

doi:10.3969/j.issn.1673-3142.2022.07.025

# 基于电动轮汽车四轮转向控制策略研究

魏晗

(212013 江苏省 镇江市 江苏大学 汽车与交通工程学院)

[摘要] 为提高四轮转向汽车的稳定性,提出了一种基于电动轮汽车的线性二次型调节器(Linear Quadratic Regulator, LQR)控制与直接横摆力矩(Direct Yaw-moment Control, DYC)协调控制策略。首先设计了以侧向车速、横摆角速度和侧向位移为控制目标的 LQR 控制器,然后设计了以横摆角速度为控制目标的 DYC 控制器,最后通过 CarSim 与 MATLAB 联合仿真验证表明:在良好工况下,LQR 控制四轮转向车辆可实现质心侧偏角趋近于 0 和横摆角速度在理想范围内的折中优化控制。在极限工况下,LQR 四轮转向系统中附加横摆力矩协调控制可明显提高车辆的稳定性。

[关键词] 电动轮汽车;四轮转向;LQR 控制;直接横摆力矩;CarSim

[中图分类号] TM911.42; U464.141 [文献标志码] A [文章编号] 1673-3142(2023)07-0120-05

引用格式:魏晗.基于电动轮汽车四轮转向控制策略研究[J].农业装备与车辆工程,2023,61(7):120-124.

## Research on four-wheel steering control strategies based on electric wheel vehicle

WEI Han

(School of Automotive and Traffic Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, Jiangsu, China)

[Abstract] In order to improve the stability of four-wheel steered vehicles, a linear quadratic regulator (LQR) control and direct yaw-moment (DYC) coordinated control strategy based on electric-wheeled vehicles are proposed. Firstly, the LQR controller is designed with the lateral vehicle speed, yaw rate and lateral displacement as the control objectives, and then the DYC controller is designed with the yaw rate as the control objective. Under the working conditions, the LQR-controlled four-wheel steering vehicle can realize the compromise optimal control of the center of mass slip angle approaching zero value and the yaw angular velocity within the ideal range. The coordinated control of the sway moment can significantly improve the stability of the vehicle.

[Key words] electric wheel vehicle; four-wheel steering; LQR control; direct yaw moment; CarSim

## 0 引言

四轮转向(4WS)系统是一种汽车前两车轮和后两车轮均可以主动转向的系统,也可称为全轮主动转向系统或后轮主动转向系统。单一的四轮转向控制汽车在极限工况下具有一定的局限性,因此可将四轮转向技术应用在电动轮汽车上,借助电动轮汽车(轮毂电机驱动电动汽车)四轮转矩独立可控的特点,提高车辆在极限工况下的行驶稳定性<sup>[1]</sup>。电动轮四轮转向汽车仅需根据控制器命令实现控制,无须复杂的机械传动结构,具有响应速度快、稳定性强等优点<sup>[2]</sup>。最早的四轮转向控制方法是前后轮比例控制<sup>[3]</sup>;后来 Hajjaji 等<sup>[4]</sup>提出了一种模糊四轮转向控制方法。早期的控制方法均基于线性理想模型进行研究,近年来,Yuan 等<sup>[5]</sup>提出了滑模控制策略,该策略可获得较小的质心侧偏角,提

高了车辆的稳定性。

基于传统汽车四轮转向控制策略前人已经有了大量研究,为进一步优化四轮转向在电动轮汽车上的应用,本文设计了 LQR 与 DYC 协调控制策略,并通过 CarSim 与 MATLAB 联合仿真验证了该控制策略的有效性。

## 1 车辆动力学建模

本文建模和仿真所用的整车参数如表 1 所示;四轮转向二自由度(2DOF)模型,如图 1 所示。

表 1 车辆整车模型参数

Tab.1 Vehicle model parameters

序号	参数名称	参数数值
1	整车质量 $m/\text{kg}$	1 700
2	质心至前轴的距离 $L_f/\text{m}$	1.25
3	质心至后轴的距离 $L_r/\text{m}$	1.35
4	轮胎转动惯量 $I_z/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1 343.1
5	前两轮的侧偏刚度 $C_1/\text{rad}$	-56 864

收稿日期:2022-05-05

(续表)

序号	参数名称	参数数值
6	后两轮的侧偏刚度 $C_2$ /rad	-66 864
7	总轴距 $L$ /m	2.6
8	左右车轮间距 $D$ /m	1.6
9	汽车车轮滚动半径 $R$ /m	0.3

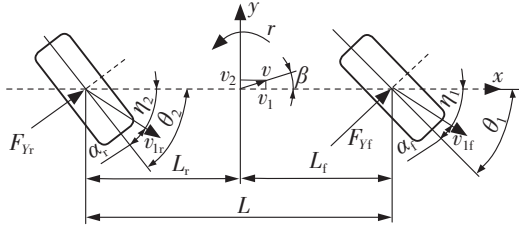


图 1 汽车四轮转向动力学模型

Fig.1 Dynamic model of automobile four-wheel steering

图 1 中:  $\alpha$ ——侧偏角;  $\alpha_f, \alpha_r$ ——汽车前、后轮侧偏角;  $C$ ——车辆侧偏刚度;  $C_1$  和  $C_2$ ——汽车两前轮和两后车轮的侧偏刚度之和;  $F_{yf}, F_{yr}$ ——地面对汽车前两轮、后两轮的侧向作用力, 且  $F_v = C\alpha$ ;  $L_f, L_r$ ——汽车质心到前、后轴的距离;  $\theta_1, \theta_2$ ——前两轮和后两轮的转向角;  $V_{1f}, V_{1r}$ ——汽车前两轮和后两轮轮心速度;  $\eta_1$ —— $V_{1f}$  与  $x$  轴夹角;  $\eta_2$ —— $V_{1r}$  与  $x$  轴夹角。

根据牛顿第二定理和牛顿矢量力学体系, 建立的二自由度下四轮转向车辆沿  $y$  轴和  $z$  轴的合力矩动力学方程为

$$\begin{cases} \sum F_y = F_{yf} \cos \theta_1 + F_{yr} \cos \theta_2 = m a_y \\ \sum M_z = L_f F_{yf} \cos \theta_1 - L_r F_{yr} \cos \theta_2 = I_z \dot{r} \end{cases} \quad (1)$$

汽车行驶过程中质心侧偏角极小, 因此可取  $\tan \beta = \frac{v_2}{v_1} = \beta$ , 则式 (1) 可写为

$$\begin{cases} (C_1 + C_2) \frac{v_2}{v_1} + \frac{C_1 L_f - C_2 L_r}{v_1} r - C_1 \theta_1 - C_2 \theta_2 = m(\dot{v}_2 + v_1 r) \\ (L_f C_1 - L_r C_2) \frac{v_2}{v_1} + \frac{C_1 L_f^2 + C_2 L_r^2}{v_1} r - L_f C_1 \theta_1 + L_r C_2 \theta_2 = I_z \dot{r} \end{cases} \quad (2)$$

取系统的状态变量  $X = [v_2 \ r \ y]^T$ , 输入变量  $U = [\theta_1 \ \theta_2]^T$ , 输出变量  $Y = [r \ y]^T$ , 其中  $y$  为汽车侧向位移, 将式 (2) 整理可得:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{C_1 + C_2}{m v_1} & \frac{C_1 L_f - C_2 L_r}{m v_1} - v_1 & 0 \\ \frac{L_f C_1 - L_r C_2}{I_z v_1} & \frac{C_1 L_f^2 + C_2 L_r^2}{I_z v_1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -\frac{C_1}{m v_1} & -\frac{C_2}{m v_1} \\ -\frac{L_f C_1}{I_z} & \frac{L_r C_2}{I_z} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

## 2 控制系统设计

### 2.1 LQR 四轮转向控制器设计

线性二次型调节器 (Linear Quadratic Regulator, LQR) 是用于解决被控系统为线性系统的控制问题, 可同时具有多个控制目标, 当控制无法保证控制目标均为最优的情况下, 可利用此控制方法作为控制手段。LQR 的控制目标是使状态量与期望值的误差最小, 在控制中应尽可能使性能指标  $J$  最小化, 如式 (3) 所示可将性能指标  $J$  简化为积分型<sup>[6]</sup>:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (X^T Q X + U^T R U) dt \quad (3)$$

式中:  $R$ ——正定矩阵;  $Q$ ——半正定矩阵, 且  $R$  和  $Q$  均为加权矩阵;  $X$ ——被控系统的状态变量;  $U$ ——被控系统的输入变量。

可令状态变量的理想值为  $X_d = [v_{2d} \ r_d \ y_d]^T$ , 其中  $y_d$  可在 CarSim 中设置输出变量获取, 也可用先进的预瞄技术获取。

令误差  $\varepsilon = X - X_d$ , 根据式 (3) 优化性能指标为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty [(X - X_d)^T Q (X - X_d) + U^T R U] dt = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\varepsilon^T Q \varepsilon + U^T R U) dt \quad (4)$$

$Q, R$  值的选取一般根据不断试验得来<sup>[7]</sup>, 式 (4) 结合 LQR 控制原理得 4WS 系统最优输入为

$$U^*(t) = -(R + B^T P B)^{-1} B^T P A \varepsilon \quad (5)$$

### 2.2 阿克曼四轮独立转角计算模块

阿克曼转向定理可表述为, 汽车转向时所有车轮必须满足绕同一转向瞬心点转动, 这样才能保证车辆各个车轮在不同圆周轨迹上作纯滚动<sup>[8]</sup>。根据阿克曼转向定理和车辆几何关系可得到四轮转角之间的关系为

$$\begin{cases} \theta_{1l} = \arctan \left( \frac{L \tan \theta_1}{L - \frac{D}{2} (\tan \theta_1 + \tan \theta_2)} \right) \\ \theta_{1r} = \arctan \left( \frac{L \tan \theta_1}{L + \frac{D}{2} (\tan \theta_1 + \tan \theta_2)} \right) \\ \theta_{2l} = \arctan \left( \frac{L \tan \theta_2}{L - \frac{D}{2} (\tan \theta_1 + \tan \theta_2)} \right) \\ \theta_{2r} = \arctan \left( \frac{L \tan \theta_2}{L + \frac{D}{2} (\tan \theta_1 + \tan \theta_2)} \right) \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\theta_{1l}, \theta_{1r}$ ——汽车左前轮、右前轮的转向角;  $\theta_{2l}, \theta_{2r}$ ——汽车左后轮、右后轮的转向角。

## 2.3 DYC 控制系统设计

### 2.3.1 上层滑模控制器设计

在滑模控制中首先预设切换函数,即“滑动模态”滑模面,然后使被控对象在预设的滑模面上移动<sup>[9]</sup>。

设有一个非线性系统:

$$\dot{x} = f(x), x \in R^n \quad (7)$$

滑模控制设计的核心为根据控制目标建立滑模面,控制器以横摆角速度为控制目标,将理想横摆角速度和实际横摆角速度的偏差值作为滑模控制的输入量,为提高控制系统的计算时间和运行效率需将各参数离散化,定义系统的离散滑模面为

$$s(k) = c(r(k) - r_d(k)) \quad (8)$$

$$s(k+1) = c(r(k+1) - r_d(k)) \quad (9)$$

式中:  $c$ ——控制系数;  $r_d(k)$ ——期望横摆角速度。

指数控制律不能完全消除部分抖振,为进一步减轻抖振,可用饱和函数  $\text{sat}(s(k))$  替代  $\text{sgn}(s(k))$ ,  $\text{sat}(s(k))$  的函数关系可表示为

$$\text{sat}(s(k)) = \begin{cases} 1 & s(t) > \Delta \\ qs(t) & |s(t)| < \Delta, q = \frac{1}{\Delta} \\ -1 & s(t) < -\Delta \end{cases} \quad (10)$$

$\Delta$  为正值,表示边界厚度。根据指数趋近律可得滑模控制规律为

$$\Delta M_z = \frac{-\epsilon I_z \text{sgn}(s(k))}{c} + \frac{I_z(1 - kT_s)s(k)}{cT_s} + \frac{I_z r_d}{T_s} - (L_f C_1 - L_r C_2) \frac{v_2}{v_1} - \left( \frac{C_1 L_f^2 + C_2 L_r^2}{v_1} + \frac{I_z}{T_s} \right) r(k) + L_f C_1 \theta_1 \quad (11)$$

### 2.3.2 下层转矩分配控制器设计

电动轮对 4 个车轮电机的单独控制主要是对车轮纵向力的控制,且在车轮力矩优化分配中,车轮的侧向力为常不变量<sup>[10]</sup>,其值对最优值的求解没有影响,因此,在优化轮胎最小利用率时,仅考虑 4 个轮胎的纵向力,则性能指标可写为

$$J = \min \sum \frac{F_{xi}^2}{(\mu_i F_{zi})^2}, i = fl, fr, rl, rr \quad (12)$$

在优化纵向力时,应满足以下条件:

(1) 满足直接横摆力矩的要求,4 个车轮的力矩之和应与直接横摆力矩相同,表达式为

$$-\frac{D}{2} F_{xfl} + \frac{D}{2} F_{xfr} - \frac{D}{2} F_{xrl} + \frac{D}{2} F_{xrr} = \Delta M_z \quad (13)$$

(2) 满足车速要求,可将轮胎纵向力与纵向加速度的关系表示为

$$F_{xfl} + F_{xfr} + F_{xrl} + F_{xrr} = m(\dot{v}_2 + v_1 r) \quad (14)$$

(3) 满足电动轮电机输出的转矩峰值要求,已知轮毂 4 个电机的转矩与轮胎纵向力和车轮滚动

半径的关系为

$$T_i = F_{xi} R_{eff}, i = fl, fr, rl, rr \quad (15)$$

根据电机峰值的要求,轮胎纵向力与 4 个电机转矩峰值的关系为

$$\frac{-T_{imax}}{R_{eff}} \leq F_{xi} \leq \frac{T_{imax}}{R_{eff}}, i = fl, fr, rl, rr \quad (16)$$

## 2.4 协调控制器设计

一般工况下,4WS 车辆的稳定性和循迹性较好,只有在极限工况下才需要 DYC 的协调控制。协调控制器的优化目标为横摆角速度,在极限工况下,当 4WS 车辆的横摆角速度与理想值的偏差达到一定极限值时,车辆就会处于失稳状态,因此,可选取固定的偏差极限值,当横摆角速度的偏差值的绝对值超过此值时,控制系统只采用 DYC 控制,此时可等效为只有 DYC 控制的两轮转向车辆。

在 CarSim 中设置车速为 80 km/h,路面附着系数为 0.2 的双移线极限工况,路径设置为图 2 所示。将上述 LQR 控制四轮转向车辆和 DYC 控制车辆在该工况下进行联合仿真,可得横摆角速度与理想值的偏差如图 3 所示。

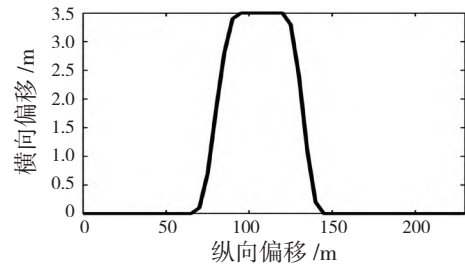


图 2 双移线路径

Fig.2 Path settings

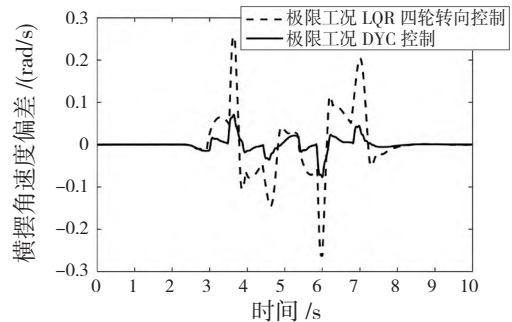


图 3 横摆角速度偏差

Fig.3 Deviation of yaw rate

由图 3 可知,在极限工况下,LQR 控制较差,可选取 0.07 rad/s 为固定的偏差极限值,当 LQR 控制四轮转向车辆的横摆角速度输出值与理想值的偏差绝对值超过 0.07 rad/s 时,系统采用 DYC 协调控制。

3 仿真分析与验证

3.1 LQR 单独控制四轮转向车辆仿真分析

在 CarSim 中设置上述双移线工况，用 MATLAB 作为仿真环境得到的结果如图 4 和图 5 所示。由图 4 和图 5 可以看出，在同样的高速和低速路面附着系数下，两轮转向车辆在 4 s 以后就处于失稳状态，而 LQR 控制四轮转向车辆经过波动后仍然可达到稳定状态，但横摆角速度的值与理想横摆角速度的值有一定偏差，因此，如果工况在更为极限状态下，LQR 控制的四轮转向车辆就有失稳的可能，所以 LQR 控制策略在部分极限工况下有一定的局限性。

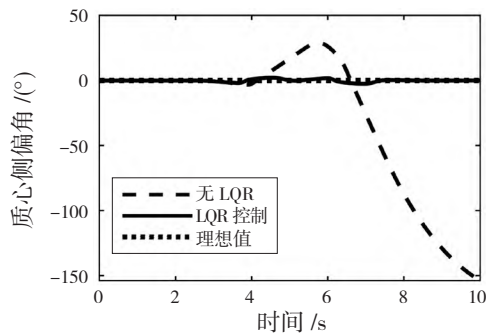


图 4 质心侧偏角变化曲线  
Fig.4 Variation curve of side slip angles

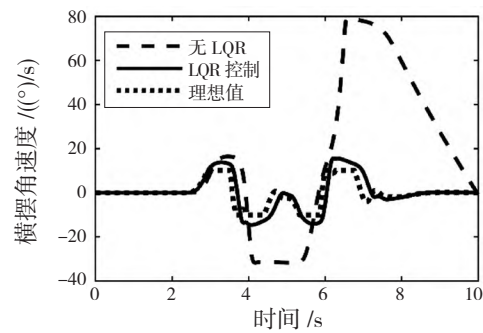


图 5 横摆角速度变化曲线  
Fig.5 Variation curve of yaw rate

3.2 4WS-DYC 协调控制联合仿真分析

通过 MATLAB/Simulink 进行联合仿真，得到图 6—图 11 所示的仿真结果。由图 6、图 7 和表 2 可知，4WS-DYC 协调控制系统相较于单一的 LQR 四轮转向控制系统，有效减小了车辆质心侧偏角的值，缩小了系统输出的实际横摆角速度与理想值的差距，缩小了与理想轨迹的偏差，这说明应用 4WS-DYC 协调控制策略可以提高车辆在低速时的灵活性和高速时的稳定性，该控制策略可以得到理想的控制效果。

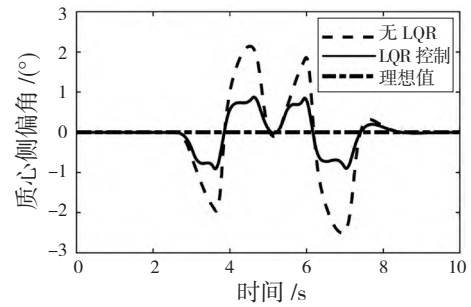


图 6 质心侧偏角变化曲线  
Fig.6 Variation curve of side slip angles

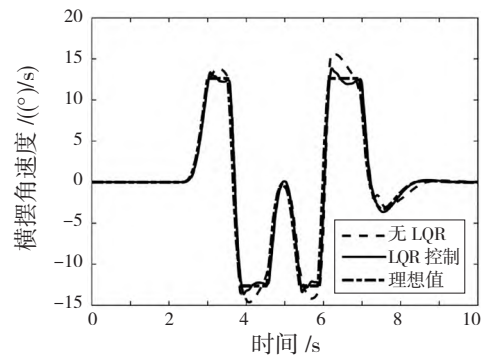


图 7 横摆角速度变化曲线  
Fig.7 Variation curve of yaw rate

表 2 变量最大值对比

Tab.2 Comparison of maximum values of variables		
控制策略类型	质心侧偏角 / (°)	横摆角速度 / ((°)/s)
LQR 四轮转向控制	2.143	15.51
LQR+DYC	0.876 4	13.81

由图 8 可知，协调控制的车辆更趋近于理想值。车辆纵向速度是衡量车辆稳定性的重要参数，车辆在不同的控制系统中纵向速度的变化曲线如图 9 所示，由图 9 可知，无控制的两轮转向车辆稳定性较差，在车辆刚开始行驶时，纵向速度就在不断下降，而附加 LQR 四轮转向控制和直接横摆力矩协调控制的车辆就可以有效地抑制这种弊端。

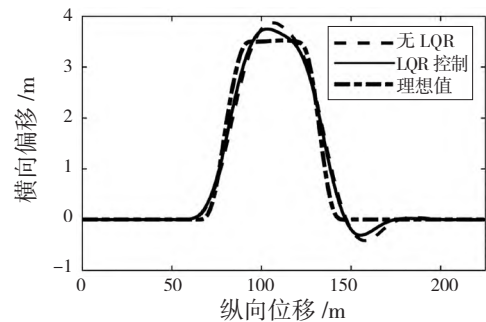


图 8 不同控制的轨迹变化  
Fig.8 Trajectory changes of different controls



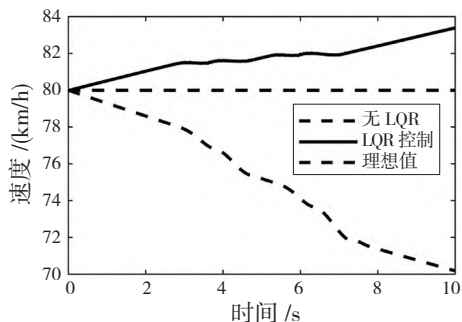


图 9 纵向速度变化图

Fig.9 Longitudinal speed variation diagram

由图 10 和图 11 可知, 所设计的控制系统中的各个控制器均可正常运行, 车辆在极限工况下 DYC 协调控制比单独的 LQR 四轮转向控制要更稳定。综上所述, 在 LQR 四轮转向系统中附加横摆力矩协调控制的控制策略可以明显提高车辆在极限工况下的稳定性。

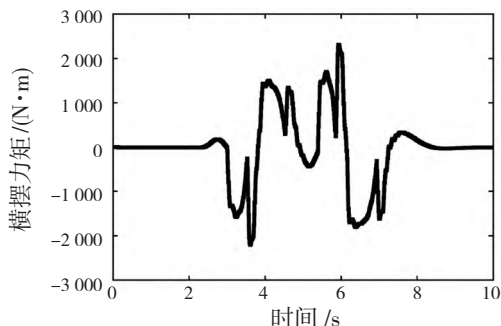


图 10 横摆力矩变化曲线

Fig.10 Variation curve of yaw moment

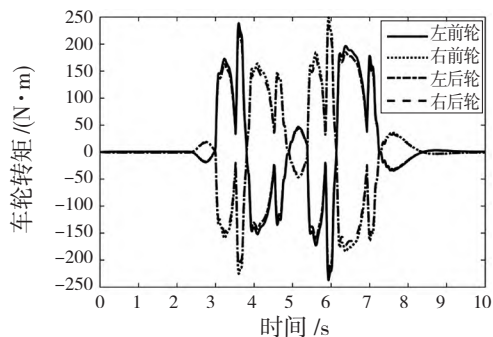


图 11 4 个车轮转矩变化曲线

Fig.11 Torque variation curve of four wheels

#### 4 结论

为提高四轮转向车辆的稳定性, 本文基于电动轮汽车设计了 4WS 与 DYC 协调控制系统, 并通过 MATLAB 和 CarSim 联合仿真对其进行了有效性验证, 主要结论如下:

(1) 建立了 4WS 动力学模型, 并基于该模型设计了 LQR 四轮转向控制器。将 LQR 控制器与阿克曼转角计算模块相结合, 搭建了电动轮汽车四轮转向控制模型, 通过仿真验证表明, LQR 控制可提高 4WS 车辆的稳定性, 但在极限工况下具有局限性。

(2) 考虑到 LQR 控制的局限性, 设计了分层 DYC 控制器, 并通过设计的协调控制器搭建了 4WS 与 DYC 协调控制系统, 仿真验证表明, 协调控制明显提高车辆在极限工况下的稳定性。

本文所研究的控制策略仅在虚拟样机模型进行了仿真分析, 下一步的工作是将控制策略应用在实车上进行深入研究, 为四轮转向电动汽车产业化提供参考。

#### 参考文献

- [1] 姬晓, 李刚, 曹天琳. 四轮独立驱动与转向电动汽车四轮转向研究综述[J]. 汽车实用技术, 2020, 45(17): 5-7.
- [2] LEI Yulong, WEN Guanzheng, FU Yao, et al. Trajectory-following of a 4WD-4WS vehicle via feedforward-backstepping sliding-mode control[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2022, 236(2-3): 322-333.
- [3] SHOICHI S, FURUKAWA Y, SHIRAIISHI S. Four wheel steering system with rear wheel steer angle controlled as a function of steering wheel angle[J]. SAE Technical Paper Series, 1986, 95: 886-893.
- [4] EL HAJJAJI A, CIOCAN A, HAMAD D. Four wheel steering control by fuzzy approach[J]. Journal of intelligent & robotic systems, 2005, 41(2): 141-156.
- [5] YUAN Haiying, GAO Yuan, DAI Xisheng, et al. Four-wheel-steering vehicle control via sliding mode strategy[J]. 2017 6th Data Driven Control and Learning Systems (DDCLS), 2017: 572-577.
- [6] CHEN Xinbo, PENG Yibing, HANG Peng, et al. Path tracking control of four-wheel independent steering electric vehicles based on optimal control[C]//Technical Committee on Control Theory, Chinese Association of Automation, 2020: 5436-5442.
- [7] 孙林. 主动后轮转向及全主动四轮转向控制功能与算法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2021.
- [8] JAN B-B, ING-HANIS T. Decoupling of vehicle lateral dynamics using four-wheel steering system[C]//IEEE, International Conference on Process Control (PC), 2021: 243-248.
- [9] 张聪. 基于线控 4WS 和 DYC 的汽车操纵稳定性控制策略研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2013.
- [10] SAVITSKI D, VALENTIN I, KLAUS A, et al. Wheel slip control for the electric vehicle with in-wheel motors: variable structure and sliding mode methods[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(10): 8535-8544.

作者简介 魏晗(1995-), 女, 硕士研究生, 研究方向: 车辆系统动力学控制。E-mail: 18860877003@163.com