

## Q10 : 正则表达式匹配 MD:字符串

## Q5 : 最长回文子串。 MD:字符串

## Q32 . 最长有效括号 一个有效的字符串一定是 从左到右扩展的子串, 都是满足 左括号数量 $\geq$ 右括号数量的。且该串本身 左括号数量 = 右括号数量

1. 方法1: 使用 $dp[i][j] = k$  表示  $i \sim j$  的子串,  $k = \text{左括号}-\text{右括号数量}$ 。当 $k = -1$ 时, 表示 $i \sim j$ 一定非法, 且以 $i$ 开头,  $j > j$ 的其他串也都是非法的。 $k > 0$ 则表示后序还有可能是合法的。该方法是最直观的。但是时间复杂度  $O(n^2)$ 太慢了。
2. **双指针** 还是左括号数量 $m \geq$  右括号数量 $n$ 的, 进行双向 遍历 出现 $m = n$ 就保留最大,  $m < n$ 就  $mn$ 置0.从下一个位置从新开始数。**反向再找一遍**。
3. **动态规划**  $dp[i] = k$ : 表示以下标  $i$  字符结尾的最长有效括号的长度。

1. 以 '(' 结尾的最长长度, 必定是0.所以我们只对 ')' 结尾的位置 $dp$ 即可
2. 根据括号可能的形式:  $() ; ()() ; ((())) ; ()((()))$ 来看 $dp$ 的递推关系。
3.  $()$ , 则 $dp[1] = 2$ ;  $()()$ , 则 $dp[3] = dp[1] + 2$ ;
4.  $((()))$ , 则 $dp[5] = dp[4] + 2$ , 因为若 $i-1$ 的位置不是 '(' 说明以位置 $i-1$ 结尾是一个有效的括号序列。
5.  $()((()))$ , 则 $dp[5] = dp[4] + ?$  我们要获取上一个有效括号序列才行。

```
if (s.charAt(i) == ')') { if (s.charAt(i - 1) == '(') { dp[i] = (i >= 2 ? dp[i - 2] : 0) + 2; } else if (i - dp[i - 1] > 0 && s.charAt(i - dp[i - 1] - 1) == '(') { dp[i] = dp[i - 1] + ((i - dp[i - 1]) >= 2 ? dp[i - dp[i - 1] - 2] : 0) + 2; } maxans = Math.max(maxans, dp[i]); }
```

## Q53 : 最大子序和 : 很心痛的一道题

1. 动态规划 :  $f(i)$ : 以 $a_i$ 结尾的最大子序和。  $f(i) = \max(f(i-1)+a_i, a_i)$ ; 然后 $dp$ 压缩, 空间使用 $O(1)$
2. 滑动窗口 : 假设当前窗口和为 $sum$ , 最终结果为 $ans$ , 若当前 $sum \leq 0$  则如果对其继续扩张,  $sum$ 对后边反而是负担, 不会有贡献。所以舍弃该窗口, 然后 $sum = a_i$ ,  $ans = \max(ans, sum)$  只有当 $sum > 0$  时对 $sum$ 扩张才有意义。
3. 如何舍弃已有窗口: 看贡献值。 贡献值是一个很常用的窗口收缩策略。

## Q62 : 不同路径 杨辉三角

1. 每个位置的路径总数 = 该位置左边的路径总数 + 该位置上边的路径总数
2. 其实就是爬楼梯题的变行, 这个是二维的。

## Q64 : 最小路径和

1. 左上角到右下角, 只能2方向搜索。这一点给了我们通过迭代 $dp$ 的机会。

2. 假设该题是4方向的，起点和终点不是在角落，那么要迭代dp就不行了，因为填表顺序太复杂，各个方向都有依赖。但是可以通过递归记忆化来解决。递归记忆化就是为了解决这种计算顺序无法掌握的情况。

$$dp[i][j] = \min(dp[i+1][j], dp[i][j+1]) + m[i][j];$$

## Q91：解码方法 12335323131332 -> abaasd asd 数字到字符的映射。有多少种解码方法。

1. 其实就是爬楼梯 的改编。

编码规定。

'A' -> 1

'B' -> 2

...

'Z' -> 26

2. 给出一个数字字符串，问：有多少种解码的方式。 12 可以理解为 1,2解码为AB 也可以理解为 12解码为L

3. 使用dp[i]:表示以i结尾的当前串，有多少种解码方式。则dp[i]只和dp[i-1],dp[i-2]有关系。

1. 若 num[i] = 0, 则num[i-1]只能是1,或者2. 那么dp[i] = dp[i-2]; 因为最后两位一定是10或者20. 是死的。
2. 若 num[i-1] = 1 或者 (num[i-1] = 2 && 0 < num[i] < 7). 那么dp[i] = dp[i-2] + dp[i-1],即位置i是否要和i-1合并。
3. 剩下的情况一定不能合并，所以 dp[i] = dp[i-1];

```
dp[i-2] : pre dp[i-1] : cur
for (int i = 1; i < s.length(); i++) {
    int tmp = curr;
    if (cs[i] == '0') if (cs[i-1] == '1' || cs[i-1] == '2') curr = pre; else return 0;
    else if (cs[i-1] == '1' || (cs[i-1] == '2' && cs[i] >= '1' && cs[i] <= '6')) curr = curr + pre;
    else curr = curr; //可以省略 pre = tmp;
}
```

## 总共6题股票问题

1. money[i]: 第i天结束时，持有钱的数目。 hold[i]: 第i天结束时，持有股票的数目。
2. 卖出: +prices[i], 买入: -prices[i]
3. 没有冷冻期，都是可以当天无限次买入卖出。
4. 手续费总是在卖出时扣除。

## Q121：买卖股票的最佳时机I：只能买入和卖出一次。

1. 使用滑动窗口， left < right, 然后left永远指向right之前的最小值。只有在right遇到更小值时，left移动到right的位置,这样就可以得到数组中，求得 num[right] - num[left] 的最大值。

## Q122：买卖股票的最佳时机II：必须卖出后，才能重新买入。可以多次买卖股票

**股票可以在同一天买入和卖出**

1. 贪心：只要价格高于买入价格，就卖掉。假设三天的价格是 7 8 9 买入7，卖出8，再买入8，卖出9 总差价就是2. 等价于7买入，9卖出。
2. 只要今天比昨天高，就计入利润。

**Q123：买卖股票的最佳时机 III：最多做两笔交易**

股票可以在同一天买入和卖出：

```

int buy1 = -prices[0], sell1 = 0;
//注意buy2的初始化，在第一天，我们就可以进行第二次交易，
// 假设当前股价为7,第一次买入7，第一次卖出7，第二次买入7，所以收益是
-7.

int buy2 = -prices[0], sell2 = 0;

for (int i = 1; i < n; ++i) {
    // 之前就已经买入第一次，持有股票，当天买入第一次
    buy1 = Math.max(buy1, -prices[i]);
    // 之前卖出第一次，一直持有现金。 或者今天卖出，持有股票
    sell1 = Math.max(sell1, buy1 + prices[i]);
    buy2 = Math.max(buy2, sell1 - prices[i]);
    sell2 = Math.max(sell2, buy2 + prices[i]);
}
return sell2;

```

1. 在计算sell1的时候，为什么要使用刚刚更新过的buy1呢？？？这就是巧妙的地方，我们允许今天买入的股票，在今天卖出。
2. 在计算buy2的时候，我们又使用刚更新过的sell1,这就表明，我们今天卖出了，但是还可以继续买入。sell2也是同理。
3. 那么最后我什么返回sell2呢？一定是做了两笔交易，才能取得最大利润吗？
4. 不：得益于上边的设定，我们总是能得到当天完成两笔交易时取得的最大利润。因为我们能同一天，完成一笔不赔也不赚的交易。这就是，不设置冷冻期的好处。

**Q188：买卖股票的最佳时机 IV：最多做K笔交易**

1. Q123的增强。变为buy[i], sell[i],即可

**Q714：买卖股票的最佳时机含手续费：不限制交易次数，无冷冻期，有手续费。**

1. 我们设定 **在卖出时，扣除手续费** 这样这道题就和 Q122 一样了。

**Q309：最佳买卖股票时机含冷冻期：不限制交易次数，但是卖出股票后，无法在第二天买入。**

1.这题因该分3个状态： 1. 持有股票 2. 不持有股票，并且处于冷冻期的收益， 3.不持有股票，不在冷冻期的最大收益。

```
f[i][0] = Math.max(f[i - 1][0], f[i - 1][2] - prices[i]);
// 要持有股票，只能是从已经持有股票，或者从不在冷冻期转来
f[i][1] = f[i - 1][0] + prices[i];
// 如果今天处于冷冻期，说明是昨天卖了股票。
f[i][2] = Math.max(f[i - 1][1], f[i - 1][2]);
```

**Q131：分割回文串：对串分割，要求所有子串都是回文串，返回所有方案。**

1. 首先，我们通过dp获得所有子串是否是一个回文串。dp[i][j] = true 则子串ij为回文串。
2. 通过回溯的 begin写法，以当前位置为起点，准备分割下一个回文串。终点有很多选择。只要dp[i][j] = true即可。
3. 当cur == len时，说明已经分割完毕。存入list即可。

**Q139：单词拆分 s = "leetcode", wordDict = ["leet", "code"] wordDict不重复，但是每个单词可以重复使用。问：是否可以分割完毕。**

1. 使用动态规划： dp[i]：0到i是否可以分割完毕。
2. 转移方程： if(dp[j]) dp[i] = set.contains(s.substring(j+1, i+1)); 如果dp[j] = true,且j+1到i在集合种，那么可以划分成功。
3. **单词拆分II**：这个题不是求是否可以划分，而是得出所有的划分结果，所以动态规划就不行了，要使用回溯法递归了。但是可以参考回文串的划分，先使用动态规划得到可划分区域 dp[i] 在dp[i]可划分的位置进行切割。其余位置直接跳过。

**Q152 乘积最大子数组 当数组有0的时候，前缀积是没有意义的。**

1. 最容易想到的一个方式是，dp[i][j],表示i~j的乘积，然后使用max在dp中找最大值。时间o(n^2)
2. 是两个dp， max记录以i结尾的最大子数组。min记录以i结尾的最小子数组。min就可以保留负值了。
3. 最大不一定是正数，最小不一定是负数。

```
if(nums[i] == 0){
    max = min = 0;
}else if(nums[i] > 0){
    int ma = max, mi = min;
    // 前一个最大的 可能也是 负数
    max = Math.max(ma*nums[i], nums[i]);
    min = Math.min(mi*nums[i], nums[i]);
}else{
    int ma = max, mi = min;
    max = Math.max(mi*nums[i], nums[i]);
    min = Math.min(ma*nums[i], nums[i]);
}
```

```
        min = Math.min(ma*nums[i], nums[i]);
    }
```

4. 当 $\text{num} > 0$  以 $i$ 结尾的最大子数组，只可能是从以 $i-1$ 结尾的最大子数组，或者子数组是他本身转化来的。
5. 当 $\text{num} < 0$  以 $i$ 结尾的最大子数组，只可能是从以 $i-1$ 结尾的最小子数组，或者子数组是他本身转化来的。最小子数组也同理。

## 打家劫舍

**Q198** : 打家劫舍 相邻两家同时被偷，会报警。钱数：[1,2,3,1] 最多偷  $1+3=4$

1.  $\text{dp}[i]$ : 表示前 $i$ 家最多可以偷多少。则第 $i$ 家的转移有两种

第 $i$ 家不偷，  $\text{dp}[i] = \text{dp}[i-1]$   
 第 $i$ 家偷，  $\text{dp}[i] = \text{dp}[i-2] + \text{nums}[i]$   
 那么两种情况取最大值，即可。  
 可以用滚动数组两个变量保存  $i-1, i-2$  即可。

2. 模仿股票问题，使用双 $\text{dp}$ 数组，**比较简单的设法。我觉得也会比较通用。**

$\text{get}[i]$  : 如果偷第 $i$ 家，前 $i$ 家最多偷多少  
 $\text{no\_get}[i]$  : 不偷第 $i$ 家，前 $i$ 家最多偷多少。  
 那么转移方程是  
 $\text{get}[i] = \text{no\_get}[i-1] + \text{nums}[i]$  // 昨天只能是不偷转移来的。  
 $\text{no\_get}[i] = \max(\text{no\_get}[i-1], \text{get}[i-1])$  // 昨天可能也没偷，也可能偷了。

**Q337** : 打家劫舍 III 二叉树的结构，直接相连的两家被偷，就会报警。

1. 二叉树结构，用数组的话，不好掌握计算顺序。所以使用记忆化递归。记住： $\text{get}, \text{no\_get}$ 两种情况可以偷多少。
2. 然后向上层返回，父节点根据子节点的情况再向上返回。所以使用递归的后序方式。

```
int[] l = dfs(node.left);
int[] r = dfs(node.right);
int selected = node.val + l[1] + r[1];
int notSelected = Math.max(l[0], l[1]) + Math.max(r[0], r[1]);
return new int[]{selected, notSelected}
```

注意：当前结点不偷，则两个子节点都偷，不一定会取得最大值。

## 背包

### Q279 完全平方数 $13 = 9 + 4$ 用最少的完全平方数使得其和为 $n$ 。

1. 是一个数论问题，但是数论解法太高深了，看不懂。所以看作背包问题比较好。即  $k$  这个数的平方要不要背的问题。

```
dp[i] = Math.min(dp[i], dp[i - k*k]+1);
```

### Q322 : 零钱兑换 完全背包问题。

```
for(int i = 1; i <= amount; i++){
    for(int j = 0; j < coins.length && coins[j] <= i; j++){
        dp[i] = Math.min(dp[i], dp[i-coins[j]] + 1);
    }
}
```

因为可以重复选同一种硬币，说明，每次选硬币时，他可以用每一个硬币。只要该硬币面值  $\leq i$  即可。

### Q416 : 分割等和子集： 是否可以把数组分为两个子集，使得其和相等。 好题

1. 0-1背包的 硬币问题，是否存在一种选择，使用这些硬币凑够  $sum/2$

```
dp[i][j] = dp[i-1][j] | dp[i-1][j-nums[i]];    //只依赖于上一行的 01背包问题。
```

如果不选第  $i$  个数，那么前  $i$  个数中拼为  $j$  的状态就和上一行的状态相同。

选第  $i$  个数字，那么 若前  $i-1$  个数字，能拼为  $j-nums[i]$ ，那么前  $i$  个数字，就能拼为  $j$ 。

```
dp[0] = true;
for(int i = 1; i <= nums.length; i++){
    for(int j = target; j >= nums[i-1]; j--){
        dp[j] = dp[j] | dp[j-nums[i-1]];
    }
}
return dp[target];
```

//  $i-1$ : 下标是  $i-1$  的物品，是 第  $i$  个物品。

//

### Q494 目标和 $nums: [1, 1, 1, 1, 1]$ , $S: 3$ 给数组中每一个元素 + 或者 - 号，使得整个数组的和 为 $S$ 。 返回方法数。

1. 初看是回溯法，子集生成，每次都选出的集合为正集合。然后最后算看和是否是  $S$ 。回溯法太慢了。 2. 使用

动态规划。  $dp[i][j] = k$ : 表示前  $i$  个数字, 赋予符号, 最终凑够和为  $j$ , 总共有  $k$  种方法。当  $dp[i-1][j]$  确定时, 第  $i$  个物品有两种方案, 给正号, 或者给负号。  $dp[i][j] = dp[i-1][j+nums[i]] + dp[i-1][abs(j-nums[i])]$

假设  $j = 5$   $nums[i] = 2$

找  $j-nums[i] = 3$  的方案数。  $[3], +2 = 5$  找  $j+nums[i] = 7$  的方法数  $[7], -2 = 5$  假设  $j = 5$   $nums[i] = 6$  找

$j+nums[i] = 11$  的方案数  $[11], -6 = 5$  找  $j-nums[i] = -1$  的方案数  $[-1], 6 = 5$  但是问题是  $dp$  数组下标  $\geq 0$ , 不可能存在  $j-nums[i] < 0$   $j-nums[i]$  的方案数, 和  $nums[i] - j$  的方案数是一样的。只需要把  $nums[i] - j$  的方案中所有符号逆置 就得到了  $j-nums[i]$ , 所以方案数 是一样多的。

**testQ1** 凑够目标和  $y$  的方案数。输入:  $y, k$ , 可使用  $1 \dots y$ ,  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = y$   $x_i \neq x_j \ \&\& \ x_i \% k \neq 0$

1. 背包容量为  $y$ , 所以 硬币最大值就是  $y$ . 再大就没有意义.

2.  $dp[i][j]$ : 前  $i$  个数, 装到容量为  $j$  的背包中的方案数

```
dp[i][j] = dp[i-1][j] + dp[i-1][j-i]
```

1. 若不使用  $i$  这个数, 那么就需要通过前  $i-1$  个数凑够  $j$ , 方案数为  $dp[i-1][j]$

2. 若使用  $i$  这个数, 那么就需要前  $i-1$  个数凑够  $j-i$ , 方案数为  $dp[i-1][j-i]$

3. 对于  $i \% k == 0$  的  $i$  这个值, 这一行都是非法的, 下边也不能依赖, 所以上边二维情况下, 不能直接使用  $dp[i-1]$ . 而是通过  $dp[prerow]$  记录上一行的位置。

3. 初始化:  $dp[0] = 1$ ; 前 0 个物品放在容量 0 的背包, 方案数是 1. 前 0 个物品放在容量非 0 的背包, 方案数为 0.

```
dp[0] = 1;
for(int i = 1; i <= y; i++){
    // 当 i % k == 0, 说明没有 i 这个物品。
    if(i % k == 0) continue;
    for(int j = y; j >= i; j--){
        dp[j] = dp[j] + dp[j-i];
    }
}
return dp[y];
```

## 01背包模板

```
String[] line_1 = in.readLine().split(",");
String[] line_2 = in.readLine().split(",");
int len = line_1.length;
int[] w = new int[len+1];
int[] v = new int[len+1];
// 物品要从 **第一个下标** 开始存放
for(int i = 1; i <= len; i++){
    w[i] = Integer.parseInt(line_1[i-1]);
    v[i] = Integer.parseInt(line_2[i-1]);
}
```

dp定义:  $f[i][j] = \max(f[i-1][j], f[i-1][j-w[i]] + v[i])$   
 $f[i][j]$ 表示前*i*件物品放入一个容量为*j*的背包可以获得的最大价值

```
for (int i = 1; i <= n; i++)
    for (int j = V; j >= w[i]; j--)
        f[j] = max(f[j], f[j - w[i]] + v[i]);
```

*i* 从 0 到 *n*. 共 *n*+1 行。是物品的个数+1  
*j* 从 0 到 *target*, 共 *target*+1 列

// 若 *w*, *v* 从 0 开始放物品 反正 *i* 就和 *wv* 有关系。 *i* 转够 *n* 圈即可。但这只适用于可以一维度的情况下。即

// dp 不需要指明第几行。 若 dp 行数不能省略。 那么只能从 1 开始。

```
for (int i = 0; i < n; i++)
    for (int j = V; j >= w[i]; j--)
        f[j] = max(f[j], f[j - w[i]] + v[i]);
```

1. 恰好装满(也即凑够*k*元问题):  $f[0] = 0, f[1...V] = \text{负无穷}$  使用  $f[0][j]$ : 表示前 0 个物品, 放入容量为 *j* 的背包, 恰好装满, 可以装的最大价值。问题就是 0 个物品, 对于容量大于 0 的背包, 都不可能装满。所以对于  $j > 0$  的状态都是未定义的状态。后序状态不可能由未定义状态转换而来。 所以为了确保  $\max$  选择时不会选到这些非法状态, 讲  $f[1...v] = \text{负无穷}$
2. 最多装载(不要求装满):  $f[0...V] = 0$  不存在上述的非法状态,  $f[0][j]$ : 表示前 0 个物品, 放入容量为 *j* 的背包, 不要求恰好装满, 所以, 没有这些非法状态, 0 个物品, 最大价值就是 0. 所以 全部赋值 0 即可。  
 $f[0...V] = 0$
3. 总结: 1. 滚动数组, 倒着算。依赖上一行, 不依赖本行 2. 初始化, 非法状态, 要确保选不到。

## 完全背包 有*N*种物品和一个容量为*V*的背包, 每种物品都有无限件可用

dp定义:  $f[i][j] = \max(f[i-1][j], f[i][j-w[i]] + v[i])$

$f[i][j]$ 表示前*i*件物品, 可以重复选用的情况下, 放入一个容量为*j*的背包可以获得的最大价值。

可以发现, 由 01 背包的  $f[i-1][j-w[i]] + v[i]$  变为了  $f[i][j-w[i]] + v[i]$

```
for (int i = 1; i <= n; i++)
    for (int j = w[i]; j <= V; j++)
        f[j] = max(f[j], f[j - w[i]] + v[i]);
```

**\*\*for:j\*\*** : *j* 变为正序, 此时  $f[j]$  将会依赖于本行左侧的元素。 本行左侧代表, 可能已经选用物品 *i*, 现在重复选用。

## LIS: 最长上升子序列

## Q300 : 最长递增子序列



0. 二分法只能找严格递增的子序列。(可以改，二分是，我们去刷新第一个大于num的位置，不能刷新等于的位置)

修改为: `if(tails[m] <= num) i = m + 1;`

1. `tails[k]` 的值代表 长度为 $k+1$  子序列 的 最小 尾部 元素值。
2. 长度为 $k+1$ 的子序列的最小尾部元素 必然 大于  $>$  长度为 $k$ 的子序列的最小尾部元素。

```
int res = 0;
// 对于每一个num 更新tails数组
for(int num : nums) {
    // 在tails数组的 0~res之间二分查找 tails[k] >= num
    // 找第一个大于等于num的位置。
    int i = 0, j = res;
    // 若存在则更新位置i ,若不存在, 则i == res 更新的就是res 的位
置。

    while(i < j) {
        int m = (i + j) / 2;
        if(tails[m] < num) i = m + 1;
        // m的位置小于num, 说明第一个大的一定在m的右侧。
        else j = m;
        // m的位置大于等于num , 则第一个大的一定在左侧或则就是m.
        // 若m左侧元素都小于num,则最终一直更新i到现在j=m的位置。
        // 若左侧元素等于num, 则j一直左移动, 直到最左边等于num的位
置。
    }
    // 若不存在, 则更新的是 tails[res] 下边会使得res+1.
    tails[i] = num;
    // 若res == j //
    说明在 [0~res)中不存在 tails[k] > num 则序列长度+1.
    if(res == j) res++; // res == i也一样
    // 这里有一个问题, 就是该判断使得, 该代码只能找 严格递增的, 出现
    相等的, j的位置是在(0~res)之间, 则res不会增加。
}
```

## Q334 : 递增的三元子序列

1. Q300的简化。  $k = 3$ 即可。设一个`dp[2]`数组即可。当出现 $num > dp[1]$ 时, `dp[1]`:说明现在已经有长度为2的子序列了。
2. 而 $num > dp[1]$ 说明, `num`不能更新`dp[1]`,应该更新`dp[2]`,说明存在长度为3的子序列了。而`dp[2]`不需要更新, 直接返回true即可。
3. 若一直无法更新`dp[2]`的位置, 说明不存在长度为3的序列。

### Q338 : 比特位计数 对于输入num,给出 $0 \leq i \leq \text{num}$ 的 每一个i的比特位数。

1.如 : 输入 5 返回 [0,1,1,2,1,2]

2.原理: 10 : 1010 8 : 1000 10的比特位数 恰好是 8的比特位数+1, 即差最后一位。

3.  $i \& (i-1)$  : 可以消去最后一位1, 这样就可以通过10找到8.

```
for(int i = 1; i <= num; i++){
    dp[i] = dp[i&(i-1)]+1;
}
```

### Q354 : 俄罗斯套娃信封问题

1.说白了就是二维的LIS问题, 即最长递增子序列。但是由于二维问题。会互相牵制。

2.先将数组按照一个维度排序。比如按照w排序。那么直接找 h的最长递增子序列即可。

3.问题: 因为是二维的, 如果只按照w排序, 那么w相同的情况下, 如 23 24, 那么使用过2\*3后, 34是递增的, 但是2和2相同

4.会同时用到 23, 和24, 照成错误。按照我们的想法是, w相同的只能选一个, 必然是选h最小的。

5.由上问题, 我们在w排序的基础上, 对h进行逆序排序。即 24 在 23前边。这样按照 二分的LIS算法, 3 小于4, 那么同一个最短子序列就会最终使用 23 将24覆盖掉。

#### 净胜分问题

### Q486 : 预测赢家 : 分数数组: [1, 5, 2] ab两人交替从数组两端选择一个拿走。最终看a是否能胜利。

1.假设现有数组[a,...,z]玩家1先手。那么玩家1可以选a或者z.于是问题被缩小为 选a剩下[b,...,z],或者 选z剩下[a,...,y]

2.引入 净胜分概念, 即玩家x先手在当前数组中可以获得的最大分数(玩家x获得分数 - 玩家y获得分数)

3.设dp[i][j]: 表示: 玩家x先手在数组中可以获取到的净胜分。

那么  $dp[i][j] = \max(\text{nums}[i] - dp[i+1][j], \text{nums}[j] - dp[i][j-1])$

其中  $dp[i+1][j]$ : 由于自己已经选择了i, 那么就相当于对手 在i+1到j是先手的。对手先手在i+1到j可以获得的最大净胜分。

因为是对手获得的 净胜分, 所以要用减法。

```
for (int i = 0; i < len; i++) {
    dp[i][i] = nums[i];
}
for (int j = 1; j < len; j++) {
    for (int i = j - 1; i >= 0; i--) {
```

```

        dp[i][j] = Math.max(nums[i] - dp[i + 1][j], nums[j] - dp[i][j] -
1));
    }
}
// 填对角线。

```

## LCP19 : 树叶转色。

0. 假设树叶只有 r 红色, y 黄色。 给出一个只包含 ry 的字符串。 假设 ry 可以互相换色。 问最少多少次可以将字符串变为[红..黄...红...]每部分最少一个。

1. 使用动态规划。

替换成全红排列0: 所需最小替换次数:  $f[i][0] = f[i-1][0] + \text{isYellow}(i)$   
 替换成红黄排列1: 所需最小替换次数:  $f[i][1] = \min\{f[i-1][0], f[i-1][1]\} + \text{isRed}(i)$   
 替换成红黄红排列2: 所需最小替换次数:  $f[i][2] = \min\{f[i-1][1], f[i-1][2]\} + \text{isYellow}(i)$

第1个树叶, 没有红黄, 红黄红的状态  
 第2个树叶, 没有红黄红的状态。

// 第一个树叶初始化。

```

states[0][0] = leaves.charAt(0) == 'y' ? 1 : 0;
states[0][1] = states[0][2] = Integer.MAX_VALUE;

```

// 第2个树叶初始化

```

states[1][2] = Integer.MAX_VALUE;

```

```

for(int i=1; i<leaves.length(); i++){
    int isYellow = leaves.charAt(i) == 'y' ? 1 : 0;
    int isRed = leaves.charAt(i) == 'r' ? 1 : 0;
    //全部替换成红叶的最小次数
    states[i][0] = states[i-1][0] + isYellow;
    //替换成红黄排列最小次数
    states[i][1] = Math.min(states[i-1][1], states[i-1][0]) + isRed;
    if(i>=2){
        //替换成红黄红排列的最小次数
        states[i][2] = Math.min(states[i-1][1], states[i-1][2]) + isYellow;
    }
}

```

## NC127 : 最长公共子串 LCS

1.  $ss1[i] == ss2[j]$  相等时, 当  $j=0$  时, 只能为1, 否则就是  $dp[i][j] = dp[i-1][j-1] + 1$ ;

```

int maxi = 0; int maxlen = 0;
for(int j = 0; j < len2; j++){

```

```

        if(ss1[0] == ss2[j]) {
            dp[0][j] = 1;
            maxlen = 1;
        }
    }
    for(int i = 1; i < len1; i++){
        for(int j = 0; j < len2; j++){
            if(ss1[i] == ss2[j]){
                if(j == 0){
                    dp[i][j] = 1;
                }else{
                    dp[i][j] = dp[i-1][j-1] + 1;
                }
                if(dp[i][j] > maxlen){
                    maxi = i;
                    maxlen = dp[i][j];
                }
            }
        }
    }
}
//返回子串, 根据 maxi,maxlen直接返回子串即可。
return str1.substring(maxi - maxlen+1, maxi+1);

```

2.  $dp[i][j] = dp[i-1][j-1]$  可以优化空间。j倒着算即可。

```

for(int i = 1; i < len1; i++){
    for(int j = len2-1; j >= 0; j--){
        if(ss1[i] == ss2[j]){
            if(j == 0){ // dp[i][0]单独计算
                dp[j] = 1;
            }else{
                dp[j] = dp[j-1] + 1;
            }
            if(dp[j] > maxlen){
                maxi = i;
                maxlen = dp[j];
            }
        }else{
            // ss1[i] != ss2[j] 显式置 0 . 否则 dp[i][j] = dp[i-1][j].不会变为0.会依赖i-2
            行的值。
            dp[j] = 0;
        }
    }
}

```

## NC92 : 最长公共子序列: LCS

0. s串和t串匹配。

1.  $dp[i][j]$ : 表示:  $s(0,i),t(0,j)$ 这两个前缀的最长公共子序列。不要求以 $i,j$ 处的字符结尾。

2. 转移方程:

```
if(ss1[i] == ss2[j])
    dp[i][j] = dp[i-1][j-1] + 1;
else
    dp[i][j] = Math.max(dp[i-1][j],dp[i][j-1]);
```

3. 初始化: 我们假设  $s[0]=t[0]$ ,那么 $dp[0][0] = 1$ , 则 $dp[0][1]$ 呢?  $dp[0][1]$ 一定为1. 因为  $s(0,0),t(0,1)$ 的公共子序列就是 $s[0]$ ,长度为1.这说明第一行一列初始化时具有延续性, 若前边出现一个1, 后边全是1.

4. 如何从dp数组找 公共子序列? :

1.  $dp[i][j]$  由  $dp[i-1][j-1]$ ,  $dp[i-1][j]$ ,  $dp[i][j-1]$ 三个方向转化而来。
2. 若  $dp[i][j] == dp[i-1][j]$  就说明,  $ss1[i]$ 不要, 我们一定能在 $0-i-1$  和 $0-j$ 找到目标串
3.  $dp[i][j] == dp[i][j-1]$  同理
4. 如果不是上边的情况, 则一定是由 $dp[i-1][j-1]$ 而来。则 $ss1[i]$ 和 $ss2[j]$ 就必须匹配

```
dp[0][0] = ss1[0] == ss2[0] ? 1 : 0;
for (int i = 1; i < len1; i++) {
    dp[i][0] = Math.max(dp[i-1][0], ss1[i] == ss2[0] ? 1 : 0);
}
for (int i = 1; i < len2; i++) {
    dp[0][i] = Math.max(dp[0][i-1], ss1[0] == ss2[i] ? 1 : 0);
}
for(int i = 1; i < len1; i++){
    for(int j = 1; j < len2; j++){
        if(ss1[i] == ss2[j])
            dp[i][j] = dp[i-1][j-1] + 1;
        else
            dp[i][j] = Math.max(dp[i-1][j],dp[i][j-1]);
    }
}
if(dp[len1-1][len2-1] == 0) return "-1";

int ii = len1-1;
int jj = len2-1;
int ans1 = dp[ii][jj];
char[] ans = new char[ans1];
while(ans1 > 0){
    if(ii > 0 && dp[ii][jj] == dp[ii-1][jj]){
        ii--;
    }else if(jj > 0 && dp[ii][jj] == dp[ii][jj-1]){
        jj--;
    }else{
        ans[--ans1] = ss1[ii];
    }
}
```

```

        ii--;
        jj--;
    }
}

```

## NC91 : 最长上升子序列: LIS

1. 在二分法的基础上求出  $dp[n]$ , 在求出  $dp[n]$  的同时也求出  $maxlen[i]$

$maxlen[i]$ : 以下标为  $i$  元素结尾的最长子序列。在求  $dp$  时求出  $maxlen$

2. 从  $dp$  可知, 最长子序列的末尾元素一定是  $dp[ind-1]$ . 然后从  $arr$  数组 合  $maxlen$  数组 求出  $ans$  数组。

```

arr : 2,1,5,3,6,4,8,9,7    dp = 1,3,4,7,9,0,0,0,0 ind = 5  令 j = ind = 5

arr : 2,1,5,3,6,4,8,9,7
maxlen : 1 1 2 2 3 3 4 5 4

                j      9
                j      8
                j      4
                j      3
                ...

```

为什么可行呢?  $maxlen[i] == j = 5$ : 以9结尾的最长上升子串的长度为 5. 则当  
好可以做最后一个元素。因为最长就是5  
然后  $j--$ . 再找4.

```

maxlen[0] = 1;
for(int i = 1; i < n; i++){
    int e = arr[i];
    int left = 0, right = ind;
    while(left < right){
        int mid = left + (right - left) / 2;
        if(dp[mid] <= e){
            left = mid + 1;
        }else{
            right = mid;
        }
    }
    dp[left] = e;
    maxlen[i] = left+1;
    if(right == ind) ind++;
}
int[] ans = new int[ind];
ans[ind-1] = dp[ind-1];
for(int i = n-1, j = ind; j > 0; i--){
    if(maxlen[i] == j) {

```

```
        ans[--j] = arr[i];  
    }  
}
```