

Binary Decision Diagrams

Seminarski rad u okviru kursa
Automatsko rezonovanje
Matematički fakultet

Milana Kovačević
Ivan Ristović

jul 2018.

Binary Decision Diagrams (u daljem tekstu *BDD*) i njihova poboljšanja su strukture podataka za reprezentaciju bulovskih funkcija. Iako u osnovi slični binarnim drvetima, rešavaju problem velikog broja čvorova u drvetu uklanjajući redundantne grane (za bulovsku funkciju sa n argumenata, broj mogućih puteva u binarnom drvetu od korena do lista je 2^n , dok je broj čvorova znatno veći). U ovom radu ćemo detaljnije opisati intuiciju iza BDD struktura, načine za konstrukciju BDD, kao i *ROBDD* - redukovani BDD. Ovaj rad će pratiti implementacija BDD u jeziku *C++*, uz prateće delove koda na nekim mestima.

[1]

Sadržaj

1	Bulovske funkcije	2
	Literatura	2

1 Bulovske funkcije

Bulovske funkcije su funkcije koje primaju bulovske argumente i vraćaju bulovsku vrednost. Bulovske vrednosti mogu biti *true* ili *false*. U nastavku ćemo sa 1 označavati *true*, a sa 0 *false*, što je uobičajena konvencija.

Za bulovsku funkciju sa n bulovskih argumenata, postoji 2^n mogućih ulaza. Pošto je povratna vrednost takodje bulovskog tipa, zaključujemo da postoji 2^{2^n} različitih bulovskih funkcija sa n argumenata, što se vidi iz sledeće jednakosti:

$$\underbrace{2 * 2 * 2 * \dots * 2}_{2^n} = 2^{2^n}$$

Funkcije koje primaju neoznačeni broj u opsegu $[0, 2^n - 1]$ se mogu zameniti sa n bulovskih funkcija sa n argumenata. Kao primer, neka je data funkcija F koja prima i vraća neoznačeni ceo broj. Zamenjujemo funkciju F bulovskim funkcijama f_i , gde $i = 0, 1, \dots, n - 1$. Argumenti funkcije f_i su n binarnih cifara broja, dok je povratna vrednost f_i vrednost i -te binarne cifre rezultata funkcije F . Drugim rečima, svaka od funkcija f_i računa jednu cifru rezultata. Kao konkretan primer, s obzirom da su neoznačeni brojevi u računarima zauzimaju obično 32 bita, funkciju:

```
unsigned F(unsigned n);
```

možemo zameniti sa 32 bulovske funkcije:

```
bool f0(bool n0, bool n1, bool n2, ... , bool n31);
bool f1(bool n0, bool n1, bool n2, ... , bool n31);
...
bool f31(bool n0, bool n1, bool n2, ... , bool n31);
```

Naravno, moramo se uveriti da su cifre rezultata zaista jednake izlazima bulovskih funkcija. Jedan način za verifikaciju rezultata je primena obe tehnike nad svim mogućim ulazima i poredjenje dobijenih rezultata. Međutim, čak i za ovako jednostavne funkcije reč je o oko 4 milijarde (2^{32}) mogućih ulaza. Drugi način je da se ove funkcije prikažu putem nekih struktura podataka, i da se funkcije porede tako što se porede njihove reprezentacije preko tih strukture. Drugim rečima, posmatramo funkcije kao podatke. U poglavljima koji slede će biti više reči o strukturama podataka koje se koriste za predstavljanje bulovskih funkcija.

Literatura

- [1] BDD. on-line at:
<https://www.cs.cmu.edu/~fp/courses/15122-f10/lectures/19-bdds.pdf>.