

## Warm-Up-Aufgabe 10.1 [Grammatikprobleme]

Gegeben seien die folgenden beiden Entscheidungsprobleme.

*Problem:* CFGALL  
*Gegeben:* Kontextfreie Grammatik  $G$   
*Frage:* Gilt  $L(G) = \Sigma^*$ ?

*Problem:* CFGDFAEQUI  
*Gegeben:* Kontextfreie Grammatik  $G$ , DFA  $\mathcal{A}$   
*Frage:* Gilt  $L(G) = L(\mathcal{A})$ ?

Das Problem CFGALL ist bereits aus der Vorlesung bekannt.  
Zeigen Sie  $\text{CFGALL} \leq \text{CFGDFAEQUI}$ . Was können Sie daraus schließen?

## Warm-Up-Aufgabe 10.2 [Entscheidbarkeit, Semi-Entscheidbarkeit, Unentscheidbarkeit]

Klassifizieren Sie jedes der drei folgenden Probleme möglichst genau. Geben Sie für jedes Problem an, ob es entscheidbar ist; ob es unentscheidbar, aber semi-entscheidbar ist; oder ob es nicht semi-entscheidbar ist. Beweisen Sie Ihre Behauptung.

*Problem:*  $A$   
*Gegeben:* Turingmaschine  $M$ , natürliche Zahlen  $k, n$   
*Frage:* Erzeugt  $M$  bei der Eingabe  $0^k$  die Ausgabe 101 nach höchstens  $n$  Schritten?

*Problem:*  $B$   
*Gegeben:* Turingmaschine  $M$ , natürliche Zahl  $k$   
*Frage:* Erzeugt  $M$  bei der Eingabe  $0^k$  die Ausgabe 101?

*Problem:*  $C$   
*Gegeben:* Turingmaschine  $M$   
*Frage:* Erzeugt  $M$  bei *keiner* Eingabe die Ausgabe 101?

## Warm-Up-Aufgabe 10.3 [Das Halteproblem bei begrenztem Speicher]

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass der Satz von Rice nichts über Berechnungsmodelle mit begrenztem Speicher aussagt. Genau das werden wir nun in dieser Aufgaben betrachten. Angenommen, Sie haben ein Programm  $P$  das eine Eingabe  $x$  erwartet, das Sie auf Ihrem Rechner ausführen. Im Gegensatz zu einer Turingmaschine verfügt Ihr Rechner allerdings über begrenzten Speicher. Sind die folgenden Probleme entscheidbar? Und wenn ja, wie arbeiten die dazugehörigen Algorithmen?

*Problem:* HALT-MIT-ENDLICHEM-SPEICHER  
*Gegeben:* Programm  $P$ , Eingabe  $x$  für  $P$   
*Frage:* Hält das Programm  $P$  bei Eingabe  $x$ , wenn es auf Ihrem Rechner ausgeführt wird?

*Problem:* PROGRAMME-ÄQUIVALENT

*Gegeben:* Zwei Programme  $P_1, P_2$

*Frage:* Wenn Sie beide Programme auf Ihrem Rechner ausführen, geben beide Programme bei gleicher Eingabe das gleiche aus?

#### Warm-Up-Aufgabe 10.4 [Rekursive Aufzählbarkeit]

a) Welche der beiden folgenden PCP-Eingaben haben eine Lösung? Begründen Sie Ihre Antworten!

• PCP mit den Spielsteinen: 

$bbaa$
$ba$

, 

$ab$
$abb$

 und 

$ab$
$aabb$

• PCP mit den Spielsteinen: 

$0$
$00$

, 

$001$
$11$

 und 

$1000$
$0$

b) Skizzieren Sie einen Algorithmus, der PCP rekursiv aufzählt.