

Q29 : 不使用 */% 两数相除 只能只用int

1. 使用位移运算 << >> 来进行二的倍数的乘除。这样就避免了 使用 * / %
2. 我们 若 $a > 22b$ 那么久可以确定 $a > 4$, 若 $a < 222*b$ 久可以确定 $a < 8$
3. 由 $4 < a/b < 8$ 那么必然有 $a/b = 4 + (a-4b)/b$
4. 由于负数最小值容易造成越界, 我们将两个数都先变为负数计算, 这样上边的负号都要反向。

```
public int divide(int dividend, int divisor) {
    if(dividend == 0) return 0;
    if(divisor == 1) return dividend;
    if(divisor == -1) {
        if(dividend == Integer.MIN_VALUE) return Integer.MAX_VALUE;
        return -dividend;
    }
    boolean isneg = dividend < 0 && divisor > 0 || divisor < 0 &&
dividend > 0;
    if(dividend > 0) dividend = -dividend;
    if(divisor > 0) divisor = -divisor;
    int ans = div(dividend, divisor);
    if(isneg) return -ans;
    return ans;
}
// a:被除数 b:除数 都是负数。 保证不适用long, 且中间不会出现越界的数出现。
int div(int a, int b){
    if(a > b) return 0;
    // 负数 符号要变
    int num = 1;
    int tb = b;
    while((a >> 1) < tb){
        // 如果对b翻倍, 就可能越界, 所以算则 a减半。不能用 <= 号 由于 a>>1可能
        // 牺牲精度, 本来是 tb*2不满足的情况变满足
        num <<= 1;
        tb <<= 1;
        // 负数: 由于 a/2 < tb 而a没有越界(负数边界) 所以 2*tb也不会
        // 越界
    }
    return num + div(a-tb, b);
}
```

补码

1. 负数以补码表示。正数的补码就是自身
2. .>>> 无符号右移: 将数看作是无符号数, 右移时高位补0.

若原值是负数，第一次相当于先变为正数，之后每次都相当于 $/ 2$

3. $.>>$ 有符号右移：将数看作是有符号数，右移动时补符号位。是1补1，是0补0。不管正负其值相当于 $/ 2$

溢出的结果是，32位1，或者32位0。

4. $.<<$ 无符号左移：左移动时相当于无符号左移动，32位整体左移，

若负数次高位是0，则左移会吞掉符号

每次都相当于 $* 2$ ，当越来越大时，会溢出，导致变正数。

Q89 : 格雷编码

1. 二进制转 格雷码 二进制：格雷码 $= i : i^{(i > 1)}$
2. 格雷码转 二进制：最高位相同。 $B[i-1] = G[i-1] \oplus B[i]$:所以要对二进制先求高位。然后递归的去求低位。

Q136 : 只出现一次的数字：只有一个数只出现一次，其余数都出现两次。

1. 用亦或运算 $a \oplus a = 0$. 亦或运算可以做交换率， $a \oplus b \oplus c \oplus a \oplus d \oplus b \oplus c = a \oplus a \oplus b \oplus b \oplus c \oplus c \oplus d = d$

Q166 : 分数到小数 numerator = 2, denominator = 3 输出 "0.(6)" 表示6循环。

1. numerator = 1, denominator = 2 输出 "0.5"
2. 难点其实就是对小数部分的处理。我们可以模拟除法的执行。当被除数小于 除数时，被被除数 $*10$ ，然后再求商追加到小数。
3. 对循环小数的处理，例如， $1/3$ 整数部分得到0 然后 $1*10 = 10$ ， $10/3 = 3$,第一个小数就是3.余数为1，这个1已经出现过了。
4. 说明出现了循环小数。循环的部分就是上次出现1的位置到现在的位置。

Q190 : 颠倒二进制位 颠倒给定的 32 位无符号整数的二进制位。 11110000 - > 00001111

1. 假设是8位的数字 abcd efgh 最终应变为 hgfe dcba
2. abcdefgh -> efgh abcd 前4位和后四位互换，通过左移四位，右移四位然后 |再拼接在一起。

3. efgh abcd -> gh ef cd ab 对4位中前后两位，互换。
4. gh ef cd ab -> h g f e d c b a 对2位中前后1位互换。 结束。

```
n = (n >> 16) | (n << 16);
n = ((n & 0xff00ff00) >> 8) | ((n & 0x00ff00ff) << 8);
n = ((n & 0xf0f0f0f0) >> 4) | ((n & 0x0f0f0f0f) << 4);
n = ((n & 0xcccccccc) >> 2) | ((n & 0x33333333) << 2);
n = ((n & 0xaaaaaaaa) >> 1) | ((n & 0x55555555) << 1);
```

Q191 : 位1的个数： int数字中，1的个数。负数由补码表示，位1也是补码的位数

1. 不断把数字最后一个1反转，将n和n-1做与运算 会将最低位的1变成0

```
int count = 0;
for(; n!=0; ++count){
    n &= n-1; // 会将n的最后一个1变为0
}
```

Q201 : 数字范围按位与两个整数 left 和 right ans = right&(right-1)&...&(left)

1. 保留left和right二进制位的公共前缀。即为答案。因为

```
1110100
.....
1111111
ans = 1110000
```

2. 从0100 -> 1111 全部与运算结果一定为0. 因为011 -> 100 进位，后两位一定结果是0，最高位也有0，所以结果为0.

```
// n一直在缩小,n第一次小于等于的时候就恰好是前缀
while (m < n) {
    // 抹去最右边的 1
    n = n & (n - 1);
}
return n;
```

Q204 : 计数质数

1. 埃式筛选法 当下标来到3, 那么把3的所有倍数位置全部设置为true(是合数).

2. 遇到k为true就不需要去设置k的倍数，因为k的倍数，一定也是设置k为true的那个数的倍数。
3. 时间 稍微大于 $O(n)$, 空间 $O(n)$

Q279 : 完全平方数 $13 = 9 + 4$ 用最少的完全平方数使得其和为 n 。

1. 这是一个数论问题，但是数论解法太高深了，看不懂。所以看作背包问题比较好。

```
dp[i] = Math.min(dp[i], dp[i - k*k]+1);
```

Q292 : Nim 游戏 return $(n\%4 \neq 0)$;

1. 当给对手留下4块石头时，自己肯定能获胜。但是如何给对手留下4块呢。
2. 我们反着想，如果对手给我们留下4块，那么我们必然会输。这么想就方便了。
3. 假设有 n 个，且 $n\%4==0$,即 n 是4的倍数。
4. 由于我们先手只能拿 1,2,3. 那么对手对应总是可以拿 3,2,1. 这样一轮下来，就是 $n-4$,仍然是4的倍数。这样到最后，必然是我们输。
5. 若 n 不是4的倍数，那么我们起手就可以拿1,2,3剩余 m 个，此时 m 是4的倍数。那么对手就必输。

Q338 : 比特位计数 对于输入num,给出 $0 \leq i \leq \text{num}$ 的 每一个 i 的比特位数。如：输入 5 返回 [0,1,1,2,1,2]

动态规划

1. 原理：10 : 1010 8 : 1000 10的比特位数 恰好是 8的比特位数+1，即差最后一位。
2. $i\&(i-1)$: 可以消去最后一位1，这样就可以通过10找到8。
3. 通过这样向前的依赖，就可以通过dp获得每一个数的比特位数。

```
for(int i = 1; i <= num; i++){
    dp[i] = dp[i&(i-1)]+1;
}
```

Q371 : 两整数之和：不使用加法，计算 $a+b$

1. $a \wedge b$: 得到的是无进位二进制加法的结果。
2. $(a \& b) \ll 1$: 得到的是二进制加法 的 进位 结果。
3. 例如 5 : 101 6: 110 101 + 110 -> 011 无进位就是 有一个1时，得到1，其余都是0
4. 101 + 110 -> 每一位向前的进位是 后一位相与的结果。有两个1才会进位。

```

6 ^ 5 = 3
(6 & 5) << 1 = 8
6 + 5 = 3 + 8
3 ^ 8 = 11
(3 & 8) << 1 = 0
6 + 5 = 3 + 8 = 11 + 0 = 11

```

Q402 : 移掉K位数字 可以移掉任意位的数字, 如 10200, 可以移除1, 剩下 0200, 只是输出是把前导0省略, 输出 200

1. 特点, 1432219 : 如果要移除 2位。那么就是移除 43, 移除3位就是移除 432 移除4位就是 4322.
2. 从左到右找第一个, 当cur位大于(严格大于)cur+1位时, 删除cur位。就一定合算的。
3. 于是可以设计一个单调栈, 且可以双端出队的栈。用数组最好。数字长度为Len, 删除k位, 那么数组最长len.
4. 使用top=0表示栈顶。每确定一个不删, 就入栈top++。确保top>=0 k>0

```

char c
for(int i = 1; i < num.length(); i++){
    c = num.charAt(i);
    while( k > 0 && top >= 0 && c < stack[top]){ // top 可能为 -1
        top--;
        k--;
    }
    stack[++top] = c; // 删除以后再入栈c
}
top -= k; // 当i==len时出for循环。此时k可能仍然>0.
stack[++top] = c; // 删除以后再入栈c

```

假如输入: 1432239 那么删除3位就是 432 删除3位还剩 1239 , 由于后边是递增序列。必然不能删除第4位了。

于是出for循环时, k = 1 > 0 还需要删除一位。那么删除谁呢?
递增序列, 必然删除最大的。即后边的k位。 直接把top-=k即可。
于是输出就是 0~top的字符。

Q406 : 根据身高重建队列 [[7,0],[4,4],[7,1],[5,0],[6,1],[5,2]] i:[hi,ki], 把人i排在队列中, 使其前边只有ki个人的身高大于等于hi

```

[7,0], [7,1], [6,1], [5,0], [5,2], [4,4]
再一个一个插入。
7,0]
[7,0], [7,1]
[7,0], [6,1], [7,1]
[5,0], [7,0], [6,1], [7,1]

```

```
[5,0], [7,0], [5,2], [6,1], [7,1]
[5,0], [7,0], [5,2], [6,1], [4,4], [7,1]
```

高个子的先选正确的位置，比如现在队列有：[7,0], [7,1]

此时[6,1]这个人入队，因为身高6小于队列中所有人，所以6不管放在哪，已经入队的人站位是不会变错的。6即使放在第一个，

7,0,7,1前边也不会多出一个比他们高的人，只有更高的身高，才会导致他们站位错误。

Q738：单调递增的数字 输出 比N小的最大数k, k的每一位，从左到右是递增的。

1. $N = 332 \rightarrow 299$ $N = 1234 \rightarrow 1234$ $N = 10 \rightarrow 9$
2. $N = 366634$ -> $6 > 3$, 所以 $6-1 = 5 \rightarrow 366599$ $6 > 5 \rightarrow 365999$ $6 > 5 \rightarrow 359999$
3. 找到第一个下降坡 的山峰 63的6就是下降坡的山峰。对6--，变为5. 然后 i--. 发现 65,6又是山峰，5--
4. 直到 $3 < 5$ 结束。那么5之后的全部改为 9.

```
i指向第二个3. 3666 **3** 4
if (i < strN.length) {
    // 从山峰开始向左削掉山峰，取得第一个小的位置，
    while (i > 0 && strN[i - 1] > strN[i]) { 6>3 6>5 6>5 最后
        strN[i - 1] -= 1;
        i -= 1;
    }
    // i指向5
    for (i += 1; i < strN.length; ++i) {
        strN[i] = '9';
    }
}
```

Q976：角形的最大周长： 两边之和大于第三边。我们每次让第三边是最大的边。[3,2,3,4]

1. 先把数组排序。
2. 让第三遍是最后一个元素，然后如果 $a[i] < a[i-1] + a[i-2]$ 那么说明以i为第三边的三角形是不存在的。
3. 因为 $a[i-1] + a[i-2]$ 已经取最大值了，仍然不行。此时就排除了 $a[i]$ 作为第三遍。此时 i--.

Q1018：可被 5 整除的二进制前缀 [0,1,1] -> [true,false,false]

1. [0,1,1,1,1,1] ——> [true,false,false,false,true,false] 1111: 15 是5的倍数。
2. 注意：并不是后边三位是 101才是5的倍数。这个是不成立的。只有在判断是否是 2^n 次方时取余，取商才有用。

```
for(int e : A){
    sum = ((sum << 1) | e) % 5;
    list.add(sum == 0);
}
对于 1111    111: 7    (7*2 + 1)%5 = (7*2%5 + 1)%5 = (7%5*2 + 1)%5
```

取余公式

1. $(a + b) \% p = (a \% p + b \% p) \% p$
2. $(a - b) \% p = (a \% p - b \% p) \% p$
3. $(a * b) \% p = (a \% p * b \% p) \% p$
4. $(a^b) \% p = ((a \% p)^b) \% p$

判断x是否是素数

```
**对6求余数，余数为 1或5的才可能是素数**
//见过比较经典的思路
private static boolean isP(int num) {
    if(num <= 3) {
        return num > 1;    // 2,3都是素数
    }
    //6*n+2;6*n+3;6*n+4;6*n等都不是素数;可过滤掉2/3的判断
    if(num % 6 != 1 && num % 6 != 5) {
        return false;
    }

    double sqrt = Math.sqrt(num);
    // 只对 6的 倍数 -1 的位置进行判断。
    for (int i = 5; i < sqrt; i += 6) {
        //只变量2类数据num % 6 == 1 num % 6 == 5
        if (num % i == 0 || num % (i + 2) == 0) {
            return false;
        }
    }
    return true;
}
```