MAT-206/360: Inferencia Estadística	**Nombre:** ______________________
Certamen 3. Diciembre 19, 2017	**Profesor:** Felipe Osorio
Tiempo: 90 minutos	**Ayudante:** Francisco Alfaro

1. Sea $X_1, \dots, X_m$ y $Y_1, \dots, Y_n$ dos muestras independientes desde $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$ y $\mathcal{N}(\mu_2, \phi^2)$, respectivamente, donde $\boldsymbol{\theta} = (\mu_1, \sigma^2, \mu_2, \phi^2)$ son desconocidos. Obtenga un intervalo de confianza asintótico para $\delta = \mu_1 - \mu_2$.

2. Suponga dos distribuciones discretas definidas por

x	2	3	4	5	6	7	8
$p_0(x)$	0.05	0.02	0.33	0.10	0.20	0.10	0.20
$p_1(x)$	0.01	0.30	0.01	0.18	0.20	0.20	0.10

a) Obtenga el test Neyman-Pearson para $\alpha = 0.02$.

b) Obtenga el test Neyman-Pearson para $\alpha = 0.05$.

c) Calcule los tamaños del error de segundo tipo para ámbos test.

3. Suponga que $X_1, \dots, X_n$, $Y_1, \dots, Y_n$, $Z_1, \dots, Z_n$ son independientes con $X_i \sim \mathsf{Poi}(\theta_1)$, $Y_i \sim \mathsf{Poi}(\theta_2)$ y $Z_i \sim \mathsf{Poi}(\theta_3)$ para $i = 1, \dots, n$. Es decir, considere que $(X_1, Y_1, Z_1), \dots, (X_n, Y_n, Z_n)$ es una muestra aleatoria desde la densidad

$$f(x, y, z; \boldsymbol{\theta}) = \frac{\theta_1^x \theta_2^y \theta_3^z}{x! y! z!} \, e^{-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3}.$$

Obtenga el test de Wald para probar $H_0 : \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ vs. $H_0 : \theta_1 + \theta_2 \neq \theta_3$.

4. Sean F y G dos CDFs y X una observación desde la CDF: $\theta F(x) + (1-\theta)G(x)$, donde $\theta \in [0, 1]$ es desconocido. Determine el test UMP de tamaño α para probar $H_0 : \theta \leq \theta_0$ vs. $H_1 : \theta > \theta_0$ donde $\theta_0 \in [0, 1]$ es conocido.

Sugerencia: Verifique que el modelo para X tiene razón de verosimilitudes monótono.