technische universität dortmund

Thomas Schwentick

Jonas Schmidt, Jennifer Todtenhoefer
Erik van den Akker

Lehrstuhl 1
Logik in der Informatik

Warm-Up-Aufgabe 5.1 [Wissensfragen]

Entscheiden Sie (möglichst ohne Skript), welche der folgenden Aussagen wahr oder falsch sind, und geben Sie jeweils eine stichhaltige Begründung in ca. ein bis zwei Sätzen an. Falls die Aussage falsch ist, modifizieren Sie sie möglichst leicht, sodass sie wahr wird.

a) Der Blattstring eines Ableitungsbaumes T zu einer kontextfreien Grammatik G besteht aus den Symbolen der Blätter, die nicht mit ε markiert sind, von rechts nach links gelesen.

b) Der Ableitungsbaum T bezüglich einer kontextfreien Grammatik G zu einem gegebenen String w ist immer eindeutig für w.

c) Die rechtslinearen Sprachen entsprechen genau den regulären Sprachen.

d) Die folgende Grammatik ist in Greibach-Normalform

$$\begin{aligned} S &\to aB \mid \varepsilon \\ A &\to aA \\ B &\to b \end{aligned}$$

e) Eine Variable X einer kontextfreien Grammatik G kann erreichbar und erzeugend sein, aber nicht nützlich.

Warm-Up-Aufgabe 5.2 [Normalformen für kontextfreie Grammatiken]

a) Ordnen Sie die folgenden Schritte in eine Reihenfolge, sodass sie einen Algorithmus ergeben, der bei Eingabe einer beliebigen kontextfreien Grammatik G eine zu G äquivalente Grammatik in Chomsky-Normalform berechnet.

- Variablen und Terminalsymbole trennen
- ε-Regeln entfernen
- Entfernen von nicht erreichbaren Variablen
- ε-Regel für Startsymbol einfügen, wenn $\varepsilon \in L(G)$
- Einzel-Variablen der rechten Seite entfernen
- Rechte Seiten verkürzen
- Entfernen von nicht erzeugenden Variablen

b) Gegeben sei folgende kontextfreie Grammatik G über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:

$$
\begin{aligned}
S &\to bCb \mid aDa \mid \varepsilon \\
A &\to C \mid D \mid ab \mid \varepsilon \\
B &\to BAF \mid \varepsilon \\
C &\to BB \mid b \\
D &\to B \mid a \\
E &\to aFb \mid AE
\end{aligned}
$$

Konstruieren Sie daraus mit dem Verfahren aus der Vorlesung eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform. Geben Sie die jeweiligen Zwischenschritte des Algorithmus an und begründen Sie sie kurz.

Warm-Up-Aufgabe 5.3 [Eindeutigkeit/Mehrdeutigkeit kontextfreier Grammatiken]

Die folgende Grammatik beschreibt ein if-then-else-Fragment einer fiktiven Programmiersprache.

$$
\begin{aligned}
S &\to \texttt{CMD} \mid \texttt{IF} \mid \texttt{ITE} \\
\texttt{IF} &\to \texttt{if COND then } S \\
\texttt{ITE} &\to \texttt{if COND then } S \texttt{ else } S \\
\texttt{CMD} &\to \texttt{cmd}_1 \mid \texttt{cmd}_2 \mid \texttt{cmd}_3 \\
\texttt{COND} &\to \texttt{cond}_1 \mid \texttt{cond}_2 \mid \texttt{cond}_3
\end{aligned}
$$

Es seien `if`, `then` und `else` ebenso wie $\texttt{cmd}_1$, $\texttt{cmd}_2$, $\texttt{cmd}_3$, $\texttt{cond}_1$, $\texttt{cond}_2$ und $\texttt{cond}_3$ Zeichen des Alphabets.

a) Geben Sie alle Ableitungsbäume für das Wort "$\texttt{if cond}_1\texttt{ then if cond}_2\texttt{ then cmd}_1\texttt{ else if cond}_3\texttt{ then cmd}_2\texttt{ else cmd}_3$" an.

b) Geben Sie eine äquivalente eindeutige kontextfreie Grammatik an. Die Ableitungsbäume dieser Grammatik sollen dabei die "übliche" Semantik von if-then-else-Konstrukten widerspiegeln: Ein `else` sollte immer zu demjenigen `if` (links von diesem `else` gehören), das am weitesten rechts steht und noch kein anderes `else` hat.

Warm-Up-Aufgabe 5.4 [Korrektheitsbeweise für kontextfreie Grammatiken]

Sei G die kontextfreie Grammatik mit den Produktionen

$$S \to aSbb \mid abb$$

und $L = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \textit{ und } m \geq 2n\}$ gegeben.

a) Zeigen Sie, dass $L(G) \subseteq L$ gilt. Zeigen Sie dazu für ein beliebiges Wort $w \in L(G)$, dass w von der Form $a^n b^m$ mit $m, n \in \mathbb{N}$ und $m \geq 2n$ ist. Nutzen Sie dafür vollständige Induktion über die Länge k einer Ableitung von w.

b) Zeigen oder widerlegen Sie: $L(G) \supseteq L$