

Departamento de Informática
UNIVERSIDAD DE OVIEDO

Seminario2

Grafos

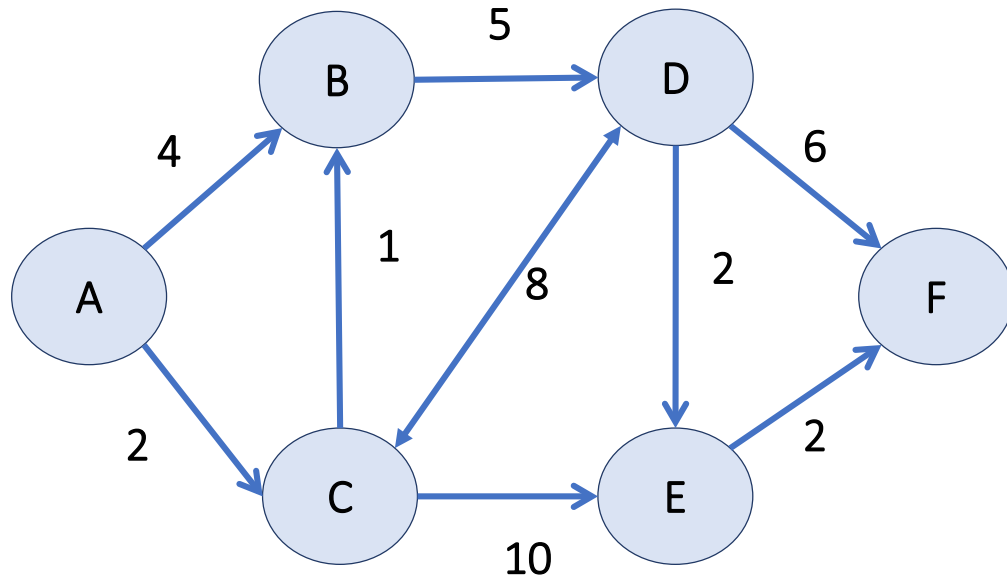
Estructura de Datos
2023-2024

Dijkstra

- Algoritmo de caminos mínimos
- Objetivo
 - Determinar el camino mas corto desde el nodo origen al resto de los nodos del grafo
- Aplicaciones
 - Encaminamiento de paquetes por los routers
 - Reconocimiento de lenguaje hablado
 - Enrutamiento de aviones y tráfico aéreo

Dijkstra – Ejercicio1

Encontrar el camino mínimo entre A y F



Matriz de Pesos

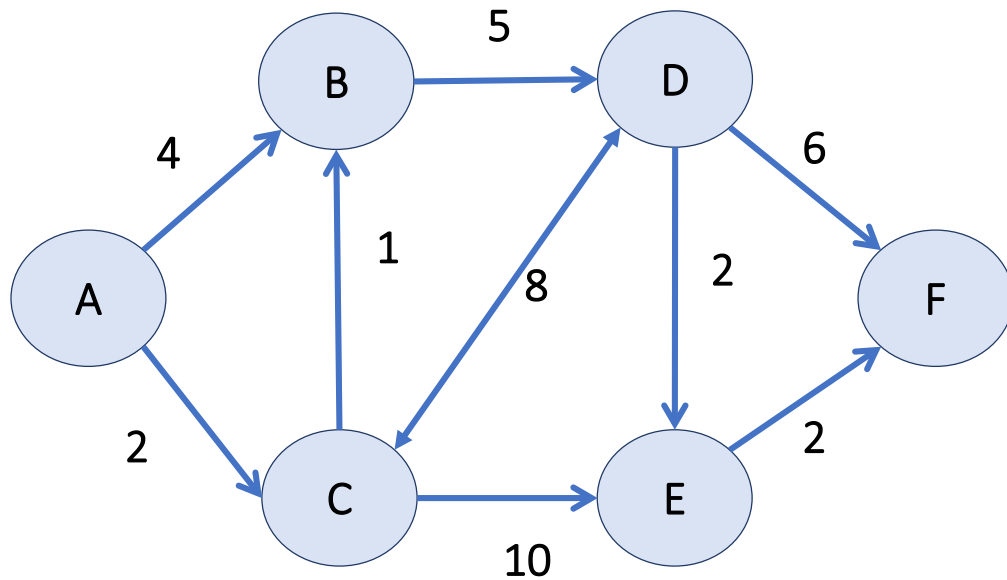
	A	B	C	D	E	F
A	∞	4	2	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	5	∞	∞
C	∞	1	∞	8	10	∞
D	∞	∞	8	∞	2	6
E	∞	∞	∞	∞	∞	2
F	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Dijkstra – Ejercicio1

Encontrar el camino de coste mínimo desde A a todos los nodos

Paso1: Inicialización

$S = \{A\}$



Matriz de Pesos

	A	B	C	D	E	F
A	∞	4	2	∞	∞	∞
B	∞	∞	∞	5	∞	∞
C	∞	1	∞	8	10	∞
D	∞	∞	8	∞	2	6
E	∞	∞	∞	∞	∞	2
F	∞	∞	∞	∞	∞	∞

nodos = {A, B, C, D, E, F}

D	A	B	C	D	E	F
		4	2	∞	∞	∞
P	A	B	C	D	E	F
		A	A			

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C

$S = \{A\}$

$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Paso2: Elegir un nodo $w \in (\text{nodos} - S)$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

D	A	B	C	D	E	F
		4	2	∞	∞	∞

Mínimo $\rightarrow C$



$S = \{A, C\}$

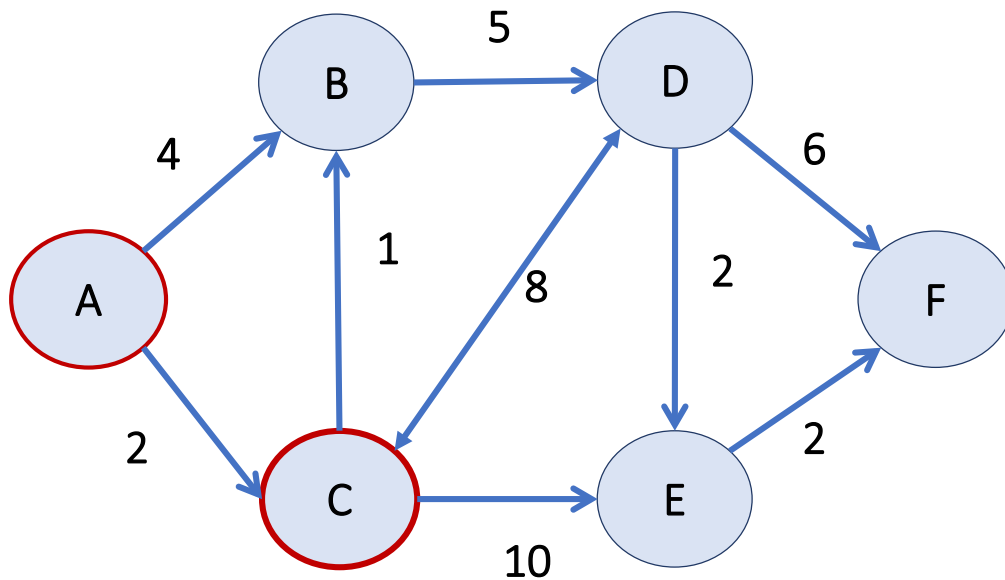
$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C
v = B
S = {A, C}

Paso3: Para cada $v \in \{B, D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para v = B



$D[B] \leftarrow \min (D[B], D[C]+\text{pesos}[C,B])$

$D[B] \leftarrow \min(4, 2+1) = 3$

D	A	B	C	D	E	F
		4	2	∞	∞	∞

P	A	B	C	D	E	F
		A	A			

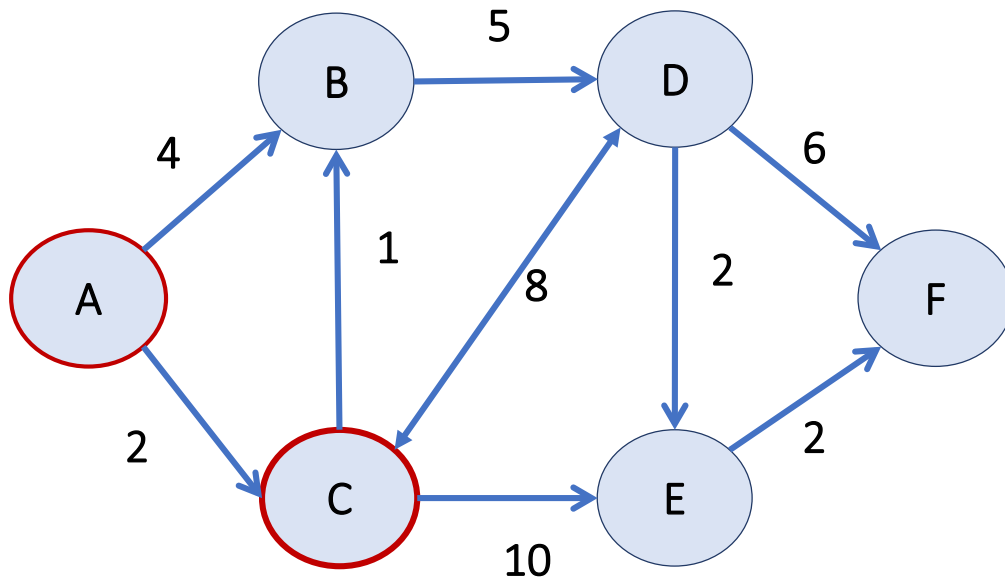
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C
v = B
S = {A, C}

Paso3: Para cada $v \in \{B, D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para v = B



$D[B] \leftarrow \min (D[B], D[C]+\text{pesos}[C,B])$
 $D[B] \leftarrow \min(4, 2+1) = 3$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	∞	∞	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A			

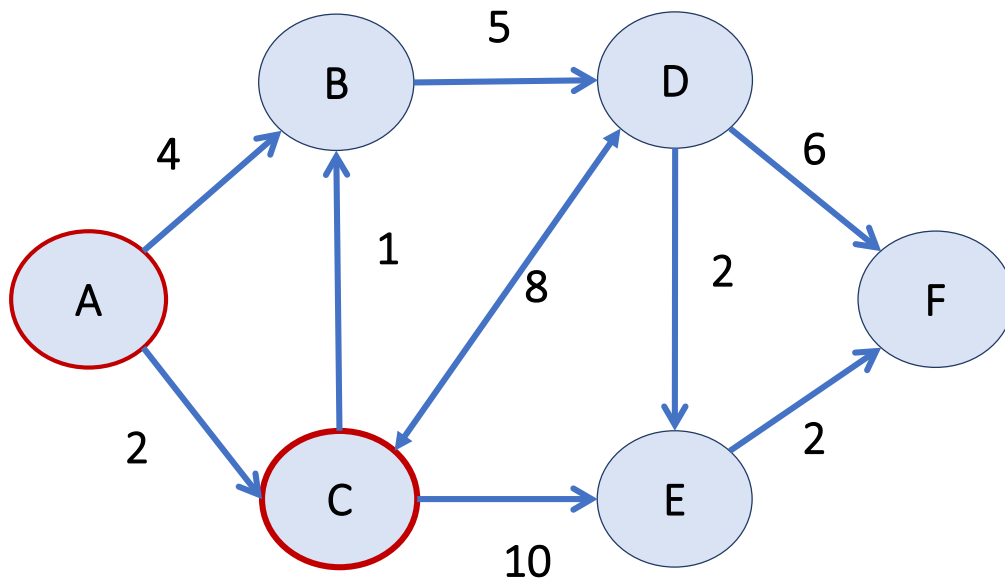
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C
v = D
S = {A, C}

Paso3: Para cada $v \in \{B, D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para v = D



$D[D] \leftarrow \min(D[D], D[C] + \text{pesos}[C,D])$

$D[D] \leftarrow \min(\infty, 2+8) = 10$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	∞	∞	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A			

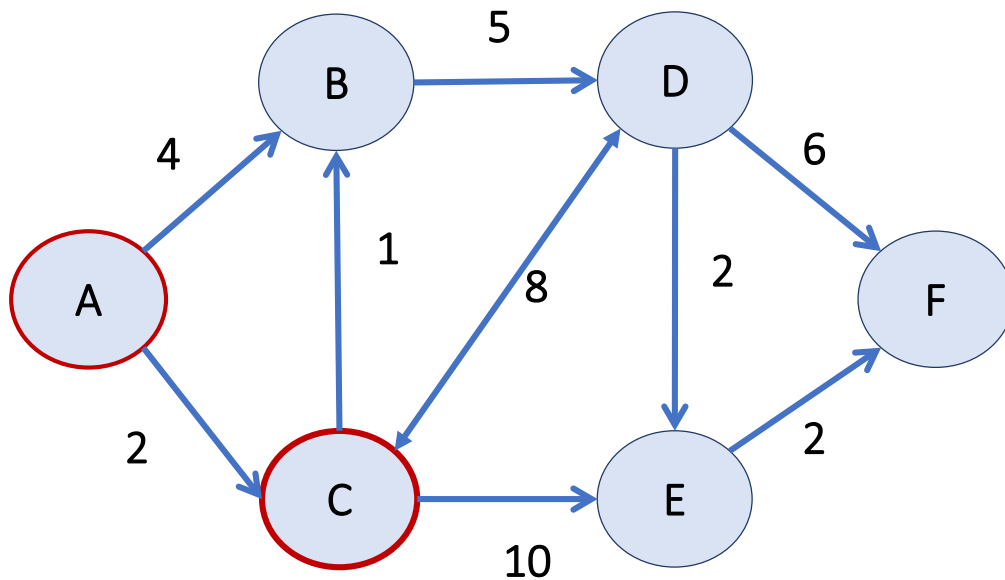
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C
v = D
S = {A, C}

Paso3: Para cada $v \in \{B, D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para v = D



$D[D] \leftarrow \min(D[D], D[C] + \text{pesos}[C,D])$

$D[D] \leftarrow \min(\infty, 2+8) = 10$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	10	∞	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	C		

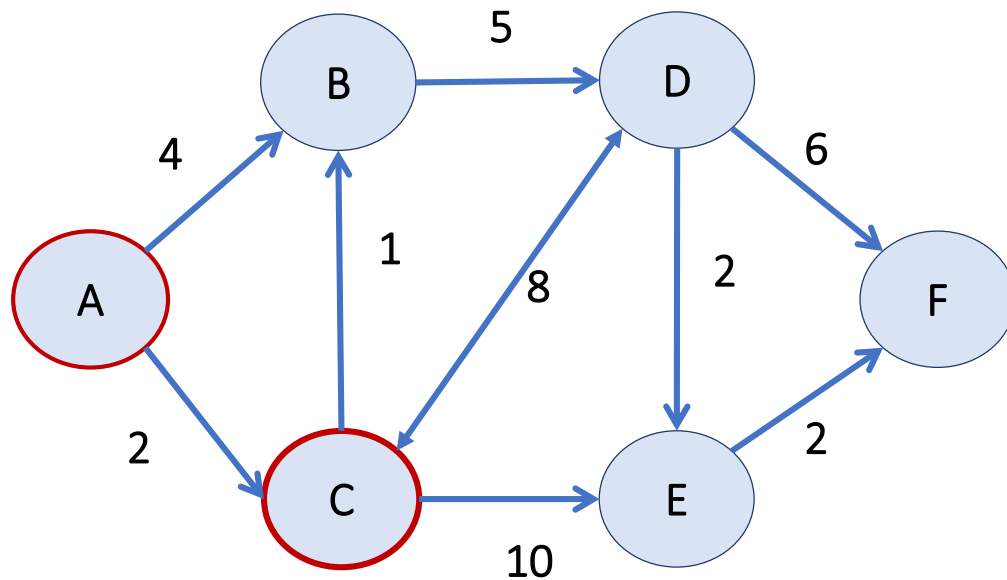
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C
v = E
S = {A, C}

Paso3: Para cada $v \in \{B, D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[C]+\text{pesos}[C,E])$$
$$D[E] \leftarrow \min(\infty, 2+10) = 12$$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	10	∞	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	C		

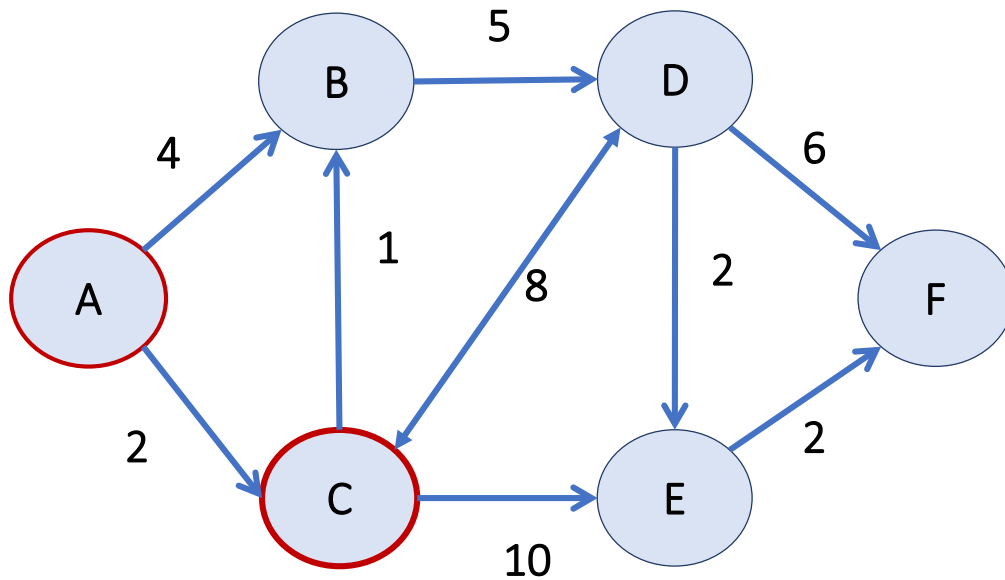
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C
v = E
S = {A, C}

Paso3: Para cada $v \in \{B, D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[C]+\text{pesos}[C,E])$$
$$D[E] \leftarrow \min(\infty, 2+10) = 12$$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	10	12	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	C	C	

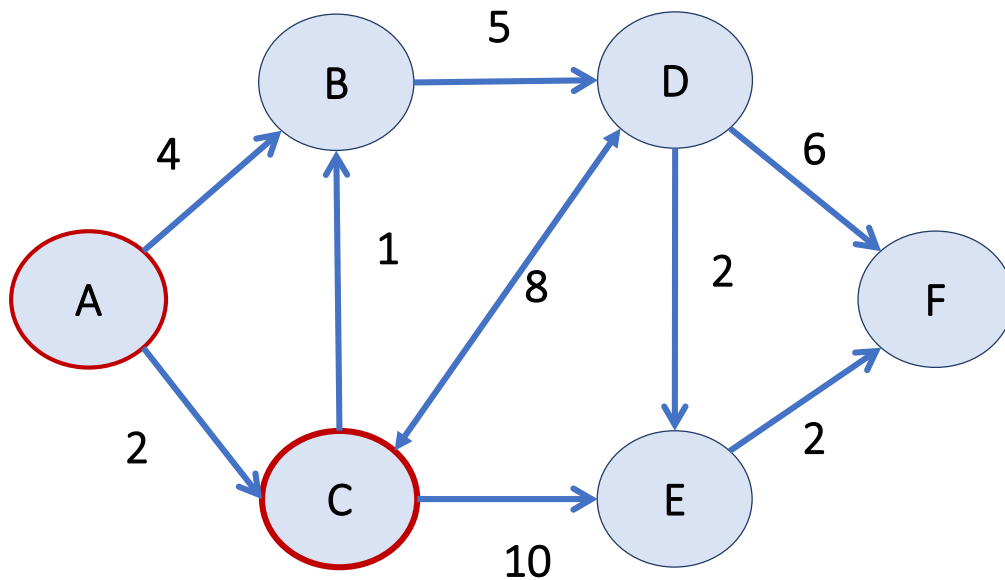
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C
v = F
S = {A, C}

Paso3: Para cada $v \in \{B, D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = F$



$D[F] \leftarrow \min(D[F], D[C] + \text{pesos}[C, F])$

$D[F] \leftarrow \min(\infty, 2 + \infty) = \infty$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	10	12	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	C	C	

No mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = B

$S = \{A, C\}$

$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Paso2: Elegir un nodo $w \in (\text{nodos} - S)$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

	A	B	C	D	E	F
D		3	2	10	12	∞

Mínimo \rightarrow B



$S = \{A, C, B\}$

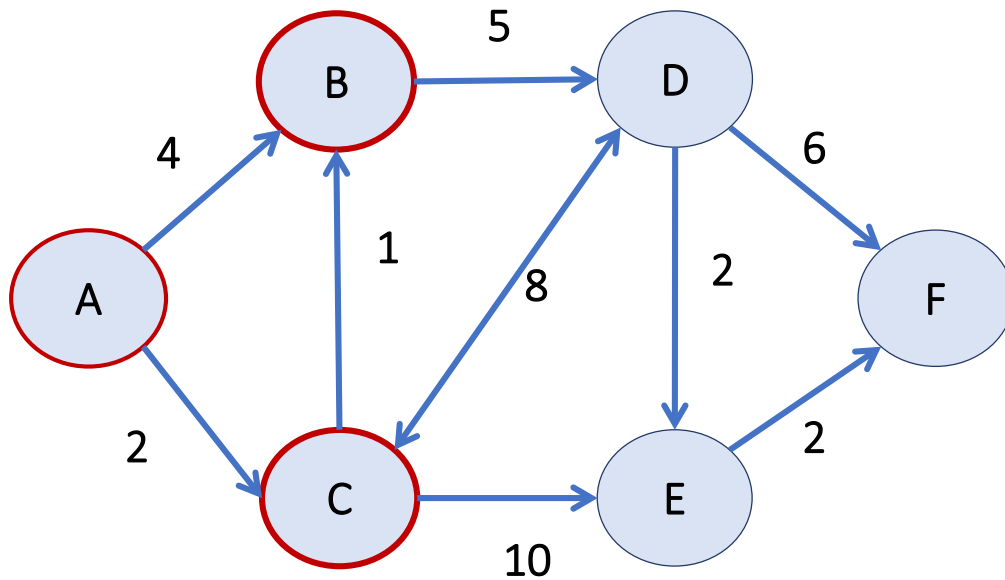
$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = B
v = D
S = {A, C, B}

Paso3: Para cada $v \in \{D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = D$



$D[D] \leftarrow \min(D[D], D[B]+pesos[B,D])$

$D[D] \leftarrow \min(10, 3+5) = 8$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	10	12	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	C	C	

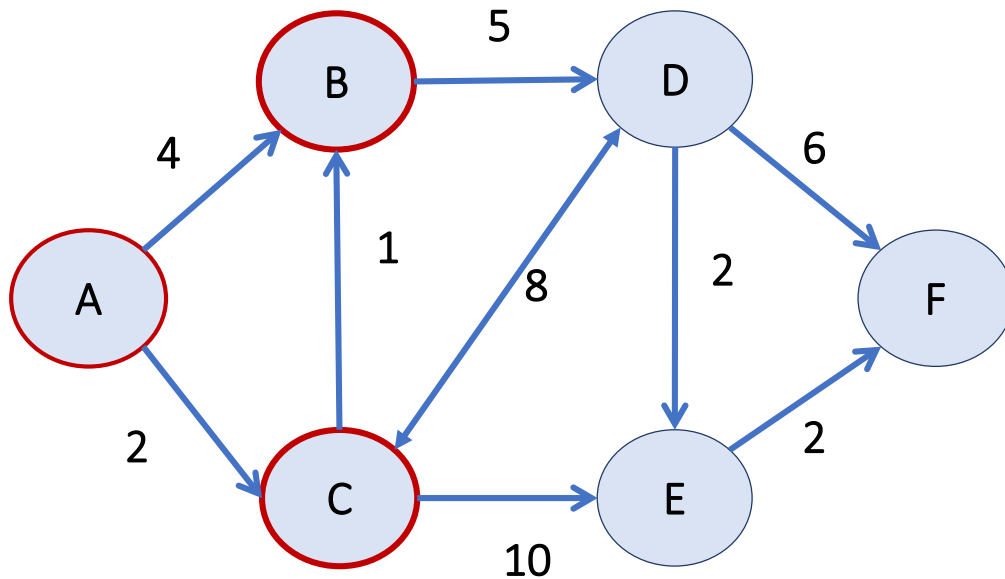
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = B
v = D
S = {A, C, B}

Paso3: Para cada $v \in \{D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = D$



$D[D] \leftarrow \min(D[D], D[B]+pesos[B,D])$
 $D[D] \leftarrow \min(10, 3+5) = 8$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	12	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	C	

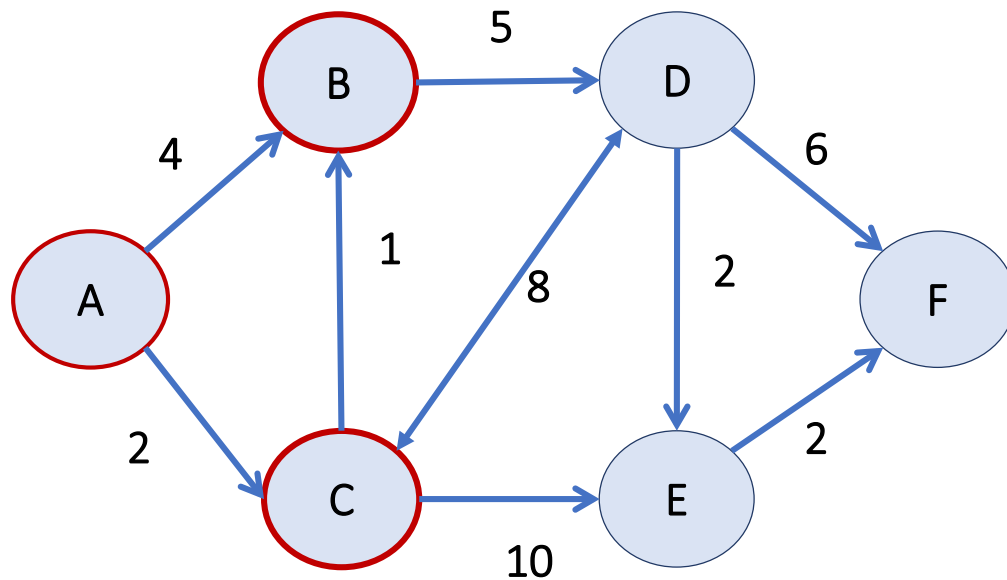
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = B
v = E
S = {A, C, B}

Paso3: Para cada $v \in \{D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$D[E] \leftarrow \min(D[E], D[B] + \text{pesos}[B, E])$
 $D[E] \leftarrow \min(12, 3 + \infty) = 12$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	12	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	C	

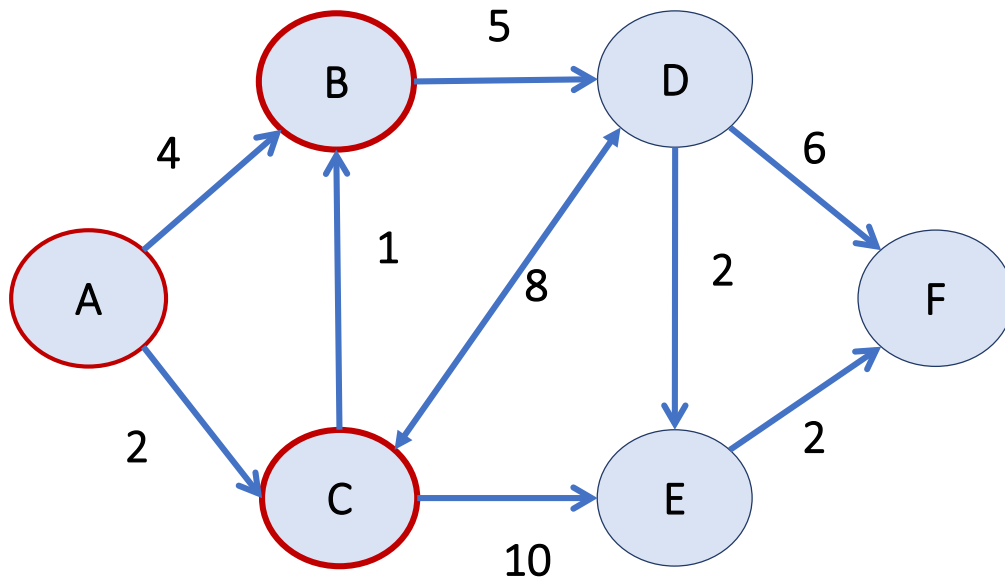
No mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = B
v = F
S = {A, C, B}

Paso3: Para cada $v \in \{D, E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = F$



$D[F] \leftarrow \min(D[F], D[B] + \text{pesos}[B, F])$
 $D[F] \leftarrow \min(\infty, 3 + \infty) = \infty$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	12	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	C	

No mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = D

$S = \{A, C, B\}$

$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Paso2: Elegir un nodo $w \in (\text{nodos} - S)$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	12	∞

Mínimo $\rightarrow D$



$S = \{A, C, B, D\}$

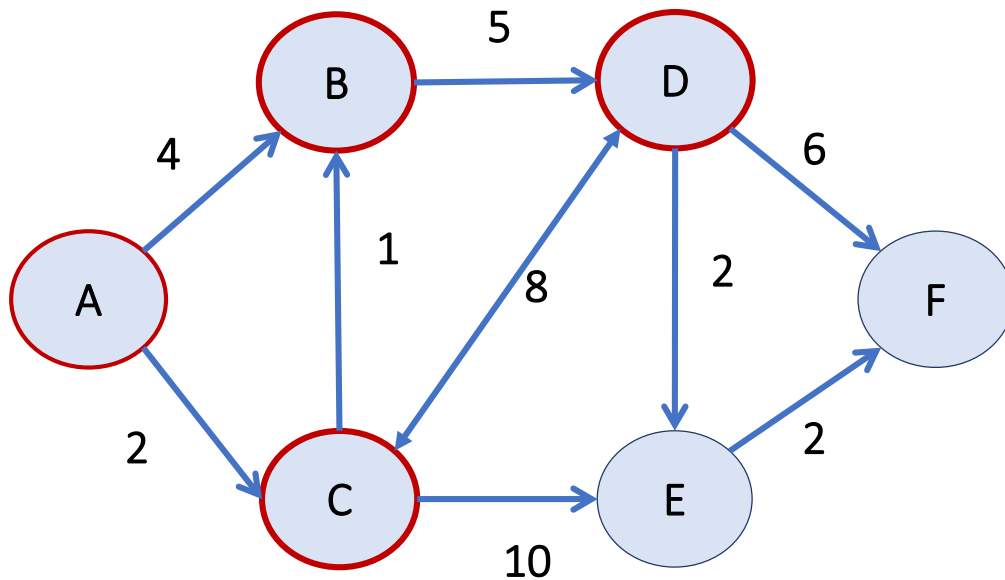
$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = D
v = E
S = {A, C, B, D}

Paso3: Para cada $v \in \{E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[D]+\text{pesos}[D,E])$

$D[E] \leftarrow \min(12, 8+2) = 10$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	12	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	C	

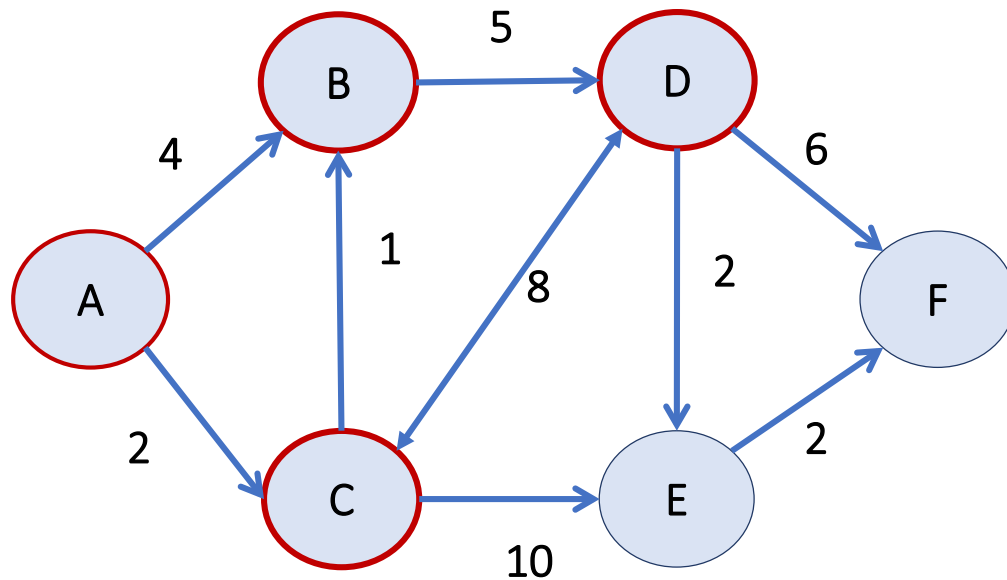
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = D
v = E
S = {A, C, B, D}

Paso3: Para cada $v \in \{E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$D[E] \leftarrow \min(D[E], D[D]+pesos[D,E])$

$D[E] \leftarrow \min(12, 8+2) = 10$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	10	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	D	

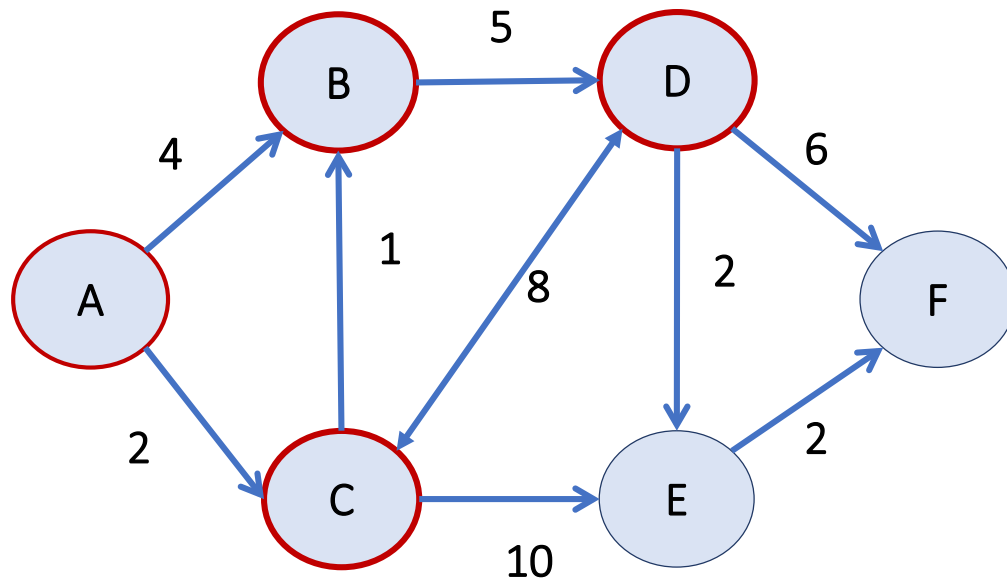
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = D
v = F
S = {A, C, B, D}

Paso3: Para cada $v \in \{E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = F$



$$D[F] \leftarrow \min (D[F], D[D]+\text{pesos}[D,F])$$
$$D[F] \leftarrow \min(\infty, 8+6) = 14$$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	10	∞

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	D	

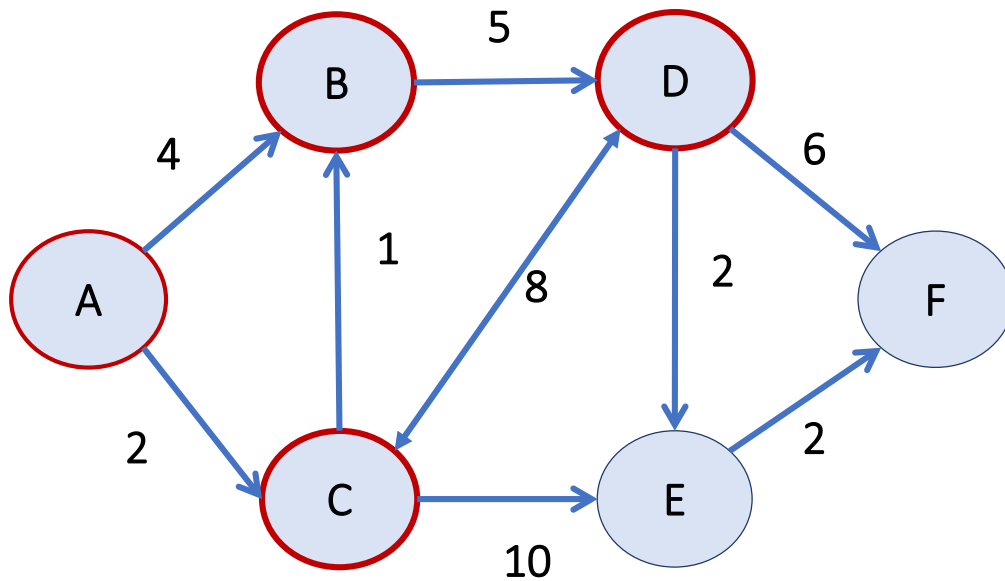
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = D
v = F
S = {A, C, B, D}

Paso3: Para cada $v \in \{E, F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = F$



$D[F] \leftarrow \min(D[F], D[D]+pesos[D,F])$
 $D[F] \leftarrow \min(\infty, 8+6) = 14$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	10	14

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	D	D

Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = E

$S = \{A, C, B, D\}$

$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Paso2: Elegir un nodo $w \in (\text{nodos} - S)$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	10	14

Mínimo \rightarrow E



$S = \{A, C, B, D, E\}$

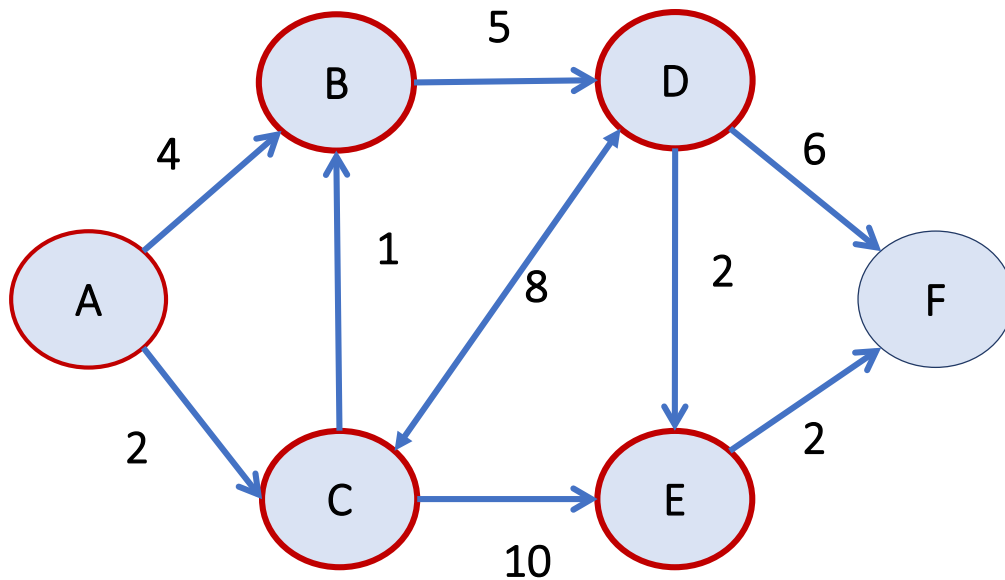
$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = E
v = F
S = {A, C, B, D, E}

Paso3: Para cada $v \in \{F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = F$



$D[F] \leftarrow \min (D[F], D[E]+\text{pesos}[E,F])$
 $D[F] \leftarrow \min(14, 10+2) = 12$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	10	14

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	D	D

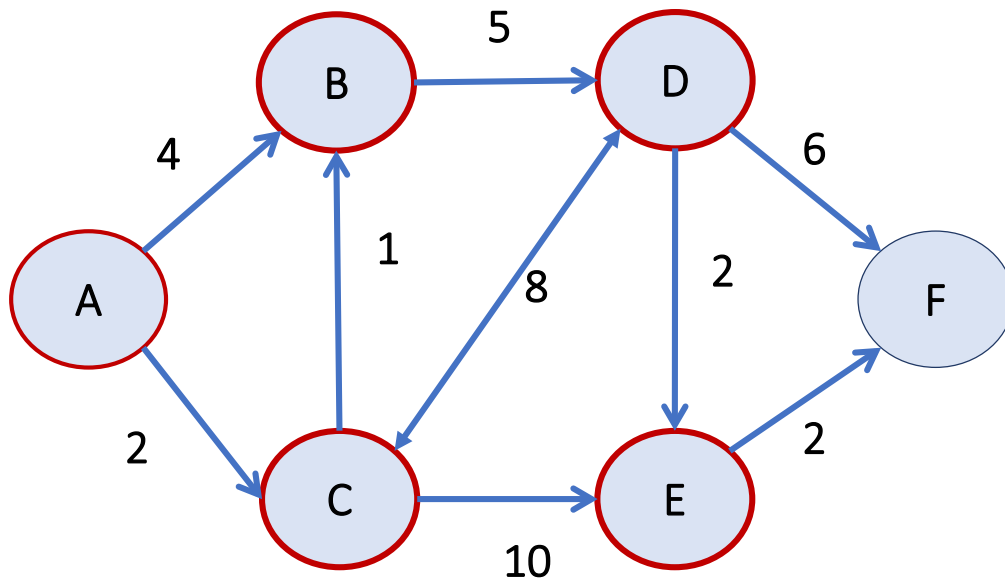
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = E
v = F
S = {A, C, B, D, E}

Paso3: Para cada $v \in \{F\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = F$



$D[F] \leftarrow \min(D[F], D[E] + \text{pesos}[E, F])$
 $D[F] \leftarrow \min(14, 10+2) = 12$

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	10	12

P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	D	E

Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = F

$S = \{A, C, B, D, E\}$

$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Paso2: Elegir un nodo $w \in (\text{nodos} - S)$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	10	12

Mínimo \rightarrow F

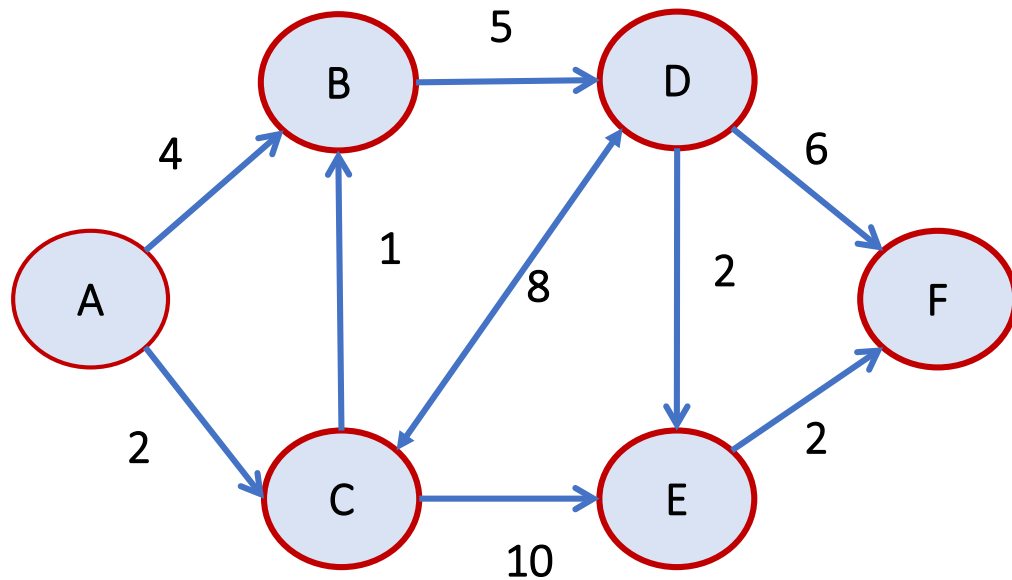


$S = \{A, C, B, D, E, F\}$

$\text{nodos} = \{A, B, C, D, E, F\}$

Dijkstra – Ejercicio1

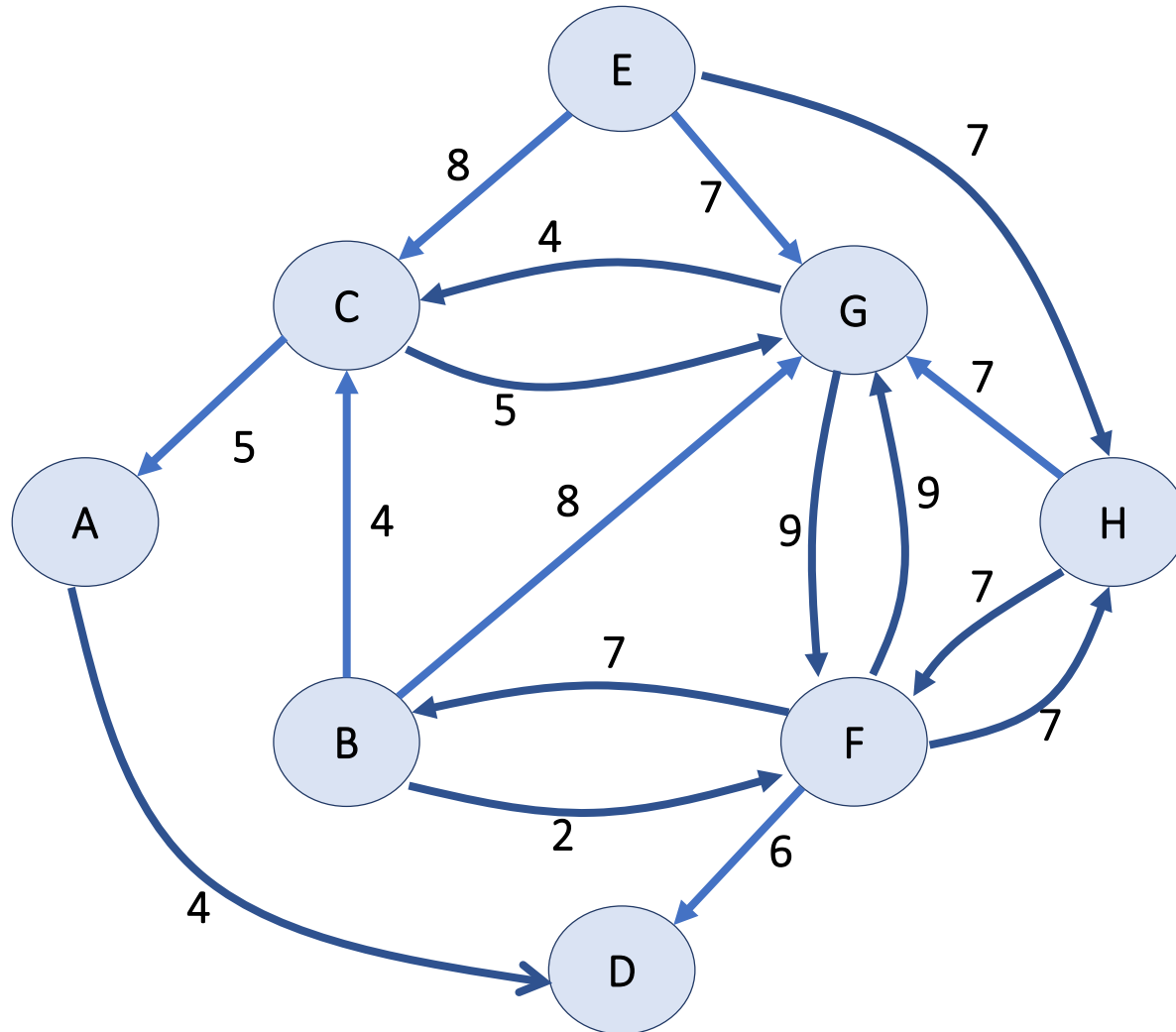
Fin del proceso



D	A	B	C	D	E	F
		3	2	8	10	12

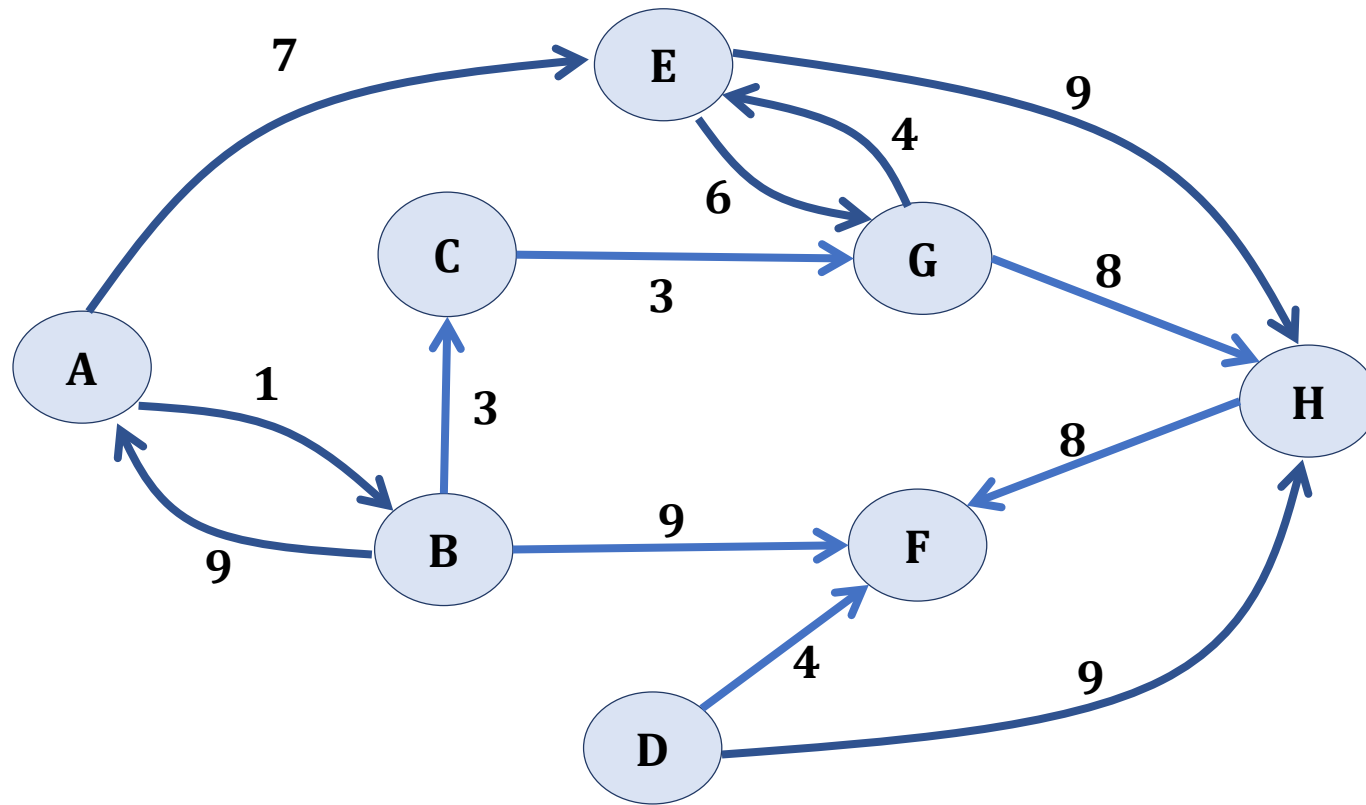
P	A	B	C	D	E	F
		C	A	B	D	E

Dijkstra – Ejercicio2



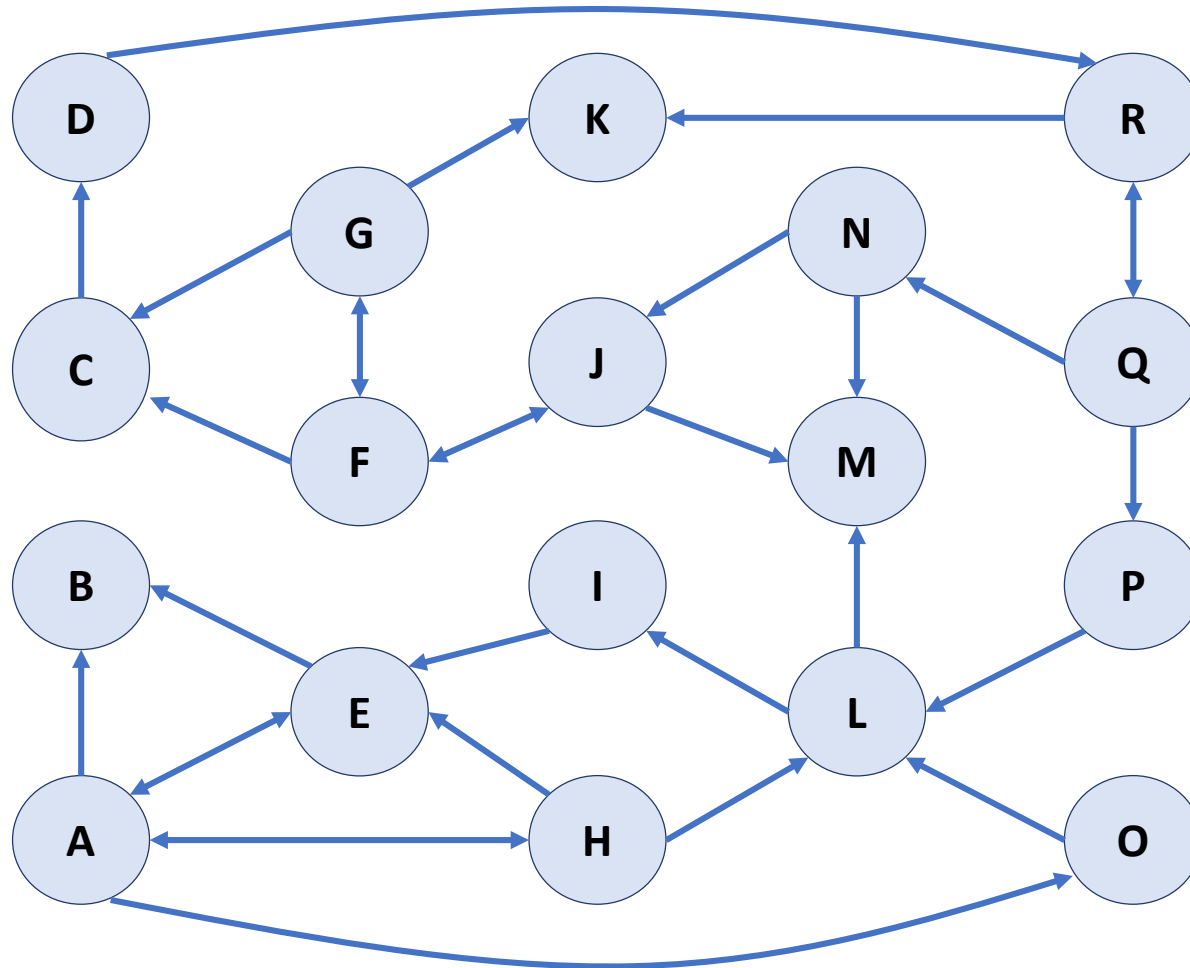
Aplicar **Dijkstra** desde el nodo C y obtener los posibles caminos desde el nodo C al resto de los nodos

Dijkstra – Ejercicio3



Aplicar **Dijkstra** desde el nodo B y obtener los posibles caminos desde el nodo B al resto de los nodos

Recorrido en profundidad – Ejercicio4



- Obtener el recorrido en profundidad desde el Nodo A mostrando todos los pasos intermedios
- Obtener el recorrido en profundidad desde el Nodo E mostrando todos los pasos intermedios