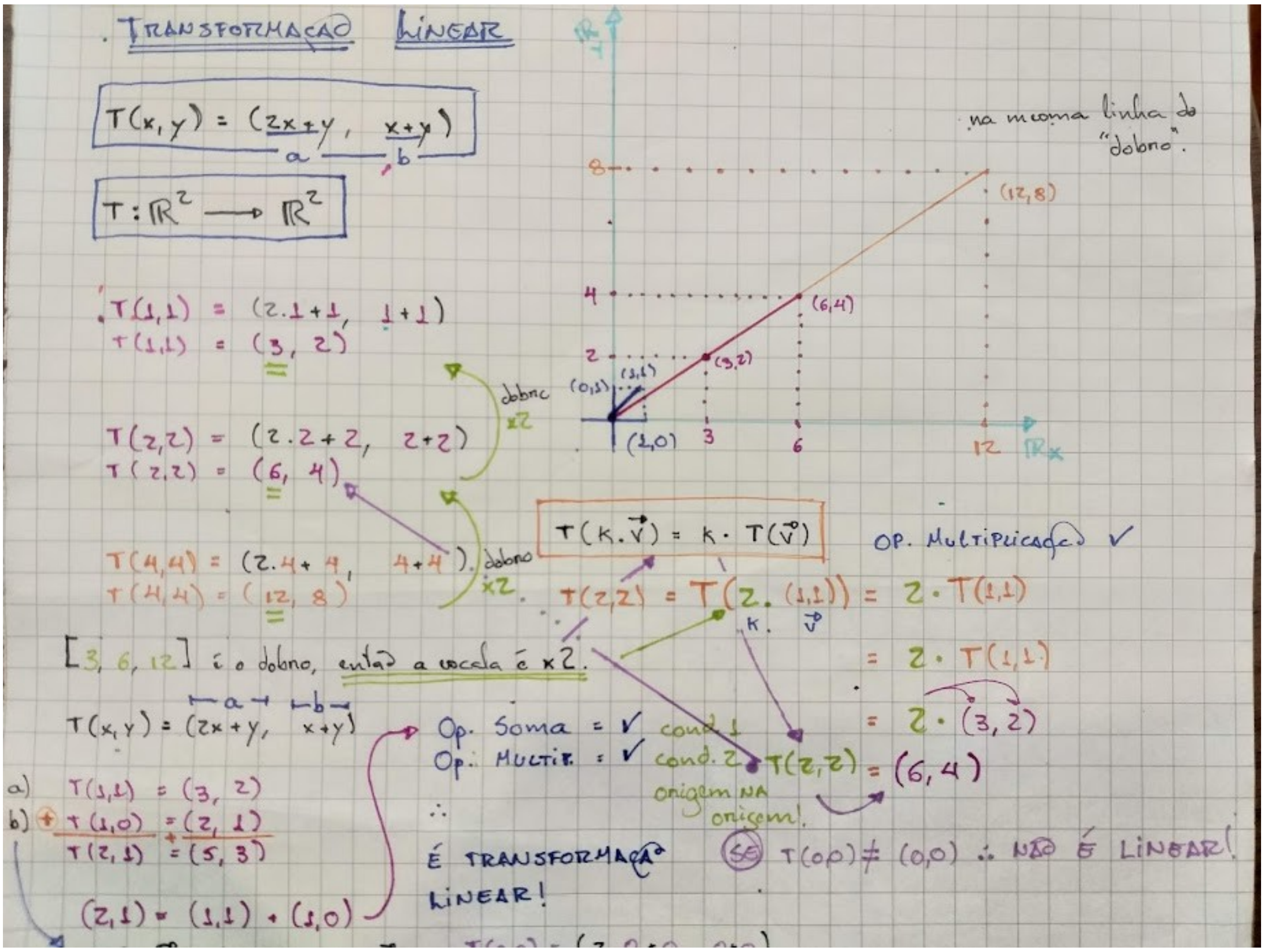
BLACK SCORPION SOFTWARE BRASIL
Programa de Mentoria 2023
Disciplina: Álgebra Linear
Lista de Exercícios 01

Aluno: **Daniel Massita Tonolli**

Pergunta-se: *"Das transformações listadas abaixo, quais são lineares e quais não são?"*

1. T (x, y) = (x + y , x - y)
2. T (x, y) = (2*x - y , 2*x + y)
3. G (a, b) = (a + 1 , b - 1)
4. H (q, r) = (q * r , q + r)
5. F (z, t) = (z^2 + t , z - t)

Considerando minhas notas das Aulas 07 e 08:



Soluções:

1. Para assegurar que T(x,y) = (x+y, x-y) é uma transformação linear, comecei atribuindo valores de (x,y) em escalar proporcional de (0,0) até (4,4)…

T (x, y) = (x + y , x - y) = (x’, y’)

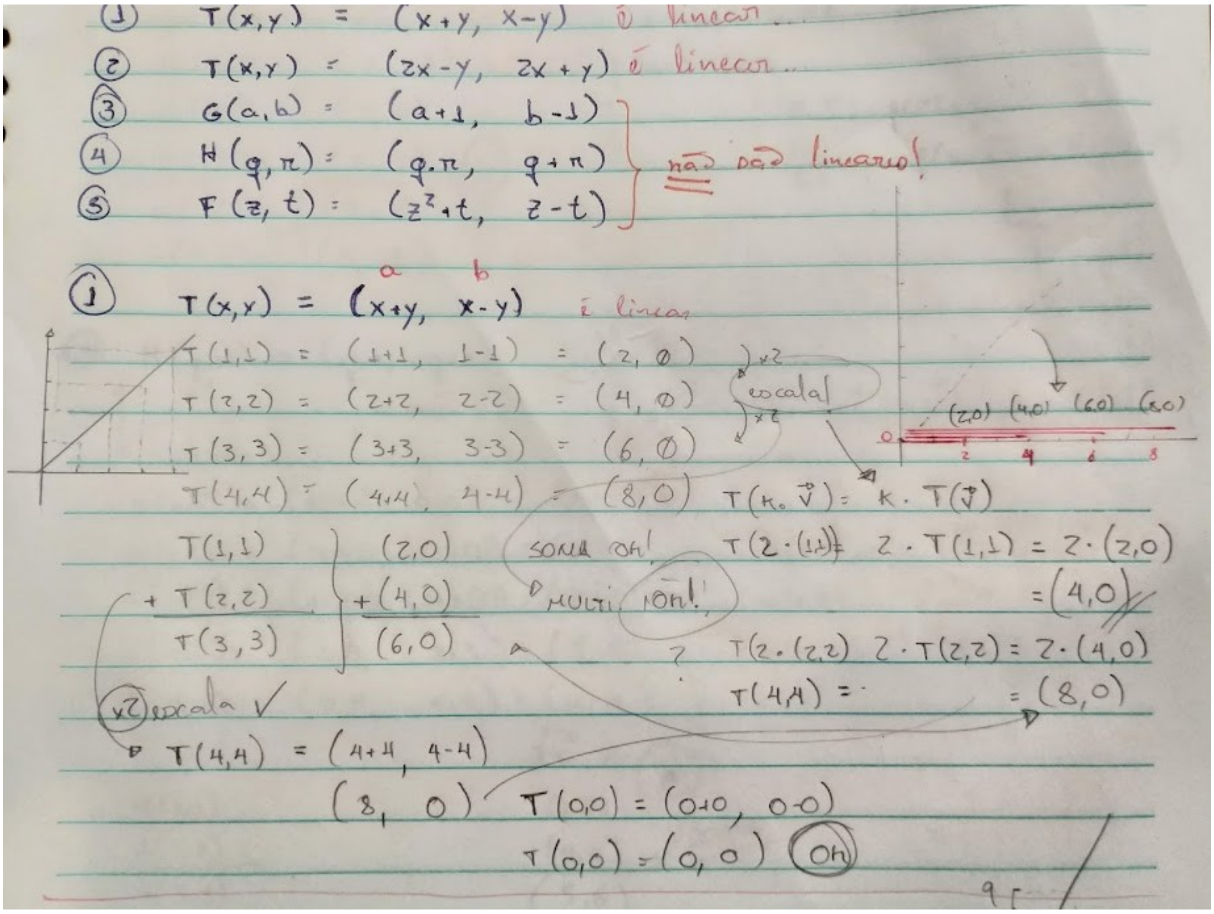
T (0, 0) = (0 + 0 , 0 – 0) = (0, 0)
T (1, 1) = (1 + 1 , 1 – 1) = (2, 0)
T (2, 2) = (2 + 2 , 2 – 2) = (4, 0)
T (3, 3) = (3 + 3 , 3 – 3) = (6, 0)
T (4, 4) = (4 + 4 , 4 – 4) = (8, 0)

Testando a validação de NULIDADE Vetor.V = Vetor.V + Vetor.Nulo, temos que a função leva o ponto (0, 0) para um novo ponto (0, 0). Então podemos transformar T (0, 0) = (0 + 0 , 0 – 0) = (0, 0).

Testando a validação da SOMA Função * (Vetor.A + Vetor.B) = Função*(Vetor.A) + Função*(Vetor.B), temos que a função T (1, 1) = (2, 0) somada à função T (2, 2) = (4, 0), deverá ser equivalente à função T (3, 3) = (6, 0). Ora, T(1,1) + T(2,2) = T(3,3), ou também podemos pensar pela perspectiva do resultado da transformação (2,0) + (4,0) = (6,0).

Testando a validação da MULTIPLICAÇÃO Função * (K * Vetor.V) = K * Função*(Vetor.V), temos que para a proporção de escala entre os vetores T(1,1) e T(2,2) é percebida como uma proporção 2:1. Também temos que para a proporção de escala entre os vetores T(2,2) e T(4,4) há uma proporção de 2:1 também. Podemos considerar o “K” como um escalar de valor “2” (*tanto pra (a,0) quanto pra (0,b)*), e conferir com os resultados das respectivas transformações: T (2*(1,1)) = 2 * T(1,1), ou seja, teremos que T(2*(1,1)) = 2 * (2, 0), que será (4, 0). Se observarmos, o Vetor.(4,0) é o resultado da Transformação de T(2*(1,1)) = T(2,2) = (4,0).

Portanto, ASSEGURADAS as condições de NULIDADE, SOMA e MULTIPLICAÇÃO, considero a transformação T (x, y) = (x + y , x - y) como sendo uma **<u>TRANSFORMAÇÃO LINEAR</u>**.



2. Para assegurar que T(x,y) = (2*x-y, 2*x+y) é uma transformação linear, comecei atribuindo valores de (x,y) em escalar proporcional de (0,0) até (4,4)…

T (x, y) = (2*x – y , 2*x + y)

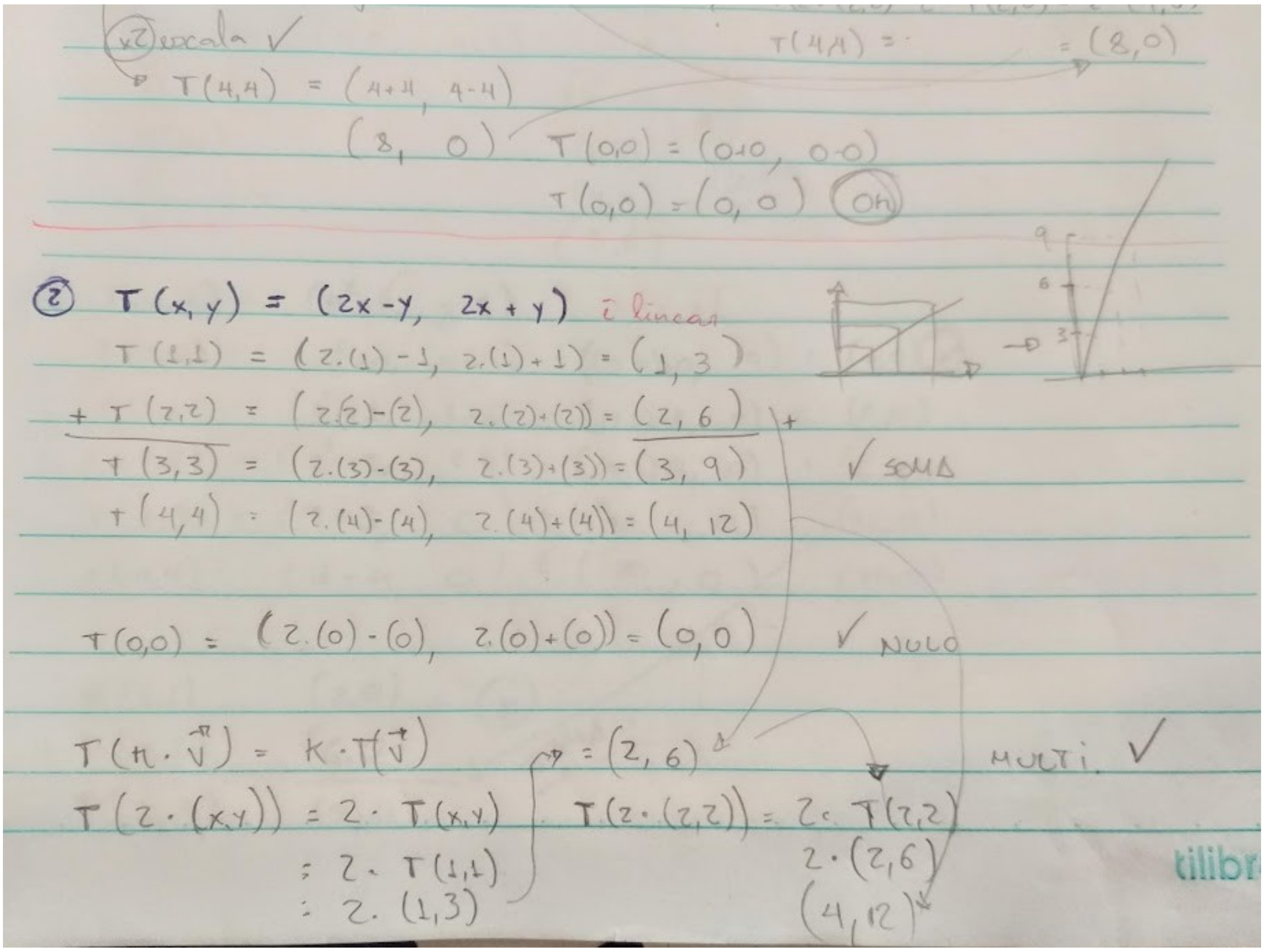
T (0, 0) = (2*0 – 0 , 2*0 + 0) = (0, 0)
T (1, 1) = (2*1 – 1 , 2*1 + 1) = (1, 3)
T (2, 2) = (2*2 – 2 , 2*2 + 2) = (2, 6)
T (3, 3) = (2*3 – 3 , 2*3 + 3) = (3, 9)
T (4, 4) = (2*4 – 4 , 2*4 + 4) = (4, 12)

Testando a validação de NULIDADE Vetor.V = Vetor.V + Vetor.Nulo, temos que a função leva o ponto (0, 0) para um novo ponto (0, 0). Então podemos transformar T (0, 0) = (2*0 - 0 , 2*0 + 0) = (0, 0).

Testando a validação da SOMA Função * (Vetor.A + Vetor.B) = Função*(Vetor.A) + Função*(Vetor.B), temos que a função T (1, 1) = (1, 3) somada à função T (2, 2) = (2, 6), deverá ser equivalente à função T (3, 3) = (3, 9). Ora, T(1,1) + T(2,2) = T(3,3), ou também podemos pensar pela perspectiva do resultado da transformação (1,3) + (2,6) = (3,9).

Testando a validação da MULTIPLICAÇÃO Função * (K * Vetor.V) = K * Função*(Vetor.V), temos que para a proporção de escala entre os vetores T(1,1) e T(2,2) é percebida como uma proporção 2:1. Também temos que para a proporção de escala entre os vetores T(2,2) e T(4,4) há uma proporção de 2:1 também. Podemos considerar o "K" como um escalar de valor "2" (*tanto pra (a,0) quanto pra (0,b)*), e conferir com os resultados das respectivas transformações: T (2*(1,1)) = 2 * T(1,1), ou seja, teremos que T(2*(1,1)) = 2 * (1,3), que será (2,6). Se observarmos, o Vetor.(2,6) é o resultado da Transformação de T(2*(1,1)) = T(2,2) = (2,6).

Portanto, ASSEGURADAS as condições de NULIDADE, SOMA e MULTIPLICAÇÃO, considero a transformação T (x, y) = (2*x – y , 2*x + y) como sendo uma **<u>TRANSFORMAÇÃO LINEAR</u>**.



3. Para assegurar que G(a,b) = (a+1, b-1) é uma transformação linear, comecei atribuindo valores de (a,b) em escala proporcional de (0,0) até (4,4)…

G (a, b) = (a + 1 , b - 1)

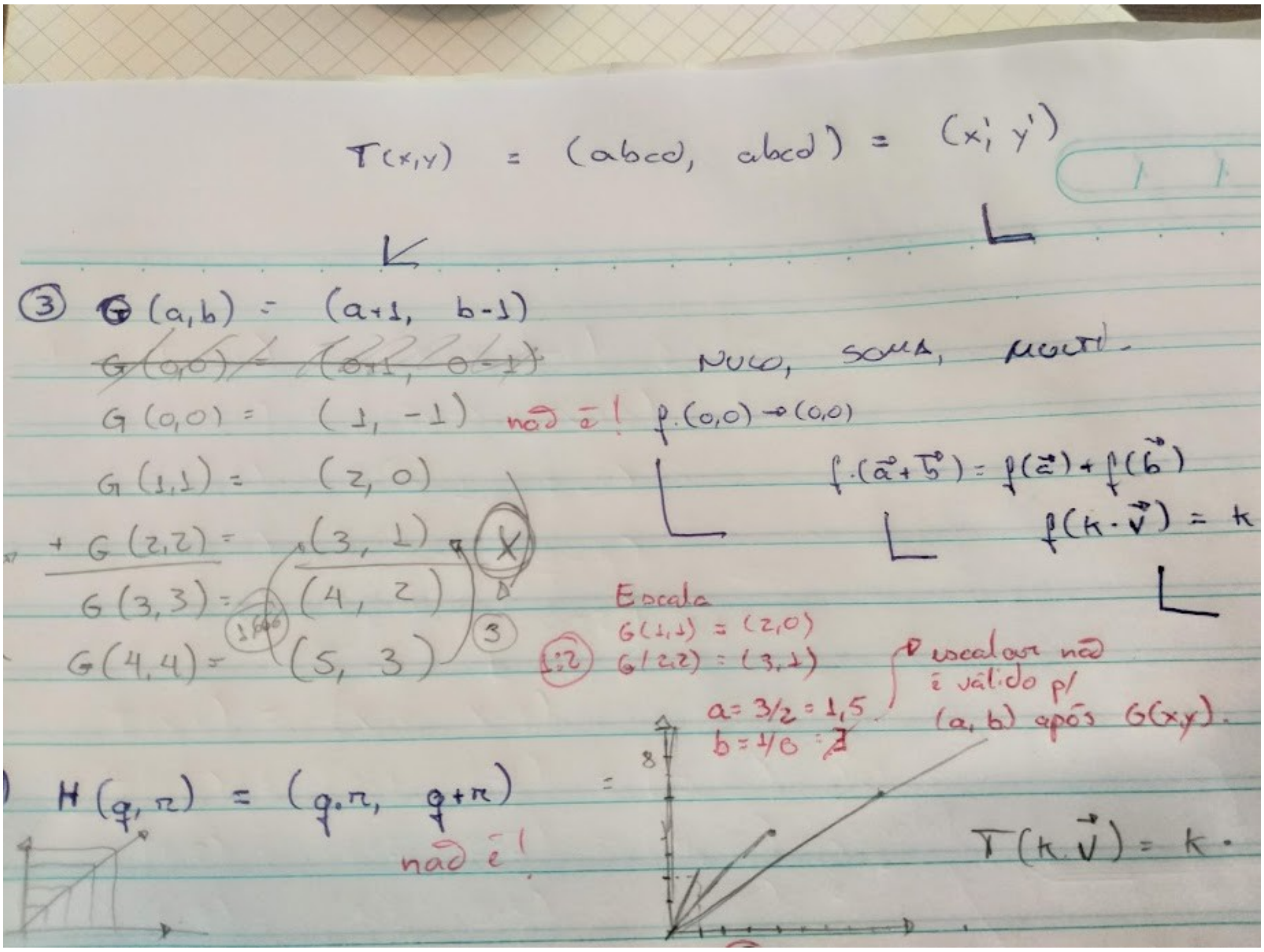
G (0, 0) = (0 + 1 , 0 - 1) = (1 , -1)
G (1, 1) = (1 + 1 , 1 - 1) = (2 , 0)
G (2, 2) = (2 + 1 , 2 - 1) = (3 , 1)
G (3, 3) = (3 + 1 , 3 - 1) = (4 , 2)
G (4, 4) = (4 + 1 , 4 - 1) = (5 , 3)

Testando a validação de NULIDADE Vetor.V = Vetor.V + Vetor.Nulo, temos que a função leva o ponto (0, 0) para um novo ponto (1, -1). Então por não assegurar tal prorpriedade, temos que a Transformação NÃO É LINEAR.

Testando a validação da SOMA Função * (Vetor.A + Vetor.B) = Função*(Vetor.A) + Função*(Vetor.B), temos que a função G (1, 1) = (2, 0) somada à função G (2, 2) = (3, 1), deverá ser equivalente à função G (3, 3) = (4, 2). Ora, G(1,1) + G(2,2) != G(3,3), ou também podemos pensar pela perspectiva do resultado da transformação (2,0) + (3,1) = (5,1), porém para G(3,3) = (4,2), logo é falso que (5,1) = (4,2). (teste dispensável, apenas pra tentar...)

Testando a validação da MULTIPLICAÇÃO Função * (K * Vetor.V) = K * Função*(Vetor.V), temos que para a proporção de escala entre os vetores G(1,1) e G(2,2) é percebida como uma proporção 1,5:1 para o valor de “a” e 1:0 para o valor de “b”. Também temos que para a proporção de escala entre os vetores T(2,2) e T(4,4) há uma proporção de 5:3 e outra de 3:1 (a e b, respectivamente). Podemos considerar o “K” como uma razão não escalar de valores “diferentes” (*pra (a,0) e pra (0,b)*). (teste dispensável, apenas pra tentar...)

Portanto, NÃO ASSEGURADAS as condições de NULIDADE, SOMA e MULTIPLICAÇÃO, considero a transformação G (a, b) = (a + 1 , b - 1) como sendo uma **<u>TRANSFORMAÇÃO NÃO LINEAR</u>**.



4. Para assegurar que H (q, r) = (q*r , q+r) é uma transformação linear, comecei atribuindo valores de (q,r) em escala proporcional de (0,0) até (4,4)…

H (q, r) = (q*r , q+r)

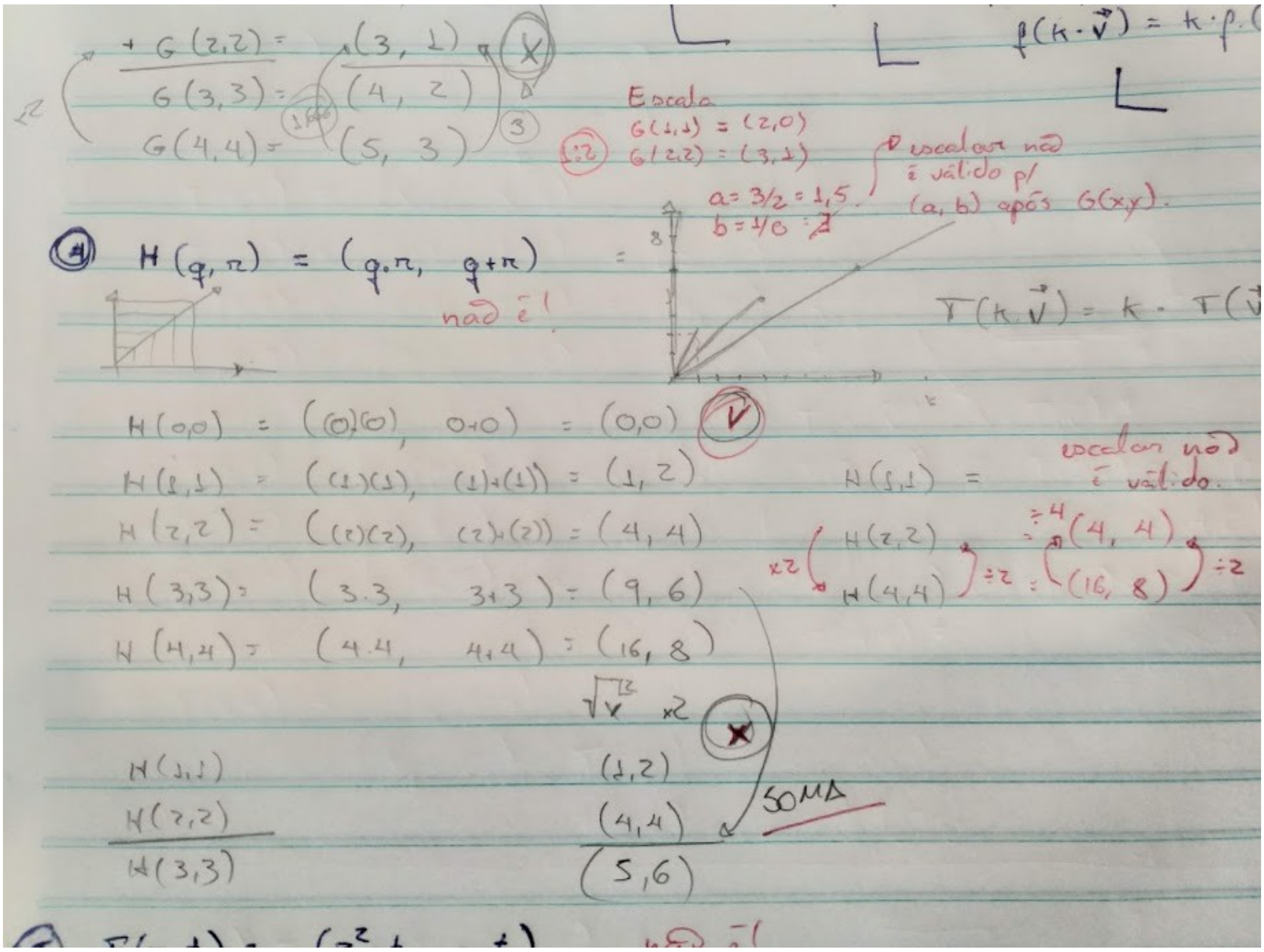
H (0, 0) = (0*0 , 0+0) = (0 , 0)
H (1, 1) = (1*1 , 1+1) = (1 , 2)
H (2, 2) = (2*2 , 2+2) = (4 , 4)
H (3, 3) = (3*3 , 3+3) = (9 , 6)
H (4, 4) = (4*4 , 4+4) = (16 , 8)

Testando a validação de NULIDADE Vetor.V = Vetor.V + Vetor.Nulo, temos que a função leva o ponto (0, 0) para um novo ponto (0, 0). Então podemos transformar H (0, 0) = (0*0 , 0+0) = (0, 0), PODERIA SER LINEAR, então vamos testar as outras condições...

Testando a validação da SOMA Função * (Vetor.A + Vetor.B) = Função*(Vetor.A) + Função*(Vetor.B), temos que a função H (1, 1) = (1, 2) somada à função H (2, 2) = (4, 4), deverá ser equivalente à função H (3, 3) = (9, 6). Ora, H(1,1) + H(2,2) != H(3,3), ou também podemos pensar pela perspectiva do resultado da transformação (1,2) + (4,4) = (5,6), porém para H(3,3) = (9,6), logo é falso que (5,6) = (9,6). Aqui já não é mais uma Transformação Linear.

Testando a validação da MULTIPLICAÇÃO Função * (K * Vetor.V) = K * Função*(Vetor.V), temos que para a proporção de escala entre os vetores H(1,1) e H(2,2) é percebida como uma proporção 4:1 para o valor de "a" e 4:2 para o valor de "b". Também temos que para a proporção de escala entre os vetores T(2,2) e T(4,4) há uma proporção de 4:1 e outra de 4:2 (a e b, respectivamente). Podemos considerar o "K" como uma razão não escalar de valores "diferentes" (*pra (a,0) e pra (0,b)*). Aqui já não é mais uma Transformação Linear.

Portanto, NÃO ASSEGURADAS as condições de NULIDADE, SOMA e MULTIPLICAÇÃO, considero a transformação H (q, r) = (q * r , q + r) como sendo uma **TRANSFORMAÇÃO NÃO LINEAR**.



5. Para assegurar que F (z, t) = (z^2+t , z-t) é uma transformação linear, comecei atribuindo valores de (z,t) em escala proporcional de (0,0) até (4,4)…

F (z, t) = (z^2+t , z-t)

F (0, 0) = (0^2+0 , 0-0) = (0 , 0)
F (1, 1) = (1^2+1 , 1-1) = (2 , 0)
F (2, 2) = (2^2+2 , 2-2) = (6 , 0)
F (3, 3) = (3^2+3 , 3-3) = (12, 0)
F (4, 4) = (4^2+4 , 4-4) = (20 , 0)

Testando a validação de NULIDADE Vetor.V = Vetor.V + Vetor.Nulo, temos que a função leva o ponto (0, 0) para um novo ponto (0, 0). Então podemos transformar F (0, 0) = (0^2+0 , 0-0) = (0, 0), PODERIA SER LINEAR, então vamos testar as outras condições...

Testando a validação da SOMA Função * (Vetor.A + Vetor.B) = Função*(Vetor.A) + Função*(Vetor.B), temos que a função F (1, 1) = (2, 0) somada à função F (2, 2) = (6, 0), deverá ser equivalente à função F (3, 3) = (12, 0). Ora, F(1,1) + F(2,2) != F(3,3), ou também podemos pensar pela perspectiva do resultado da transformação (2,0) + (6,0) = (8,0), porém para F(3,3) = (12,0), logo é falso que (8,0) = (12,0). Aqui já não é mais uma Transformação Linear.

Testando a validação da MULTIPLICAÇÃO Função * (K * Vetor.V) = K * Função*(Vetor.V), temos que para a proporção de escala entre os vetores F(1,1) e F(2,2) é percebida como uma proporção 3:1 para o valor de "a" e 0:0 para o valor de "b". Também temos que para a proporção de escala entre os vetores F(2,2) e F(4,4) há uma proporção de 10:3 e outra de 0:0 (a e b, respectivamente). Podemos considerar o "K" como uma razão não escalar de valores "diferentes" (*pra (a,0) e pra (0,b)*). Aqui já não é mais uma Transformação Linear.

Portanto, NÃO ASSEGURADAS as condições de NULIDADE, SOMA e MULTIPLICAÇÃO, considero a transformação F (z, t) = (z^2 + t , z - t) como sendo uma **<u>TRANSFORMAÇÃO NÃO LINEAR</u>**.