


Warm-Up-Aufgabe 1.1 [Reguläre Ausdrücke analysieren und konstruieren]

- a) Gegeben sei der folgende reguläre Ausdruck α über dem Alphabet $\{a, b, c\}$.

$$\alpha = (\varepsilon + a + aa)bbb^*c(cc)^*$$

(i) Beschreiben Sie die von α beschriebene Sprache möglichst präzise *umgangssprachlich*.

(ii) Beschreiben Sie die von α beschriebene Sprache *in mathematischer Mengenschreibweise*.

-  b) Sprachen durch reguläre Ausdrücke beschreiben

- c) Sei L die Sprache aller Wörter über dem Alphabet $\{a, b\}$, in denen es keine Teilwörter von drei oder mehr aufeinanderfolgenden a 's gibt.

Konstruieren Sie einen regulären Ausdruck, der L beschreibt. Begründen Sie kurz, warum Ihr Ausdruck korrekt ist.

Warm-Up-Aufgabe 1.2 [Reguläre Ausdrücke konstruieren]

Hannah möchte eine Webseite „Geocaching DE“ eröffnen. Dafür muss sie unter anderem ein Eingabefeld entwerfen, mit dessen Hilfe Koordinaten eingegeben werden können. Die Koordinaten sollen sich dabei nur auf Standorte in Deutschland beziehen. Hannah möchte die von Nutzer:innen eingegebenen Zeichenketten automatisiert mithilfe eines regulären Ausdrucks auf Plausibilität überprüfen.

Eine geographische Koordinate setzt sich hierbei aus der geographischen Breite gefolgt von der geographischen Länge zusammen. Eine gültige geographische Breite, die sich auf den Bereich Deutschland bezieht, folgt für Hannahs Zwecke den folgenden Regeln:

- Sie beginnt mit einer ganzzahligen Gradzahl im Bereich von 47 bis 55 gefolgt von dem Symbol $^\circ$.
- Dann folgt eine ganzzahlige, zweistellige Minutenangabe im Bereich von 00 bis 59 gefolgt von dem Symbol $'$.
- Sie endet mit dem Buchstaben N.
- Der kleinste zulässige Wert ist $47^\circ 10'N$, der größte zulässige Wert ist $55^\circ 01'N$.

Eine gültige geographische Länge, die sich auf den Bereich Deutschland bezieht, folgt für Hannahs Zwecke den folgenden Regeln:

- Sie beginnt mit einer ganzzahligen Gradzahl ohne führende Nullen im Bereich von 5 bis 14 gefolgt von dem Symbol $^\circ$.
- Dann folgt eine ganzzahlige, zweistellige Minutenangabe im Bereich von 00 bis 59 gefolgt von dem Symbol $'$.
- Sie endet mit dem Buchstaben O.
- Der kleinste zulässige Wert ist $5^\circ 53'O$, der größte zulässige Wert ist $14^\circ 59'O$.

Als Beispiel sind also die Zeichenketten $51^\circ 49'N 7^\circ 40'O$ und $52^\circ 09'N 13^\circ 59'O$ zulässig, die Zeichenketten $6^\circ 76'N 02^\circ 22'O$ und $56^\circ 12'N 5^\circ 50'O$ aber nicht.

Erstellen Sie mithilfe der folgenden Teilaufgaben einen erweiterten regulären Ausdruck über dem Alphabet $\Sigma = \{^\circ, ', 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, N, O\}$, mit dessen Hilfe Hannah die eingegebenen Zeichenketten daraufhin überprüfen kann, ob sie die angegebenen Regeln einhalten.

- a) Geben Sie einen erweiterten regulären Ausdruck α_B über Σ an, der eine gültige geographische Breite beschreibt.
- b) Geben Sie einen erweiterten regulären Ausdruck α_L über Σ an, der eine gültige geographische Länge beschreibt.
- c) Geben Sie schließlich mithilfe der in den Teilaufgaben (a) und (b) aufgestellten Ausdrücke α_B und α_L den Gesamtausdruck α über Σ an, der genau die gesuchten geographischen Koordinaten beschreibt.

Warm-Up-Aufgabe 1.3 [Äquivalenzen regulärer Ausdrücke]

Beweisen oder widerlegen Sie: Für beliebige reguläre Ausdrücke α und β gilt $\alpha(\beta\alpha)^* \equiv (\alpha\beta)^*\alpha$.

Warm-Up-Aufgabe 1.4 [Eigenschaften regulärer Ausdrücke]

- a) Zeigen Sie durch strukturelle Induktion, dass es für jeden regulären Ausdruck α ohne Wiederholungsoperator die folgende Längenbeschränkung der von ihm erzeugten Wörter gibt: Für alle $w \in L(\alpha)$ gilt $|w| \leq |\alpha|$, falls in α kein Wiederholungsoperator vorkommt.
- b) Beweisen oder widerlegen Sie: Zu jedem regulären Ausdruck β gibt es einen regulären Ausdruck β' ohne Wiederholungsoperator, sodass $\beta \equiv \beta'$ ist.