

# Γλώσσες Προγραμματισμού II

## Άσκηση 4 - Συστήματα τύπων

Σακκάς Γιώργος, 03112085

### Μέρος 1ο - Αυτοεφαρμογή

#### Ερώτηση.

Υπάρχει κάποιο περιβάλλον  $\Gamma$  και κάποιος τύπος  $\tau$  έτσι ώστε να ισχύει  $\Gamma \vdash x x : \tau$  στο σύστημα τύπων της γλώσσας με απλές συναρτήσεις, που περιγράφεται στη διαφάνεια 14 της παράδοσης της 25/10; Αν ναι, γράψτε τα  $\Gamma$  και  $\tau$  και δώστε την παραγωγή τύπων. Αν όχι, αποδείξτε ότι δεν υπάρχουν.

#### Απάντηση.

Έστω ότι ο όρος  $x x$  έχει ένα τύπο  $\tau$ . Τότε από το λήμμα αντιστροφής, το πρώτο  $x$  θα έχει τύπο  $\tau_1 \rightarrow \tau$  και το δεύτερο  $x$  θα έχει τύπο  $\tau_1$ . Στη συνέχεια συμπαιρνούμε ότι και οι δύο αυτοί περιορισμοί πρέπει να βρίσκονται στο περιβάλλον  $\Gamma$ . Καθώς όμως πρέπει να έχουμε ακριβώς μία αναφορά για το  $x$  στο περιβάλλον  $\Gamma$ , παίρνουμε ότι  $\tau_1 \rightarrow \tau = \tau_1$ . Καταλήγουμε λοιπόν σε άπειρο τύπο, που στη γλώσσα με μόνο απλές συναρτήσεις που έχουμε εδώ, δεν επιτρέπεται και έτσι φτάνουμε σε άτοπο. Συνεπώς, δεν υπάρχουν  $\Gamma$  και  $\tau$  έτσι ώστε να ισχύει  $\Gamma \vdash x x : \tau$  στο σύστημα τύπων της γλώσσας με απλές συναρτήσεις.

### Μέρος 2ο - Αναφορές και αναδρομή

#### Ερώτηση.

Έστω η γλώσσα που περιέχει: απλούς τύπους (διαφάνειες 4–12 της παράδοσης της 25/10), συναρτήσεις (διαφάνειες 13–15) και αναφορές (διαφάνειες 32–39).

1. Κατασκευάστε σε αυτή τη γλώσσα ένα πρόγραμμα του οποίου η εκτέλεση να μην τερματίζει.

**Υπόδειξη:** Το περιεχόμενο των αναφορών δε χρειάζεται να είναι βασικού τύπου.

2. Κατασκευάστε στην ίδια γλώσσα μία αναδρομική συνάρτηση που να υπολογίζει το παραγοντικό ενός φυσικού αριθμού. Προφανώς δεν έχετε διαθέσιμο το `fix`, όμως μπορείτε να υλοποιήσετε την αναδρομή μέσω της αναφοράς.

#### Απάντηση.

1. Ορίζουμε τις εξής συναρτήσεις:

- $inf_{ref} : Ref (Int \rightarrow Int)$   
 $inf_{ref} \equiv ref (\lambda n : Int. 0)$
- $inf_{fun} : Int \rightarrow Int$   
 $inf_{fun} \equiv \lambda n : Int. (!inf_{ref})(n - 1)$
- $inf_{ref} := inf_{fun}$

Τέλος ορίζουμε την:

- $inf : Int \rightarrow Int$   
 $inf \equiv !inf_{ref}$

και καλούμε, για παράδειγμα,  $inf\ 42 : Int$ . Το πρόγραμμα αυτό δεν τερματίζει και απλά καλείται αναδρομικά και θα μειώνει το αρχικό όρισμα επ' άπειρον.

2. Ορίζουμε τις εξής συναρτήσεις:

- $fact_{ref} : Ref (Int \rightarrow Int)$   
 $fact_{ref} \equiv ref (\lambda n : Int. 0)$
- $fact_{fun} : Int \rightarrow Int$   
 $fact_{fun} \equiv \lambda n : Int. if\ n \leq 1\ then\ 1\ else\ n * (!fact_{ref})(n - 1)$
- $fact_{ref} := fact_{fun}$

Τέλος ορίζουμε την:

- $fact : Int \rightarrow Int$   
 $fact \equiv !fact_{ref}$

και καλούμε, για παράδειγμα,  $fact\ 42 : Int$ , το οποίο θα μας δώσει το παραγοντικό του 42 καλώντας την αναδρομική πλέον  $fact$ .