

1. (35 pts) Sea X e Y dos variables aleatorias, tal que $Y \sim \text{Bin}(N, \theta)$ y $X|Y = y \sim \text{Bin}(y, p)$. Suponga que N es conocido. Muestre que (X, Y) es suficiente para (p, θ) .

2. (35 pts) Sea X_1, \dots, X_n variables aleatorias IID con densidad

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} \exp\{-(x - \theta)/\theta\} I_{(\theta, \infty)}(x), \quad \theta > 0.$$

Determine una estadística suficiente minimal para θ .

3. (30 pts) Considere $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ con densidad,

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0, \lambda > 0.$$

Determine h para definir un parámetro $\psi = h(\lambda)$ tal que la información de Fisher (para una única observación) $\mathcal{F}(\psi)$ sea constante.