

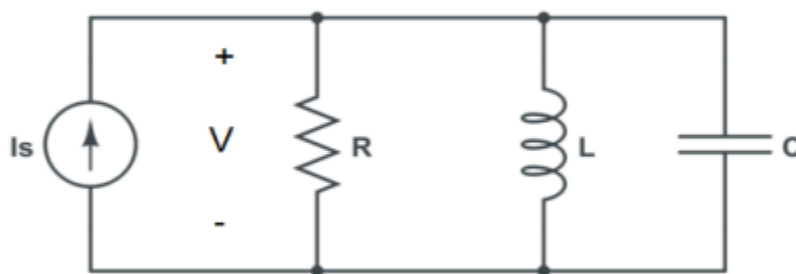
به نام خدا

Signals & Systems

CA4

ایمان رسولی پرتو 810199425 , پارسا ستاری 810199436 , فردین عباسی 810199456

بخش اول:



a)

$$KCL : i_s = i_C + i_L + i_R \rightarrow i_s = C \frac{dv}{dt} + i_L + \frac{v}{R}$$

$$v = L \frac{di_L}{dt} \rightarrow i_s = LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} + i_L$$

b)

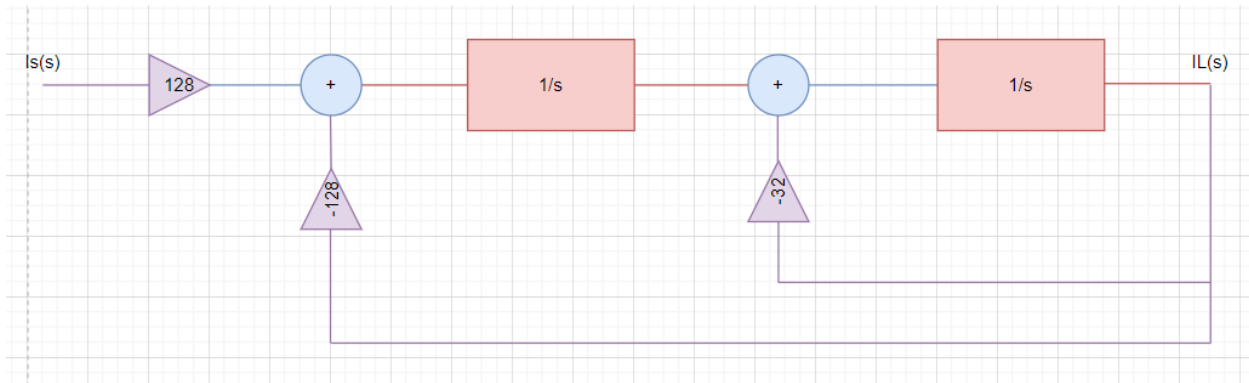
$$\xrightarrow{\mathcal{L}} I_s(s) = LCs^2 I_L(s) + \frac{L}{R} s I_L(s) + I_L(s) \rightarrow H(s) = \frac{I_L(s)}{I_s(s)} = \frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}$$

c)

$$R = 1, L = \frac{1}{4}, C = \frac{1}{32} \rightarrow H(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{128} + \frac{s}{4} + 1} = \frac{128}{s^2 + 32s + 128}$$

$$\frac{I_L(s)}{I_s(s)} = \frac{128}{s^2 + 32s + 128} \rightarrow s^2 I_L + 32s I_L + 128 I_L = 128 I_s$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{s^2}} I_L = \frac{1}{s^2} (128I_s - 128I_L) - \frac{32}{s} I_L$$



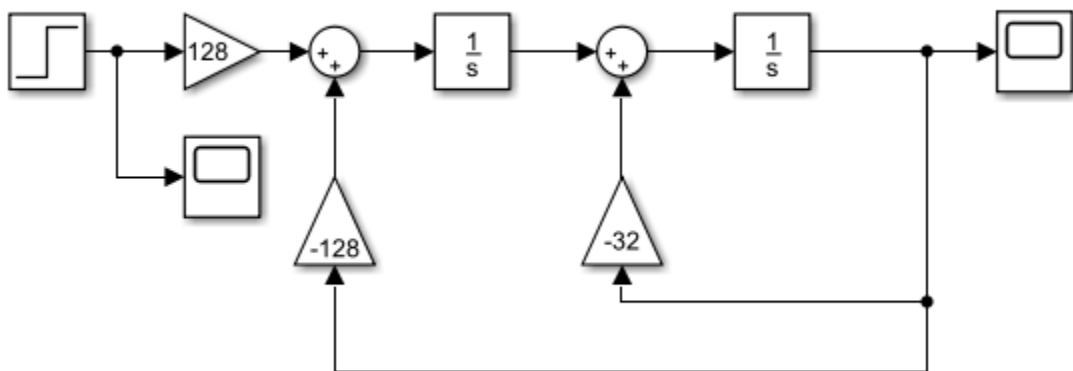
d)

$$\frac{I_L(s)}{I_s(s)} = \frac{128}{s^2 + 32s + 128} \xrightarrow{I_s = \frac{1}{s}} I_L(s) = \frac{128}{s(s^2 + 32s + 128)}$$

$$I_L(s) = \frac{128}{s(s + 4.7)(s + 27.3)} \cong \frac{0.99}{s} + \frac{-1.21}{s + 4.7} + \frac{0.21}{s + 27.3}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} i_L(t) = 0.99u(t) - 1.21e^{-4.7t}u(t) + 0.21e^{-27.3t}u(t)$$

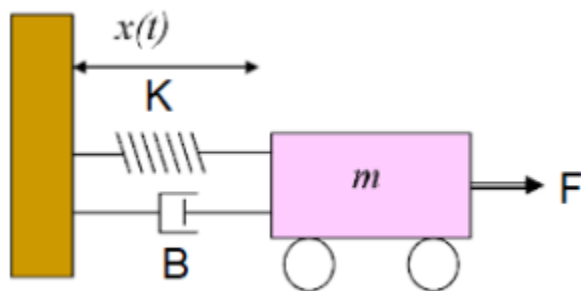
e)





میبینیم که خروجی بدست آمده با ضابطه ای که در قسمت d محاسبه شد تطابق دارد (در 0 تقریباً 0 و در ∞ به 1 میل میکند)

بخش دوم:



a)

$$F = x + B \frac{dx}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2} \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s) = X(s) + BsX(s) + s^2X(s)$$

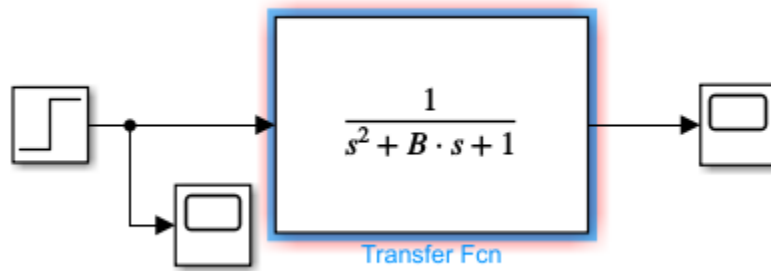
$$\rightarrow H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + Bs + 1}$$

b)

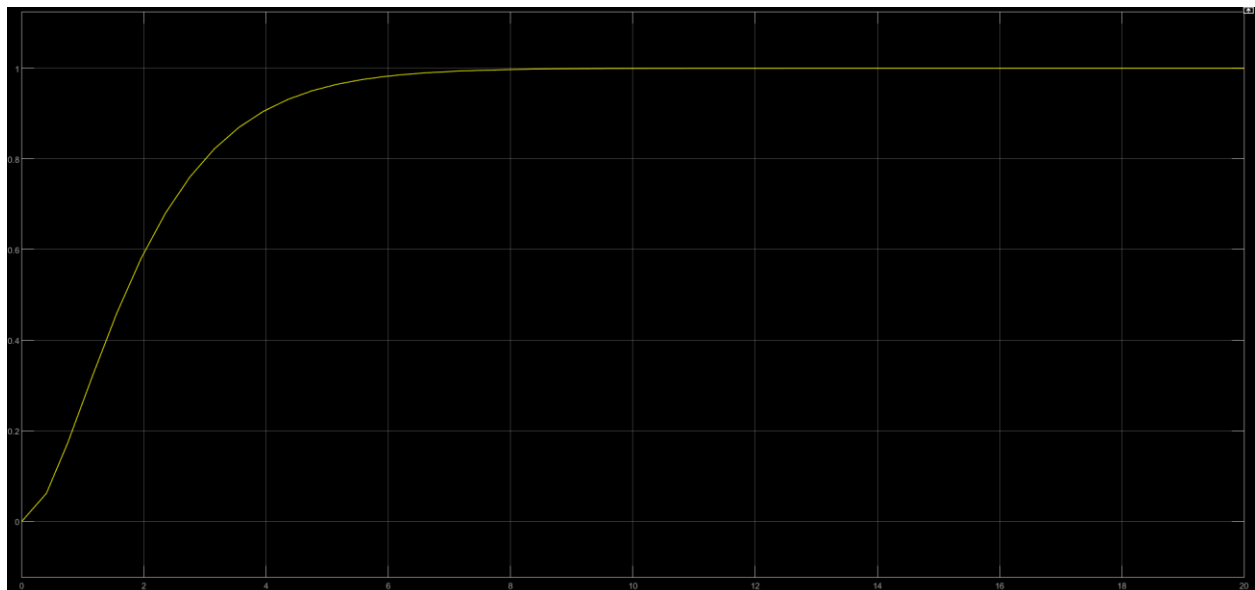
$$\Delta = B^2 - 4 \rightarrow \beta = B_{\min} = 2$$

c)

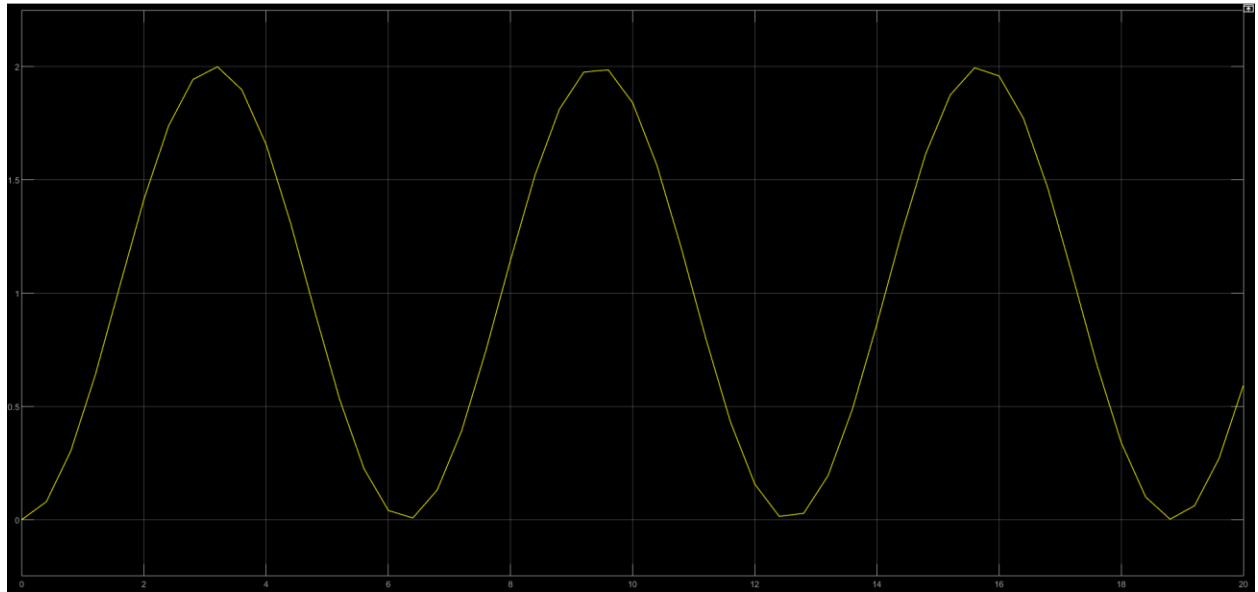
پیاده سازی نوع 1:



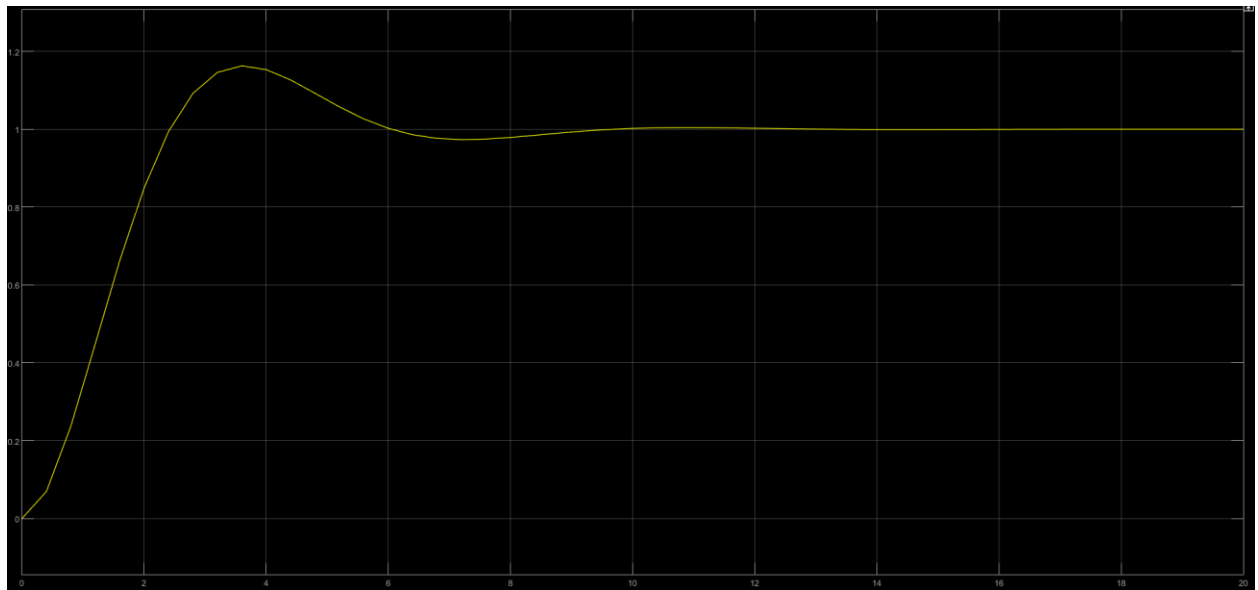
1. $B = \beta = 2$



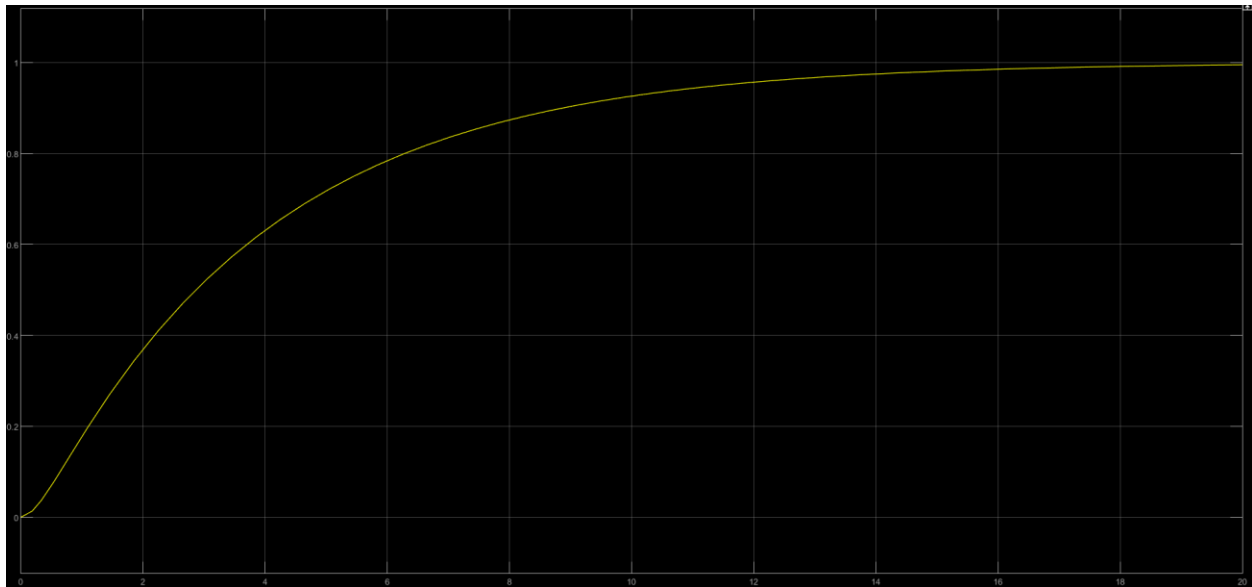
2. $B = 0$ (قطب ها مختلط)



3. $B < \beta = 1$ (قطب ها مختلط)



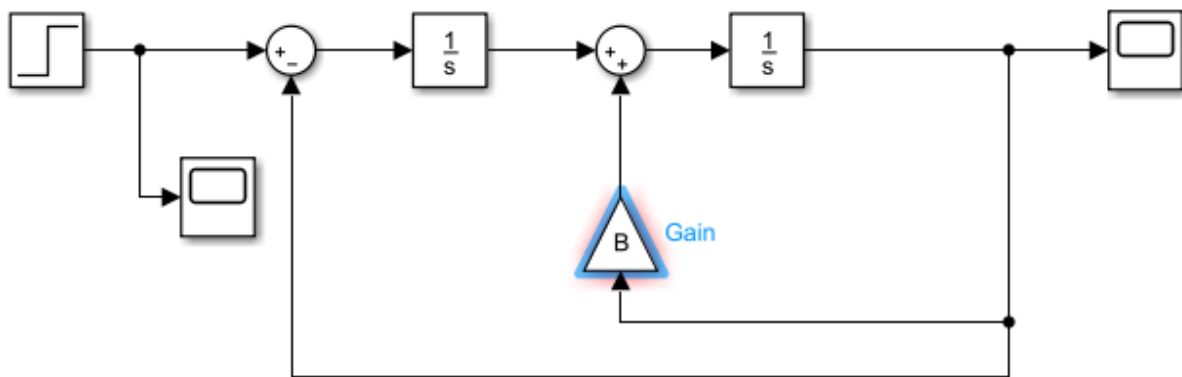
$$4. B > \beta = 4$$



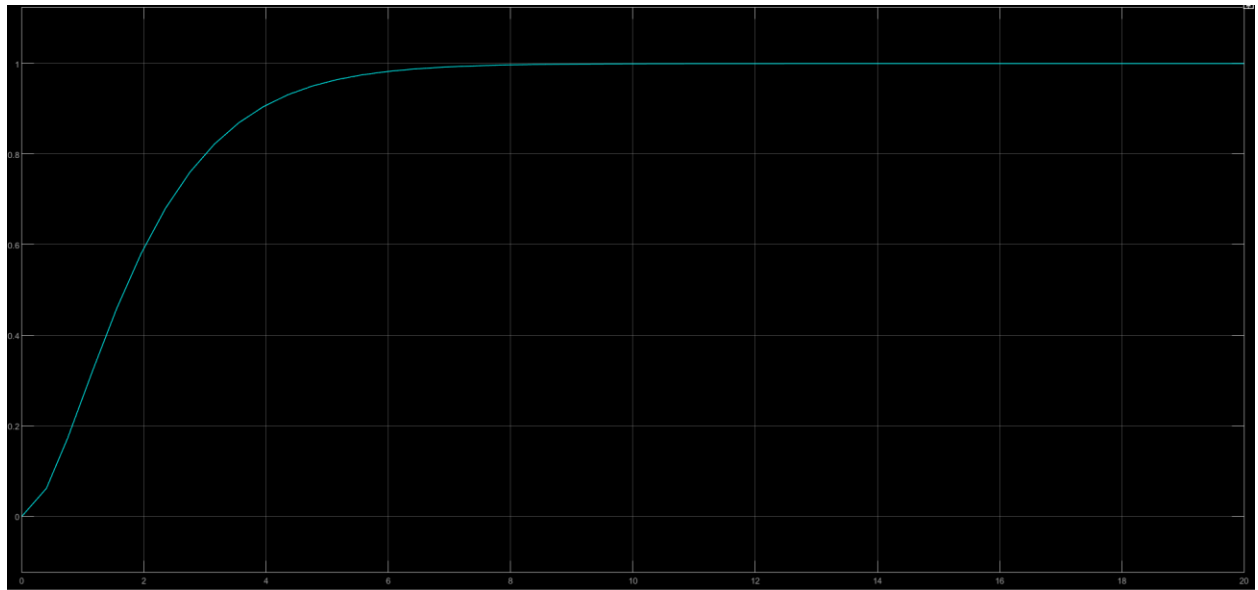
پیاده سازی نوع 2:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + Bs + 1} \rightarrow s^2 X(s) + BsX(s) + X(s) = F(s)$$

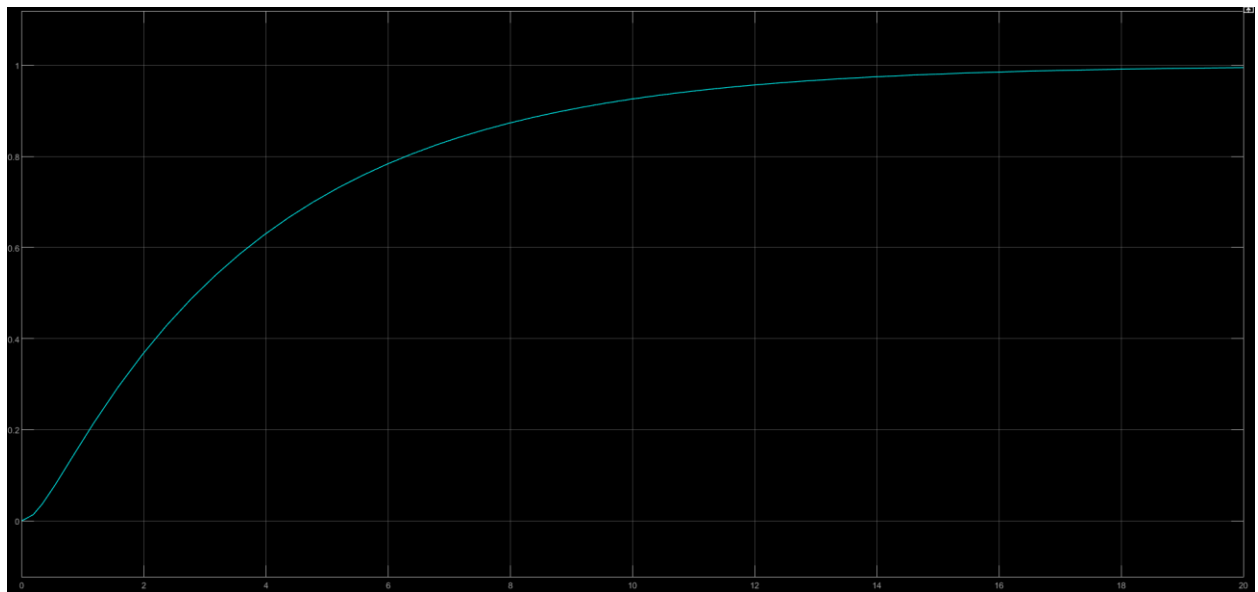
$$\xrightarrow{\frac{1}{s^2}} X(s) = \frac{1}{s^2} (F(s) - X(s)) - \frac{B}{s} X(s)$$



1. $B = \beta = 2$



4. $B > \beta = 4$



(d)

وقتی $B = 2$ هست با اعمال نیرو پس از مدتی سیستم پایدار میشه؛ در حالت $B = 0$ قطب ها مختلط و موهومی خالص هستن و ترم حقیقی که سیستم رو میرا و پایدار کنه نداریم در نتیجه مطابق شکلی که دیدیم سیستم تقریباً نوسانی نامیرا خواهد شد؛ در حالت $B < \beta = 1$ باز هم قطب ها مختلط هستن اما موهومی خالص نیستن و ترم میراکننده حقیقی داریم در نتیجه مطابق نمودار سیستم با نوسانی میرا شونده به پایداری میرسه؛ برای حالت $B > \beta = 4$ قطب ها حقیقی هستن و سیستم میرا خواهد بود اما در مقایسه با حالت $B = 2$ میبینیم که دیرتر به پایداری میرسه (هر چقدر B بیشتر باشه سیستم دیرتر به پایداری خواهد رسید)