

Tarih: 06/04/2022
Saat : 16:30-17:40

ADI SOYADI:

ÖĞRENCİ NO:

BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
DİFERENSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI

1	2	3	4	TOPLAM
25	25	25	25	100

Kutuların içerisine karalama yapmayınız!

İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR

1) $y = c_1 \frac{1}{x} + c_2 \frac{1}{x^3}$ eğri ailesini çözüm kabul eden en düşük basamaktan diferensiyel denklemi bulunuz ve bulduğunuz denklemin mertebe, derece ve lineerliğini yazınız.

$$y' = -c_1 x^{-2} - 3c_2 x^{-4}$$

(5)

$$y'' = 2c_1 x^{-3} + 12c_2 x^{-5}$$

$$c_1 = \left(\frac{-y'' - 4x^{-1}y'}{2} \right) x^3$$

(5)

$$c_2 = \left(\frac{2x^{-1}y' + y''}{6} \right) x^5$$

(5)

ile

$$x^2 y'' + 5x y' + 3y = 0$$

(5)

2. mertebe, 1. derece ve lineer. (5)

2) $xy' = x^4(y-x)^2 + y$ denkleminin $y = ax$ şeklinde bir özel çözümünü elde ederek, genel çözümünü bulunuz.

$y = ax \Rightarrow y' = a$ olup denklemde yerine yazılırsa $a = 1$ olarak bulunur. Böylece $\boxed{y_1 = x}$ (5) özel çözümdür.

$$y = x + \frac{1}{u} \quad y' = 1 + \frac{u'}{u^2} \quad \text{ile}$$

$$\boxed{xu' + u = -x^4} \quad (10) \text{ lineer denkleme elde edilir.}$$

$$(xu)' = -x^4 \Rightarrow xu = -\frac{x^5}{5} + C$$

$$\Rightarrow \boxed{u = -\frac{x^4}{5} + \frac{C}{x}} \quad (5) \text{ olup}$$

$$\boxed{y = x + \frac{1}{-\frac{x^4}{5} + \frac{C}{x}}} \quad (5) \text{ elde edilir.}$$

3) $2p^2(y-xp)=1$ denkleminin genel çözümünü ve varsa aykırı çözümünü elde ediniz. ($y'=p$)

$$y = xp + \frac{1}{2p^2} \quad \text{Clairaut}$$

x' e göre türev alınırsa

$$p = p + x \frac{dp}{dx} - \frac{1}{p^3} \frac{dp}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dx} \left(x - \frac{1}{p^3} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow p = c \Rightarrow$$

$$\boxed{y = cx + \frac{1}{2c^2}} \quad (5)$$

Genel Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} (5) \quad x - \frac{1}{p^3} = 0 \\ y = xp + \frac{1}{2p^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{8y^3 = 27x^2} \quad (10)$$

Aykırı Çözüm

- 4) Karakteristik denkleminin kökleri $0, 0, -3, \sqrt{2}, \mp 3i, \mp 3i, 2 \mp 5i$ olan sabit katsayılı homojen denklemin,
a) Temel Çözümler Kümesini (10)
b) Genel Çözümünü (15)
yazınız.

a) T.Ç.K. = $\left\{ 1, x, e^{-3x}, e^{\sqrt{2}x}, \cos 3x, \sin 3x, x \cos 3x, x \sin 3x, e^{2x} \cos 5x, e^{2x} \sin 5x \right\}$ (10)

b) $y = \underbrace{C_1 + C_2 x}_{(3)} + \underbrace{C_3 e^{-3x} + C_4 e^{\sqrt{2}x}}_{(3)} + \underbrace{\cos 3x (C_5 + C_6 x)}_{(3)} + \underbrace{\sin 3x (C_7 + C_8 x)}_{(3)} + \underbrace{e^{2x} (C_9 \cos 5x + C_{10} \sin 5x)}_{(3)}$