MAT-206: Inferencia Estadística **Nombre:** ____________________

Certamen 3. Diciembre 22, 2021 **Profesor:** Felipe Osorio

Tiempo: 70 minutos **Ayudantes:** Nicolás Alfaro, Fabián Ramírez

---

1. Sea $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ vectores aleatorios IID desde la densidad

$$f(x, y; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\theta_1^2 \theta_2 y} \exp\Big\{ -\Big(\frac{x}{\theta_1 y} + \frac{y}{\theta_1 \theta_2} \Big) \Big\}, \qquad x, y > 0.$$

a. (25 pts) Determine una región de confianza asintótica del $100(1-\alpha)\%$ para $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2)^\top$.

b. (25 pts) Obtenga el test de razón de verosimilitudes para probar la hipótesis

$$H_0 : \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^0, \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \boldsymbol{\theta} \neq \boldsymbol{\theta}^0,$$

donde $\boldsymbol{\theta}^0 = (\theta_1^0, \theta_2^0)^\top$.

2. Suponga que $X_1, \dots, X_n$, $Y_1, \dots, Y_n$, $Z_1, \dots, Z_n$ son independientes con $X_i \sim \mathsf{Poi}(\theta_1)$, $Y_i \sim \mathsf{Poi}(\theta_2)$ y $Z_i \sim \mathsf{Poi}(\theta_3)$ para $i = 1, \dots, n$. Es decir, considere $(X_1, Y_1, Z_1), \dots, (X_n, Y_n, Z_n)$ muestra aleatoria desde la densidad

$$f(x, y, z; \boldsymbol{\theta}) = \frac{\theta_1^x \theta_2^y \theta_3^z}{x! y! z!} e^{-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3}.$$

a. (25 pts) Determine un intervalo de confianza asintótico del $100(1-\alpha)\%$ para $\delta = \theta_1 + \theta_2 - \theta_3$.

b. (25 pts) Obtenga el test score para probar $H_0 : \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ versus $H_1 : \theta_1 + \theta_2 \neq \theta_3$.