

Лабораторная работа №1.2

Исследование эффекта Комптона

Моргачев Глеб 577

С помощью сцинтиляционного спектрографа исследуется энергетический спектр γ -квантов. Определяется энергии рассеянных γ -квантов в зависимости от угла рассеяния, а также энергия покоя частицы, на которой происходит комптоновское рассеяние.

Теория

Эффект Комптона - увеличение длины рассеянного излучения по сравнению с падающим.

Будем считать, что γ -излучение - представляет собой поток квантов у которых:

$$E = \hbar\omega \quad (1)$$

$$p = \frac{\hbar\omega}{c} \quad (2)$$

При этом эффект Комптона интерпретируется как результат упругого соударения двух частиц: γ -кванта и свободного электрона. Пусть электрон до соударения покоился, его энергия

$$E_{el} = mc^2 \quad (3)$$

γ -квант имел начальную энергию

$$E_k = \hbar\omega_0 \quad (4)$$

$$p_k = \frac{\hbar\omega}{c} \quad (5)$$

Тогда после соударения:

$$E_{el} = \gamma mc^2 \quad (6)$$

$$p_{el} = \gamma mv \quad (7)$$

Здесь $\gamma = \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$. γ -квант рассеялся на угол θ к первоначальному направлению движения. ϕ - угол, под которым полетел электрон после соударения.

Тогда ЗСИ и ЗСЭ:

$$mc^2 + \hbar\omega_0 = \gamma mc^2 + \hbar\omega_1 \quad (8)$$

$$\frac{\hbar\omega_0}{c} = \gamma mv \cos(\phi) + \frac{\hbar\omega_1}{c} \cos(\theta) \quad (9)$$

$$\gamma mv \sin(\phi) = \frac{\hbar\omega}{c} \sin \theta \quad (10)$$

Отсюда:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos(\theta)) = \Lambda_k(1 - \cos(\theta)) \quad (11)$$

Здесь Λ_k - Комптоновская длинна волны электрона. Последнее равенство можно переписать в виде:

$$\frac{1}{\epsilon(\theta)} - \frac{1}{\epsilon_0} = 1 - \cos(\theta) \quad (12)$$

Здесь $\epsilon_0 = E_0/(mc^2)$ - энергия γ -кванта, падающего на рассеиватель.

Измерения

В ходе эксперимента различным уровням энергии будут соответствовать различные каналы N , соответствующие вершинам фотопиков. Таким образом:

$$\frac{1}{N(\theta)} - \frac{1}{N_0} = A(1 - \cos(\theta)) \quad (13)$$

Table 1: Результаты измерений

	deg	N	X	Y	$\sigma(X)$	$\sigma(Y)$
0	0.0	901	0.0000	0.001110	0.0000	0.000006
1	5.0	945	0.0038	0.001058	0.0008	0.000006
2	10.0	904	0.0151	0.001106	0.0015	0.000006
3	20.0	840	0.0603	0.001190	0.0030	0.000007
4	30.0	797	0.1339	0.001255	0.0043	0.000008
5	40.0	729	0.2339	0.001372	0.0056	0.000009
6	50.0	639	0.3572	0.001565	0.0066	0.000012
7	60.0	562	0.5000	0.001779	0.0075	0.000016
8	70.0	474	0.6579	0.002110	0.0082	0.000022
9	80.0	435	0.8263	0.002299	0.0085	0.000026
10	90.0	401	1.0000	0.002494	0.0087	0.000031
11	-5.0	906	0.0038	0.001104	0.0007	0.000006
12	5.0	959	0.0038	0.001043	0.0007	0.000005

Оценим погрешности:

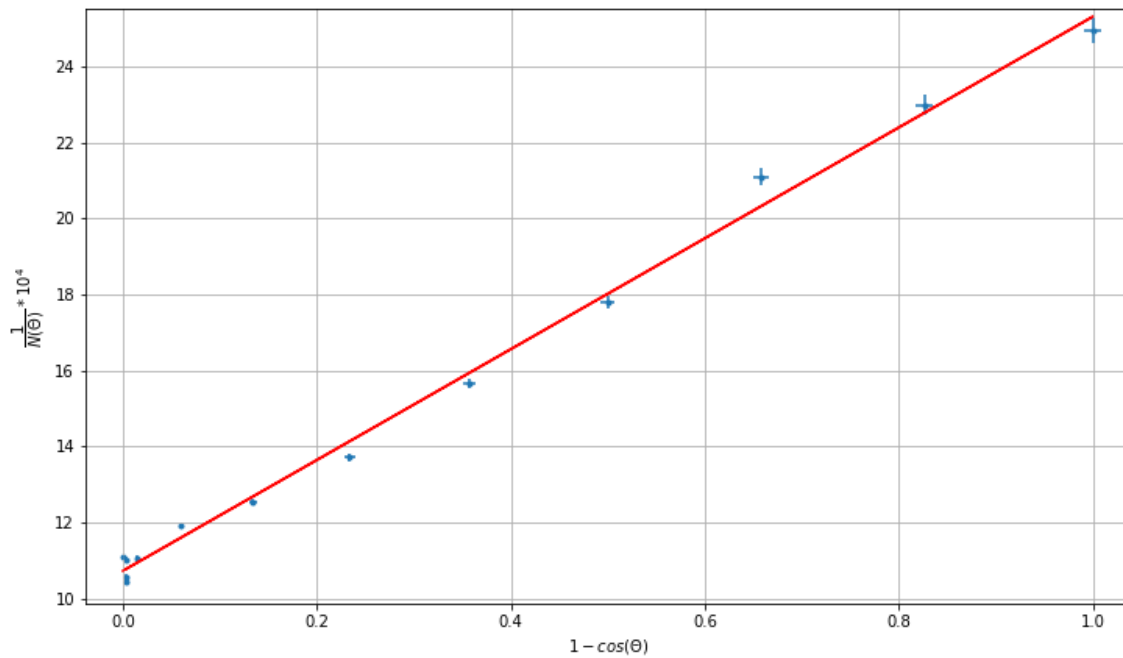
$$\frac{\sigma N}{N} = 0.01 \quad (14)$$

$$\sigma\theta = 0.5 \text{ deg} \quad (15)$$

$$\sigma X = |\sin(\theta)|\sigma\theta \quad (16)$$

$$\sigma Y = \left| \frac{\sigma N}{N(\theta)^2} \right| \quad (17)$$

Результаты



Параметры получившейся наилучшей прямой (использованный метод аппроксимации - OLS (ordinary least square)):

$$Y = AX + B \quad (18)$$

$$A = 0.0015 \pm 3 * 10^{-5} \quad (19)$$

$$B = 0.0011 \pm 1 * 10^{-5} \quad (20)$$

Также, нужно учесть погрешность определения угла и максимума, поскольку статистическая погрешность мала по сравнению с упомянутой погрешностью определения максимумов, то оценим:

$$\sigma(N_{best}) \leq 9 \quad (21)$$

Отсюда,

$$N_{best}(0) = 931 \pm 9 \quad (22)$$

$$N_{best}(90) = 395 \pm 9 \quad (23)$$

$$mc^2 = E_\gamma * \frac{N_{best}(90)}{N_{best}(0) - N_{best}(90)} \quad (24)$$

$$E_\gamma = 661.7 \pm keV \quad (25)$$

$$(26)$$

Получим:

$$mc^2 = 487 \pm 35keV \quad (27)$$

Вывод

Приведённый способ, позволяет определить энергию покоя электрона с хорошей точностью. Табличное значение энергии покоя:

$$E_t = 508.5keV \quad (28)$$

С учётом погрешности, полученное нами значение энергии покоя электрона совпадает с табличным.