Analyse Numérique - SAGEmath/Python

Ines Abdeljaoued Tej [1]

Travaux pratiques numéro 4

1 Méthode du point fixe

Considérons le polynôme $f(x) = x^4 + 6x^2 - 60x + 36$ sur $[0, 4]$. Il s'agira d'appliquer la méthode du point fixe pour les fonctions suivantes :

— $g_1(x) = \frac{x^4+6x^2+36}{60}$

— $g_2(x) = \frac{-36}{x^3+6x-60}$

— $g_3(x) = (-6x^2 + 60x - 36)^{\frac{1}{4}}$

1. Ecrire une procédure qui prend en entrée g, x_0 et N et qui calcule le Nème terme de la liste $x_{n+1} = g(x_n)$.
2. Vérifier ensuite la convergence de la méthode du point fixe pour chacun des g_i sur $[0, 4]$. Pour cela, il faut chercher à satisfaire toutes les conditions du théorème de convergence de la méthode du point fixe :
3. Ecrire un script qui permet d'accélérer la convergence de g_3.

2 Méthode d'Euler

Partant de $x_0 = a$, on connaît $y_0 = y(x_0) = \tau$. L'idée de la méthode d'Euler est de considérer que la courbe y sur $[x_0, x_1]$ n'est pas très éloignée de sa tangente en x_0 : une estimation rationnelle de $y(x_1)$ est $y_1 = y_0 + hf(x_0, y_0)$. En effet, pour x_1, l'équation de la tangente est $y'(x_0)(x - x_0) + y_0$. On estime alors que $y'(x_1)$ n'est pas très différent de $f(x_1, y_1)$. Sur $[x_1, x_2]$, on remplace la courbe par sa tangente approchée en x_1 ce qui donne l'estimation y_2 de $y(x_2)$: $y_2 = y_1 + hf(x_1, y_1)$ et on poursuit de la même manière. La méthode d'Euler est d'ordre 1. Une telle méthode ne converge pas assez vite pour donner des résultats pratiques intéressants. On va étudier dans les deux sections suivantes deux méthodes d'ordre plus élevé. La méthode d'Euler est implémentée dans `Python` comme suit :

1. `inestej@gmail.com, http://bit.ly/1JEWZiK`

```
def euler(f,n,tau,a,b):
    h = (b-a)/n
    x = [x0]
    y = tau
    for i in range(n):
        x += [x[i]+h]
        y += [y[i]+h*f(x[i],y[i])]
    return x,y
```