propio tiempo, **podemos definir un marco de referencia adherido a un objeto en movimiento.**
- **El tiempo de ese marco es el tiempo que “percibe” un observador que se mueve junto con el objeto.**  
Llamaremos a este marco “comovil”.
- El tiempo del marco comovil es el tiempo propio: es independiente de las coordenadas.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 = ds'^2 = c d\tau^2 \quad \text{Tiempo propio}$$

$$\Rightarrow c^2 dt^2 - dr^2 = c^2 d\tau^2$$

$$dt = \gamma d\tau$$

# Transformación de Lorentz. Otra forma.



- A los dos sistemas con co-locales
- Alto se enciende un foco partiendo del origen  $S_0 = S'_0$ .
- Como  $c=c'$   $\Rightarrow$  En ambos sistemas se debe cumplir la postulación de la lumen
- El fronte de onda sección en  $S$ :  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$

$$\text{y en } S': x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

- Como  $S'$  se mueve en la dirección  $+x \Rightarrow y=y'$ ,  $z=z'$  y solo se pierden componentes en  $x$  y  $x'$ :  $\Rightarrow x' = \gamma(x - vt)$ ;  $x = \gamma'(x' + vt')$

- Y es algún factor de constante  $\Rightarrow$  Por el 1º postulado  $\gamma = \gamma'$

- Por el segundo postulado,  $c=c' \Rightarrow$  en la dirección  $+x$ :  $ct = x \quad \text{y} \quad ct' = x'$

$$\Rightarrow ct' = \gamma(x - vt) \quad \text{y} \quad ct = \gamma(x' + vt')$$

$$\Rightarrow ct' = \gamma(ct - vt) \quad \text{y} \quad ct = \gamma(ct' + vt')$$

$$\Rightarrow t' = \frac{\gamma}{c}(c - v)t \Rightarrow t' = \gamma\left(1 - \frac{v}{c}\right)t \Rightarrow t' = \gamma t(1 - \beta)$$

$$\text{y} \quad t = \frac{1}{\gamma} + \left(1 - \frac{v}{c}\right)t' \Rightarrow t = \gamma(1 + \beta)t'$$

$$\Rightarrow t = \gamma(1 + \beta)\gamma(1 - \beta)t' \Rightarrow 1 = \gamma^2(1 + \beta)(1 - \beta) \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{y luego obtener los T.L.}$$

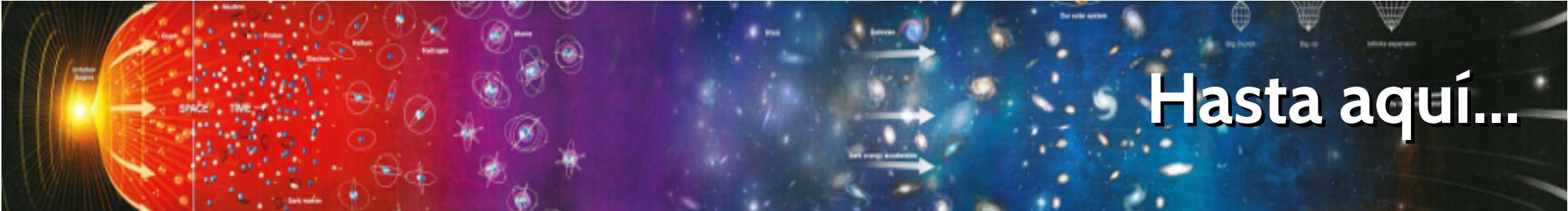
## Otra forma para TL



Notar que así también se pueden construir los intervalos invariantes

# Jugando con la velocidad de la luz





# Hasta aquí...

- Los postulados de Einstein implican cambios profundos en la concepción de la Naturaleza.
  - Estos afectan nuestra percepción de distancia y lapso temporal, de espacio y tiempo.
- Las transformaciones de Lorentz indican como transforman las leyes de la física entre dos marcos de referencia inerciales.
  - Son las transformaciones válidas entre marcos de referencia.
- La mecánica Newtoniana es una aproximación válida para velocidades bajas respecto a la velocidad de la luz.
  - ¿Cómo puede ser generalizada?



# Diálogo entre dos mundos: movimiento y fuerzas

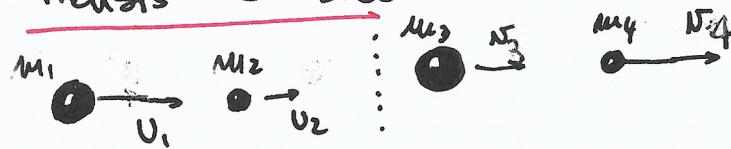
- Newton: - Un cuerpo sujeto a una fuerza constante  $F$  durante un tiempo  $t$  tendrá una velocidad  $v=(F/m)t$  que aumenta con  $t$
  - Einstein: - Pero Isaac, ¡ $v < c$  siempre!
  - N: ¿Qué? Vos estás equivocado Alberto ¿sino que pasa con mi 2<sup>da</sup> ley?
- $$\vec{F} = \frac{d \vec{p}}{dt} = \frac{d(m \vec{v})}{dt}$$
- E: ¡Ahh! ¿Pero cuál  $t$  estarás usando en tu derivada? ¿En qué marco de referencia?
  - N: ¿Cómo? ¿el tiempo no es absoluto? ¿Acaso  $t$  no es el mismo para todos los observadores inerciales?
  - E: Jejejeje... (sonrisa con mirada pícara)

# Pasen y vean

Colisiones

( $v$  es igual,  $\tau$  es igual, para la bocanada de los).

Análisis Clásico



En el marco S, conservación de  $\vec{p}$  implica

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_3 v_3 + m_4 v_4 \quad (1)$$

en  $S'$

$$m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = m_3 v'_3 + m_4 v'_4 \quad (2)$$

y  $v'_3 = v_3 - V$  (2) (vel. relativa entre  $S$  y  $S'$ )  $\Rightarrow$

en  $S'$

$$(m_1 v_1 + m_2 v_2) - (m_1 + m_2) V = (m_3 v_3 + m_4 v_4) - ((m_3 + m_4) V) \quad (1)$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2) V = (m_3 + m_4) V \quad y \text{ por todo } V:$$

$$1) \boxed{m_1 + m_2 = m_3 + m_4} \quad \text{Conservación de la masa.}$$

La conservación de la cantidad de movimiento implica la conservación de la masa

Análisis Relativista

Imaginemos que en el marco relativista  $\vec{p} = m \vec{v}$  y  $\vec{p}' = m' \vec{v}'$  (suponemos que null & Post. I y  $m = m'$ )  $\Rightarrow$  (1) y (2) se mantienen. Considerando (3) por lo relativista:

$$v'_3 = \frac{v_3 - V}{1 - v_3 V/c^2} \quad (3)$$

$\Rightarrow$  reemplazando en (2):

$$m_1 \frac{v_1 - V}{1 - v_1 V/c^2} + m_2 \frac{v_2 - V}{1 - v_2 V/c^2} = m_3 \frac{v_3 - V}{1 - v_3 V/c^2} + m_4 \frac{v_4 - V}{1 - v_4 V/c^2}$$

¿y ahora?  $V$  no se cancela, entonces este enunciado (conservación de la cantidad de movimiento) ¡no vale en general! ó tiene que considerar los masas para ajustar.

La definición estándar no se verifica.

# Principios de conservación

- En una colisión, el análisis relativista usando la ley de suma de velocidades,

$$u' = \frac{u - v}{1 - uv/c^2}$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} ,$$

se ve que o bien:

- No se conserva la cantidad de movimiento;
- O bien, la cantidad de movimiento está mal definida en el caso relativista

Clásico:  $\vec{p} = m\vec{v}$ , Relativística  $\vec{p} = ?$

# La conservación de $p$ es un principio básico

- Al igual que nos pasó con  $u$ , debemos recordar lo que dijo Alberto: al derivar, el tiempo depende del marco de referencia. Antes eso no nos preocupaba:

Clásico:  $\vec{p} = \frac{d}{dt}(m\vec{r})$  y  $\vec{p}' = \frac{d}{dt}(m\vec{r}')$

Correcto:  $\vec{p} = \frac{d}{dt}(m\vec{r})$  y  $\vec{p}' = \frac{d}{dt'}(m\vec{r}')$

- Y como todos los marcos son equivalentes, ¡podemos usar el marco comovil!

**Cant. de movimiento relativista**

$$\vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{d\tau}$$

# Magia algebráica (como ejercicio)

Definición de  $\vec{p}$ :  $\boxed{\vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{d\tau}}$

Pero ¿qué es  $(d\vec{r}/d\tau)$ ? Recordando:

$$dt = \gamma d\tau \Rightarrow dt/d\tau = \gamma \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{d\tau} \cdot \frac{dt}{dt} = m \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{dt}{d\tau} = m \vec{v} \gamma}$$

$$\text{Dnde } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{y } \beta = |\vec{v}|/c$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{p} = m \vec{v} \gamma}$$

Definir  $\gamma_i = (1 - \beta_i^2)^{-1/2}$  y  $\beta_i = v_i/c \Rightarrow$

$$\text{En S: } m_1 v_1 \gamma_1 + m_2 v_2 \gamma_2 = m_3 v_3 \gamma_3 + m_4 v_4 \gamma_4$$

En S':

$$m_1 v'_1 \gamma'_1 + m_2 v'_2 \gamma'_2 = m_3 v'_3 \gamma'_3 + m_4 v'_4 \gamma'_4$$

**Magia Algebrática** (Problema auto guie):

$$\boxed{m_1 \gamma_1 + m_2 \gamma_2 = m_3 \gamma_3 + m_4 \gamma_4}$$

Es una cantidad análoga dentro de la C��ebral del punto.

- Con la nueva definición de  $p$ ,

$$\vec{p} = m \gamma \vec{v}$$

- aparece una nueva magnitud conservada

$$m \gamma = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

- $m$  es la masa del objeto
- Notar que si  $v > 0$ , entonces  $m\gamma > m$

- Serie de Taylor para

# Cumpliendo una vieja promesa de Física 1A

$$(1+\epsilon)^n = 1 + n\epsilon + \frac{1}{2} n(n-1)\epsilon^2 + \dots$$

- y tenés:

$$\gamma = \frac{1}{(1-\beta^2)^{1/2}} \Rightarrow \epsilon = -\beta^2 \ll 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \beta^2 - \frac{3}{8} \beta^4 + \dots$$

- Entonces para nuestro invariante tenés:

$$\Rightarrow \gamma m = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx m + \frac{1}{2} m \beta^2 - \frac{3}{8} m \cdot \beta^4 + \dots$$

$$\Rightarrow \gamma m \approx m + \frac{1}{2} m \frac{v^2}{c^2} - \frac{3}{8} m v^4/c^4$$

- Multiplicando ambos lados por  $c^2$ :

$$\gamma m c^2 \approx m c^2 + \frac{1}{2} m \frac{v^2}{c^2} c^2 - \frac{3}{8} m v^4/c^2 \cdot c^2$$

- y descontando el término  $v^4/c^2$  obtenés

$$\gamma m c^2 \approx m c^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

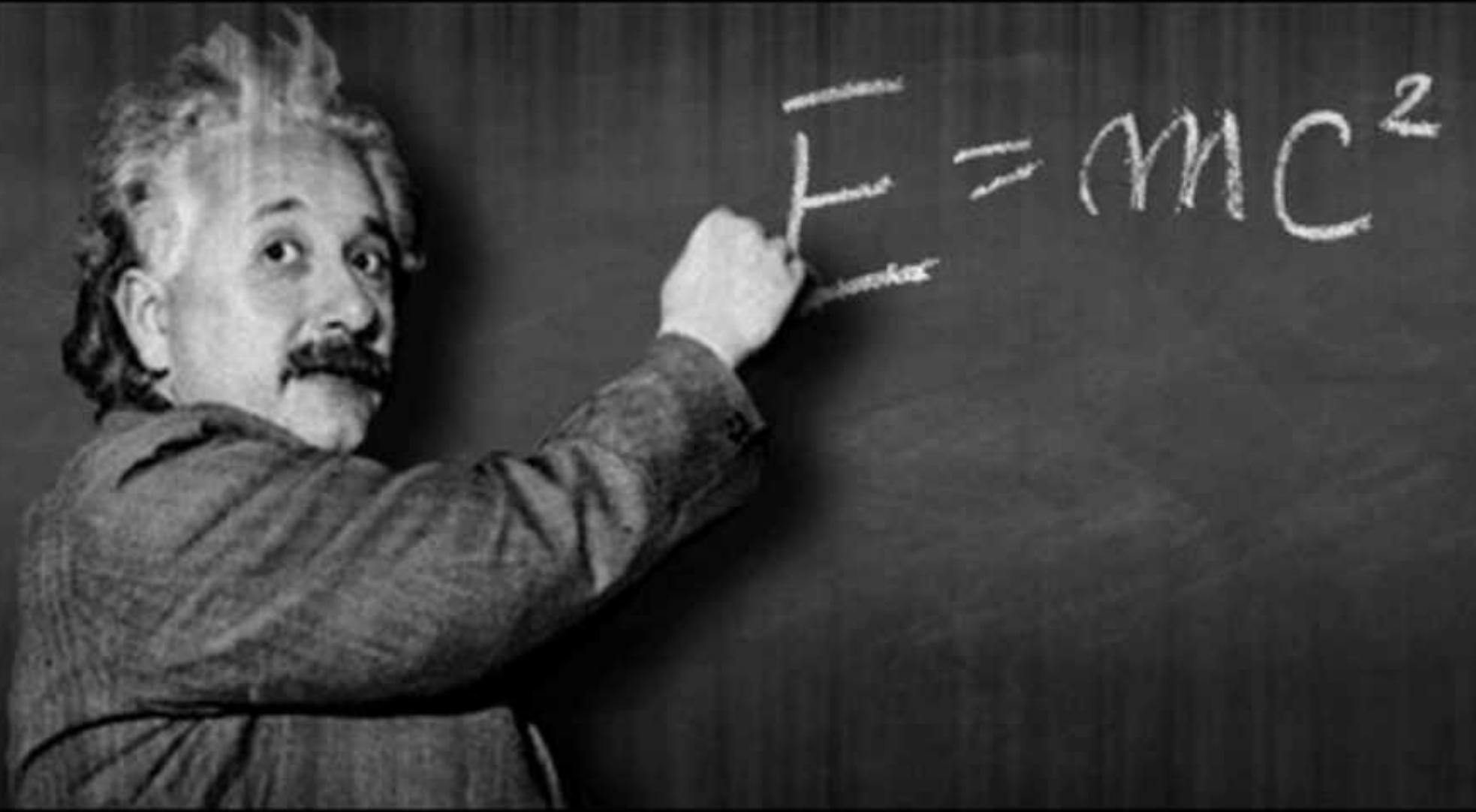
$$\sqrt{\gamma m c^2} = E$$

Angulo

Angulo cinético



Gracias Isaac, seguí participando....





# Una nueva magnitud conservada

- Hemos visto que al aplicar los principios relativistas y pedir conservación del impulso, una nueva magnitud conservada aparece naturalmente:

**La energía se conserva**

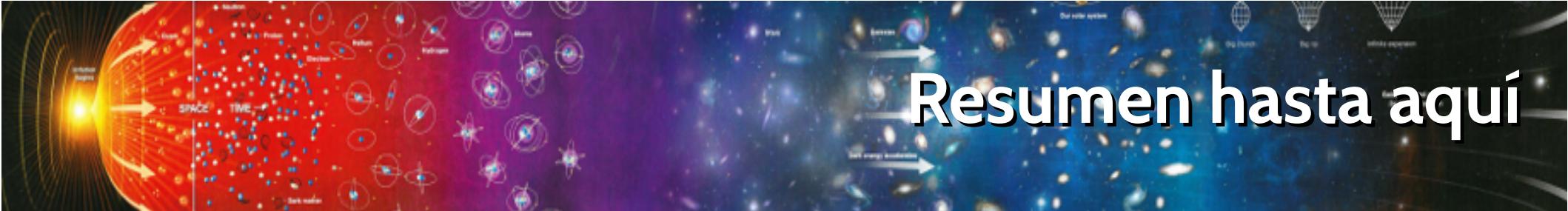
$$E = \gamma mc^2 \simeq mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

**Energía cinética clásica**

- Recordar que la energía de un cuerpo es  $E = \gamma mc^2$
- $E = \frac{1}{2}mv^2$  es una aproximación válida si  $v \ll c$ .

$$E_K \equiv E - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$

**Energía cinética  
(en ausencia de otras  
interacciones)**



# Resumen hasta aquí

- Cantidad de movimiento relativista (correcto siempre):

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

- Energía relativista (correcta siempre):

$$E = \gamma m c^2$$

- Un nuevo invariante relativista:

$$E^2 - (pc)^2 = (mc^2)^2$$

Invariante  
relativista



# ¿y si no la partícula no tiene masa?

- ¡No importa, tiene energía y tiene cantidad de movimiento!

$$m=0 \rightarrow E^2 - (pc)^2 = (mc^2)^2 \Rightarrow E^2 - (pc)^2 = 0$$

**Cantidad de  
movimiento de  
partículas sin masa**

$$E = pc$$

- Por ejemplo, un fotón violeta:

$$\lambda = 420 \text{ nm} \rightarrow E = hc/\lambda = 0.473 \text{ aJ} \text{ (attojoules, atto=}10^{-18})$$

$$\rightarrow p = 1.58 \times 10^{-27} \text{ kg m/s}$$

# Comentario sobre unidades

- Es conveniente trabajar en otro sistema de unidades
- 1 eV es la energía ganada por un electrón en una diferencia de potencial de 1 V

$$E = qV \rightarrow E = (1.602 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ V}) \rightarrow E = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

**electronvolt**

$$\Rightarrow 1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

**meV      eV**

**keV**

**MeV**

**GeV**

**TeV**

**PeV**

**EeV**

**Microndas**

**R X**

**Partículas**

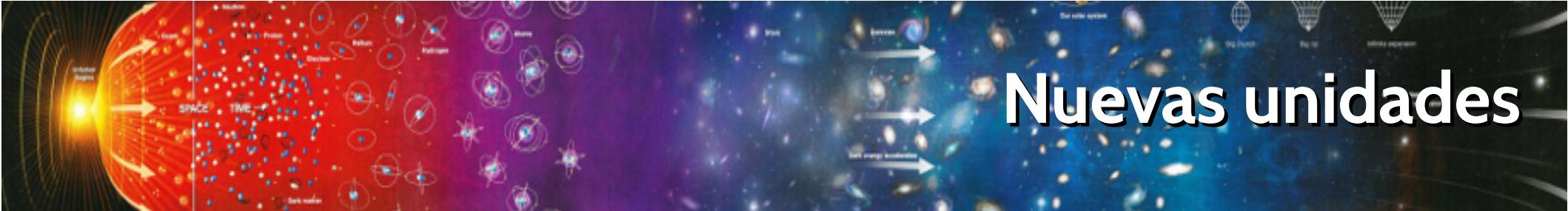
**R.C. Gal**

**Visible**

**Gamma**

**C. Galáctico**

**R.C.E.G.**



# Nuevas unidades

Magnitud	Ecuación	Unidad
Energía	$E$	eV
Cant. de movimiento	$p = E/c$	eV/c
Masa	$m = E / c^2$	eV/c <sup>2</sup>

- A veces, se usan las unidades naturales:

$$h=c=1$$

- Entonces, todo se mide en eV

# Choque inelástico: $\nexists m_3 > m_1 + m_2$ !! energía a masa

Colisión inelástica

$$\bullet \xrightarrow{v_1 = 0.6c} \xleftarrow{v_2 = 0.8c} \bullet$$

$$m_1 = 10 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5.625 \text{ kg}$$

$$\bullet \xleftarrow{N_3 = ?}$$

$$m_3 = ?$$

Claramente:  $m_3 = 15.625 \text{ kg}$  y  $N_3 = 0.0170$

Relativamente:

$$\gamma_1 = (1 - \beta_1^2)^{-1/2} = 1.25 \quad y \quad \gamma_2 = (1 - \beta_2^2)^{-1/2} = 5/3$$

$$\Rightarrow p_T^i = \sum p_i^i = \sum m_i \gamma_i v_i = 10 \text{ kg} \cdot 1.25 \cdot 0.6c + 5.625 \text{ kg} \cdot \frac{5}{3} (0.8c)$$

$$\Rightarrow p_T^f = 7.5 \text{ kgc} - 7.5 \text{ kgc} \Rightarrow p_T^f = 0 \quad \Rightarrow N_3 = 0 \cdot 1$$

$$\Rightarrow \boxed{p_f = 0} \quad y \quad N_3 = 1$$

Ansiedad Engen.

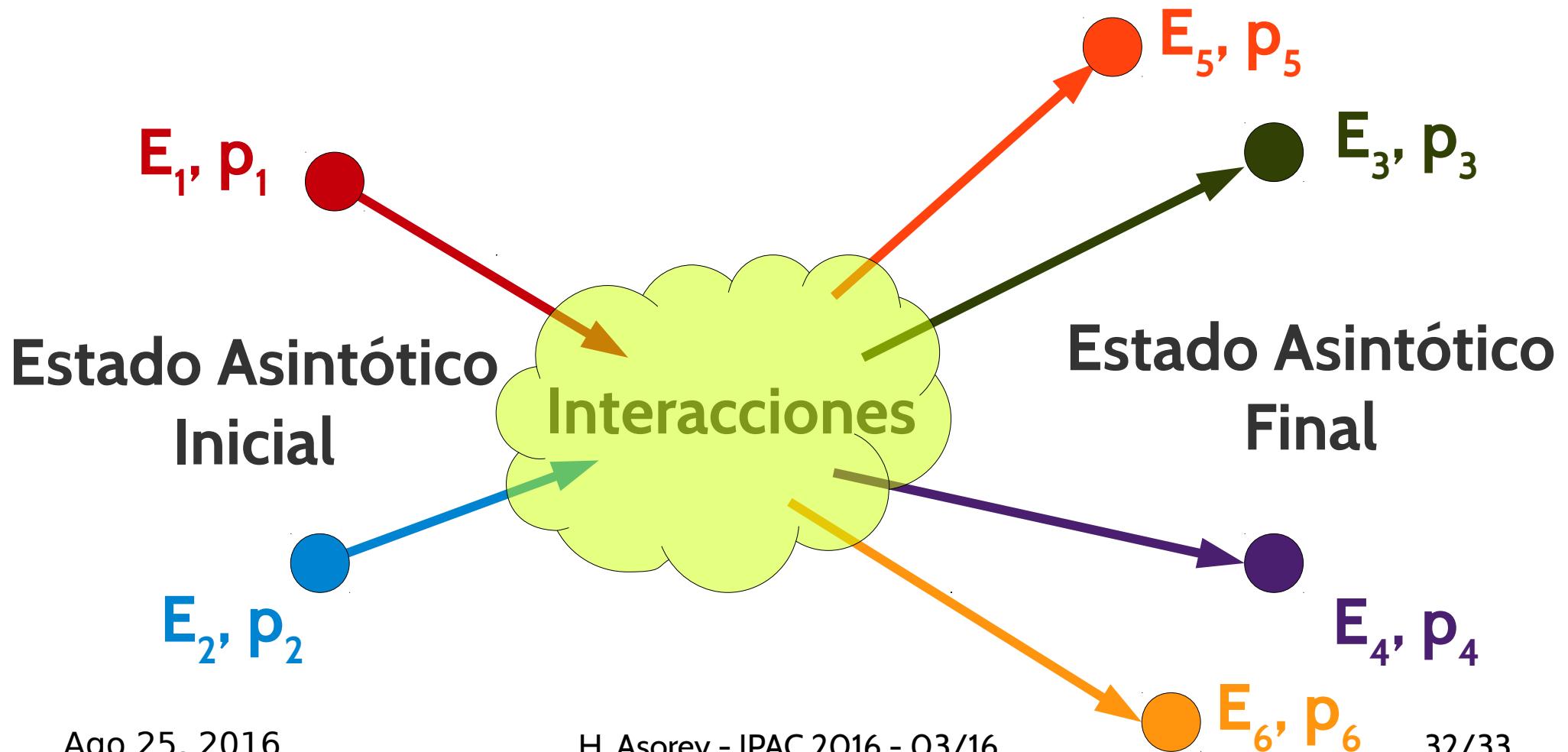
$$E_i = \sum m_i \gamma_i c^2 \Rightarrow E_i = E_f \Rightarrow 10 \text{ kg} \cdot 1.25 + 5.625 \cdot \frac{5}{3} = m_3 \gamma_3$$

$$\Rightarrow m_3 = 21.875 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m_3 > m_1 + m_2 !!!$$

# ¿Cómo funciona la conservación?

- Y todo por pedir que c tiene que tener el mismo valor para todos los observadores inerciales.





# Así funciona la Naturaleza

- La Energía total se conserva

$$\left. \begin{aligned} E^{\text{inicial}} &= \sum_j^{n^{\text{inicial}}} E_j^{\text{inicial}} = \sum_j m_j \gamma_j c^2 \\ E^{\text{final}} &= \sum_k^{n^{\text{final}}} E_k^{\text{final}} = \sum_k m_k \gamma_k c^2 \end{aligned} \right\} E^{\text{inicial}} = E^{\text{final}}$$

- La cantidad de movimiento total se conserva

$$\left. \begin{aligned} \vec{p}^{\text{inicial}} &= \sum_j^{n^{\text{inicial}}} \vec{p}_j^{\text{inicial}} = \sum_j m_j \gamma_j \vec{v}_j \\ \vec{p}^{\text{final}} &= \sum_k^{n^{\text{final}}} \vec{p}_k^{\text{final}} = \sum_k m_k \gamma_k \vec{v}_k \end{aligned} \right\} \vec{p}^{\text{inicial}} = \vec{p}^{\text{final}}$$