

# Γλώσσες Προγραμματισμού II

## Άσκηση 4 - Συστήματα τύπων

Σακκάς Γιώργος, 03112085

### Μέρος 1ο - Αυτοεφαρμογή

#### Ερώτηση.

Υπάρχει κάποιο περιβάλλον  $\Gamma$  και κάποιος τύπος  $\tau$  έτσι ώστε να ισχύει  $\Gamma \vdash x x : \tau$  στο σύστημα τύπων της γλώσσας με απλές συναρτήσεις, που περιγράφεται στη διαφάνεια 14 της παράδοσης της 25/10; Αν ναι, γράψτε τα  $\Gamma$  και  $\tau$  και δώστε την παραγωγή τύπων. Αν όχι, αποδείξτε ότι δεν υπάρχουν.

#### Απάντηση.

Έστω ότι ο όρος  $x x$  έχει ένα τύπο  $\tau$ . Τότε από το λήμμα αντιστροφής, το πρώτο  $x$  θα έχει τύπο  $\tau_1 \rightarrow \tau$  και το δεύτερο  $x$  θα έχει τύπο  $\tau_1$ . Στη συνέχεια συμπαιρνουμε ότι και οι δύο αυτοί περιορισμοί πρέπει να βρίσκονται στο περιβάλλον  $\Gamma$ . Καθώς όμως πρέπει να έχουμε ακριβώς ένα περιορισμό στο περιβάλλον  $\Gamma$  για το  $x$ , καταλήγουμε ότι  $\tau_1 \rightarrow \tau = \tau_1$ . Καταλήγουμε λοιπόν σε άπειρο τύπο, που στη της γλώσσα με απλές συναρτήσεις που έχουμε εδώ, δεν επιτρέπεται και έτσι φτάνουμε σε άτοπο. Συνεπώς, δεν υπάρχουν  $\Gamma$  και  $\tau$  έτσι ώστε να ισχύει  $\Gamma \vdash x x : \tau$  στο σύστημα τύπων της γλώσσας με απλές συναρτήσεις.

### Μέρος 2ο - Αναφορές και αναδρομή

#### Ερώτηση.

Έστω η γλώσσα που περιέχει: *απλούς τύπους* (διαφάνειες 4–12 της παράδοσης της 25/10), *συναρτήσεις* (διαφάνειες 13–15) και *αναφορές* (διαφάνειες 32–39).

1. Κατασκευάστε σε αυτή τη γλώσσα ένα πρόγραμμα του οποίου η εκτέλεση να μην τερματίζει.

**Υπόδειξη:** Το περιεχόμενο των αναφορών δε χρειάζεται να είναι βασικού τύπου

2. Κατασκευάστε στην ίδια γλώσσα μία αναδρομική συνάρτηση που να υπολογίζει το παραγοντικό ενός φυσικού αριθμού. Προφανώς δεν έχετε διαθέσιμο το `fix`, όμως μπορείτε να υλοποιήσετε την αναδρομή μέσω της αναφοράς.

#### Απάντηση.

1. Έχουμε:

$$\begin{aligned} inf_{ref} &= ref (\lambda n : Int. 0) \\ inf_{body} &= \lambda n : Int. (!inf_{ref})(n - 1) \\ inf_{ref} &:= inf_{body} \end{aligned}$$

Τέλος ορίζουμε την  $inf = !inf_{ref}$  και καλούμε, για παράδειγμα,  $inf\ 42$ .

2. Έχουμε:

$$\begin{aligned} fact_{ref} &= ref (\lambda n : Int. 0) \\ fact_{body} &= \lambda n : Int. if\ n \leq 1\ then\ 1\ else\ n * (!fact_{ref})(n - 1) \end{aligned}$$

$$fact_{ref} := fact_{body}$$

Τέλος ορίζουμε την  $fact = !fact_{ref}$  και καλούμε, για παράδειγμα,  $fact\ 42$ .