

**MAT-206: Inferencia Estadística**  
**Certamen 1. Octubre 12, 2020**  
**Entrega: Octubre 13, 2020, 12:00 hrs.**

**Nombre:** \_\_\_\_\_  
**Profesor:** Felipe Osorio

1. Suponga que  $X_1, \dots, X_n$  son variables aleatorias Bernoulli con

$$P(X_i = 1) = \frac{\exp(\alpha + \beta t_i)}{1 + \exp(\alpha + \beta t_i)}.$$

Muestre que la distribución conjunta para  $X_1, \dots, X_n$  pertenece a la familia exponencial 2-paramétrica e identifique  $T_1$  y  $T_2$ .

2. Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria desde una distribución discreta  $P_\theta$  en  $\{1, 2, 3\}$ . Determine una estadística suficiente 2-dimensional.
3. Sea  $X_1, \dots, X_n$  variables aleatorias IID tal que  $\log X_i \sim N(\theta, \theta)$  con  $\theta > 0$ . Obtenga la función de log-verosimilitud, función score e información de Fisher para  $\theta$ .

4. Suponga  $X_1, \dots, X_n$  muestra aleatoria desde

$$f(x; \theta) = \theta x^{-\theta-1}, \quad x > 1, \theta > 0.$$

Obtenga el estimador de momentos de  $\theta$ . ¿Este estimador es válido para todo el espacio paramétrico  $\Theta$ ?