

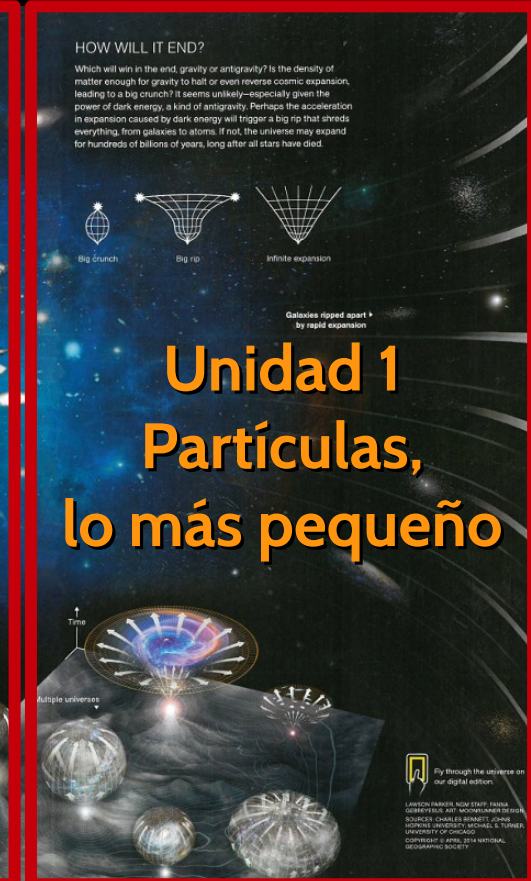
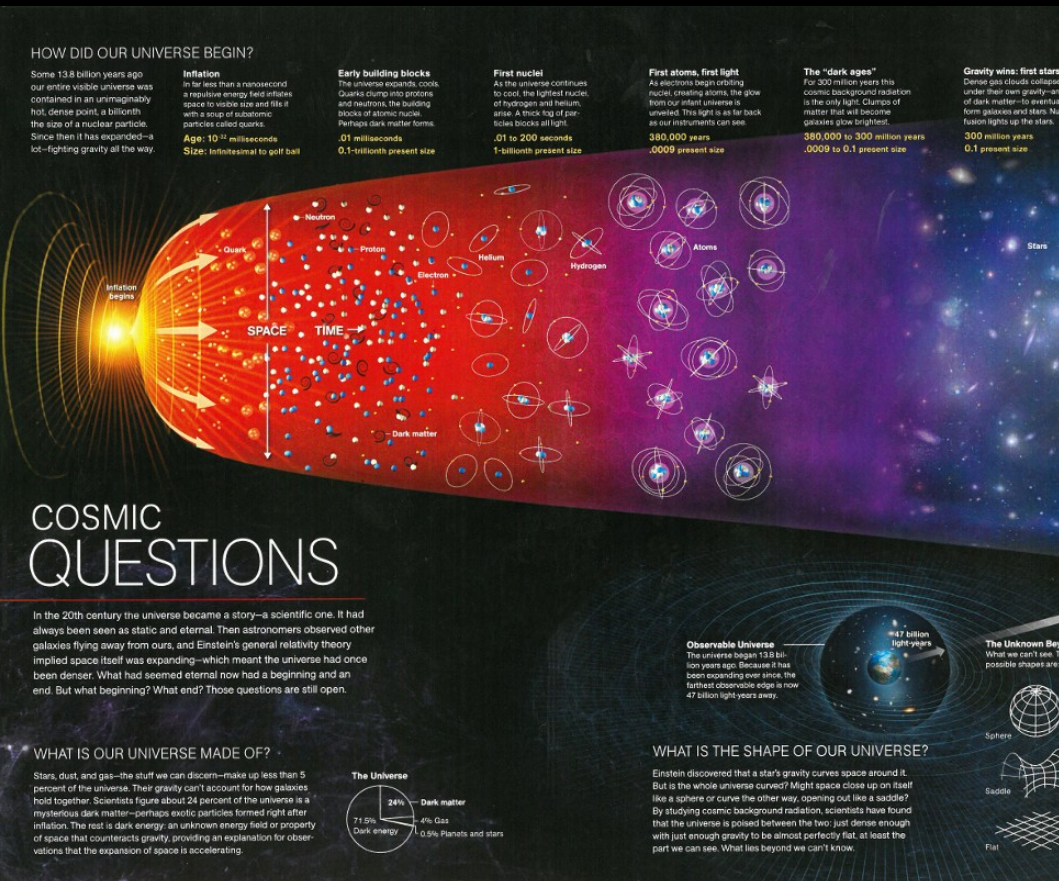
Universidad Nacional de Río Negro

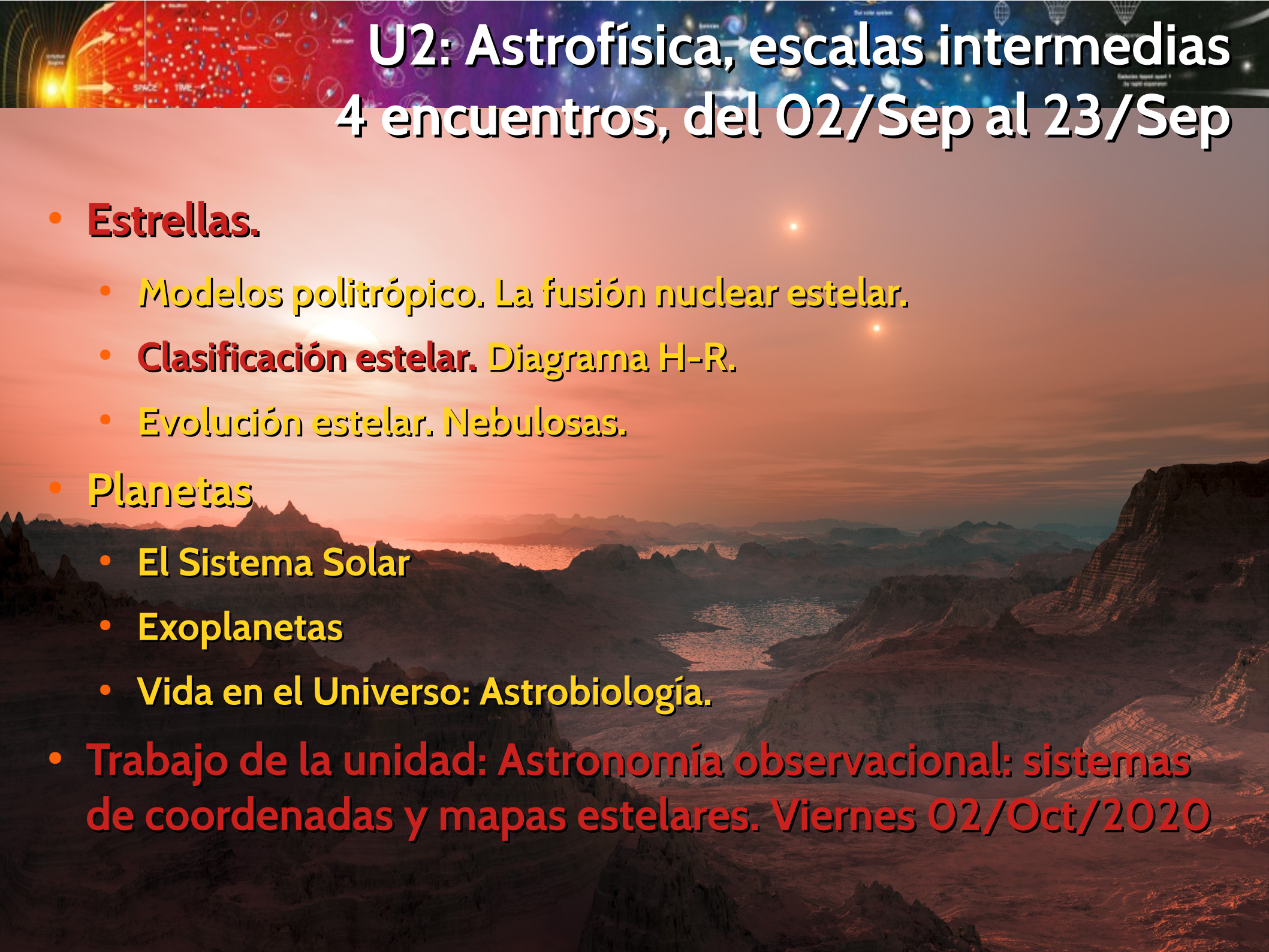
Int Partículas, Astrofísica & Cosmología - 2020

- **Unidad** 02–Astrofísica, estrellas y planetas
- **Clase** U02 C02 - 6/16
- **Fecha** 09 Sep 2020
- **Cont** Fusión Estelar, 1
- **Cátedra** Asorey
- **Web** <https://gitlab.com/asoreyh/unrn-ipac/>



Contenidos: un viaje en el tiempo y el espacio





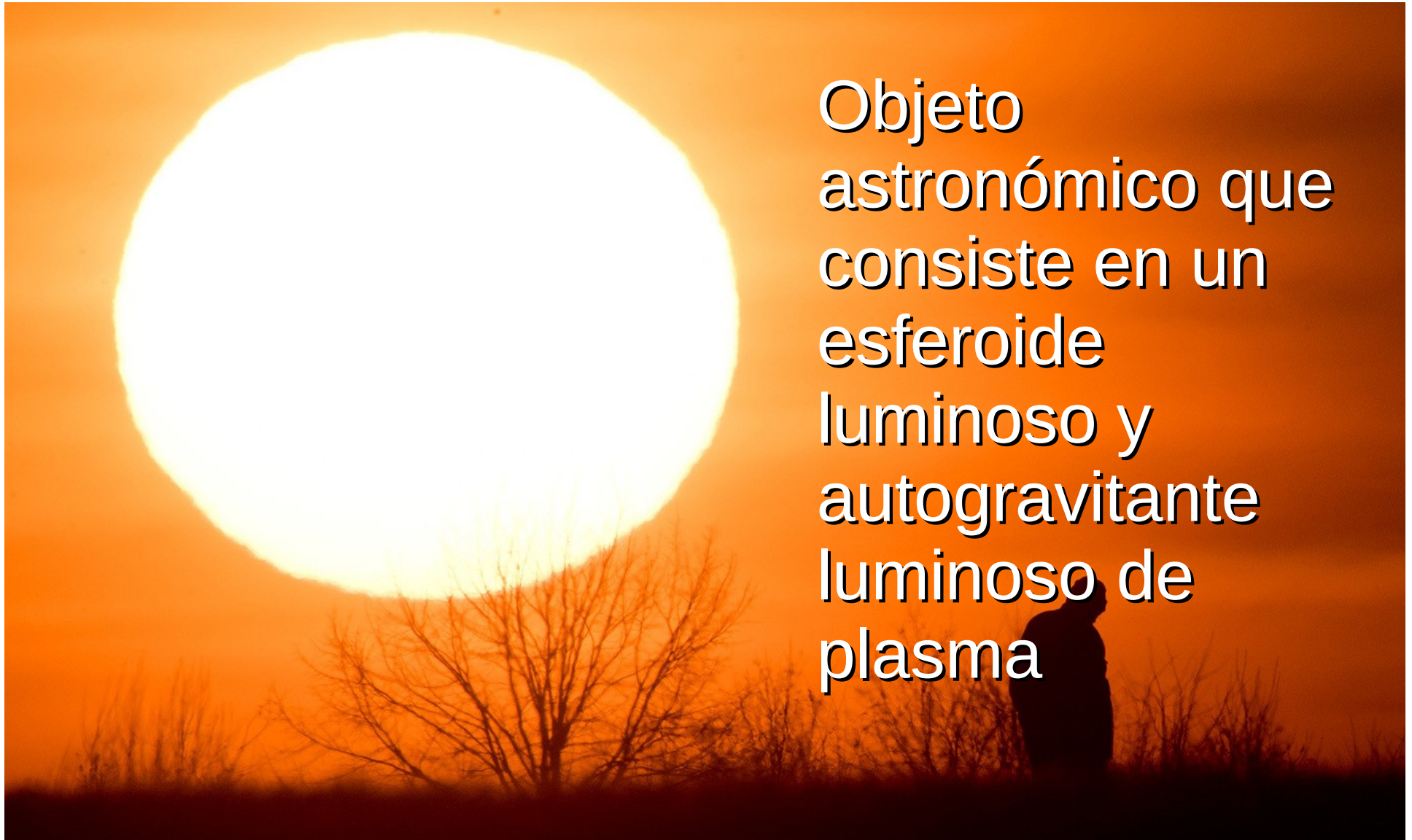
U2: Astrofísica, escalas intermedias

4 encuentros, del 02/Sep al 23/Sep

- **Estrellas.**
 - Modelos politrópico. La fusión nuclear estelar.
 - Clasificación estelar. Diagrama H-R.
 - Evolución estelar. Nebulosas.
- Planetas
 - El Sistema Solar
 - Exoplanetas
 - Vida en el Universo: Astrobiología.
- Trabajo de la unidad: Astronomía observacional: sistemas de coordenadas y mapas estelares. Viernes 02/Oct/2020



Estrellas



Objeto
astronómico que
consiste en un
esferoide
luminoso y
autogravitante
luminoso de
plasma



No todas son iguales

- Estado de evolución (edad)
- Temperatura
- Constitución inicial
- Masa
- **Energía emitida por unidad de tiempo: Luminosidad**
- Y además...

$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

No todas están a la misma distancia

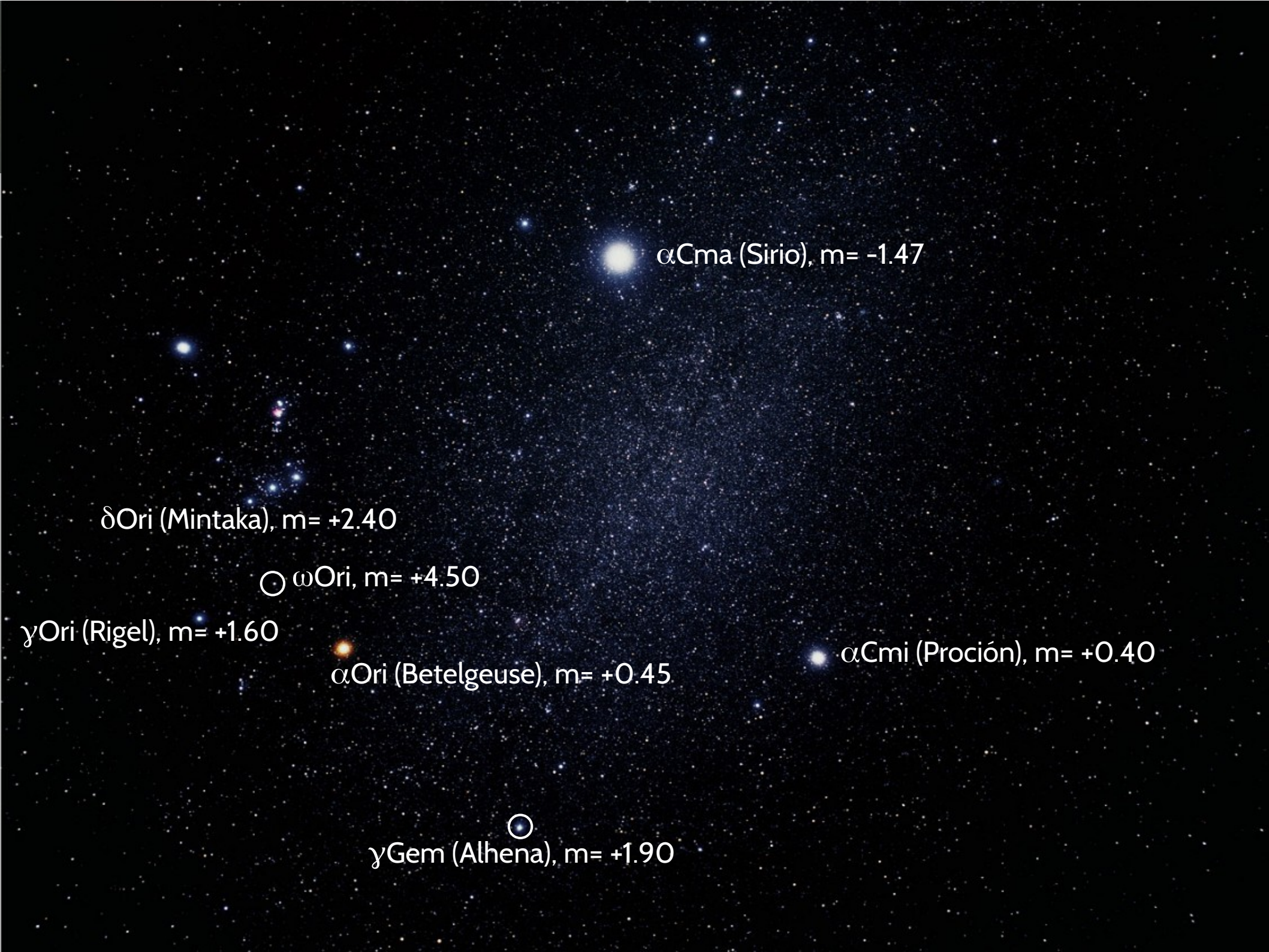
Relación entre brillo y magnitud

- Proponemos

$$\left(\frac{b_1}{b_2}\right) = 2.5 \rightarrow \left(\frac{b_i}{b_j}\right) = 2.5^{(m_j - m_i)}$$

- Si, $m_i = m_j \rightarrow m_i - m_j = 0 \rightarrow b_i = b_j$
- Si, $m_i = m_j + 1 \rightarrow m_i - m_j = 1 \rightarrow b_i = 2.5 b_j$
- Si, $m_i = m_j - 1 \rightarrow m_i - m_j = -1 \rightarrow b_i = b_j / 2.5$
- Despejando, se puede verificar que:

$$\left(\frac{b_i}{b_j}\right) = 2.5^{(m_j - m_i)} \rightarrow (m_i - m_j) = -2.5 \log_{10} \left(\frac{b_i}{b_j}\right)$$



α Cma (Sirio), $m = -1.47$

δ Ori (Mintaka), $m = +2.40$

ω Ori, $m = +4.50$

γ Ori (Rigel), $m = +1.60$

α Ori (Betelgeuse), $m = +0.45$

α Cmi (Proción), $m = +0.40$

γ Gem (Alhena), $m = +1.90$



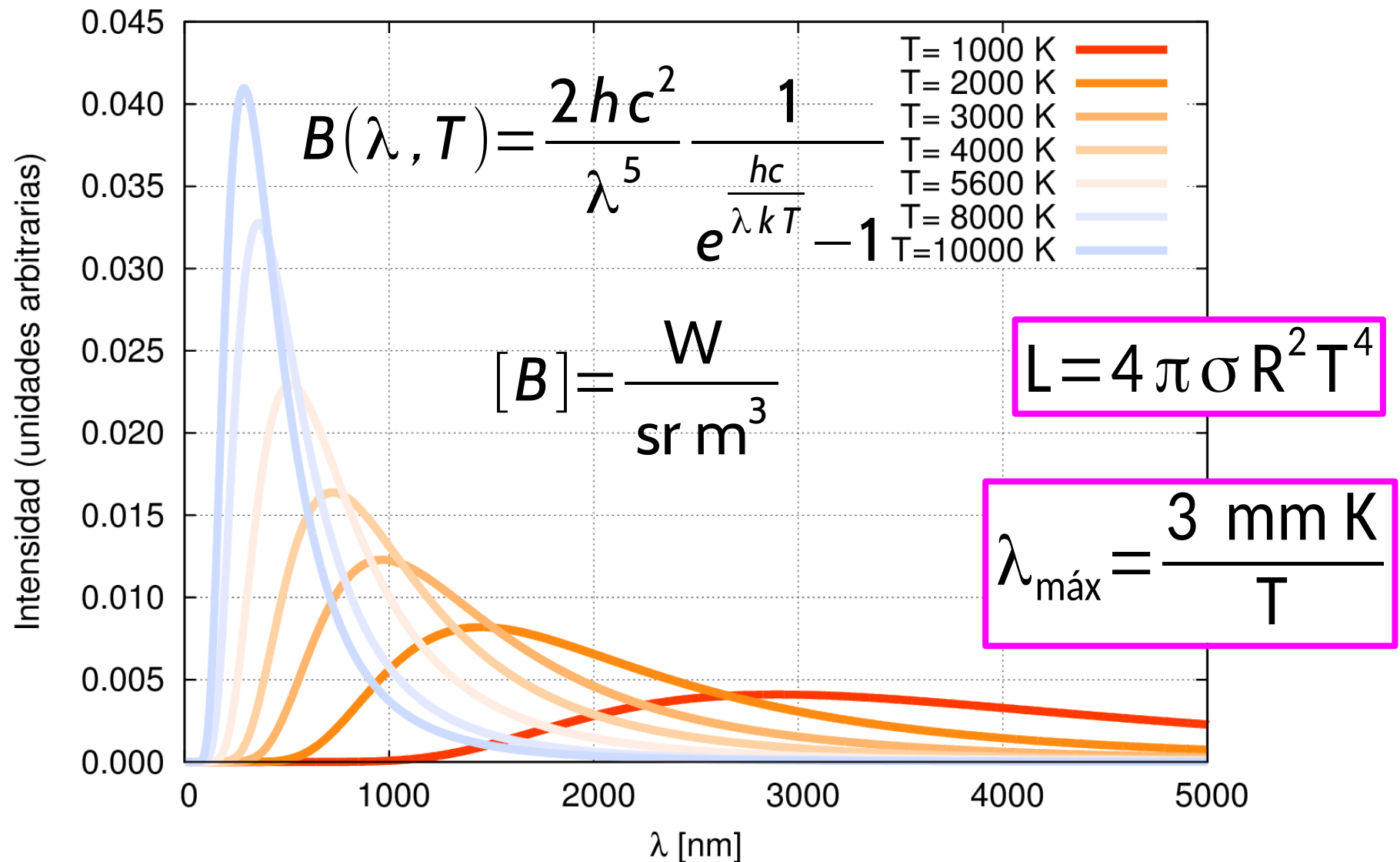
Magnitud absoluta

- **Magnitud absoluta M** , es la magnitud aparente que tendría una estrella si su distancia fuera de 10pc
- Relación con la magnitud aparente m y la distancia d : (medida en parsecs):

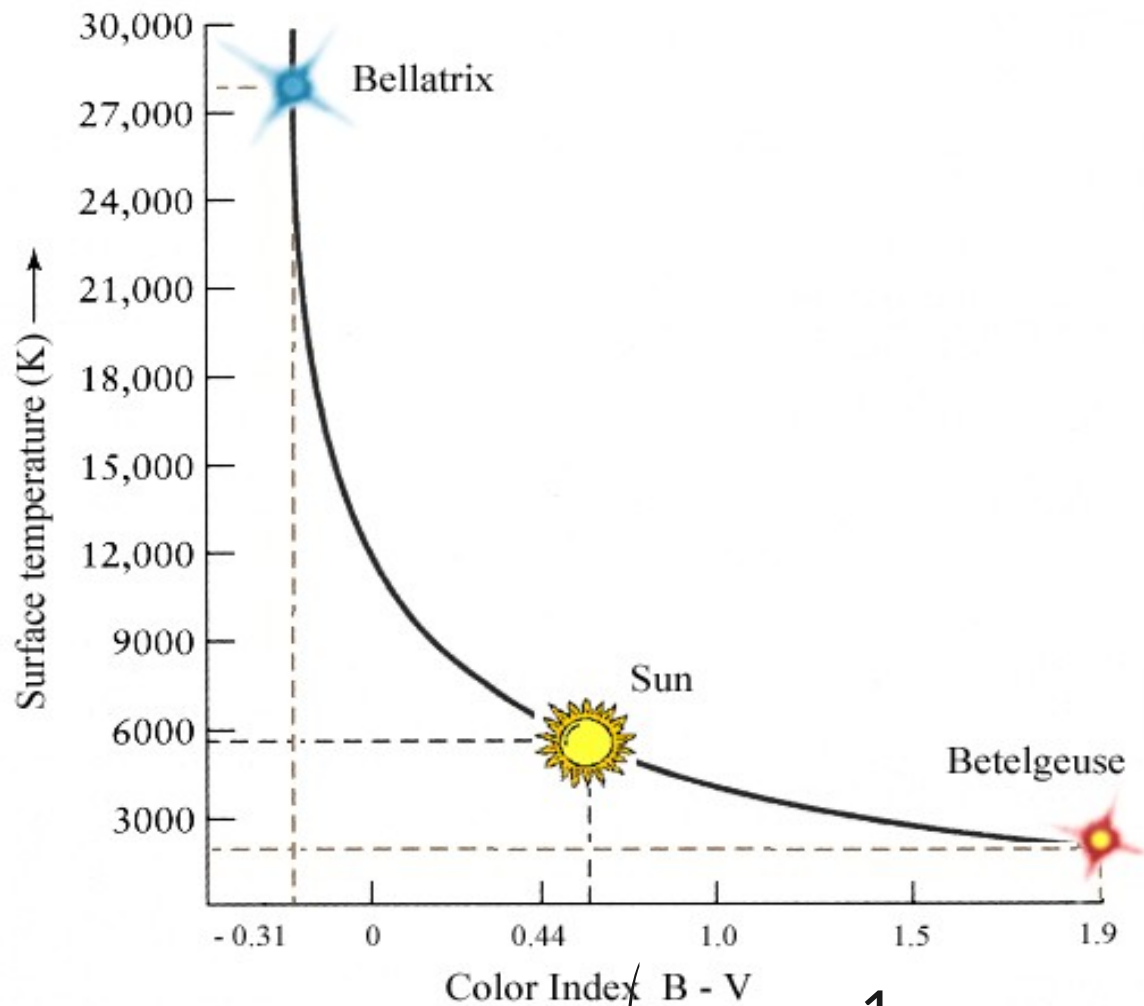
$$M = m - 5 \left(\log_{10}(d) - 1 \right)$$

- P.ej.: Si $d=10$ pc, $M = m - 5 [1-1] = m - 5(0) = m$
- Magnitudes absolutas y aparentes:
 - Sol: $m=-26.73$, $M=4.75$
 - Mintaka (δ Ori): $m=2.4$, $M=-4.84$
 - Sirio (aCMa): $m=-1.45$, $M=1.44$

¿Qué ruido hace un fotón al caer? ¡Planck!



Se observa que para estrellas, $B-V \rightarrow T$



- Índice B-V

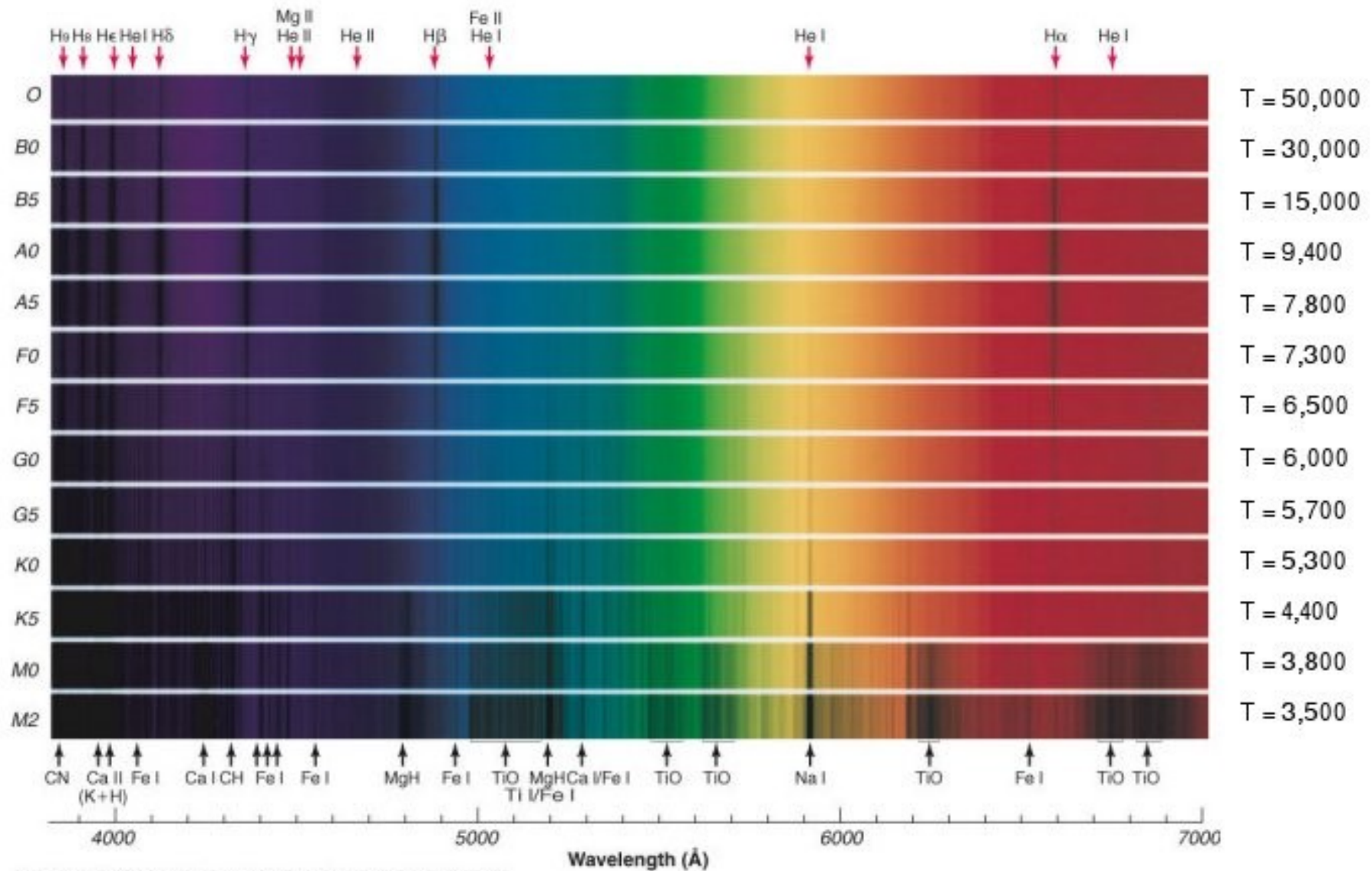
- m_B = magnitud en el canal B
- m_V = magnitud en el canal V

$$(B-V) = m_B - m_V$$

(Recordar que m es logarítmica)

$$T = 4600 \left(\frac{1}{0.92(B-V) + 1.7} + \frac{1}{0.92(B-V) + 0.62} \right) K$$

Clasificación espectral



Roger Bell, University of Maryland, and Michael Briley, U. Wisconsin at Oshkosh



¿Qué define todo?

- **Relaciones entre parámetros:**

- Luminosidad (L)
- Masa (M)
- Temperatura (T)
- Radio (R)

$$L \equiv \frac{\Delta E}{\Delta t} = 4 \pi \sigma R^2 T^4$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

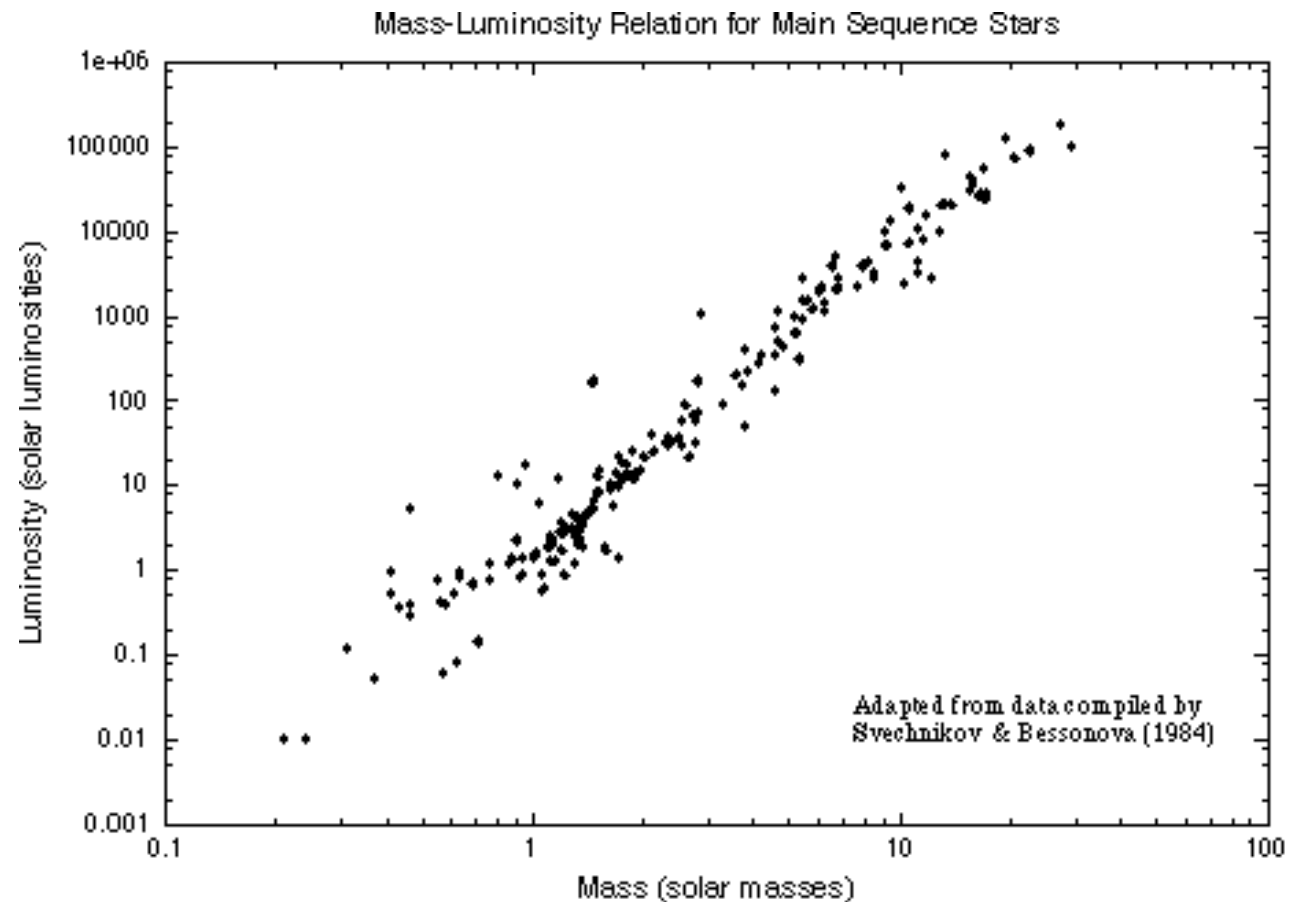
- **¿Cuál es el más importante en condiciones normales?**

- **Cantidad de materia → Masa**
- Está fijada por condiciones externas → Nacimiento

Luminosidad → Masa

- Si: $(0.1 < \text{Masa Estelar} < 50)$ masas solares:
L es proporcional a la M^4
- Nota: En general, M^a , con a entre 3 y 4 (\sim masa)

$$\left(\frac{L_{\text{Estrella}}}{L_{\text{Sol}}} \right) = \left(\frac{M_{\text{Estrella}}}{M_{\text{Sol}}} \right)^4$$





Luminosidad → Masa

Mass-Luminosity Relationship

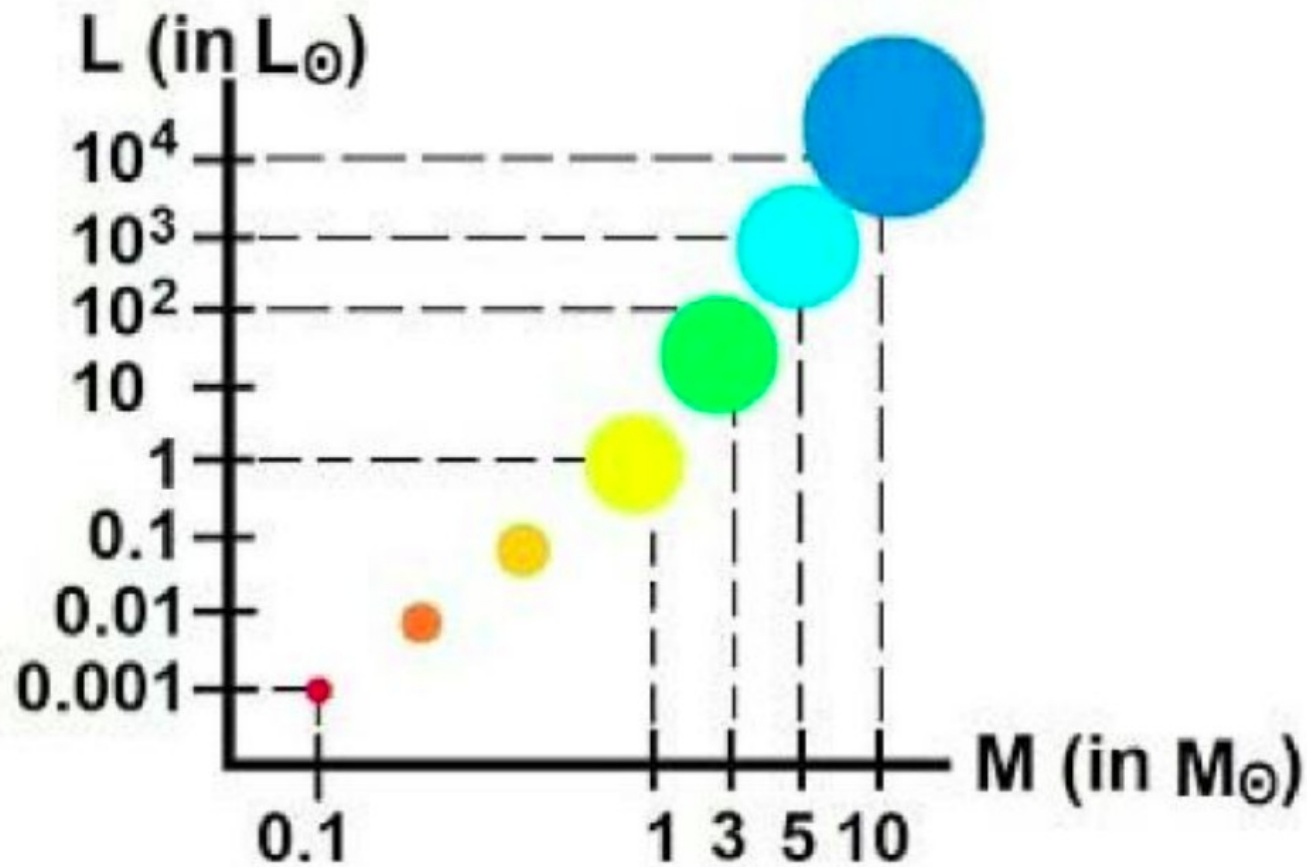
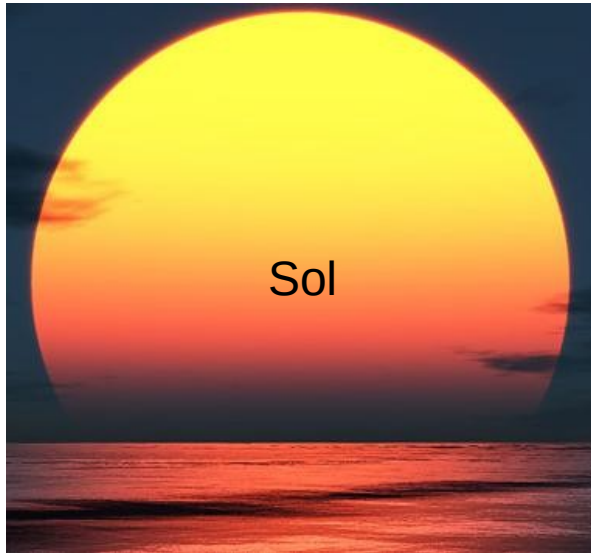


Fig. 2 Schematic representation of the mass-luminosity relation. Source: Astronomy – Ch. 17: The Nature of Stars: Mass-Luminosity Relationship

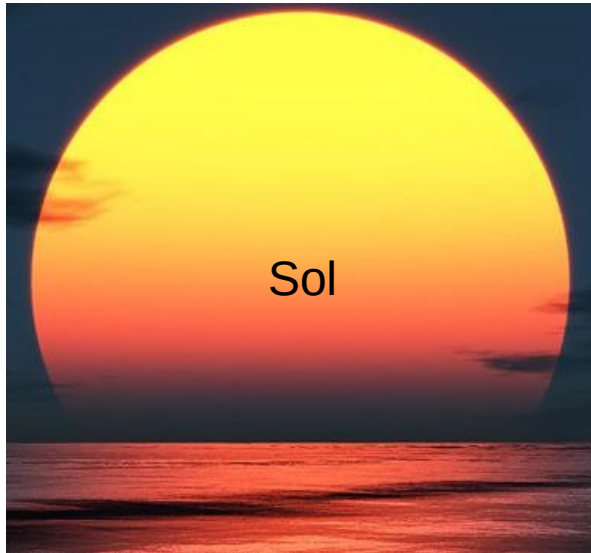
Y: (Luminosidad, Temperatura) → Radio



- $T = 5700 \text{ K}$ (Amarilla)
- $L = L_S$

- $T = 3400 \text{ K}$ (Roja)
- $L = 135000 L_S$

Y: (Luminosidad, Temperatura) → Radio

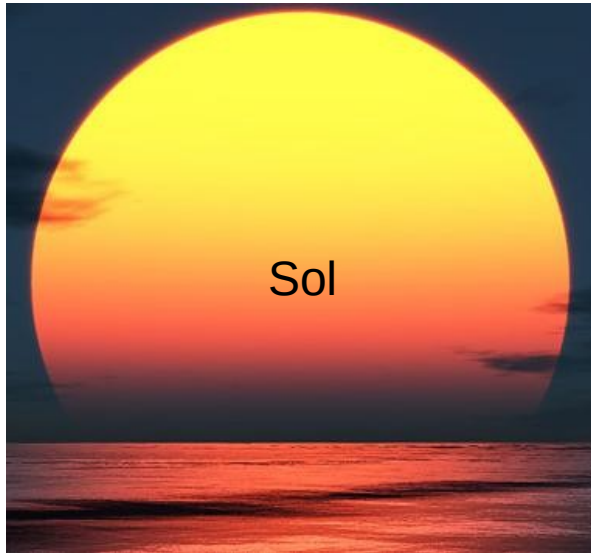


- $T = 5700 \text{ K}$ (Amarilla)
- $L = L_S$

- $T = 3400 \text{ K}$ (Roja)
- $L = 135000 L_S$

**Menor temperatura,
menos emisión
Pero, la emisión es
mucho mayor**

Y: (Luminosidad, Temperatura) → Radio



- $T = 5700 \text{ K}$ (Amarilla)
- $L = L_S$

- $T = 3400 \text{ K}$ (Roja)
- $L = 135000 L_S$

Menor temperatura,
menos emisión
Pero, la emisión es
mucho mayor



**Betelgeuse debe
ser mucho más
grande que el
Sol**

- Veamos.... $(T_B/T_S)^4$
 - $(3400 / 5700)^4 \approx 1/7.8$
 - Si dependiera sólo de T, el Sol sería 7.8 veces más luminoso que Betelguese
- Pero...

$$L_B / L_S = [(4\pi R_B^2) \sigma T_B^4] / [(4\pi R_S^2) \sigma T_S^4]$$

$$135000 = (R_B/R_S)^2 (T_B/T_S)^4$$

$$135000 = (R_B/R_S)^2 / 7.8$$

$$1.053 \times 10^6 = (R_B/R_S)^2$$

- Veamos.... $(T_B/T_S)^4$

$$R_B = 1026 R_{Sol}$$

Betelgeuse es una supergigante roja

mas luminoso que Betelgeuse

- Pero...

$$L_B / L_S = [(4\pi R_B^2) \sigma T_B^4] / [(4\pi R_S^2) \sigma T_S^4]$$

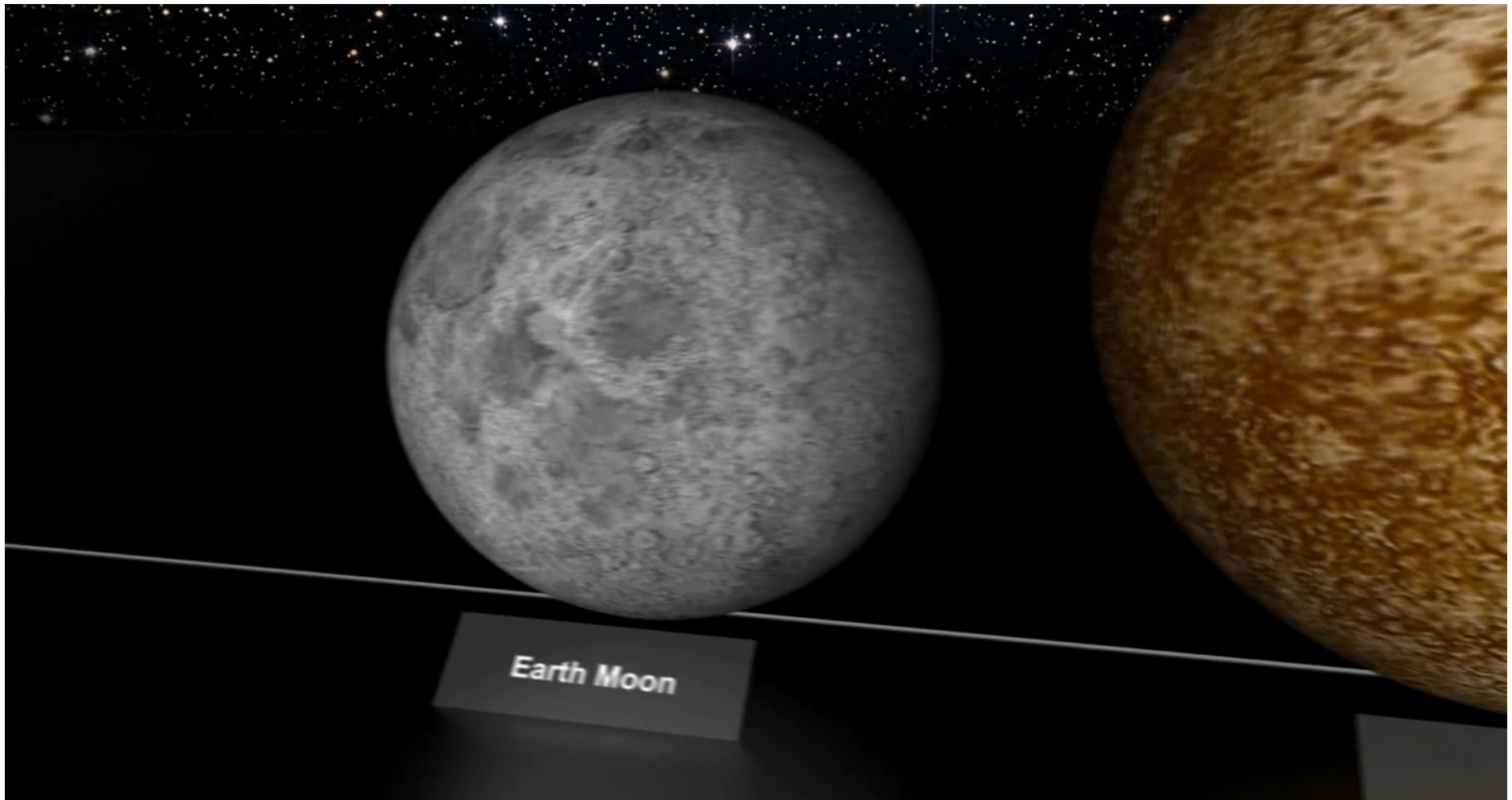
$$135000 = (R_B/R_S)^2 (T_B/T_S)^4$$

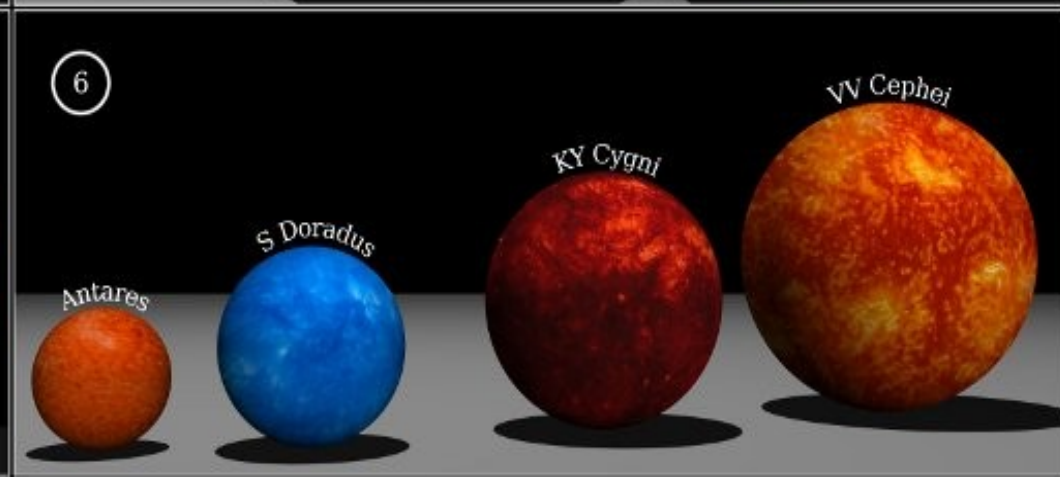
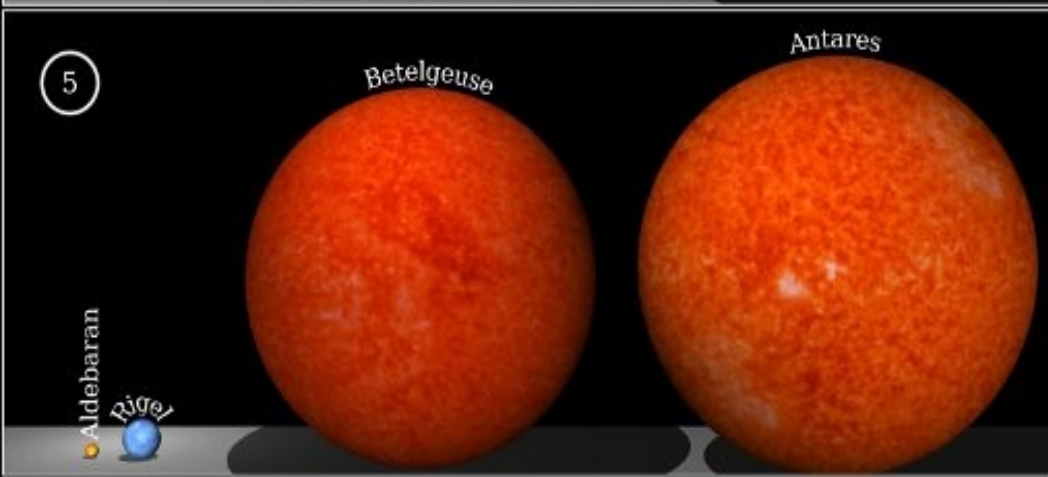
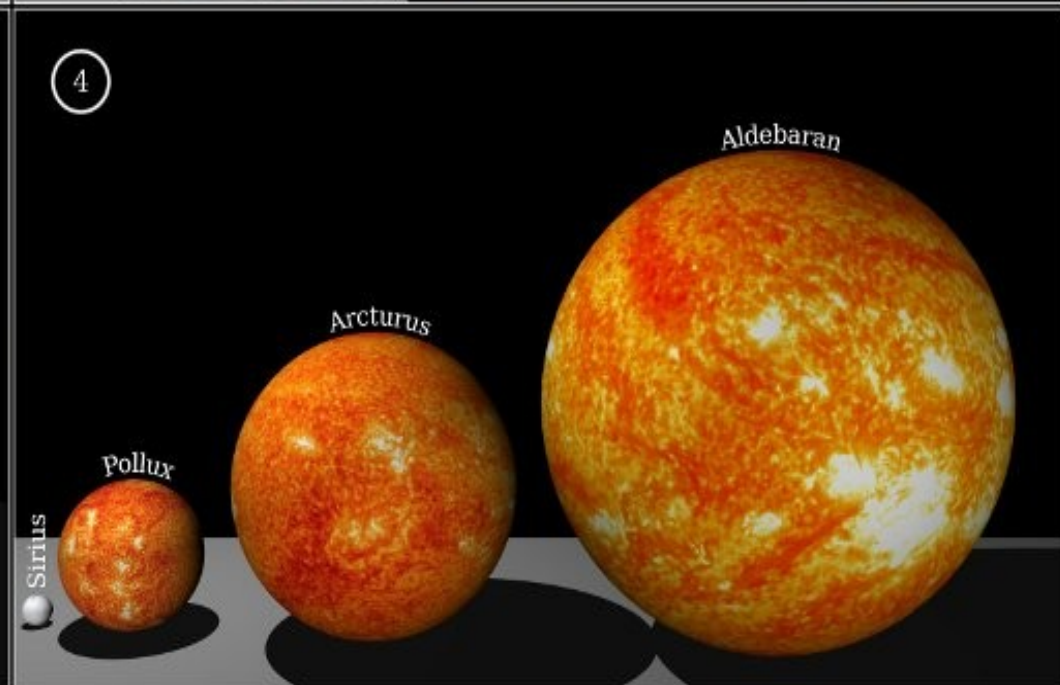
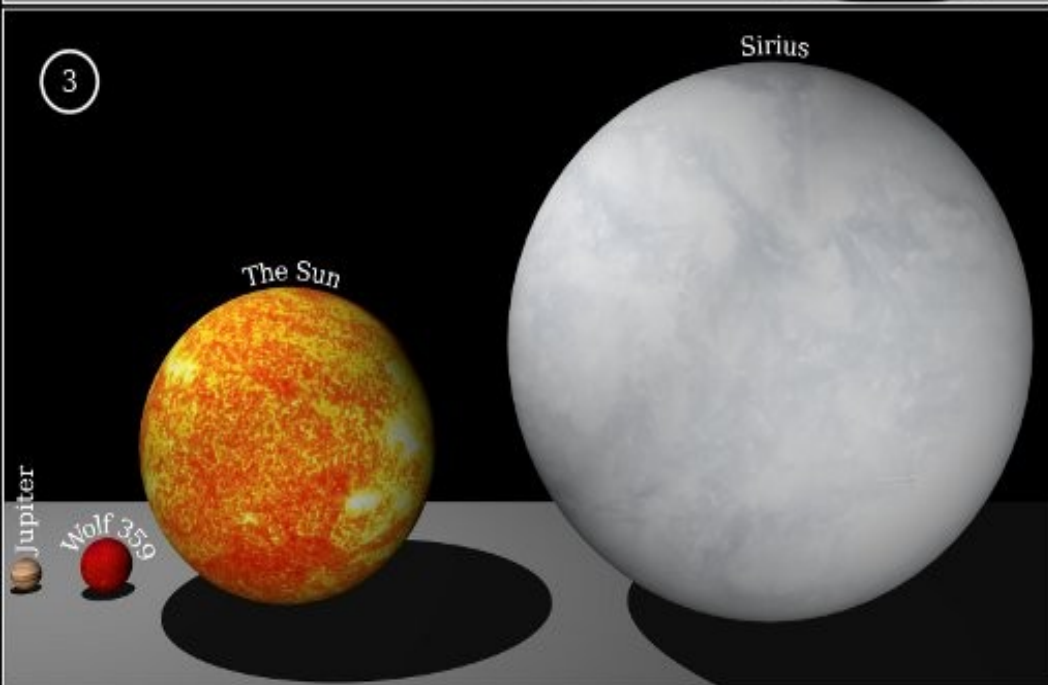
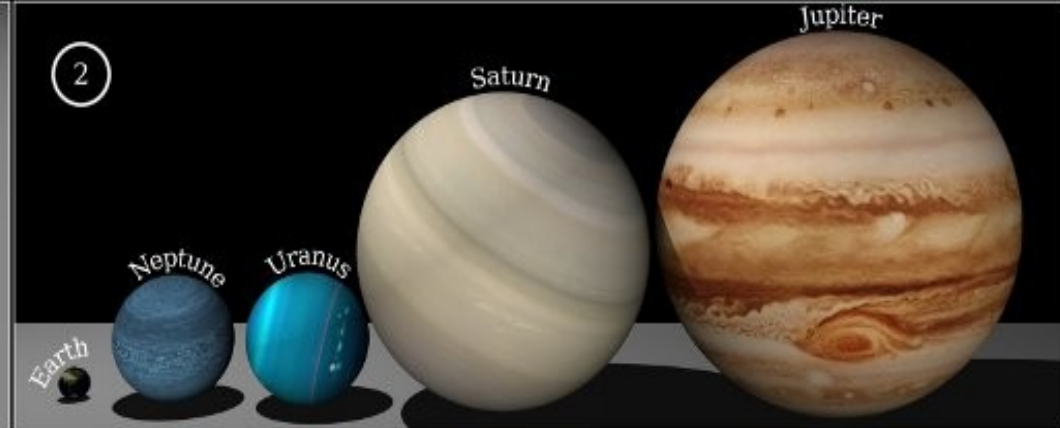
$$135000 = (R_B/R_S)^2 / 7.8$$

$$1.053 \times 10^6 = (R_B/R_S)^2$$

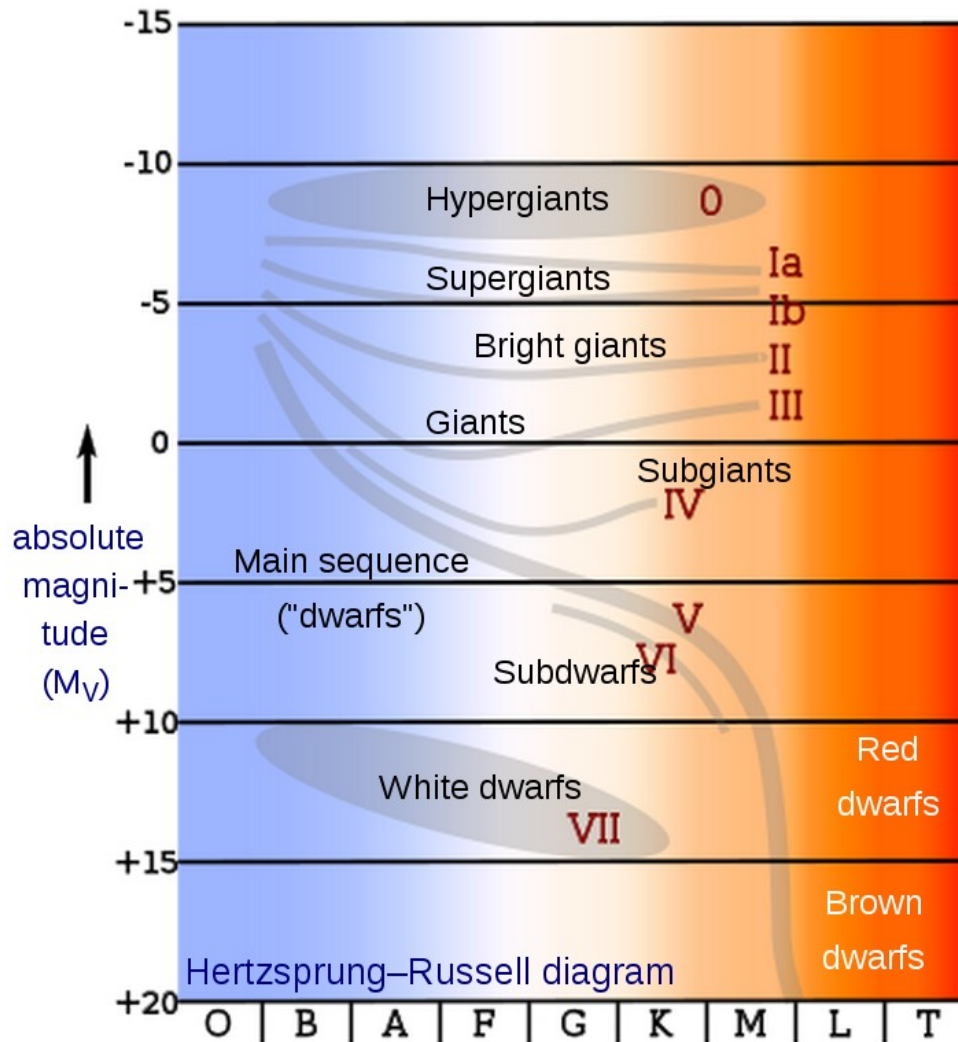


Tamaños estelares



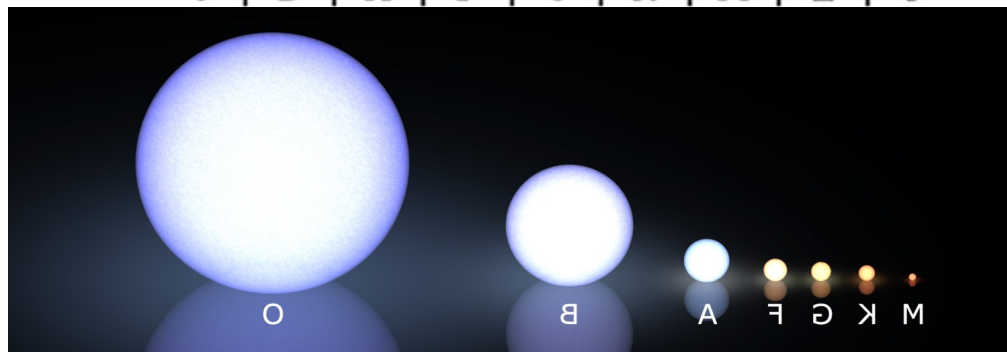


Dijimos que la masa define todo

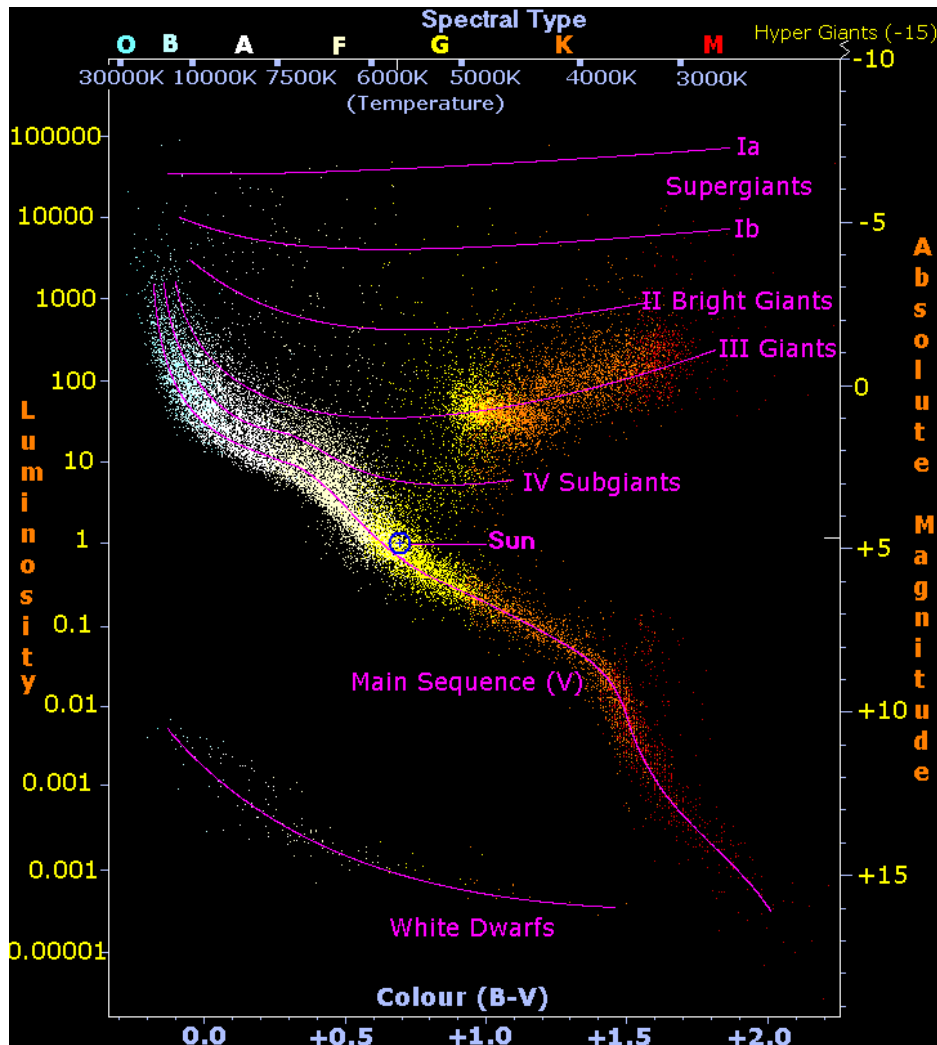


Surface temperature ranges for different stellar classes^[134]

Class	Temperature	Sample star
O	33,000 K or more	Zeta Ophiuchi
B	10,500–30,000 K	Rigel
A	7,500–10,000 K	Altair
F	6,000–7,200 K	Procyon A
G	5,500–6,000 K	Sun
K	4,000–5,250 K	Epsilon Indi
M	2,600–3,850 K	Proxima Centauri

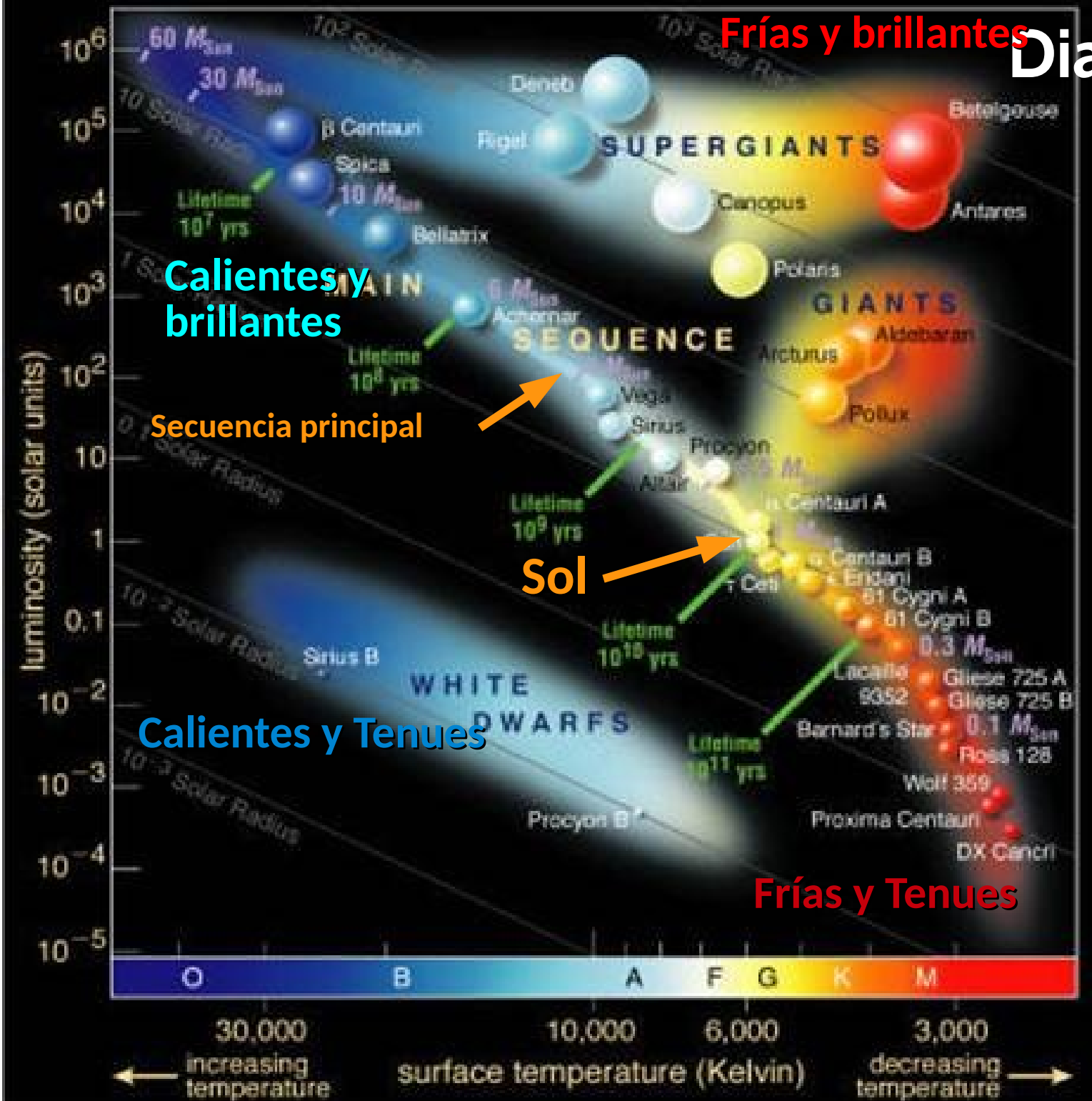


Secuencia principal



- Estrellas que están en su fase normal de quema de combustible:
 $H \rightarrow He$
- 90% del tiempo de vida las estrellas permanecen en este estadio
- **Metalicidad:** contenido de elementos más masivos que el Helio

Diagrama H-R



$$L \sim R^2 T^4$$



SPECTRAL CLASS O

Dark Blue
 28,000 - 50,000 K
 Ionized Atoms, especially helium
 Example: Mintaka (O1-3III)



SPECTRAL CLASS B

Blue
 10,000 - 28,000 K
 Neutral helium, some hydrogen
 Alpha Eridani A (B3V-IV)



SPECTRAL CLASS A

Light Blue
 7,500 - 10,000 K
 Strong hydrogen, some ionized metals
 Sirius A (A0-IV)



SPECTRAL CLASS F

White
 6,000 - 7,500 K
 Hydrogen and ionized metals,
 calcium and iron
 Procyon A (F5V-IV)

Yellow
 5,000 - 6,000 K
 Ionized calcium, both neutral and
 ionized metals
 Example: Sol (G2V)

SPECTRAL CLASS G

Orange
 3,500 - 5,000 K
 Neutral Metals
 Alpha Centauri B (K0-3V)

SPECTRAL CLASS K

Red
 2,500 - 3,500 K
 Ionized atoms, especially helium
 Wolf 359 (M5-8V)

SPECTRAL CLASS M



Non-Main Sequence Types

Class W: Wolf-Rayet Star
 Up to 70,000 K
 Carbon, nitrogen, or oxygen
 Gamma Velorum A (WC)
 Class L: Dwarf Star
 1,300 - 2,000 K
 Metal hydrides and alkali metals
 VW Hyi
 Class T: Methane Dwarf
 700 - 1,000 K
 Methane
 Epsilon Indi Ba
 Class Y: Ammonia Dwarf
 <700 K
 Ammonia
 Not yet observed
 Class C: Carbon
 Class S: Zirconium Oxide
 Classes MS and SC
 Class D: Dwarf

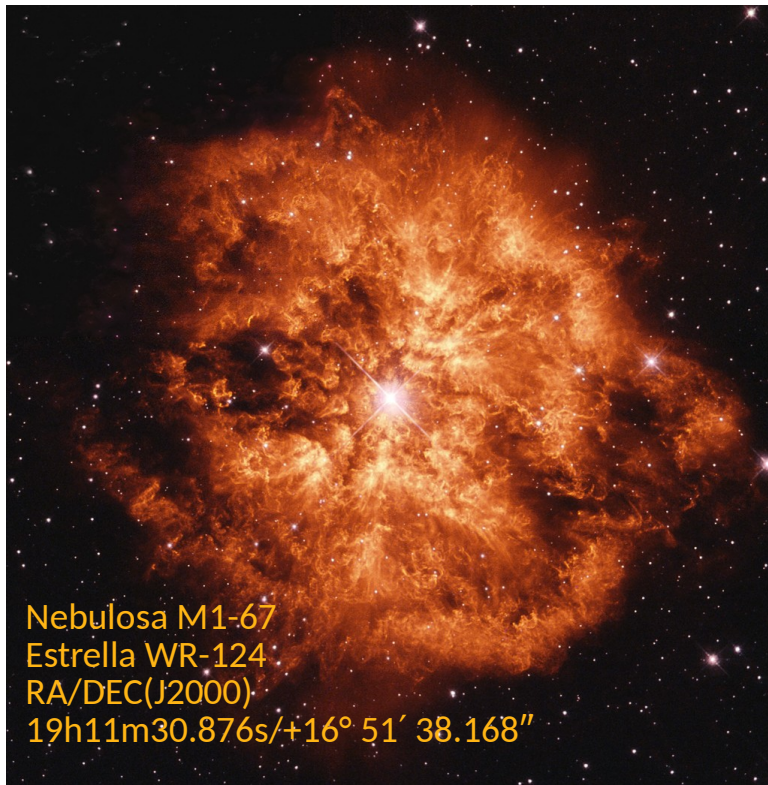
Otros tipos de estrellas

- **W: Wolf-Rayet**

- Estrellas masivas ($>20M_{\odot}$)
- Excesivamente calientes

- **Los nuevos: L, T, Y**

- **L:** Enanas frías o subestrellas, temperaturas $1300K < T < 2400K$
- **T:** Enanas marrones (subestrellas, sin fusión H) con prominencia de metano y $500K < T < 1300K$
- **Y:** enanas marrones ultra frías (superplanetas?) c/amoniaco y $T < 600K$, y $10 < M/M_{Júp} < 90$



Nebulosa M1-67
Estrella WR-124
RA/DEC(J2000)
19h11m30.876s/+16° 51' 38.168"

Estrellas supermasivas



NGC3372 – Nebulosa Carina (Carina)

Estrellas supermasivas



NGC3372 – Nebulosa Carina (Carina)

η Carinae: Una binaria a punto caramelo



Nebulosa Homúnculo en la Nebulosa Eta Carina (en la Nebulosa Carina)



¿por qué brillan?

- Hipótesis de Kelvin → Energía del colapso gravitatorio de la protoestrella.
- Suponiendo colapso desde el infinito hasta una esfera de masa R :

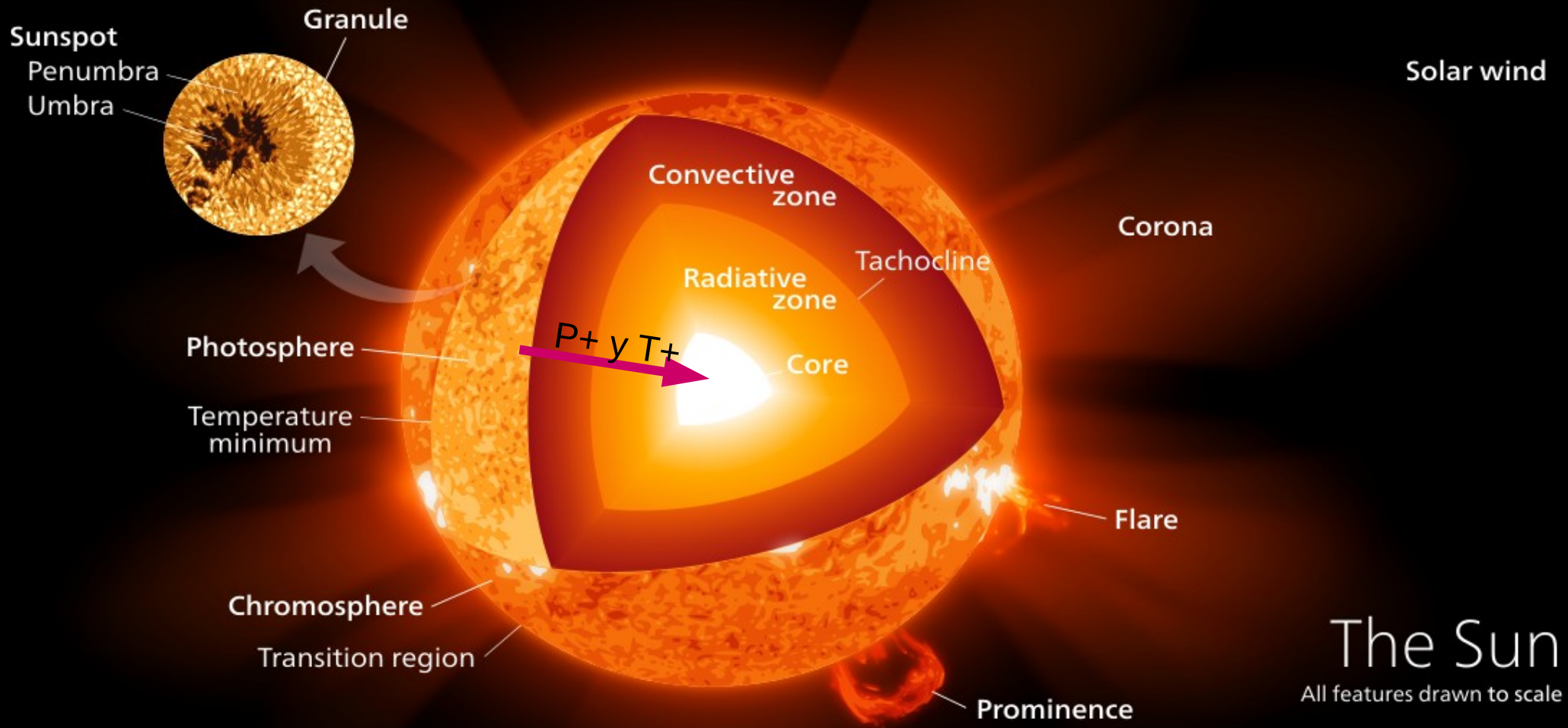
$$E_G = \frac{GM^2}{R}, \text{ y para el Sol: } E_G = \frac{GM_{\odot}^2}{R_{\odot}} \rightarrow E_G \simeq 3,8 \times 10^{41} \text{ J}$$

- Luego, la vida del Sol será

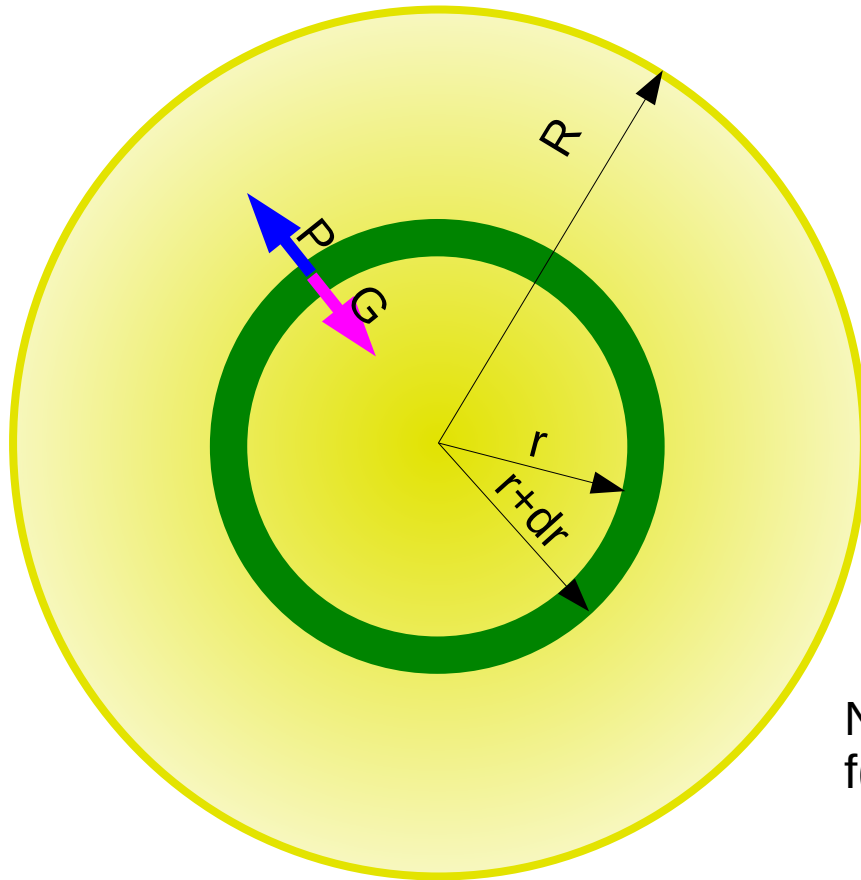
$$\tau_{\odot} = \frac{E_G^{\odot}}{L_{\odot}} \rightarrow \tau_{\odot} \simeq 9,9 \times 10^{14} \text{ s} \sim 3 \times 10^7 \text{ años}$$

- Factor $\sim 10^{-3}$, gracias Kelvin, seguí participando...

Estructura de una estrella típica (Sol)



Estructura estelar



Notación:
 $f(r) \rightarrow f_r$

- Suponemos esfera “perfecta”
- Parámetros estelares: M_S, R_S, T_S, L_S
- De adentro hacia afuera ($r \rightarrow$)
 - Temperatura T disminuye
 - Densidad ρ disminuye
 - Gravedad G aumenta
 - Presión P disminuye
 - Emisión energía l aumenta
- Estado estacionario y dos parámetros $\epsilon(r)$ y $\kappa(r)$:

$\kappa(r) \equiv \kappa_r \propto \frac{1}{\rho(r) dr}$: coeficiente específico de absorción

$\epsilon(r) \equiv \epsilon_r = \frac{dE}{dm dt}$: producción de energía por unidad de masa y tiempo

Modelo estelar, 1

① Ecuación de continuidad.

En una esfera con densidad $\rho(r)$ la gravedad en r es producida por la masa contenida en la esfera de radio r :

$$\vec{F}_G = - \frac{G M(r) m}{r^2} \hat{r}$$

Sea una capa de espesor $dr \Rightarrow m \rightarrow dm = 4\pi r^2 dr \rho(r) \Rightarrow$

Conservación de Masa $dm = 4\pi r^2 \rho(r) dr$ (1)

Luego $\vec{F}_G = - \frac{G M(r) dm}{r^2} \hat{r} \rightarrow d\vec{F}_G = - \frac{G M(r)}{r^2} \cdot 4\pi r^2 \rho(r) dr \hat{r}$

Este capso no colapsa porque se sostiene por la fuerza de presión de las capas interiores:

$$d\vec{F}_p = d\vec{p} \cdot A \Rightarrow d\vec{F}_p = 4\pi r^2 dp \hat{r}$$

Finalmente, equilibrio hidrostático: $d\vec{F}_G(r) = d\vec{F}_p(r)$. Módulo: y signo

$$\Rightarrow 4\pi r^2 dp = - \frac{G M(r)}{r^2} 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

$$\Rightarrow \boxed{dp = - \frac{G M(r) \rho(r)}{r^2} dr} \quad (2)$$

Equilibrio hidrostático

②. Conservación de la energía

La capa de espesor dr a prof. r produce $\epsilon(r)$ joules por unidad de masa y tiempo: $\epsilon = \frac{dE}{dm dt} \Rightarrow \epsilon \cdot dm = \frac{dE}{dt} = dL(r)$

Donde $L(r)$ es la luminosidad de la estrella en profundidad r . ($L(r=R)=L$).

$$\Rightarrow dL = \overbrace{4\pi r^2 dr \rho(r)}^{dm} \cdot \epsilon(r)$$

Balanza Producción de Energía y $dL = 4\pi \rho(r) \epsilon(r) r^2 dr$ (3)

Conservación de la energía: $L(r+dr) = L(r) + dL$

③. Sea $q(r)$ el flujo de energía que atraviesa la capa a profundidad $r \Rightarrow$

$$L(r) = 4\pi r^2 q(r)$$

Puesto que se comporta como un cuerpo negro a temperatura $T \Rightarrow L(r) = \sigma A T^4$ (A es el área) luego

$$q(r) = \sigma T(r)^4 \quad \text{es el flujo (AE/AA. dt)}$$

Debido a que T varía con la profundidad \Rightarrow

$$dq = \sigma d(T^4) = 4\sigma T^3 dT$$

$$\Rightarrow dL = 4\sigma T(r)^3 dT$$

B'

Modelo estelar, 2

Dado que la energía se anula, la disminución de flujo es producida por la absorción en la capa \rightarrow diferencial

El flujo se absorbe $\Rightarrow dq < 0$ → masa por unidad de superficie.

$$dq = -\kappa \rho \left(\int \rho dr \right)$$

coef de absorción. ↑ Flujo de energía.

Luego, por conservación, la variación del flujo es igual a la dens (y es la responsable del gradiente de T):

$$4\pi r^2 dT = -\kappa \rho \int \rho dr$$

Luego $q(r)$:

$$4\pi r^2 dT = -\kappa \rho \int \rho dr \Rightarrow$$

$$q = -\frac{4\pi r^2}{\kappa \rho} \frac{dT}{dr}$$

y entonces $l(r)$: $l(r) = 4\pi r^2 q(r) \Rightarrow$

Ec. de transporte radiativo.

$$l(r) = -\frac{16\pi\sigma}{\kappa\rho} \cdot r^2 T^3 \frac{dT}{dr} \quad (4)$$

Dado que $dT/dr < 0 \Rightarrow l(r) > 0$. \therefore



Hasta aquí, obtuvimos 4 ecuaciones

- Todas son ecuaciones diferenciales ordinarias y dependen de la coordenada radial r .

- Balance de masa:

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi\rho_r r^2$$

- Equilibrio hidrostático:

$$\frac{dP_r}{dr} = -\frac{GM_r\rho_r}{r^2}$$

- Balance de energía:

$$\frac{dl_r}{dr} = 4\pi\rho_r\epsilon_r r^2$$

- Transporte radiativo:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{l_r\kappa_r\rho_r}{16\pi\sigma r^2 T^3}$$

- Y tenemos 5 variables: M_r , P_r , ρ_r , l_r y T_r , y 2 parámetros ϵ_r , κ_r .



Ecuación de estado $\rightarrow P=P(\rho,T)$

- ϵ_r, κ_r surgen de las condiciones locales:

$$\epsilon_{pp}(r) \propto T^4 \text{ y } \epsilon_{CNO}(r) \propto T^{20} \text{ y } \kappa(r) = \text{cte}$$

- Por ejemplo, ec. de estado de mezcla gases ideales:

$$P = \frac{N}{V} k T \rightarrow P = \frac{\langle m \rangle N}{\langle m \rangle V} k T \rightarrow P = \left(\frac{k}{\langle m \rangle} \right) \rho T \rightarrow P = \alpha \rho T \simeq (\alpha T) \rho^1$$

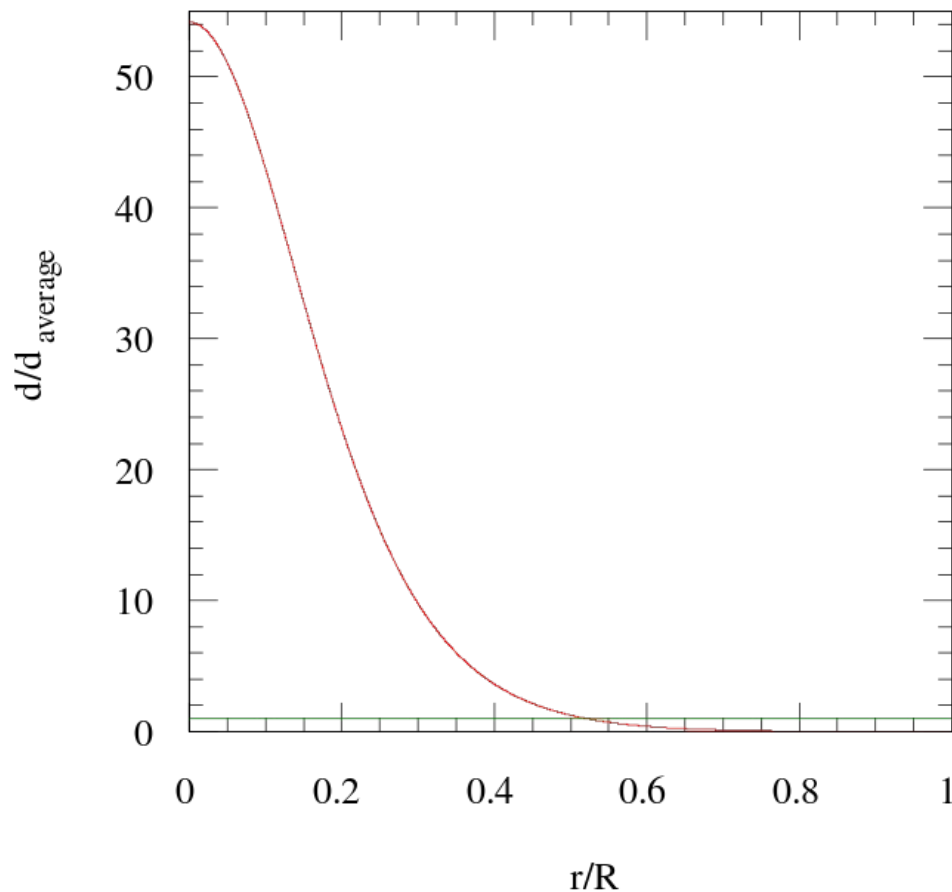
$$\text{Estrella gas ideal} \rightarrow P_r = \alpha T_r \rho_r^1$$

- Con la ecuación de estado tenemos un sistema cerrado

podemos calcular todas las variables

$$\rightarrow P(r); r(r); T(r); l(r); M(r) \leftarrow$$

Polytrope with index $n=3$



- En general, se denomina politropo a un fluido tal que:
$$P = K \rho^{(n+1)/n}$$
- n es el índice politrópico:
 - $1/2 < n < 1 \rightarrow$ estrellas neutrones
 - $n = 3/2 \rightarrow (\gamma = 5/3)$: planetas gaseosos, estrella gas ideal, enanas blancas no relativ.
 - $n = 3 \rightarrow$ estrellas secuencia principal ($\gamma = 4/3$) y enanas blancas

Tenemos 5 ecuaciones (4 e.d.o.) acopladas

- Balance de masa:
$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi\rho_r r^2 \quad (1)$$
- Equilibrio hidrostático:
$$\frac{dP_r}{dr} = -\frac{GM_r\rho_r}{r^2} \quad (2)$$
- Balance de energía:
$$\frac{dl_r}{dr} = 4\pi\rho_r\epsilon_r r^2 \quad (3)$$
- Transporte radiativo:
$$\frac{dT}{dr} = -\frac{l_r\kappa_r\rho_r}{16\pi\sigma r^2 T^3} \quad (4)$$
- Ecuación de estado:
$$P_r = \frac{k}{\langle m \rangle} T_r \rho_r \quad (5)$$



Con estas condiciones de borde

Centro, $r=0$

$$M(0) = M_0 = 0$$

$$l(0) = l_0 = 0$$

$$P(0) = P_0$$

$$T(0) = T_0$$

$$\rho(0) = \rho_0$$

$$\varepsilon(0) = \varepsilon_0$$

$$\kappa = \text{cte}$$

Superficie, $r=R_s$

$$M(R_s) = M_s$$

$$l(R_s) = L_s$$

$$P(R_s) = 0$$

$$T(R_s) = T_s \sim 0$$

$$\rho(R_s) = 0$$

$$\varepsilon(R_s) = 0$$

$$\kappa = \text{cte}$$

Integración numérica a mano de dos pasos

- Consideramos dos puntos, en el centro ($r=0$) y en la superficie externa ($r=R_s$). Es burdo pero efectivo →
 - Diferenciales a diferencias finitas:

$$dM_r \rightarrow \Delta M_r = M_{R_s} - M_0 = M_s - 0 = M_s$$

- Evaluaciones a valores promedios

$$\rho_r \rightarrow \rho_r = \frac{\rho_{R_s} + \rho_0}{2} = \frac{0 + \rho_0}{2} = \frac{\rho_0}{2}$$

$$r^2 \rightarrow r^2 = \left(\frac{r_{R_s} + r_0}{2} \right)^2 = \left(\frac{R_s + 0}{2} \right)^2 = \frac{R_s^2}{4}$$