

# HP-12C

Fernando Anselmo

Versão 1.0

## Resumo

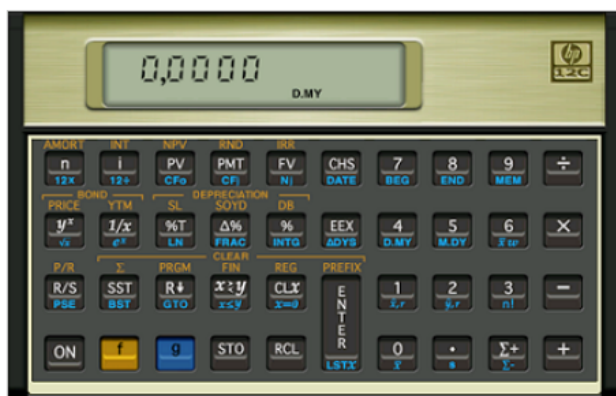
A calculadora da *Hewlett Packard* modelo HP-12C foi lançada em 1981 e se trata de um dos maiores sucessos da empresa, a mais vendida e mais utilizada calculadora do mundo inteiro principalmente na execução de cálculos financeiros e estatísticos. Conheceremos o básico sobre o uso da calculadora que possui mais de 120 funções específicas para uso em negócios e permite trabalhar com 20 diferentes tipos de fluxos de caixa, operações com taxas internas de retorno e valores presentes líquidos.

## Keywords

HP12C — Matemática — Estatística

## Conceitos Básicos

A forma de cálculos da HP-12C é pelo sistema RPN (*Reverse Polish Notation*), no qual primeiro se digita o valor, informa sua entrada com a tecla **ENTER**, digita o segundo valor e a tecla da função desejada. Segue-se esse raciocínio para todas as funções da calculadora, seja com a realização de operações básicas, financeiras ou de estatística; ou seja, primeiro digita-se os valores e por fim a função desejada.



Primeiro detalhe e antes de começarmos algumas teclas valem por 3 funções distintas, o valor escrito em branco (padrão), em amarelo (acionado pela tecla **f**) e em azul (acionado pela tecla **g**). Nesta apostila iremos referenciar a todas essas teclas, sendo assim a primeira no canto superior esquerdo pode ser descrita como **n**, **12x** ou **AMORT** dependendo se ativamos ou não as teclas **f** ou **g**. Esta é a disposição das teclas:

AMORT	INT	NPV	RND	IRR	CHS	7	8	9	÷
n	i	PV	PMT	FV	DATE	BEG	END	MEM	
12x	12 <sub>↓</sub>	Cfo	CFj	Nj					
BOND		DEPRECIATION							
PRICE	YTM	SL	SOYD	DB	EEX	4	5	6	x
Y <sup>1</sup>	1/x	%T	Δ%	%	ΔDYS	D.MY	M.DY	xw	
√x	e <sup>x</sup>	LN	FRAC	INTG					
P/R		CLEAR		REG	PREFIX				
Σ	PRGM	FIN							
R/S	SST	R <sub>↓</sub>	x>y	CLx	E	1	2	3	-
PSE	BST	GTO	x<y	X=0	N	x <sub>r</sub>	y <sub>r</sub>	n!	
					T				
ON	f	g	STO	RCL	R	0	.	Σ+	+
					LSTx	x̄	s	Σ-	

## Instalar a Calculadora

Recomendo fortemente ter a máquina física, porém muitas pessoas possuem receio de comprarem e não se adaptarem, sendo assim podemos baixar uma versão [1] criada com a linguagem Java, testarmos todas as suas potencialidades e decidir.

Basta baixar o arquivo compactado, descompactar que na pasta gerada estão as instruções para seu uso, lembro que e assim como avisa o autor: *"Este software foi desenvolvido para fins educacionais. **NÃO É RECOMENDADO** o uso deste para cálculos profissionais"*.

## Teste Inicial

A calculadora possui alguns parâmetros que devemos conhecer, por exemplo, se ao ligar **ON** aparecer no canto inferior esquerdo da tela um \* isso indica que a bateria está fraca. O seguinte teste nos permite reconhecer se tudo está OK com seu funcionamento:

1. Desligar a calculadora
2. Pressionar e segurar a tecla **⌫**
3. Pressionar e soltar a tecla **ON**
4. Soltar a tecla **⌫**

Aparecerá a palavra **RUNNING** piscando, em seguida todas as letras aparecerão (é ideal inclusive para saber se existe algum pixel queimado). Caso contrário será mostrado **ERRO**.

## Códigos de Erro da HP-12C

Estes são os códigos de erro que podem ser apresentados na calculadora devido a ações indevidas:

**Error 0** erro em operações matemáticas. Exemplos: divisão por zero, raiz quadrada com negativo, logaritmo com número menor ou igual a zero, fatorial com um não inteiro.

**Error 1** ultrapassou a capacidade de armazenamento e processamento da máquina, isso é, a magnitude do resultado é igual ou superior a 10100. Por exemplo, fatorial de 73. Note que a mensagem de erro não aparece resulta apenas em uma série de noves no visor.

**Error 2** operações estatísticas com erro. Por exemplo, média com n igual a 0.

**Error 3** erro no cálculo da taxa interna de retorno (IRR). Neste caso, a mensagem informa que o cálculo é complexo, podendo envolver múltiplas respostas e não poderá prosseguir, a menos que você forneça uma estimativa para a taxa interna de retorno (IRR)

**Error 4** erro em operações com a memória da calculadora. Por exemplo: tentativa na introdução com mais de 99 linhas para programação; ocorreu uma tentativa de desvio (GTO) para uma linha inexistente em um programa; tentativa de operação com os registradores de armazenamento (R5 a R9 ou R.0 a R.9); tentativa na utilização de um registrador ocupado com linha de programação.

**Error 5** erro em operações com juros compostos. Provavelmente, algum valor foi colocado com o sinal errado (todos os valores têm o mesmo sinal), ou os valores para **i**, **PV** e **PF** são tais, que não existe uma solução para **n**.

**Error 6** problemas no uso dos registradores de armazenamento. O registrador especificado não existe, ou foi convertido em linha de programação. Número para o fluxo de caixa foi superior a 20.

**Error 7** problemas no cálculo da taxa interna de retorno (IRR). Não houve troca de sinal no fluxo de caixa.

**Error 8** problemas com o calendário. Pode ser decorrente do emprego de data inapropriada ou em formato impróprio; tentativa na adição de dias além da capacidade.

**Error 9** problemas no auto-teste. Ou o circuito da calculadora não está funcionando corretamente, ou algum procedimento no auto-teste apresentou falhas.

**PR Error** perda irreparável da memória contínua.

### ATENÇÃO: Quanto a Problemas

Em caso de erros provavelmente a calculadora precisa de reparos ou não é original. O mais importante ressaltarmos que trata-se de uma máquina blindada, deste modo alguns problemas só seriam resolvidos com a troca desta.

## Bloquear e Desbloquear

A calculadora pode ser bloqueada para impedir que outra pessoa sem conhecimento a utilize. Para bloquear pressionar as teclas  $\boxed{4}$   $\boxed{5}$   $\boxed{Enter}$ , pressionar conjuntamente as teclas  $\boxed{ON}$   $\boxed{PMT}$  e novamente em conjunto as teclas  $\boxed{ON}$   $\boxed{PMT}$ , no visor aparece: **0.000000 45** e pressionar a tecla  $\boxed{1/x}$

Se tudo está correto agora a calculadora não liga mais, para desbloquear pressionar conjuntamente as teclas  $\boxed{ON}$   $\boxed{PMT}$

## Limpeza

Para deixar a calculadora da mesma forma como saiu de fábrica, siga os seguintes passos:

1. Desligar a calculadora
2. Pressionar e segurar a tecla  $\boxed{=}$
3. Pressionar e soltar a tecla  $\boxed{ON}$
4. Soltar a tecla  $\boxed{=}$

Ao término deve aparecer a mensagem: *Pr Error*, caso contrário repita os passos até que a mensagem apareça. Para apagar os valores armazenados na calculadora utilizamos as seguintes teclas:

- $\boxed{CLX}$  - visor e registro de X (**CLear X**).
- $\boxed{f}$   $\boxed{\Sigma}$  - registradores estatísticos, pilhas e visor.
- $\boxed{f}$   $\boxed{PRGM}$  - memória de programação.
- $\boxed{f}$   $\boxed{FIN}$  - registros financeiros.
- $\boxed{f}$   $\boxed{REG}$  - registros (armazenamento de dados, financeiros, de pilha (LAST X) e visor).

## Trabalhar com a Pilha

A pilha operacional é um arquivo com 4 variáveis onde é possível armazenar dados para efetuar operações conjuntas, tais como fórmulas complexas, vejamos um exemplo:

Resolver a expressão:  $(4,5 - 3,2) \div (8,4 - (1,3 \times 6))$

$\boxed{4}$   $\boxed{.}$   $\boxed{5}$   $\boxed{Enter}$   $\boxed{3}$   $\boxed{.}$   $\boxed{2}$   $\boxed{-}$   $\boxed{8}$   $\boxed{.}$   $\boxed{4}$   $\boxed{Enter}$   $\boxed{1}$   $\boxed{.}$   $\boxed{3}$   $\boxed{Enter}$   $\boxed{6}$   $\boxed{\times}$   $\boxed{-}$   $\boxed{\div}$

Resultado **2,17**

## Armazenar e Recuperar da Memória

A calculadora possui 20 posições de memória definidas das teclas numéricas de 0 a 9 e .0 a .9, para armazenar em qualquer posição digitamos o número, pressionar a tecla **[STO]** e indicar qual posição de memória. Para recuperar o valor pressionar a tecla **[RCL]** e indicar qual posição de memória.

## Mudanças

Para realizar modificações na calculadora utilizamos as seguintes teclas:

- **[ON]** **[.]** - Alternar “.” ou “,” como separador decimal
- **[CHS]** - Trocar o sinal de um número (*CH*ange *Sign*)
- **[f]** [núm] - Modificar a quantidade de casas decimais.
- **[f]** **[RND]** - Arredondar o número.
- **[x↔y]** - Voltar para o último número digitado e incluído na máquina (corrigir valores).
- **[R↓]** - Troca os valores das Pilhas X, Y, Z e T (Roll down)

## Lidar com Datas

A calculadora permite trabalhar com datas entre 15/10/1582 a 25/11/4046. Para acertarmos a notação:

- **[g]** **[D.MY]** - Notação em D.MY (Europeia)
- **[g]** **[M.DY]** - Notação em M.DY (Americana)

Coloquemos em notação europeia (no visor aparece a informação na parte de baixo) e para introduzirmos a data 17/08/1966: **[1]** **[7]** **[.]** **[0]** **[8]** **[1]** **[9]** **[6]** **[6]**

Temos na calculadora algumas funções que nos permite trabalhar com datas:

- data **[Enter]** nDias **[g]** **[DATE]** - mostrar a próxima data
- data1 **[Enter]** data2 **[g]** **[ΔDYS]** - calcular a diferença entre duas datas

**Problema 1:** Qual dia da semana cairá o Natal do ano 2021?

**[2]** **[5]** **[.]** **[1]** **[2]** **[2]** **[0]** **[2]** **[1]** **[Enter]** **[0]** **[g]** **[DATE]**

Temos no visor o valor **25,12,2021 6**, que indica: 25/12/2021 Sexta<sup>1</sup>

**Problema 2:** Em 09/05/2020 foi realizada uma aplicação em um banco para 90 dias. Qual a data de resgate e o dia da semana?

**[0]** **[9]** **[.]** **[0]** **[5]** **[2]** **[0]** **[2]** **[0]** **[Enter]** **[9]** **[0]** **[g]** **[DATE]**

Temos no visor o valor **8,08,2020 6**, que indica: 07/08/2020 Sexta

**Problema 3:** Uma aplicação por 90 dias foi resgatada no dia 07/08/2020. Qual foi o dia da aplicação?

**[0]** **[7]** **[.]** **[0]** **[8]** **[2]** **[0]** **[2]** **[0]** **[Enter]** **[9]** **[0]** **[CHS]** **[g]** **[DATE]**

Temos no visor o valor **9,05,2020 6**, que indica: 09/05/2020 Sábado

<sup>1</sup>Valores para os dias da semana: 1-Seg 2-Ter 3-Qua 4-Qui 5-Sex 6-Sáb 7-Dom

**Problema 4:** Em 05/04/2020 foi aplicado dinheiro em um fundo de ações e o resgate do investimento em 15/08/2020. Qual o prazo real da aplicação e qual o número de dias entre as duas datas?

$\boxed{0} \boxed{5} \boxed{.} \boxed{0} \boxed{4} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{Enter} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{.} \boxed{0} \boxed{8} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{2} \boxed{0} \boxed{g} \boxed{\triangle DYS}$

A diferença é de **132** dias.

## Operações Matemáticas

Essas são as **Funções Aritméticas**:

**Somar:** Para resolver a expressão  $4 + 3$ , seguir a seguinte sequência:  $\boxed{4} \boxed{ENTER} \boxed{3} \boxed{+}$ , e como resultado teremos no visor o valor 7.

**Subtrair:** Para resolver a expressão  $5 - 3$ , seguir a seguinte sequência:  $\boxed{5} \boxed{ENTER} \boxed{3} \boxed{-}$ , e como resultado teremos no visor o valor 2.

**Multiplicar:** Para resolver a expressão  $7 \times 3$ , seguir a seguinte sequência:  $\boxed{7} \boxed{ENTER} \boxed{3} \boxed{\times}$ , e como resultado teremos no visor o valor 21.

**Dividir:** Para resolver a expressão  $10 \div 2$ , seguir a seguinte sequência:  $\boxed{10} \boxed{ENTER} \boxed{2} \boxed{\div}$ , e como resultado teremos no visor o valor 5.

Essas são as **Funções Algébricas**:

- número  $\boxed{g} \boxed{FRAC}$  - isolar a parte fracionária
- número  $\boxed{g} \boxed{INTG}$  - isolar a parte inteira
- número  $\boxed{1/x}$  - inverso
- número  $\boxed{g} \boxed{n!}$  - fatorial
- número  $\boxed{g} \boxed{\sqrt{x}}$  - raiz quadrada
- número  $\boxed{Enter} \boxed{y^x}$  - potenciação
- número  $\boxed{Enter} \boxed{base} \boxed{1/x} \boxed{y^x}$  - raiz qualquer

Essas são as **Funções Logarítmicas**:

- número  $\boxed{g} \boxed{LN}$  - logaritmo natural
- número  $\boxed{g} \boxed{e^x}$  - antilogaritmo (É a função inversa do logaritmo)
- número  $\boxed{g} \boxed{LN}$  base  $\boxed{g} \boxed{LN} \boxed{\div}$  - logaritmo em qualquer base
- resultado  $\boxed{Enter} \boxed{base} \boxed{x \leq y} \boxed{y^x}$  - antilogaritmo em qualquer base

## Percentual

Essas são as operações básicas para se trabalhar com percentual:

- número  $\boxed{Enter} \boxed{baseP}$  - Cálculo Básico = [baseP]
- valP  $\boxed{-}$  - Subtrai o percentual do total
- valP  $\boxed{+}$  - Aumenta o percentual do total
- número  $\boxed{Enter} \boxed{\triangle\%}$  - Diferença Percentual (somar com 100 para obter o valor percentual)

- número  $\boxed{\text{Enter}}$  valP  $\boxed{\%T}$  - Percentagem do Total (númT = Número Total valP = Valor Parcial)

**Problema 1:** Um imóvel foi comprado por R\$ 110.000,00 e vendido por R\$ 138.400,00. Qual foi o percentual de lucro? (para agilizar a entrada de valores podemos dividi-los por 1.000)

$\boxed{1} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{\text{Enter}} \boxed{1} \boxed{3} \boxed{8} \boxed{.} \boxed{4} \boxed{\triangle\%}$

O ganho foi de 25,82%

**Problema 2:** Um título de capitalização possui seu valor aumentado em 0,5% após 1 ano, considerando que foram comprados 10 títulos no valor de R\$ 50,00 cada. Qual será o valor resgatado após o período estabelecido?

$\boxed{5} \boxed{0} \boxed{\text{Enter}} \boxed{0} \boxed{.} \boxed{5} \boxed{\%} \boxed{+} \boxed{1} \boxed{0} \boxed{\times}$

Multiplicamos por 10 ao final pois foram comprados 10 títulos, o valor resgatado será de R\$ 502,50, ou seja, R\$ 2,50 a mais.

**Problema 3:** Dois amigos montaram uma Empresa, o primeiro entrou com R\$ 500,00 e o segundo com R\$ 300,00. Qual o percentual de participação dos sócios no lucro da Empresa?

1. Capital Total:  $\boxed{5} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{\text{Enter}} \boxed{3} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{+}$

2. Participação sócio 1:  $\boxed{5} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{\%T}$

3. Participação sócio 2:  $\boxed{CLX} \boxed{3} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{\%T}$

Sócio 1 com **62,50%** e Sócio 2 com **37,50%**.

**Problema 4:** Um eletrodoméstico que estava sendo vendido por R\$ 340,00 foi majorado<sup>2</sup> em 8%. Qual o novo preço de venda?

$\boxed{3} \boxed{4} \boxed{0} \boxed{\text{Enter}} \boxed{8} \boxed{\%} \boxed{+}$

O novo preço de venda é **R\$ 367,20**.

**Problema 5:** Foi recebido um salário de R\$ 935,00 após um reajuste de 5%. Qual era o valor do salário anterior?

$\boxed{9} \boxed{3} \boxed{5} \boxed{\text{Enter}} \boxed{1} \boxed{\text{Enter}} \boxed{5} \boxed{\%} \boxed{+} \boxed{\div}$

O salário anterior era de **R\$ 890,48**.

**Problema 6:** O faturamento mensal de uma empresa é de R\$ 800,00, o valor das vendas a vista, R\$ 481,00. Qual a porcentagem de participação das vendas a vista em relação ao total?

$\boxed{8} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{\text{Enter}} \boxed{4} \boxed{8} \boxed{1} \boxed{\%T}$

A porcentagem de participação é **60,13%**.

**Problema 7:** Calcular a evolução o percentual de faturamento para uma empresa conforme a seguinte tabela:

Mês	Valor (Em mil R\$)
Janeiro	58
Fevereiro	66
Março	72
Abril	67

1. De Janeiro a Fevereiro:

<sup>2</sup>Acréscimo no preço do bem

$\boxed{5}$   $\boxed{8}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{6}$   $\boxed{6}$   $\boxed{\Delta\%}$

2. De Fevereiro a Março:

$\boxed{6}$   $\boxed{6}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{7}$   $\boxed{2}$   $\boxed{\Delta\%}$

3. De Março a Abril:

$\boxed{7}$   $\boxed{2}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{6}$   $\boxed{7}$   $\boxed{\Delta\%}$

E teremos os seguinte percentuais: **13,79%**, **9,09%** e **-6,94%**.

## Números com mais de 10 dígitos

O visor da HP-12C comporta até 10 dígitos. Para introduzir um número com mais de dez dígitos (por exemplo 500.000.000.000), procedemos da seguinte maneira:

1. Anote esse número em notação científica (5e11)

2. Teclar a mantissa:  $\boxed{5}$

3. Pressionar a tecla  $\boxed{\text{RND}}$

4. Teclar o expoente:  $\boxed{11}$

Outra forma é utilizar as teclas  $\boxed{f}$   $\boxed{.}$  para expressar as potências de 10. Por exemplo o numero 4.069.948.757. Pressionar na sequencia:  $\boxed{4}$   $\boxed{0}$   $\boxed{6}$   $\boxed{9}$   $\boxed{9}$   $\boxed{4}$   $\boxed{8}$   $\boxed{7}$   $\boxed{5}$   $\boxed{7}$   $\boxed{f}$   $\boxed{.}$  e no visor aparece: **4,069948 09**

## Estatística

Quando falamos de média, sempre pensamos na aritmética, ou seja o somatório dos elementos dividida pela sua quantidade, que seria simplesmente o seguinte, dado o conjunto de elementos {3, 3, 4, 6, 7} calcular a média aritmética:

$\boxed{3}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{3}$   $\boxed{+}$   $\boxed{4}$   $\boxed{+}$   $\boxed{6}$   $\boxed{+}$   $\boxed{7}$   $\boxed{+}$   $\boxed{5}$   $\boxed{\div}$

Que resulta em 4,60. Porém a calculadora permite realizarmos muitas outras operações estatísticas, começamos pela média geométrica:

$\boxed{3}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{3}$   $\boxed{\times}$   $\boxed{4}$   $\boxed{\times}$   $\boxed{6}$   $\boxed{\times}$   $\boxed{7}$   $\boxed{\times}$   $\boxed{5}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{y^x}$

Que resulta em 4,32 ou então a média harmônica:

$\boxed{3}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{+}$   $\boxed{3}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{+}$   $\boxed{4}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{+}$   $\boxed{6}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{+}$   $\boxed{7}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{+}$   $\boxed{5}$   $\boxed{\div}$   $\boxed{1/x}$

Que resulta em 4,08. Porém na calculadora, normalmente os dados estatísticos são armazenados como um conjunto de somas resultantes dos dados originalmente coletados. Por exemplo, para calcular a média armazenamos os dados e pressionamos a função correspondente:

Média Aritmética: 4,60

$\boxed{f}$   $\boxed{\Sigma}$   $\boxed{3}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{3}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{4}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{6}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{7}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{g}$   $\boxed{\bar{x}}$

Média Geométrica: 4,32

$\boxed{f}$   $\boxed{\Sigma}$   $\boxed{3}$   $\boxed{g}$   $\boxed{LN}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{3}$   $\boxed{g}$   $\boxed{LN}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{4}$   $\boxed{g}$   $\boxed{LN}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{6}$   $\boxed{g}$   $\boxed{LN}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{7}$   $\boxed{g}$   $\boxed{LN}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{g}$   $\boxed{\bar{x}}$

Média Harmônica: 4,08

$\boxed{f}$   $\boxed{\Sigma}$   $\boxed{3}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{3}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{4}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{6}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{7}$   $\boxed{1/x}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{g}$   $\boxed{\bar{x}}$   $\boxed{1/x}$

Vejam algumas funções básicas:

- $\boxed{f}$   $\boxed{\Sigma}$  - Limpar os valores armazenados nos registradores





```

2 7 0 0 Enter 1 0 0 0 0 Σ+
2 9 2 0 Enter 1 1 0 0 0 Σ+
3 2 8 0 Enter 1 3 0 0 0 Σ+
3 3 0 0 Enter 1 4 0 0 0 Σ+
3 0 8 0 Enter 1 2 0 0 0 Σ+

```

3. Média da Superfície:  $11.375 \text{ m}^2$   $\boxed{g}$   $\boxed{\bar{x}}$

4. Média da Área construída:  $2.880 \text{ m}^2$

$\boxed{x \leq y}$

5. Desvio Padrão da Superfície:  $1.685,02 \text{ m}^2$

$\boxed{g}$   $\boxed{s}$

6. Desvio Padrão da Área construída:  $415,83 \text{ m}^2$

$\boxed{x \leq y}$

O desvio padrão é normalmente usado pelos investidores para medir o risco de uma ação. O desvio padrão é uma medida de volatilidade, ou seja, quanto mais os retornos da ação variarem do valor de retorno médio daquela ação, mais volátil é a ação. E conhecendo a média e o desvio padrão podemos ainda obter o **Coefficiente de Variação** que é dado pelo desvio padrão  $\div$  média.

**Problema 3:** Qual empresa apresenta uma menor volatilidade pois o valor final foi exatamente o mesmo conforme os seguintes valores de abertura, variação percentual e fechamento durante a última semana:

Movimento de Ação da Empresa A			Movimento de Ação da Empresa B		
Abert.	Var. %	Fech.	Abert.	Var. %	Fech.
1.000,00	1,80	1.018,00	1.000,00	6,60	1.066,00
1.018,00	7,96	1.099,00	1.066,00	12,00	1.194,00
1.099,00	7,01	1.176,00	1.194,00	-9,00	1.086,00
1.176,00	-11,73	1.038,00	1.086,00	-4,00	1.043,00
1.038,00	2,00	1.058,00	1.043,00	1,50	1.058,00

1. Calcular o desvio padrão para **Empresa A**:

```

f Σ
1 0 0 0 Σ+
1 0 1 8 Σ+
1 0 9 9 Σ+
1 1 7 6 Σ+
1 0 3 8 Σ+
1 0 5 8 Σ+
g s

```

2. Calcular o desvio padrão para **Empresa B**:

```

f Σ
1 0 0 0 Σ+
1 0 6 6 Σ+
1 1 9 4 Σ+
1 0 8 6 Σ+
1 0 4 3 Σ+
1 0 5 8 Σ+
g s

```

A ação da Empresa A apresenta um desvio padrão de **R\$ 64,33** enquanto que a ação da Empresa B é de **R\$ 65,27** sendo esta a mais volátil.

**Erro Padrão** é uma medida de quão confiável é a média de uma amostra como um estimador da média de uma

população na qual a amostra foi retirada.

**Problema 4:** Uma amostra com 6 aluguéis para apartamentos de um quarto demonstrou o seguinte resultado: R\$ 190,00; R\$ 200,00; dois aluguéis R\$ 205,00; R\$ 216,00; R\$ 220,00. Qual média, desvio e erro padrão?

1. Entrada dos dados:

$f$   $REG$   
 1 9 0  $\Sigma+$   
 2 0 0  $\Sigma+$   
 2 0 5  $\Sigma+$   
 2 0 5  $\Sigma+$   
 2 1 6  $\Sigma+$   
 2 2 0  $\Sigma+$

2. Média: R\$ 206,00

$g$   $\bar{x}$

3. Desvio padrão: R\$ 10,86

$g$   $S$

4. Erro padrão: R\$ 4,43

$RCL$  1  $g$   $\sqrt{x}$   $\div$

**Problema 5:** Uma pesquisa registrou o valor dos aluguéis para apartamentos de um quarto: 54 por R\$ 190,00; 32 por R\$ 195,00; 88 por R\$ 200,00; 92 por R\$ 206,00. Qual média, desvio e erro padrão?

1. Entrada dos dados:

$f$   $REG$   
 1 9 0  $Enter$   $Enter$  5 4  $STO$  + 0  $\times$   $\Sigma+$   
 1 9 5  $Enter$   $Enter$  3 2  $STO$  + 0  $\times$   $\Sigma+$   
 2 0 0  $Enter$   $Enter$  8 8  $STO$  + 0  $\times$   $\Sigma+$   
 2 0 6  $Enter$   $Enter$  9 2  $STO$  + 0  $\times$   $\Sigma+$

2. Média mensal: R\$ 199,44

$RCL$  0  $STO$  1  $RCL$  6  $STO$  3  $g$   $\bar{x}$

3. Desvio padrão: R\$ 5,97

$g$   $S$

4. Erro padrão: R\$ 0,37

$RCL$  1  $g$   $\sqrt{x}$   $\div$

## Covariância

É uma medida da interdependência entre variáveis emparelhadas (x e y). Como o desvio padrão, a covariância pode ser definida para uma amostra ( $S_{xy}$ ) ou uma população ( $S'_{xy}$ ) da seguinte forma:

- $S_{xy} = r \times sx \times sy$
- $S'_{xy} = r \times s'x \times s'y$

**Problema 1:** Encontrar a covariância da amostra e da população para as seguintes variáveis emparelhadas:

$x_i$	26	30	44	50	62	68	74
$y_i$	92	85	78	81	54	51	40

1. Entrada dos dados:

$f$   $REG$   
 $9$   $2$   $Enter$   $2$   $6$   $\Sigma+$   
 $8$   $5$   $Enter$   $3$   $0$   $\Sigma+$   
 $7$   $8$   $Enter$   $4$   $4$   $\Sigma+$   
 $8$   $1$   $Enter$   $5$   $0$   $\Sigma+$   
 $5$   $4$   $Enter$   $6$   $2$   $\Sigma+$   
 $5$   $1$   $Enter$   $6$   $8$   $\Sigma+$   
 $4$   $0$   $Enter$   $7$   $4$   $\Sigma+$

2. Covariância da amostra: -354,14

$g$   $s$   $\times$   $Enter$   $g$   $\hat{y},r$   $R\downarrow$   $\times$

3. Covariância da população: -303,55

$RCL$   $1$   $1$   $=$   $RCL$   $1$   $\div$   $\times$

## Ajuste de curva exponencial

Para quadrados mínimos pode ser calculado de acordo com a equação  $y = Ae^{Bx}$ . A técnica para o ajuste de curva exponencial é utilizado para determinar a taxa de crescimento com uma variável como o valor de uma ação ao longo do tempo, quando há suspeita de que o desempenho é não linear. Onde o valor de **B** é o valor decimal da taxa de crescimento contínuo.

Por exemplo, após digitar várias cotações de preços para o fim de mês a uma determinada ação, o valor de B é 0,10. Isso significa que, durante este período medido o estoque experimentou uma taxa de crescimento contínuo de 10%. Se B for maior que 0, teremos uma curva de crescimento.

**Problema 1:** O preço histórico de uma ação foi registrado conforme a seguinte disposição: 2001 - R\$ 45,00; 2002 - R\$ 51,00; 2002 - R\$ 53,00; 2003 - R\$ 72,00; 2004 - R\$ 85,00; 2005 - R\$ 97,00. Qual a Taxa efetiva de crescimento e se continuar qual será o preço projetado ao final de 2006 (ano 7)?

1. Entrada dos dados:

$f$   $REG$   
 $4$   $5$   $g$   $LN$   $1$   $\Sigma+$   
 $5$   $1$   $g$   $LN$   $2$   $\Sigma+$   
 $5$   $3$   $g$   $LN$   $3$   $\Sigma+$   
 $7$   $2$   $g$   $LN$   $4$   $\Sigma+$   
 $8$   $5$   $g$   $LN$   $5$   $\Sigma+$   
 $9$   $7$   $g$   $LN$   $6$   $\Sigma+$

2. Coeficiente de correlação (entre y e x): 0,98

$g$   $\hat{y},r$   $x \leq y$

3. Valor de A: 36,57

$0$   $g$   $\hat{y},r$   $g$   $e^x$

4. Valor de B: 0,16

$1$   $g$   $\hat{y},r$   $g$   $e^x$   $0$   $g$   $\hat{y},r$   $g$   $e^x$   $x \leq y$   $R\downarrow$   $\div$   $g$   $LN$

5. Taxa efetiva de crescimento: 0,18

$g$   $e^x$   $1$   $-$

6. Projeção do preço para 2006: R\$ 113,87

$7$   $g$   $\hat{y},r$   $g$   $e^x$

**Problema 2:** Um fabricante observou as vendas de um produto ao longo de vários meses, foi registrado os seguintes valores: 1431; 3506; 5177; 6658; 7810; 8592. Estes podem ser ajustados por uma curva logarítmica da forma  $y = A + B(\ln x)$ , onde y representa as vendas cumulativas em unidades e x o número de meses desde o início. Quantas unidades serão vendidas ao final do sétimo e oitavo mês?

1. Entrada dos dados:

$f$   $REG$   
 $1$   $4$   $3$   $1$   $Enter$   $1$   $g$   $LN$   $\Sigma+$   
 $3$   $5$   $0$   $6$   $Enter$   $2$   $g$   $LN$   $\Sigma+$   
 $5$   $1$   $7$   $7$   $Enter$   $3$   $g$   $LN$   $\Sigma+$   
 $6$   $6$   $5$   $8$   $Enter$   $4$   $g$   $LN$   $\Sigma+$   
 $7$   $8$   $1$   $0$   $Enter$   $5$   $g$   $LN$   $\Sigma+$   
 $8$   $5$   $9$   $2$   $Enter$   $6$   $g$   $LN$   $\Sigma+$

2. Coeficiente de correlação (entre y e x): 0,99

$g$   $\hat{y},r$   $x \leq y$

3. Valor de **A**: 1.066,15

$0$   $g$   $\hat{y},r$

4. Valor de **B**: 4.069,93

$1$   $g$   $\hat{y},r$   $Enter$   $0$   $g$   $\hat{y},r$   $x \leq y$   $R\downarrow$   $=$

5. Projeção de vendas para o sétimo mês: 8.985,87 unidades

$7$   $g$   $LN$   $g$   $\hat{y},r$

6. Projeção de vendas para o oitavo mês: 9.529,34 unidades

$8$   $g$   $LN$   $g$   $\hat{y},r$

**Problema 3:** Ao investigar quantitativamente a relação entre o tempo (t) para um objeto em queda atingir o solo e a altura (h) em que caiu, foi lançado uma pedra de vários níveis e cronometrado sua descida resultando nas seguintes medidas: t = 2 e h = 30; t = 2,5 e h = 50; t = 3,5 e h = 90; t = 4 e h = 130; t = 4.5 e h = 150. Encontre a fórmula da curva de potência que melhor expressa h como uma função de t ( $h = A \times t^B$ ).

1. Entrada dos dados:

$f$   $REG$   
 $3$   $0$   $g$   $LN$   $2$   $g$   $LN$   $\Sigma+$   
 $5$   $0$   $g$   $LN$   $2$   $.$   $5$   $g$   $LN$   $\Sigma+$   
 $9$   $0$   $g$   $LN$   $3$   $.$   $5$   $g$   $LN$   $\Sigma+$   
 $1$   $3$   $0$   $g$   $LN$   $4$   $g$   $LN$   $\Sigma+$   
 $1$   $5$   $0$   $g$   $LN$   $4$   $.$   $5$   $g$   $LN$   $\Sigma+$

2. Coeficiente de correlação (entre y e x): 1,0

$g$   $\hat{y},r$   $x \leq y$

3. Valor de **A**: 7,72

$0$   $g$   $\hat{y},r$   $g$   $e^x$

4. Valor de **B**: 1,99

$1$   $g$   $\hat{y},r$   $Enter$   $0$   $g$   $\hat{y},r$   $x \leq y$   $R\downarrow$   $=$

A fórmula que melhor expressa é:  $h = 7,72 \times t^{1,99}$

## Qui-quadrado

Esta é uma medida da qualidade do ajuste entre dois conjuntos de frequências. É usado para testar se um conjunto de observações difere de outro com frequências esperadas o suficiente para rejeitar a hipótese de quais frequências esperadas foram obtidas.

**Problema 1:** Um dado suspeito de um cassino em Las Vegas foi levado a uma empresa de testes para determinar sua honestidade. O dado é lançado 120 vezes e os seguintes resultados foram obtidos: 1 - 25; 2 - 17; 3 - 15; 4 - 23; 5 - 24; 6 - 16. A frequência esperada era 20 para cada número (120 lançamentos  $\div$  6 lados).

1. Preparação para os dados:

$f$   $REG$   
 $2$   $0$   $STO$   $0$

2. Para face 1: 1,25

$2$   $5$   $Enter$   $RCL$   $0$   $-$   $Enter$   $\times$   $RCL$   $0$   $\div$

2. Para face 2: 0,45 - Acumulado 1,70

$1$   $7$   $Enter$   $RCL$   $0$   $-$   $Enter$   $\times$   $RCL$   $0$   $\div$   $+$

2. Para face 3: 1,25 - Acumulado 2,95

$1$   $5$   $Enter$   $RCL$   $0$   $-$   $Enter$   $\times$   $RCL$   $0$   $\div$   $+$

2. Para face 4: 0,45 - Acumulado 3,40

$2$   $3$   $Enter$   $RCL$   $0$   $-$   $Enter$   $\times$   $RCL$   $0$   $\div$   $+$

2. Para face 5: 0,80 - Acumulado 4,20

$2$   $4$   $Enter$   $RCL$   $0$   $-$   $Enter$   $\times$   $RCL$   $0$   $\div$   $+$

2. Para face 6: 0,80 - Acumulado 5,00

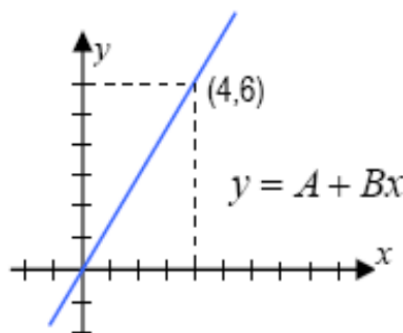
$1$   $6$   $Enter$   $RCL$   $0$   $-$   $Enter$   $\times$   $RCL$   $0$   $\div$   $+$

O número com graus de liberdade é  $n - 1$ , sendo 6 possibilidades, temos o valor **5** (5 graus de liberdade ou probabilidade = 0,95). Ao consultar a tabela Qui-quadrado ao final desta apostila, observamos  $\chi^2$  e nível com significância de 0,05 e igual a **11,07**. Como o acumulado é um valor menor concluímos que o dado é justo.

## Regressão

Na HP-12C, somatórios resultantes de dados estatísticos são apropriados cálculos de regressão linear. Os valores de um gráfico devem ser entrados para se calcular a equação da linha, obedecendo a sequência: ordenada e abscissa.

**Problema 1:** Calcular a inclinação para caracterizar a linha reta e da abscissa (x) quando a ordenada (y) for igual a 8, com base na informação do seguinte gráfico:



**Figura 1.** Exemplo 01

1. Limpar a memória:  $f$   $\Sigma$

2. Entrar com os valores:  $0$   $Enter$   $0$   $\Sigma+$   $6$   $Enter$   $4$   $\Sigma+$

3. Calcular a inclinação:  $1$   $g$   $\hat{y},r$

4. Calcular o valor da ordenada:  $8$   $g$   $\hat{y},r$

E assim temos uma inclinação de **1,50** e para abscissa com valor 8 a ordenada é igual a **12**.

**Problema 2:** Calcular o ponto de interseção-y, a inclinação para caracterizar a linha reta e o valor da abscissa quando

a ordenada for igual a 5 com base na informação do seguinte gráfico:

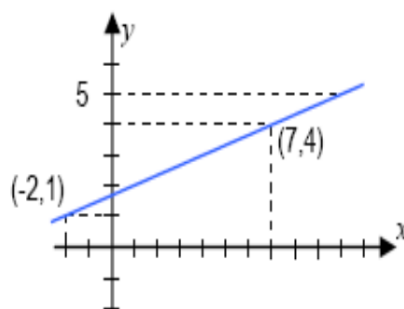


Figura 2. Exemplo 02

1. Limpar a memória:

$\boxed{f}$   $\boxed{\Sigma}$

2. Entrar com os valores:

$\boxed{1}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{2}$   $\boxed{\text{CHS}}$   $\boxed{\Sigma+}$   $\boxed{4}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{7}$   $\boxed{\Sigma+}$

3. Calcular a intercepção-y (A): 1,67

$\boxed{0}$   $\boxed{g}$   $\boxed{\hat{y},r}$

4. Calcular a inclinação (B): 0,33

$\boxed{1}$   $\boxed{g}$   $\boxed{\hat{y},r}$   $\boxed{x \leq y}$   $\boxed{R\downarrow}$   $\boxed{x \leq y}$   $\boxed{=}$

5. Calcular o valor da abscissa: 10

$\boxed{5}$   $\boxed{g}$   $\boxed{\hat{x},r}$

**Problema 3:** Estimar as vendas previstas de uma fábrica para o ano de 2019 e em que ano as vendas chegam a 130.000 unidades conforme o seguinte detalhamento (as vendas estão em mil unidades): 2010 - 58; 2011 - 66; 2012 - 72; 2013 - 77; 2014 - 81; 2015 - 85.

Uma forma de estimar o comportamento das vendas futuras consiste em aplicar o Método dos Mínimos Quadrados, que permite encontrar a melhor reta que se ajusta aos pontos.

1. Limpar a memória:

$\boxed{f}$   $\boxed{\Sigma}$

2. Entrar com os valores (para agilizar a digitação podemos usar o ano com 2 dígitos):

$\boxed{5}$   $\boxed{8}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{1}$   $\boxed{0}$   $\boxed{\Sigma+}$   
 $\boxed{6}$   $\boxed{6}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{1}$   $\boxed{1}$   $\boxed{\Sigma+}$   
 $\boxed{7}$   $\boxed{2}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{1}$   $\boxed{2}$   $\boxed{\Sigma+}$   
 $\boxed{7}$   $\boxed{7}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{1}$   $\boxed{3}$   $\boxed{\Sigma+}$   
 $\boxed{8}$   $\boxed{1}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{1}$   $\boxed{4}$   $\boxed{\Sigma+}$   
 $\boxed{8}$   $\boxed{5}$   $\boxed{\text{Enter}}$   $\boxed{1}$   $\boxed{5}$   $\boxed{\Sigma+}$

3. Vendas previstas para o ano de 2019: 107,52 mil unidades

$\boxed{1}$   $\boxed{9}$   $\boxed{g}$   $\boxed{\hat{y},r}$

4. Ano para 130.000 unidades: 2023

$\boxed{1}$   $\boxed{3}$   $\boxed{0}$   $\boxed{g}$   $\boxed{\hat{x},r}$

## Programação com Permutação e Combinação

Programar na HP-12C consiste em gravar uma sequência de teclas, este é um recurso muito útil para determinadas situações. É possível inserir no máximo 99 linhas na memória. As principais teclas a saber são:

- $\boxed{R/S}$  *RUN/STOP*, iniciar ou interromper a execução de um programa
- $\boxed{f} \boxed{P/R}$  *PROGRAM/RUN*, colocar a calculadora em modo de programação ou execução
- $\boxed{g} \boxed{PSE}$  *PAUSE*, fornecer uma pausa com cerca de 1 seg. na execução do programa
- $\boxed{f} \boxed{PRGM}$  *CLEAR PROGRAMS*, limpar os programas registrados na memória da calculadora
- $\boxed{g} \boxed{GTO}$  *GO TO*, executar um desvio de rotina no programa
- $\boxed{g} \boxed{BST}$  *STEP*, executar o programa passo a passo

**Permutação** (também chamada de Arranjo Simples) é um subconjunto ordenado em um conjunto de objetos distintos. O número de permutações possíveis, cada uma contendo  $n$  objetos, que podem ser formadas a partir de  $m$  objetos distintos é dado por:  ${}_mP_n = m! \div (m - n)!$  Lembre-se que na permutação não existe repetição e o número de elementos a serem tomados para compor o resultado deve ser igual ao número de elementos no conjunto.

Por exemplo, seja  $T$  um conjunto com elementos:  $\{A, B, C, D\}$ , e queremos realizar agrupamentos com 2 elementos quantos arranjos podemos obter. Para resolvermos na calculadora criamos o seguinte programa:

```

 $\boxed{f} \boxed{P/R}$ 
 $\boxed{f} \boxed{PRGM}$  - 00
 $\boxed{STO} \boxed{0}$  - 01
 $\boxed{x \leq y}$  - 02
 $\boxed{g} \boxed{n!}$  - 03
 $\boxed{g} \boxed{LSTx}$  - 04
 $\boxed{RCL} \boxed{0}$  - 05
 $\boxed{-}$  - 06
 $\boxed{g} \boxed{n!}$  - 07
 $\boxed{\div}$  - 08
 $\boxed{g} \boxed{GTO} \boxed{0} \boxed{0}$  - 09
 $\boxed{f} \boxed{P/R}$ 

```

E para executar o programa:  $\boxed{4} \boxed{Enter} \boxed{2} \boxed{R/S}$  e temos como resposta 12. Ou seja:  
 ${}_4P_2 = \{AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC\}$

**Problema 1:** De quantas maneiras diferentes 10 pessoas podem sentar em um banco se só existem 4 lugares disponíveis? ( ${}_{10}P_4$ )

```

 $\boxed{1} \boxed{0} \boxed{Enter} \boxed{4} \boxed{R/S}$ 

```

E temos 5.040 maneiras diferentes.

**Problema 2:** Uma corrida com 20 atletas vai premiar os 5 primeiros, quantos arranjos são possíveis realizar? ( ${}_{20}P_5$ )

```

 $\boxed{2} \boxed{0} \boxed{Enter} \boxed{5} \boxed{R/S}$ 

```

E temos 1.860.480 maneiras diferentes.

**Combinação** é uma seleção com um ou mais conjuntos de objetos distintos, independentemente da ordem. O número de combinações possíveis, cada uma contendo  $n$  objetos, que podem ser formadas a partir de uma coleção de  $m$  objetos distintos é dado por:  ${}_mC_n = m! \div (m - n)!n!$

Por exemplo, seja  $T$  um conjunto com elementos:  $\{A, B, C, D\}$ , e queremos realizar agrupamentos com 2 elementos quantos arranjos podemos obter sem a repetição desses. Para resolvermos na calculadora criamos o seguinte programa:

```

 $\boxed{f} \boxed{P/R}$ 
 $\boxed{f} \boxed{PRGM}$  - 00
 $\boxed{STO} \boxed{0}$  - 01
 $\boxed{x \leq y}$  - 02
 $\boxed{g} \boxed{n!}$  - 03
 $\boxed{g} \boxed{LSTx}$  - 04

```

$\boxed{RCL} \boxed{0} - 05$   
 $\boxed{=}$  - 06  
 $\boxed{g} \boxed{n!} - 07$   
 $\boxed{RCL} \boxed{0} - 08$   
 $\boxed{g} \boxed{n!} - 09$   
 $\boxed{\times}$  - 10  
 $\boxed{\div}$  - 11  
 $\boxed{g} \boxed{GTO} \boxed{0} \boxed{0} - 12$   
 $\boxed{f} \boxed{P/R}$

E para executar o programa:  $\boxed{4} \boxed{Enter} \boxed{2} \boxed{R/S}$  e temos como resposta 6. Ou seja:  
 ${}_4C_2 = \{AB \text{ ou } BA, AC \text{ ou } CA, AD \text{ ou } DA, BC \text{ ou } CB, BD \text{ ou } DB, CD \text{ ou } DC\}$

**Problema 1:** Um coordenador precisa selecionar um comitê formado por três pessoas entre os sete engenheiros que trabalham para ele. De quantas maneiras diferentes o comitê pode ser selecionado?  ${}_7C_3$

$\boxed{7} \boxed{Enter} \boxed{3} \boxed{R/S}$

E temos 35 maneiras diferentes.

**Problema 2:** A megassena consiste em uma cartela de 60 números dentre os quais devemos acertar 6 para ganharmos o prêmio principal, quantas possibilidades existem?  ${}_{60}C_6$

$\boxed{6} \boxed{0} \boxed{Enter} \boxed{6} \boxed{R/S}$

E temos 50.063.860 maneiras diferentes.

## Conclusão

O mais interessante que para praticar todos os conceitos que vimos nesta apostila não é necessário possuir uma HP12C e além do software indicado ainda é possível encontrá-la em vários sites [2] que apresentam versões online da mesma tornando possível testar todas as suas funcionalidades antes de adquiri-la.

Sou um entusiasta do mundo **Open Source** e novas tecnologias. Qual a diferença entre Livre e Open Source? Livre significa que esta apostila é gratuita e pode ser compartilhada a vontade. Open Source além de livre todos os arquivos que permitem a geração desta (chamados de arquivos fontes) devem ser disponibilizados para que qualquer pessoa possa modificar ao seu prazer, gerar novas, complementar ou fazer o que quiser. Os fontes da apostila (que foi produzida com o LaTeX) está disponibilizado no GitHub [5]. Veja ainda outros artigos que publico sobre tecnologia através do meu Blog Oficial [3].

## Referências

- [1] Versão HP12C Platinum  
<https://sourceforge.net/projects/finanx/>
- [2] Versão OnLine  
<https://www.fazerfacil.com.br/calculadoras/hp12c.html>
- [3] Fernando Anselmo - Blog Oficial de Tecnologia  
<http://www.fernandoanselmo.blogspot.com.br/>
- [4] Encontre essa e outras publicações em  
<https://cetrex.academia.edu/FernandoAnselmo>
- [5] Repositório para os fontes da apostila  
<https://github.com/fernandoans/publicacoes>



Chi-square Distribution Table

d.f.	.995	.99	.975	.95	.9	.1	.05	.025	.01
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89
32	15.13	16.36	18.29	20.07	22.27	42.58	46.19	49.48	53.49
34	16.50	17.79	19.81	21.66	23.95	44.90	48.60	51.97	56.06
38	19.29	20.69	22.88	24.88	27.34	49.51	53.38	56.90	61.16
42	22.14	23.65	26.00	28.14	30.77	54.09	58.12	61.78	66.21
46	25.04	26.66	29.16	31.44	34.22	58.64	62.83	66.62	71.20
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15
55	31.73	33.57	36.40	38.96	42.06	68.80	73.31	77.38	82.29
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38
65	39.38	41.44	44.60	47.45	50.88	79.97	84.82	89.18	94.42
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43
75	47.21	49.48	52.94	56.05	59.79	91.06	96.22	100.84	106.39
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33
85	55.17	57.63	61.39	64.75	68.78	102.08	107.52	112.39	118.24
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12
95	63.25	65.90	69.92	73.52	77.82	113.04	118.75	123.86	129.97
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81

Figura 3. Tabela Qui-quadrado