

Q133 : 克隆图

1. 前序递归，进行结点拷贝即可。
2. 层次遍历，用map：记录新旧结点的映射，来标记一个点是否被复制过。

Q207 : 课程表： 拓扑排序 dfs拓扑排序

1. 可以使用常规的拓扑排序，但是说实话，不常写，代码量也偏长。十分推荐 dfs的拓扑排序。
2. 该代码只能判断是否有环，并给出拓扑排序。

因为我们一下，找不到 类树的根(非树) 所以我们要把每一个结点，都当作最后一个结点。看是否能完成拓扑排序。

```

    for (int i = 0; i < numCourses && valid; ++i) {
        if (visited[i] == 0) {
            dfs(i);
        }
    }

    public void dfs(int u) {
        visited[u] = 1;
        // 标记结点u正在访问，还没完成全部子节点的访问。
        for (int v: edges.get(u)) {
            // 子节点未访问，则可以访问下去
            if (visited[v] == 0) {
                dfs(v);
                // valid是一个全局变量，若上边dfs把valid改为false，说明
                // tuopu失败。

                if (!valid) {
                    return;
                }
            } else if (visited[v] == 1) {
                // ==1,说明遇到了正在访问但是未完成的点，
                valid = false;
                // 这就说明v是父节点，又是子节点，说明遇到了环。
                return;
                // 修改为false，并返回。
            }
        }
        visited[u] = 2;
        // 当所有子节点完成访问，标记访问完了。
        //如果需要序列，则进行保存。
        // ans.addFirst(u)
        // 使用头插法加入 u。因为加入结点的顺序恰好和正常顺序逆序。
    }
}

```

关键路径算法

先计算完成每个结点的最短时间。

1. 先说数据结构：是图，不是树，若A->B,则说明A依赖B。
2. A -> C A -> B B -> C 可以看到这是图，不是树，只是没有环而已。(因为有向，不算环) 我讲这个图称之为 类树
3. 问题就是 完成 任务 A最短时间。那么A是唯一没有入度的结点。结点A就是类树的根。
4. 若我们没办法方便的从输入，直接获取到 类树的根，那么就要向上边的拓扑排序，对所有结点进行dfs，但是复杂度就高了。
5. dp记录完成每一个结点，所需要的最短时间。采用记忆化 递归的方式。dp[i]:取决于其子结点的dp值。

main(){ ArrayList[] l2r = new ArrayList[len]; int[] dp = new int[len]; Arrays.fill(dp,-1); // 对 root进行 后序的 dp. int ans = dfs(l2r, root,times,dp); } /* 该代码和 dfs的拓扑排序，及其相似，都是3态法，标记结点的访问顺序，在拓扑排序中，vis: 0:未访问。 1: 开始访问 2: 访问完毕。在keyroad中 dp:-1: 未访问 -2: 开始访问 val: 完成该结点的最短时间(恰好也完成了所有子节点的访问)

还有一点区别：拓扑排序中，对子节点访问时，要求子节点是状态 vis=0。

在这里， A -> C A -> B B -> C 这种情况，我们需要通过 dp>0(完成访问，并计时),或者 dp = -1(未访问)

```
*/ static int dfs(ArrayList[] l2r,int curnode,int[] times,int[] dp){ if(dp[curnode] > 0) return dp[curnode];
dp[curnode] = -2; // 表示开始访问。
```

```
int maxtime = 0;
for(int subnode : l2r[curnode]){

    // 只能访问没有访问过的点
    if(dp[subnode] > 0){
        maxtime = Math.max(maxtime, dp[subnode]);
    } else if(dp[subnode] == -1){
        int g = dfs(l2r, subnode,times,dp);
        if(g == -1) return -1;
        maxtime = Math.max(maxtime, g);
    }else if(dp[subnode] == -2){
        // 有循环依赖
        return -1; // 表示出错
    }
}
return dp[curnode] = maxtime + times[curnode];
```

```
}
```

Q332 : 重新安排行程 : 一笔画问题 飞机票构成一幅图。然后找到一条路径使用完所有机票。输出每次到达的位置。从JFK出发

1. euler问题: 通过dfs, 把走过的边标记占用, 或者直接删除。当一个结点的所有子结点都访问完了, 或者说当一个结点的所有边被标记了.那么就输出该点。
2. 该算法其实就是 dfs拓扑排序的 简化版本, 这个是, 访问一个子结点, 删除一个子结点, 访问完所有子节点后, 添加到anslist.

```
public void dfs(String curr) {
    while (map.containsKey(curr) && map.get(curr).size() > 0) {
        String tmp = map.get(curr).poll();
        dfs(tmp);
    }
    itinerary.add(curr);
}
```

Q399 : 除法求值 a->b : 表示a/b

并查集 a->b->c d->r->c

1. ad分别是c的两个子节点。则 $a/d ==> a->c->d ==> a->c * c->d ==> a->c / d->c == a/d$
2. $a/d == a->c / d->c$, 所以分别求 $a->c$, $d->c$ 就是分子和分母。
3. 按照这个思想, 我们可以构造并查集, 若一条边分别在两个集合, 就把集合合并。
4. 优化: 路径压缩。 $a->c$ 的路径可能很长。我们可以通过路径压缩, 减少找c的过程。

```
HashMap<String,String> p; // p[x] 记录节点 x 的父节点
HashMap<String,Double> d; //d[x] 记录节点 x 到父节点的距离 (即 x /
y)
此时d.get(a),就是a/root,d.get(b)就是b/root
```

Q765 : 情侣牵手

并查集 最后ans = n - 并查集个数。

1. 这种情况可以用并查集来表示。假设有 n对椅子。从0 ~ 2*n-1 个椅子。下标01是一对, 下标23是一对, 依次类推。
2. 现在坐在上边的人就是 01, 23, ... 现在对人进行交换。 [0, 2, 1, 3]
3. 如何连接并查集, 对于第一对椅子, 现在坐着 0, 2 这两人不是情侣。对 $0/2 = 0 \ 2/2 = 1$ 说明这两人一个属于第0对, 一个属于第1对。说明第0对和第1对发生了交换。把集合 0, 1合并。即第0对椅子和第1对椅子是同一个集合了。

迪杰斯特拉算法模板

Q778 : 水位上升的泳池中游泳 : 在一个 $N \times N$ 的坐标方格 grid 中, 每一个方格的值 $grid[i][j]$ 表示在位置 (i,j) 的平台高度

当时间为 t 时, 此时雨水导致水池中任意位置的水位为 t 。你可以从一个平台游向四周相邻的任意一个平台, 但是前提是此时水位必须同时淹没这两个平台。假定你可以瞬间移动无限距离。你从坐标方格的左上平台 $(0, 0)$ 出发。最少耗时多久你才能到达坐标方格的右下平台 $(N-1, N-1)$?

0. $grid[i][j]$ 是 $[0, ..., N*N - 1]$ 的排列. 也就是说, **没有重复的高度** 并查集的前提。

1. Dijkstra 算法:

PriorityQueue<int[]> pq int[] : {x,y,d} 点x,y到已经确认集合的最短距离为 d。优先队列按照d排序。每次都取最小的加入到集合中。然后使用该xy点作为集合中一点, 更新到他邻点的距离。加入优先队列。

2. 二分法: 平台的高度最小是0, 最大len. 那么ans高度必然在0到len之间。通过二分高度。mid = (left+right)/2, 若水的高度是mid。然后从启动到终点通过 层次遍历。看水的高度是mid时, 能否到达终点。不能说明mid小了。否则说明大了。ans每次取最小值可以到达的最小值。

3. 并查集。模拟水位上升的过程。 **没有重复的高度**

```
index[grid[i][j]] = getIndex(i, j);  grid[i][j] = h,
等价于  index[h] = getIndex(i, j)    下标h是高度。 值是 h出现
在图中的 索引。

我们枚举高度时, 就可以通过 index[h], 直到水位为h的点在图中什么
位置。(高度不重复)

所以 index是 高度: 位置 的映射。一个高度恰好可以映射一个坐标。
当水位是h时, 我们获取其对应点的位置是 x,y。若水位高于四个邻接点,
那么就合并到一个集合。最终当
起点和终点在一个集合的时候, 说明水位到达了。
```

并查集 & 迪杰斯特拉

Q1631 : 最小体力消耗路径 : 基本和Q778相同。

- 二分法来写的话, 其实是比较好理解的。并查集的转化问题, 有时不好处理。
- 由于我们需要找到从左上角到右下角的最短路径, 因此我们可以将图中的所有边按照权值从小到大进行排序, 并依次加入并查集中。当我们加入一条权值为 x 的边之后, 如果左上角和右下角从非连通状态变为连通状态, 那么 x 即为答案。
- 最短路径就不写了, 能不用就不用。**

并查集

Q839 : 相似字符串组

如果交换字符串 x 中的两个不同位置的字母, 使得它和字符串 y 相等, 那么称 x 和 y 两个字符串相似
相似, 则可以归到一个集合中。如果 x, y 相似, y, z 相似。 那么 xyz 在同一个集合内。 称为

一组。问最后有多少组。
并查集直接遍历连接一遍 即可。

并查集

Q947 移除最多的同行或同列石头：n 块石头放置在二维平面中的一些整数坐标点上。

0. 若同行或者同列，有其他石头，那么该石头可以被移除。问，当前矩阵中，最多可以移除多少个石头。
1. $ans = n - \text{并查集个数}$
2. 我们规定，若两个石头，同行或者同列，那么两颗石头属于同一个集合。
3. 那么对于一个集合的石头，最后最少可以保留一个石头。其他石头一定可以被清除掉。

Q959：由斜杠划分区域 一个方框划分为 0,1,2,3 上右下左四个区域。方块内如果是'那么01，23是相连的。'/'同理。

1. 方块之间的相连情况是：1连向右边一个方块的3. 2连向下边一个方块的0. 这样把所有方块内，方块间的关系连在一起。就完成了并查集的 合并。

Q1202：交换字符串中的元素: $pairs[i] = [a, b]$ 表示字符串中的两个索引. 可以任意多次交换 在 pairs 中任意一对索引处的字符

0. 返回在经过若干次交换后，s 可以变成的按字典序最小的字符串。
1. 我们这么想，若 a 属于集合 $set(a)$, b 属于 集合 $set(b)$ ，那么ab就会将两个集合合并在一起，要一起参与排序。所以恰好是并查集。
2. 关于排序: 使用 $int[26]$ 对每个集合分配一个 $int[26]$ s
3. 将集合中的所有下标，统计其字符频率，那么最后的顺序就是 $int[26]$ 的顺序组合。

```
int[][] map = new int[lens][26];
for(int i = 0; i < lens; i++){
    int root = find(i);
    map[root][s.charAt(i) - 'a']++;
}
```

拼接：ansStr 我们通过下标i确定ansStr的每一位应该用什么字符。如果i的跟是root。那么在root的字符频率表中即 $int[] freq = map[root]$ 在freq中找第一个字符频率不为0的字符。就是位置i应该设置的字符。然后对频率--。

并查集模板

1. 百分之80的图论题，可以用并查集来解决。
2. 并查集是集合问题，题意中一般都会涉及到，划分集合的动作。如牵手，可达，并集，相似，等等。

3. 二维图论中并查集的使用，二维图中一般都是双坐标 (x,y) 。我们一般会做一个坐标映射， $\text{getIndex}(x,y) = \text{index}$. 用来表示该点在并查集数组中的下标。二维到一维的映射。

```
public int find(int x){
    if(parent[x] != x){
        parent[x] = find(parent[x]);
    }
    return parent[x];
}
```