

1. Sea  $X_1, \dots, X_n$  variables aleatorias IID con densidad:

$$f(x; \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} \exp(-x/\theta_1)/(\theta_1 + \theta_2), & x > 0, \\ \exp(x/\theta_2)/(\theta_1 + \theta_2), & x \leq 0, \end{cases}$$

donde  $\theta_1 > 0$  y  $\theta_2 > 0$  son parámetros desconocidos.

- a. (25 pts) Obtenga el estimador de momentos de  $(\theta_1, \theta_2)$ .  
b. (25 pts) Determine el estimador ML de  $(\theta_1, \theta_2)$  y su distribución asintótica.

2. Para el problema descrito en la Pregunta 1,

- a. (25 pts) Derive el test de razón de verosimilitudes de tamaño  $\alpha$  para probar la hipótesis

$$H_0 : \theta_1 = \theta_2 \quad \text{versus} \quad H_0 : \theta_1 \neq \theta_2.$$

- b. (25 pts) Obtenga la distribución asintótica de  $-2 \log \lambda$ , con  $\lambda$  la razón de verosimilitudes.