



تمرین کامپیوتری شماره ۴



ساختمان داده و الگوریتم - بهار ۱۴۰۰

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مسئول تمرین : دانشور امراللهی

مهلت تحویل : ۲۸ خرداد

استاد : دکتر شجاعی

مسأله یک: ساختمان‌های پرستون

تام وارد برای برای گذراندن دوره کارآموزی نزد جان گرگوری، باید مسئله زیر را حل کند:

شهر پرستون با یک جدول مستطیلی n (سطر) در m (ستون) نشان داده شده است. هر خانه از این جدول نشان دهنده یک ساختمان از شهر پرستون است. می‌دانیم بنی‌لیزی جادوگر، در لحظه صفر، k تا از ساختمان‌ها را آتش می‌زند. با گذشتن هر ۱ دقیقه، آتش از هر ساختمان به تمام ساختمان‌های مجاور ضلعی آن منتقل می‌شود (با سرایت آتش به یک ساختمان، اگر سالم بوده آتش می‌گیرد و اگر در حال سوختن بوده به سوختن ادامه می‌دهد). تام باید با دریافت مختصات ساختمان‌هایی که بنی‌لیزی تصمیم به آتش زدن دارد، لحظه‌ای که آخرین ساختمان سالم آتش می‌گیرد را محاسبه کند. به تام کمک کنید به جواب سوال خود برسد.

ورودی

در سطر اول ابعاد شهر یعنی همان n و m نوشته شده‌اند (ابتدا سطر و سپس ستون).

در سطر دوم عدد k می‌آید که تعداد ساختمان‌هایی که بنی‌لیزی آتش می‌زند را نشان می‌دهد.

در سطر بعدی به ترتیب k جفت عدد $(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)$ می‌آید که مختصات ساختمان‌هایی است که بنی‌لیزی آن‌ها را آتش می‌زند.

$$1 \leq n, m \leq 2000$$

$$1 \leq k \leq 10$$

$$1 \leq x_i \leq n, 1 \leq y_i \leq m$$

خروجی

یک عدد خروجی دهید که لحظه‌ای را نشان دهد که آخرین ساختمان آتش می‌گیرد.

نمونه ورودی و خروجی

Input:

3 3
1
1 1

Output:

5

Input:

10 10
4
5 3 4 7 7 5 8 5

Output:

8

مسأله دو: درخت آلیس

بعد از این که تام مسئله بالا را حل کرد، جان به او استراحت می‌دهد. تام از فرصت استفاده می‌کند و به جنگل می‌رود تا آلیس که کفش‌هایی نوک‌تیز دارد را ببیند (با این که محافظ به او گفته بود از او دوری کند). تام، آلیس را در حال کلنجار با یک درخت می‌بیند و آلیس از تام کمک می‌خواهد به خواسته زیر برسد:

آلیس به تام یک درخت ریشه دار n راسی می‌دهد. ریشه این درخت با شماره 1 مشخص می‌شود. هر راس یک مقدار دارد که این مقدار دقیقا 0 یا 1 است. روی راس i م در حالت اولیه مقدار $init_i$ نوشته شده است. تام مجاز است فقط یک نوع عملیات روی درخت انجام دهد. با انجام این عمل روی راس x اتفاق‌های زیر می‌افتد:

- مقدار راس x برعکس می‌شود.
- مقدار فرزندان راس x دست نخورده باقی می‌مانند.
- مقدار فرزندان فرزندان راس x برعکس می‌شود.
- مقدار فرزندان فرزندان فرزندان راس x دست نخورده باقی می‌ماند.
- مقدار فرزندان فرزندان فرزندان فرزندان راس x برعکس می‌شود.
- ...

منظور از «برعکس شدن» همان عمل NOT است. اگر یک باشد به صفر تبدیل می‌شود و اگر صفر باشد به یک تبدیل می‌شود.

آلیس می‌خواهد در نهایت روی راس i م عدد $goal_i$ نوشته شده باشد و همچنین کمترین تعداد حرکت را انجام داده باشد. لطفا به تام کمک کنید تا هدف آلیس را برآورده کند.

ورودی

در خط اول یک عدد n نشان دهنده تعداد راس‌های درخت داده می‌شود.

در $n - 1$ سطر بعدی اعداد u_i و v_i داده می‌شوند که نشان می‌دهد بین راس u_i و y_i یک یال وجود دارد.

در سطر بعدی n تا عدد به ترتیب $init_1$ و ... و $init_n$ داده می‌شود که مقدار اولیه راس‌هاست.

در سطر آخر هم n تا عدد به ترتیب $goal_1$ و ... و $goal_n$ داده می‌شود که مقدار هدف راس‌هاست.

$$1 \leq n \leq 100000$$

$$1 \leq u_i, v_i \leq n, u_i \neq v_i$$

خروجی

در سطر اول خروجی عدد t را بنویسید که تعداد عملیات را نشان دهد.

در هر کدام از t سطر بعدی، در سطر i م عدد x_i را بنویسید که نشان می‌دهد در حرکت i م، روی راس x_i عملیات انجام داده‌اید.

نمونه ورودی و خروجی

Input:

```
10
2 1
3 1
4 2
5 1
6 2
7 5
8 6
9 8
10 5
1 0 1 1 0 1 0 1 0 1
1 0 1 0 0 1 1 1 0 1
```

Output:

```
2
4
7
```

مسئله سه: دستکش‌های رنگی

برای جان گرگوری، یک ماموریت فوری پیش می‌آید و مجبور می‌شود از تام بخواهد در چپیدن (اسم شهر) برای m روز ساکن بماند. در چپیدن، مواد خطرناکی وجود دارند که برای لمس هر کدام از آن‌ها نیاز به دستکش خاصی دارد. تام در مجموع n لنگه دستکش دارد که هر کدام می‌توانند یکی از رنگ‌های 1 تا k را داشته باشند. همچنین دستکش‌ها از 1 تا n شماره‌گذاری شده‌اند. جان گرگوری، یک برنامه پوشیدن دستکش برای تام آماده می‌کند و از او می‌خواهد در روز i ، لنگه دستکش l_i را برای دست چپ و لنگه دستکش r_i را برای دست راست خود بپوشد. جان که برنامه را از روی عجله آماده کرده بود، به همرنگ بودن لنگه دستکش‌هایی که تام باید برای یک روز بپوشد دقت نکرد. تام برای این که آبرویش پیش آلیس نرود، از سطل‌های رنگی که در حیاط خانه محافظ وجود دارد می‌تواند استفاده نامحدود کند و هر لنگه دستکشی را که بخواهد با هر رنگ دلخواه جدیدی رنگ کند. اما برای این که محافظ متوجه استفاده تام از سطل‌های او نشود، باید تعداد دستکش‌هایی که تام روی آن‌ها رنگ جدید می‌زند کمینه باشد.

ورودی

در سطر اول ورودی به ترتیب سه عدد n و m و k داده می‌شوند که نشان دهنده تعداد دستکش‌های تام، تعداد روزهایی که تام باید دستکش دست کند و تعداد رنگ‌های موجود می‌باشند.

در سطر بعدی n عدد c_1 و ... و c_n داده می‌شوند که c_i نشان دهنده رنگ اولیه لنگه دستکش شماره i می‌باشد.

در هر یک از m خط بعدی، یک جفت عدد l_i, r_i می‌آید که نشان دهنده شماره لنگه دستکش‌هایی است که تام باید در روز i به دست کند.

$$2 \leq n \leq 200000$$

$$0 \leq m \leq 200000$$

$$1 \leq k \leq 200000$$

$$1 \leq c_i \leq k$$

$$1 \leq l_i, r_i \leq n, l_i \neq r_i$$

خروجی

یک عدد که حداقل تعداد دستکش‌هایی که تایم باید روی آن‌ها رنگ جدید بزند را نشان دهد.

نمونه ورودی و خروجی

Input:

```
3 2 3
1 2 3
1 2
2 3
```

Output:

```
2
```

Input:

```
3 2 2
1 1 2
1 2
2 1
```

Output:

```
0
```

مسأله چهار: درخت گریملکین

تام وارد و گریملکین که حالا هم‌پیمان شده‌اند، بازی زیر را انجام می‌دهند:

گریملکین مجموعه‌ای از اعداد طبیعی به نام S دارد. تام به تعداد q مرحله و در هر مرحله می‌تواند از گریملکین بخواهد یکی از ۳ کار زیر را برای او انجام دهد:

۱. از گریملکین بخواهد عدد x را مجموعه S اضافه کند.

۲. از گریملکین بپرسد آیا عدد x در مجموعه S وجود دارد یا نه.

۳. تعداد اعداد کوچکتر از x را در مجموعه S پیدا کند.

همچنین تضمین می‌شود که تام هیچ عدد تکراری به گریملکین برای اضافه کردن به مجموعه ندهد.

ورودی

در خط اول عدد q که همان تعداد درخواست‌های تام است می‌آید.

در هر یک از q خط بعدی یک دستور از ۳ دستور گفته شده با فرمت زیر می‌آیند:

1 x: عدد x را به مجموعه S اضافه می‌کند

2 x: از گریملکین می‌پرسد آیا عدد x در مجموعه S هست یا نه

3 x: از گریملکین تعداد اعداد کوچکتر از x در مجموعه S را می‌خواهد

$$1 \leq q \leq 10^5$$

$$1 \leq x \leq 10^5$$

خروجی

به ازای دستور نوع اول، چیزی نیازی نیست چاپ کنید.

به ازای دستور نوع دوم، کلمه YES یا NO را چاپ کنید.

به ازای دستور سوم یک عدد که نشان دهنده تعداد اعداد کوچکتر از X که در دستور آمده را چاپ کنید.

نمونه ورودی و خروجی

Input:

```
7
1 5
2 7
1 4
1 6
2 4
1 10
3 8
```

Output:

```
NO
YES
3
```

نکات تکمیلی

- برای ارسال پاسخ‌های خود به **صفحه ایجاد شده** برای تمرین مراجعه نمایید.
- هدف این تمرین یادگیری شماست. لطفاً تمرین را خودتان انجام دهید. در صورت کشف تقلب مطابق قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.