



## Toegepaste Analoge Elektronica

Jan Genoe ([jan.genoe@kuleuven.be](mailto:jan.genoe@kuleuven.be))

mei 07, 2024

---

# Inleiding

---

<b>I Inleiding</b>	<b>2</b>
1 Spice simulatie	3
<b>II Versterkers</b>	<b>8</b>
2 Klasse F Verstekers	9
3 Klasse D resonante Versterkers	15
3.1 Basisschema met spanningssturing . . . . .	15
3.2 Aansturing van de seriekring aan de hand van 2 NPN transistors . . . . .	25
3.3 Aansturing met transformator aan de kant van de belasting . . . . .	27
3.4 Klasse D met stroomsturing . . . . .	29
4 Klasse E Versterkers	31
4.1 Werking van de Klasse E versterker (verklaring van de werking stap voor stap) . . . . .	31
4.2 Ontwerpen van enkele voorbeelden . . . . .	34
4.3 VB2: Een 50W versterker of 137.77 kHz . . . . .	40
4.4 Flat top . . . . .	43
4.5 On-chip 2GHz Klasse E versterker voor GSM toepassingen . . . . .	43
<b>III Filters</b>	<b>47</b>
5 Filter Design	48
5.1 Aanpak en algemeen perspectief . . . . .	48
5.2 Specifieke filter blokken . . . . .	48
5.3 Frequentietransformaties . . . . .	54
5.4 Butterworth filters . . . . .	57
5.5 Chebyshev filters . . . . .	71
5.6 Bessel Thomson filters . . . . .	79
5.7 Toleranties . . . . .	80
<b>IV transmissielijnen</b>	<b>81</b>
6 Transmissie lijnen	82
6.1 Transmissie lijn model . . . . .	82
6.2 Coax kabel . . . . .	83
6.3 Twisted pair kabel . . . . .	85
6.4 striplijn . . . . .	85
6.5 Microstriplijn . . . . .	85

---

6.6	Microstrip Analyse Plots . . . . .	86
6.7	Microstrip Design Plots . . . . .	86
<b>7</b>	<b>Reflecties</b>	<b>89</b>
7.1	Uitwerken van een ladderdiagram . . . . .	89
<b>8</b>	<b>Smith kaart</b>	<b>91</b>
8.1	Wat is een Smith kaart? . . . . .	91
8.2	Smith Kaart Oefening 1 . . . . .	91
8.3	Smith Kaart Oefening 2 . . . . .	97
8.4	Smith Kaart Oefening 3 . . . . .	110
8.5	Smith Kaart Oefening 4 . . . . .	125
8.6	Smith Kaart Oefening 5 . . . . .	140
8.7	Smith Kaart Oefening 6 . . . . .	154
8.8	Smith Kaart Oefening 7 . . . . .	160
8.9	Smith Kaart Oefening 8 . . . . .	165
<b>9</b>	<b>Referenties</b>	<b>169</b>
<b>Bibliografie</b>		<b>170</b>

## Introductie

Welkom bij het jupyterbook van het vak Toegepaste Analoge Elektronica. Deze notebooks bevatten materiaal en oefeningen, in het formaat van Jupyter notebooks, ontwikkeld als aanvullingen bij het vak [Toegepaste Analoge Elektronica](#) aan de [KU Leuven](#), campus Diepenbeek. Dit is momenteel nog ‘werk in progress’. De cursus zoals aanwezig op Toledo blijft het voornaamste leerinstrument. Dit boek is enkel een hulpmiddel.

## **Deel I**

### **Inleiding**

# HOOFDSTUK 1

## Spice simulatie

In deze cursus bestuderen we elektronische circuits. Hiervoor is het belangrijk dat we deze elektronische circuits ook in detail en correct kunnen simuleren. Hiervoor gebruiken we een implementatie van SPICE. SPICE staat voor *Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*. SPICE is in de jaren 1960 ontwikkeld door het [Department of Electrical Engineering and Computer Sciences in UC Berkeley, California, USA](#) en toen reeds vrijgegeven als een eerste soort open source avant la lettre.

Ondertussen zijn er al meer dan 100 verschillende implementaties van spice. [Hier](#) vind je een overzicht van een aantal implementaties. De motor van deze implementaties is nog steeds zo goed als dezelfde van deze van de originele implementaties, namelijk de modified nodale analyse ([MNA](#)). De verschillen tussen deze implementaties zijn in eerste instantie de user interface en de manier waarop de verschillende modellen geïmplementeerd zijn.

In dit jupyterbook gebruik ik [PySpice](#). Dit is een python interface naar [ngspice](#). Als je [conda](#) en [git](#) geïnstalleerd hebt en de github repository van [dit boek](#) lokaal gecloned hebt, kan je de volledige PySpice omgeving die in dit boek gebruikt wordt installeren door de volgende commandos uit te voeren in de directory van deze repository:

```
git clone https://github.com/jangenoe/InteractieveCursus
cd InteractieveCursus
conda env update -f ./binder/environment.yml
conda activate KULeuven
ipython kernel install --user --name=KULeuven
pyspice-post-installation --install-ngspice-dll
```

Vervolgens kan je aan de hand van het commando `jupyter lab` de verschillende notebooks openen aanpassen en simuleren.

Om aan te geven hoe we gebruik maken van spice voor de circuit simulatie, kijken we naar een voorbeeld van een verschilversterker op IC. Het basisschema van deze versterker is aangegeven in [Fig. 1.1](#). Het eerste wat we moeten doen in dit circuit is de verschillende knopen een nummer (of een naam) te geven. Het resultaat waarbij elke knoop een naam gekregen heeft zien we in [Fig. 1.2](#).

De overeenkomende SPICE code voor dit circuit zie je in [Spice Listing 1.1](#). Het eerste deel van deel beschrijving beschrijft de externe aangelegde spanningsbronnen. De naam van elke spanningsbron in SPICE begint met een V. We hebben de voedingsspanning (VDD) van 5 Volt tussen knoop 1 en knoop 0, de spanningsbronnen aan de positieve (10) en de negatieve (11) ingangsklem en tenslotte een biasspanning (VB) aan klem 9.

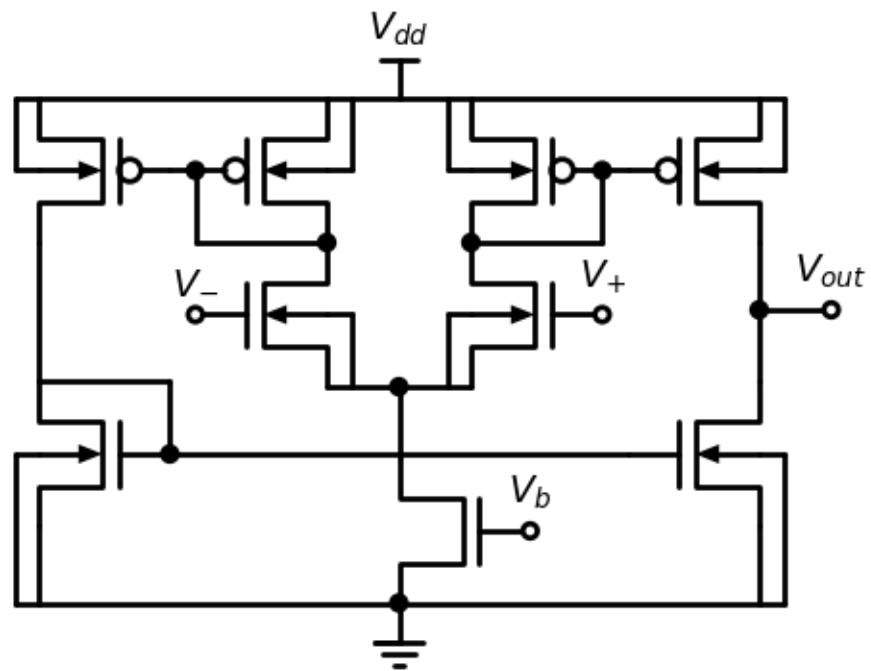


Fig. 1.1: Basisschema van de verschilversterker.

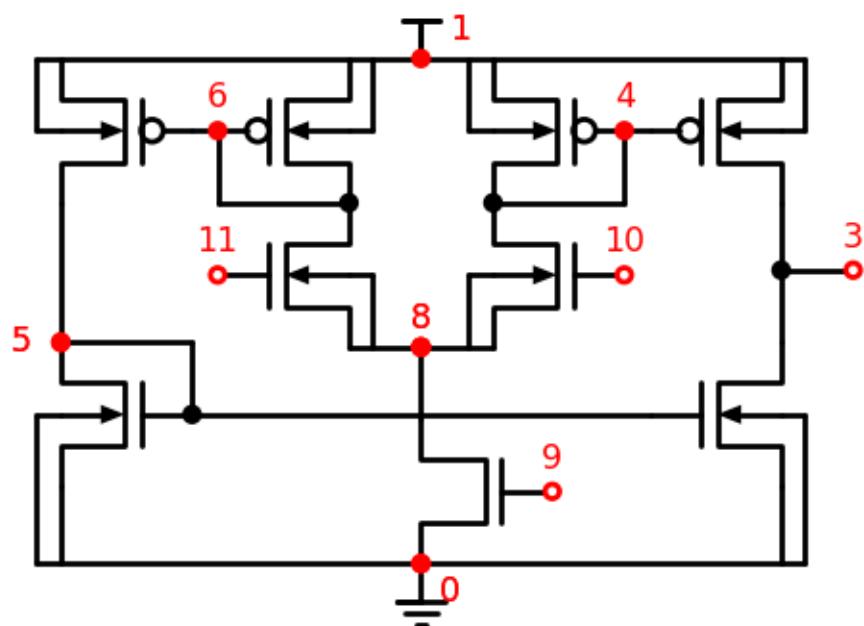


Fig. 1.2: Basisschema van de verschilversterker, waarbij de knopen genummerd zijn.

Spice Listing 1.1: basiscircuit van de verschilversterker

```

* CIRCUIT Spice file van een verschilversterker
VDD 1 0 DC=5.0
VPLUS 10 0 DC=2.5
VMIN 11 0 SIN(2.5 50U 1E6) DC=2.5
VB 9 0 DC=1.5
C3 3 0 5.914fF
C4 4 0 14.737fF
C5 5 0 10.124fF
C6 6 0 14.434fF
C8 8 0 7.919fF
C9 9 0 15.257fF
C10 10 0 1.872fF
C11 11 0 1.688fF
C25 1 5 1fF
MN1 3 5 0 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
MN2 0 5 5 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
MN3 8 10 4 0 NMOS w=1.50u L=0.50U
MN4 0 9 8 0 NMOS w=4.50u L=0.50U
MN5 6 11 8 0 NMOS w=1.50u L=0.50U
MP1 1 4 3 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
MP2 4 4 1 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
MP3 1 6 5 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
MP4 6 6 1 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
.MODEL NMOS NMOS (LEVEL=1 VTO=0.50 KP=90.000E-6 LAMBDA=0.001)
.MODEL PMOS PMOS (LEVEL=1 VTO=-0.45 KP=55.000E-6 LAMBDA=0.001)

```

Vervolgens vinden we in de SPICE listing de capaciteiten (C) van alle knopen ten opzichte van de grondknoop (0) terug. De waarde van deze condensatoren is bekomen nadat de volledige lay-out van het chipontwerp is getekend. Daarna is er door een extractfunctie de overlap van de metaisatie van elk van deze knopen met het grondvlak bepaald, en op basis hiervan is de condensatorwaarde bepaald. We vinden ook een parasitaire condensator terug ten opzichte van de voeding, i.e. C25 die staat tussen knoop 5 en de voeding. Eigenlijk zijn deze condensatorwaarden voor een eerste simulatie van de versterking niet belangrijk. Deze waardes worden enkel belangrijk als je een exacte waarde wil uitrekenen tijdens een simulatie bij hogere frequentie.

### Opdracht 1 (Begrijp de parasitaire capaciteiten van dit ontwerp)

In de spice code [Spice Listing 1.1](#) werden de parasitaire capaciteiten ge-extraheerd op basis van een werkelijke lay-out van het circuit. Voeg alle capaciteiten toe op het schema van [Fig. 1.2](#)

Vervolgens hebben we de nMOS transistors van dit circuit. Deze zijn:

Spice Listing 1.2: nMOS transistors van de verschilversterker

```

MN1 3 5 0 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
MN2 0 5 5 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
MN3 8 10 4 0 NMOS w=1.50u L=0.50U
MN4 0 9 8 0 NMOS w=4.50u L=0.50U
MN5 6 11 8 0 NMOS w=1.50u L=0.50U

```

We kunnen deze nMOS transistors op het schema lokaliseren (zie [Fig. 1.3](#)).

Daarna volgen de pMOS transistors van dit circuit. Deze zijn:

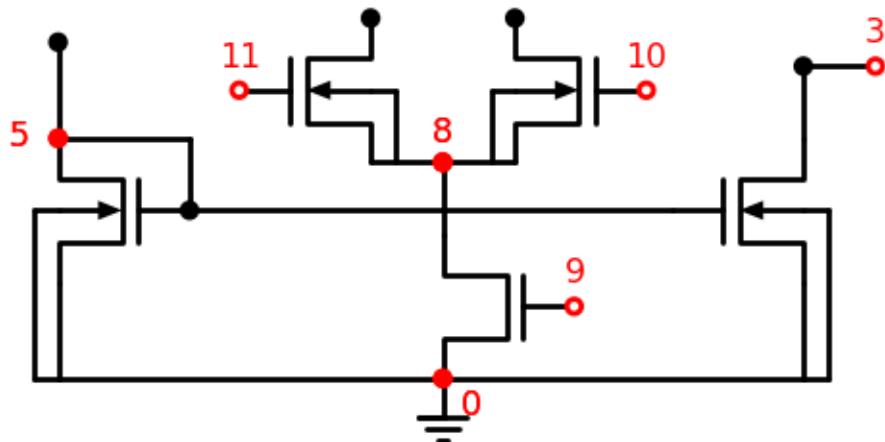


Fig. 1.3: nMOS transistors van de verschilversterker

Spice Listing 1.3: pMOS transistors van de verschilversterker

```

MP1 1 4 3 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
MP2 4 4 1 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
MP3 1 6 5 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
MP4 6 6 1 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
    
```

Ook deze transistor kunnen we op het schema lokaliseren (zie Fig. 1.4). we herkennen hierin 2 stroomspiegels die de stromen uit de knopen 6 en 4 respectievelijk omzetten in stromen uit de knopen 5 en 3.

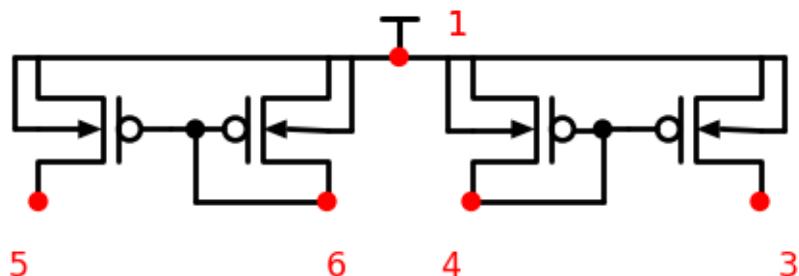


Fig. 1.4: pMOS transistors van de verschilversterker

Tenslotte hebben we ook de transistormodellen nodig van de NMOS en de PMOS. deze kan je zien in de model kaarten gegeven in Spice Listing 1.4

Spice Listing 1.4: Eenvoudige transistormodellen

```

.MODEL NMOS NMOS (LEVEL=1 VTO=0.50 KP=90.000E-6 LAMBDA=0.001)
.MODEL PMOS PMOS (LEVEL=1 VTO=-0.45 KP=55.000E-6 LAMBDA=0.001)
    
```

Wanneer we nu een simulatie uitvoeren met een signaal van  $50 \mu V$  aan de ingangsklem 11, krijgen we een signaal van meer dan  $40 mV$  aan de uitgangsklem 3 (zie Fig. 1.5. Dit geeft dus een versterking van meer dan 800.

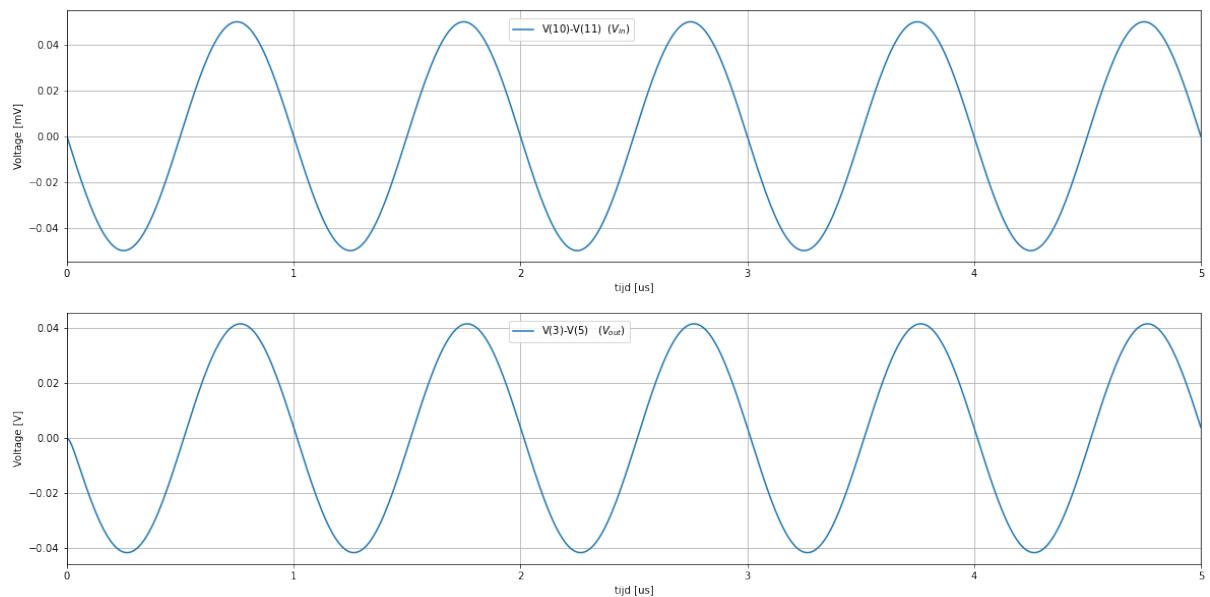


Fig. 1.5: Bekomen spanningen aan de ingang (boven) en de uitgang (onder) van de verschilversterker.

# **Deel II**

# **Versterkers**

# HOOFDSTUK 2

## Klasse F Verstekers

In dit hoofdstuk bestuderen we de klasse F versterker als een uitbreiding van de klasse C versterker. Beide versterkers zijn resonante versterkers die bestaat uit een LRC trilkring (of meerdere LC kringen) die aangestuurd wordt door een enkele transistor. Als een gevolg hiervan werkt deze versterker op een vaste frequentie of binnen een zeer beperkte bandbreedte rond deze centrale frequentie. Deze bandbreedte is typisch maximaal 1% van de resonantie frequentie. In Tabel 2.1 geven we een overzicht van deze verschillende versterkers.

Tabel 2.1: Indeling van de vermogenversterkers

	laagfrequent of breedband	hoogfrequent of resonant
1 transistor in de vermogentrap	Klasse A	Klasse C <b>Klasse F Klasse E</b>
2 of meer transistors in de vermogentrap	Klasse B Klasse G	Klasse D

Wanneer de gelijkaardige stroompulsen aangelegd worden op 2 parallelle LRC kringen in serie, zal dezelfde stroom door de kringen lopen, maar zullen de spanningen over beide kringen opgeteld worden.

Spice Listing 2.1: basis Klasse F circuit spice file

```
* klasse F basiscircuit
Q_Q1      2 1 0 Q2
L_L1      5 3  1uH
C_C1      5 3  10n
R_R1      5 3  60
V_V3      3 0  11V
V_V5      1 0  sin(0.7 0.8 1591500) DC=0.7
C_C3      5 2  10n
L_L3      5 2  0.111uH
.model Q2 NPN(Is=14.34f BF=200 RB=200 )
```

Wanneer we op basis van de spanningen bekomen in de bovenstaande figuur de spanningen over de trilkring van de eerste harmonische en de spanningen over de trilkring van de derde harmonische plotten, zien we dat op moment dat de eerste harmonische een minimum bereikt, de derde harmonische piekt. Dit heeft een belangrijk voordeel, namelijk de spanning over het totale circuit wordt kleiner of er kan met dezelfde spanning een veel grotere swing bekomen worden.

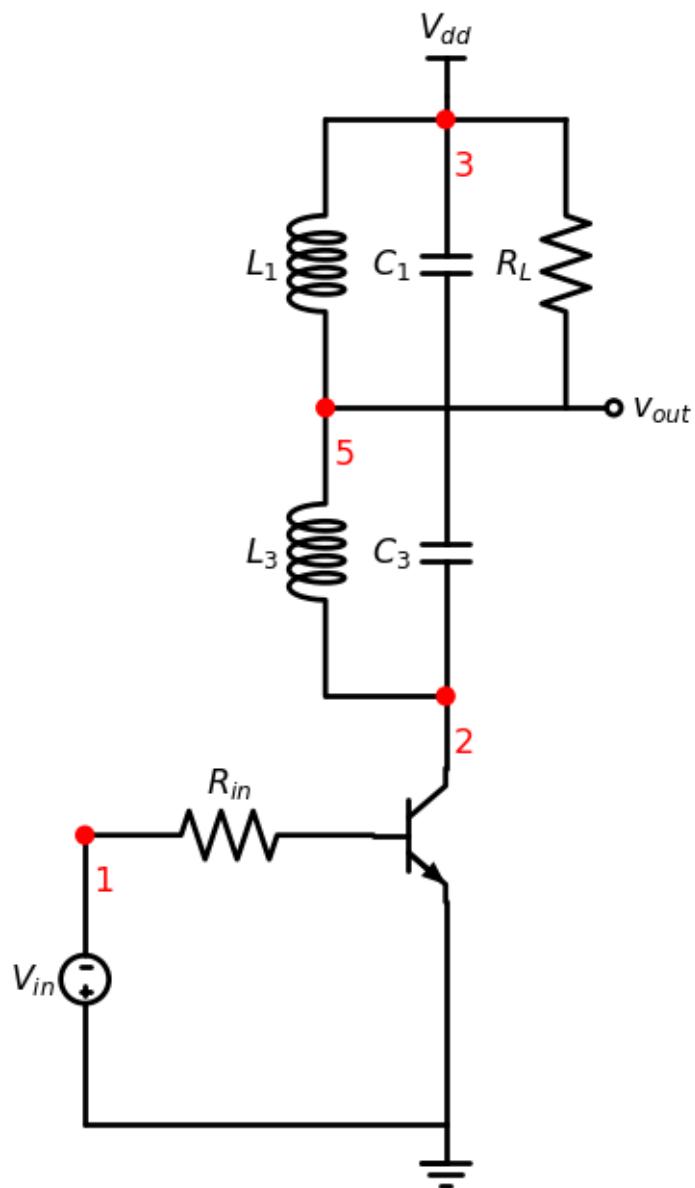


Fig. 2.1: Basisschema van de klasse F versterker.

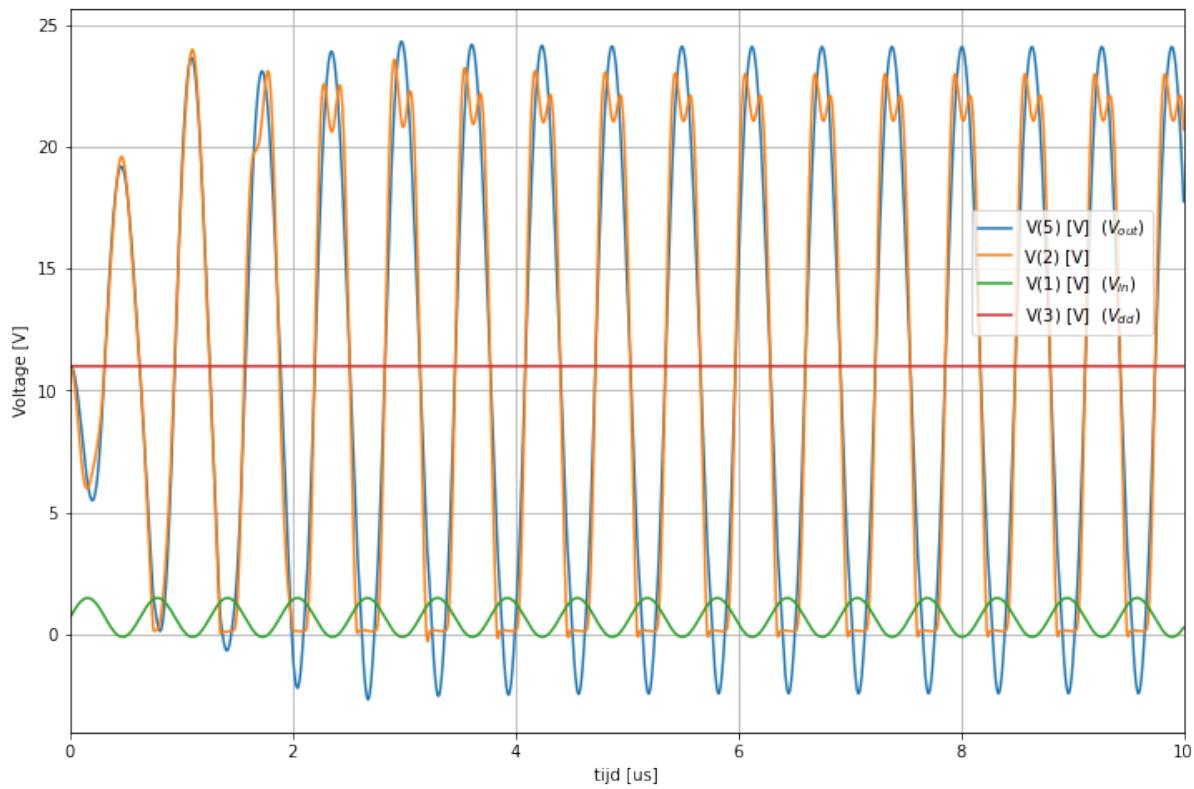


Fig. 2.2: Spanningen op de verschillende knopen van de klasse F versterker.

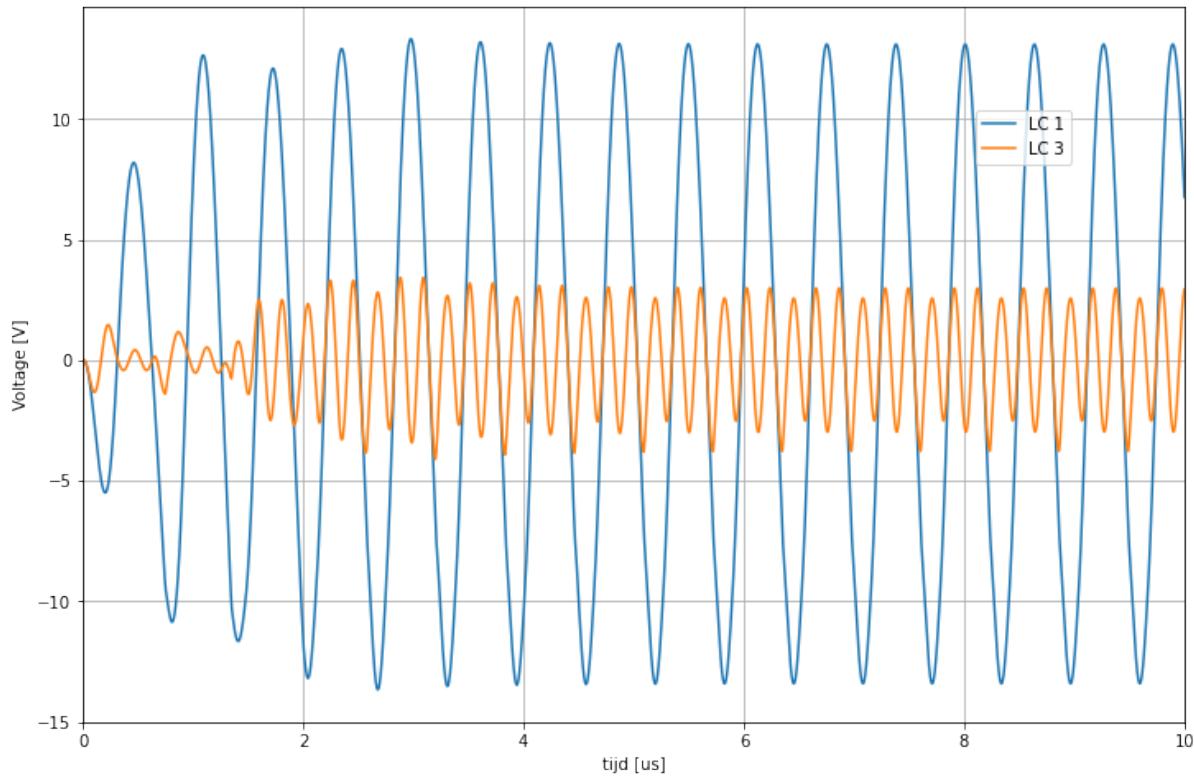


Fig. 2.3: Verloop van de spanning over de eerste (LC1) en over de derde (LC3) harmonische.

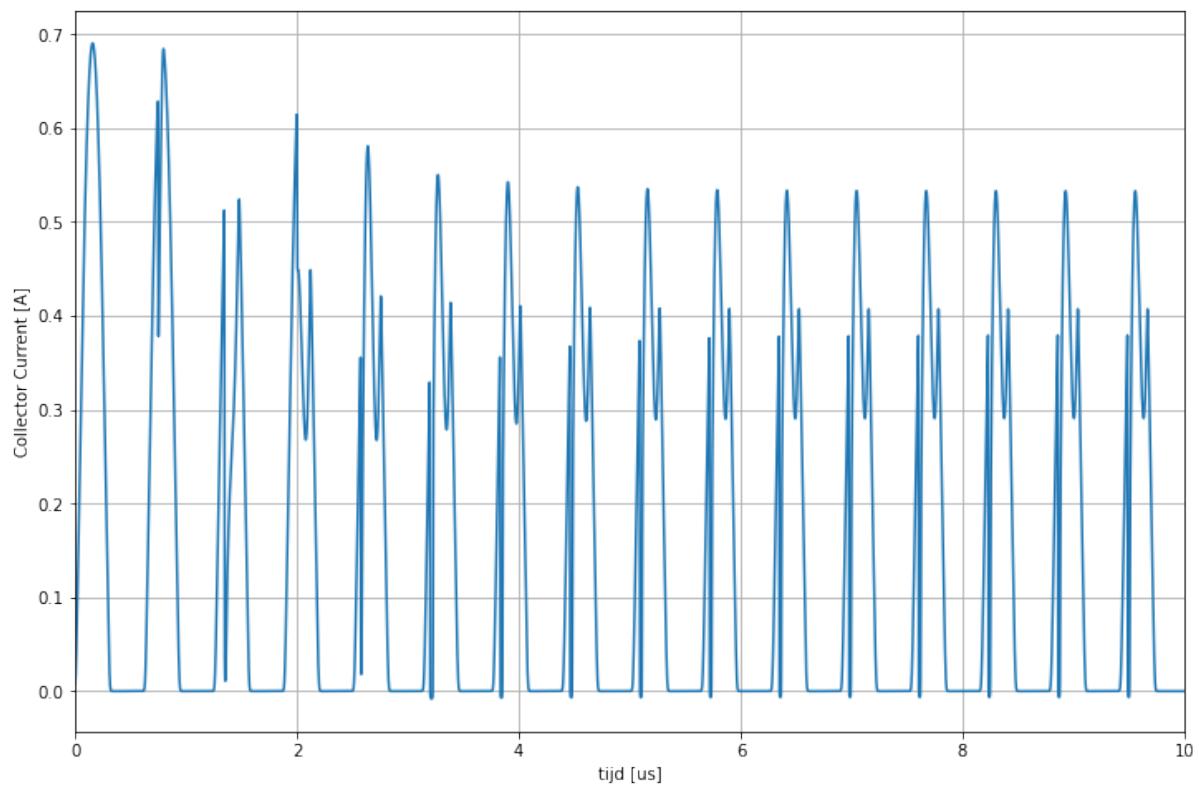


Fig. 2.4: Verloop van de collector current.

Spice Listing 2.2: Klasse F circuit waarbij de uitgang oscilleert rond de grond

```
* klasse F basiscircuit
Q_Q1      2 1 0 Q2
L_L1      5 3  1uH
C_C1      5 3  10n
R_R1      5 3  60
V_V3      3 0  11V
V_V5      1 0  sin(0.7 0.8 1591500) DC=0.7
C_C3      5 2  10n
L_L3      5 2  0.111uH
.model Q2 NPN(Is=14.34f BF=200 RB=200 )
```

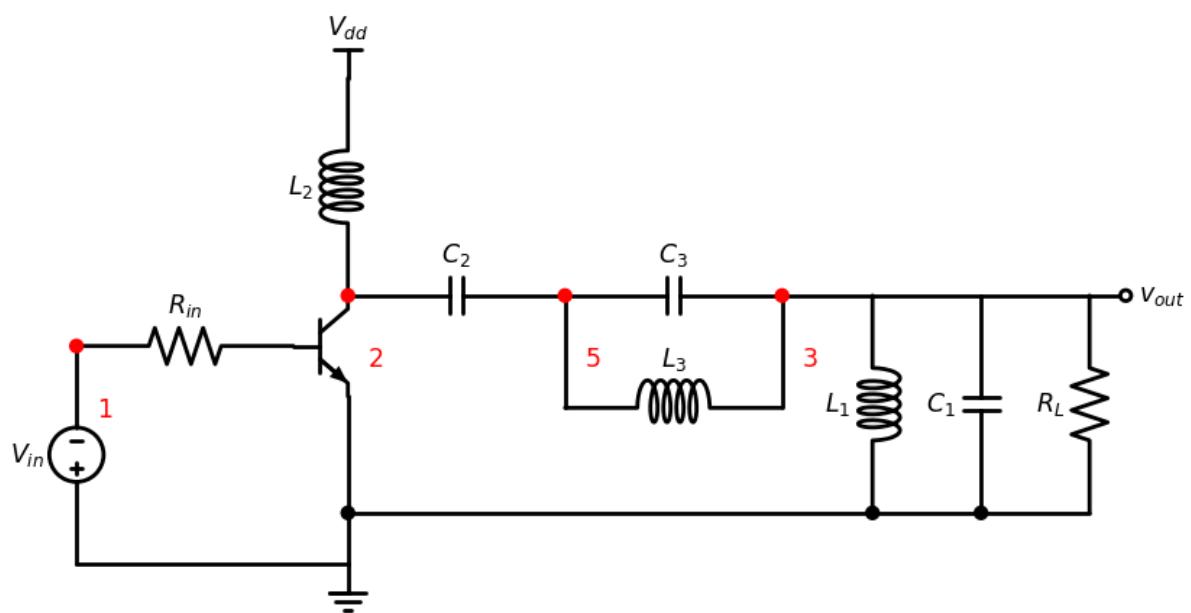


Fig. 2.5: Basisschema van de klasse F versterker waarbij de uitgang oscilleert rond de grond.

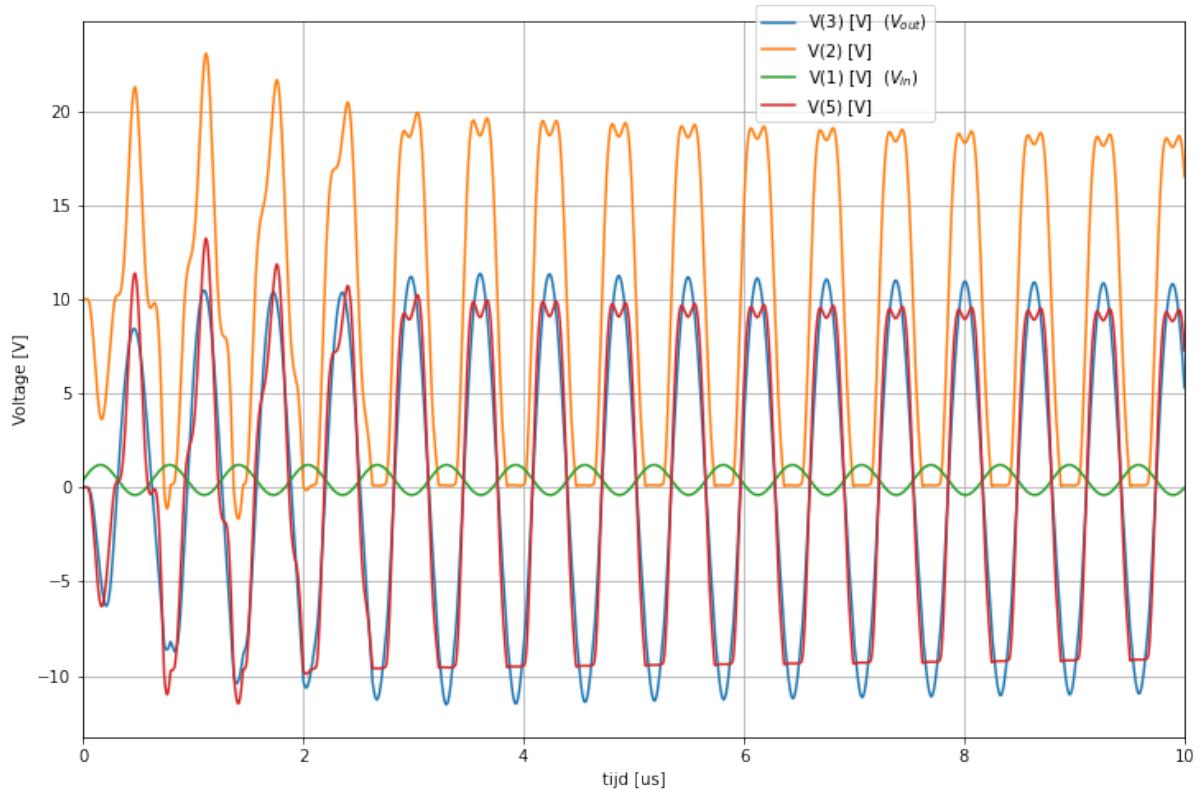


Fig. 2.6: Spice simulatie van de Klasse F waarbij de uitgang oscilleert rond de grond.

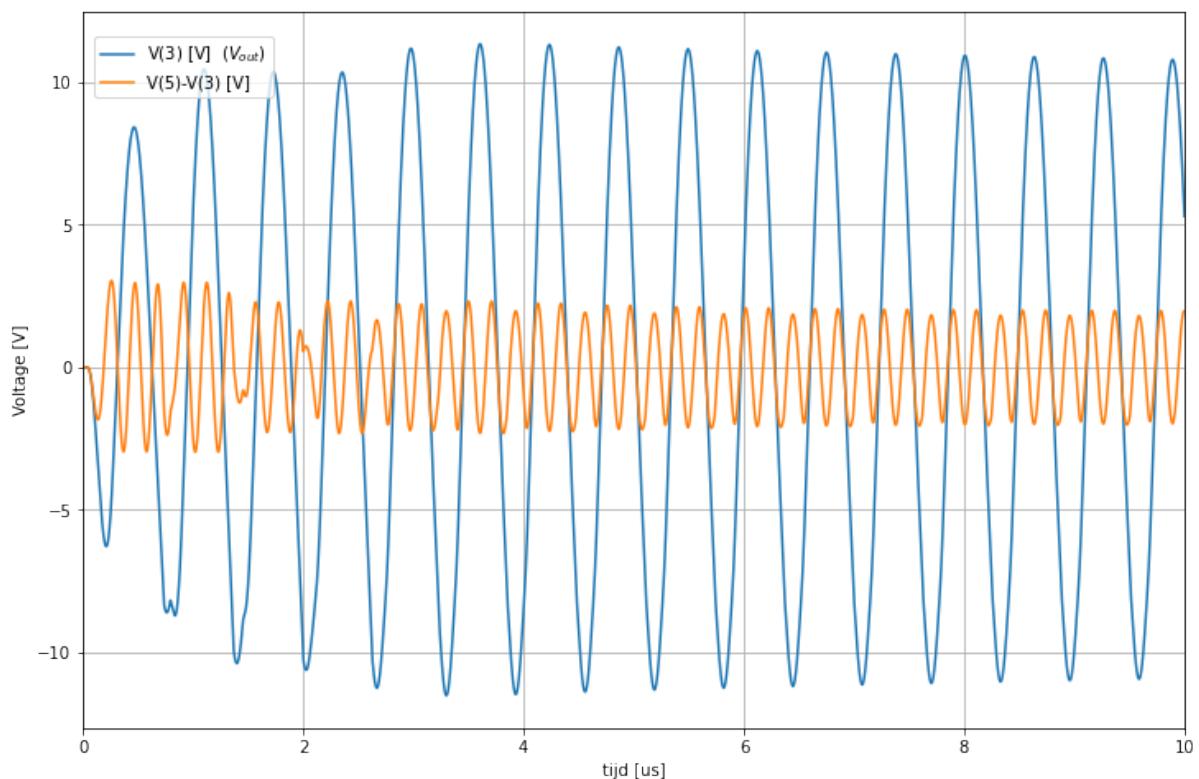


Fig. 2.7: Spice simulatie van de Klasse F waarbij de uitgang oscilleert rond de grond. Verloop van de spanning over de eerste (LC1) en over de derde (LC3) harmonische.

# HOOFDSTUK 3

## Klasse D resonante Versterkers

In dit hoofdstuk bespreken we de klasse D resonante hoogfrequent versterkers. Hierbij gebruiken we 2 vermogentransistors die een resonante kring aan hoge frequentie aanstuurt. Het ontwerp van de kring is dusdanig dat enkel maar de component op resonantie door de resonante kring doorgelaten wordt naar de belasting. In die optiek kunnen we ook de resonante kring beschouwen als een banddoorlaatfilter.

Het is belangrijk hierin een verschil te maken met de klasse D audio versterkers. Hierin worden beide vermogentransistors ook aan hoge frequenties geschakeld maar dient het LRC filtercircuit dat erachter hangt als een laagdoorlaatfilter, zodat de belasting enkel maar de laagfrequente component van het stuursignaal ziet.

In Tabel 3.1 situeren we de klasse D versterkers tussen de andere vermogenversterkers.

Tabel 3.1: Indeling van de vermogenversterkers

	laagfrequent of breedband	hoogfrequent of resonant
1 transistor in de vermogentrapp	Klasse A	Klasse C Klasse F Klasse E
2 of meer transistors in de vermogentrapp	Klasse B Klasse G	<b>Klasse D</b>

### 3.1 Basisschema met spanningssturing

Fig. 3.1 toont het basisschema van de klasse D versterker met spanningssturing. Hiervoor gebruiken we een serie-resonante kring. Deze serie-resonante kring zal de opgelegde spanningspulsen (wat ook de vorm van deze pulsen is) omzetten in een sinusoidale stroom doorheen de kring. Aangezien deze sinusoidale stroom ook door de belasting  $R_L$  loopt, zullen we over de belasting  $R_L$  ook een sinusoidale spanning krijgen. Op deze manier hebben we zowel een sinusoidale spanning over als een sinusoidale stroom door de belasting  $R_L$ .

De aansturing gebeurt aan de hand van een blokgolf en bij de klasse D versterker gebruiken we hiervoor 2 vermogentransistors, een pull-up transistor en een pull down transistor. In Fig. 3.1 is het de bedoeling dat deze transistors gewoon de blokgolf aan de ingang volgen maar wel meer stroom kunnen leveren dan de ingang normaal levert. Daarom worden de transistors hier in *gemeenschappelijke collector schakeling* (in het geval van bipolaire transistors) of *gemeenschappelijke drain schakeling* (in het geval van MOS transistors) gebruikt. Hierdoor volgt de uitgang de ingang op een vaste offset na.

In Fig. 3.1 is er gekozen voor een implementatie met bipolaire transistors. Het gebruik van de gemeenschappelijke collector schakeling wil zeggen dat we voor de pull-up transistor hier steeds een npn transistor gaan gebruiken en voor de pull-down transistor een pnp-transistor. De stroom aan de ingang zal een factor  $\beta_F$  lager liggen dan de stroom die naar de trilkring loopt.

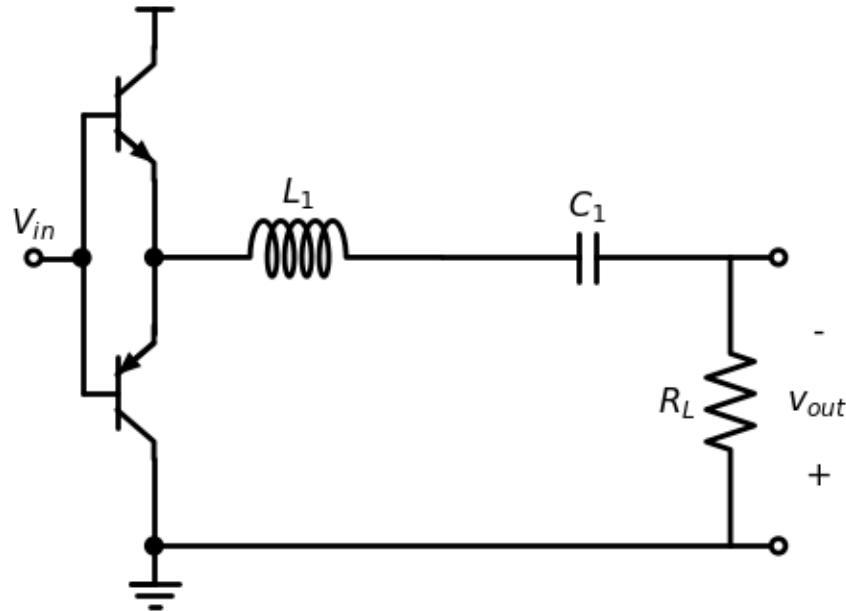


Fig. 3.1: Basisschema van de klasse D versterker.

In de literatuur vinden we ook de Klasse D versterker vaak terug met MOS transistors in de gemeenschappelijke source schakeling (GSS). Een voorbeeld hiervan zien we in Fig. 3.2. In dit geval werken de 2 vermogentransistors als een inverter.

In Fig. 3.3 hebben we de verschillende knopen van Fig. 3.1 een nummer gegeven om tot een spice-simulatie te kunnen komen.

De overeenkomende SPICE code voor dit circuit is kan je zien in Spice Listing 3.1. We werken hier met een voedingsspanning  $V_{dd}$  van 20V en we leggen ook pulsen aan van 20V aan de ingangsknoop 1. De spanning op knoop 2 zal dan typisch 0.6V tot 0.7V verschillen van de ingangsspanning.

Spice Listing 3.1: Basis Klasse D circuit

```
* Class D amp 1
Q_Q1      3 1 2 Q2
Q_Qp      0 1 2 Qp
L_L1      5 2 1uH
C_C1      5 6 10n
R_RL      6 0 6
V_Vdd    3 0 20V
R_Rin    4 1 1
V_Vin    4 0 PULSE(0 20 0 20ns 20ns 294ns 628ns) DC=0
.model Q2 NPN(Is=14.34f BF=200)
.model Qp PNP(Is=5.34f BF=100)
```

In Fig. 3.4 tonen we de spanningen die we bekomen uit de SPICE simulatie.

We merken op dat de spanning aan knoop 5 een veel grotere swing heeft dan de uitgangsspanning over  $R_L$  (i.e. knoop 6). De spanning op knoop 2 is typisch de verzadigingsspanning van Q1 lager dan de voedingsspanning (hier 20V) of de verzadigingsspanning van Qp hoger dan de grond.

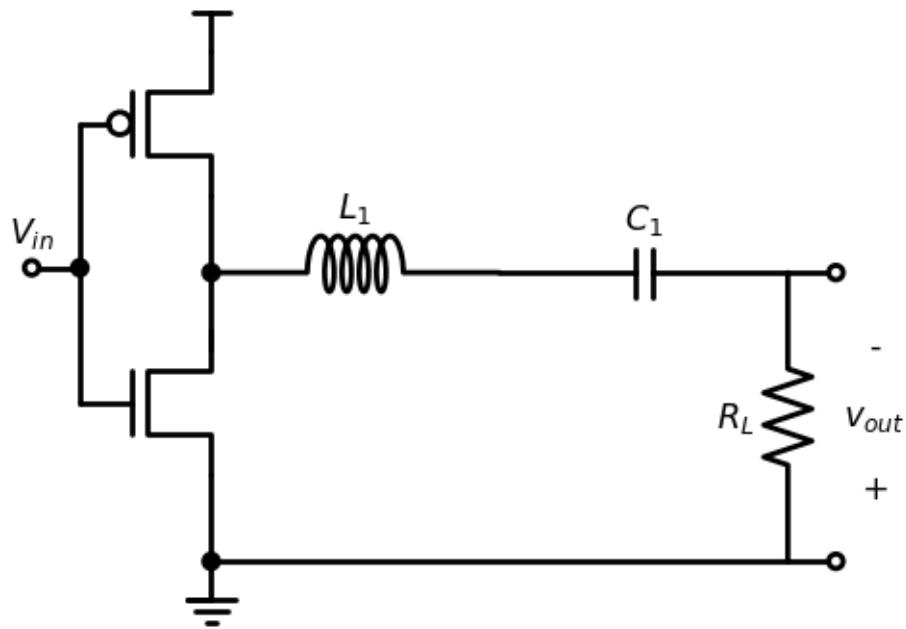


Fig. 3.2: Klasse D versterker met MOS transistors in Gemeenschappelijke Source Schakeling (GSS).

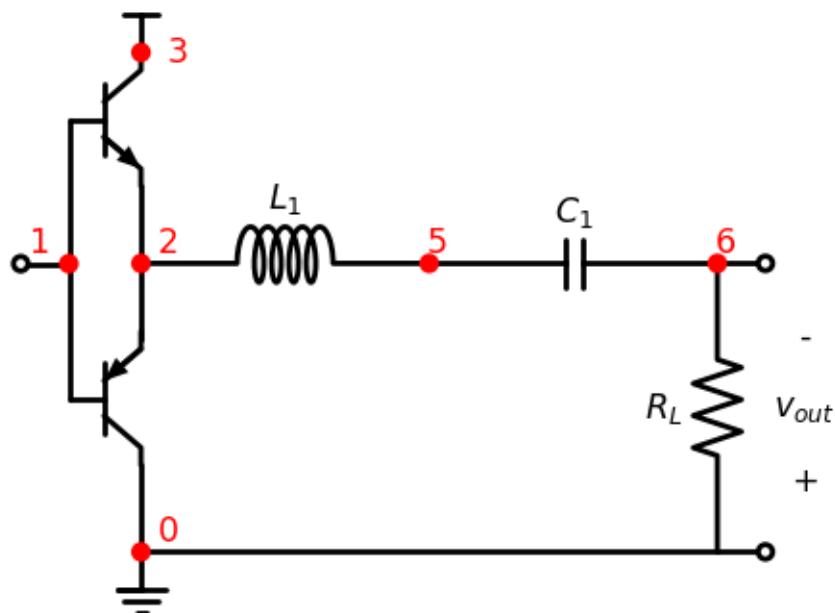


Fig. 3.3: Basisschema van de klasse D versterker, met nummering van de knopen overeenkomende met de onderstaande SPICE file.

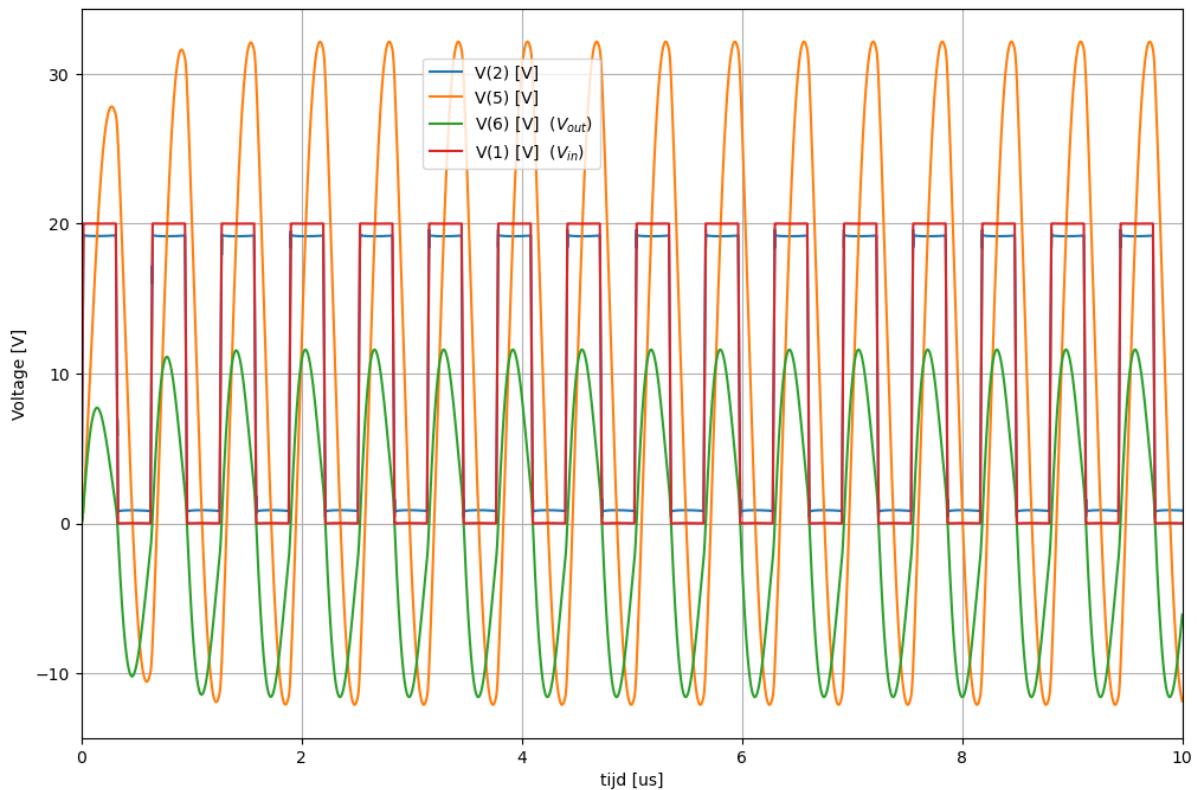


Fig. 3.4: Bekomen spanningen op de verschillende knopen in het hierboven aangegeven schema van de Klasse D versterker.

In Fig. 3.5 tonen we de stromen die we bekomen uit de SPICE simulatie. De pull-up transistor levert alle positieve stromen en de pulldown transistor levert alle negatieve stromen. Dit is hier enkel maar zo omdat de aansturing perfect op de resonantiefrequentie gedaan wordt.

### 3.1.1 Harmonische componenten

De spanning aan knoop 2 is de uitgang van de vermogentransistors. Deze spanning kunnen we, na een overgangsverschijnsel (in Fig. 3.4 is dit ongeveer  $2\mu s$ ), benaderen als een blokgolf. De Fourrier reeks van deze blokgolf is:

$$V[2] = \frac{V_{dd}}{2} + \frac{2V_{dd}}{\pi} \left( \sin(\omega t) + \frac{\sin(3\omega t)}{3} + \frac{\sin(5\omega t)}{5} + \dots \right)$$

In Fig. 3.6 tonen we de verschillende componenten van de spanning op knoop 2.

In praktijk zal de amplitude van de eerste harmonische op knoop 2 (iets) lager zijn dan  $\frac{2V_{dd}}{\pi}$  omdat we over de vermogentransistors een spanning verliezen. In het geval van het gebruik van de vermogentransistors in de gemeenschappelijke collector schakeling (zoals boven) verliezen we typisch de diode spanning tussen basis en emitter (hier ongeveer 0.7 V). In andere gevallen is het vaak de saturatie spanning van de bipolaire transistor of de spanning over de aan weerstand in het geval van een MOS transistor. We zien in Fig. 3.6 dat deze overeenkomt met  $\frac{2(V_{dd}-1.4V)}{\pi} = 11.84V$ . Dit is ook de spanningspiek die we zien op knoop 6 ( $V_{out}$ ) in Fig. 3.4 wanneer de steady-state oscillatie bekomen wordt.

```
(PeriodValue(3.9650000000000475e-07 s),
 PeriodValue(1.990500000000066e-06 s),
 UnitValue(0.8640144704168158 V),
```

(Vervolgt op volgende pagina)

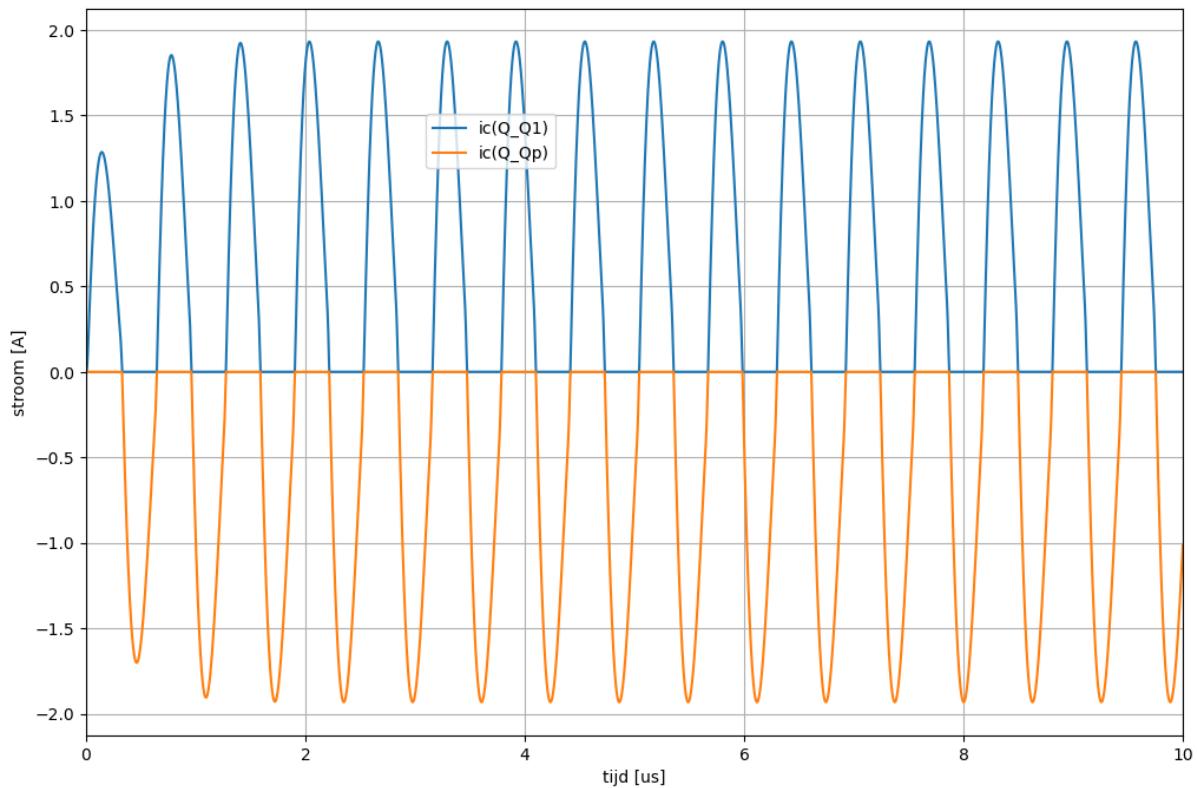


Fig. 3.5: Stromen in de NPN en de PNP transistor van het hierboven aangegeven schema van de Klasse D versterker.

(Vervolg van vorige pagina)

```
UnitValue(19.158670636509783 V),
UnitValue(18.294656166092967 V))
```

### 3.1.2 Impedantie van de trilkring

De impedantie van de serie trilkring is:

$$Z(\omega) = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + R_L$$

Elk van de harmonische componenten  $V(\omega)$  uit Fig. 3.6 levert dus een  $I(\omega)$  die overeenkomt met

$$I(\omega) = \frac{V(\omega)}{Z(\omega)}$$

of meer in detail uitgewerkt:

$$I(\omega) = \frac{V(\omega)}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + R_L}$$

Bij de resonantiefrequentie  $\omega_c = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}}$  wordt

$$j\omega L_1 = -\frac{1}{j\omega C_1}$$

waardoor  $Z(\omega_c) = R_L$  en we dus een hoge stroom harmonische  $I(\omega_c) = \frac{V(\omega_c)}{R_L}$  krijgen. Bij alle andere frequenties wordt de stroom  $I(\omega)$  veel kleiner. Fig. 3.7 toont de amplitude van de stroom bij de verschillende harmonische frequenties. We herkennen de stroomamplitude van bijna 2A die we ook in de simulatie van Fig. 3.5 terugvinden.

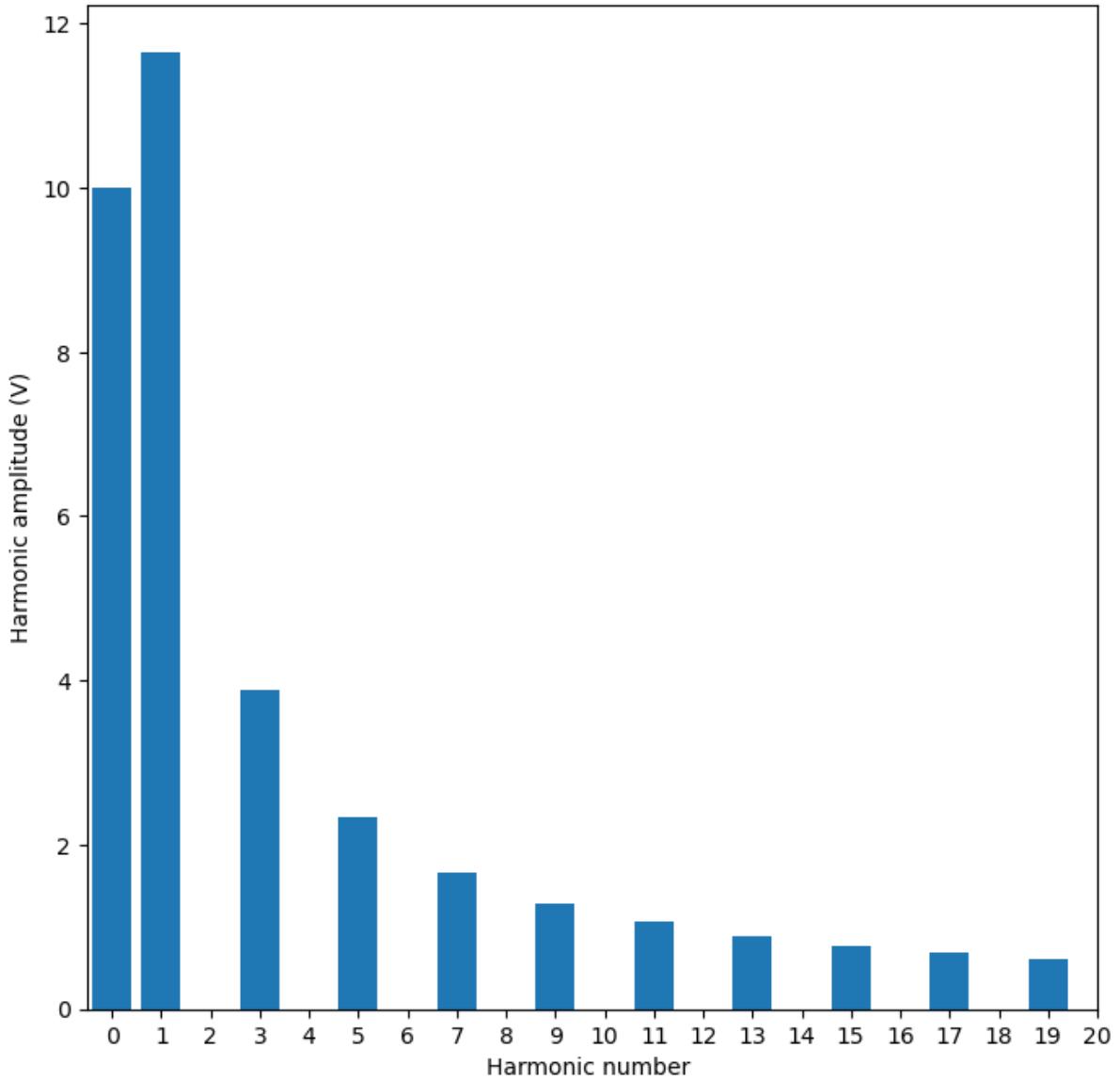


Fig. 3.6: Harmonische componenten in de spanning van knoop 2 van de Klasse D versterker.

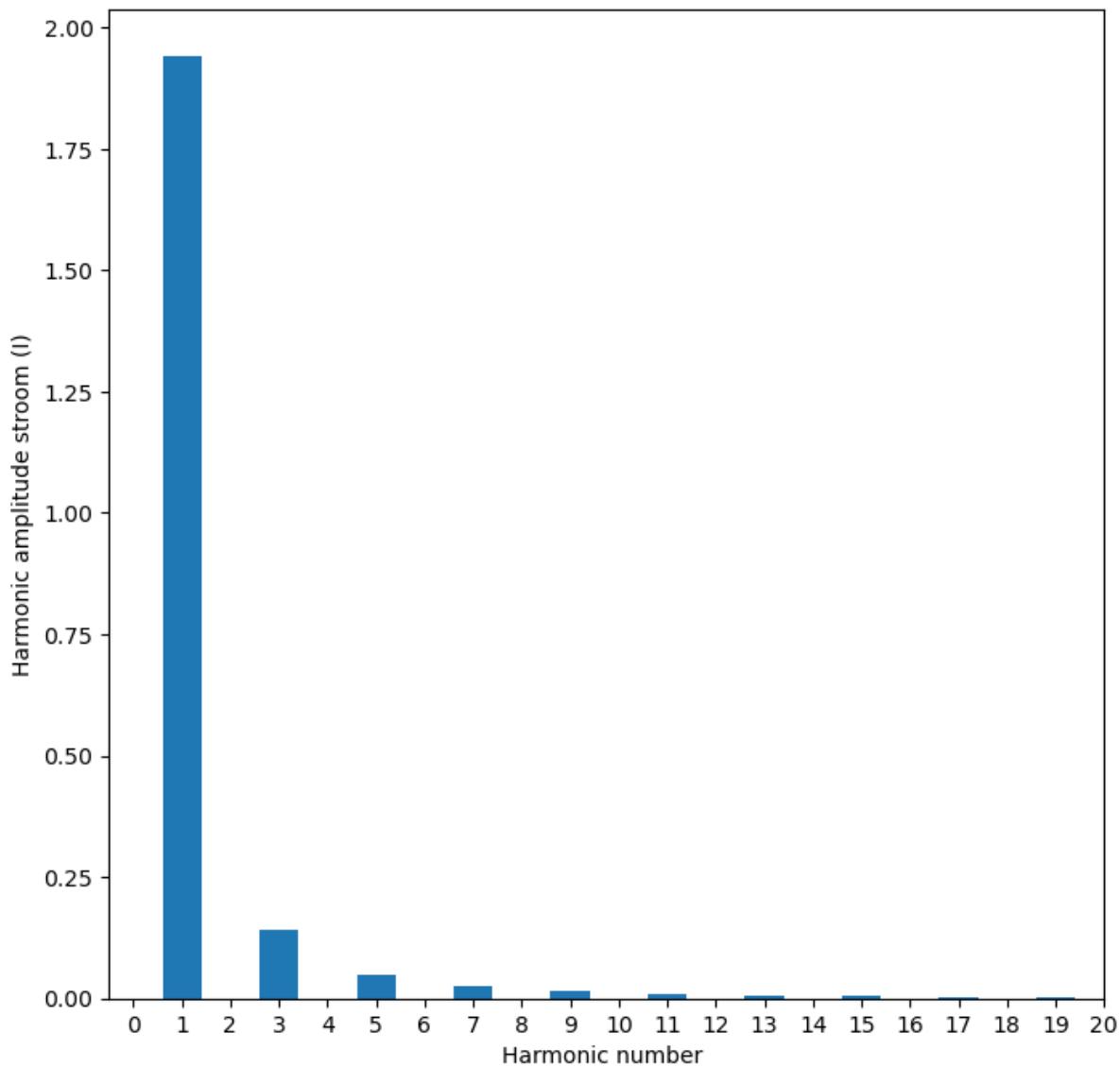


Fig. 3.7: Harmonische componenten van de uitgangsstroom van de Klasse D versterker.

Aangezien de stroomamplitudes in Fig. 3.7 stel heel klein worden voor de hogere harmonischen plotten we ditzelfde nogmaals op een log-schaal (zie Fig. 3.8).

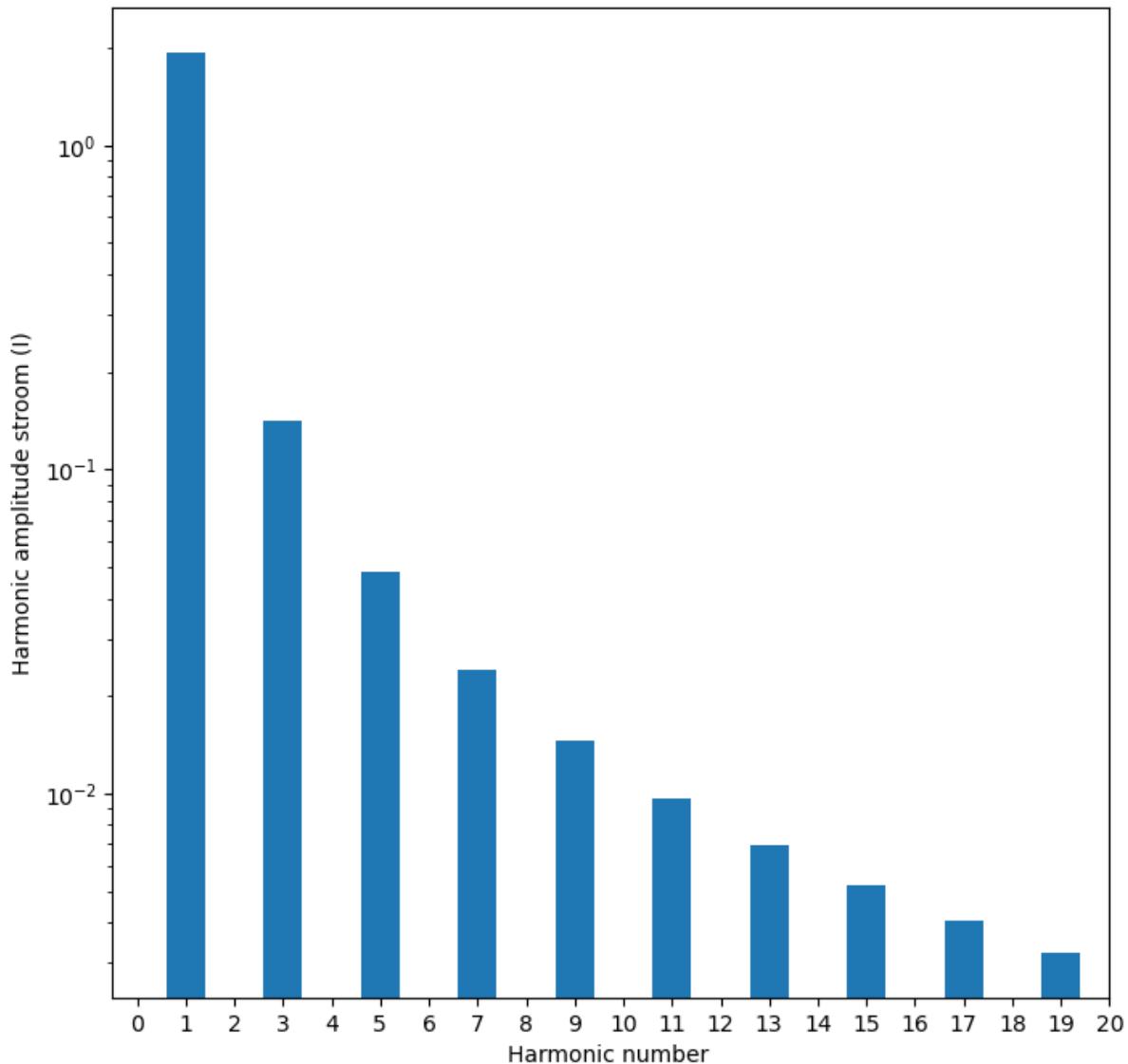


Fig. 3.8: Harmonische componenten van de uitgangsstroom van de Klasse D versterker.

### 3.1.3 Simulatie met aansturing off-resonantie

Wanneer het mogelijk is dat de aansturing van de klasse D versterker niet helemaal exact gelijk met de resonantie frequentie gebeurt, moeten we het schema van Fig. 3.1 uitbreiden met diodes om een omgekeerde stroom door de transistors mogelijk te maken. Het nieuwe schema zien we in Fig. 3.9 .

Spice Listing 3.2: Basis Klasse D circuit met diodes

```
* Class D amp 1
Q_Q1      3 1 2 Q2
```

(Vervolgt op volgende pagina)

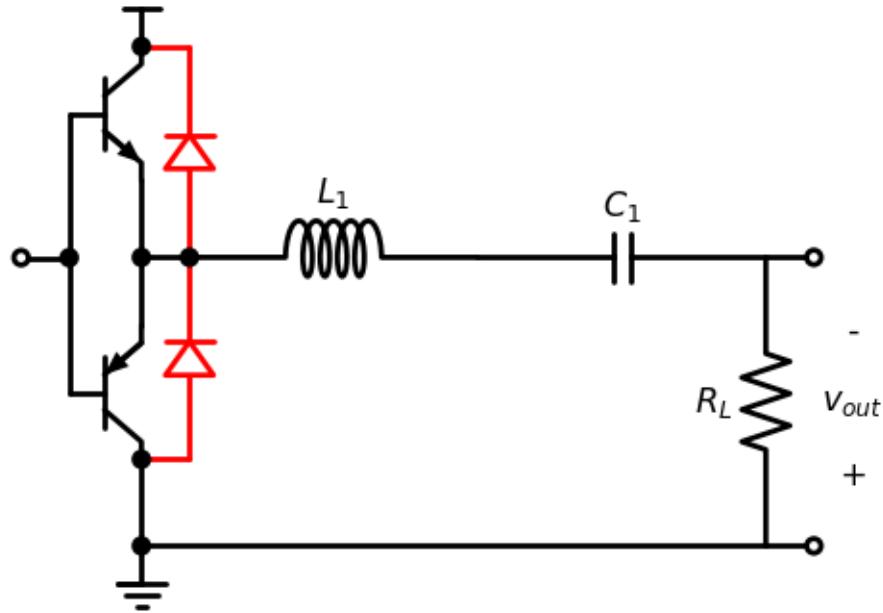


Fig. 3.9: Basisschema van de klasse D versterker met beschermdiodes.

(Vervolg van vorige pagina)

```

Q_Qp      0 1 2 Qp
D_D1      2 3 DD
D_D2      0 2 DD
L_L1      5 2 1uH
C_C1      5 6 10n
R_RL      6 0 6
V_Vdd     3 0 20V
R_Rin     4 1 1
V_Vin     4 0 PULSE(0 20 0 20ns 20ns 280ns 600ns) DC=0
.model Q2 NPN(Is=14.34f BF=200)
.model Qp PNP(Is=5.34f BF=100)
.model DD  D( IS=2p RS=0.000005 CJO=5e-12 )

```

In Fig. 3.10 tonen we de spanningen die we bekomen uit de SPICE simulatie.

We stellen vast in Fig. 3.11 dat de spanning op knoop 2 buiten de voedingsspanning komt te liggen als een van de diodes geleidt en binnen de voedingsspanning ligt als een van de transistors geleidt.

In Fig. 3.12 tonen we de stromen die we bekomen uit de SPICE simulatie.

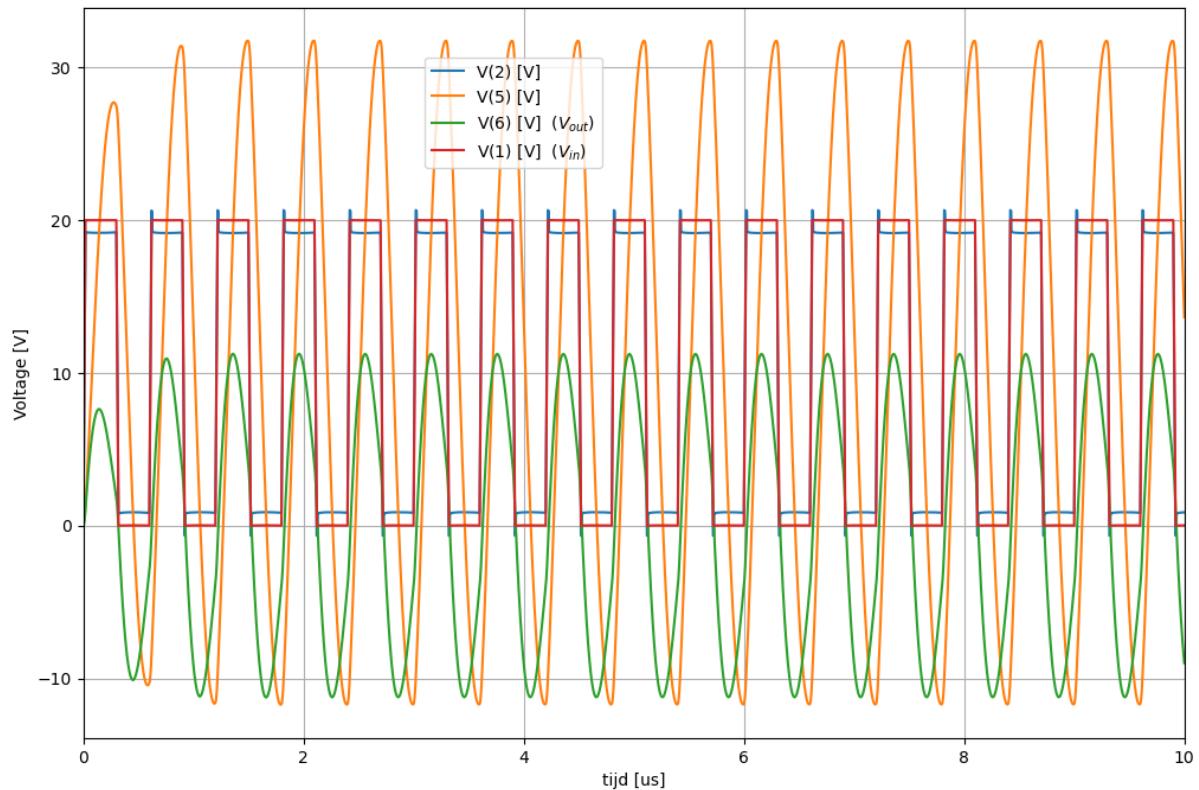


Fig. 3.10: Bekomen spanningen in de Klasse D versterker met diodes.

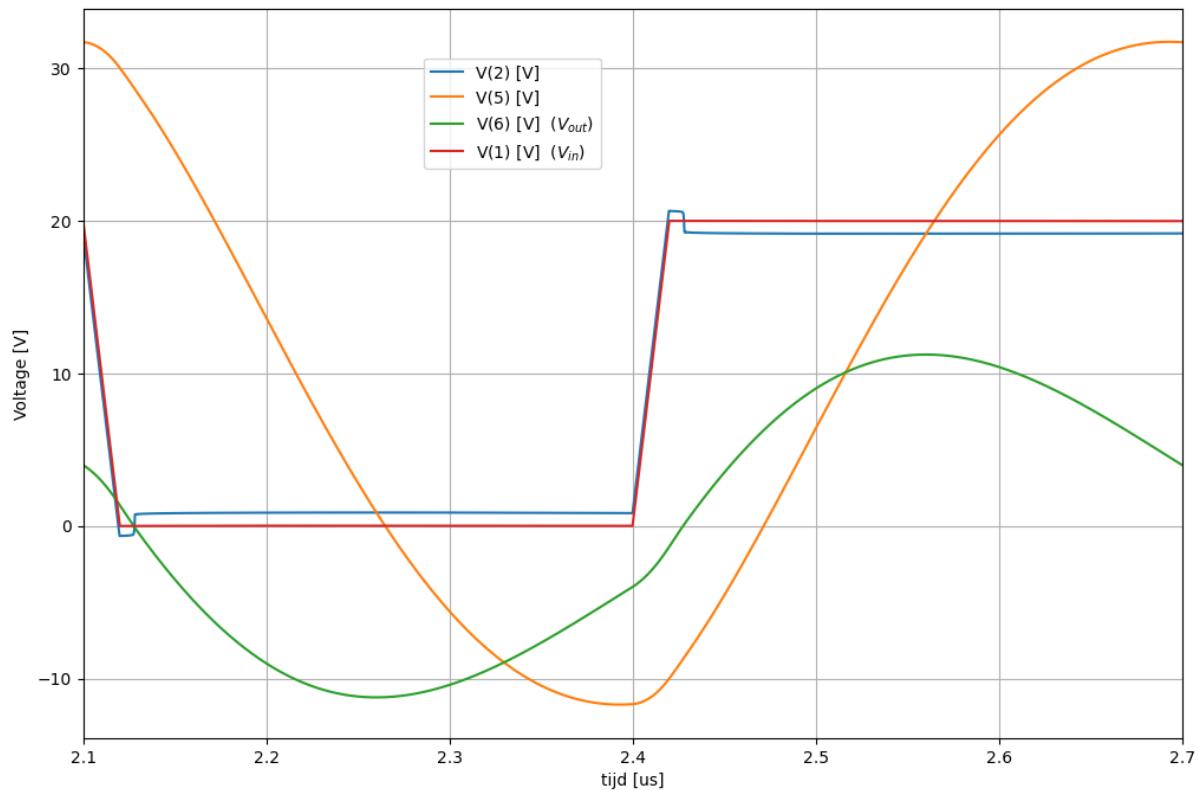


Fig. 3.11: Detail van de spanningen gedurende 1 periode van de Klasse D versterker.

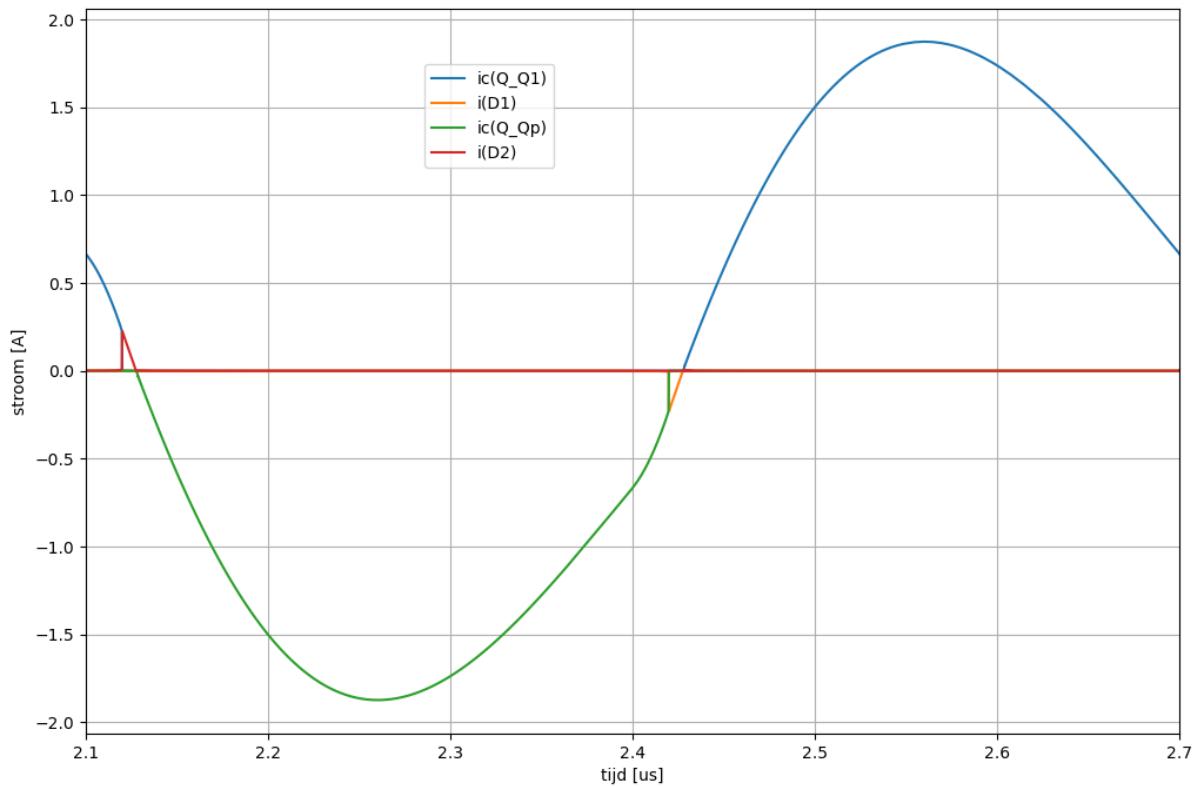


Fig. 3.12: Stromen in de NPN en de PNP transistor van het hierboven aangegeven schema van de Klasse D versterker.

### 3.2 Aansturing van de seriekring aan de hand van 2 NPN transistors

Aangezien de stroomversterking  $\beta_F$  van NPN transistors typisch groter is dan deze van PNP transistors, is het vaak interessant om een schema uit te werken waarin er enkel NPN transistors gebruikt worden. Fig. 3.13 toont hiervan de meest eenvoudige implementatie.

#### 3.2.1 Aanpassing voor de aansturing off-resonantie

Het schema in Fig. 3.13 kan ook verder aangepast worden om aansturing toe te laten op frequenties die een klein beetje verschillen van de resonantiefrequentie. Hiervoor is het nodig dat we diodes toevoegen die stroom toelaten die in de omgekeerde richting loopt dan deze van de vermogentransistors. Fig. 3.14 toont het aangepaste schema.

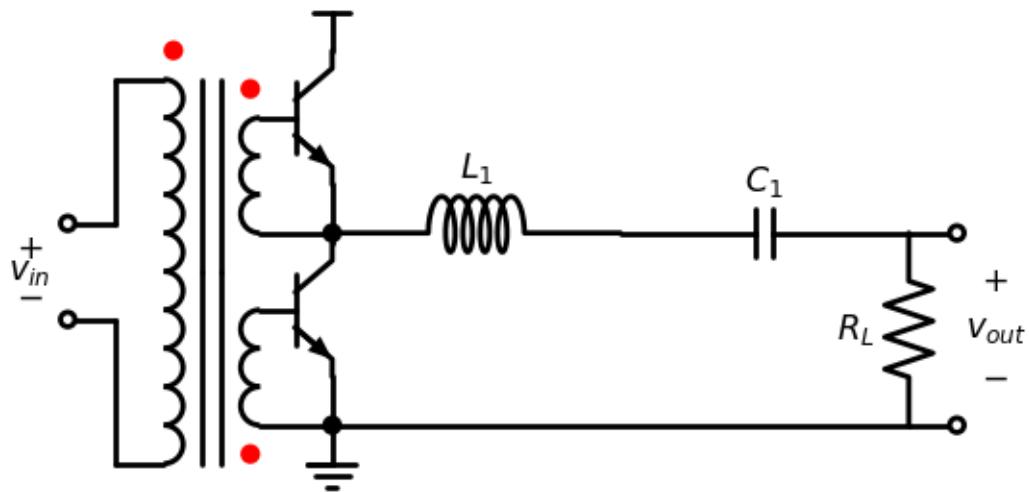


Fig. 3.13: Schema van de klasse D versterker met enkel NPN transistors.

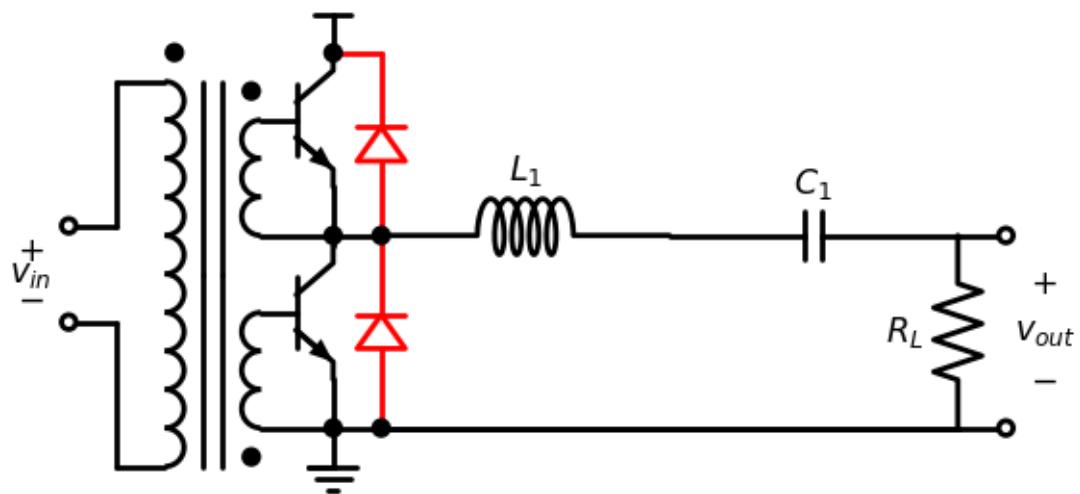


Fig. 3.14: Schema van de klasse D versterker met enkel NPN transistors.

### 3.3 Aansturing met transformator aan de kant van de belasting

Het schema in Fig. 3.13 heeft de transformator aan de kant van de bron. Doordat de NPN transistors moeten aangestuurd worden door een verschil tussen basis en emitter is het hiervoor nodig dat een verschil tussen 2 spanning moet aangelegd worden aan deze transistor, en er dus moet gebruik gemaakt worden van beide klemmen van de secundaire wikkelingen van de transformator.

We kunnen, als alternatief hiervoor, ook de transformator plaatsen aan de kant van de belasting. Fig. 3.15 toont hiervan de meest eenvoudige implementatie. De ingangsspanningen ( $V_{in+}$  en  $V_{in-}$ ) kunnen hiervoor dan rechtstreeks komen van de aanstuurlogica en kunnen eventueel werken op een heel andere (eventueel lagere) spanning.

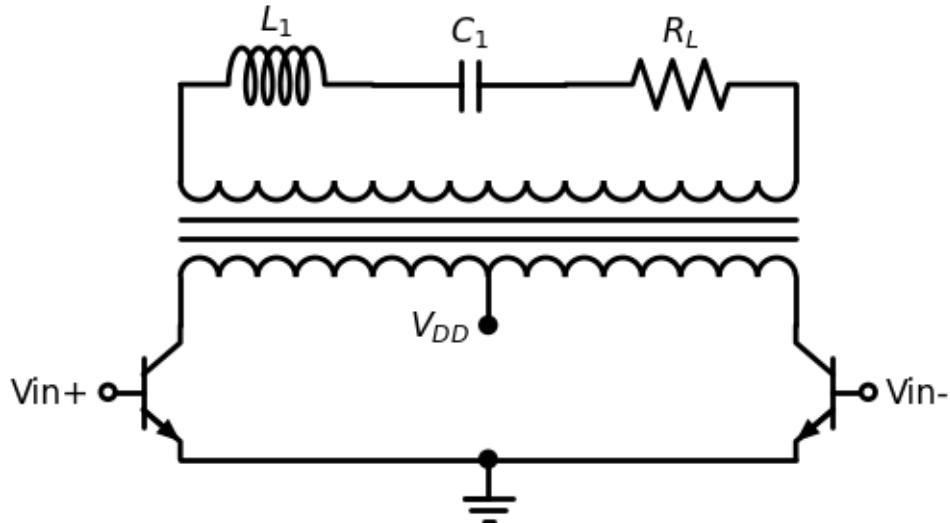


Fig. 3.15: Schema van de klasse D versterker met spanningssturing.

#### 3.3.1 Keuze van de wikkelperhouding

Een bijkomend belangrijk voordeel van Fig. 3.15 is dat de wikkelperhouding van de transformator kan aangepast worden aan het gewenste vermogen ( $P_{ac}$ ) en de beschikbare voedingsspanning.

$$P_{ac} = \frac{V_{ac}^2}{2R_L}$$

En in het schema van Fig. 3.1 wordt de  $V_{dd}$  vastgelegd uit de vergelijking:

$$V_{ac} = \frac{2V_{dd}}{\pi}$$

Als een gevolg hiervan wordt de voedingsspanning  $V_{dd}$  bepaald door het gewenste vermogen in Fig. 3.1. Echter in Fig. 3.16 kunnen we de wikkelperhouding tussen de primaire en de secundaire wikkeling  $n_p:n_s$  aanpassen om overeen te komen met een vooraf gegeven voedingsspanning.

---

#### Opdracht 2 (Keuze van de wikkelperhouding)

De implementatie van Spice Listing 3.1 heeft een voedingsspanning  $V_{dd}$  van 20V nodig om een vermogen van 11.3 W te bekomen. We willen hetzelfde vermogen bekomen gebruikmakende van Fig. 3.16 en een voedingsspanning van  $V_{dd}=6V$ . De frequentie en alle elementen van de trilkring blijven hetzelfde. Wat moet de wikkelperhouding zijn?

---

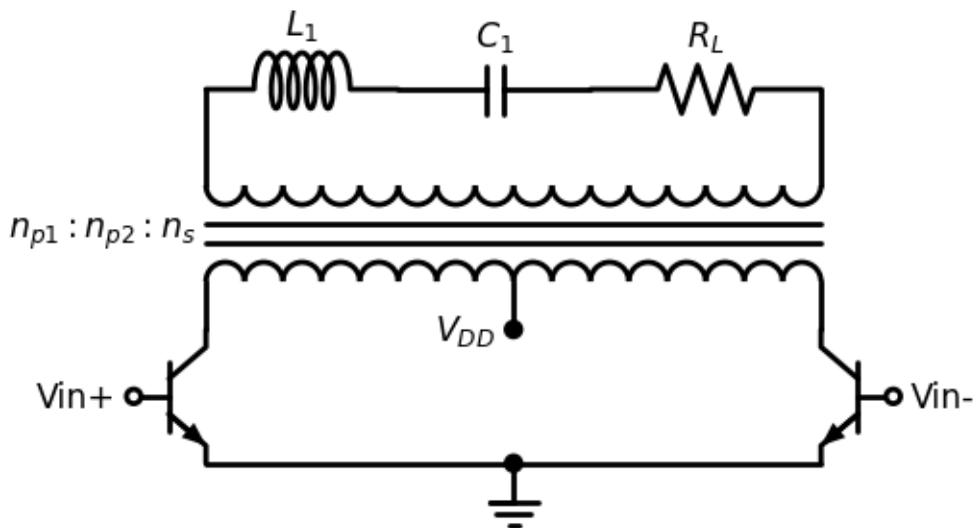


Fig. 3.16: Schema van de klasse D versterker met spanningssturing, met aanduiding van de wikkeldeling tussen beide primaire wikkelingen ( $n_{pi}$ ) en de secundaire wikkeling ( $n_s$ )

### 3.3.2 Aanpassing voor de aansturing off-resonantie

Het schema in Fig. 3.15 kan ook verder aangepast worden om aansturing toe te laten op frequenties die een klein beetje verschillen van de resonantiefrequentie. Hiervoor is het nodig dat we diodes toevoegen die stroom toelaten die in de omgekeerde richting loopt dan deze van de vermogentransistors. Fig. 3.17 toont het aangepaste schema.

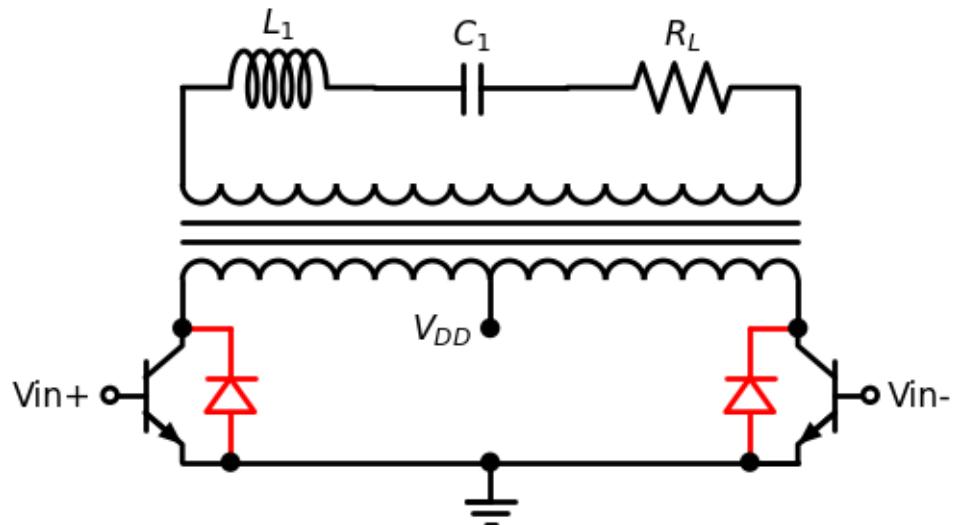


Fig. 3.17: Schema van de klasse D versterker met spanningssturing en beveiligingsdiodes.

## 3.4 Klasse D met stroomsturing

Alle bovenstaande implementaties toonden een klasse D versterker met spanningssturing. Een Klasse D versterker kan echter ook met stroomsturing worden uitgevoerd. Fig. 3.18 toont hiervan de meest eenvoudige implementatie. Het is hierbij belangrijk dat er pulsen met een constante stroom naar de parallelkring gestuurd worden. Daarom is er in Fig. 3.18 een grote spoel toegevoegd ( $L_{DC}$ ). De grote waarde van deze spoel zal ervoor zorgen dat de stroom constant is. De richting van deze stroom door de primaire van de transformator (en dus ook richting van de magnetisatie van de transformator) wordt aangepast door afwisselend  $V_{in+}$  en  $V_{in-}$  aan te sturen.

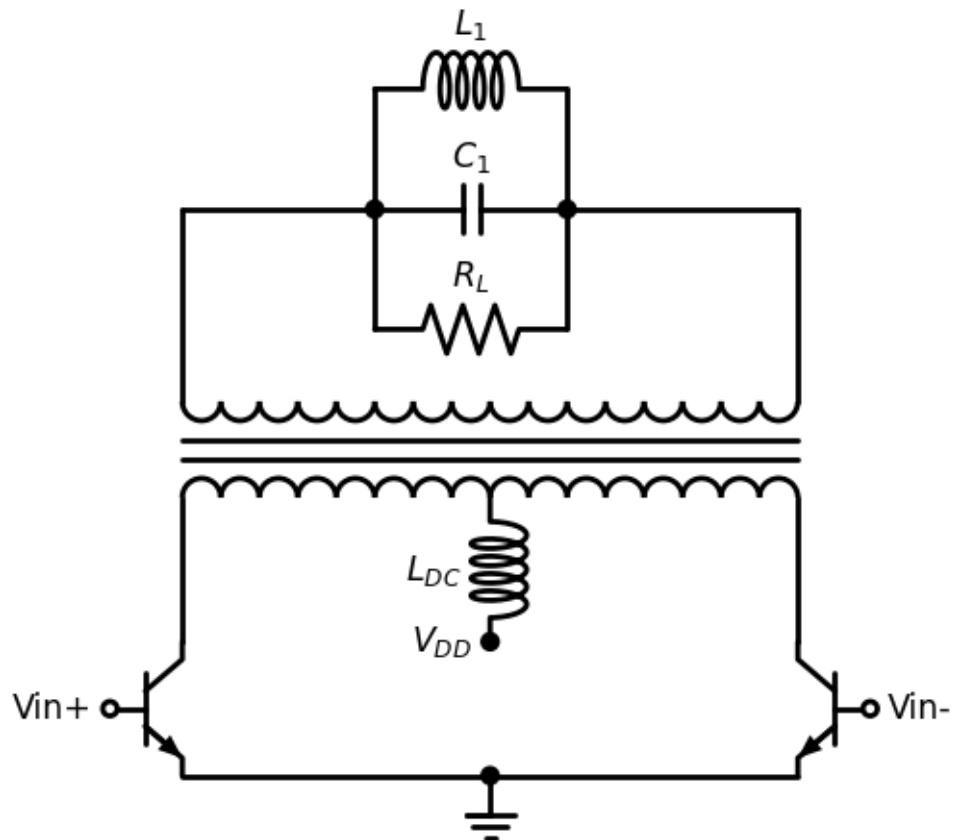


Fig. 3.18: Schema van de klasse D versterker met stroomsturing.

### 3.4.1 Aanpassing voor de aansturing off-resonantie

Het schema in Fig. 3.18 kan ook verder aangepast worden om aansturing toe te laten op frequenties die een klein beetje verschillen van de resonantiefrequentie. Hiervoor is het nodig dat we diodes toevoegen die stroom toelaten die in de omgekeerde richting loopt dan deze van de vermogentransistors. Fig. 3.19 toont het aangepaste schema.

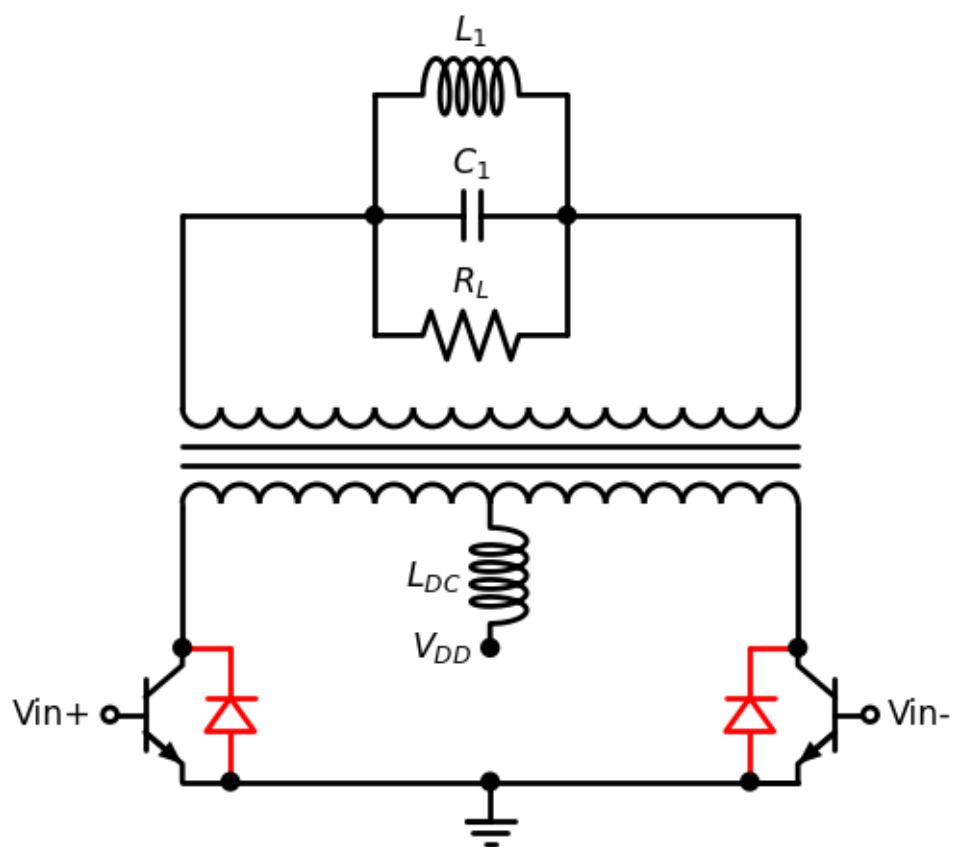


Fig. 3.19: Schema van de klasse D versterker met stroomsturing en beveiligingsdiodes.

# HOOFDSTUK 4

## Klasse E Versterkers

In de vorige hoofdstukken hebben we de C en F versterkers besproken. Dit zijn hoogfrequent versterkers met 1 vermogen transistor in de vermogentrap.

In dit hoofdstuk bestuderen we de klasse E versterker. Ook Klasse E versterkers zijn resonante versterkers die bestaan uit een LRC trilkring (of meerdere LC kringen) die aangestuurd wordt door een enkele transistor. Als een gevolg hiervan werkt deze versterker op een vaste frequentie of binnen een zeer beperkte bandbreedte rond deze centrale frequentie. Deze bandbreedte is typisch maximaal 1% van de resonantie frequentie. In [Tabel 4.1](#) geven we een overzicht van deze verschillende versterkers.

Tabel 4.1: Indeling van de vermogenversterkers

	laagfrequent of breedband	hoogfrequent of resonant
1 transistor in de vermogentrap	Klasse A	Klasse C Klasse F <b>Klasse E</b>
2 of meer transistors in de vermogentrap	Klasse B Klasse G	Klasse D

## 4.1 Werking van de Klasse E versterker (verklaring van de werking stap voor stap)

De klasse E versterkers zijn initieel uitgewerkt door Sokal and Sokal [1], [2] ,[3]

### 4.1.1 Serie resonante kring

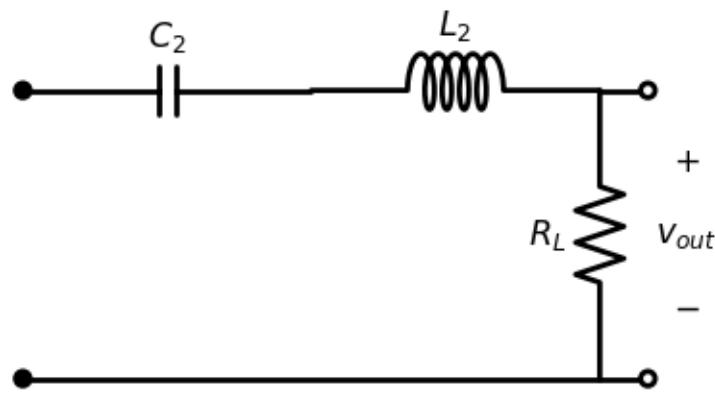


Fig. 4.1: Resonante seriekring van de klasse E versterker.

### Stroom in de serie resonante kring (1)

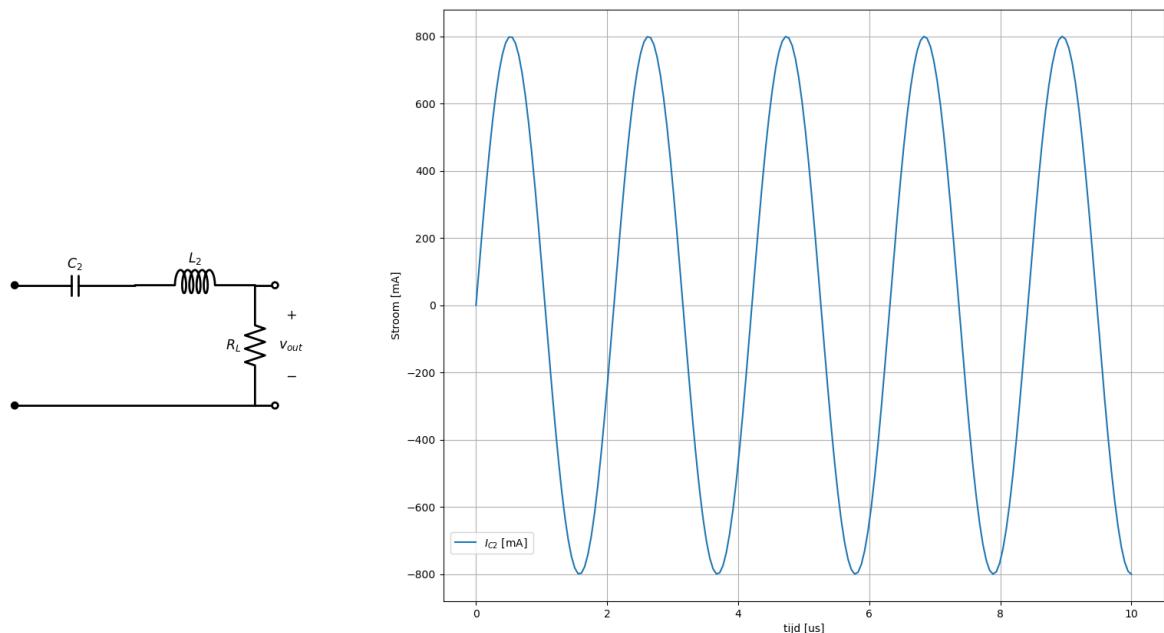


Fig. 4.2: Stroomverloop in de resonante seriekring van de klasse E versterker.

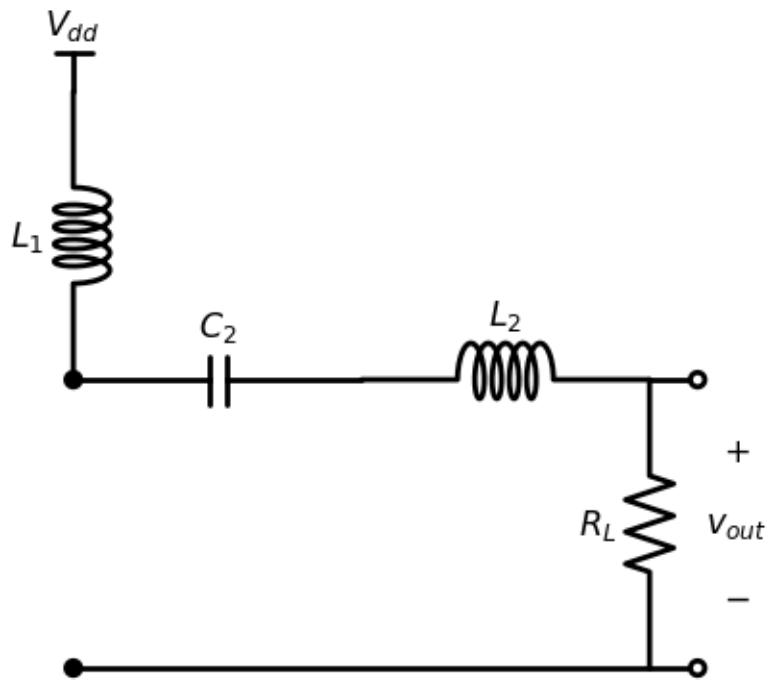


Fig. 4.3: Voeding van de resonante seriekring met een DC stroom aan de hand van het spoel L<sub>1</sub> van de klasse E versterker.

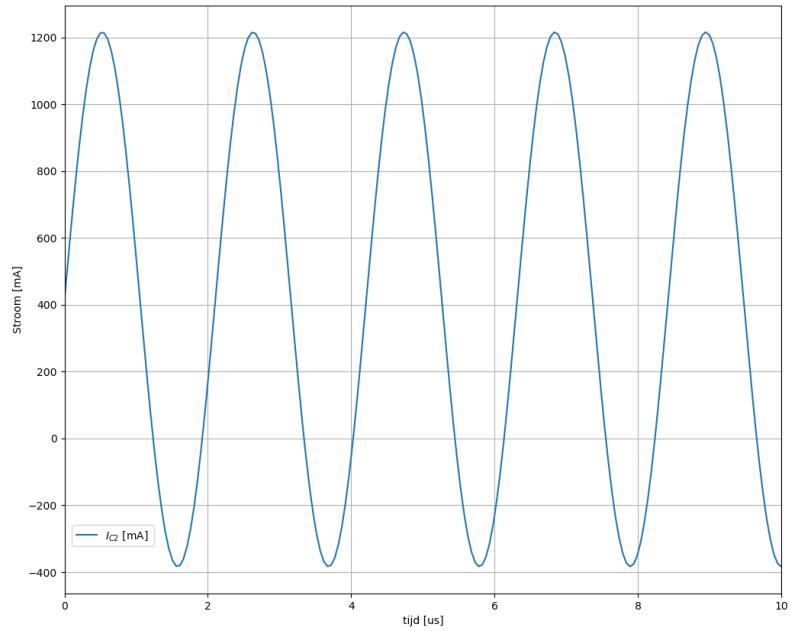
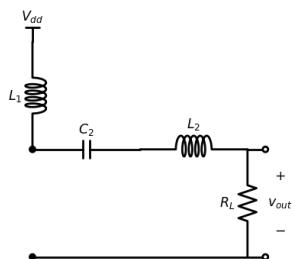


Fig. 4.4: Voeding van de resonante seriekring met een DC stroom aan de hand van het spoel L<sub>1</sub> van de klasse E versterker.

### 4.1.2 Integratie op een condensator $C_1$

De spanning die bekomen wordt ten gevolge van de integratie op een condensator is:

$$v = \frac{1}{C_1} \int_0^t i(t) dt$$

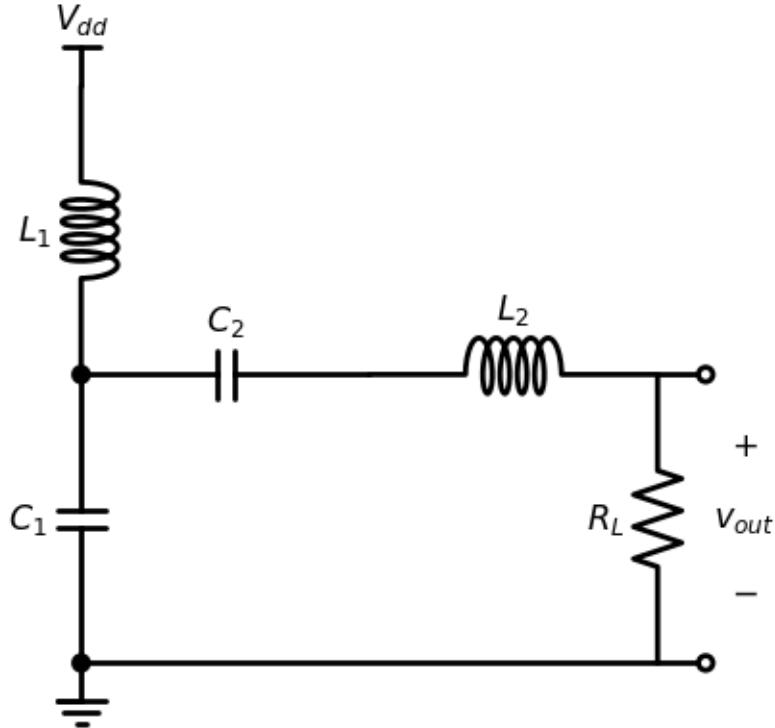


Fig. 4.5: Integratie van de stroom op de condensator C1.

### 4.1.3 Integratie van de stroom op een condensator van 4.7nF

## 4.2 Ontwerpen van enkele voorbeelden

Voor het ontwerpen van een aantal voorbeelden nemen we de vergelijkingen vanuit [3]. Deze ontwerpvergelijkingen zijn in eerste instantie aangepast aan de lagere frequenties. Voor MHz frequenties moet er in detail geanalyseerd en gesimuleerd worden.

$$\begin{aligned} R_L &= 0.576801 \frac{(V_{DD} - V_{sat})^2}{P} \left( 1.0000086 - \frac{0.414396}{Q} - \frac{0.577501}{Q^2} + \frac{0.205967}{Q^3} \right) \\ C_1 &= \frac{1}{5.4466\omega R_L} \left( 0.99866 + \frac{0.91424}{Q} - \frac{1.03175}{Q^2} \right) + \frac{0.6}{\omega^2 L_1} \\ C_2 &= \frac{1}{\omega R_L} \left( \frac{1}{Q - 0.104823} \right) \left( 1.00121 + \frac{1.01468}{Q - 1.7879} \right) - \frac{0.2}{\omega^2 L_1} \end{aligned}$$

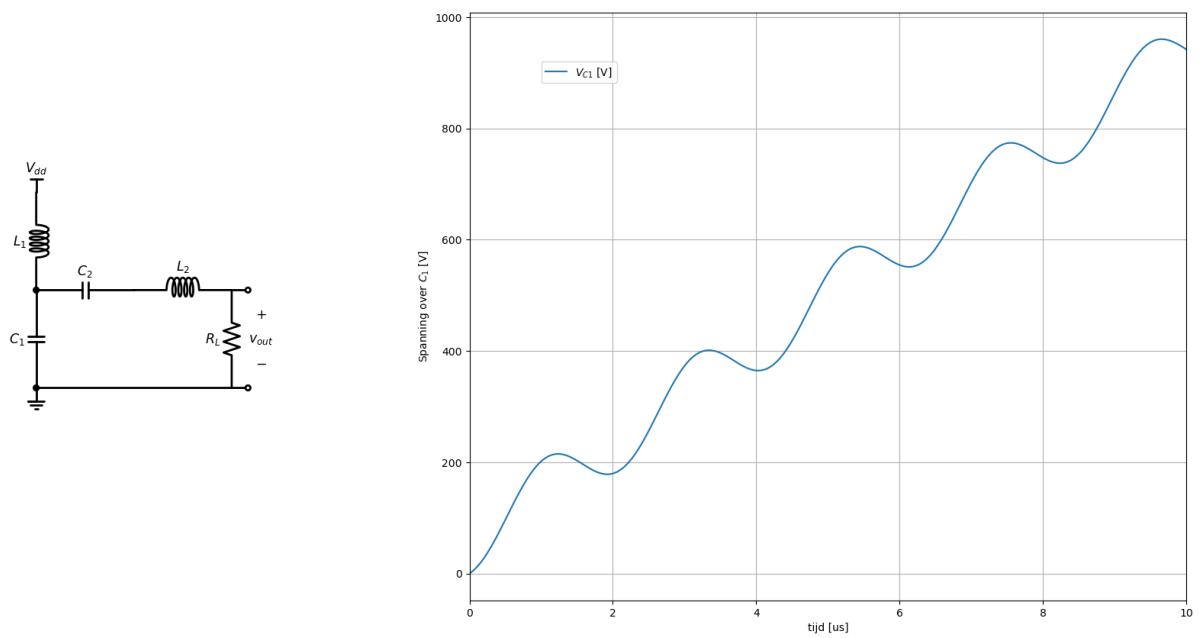


Fig. 4.6: Integratie van de stroom op de condensator C1.

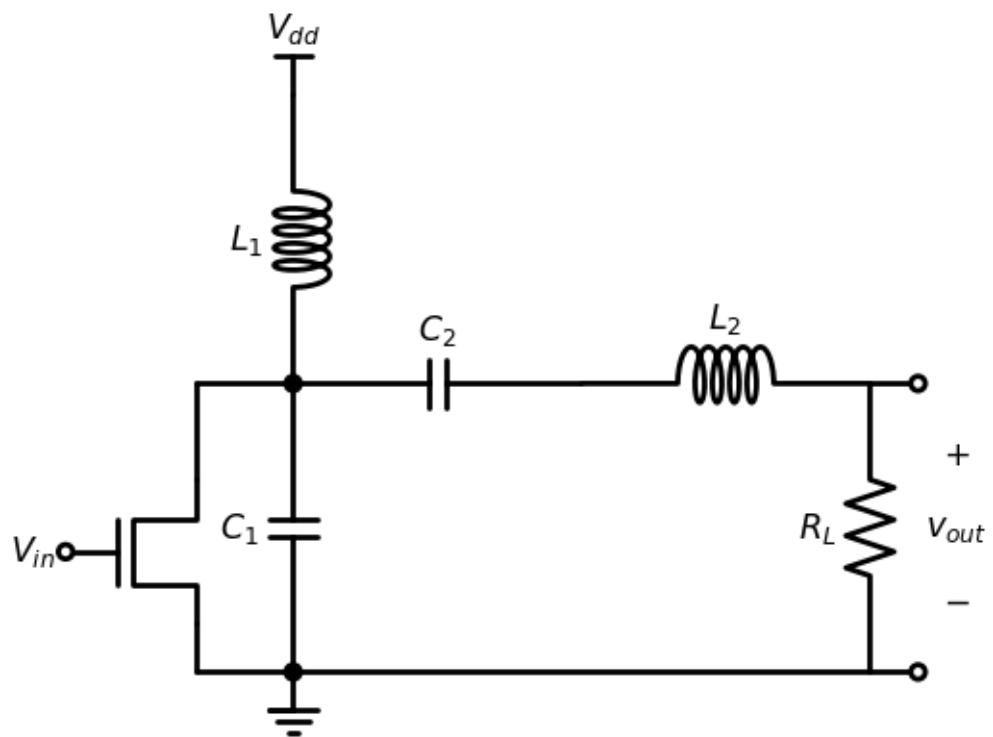


Fig. 4.7: Transistor om de spanning op 0 te houden.

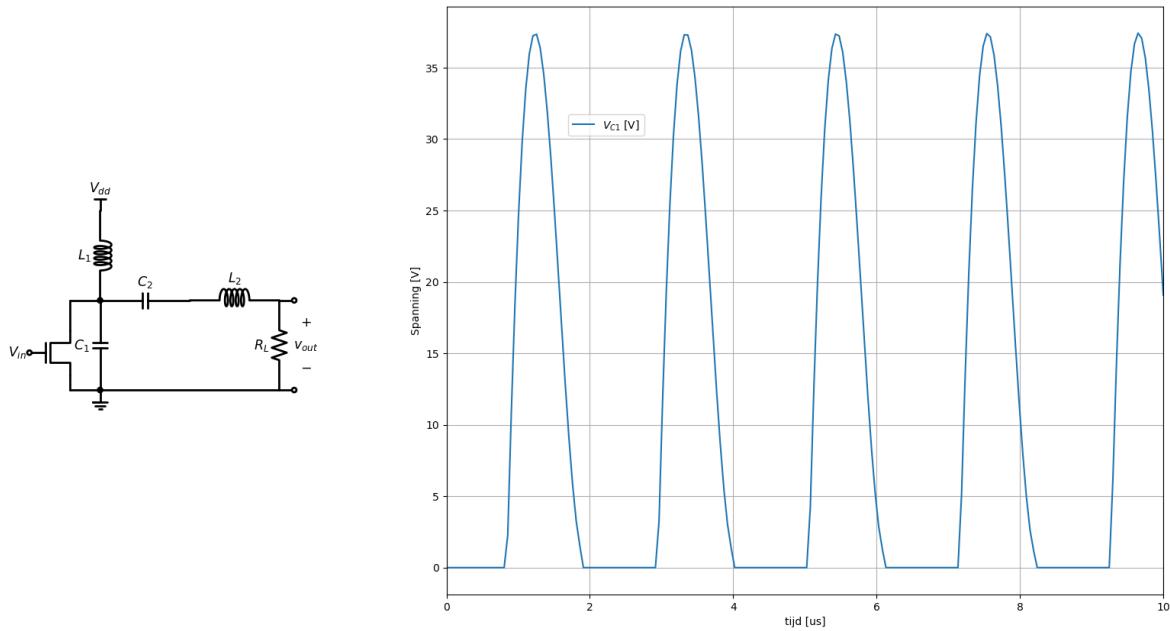


Fig. 4.8: Spanningsverloop na integratie van de stroom op de condensator C1.

$$L_2 = \frac{QR_L}{\omega}$$

met  $\omega = 2\pi f$

#### 4.2.1 VB1: een 475 kHz versterker

We ontwerpen een klasse E versterker die een vermogen van 5W moet kunnen leveren bij een frequentie van 475 kHz, bij een voedingsspanning van 12.5V, met een Q factor van 5 en een saturatie spanning van de bipolaire transistor van 0.5 V.

```

RL = 14.88 Ohm
C1 = 4.78 nF, wat overeenkomt met een complexe impedantie van -70.07 i Ohm
C2 = 6.04 nF, wat overeenkomt met een complexe impedantie van -55.50 i Ohm
L2 = 24.93 uH, wat overeenkomt met een complexe impedantie van 74.39 i Ohm
De totale complexe impedantie van de seriekring is 18.89 i Ohm
De maximale stroom uit de voeding is 416.67 mA
De maximale source-drain spanning over de transistor (inclusief
    ↴veiligheidsmarge 80 %) is 55.62 V
We kunnen de uitgang omwerken naar een impedantie van 50 Ohm door een
    ↴transformatormet wikkelperverhouding: 1.83
    
```

Spice Listing 4.1: Klasse E spice file

```

* Class E amp 1
M_M1      2 1 0 0 FDB33N25
L_L1      2 3 1000uH
C_C1      2 0 4.78nF
L_L2      4 5 24.93uH
C_C2      2 4 6.04nF
R_RL      5 0 14.88
V_Vdd    3 0 12.5V
V_Vin    1 0 PULSE(0 9 1.05u 20n 20n 1.05u 2.10526u) DC=0
    
```

(Vervolgt op volgende pagina)

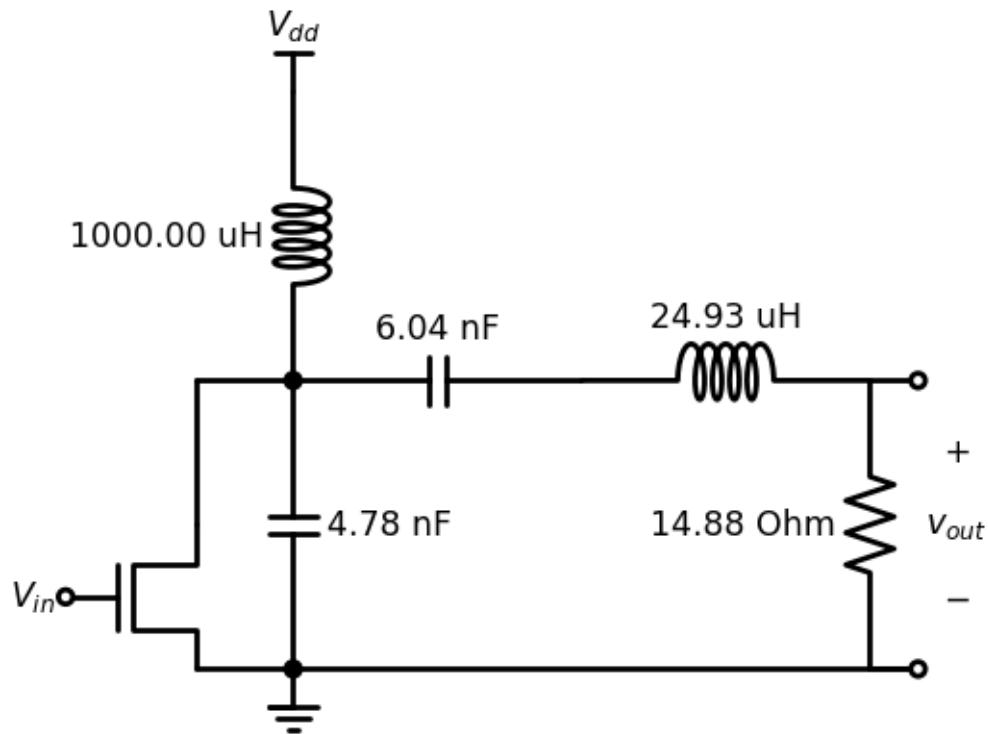


Fig. 4.9: .

(Vervolg van vorige pagina)

```
.model FDB33N25 VDMOS (Rg=3 Rd=40m Rs=27m Vto=5.35 Kp=35 lambda=.05 Cgdmax=1.1n
+Cgdmin=25p Cgs=1.7n Cjo=800p Is=7.94p Rb=7m mfg=Fairchild Vds=250 Ron=94m Qg=37n)
```

## 4.2.2 Detail van de opstartsequentie

## 4.2.3 1 periode van de Steady State

Rechts onder op Fig. 4.12 kan je ook het verloop van de stroom door de voeding zien bij de voedingsspanning. Aangezien beiden nauwelijks veranderen is dit verloop bijna niet zichtbaar.

## 4.2.4 Aanpassing aan een 50 Ohm coax-lijn

We kunnen het vorig ontwerp aan de hand van een transformator met wikkelperhouding 1.83 ook aanpassen aan een coax lijn van 50 Ohm.

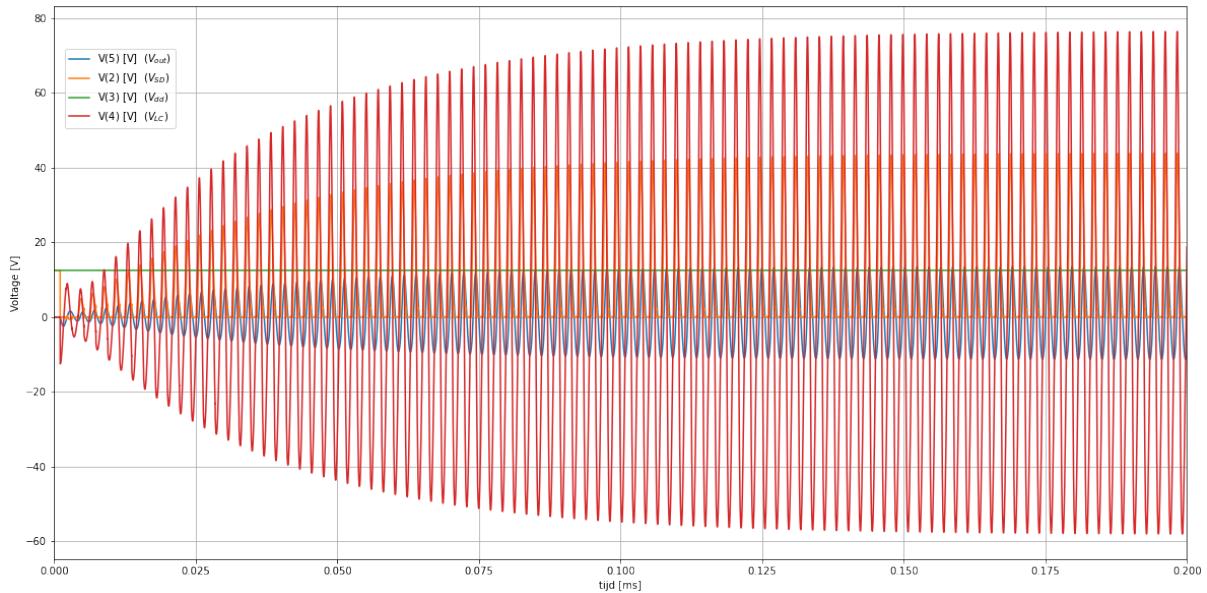


Fig. 4.10: Verloop van de spanningen bij het opstarten van de oscillatie.

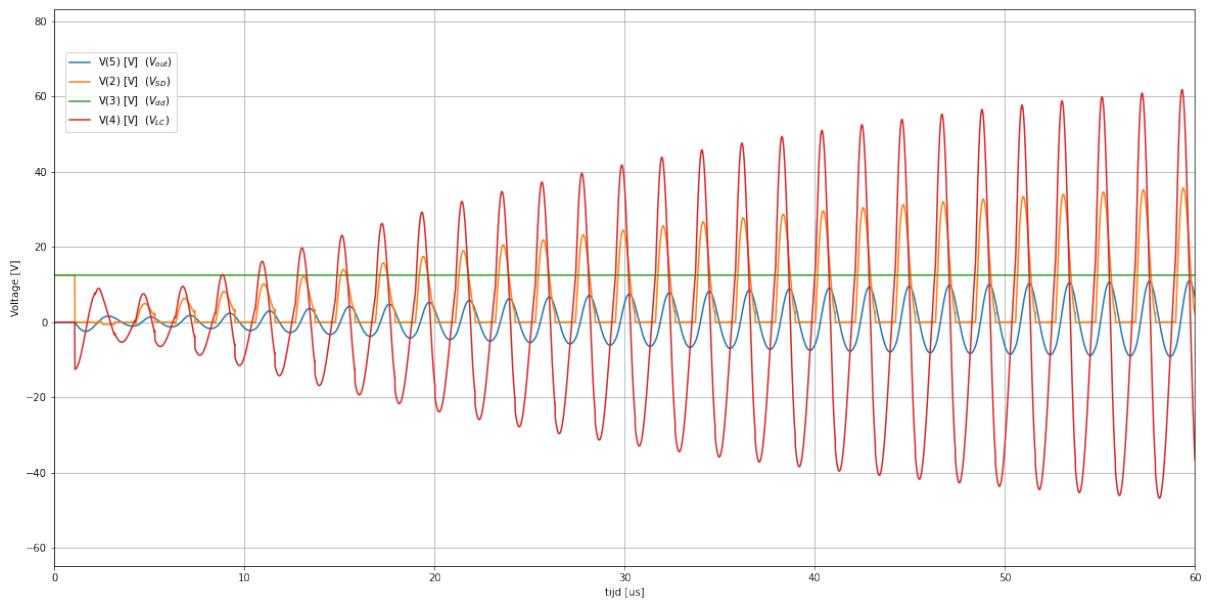


Fig. 4.11: Initieel verloop van de spanningen bij het opstarten van de oscillatie.

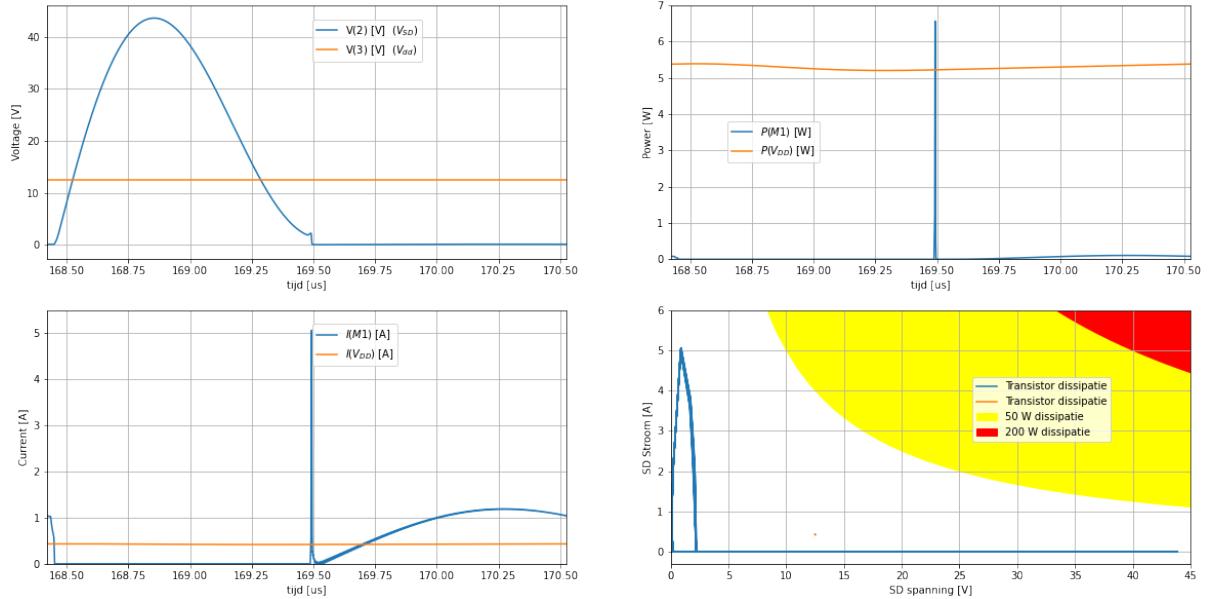


Fig. 4.12: (links) Spanningen over (boven) en stromen door (onder) de transistor en de voeding als functie van de tijd voor 1 periode van de oscillatie. (rechts boven) het bekomen vermogen van de voeding en het verloren vermogen in de transistor als functie van de tjd. (rechts onder) Stroom versus spanning.

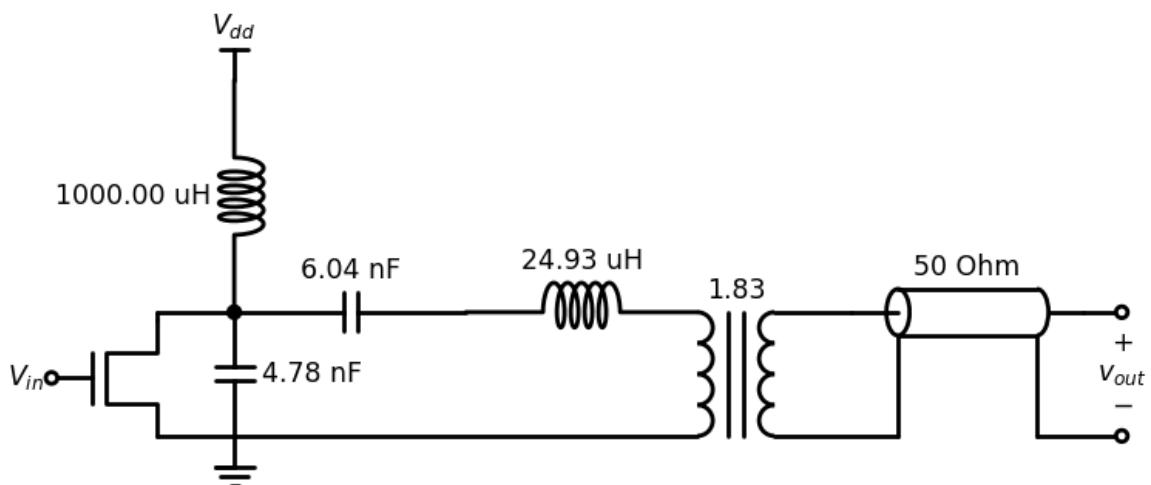


Fig. 4.13: .

### 4.3 VB2: Een 50W versterker of 137.77 kHz

Dit is een voorbeeld afkomstig van een driver voor amateur korte-golf zender

$R_L = 1.39 \text{ Ohm}$   
 $C_1 = 176.90 \text{ nF}$ , wat overeenkomt met een complexe impedantie van  $6.53 \text{ i Ohm}$   
 $C_2 = 222.56 \text{ nF}$ , wat overeenkomt met een complexe impedantie van  $-5.19 \text{ i Ohm}$   
 $L_2 = 8.03 \mu\text{H}$ , wat overeenkomt met een complexe impedantie van  $6.95 \text{ i Ohm}$   
 De totale complexe impedantie van de seriekring is  $1.76 \text{ i Ohm}$   
 De maximale stroom uit de voeding is  $4310.34 \text{ mA}$   
 De maximale source-drain spanning over de transistor (inclusief  
 ↗veiligheidsmarge 80 %) is  $55.62 \text{ V}$   
 We kunnen de uitgang omwerken naar een impedantie van  $50 \text{ Ohm}$  door een  
 ↗transformator met wikkelperverhouding: 6.00

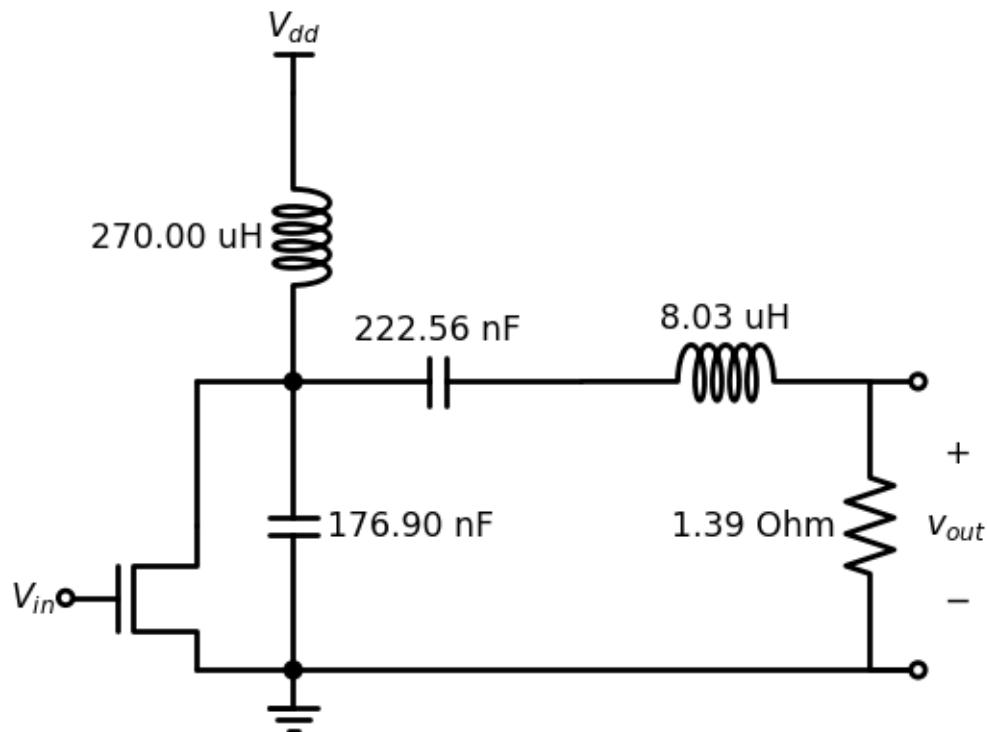


Fig. 4.14: .

Spice Listing 4.2: Klasse E spice file

```

* Class E amp 1
M_M1      2 1 0 0 FDB33N25
L_L1      2 3 270uH
C_C1      2 0 176.9nF
L_L2      4 5 8.03uH
C_C2      2 4 222.56nF
R_RL      5 0 1.39
V_Vdd    3 0 12.5V
V_Vin     1 0 PULSE(0 9 3.65u 20n 20n 3.65u 7.3u) DC=0
.model FDB33N25 VDMOS (Rg=3 Rd=40m Rs=27m Vto=5.35 Kp=35 lambda=.05 Cgdmax=1.1n
↪Cgdmin=25p Cgs=1.7n Cjo=800p Is=7.94p Rb=7m mfg=Fairchild Vds=250 Ron=94m Qg=37n)

```

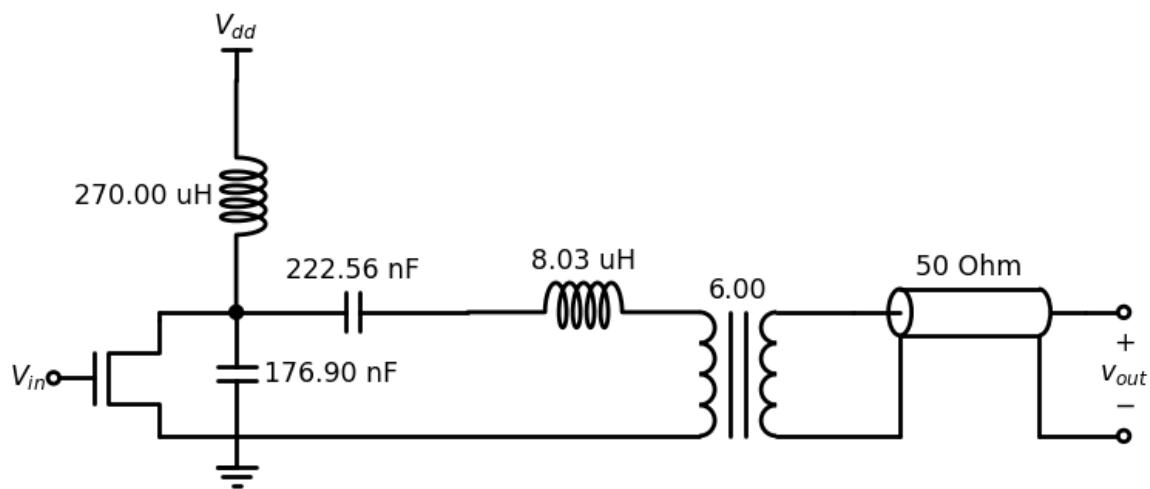


Fig. 4.15: .

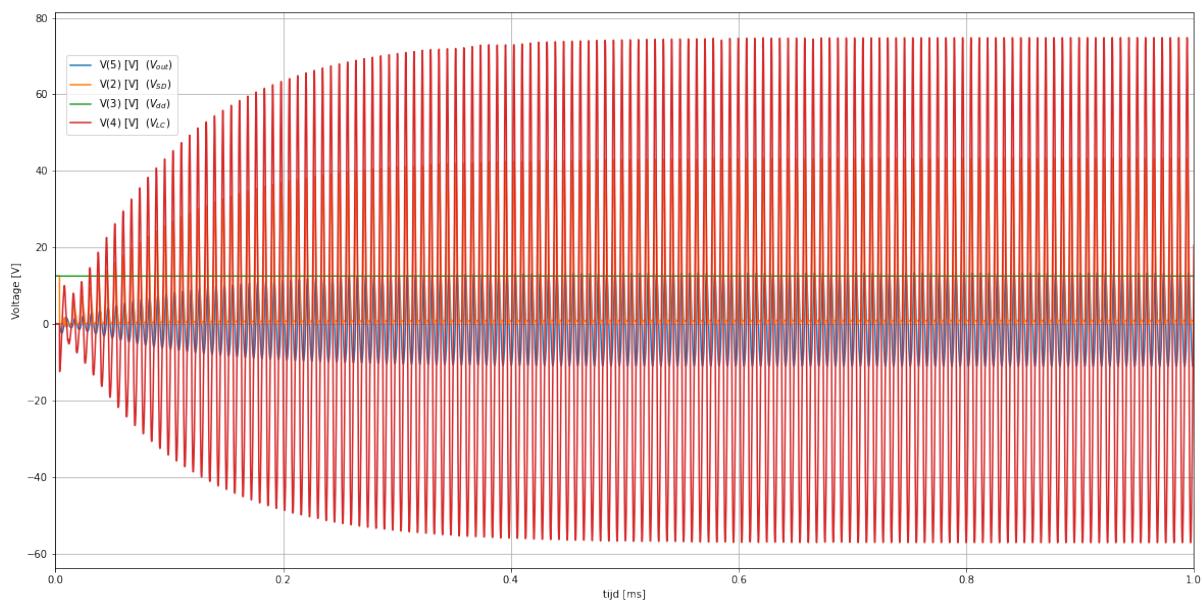


Fig. 4.16: .

### 4.3.1 detail van de opstartsequentie

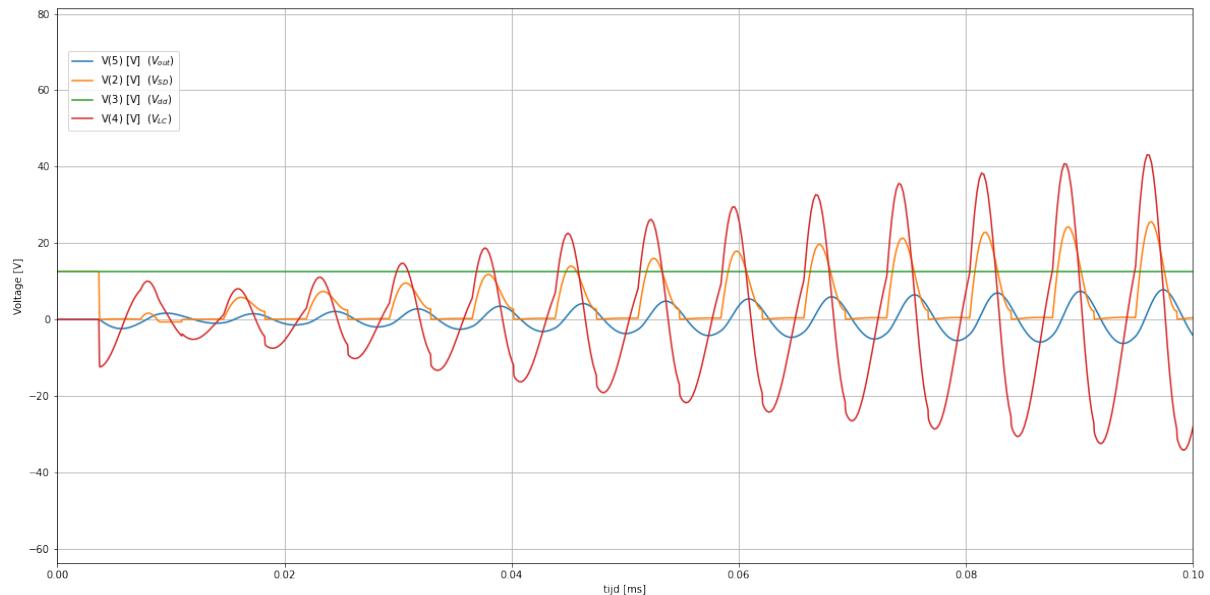


Fig. 4.17: .

### 4.3.2 1 periode van de Steady State

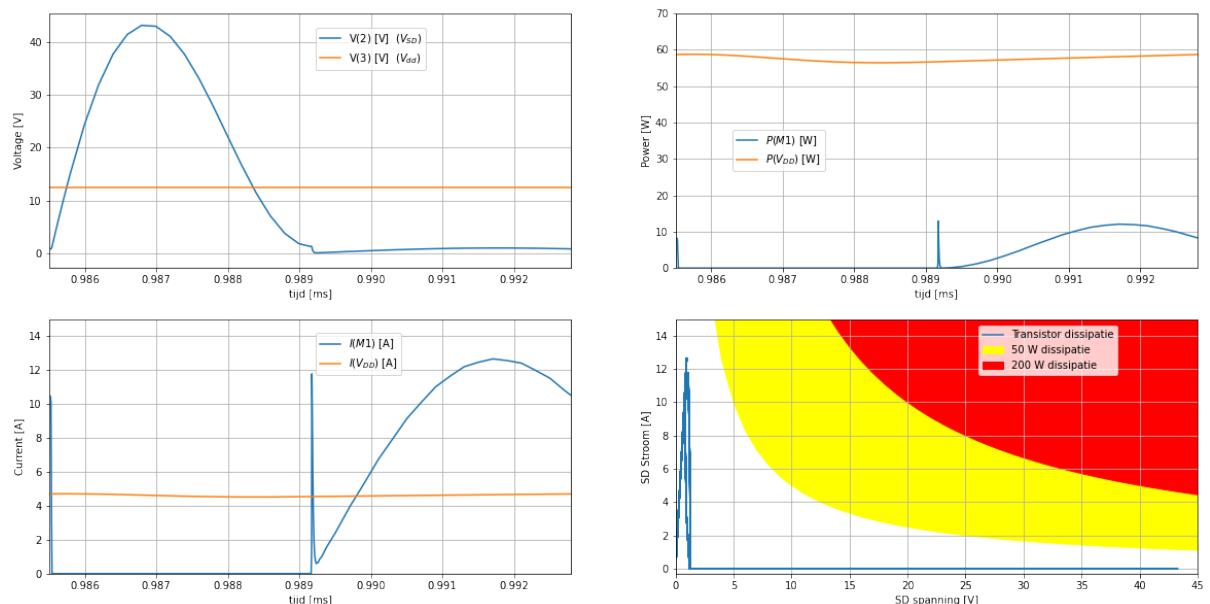


Fig. 4.18: .

### 4.3.3 2 W aan 1MHz

$R_L = 32.94 \text{ Ohm}$   
 $C_1 = 1.63 \text{ nF}$ , wat overeenkomt met een complexe impedantie van  $-97.84 \text{ i Ohm}$   
 $C_2 = 4.71 \text{ nF}$ , wat overeenkomt met een complexe impedantie van  $-33.82 \text{ i Ohm}$   
 $L_2 = 13.11 \mu\text{H}$ , wat overeenkomt met een complexe impedantie van  $82.36 \text{ i Ohm}$   
 De totale complexe impedantie van de seriekring is  $48.54 \text{ i Ohm}$   
 De maximale stroom uit de voeding is  $162.60 \text{ mA}$   
 De maximale source-drain spanning over de transistor (inclusief  $\hookrightarrow$ veiligheidsmarge 80 %) is  $55.62 \text{ V}$   
 We kunnen de uitgang omwerken naar een impedantie van  $50 \text{ Ohm}$  door een  $\hookrightarrow$ transformator met wikkelperverhouding: 1.23

### 4.4 Flat top

In 2013 werd het originele design uitgebreid door ook de derde harmonische weg te filteren [4].

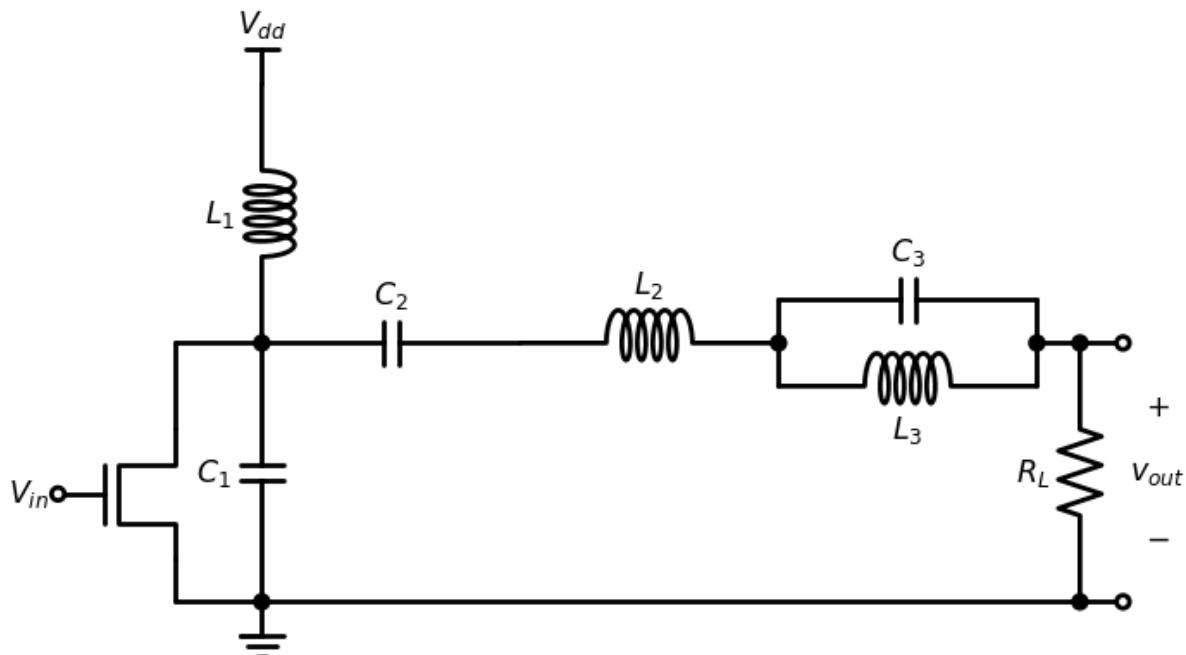


Fig. 4.19: .

### 4.5 On-chip 2GHz Klasse E versterker voor GSM toepassingen

In 1999 hebben King-Chun Tsai en Paul Gray een 1.9GHz klasse E versterker voor GSM en DECT telefoon toepassingen ontworpen [5]. De versterker bestaat uit 2 stages en elke stage is fully-differential uitgewerkt.

Het uiteindelijke schema zie je in [schema 4.20](#)

We kunnen dit schema uitwerken als een spice file (zie [Spice Listing 4.3](#)) en deze spice file simuleren.

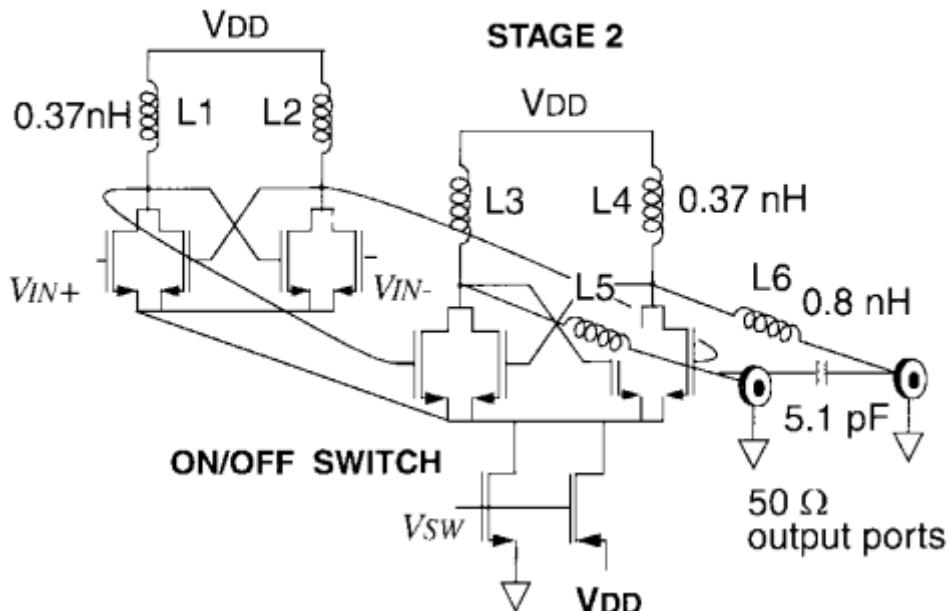
**STAGE 1**

Fig. 4.20: Schema van de klasse E versterker met injection locking.

## Spice Listing 4.3: Klasse E spice file met injection locking

```

* Class E Tsai
M_SWn      0 11 10 0 nmos W=31580u L=0.35u
M_SWp      3 11 10 3 pmos W=500u L=0.35u
* stage 1
L_L1       3 6  0.37nH
L_L2       3 7  0.37nH
M_11       10 1 6 0 nmos W=980u L=0.35u
M_12       10 7 6 0 nmos W=980u L=0.35u
M_13       10 6 7 0 nmos W=980u L=0.35u
M_14       10 2 7 0 nmos W=980u L=0.35u
* stage 2
M_21       10 6 8 0 nmos W=3600u L=0.35u
M_22       10 9 8 0 nmos W=4800u L=0.35u
M_23       10 8 9 0 nmos W=4800u L=0.35u
M_24       10 7 9 0 nmos W=3600u L=0.35u
L_L3       3 8  0.37nH
L_L4       3 9  0.37nH
L_L5       8 4  0.8nH
L_L6       9 5  0.8nH
C_C1       4 5  5.1pF
* belasting
R_RL1      4 0  50
R_RL2      5 0  50
.include simul/berkeley35.lib

```

Het circuit is uitgevoerd in een  $0.35 \mu\text{m}$  technologie. Normaal kan deze technologie gebruik maken van 5V voedingsspanning. Toch gebruiken we dit circuit met een voedingsspanning tussen de 1V en 2V. Dit is omdat er door de oscillatie hogere gate-spanningen worden bekomen en de maximale spanning over de gate is 5V.

Fig. 4.21 toont de eerste 20 perioden uit de simulatie van het circuit. We merken op dat na ongeveer 10 periodes de

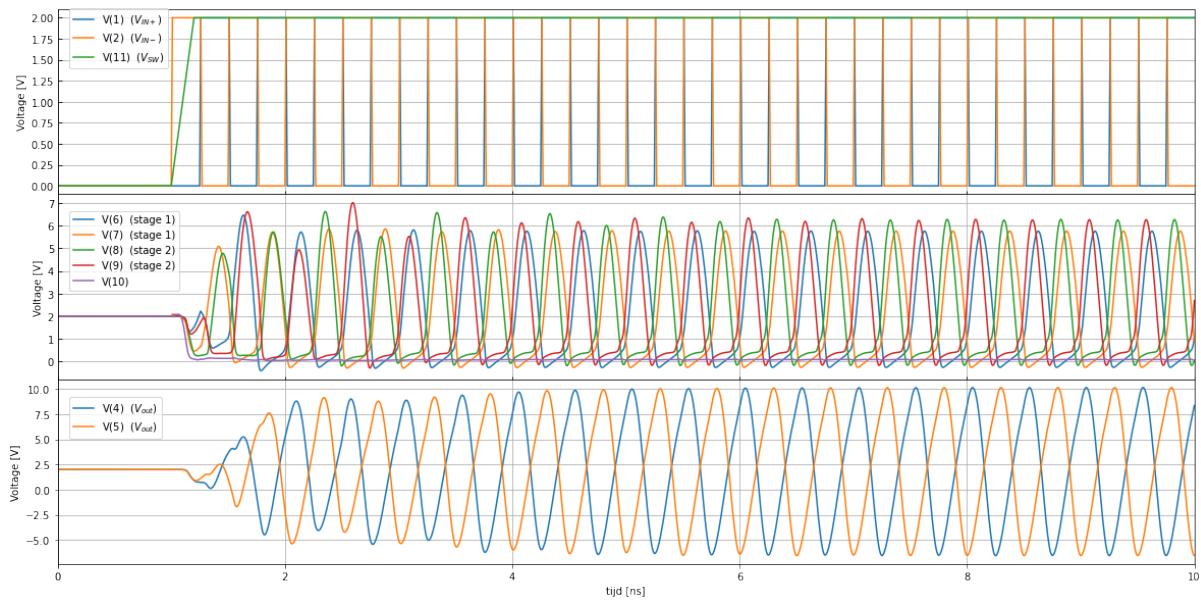


Fig. 4.21: (boven) aangelegde spanningen, (midden) spanning op de interne knopen en (onder) bekomen spanningen van het schema van Fig. 4.20.

uitgangssignalen in fase gaan lopen met de ingangssignalen.

Fig. 4.22 gaat dieper in op de input transistor (M21) van stage 2. We herkennen de gebieden zonder stroom en met veel spanning over de transistor (groene achtergrond) en de gebieden met veel stroom en een beperkte spanning over de transistor (rode achtergrond). Toch is er ook een gebied waarin we zowel hoge stromen als hoge spanningen bekomen (witte achtergrond). In dit gebied hebben we dus geen perfecte klasse E werking. De tweede input transistor van stage 2 (M24) gedraagt zich op dezelfde wijze. Fig. 4.23 toont hetzelfde voor de kruisgekoppelde transistor (M22) van stage 2. Hier kunnen we wel de totale periode opdelen in de 2 gebieden die de Klasse E kenmerken. De tweede kruisgekoppelde transistor van stage 2 (M23) gedraagt zich op dezelfde wijze.

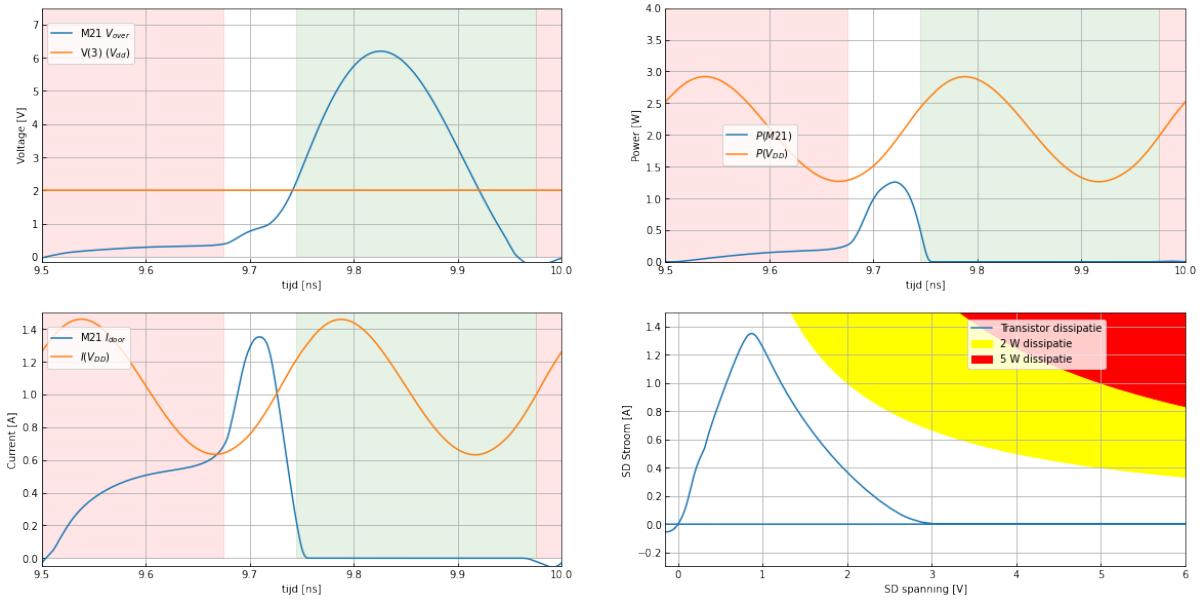


Fig. 4.22: Spanning over (linksboven), stroom door (linksonder) en vermogendissipatie (rechtsboven) van de input transistor van stage 2 (M21) als functie van de tijd.(rechtsonder) De stroomdoor als functie van de spanning over M21. De gebieden met hoge spanning zonder stroom zijn in het groen aangegeven. De gebieden met hoge stroom en een beperkte spanning zijn in het rood aangegeven.

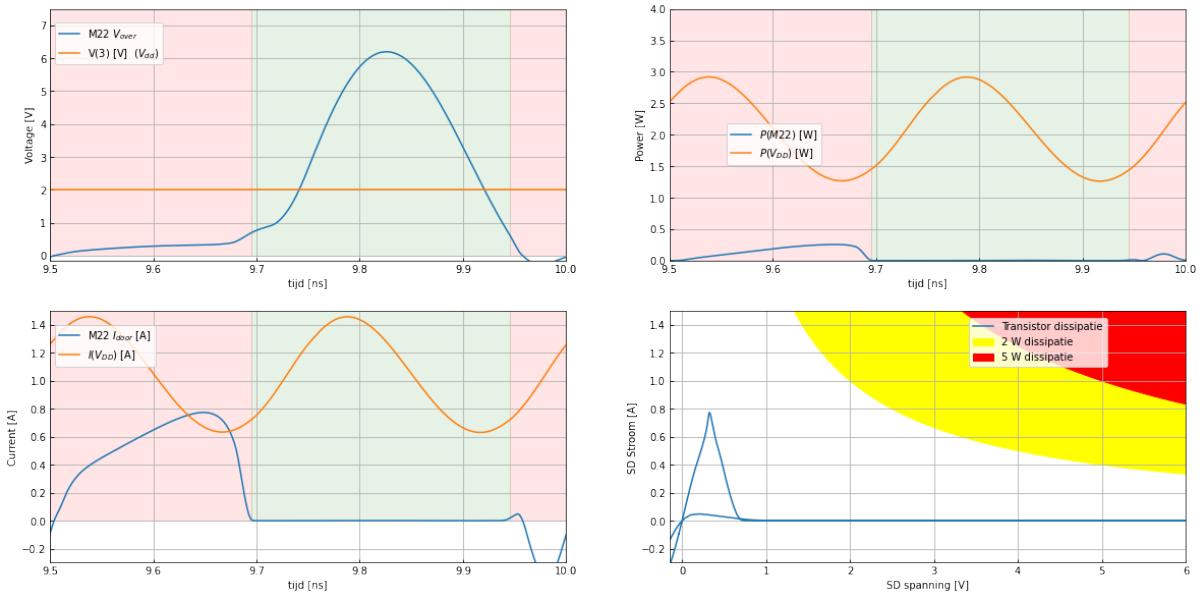


Fig. 4.23: Spanning over (linksboven), stroom door (linksonder) en vermogendissipatie (rechtsboven) van de koppeltransistor van stage 2 (M22) als functie van de tijd.(rechtsonder) De stroom door als functie van de spanning over M22. De gebieden met hoge spanning zonder stroom zijn in het groen aangegeven. De gebieden met hoge stroom en een beperkte spanning zijn in het rood aangegeven.

## **Deel III**

## **Filters**

# HOOFDSTUK 5

## Filter Design

In dit hoofdstuk werk ik een aantal voorbeelden uit van berekening van filters. Dit hoofdstuk is slechts ter illustratie van een aantal voorbeelden. De eigenlijke cursus blijft wat te vinden is op Toledo.

### 5.1 Aanpak en algemeen perspectief

Het ontwerp van een filter is eigenlijk het ontwerp van een zo compact mogelijk elektronisch circuit dat voldoet aan de vooraf opgelegde specificaties. In die zin is een filterontwerp een synthese oefening die het omgekeerde is van een analyse oefening.

### 5.2 Specifieke filter blokken

#### 5.2.1 Eerste orde filter bouwblokken

De transfer functie van een eerste orde blok is:

$$V_{out} = -\frac{b_1(j\omega) + b_0}{a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

Fig. 5.1 toont een algemene bouwblok om een eerste orde filter mee te maken.

Om dit basisblok in detail te berekenen schrijven we dit eerst in functie van de 2 impedanties  $Z_1$  en  $Z_2$  (zie Fig. 5.2).

De uitgang  $V_{out}$  van dit bouwblok kunnen we schrijven als functie van de ingang  $V_{in}$  als het volgt:

$$V_{out} \approx -\frac{Z_2}{Z_1} V_{in}$$

met

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega C_1 + \frac{1}{R_1}$$

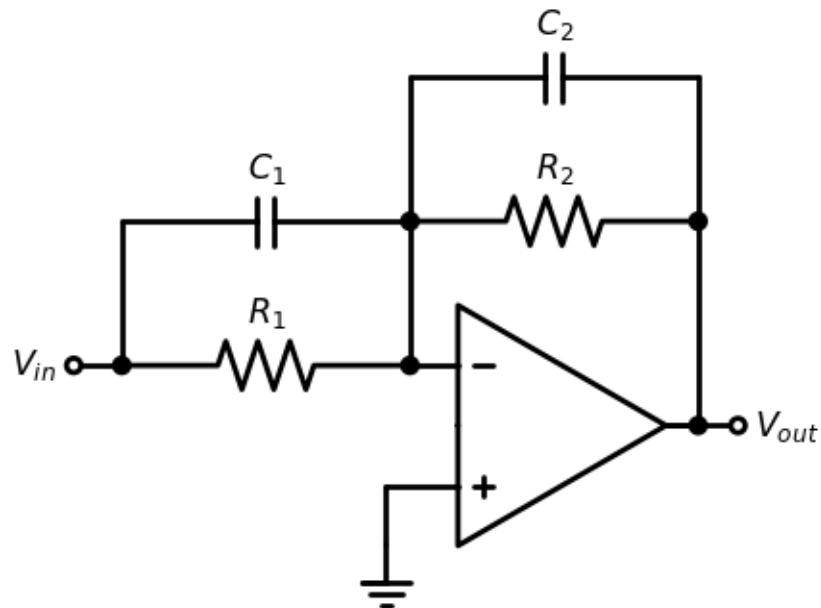


Fig. 5.1: Basisblok van een algemeen eerste orde filter.

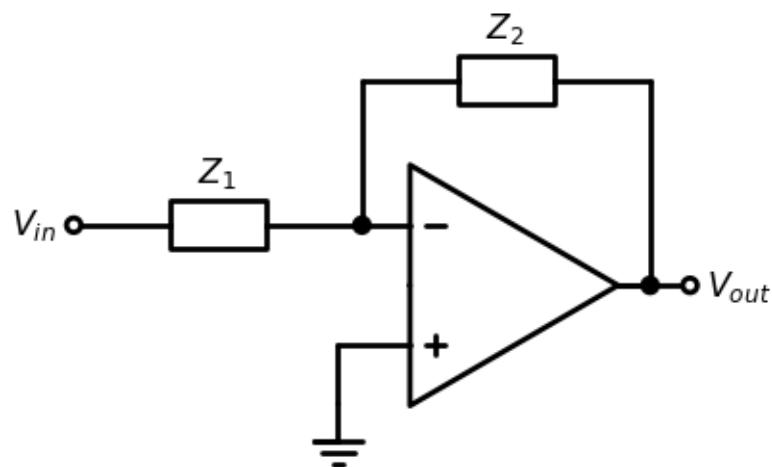


Fig. 5.2: Basisblok van een algemeen eerste orde filter, beschreven in functie van de impedanties.

$$\frac{1}{Z_2} = j\omega C_2 + \frac{1}{R_2}$$

Indien  $C_1$  en  $C_2$  niet nul zijn, kunnen we dit verder uitwerken als:

$$V_{out} \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{j\omega + \frac{1}{R_1 C_1}}{j\omega + \frac{1}{R_2 C_2}} V_{in}$$

$$V_{out} \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{j\omega - n_1}{j\omega - p_1} V_{in}$$

waarbij  $n_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$  en  $p_1 = \frac{1}{R_2 C_2}$ . Het bovenstaande bouwblok kunnen we in zijn algemene vorm gebruiken (met dus 2 weerstanden en 2 condensatoren), waarbij we zowel een pool als een nul bekomen. Voor heel wat toepassingen kunnen we echter een van de 4 elementen weglaten. Fig. 5.3 toont het circuit voor een eerste orde laagdoorlaat met transferfunctie:

$$V_{out} \approx -\frac{1}{R_1 C_2} \frac{1}{j\omega - p_1} V_{in}$$

wat bij voldoende lage frequentie  $V_{out} \approx -\frac{R_2}{R_1} V_{in}$  geeft

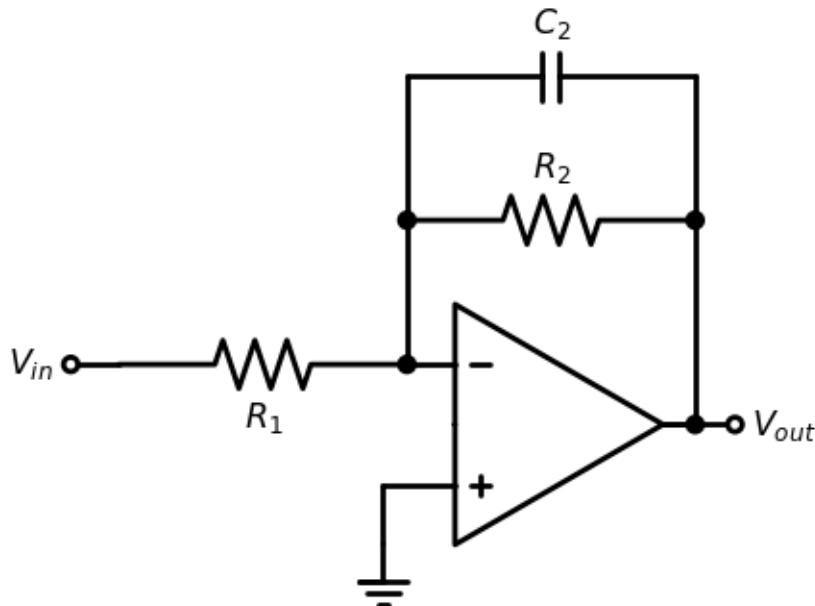


Fig. 5.3: eerste orde laagdoorlaatfilter.

Op een gelijkaardige wijze kunnen we uitrekenen dat het circuit in Fig. 5.4 ons een hoogdoorlaatfilter geeft met responsie:

$$V_{out} \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{j\omega}{j\omega - p_1} V_{in}$$

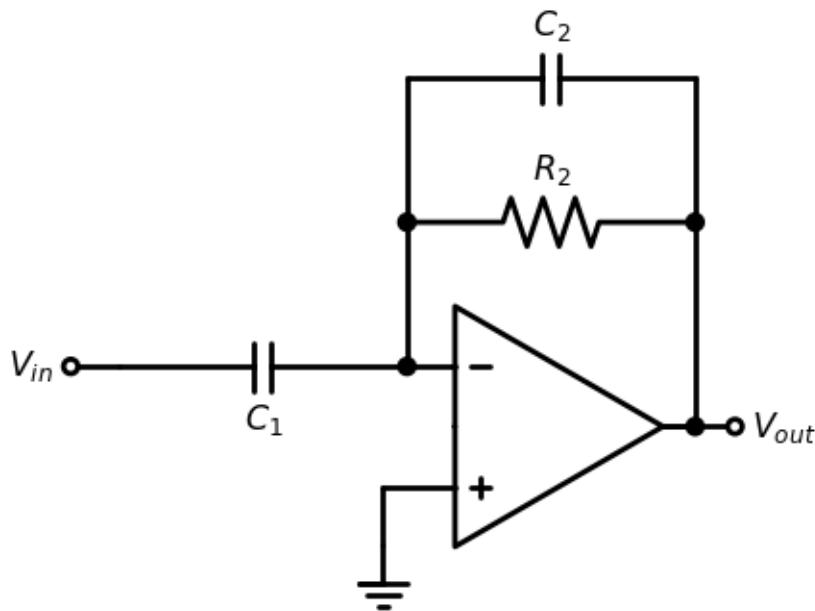


Fig. 5.4: eerste orde hoogdoorlaatfilter.

### 5.2.2 Tweede orde filter blokken

De transfer functie van een tweede orde blok is:

$$V_{out} = -\frac{b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

Dit algemene tweede orde blok kan uitgewerkt worden in een BiQuad filter. Maar het algemene BiQuad blok vereist 4 Opamps. Daarom is het voor de meeste toepassingen handig gebruik te maken van de Sallen en Key filter, die maar 1 opamp nodig heeft.

#### BiQuad filter

##### Het gedeelte van het biquad circuit dat de polen bepaalt

We werken hieronder het circuit uit in 2 stappen. We berekenen hiervoor eerst de spanningen uit op de knopen van het bovenste gedeelte van het BiQuad circuit dat we tonen in Fig. 5.5 . Het doel van dit deel van het circuit is dit uit te rekenen als een universeel circuit voor:

$$V_{out*} = -\frac{1}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

Om het gedrag van het bovenste gedeelte van het BiQuad filter te beschrijven, werken we eerst de impedantie uit van de elementen die verschillen van de weerstanden, namelijk  $Z_1$  en  $Z_2$ :

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega C_1 + \frac{1}{R_{12}}$$

$$\frac{1}{Z_2} = j\omega C_2$$

Omdat we weten dat de derde opamp een eenvoudige inverterende opamp is, hoeven we enkel de relatie tussen in en out van de 2 eerste opamps uit te werken. We bekomen het stelsel:

$$V_* = -\frac{Z_1}{R_{11}} V_{in} - \frac{Z_1}{R_{13}} V_{out*}$$

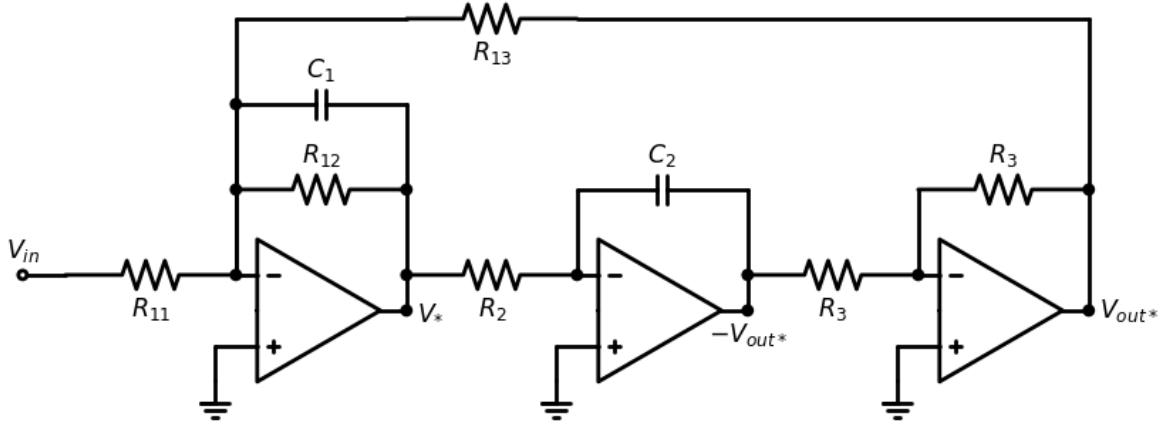


Fig. 5.5: Bovenste gedeelte van het BiQuad circuit.

$$-V_{out*} = -\frac{Z_2}{R_2} V_*$$

of

$$V_* = \frac{R_2}{Z_2} V_{out*}$$

wanneer we vervolgens  $V_*$  elimineren krijgen we de volgende vergelijking voor  $V_{out*}$

$$\begin{aligned} \frac{R_2}{Z_2} V_{out*} &= -\frac{Z_1}{R_{11}} V_{in} - \frac{Z_1}{R_{13}} V_{out*} \\ \left( \frac{R_2}{Z_2} + \frac{Z_1}{R_{13}} \right) V_{out*} &= -\frac{Z_1}{R_{11}} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{Z_1}{R_{11} \left( \frac{R_2}{Z_2} + \frac{Z_1}{R_{13}} \right)} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{1}{R_{11} \left( \frac{R_2}{Z_2 Z_1} + \frac{1}{R_{13}} \right)} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{1}{R_{11} \left( R_2 j\omega C_2 (j\omega C_1 + \frac{1}{R_{12}}) + \frac{1}{R_{13}} \right)} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{1}{R_{11} R_2 C_2 C_1 (j\omega)^2 + \frac{R_{11} R_2 C_2}{R_{12}} (j\omega) + \frac{R_{11}}{R_{13}}} V_{in} \end{aligned}$$

En  $V_*$  wordt dan:

$$V_* = -\frac{C_2 R_2 j\omega}{R_{11} R_2 C_2 C_1 (j\omega)^2 + \frac{R_{11} R_2 C_2}{R_{12}} (j\omega) + \frac{R_{11}}{R_{13}}} V_{in}$$

Dit kunnen we vervolgens herschrijven als

$$V_{out*} = -\frac{1}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in} \quad (5.1)$$

en

$$V_* = -\frac{C_2 R_2 (j\omega)}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

met

$$a_2 = R_{11} C_1 R_2 C_2 \quad (5.2)$$

$$a_1 = \frac{R_{11}}{R_{12}} R_2 C_2 \quad (5.3)$$

$$a_0 = \frac{R_{11}}{R_{13}} \quad (5.4)$$

We zien dus inderdaad uit vergelijkingen ((5.1),(5.2),(5.3),(5.4)) dat we dit kunnen uitwerken als de gevraagde universele oplossing op voorwaarde dat de coëfficiënten  $a_2, a_1$  en  $a_0$  allemaal positieve coëfficiënten zijn.

### Het volledige BiQuad circuit

Het hierboven aangegeven circuit kunnen we verder uitbreiden om ook nog 2 (complexen) nullen toe te voegen. Hiervoor combineren we de spanning op 3 knopen van het circuit in Fig. 5.5 , namelijk  $V_{in}$ ,  $V_*$  en  $V_{out*}$ . Dit geeft dan het circuit in Fig. 5.6 .

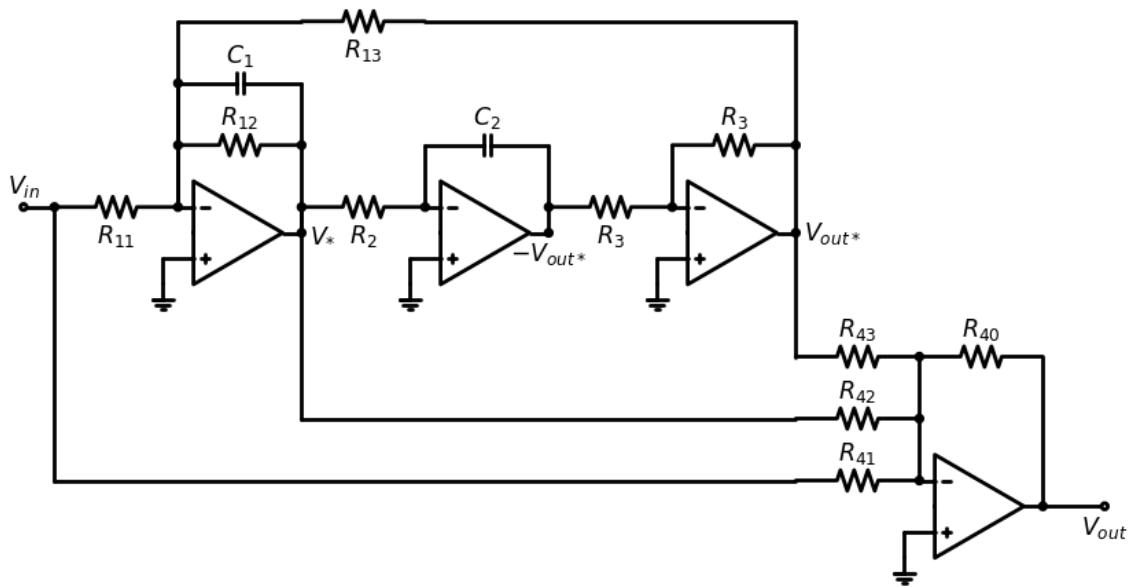


Fig. 5.6: Het volledige BiQuad circuit.

$$V_{out} = -\frac{R_{40}}{R_{41}} V_{in} - \frac{R_{40}}{R_{42}} V_* - \frac{R_{40}}{R_{43}} V_{out*}$$

$$V_{out} = -\frac{\frac{R_{40}}{R_{41}}(a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0) - \frac{R_{40}}{R_{42}} C_2 R_2(j\omega) - \frac{R_{40}}{R_{43}} V_{in}}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

$$V_{out} = -\frac{a_2 \frac{R_{40}}{R_{41}}(j\omega)^2 + \left(a_1 \frac{R_{40}}{R_{41}} - C_2 R_2 \frac{R_{40}}{R_{42}}\right)(j\omega) + \left(a_0 \frac{R_{40}}{R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{43}}\right)}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

Dit kan dan weer herschreven worden als:

$$V_{out} = -\frac{b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

met

$$b_2 = a_2 \frac{R_{40}}{R_{41}} = \frac{R_{40}}{R_{41}} R_{11} C_1 R_2 C_2$$

$$b_1 = a_1 \frac{R_{40}}{R_{41}} - C_2 R_2 \frac{R_{40}}{R_{42}} = \left(\frac{R_{11} R_{40}}{R_{12} R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{42}}\right) R_2 C_2$$

$$b_0 = a_0 \frac{R_{40}}{R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{43}} = \frac{R_{11} R_{40}}{R_{13} R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{43}}$$

### Sallen en Key Circuit

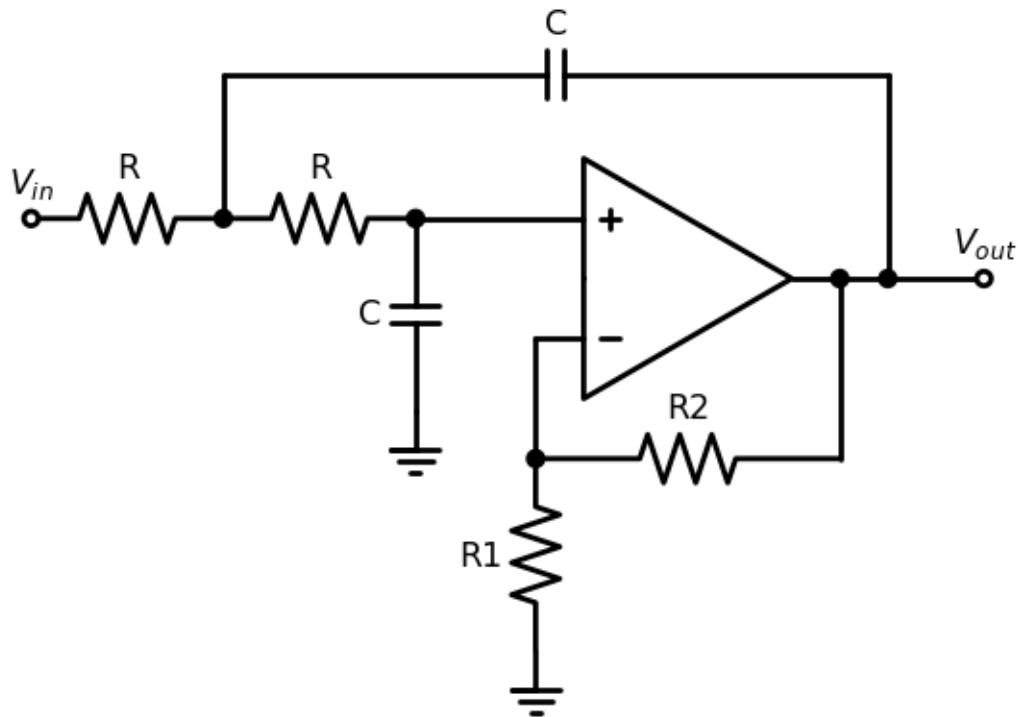


Fig. 5.7: Het Sallen en Key laagdoorlaat circuit.

### 5.3 Frequentietransformaties

In dit deel van het hoofdstuk over filters gaan we dieper in op de manier waarop het ontwerp van een laagdoorlaatfilter kan herschreven worden naar een hoogdoorlaatfilter, een banddoorlaatfilter of een bandsper filter.

Hiervoor gaan we typisch de transferfunctie herschrijven als functie van de parameter  $S$ , die gelijk is aan:

$$S = \frac{i\omega}{\omega_o}$$

Dit wil dan ook zeggen dat elke term met een pool of een nul in de vorm van  $i\omega - p_i$  of  $i\omega - n_i$  gelijk wordt aan

$$i\omega - p_i = \frac{i\omega}{\omega_o} - \frac{p_i}{\omega_o} = S - \frac{p_i}{\omega_o}$$

$$i\omega - n_i = \frac{i\omega}{\omega_o} - \frac{n_i}{\omega_o} = S - \frac{n_i}{\omega_o}$$

Het nu vervolgens de  $S$  in de bovenstaande termen die we gaan vervangen door een andere term en dan gaan bekijken waar de nieuwe polen en nullen komen te liggen.

### 5.3.1 Omrekenen van een laagdoorlaatfilter naar een hoogdoorlaatfilter

De frequentietransformatie die we hiervoor gebruiken is:

$$S = \frac{\omega_o}{i\omega}$$

De termen van de vorm  $S - \frac{p_i}{\omega_o}$  kunnen we vervolgens herschrijven door de S in te vullen.

$$S - \frac{p_i}{\omega_o} = \frac{\omega_o}{i\omega} - \frac{p_i}{\omega_o} = \frac{\omega_o - \frac{p_i}{\omega_o} i\omega}{i\omega} = -\frac{\omega_o}{p_i} \frac{i\omega - \frac{\omega_o^2}{p_i}}{i\omega}$$

Na deze transformatie van laagdoorlaatfilter naar hoogdoorlaatfilter hebben we dus een nieuwe pool  $\frac{\omega_o^2}{p_i}$  en een nieuwe nul (op 0) gekomen, maar in het geval van een Butterworth filter gaat dat niet het geval zijn, want we kunnen de polen van de Butterworth filter schrijven als:

$$p_i = \omega_o(\cos(\phi) + i \sin(\phi))$$

In dat geval gaat

$$\frac{\omega_o^2}{p_i} = \frac{\omega_o^2}{\omega_o(\cos(\phi) + i \sin(\phi))} = \omega_o(\cos(\phi) - i \sin(\phi))$$

wat dus de complex toegevoegde is van de originele pool. En aangezien de polen steeds in complex toegevoegde paren moeten voorkomen veranderen de polen van de Butterworth filter niet maar komen er wel nullen bij. Voor de Chebyshev filters veranderen de polen door deze transfromatie wel van plaats.

Hetzelfde kunnen we dan doen voor de eventuele termen van de vorm  $S - \frac{n_i}{\omega_o}$

### 5.3.2 Omrekenen van een laagdoorlaatfilter naar een banddoorlaatfilter

De frequentietransformatie die we hiervoor gebruiken is:

$$S = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega}$$

Ook hier kunnen we de termen van de vorm  $S - \frac{p_i}{\omega_o}$  en  $S - \frac{n_i}{\omega_o}$  zoals hierboven herschrijven. We werken dat hieronder uit aan de hand van een voorbeeld.

### 5.3.3 Voorbeeld: Omrekenen van de polen van een 2de orde laagdoorlaatfilter naar een 2de orde banddoorlaatfilter

In deze paragraaf rekenen we de polen van een 2de orde banddoorlaatfilter uit op basis van een 2de orde laagdoorlaatfilter. Als vertrekbasis nemen we een 2de orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 50 kHz. De polen van deze Butterworth laagdoorlaatfilter zijn:

$$p_1 = -\omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$$

$$p_2 = -\omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$$

waarbij  $\omega_o = 2\pi 50000$ . En de transferfunctie is:

$$T(i\omega) = \frac{p_1 p_2}{(i\omega - p_1)(i\omega - p_2)}$$

Als een gevolg hiervan kunnen we de termen in de noemer van de transferfunctie als volgt weergeven:

$$i\omega - p_1 = i\omega + \omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) = \omega_o \left( \frac{i\omega}{\omega_o} + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) \right)$$

$$i\omega - p_2 = i\omega + \omega_o \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i) = \omega_o \left( \frac{i\omega}{\omega_o} + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i) \right)$$

Dit kunnen we nu uitdrukken als een functie van de parameter  $S$  waarbij

$$S = \frac{i\omega}{\omega_o}$$

Dit geeft dan:

$$i\omega - p_1 = \omega_o \left( S + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i) \right)$$

$$i\omega - p_2 = \omega_o \left( S + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i) \right)$$

Voor de overeenstemmende banddoorlaatfilter kunnen we stellen:

$$S = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega}$$

Wanneer we dit opnieuw inullen in de beide bovenstaande termen krijgen we:

$$\omega_o \left( \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega} + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i) \right)$$

$$\omega_o \left( \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega} + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i) \right)$$

We kunnen nu beide termen op gelijke noemer brengen. Dit geeft ons:

$$\frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left( \frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right)$$

$$\frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left( \frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right)$$

De nieuwe transferfunctie wordt dan:

$$T(i\omega) = \frac{p_1 p_2}{\frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left( \frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right) \frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left( \frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right)}$$

Dit kunnen we verder uitwerken als:

$$T(i\omega) = \frac{(\omega_2 - \omega_1)^2 (i\omega)^2}{((i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2)((i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2)}$$

In de noemer zien we nu 2 kwadratische vergelijkingen in  $i\omega$  staan. we kunnen voor elk van deze vergelijkingen de nulpunten uitrekenen. Dit levert ons de volgende 4 polen op:

$$p_{1,1} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1) + \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2}$$

$$p_{1,2} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1) - \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2}$$

$$p_{2,1} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1) + \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2}$$

$$p_{2,2} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1) - \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2}$$

In het geval dat we nu  $\omega_2 = 3\omega_o$  en  $\omega_1 = \omega_o$  kunnen we dit verder vereenvoudigen.

$$p_{1,1} = \omega_o \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) + \sqrt{i-3} \right)$$

$$p_{1,2} = \omega_o \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) - \sqrt{i-3} \right)$$

$$p_{2,1} = \omega_o \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) + \sqrt{-i-3} \right)$$

$$p_{2,2} = \omega_o \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) - \sqrt{-i-3} \right)$$

Wanneer we deze polen in meer detail analyseren, stellen we vast dat we inderdaad 2 paren van complex toegevoegde polen krijgen, namelijk  $(p_{1,1}, p_{2,1})$  en  $(p_{1,2}, p_{2,2})$ . Elk van deze paren kunnen we dan vervolgens met een Sallen en Key circuit uitwerken.

De numerieke waardes voor deze polen zijn:

```
p11 = -132656.26200173897 + j 329305.0471051497
p12 = -132656.26200173897 - j 329305.0471051497
p21 = -311632.0318140976 - j 773593.3409209863
p22 = -311632.0318140976 + j 773593.3409209863
```

We kunnen dit ook herschrijven als:

```
p11 = 355020.41898628714 * (-cos( 68.05859933682078 )+ j sin( 68.05859933682078 ))
p12 = 355020.41898628714 * (-cos( 68.05859933682078 )+ j sin( 68.05859933682078 ))
p21 = 834003.105731553 * (-cos( 68.05859933682078 )+ j sin( 68.05859933682078 ))
p22 = 834003.105731553 * (-cos( 68.05859933682078 )+ j sin( 68.05859933682078 ))
```

## 5.4 Butterworth filters

In dit hoofdstuk werken we een aantal concrete voorbeelden uit van Butterworth filters. We vergelijken hierbij de verschillende ordes en kijken hoe deze in praktijk worden geïmplementeerd in hardware circuits.

### 5.4.1 Butterworth laagdoorlaatfilter van de 3de orde

We ontwerpen een analoge 3de orde laagdoorlaatfilter van het type Butterworth met afsnijfrequentie 1 MHz. De transferfunktie  $H(s)$  of  $H(j\omega)$  die we bekomen is:

$$H(s) = \frac{\sum_{n=0}^M b_n s^n}{\sum_{n=0}^N a_n s^n}$$

$a_n$  en  $b_n$  zijn de coëfficiënten van de veeltermen in de transferfunktie. Voor deze oefening zijn deze coëfficiënten:

```
Veelterm coëfficiënten teller: M= 0
b[ 0 ] = 2.4805021344239852e+20
Veelterm coëfficiënten noemer: N= 3
a[ 3 ] = 1.0
a[ 2 ] = 12566370.614359174
a[ 1 ] = 78956835208714.88
a[ 0 ] = 2.4805021344239852e+20
```

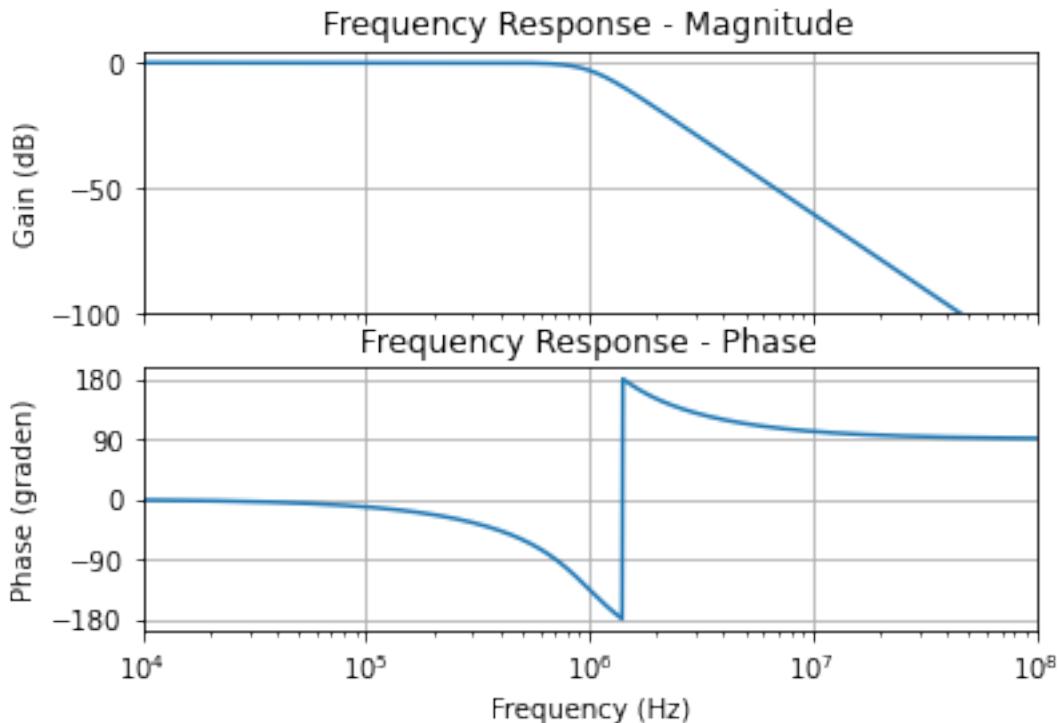


Fig. 5.8: Amplitude en fase van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

We kunnen ook schrijven als functie van polen en nulpunten:

$$H(s) = \frac{\prod_{n=1}^M (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - p_n)}$$

waarbij de positie van deze nulpunten en polen de volgende is:

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 3
p[ 1 ] = (-3141592.6535897935+5441398.092702653j)
p[ 2 ] = (-6283185.307179586-0j)
p[ 3 ] = (-3141592.6535897935-5441398.092702653j)
```

We merken op dat de drie polen die bekomen werden perfect op een cirkel liggen met straal  $2\pi \cdot 10^6$ .

We kunnen deze transferfunktie nu verder uitwerken in een product van meerdere transferfucties waarbij we de complex toegevoegde polen samennemen.

$$\begin{aligned} H(s) &= H_1(s)H_2(s) = \frac{1}{(s - p_1)(s - p_3)} \frac{1}{(s - p_2)} \\ H_1(s) &= \frac{1}{(s - p_1)(s - p_3)} \\ H_2(s) &= \frac{1}{(s - p_2)} \end{aligned}$$

De onderstaande figuur bekijkt deze opsplitsing in detail rond de afsnijfrequentie. Hier merken we dat de overshoot in de 2de orde filter  $H_1(s)$  voor een deel het sneller dalen van de eerste orde filter  $H_2(s)$  compenseert

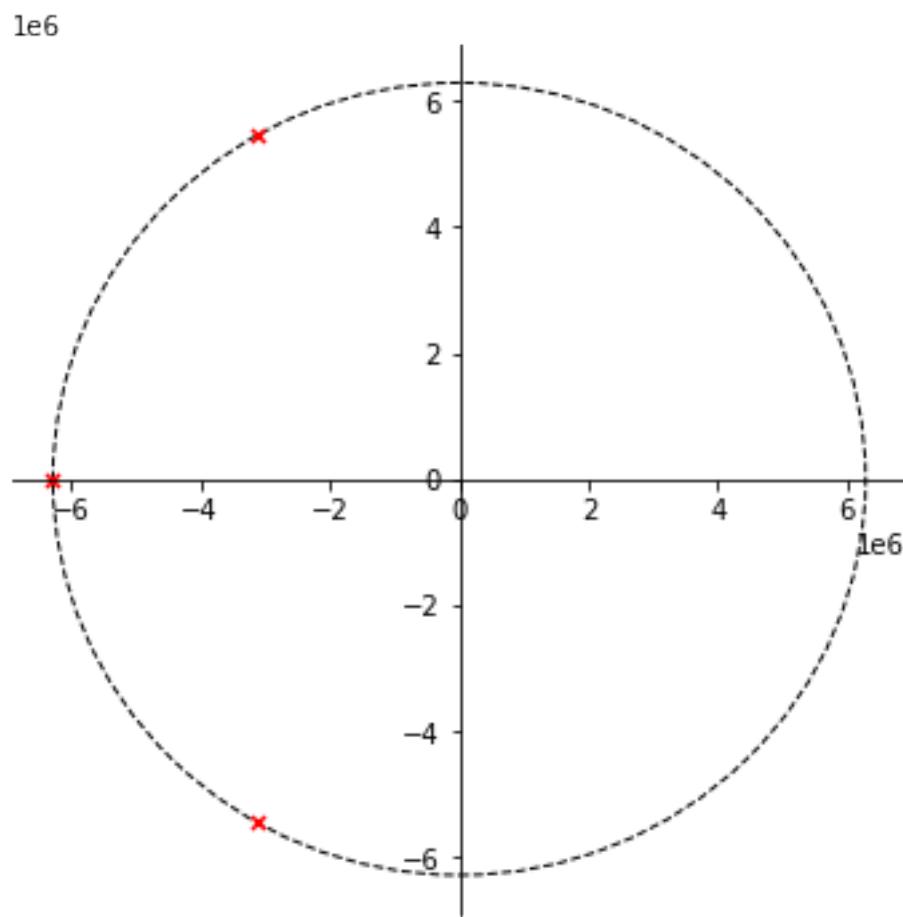


Fig. 5.9: Polen van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

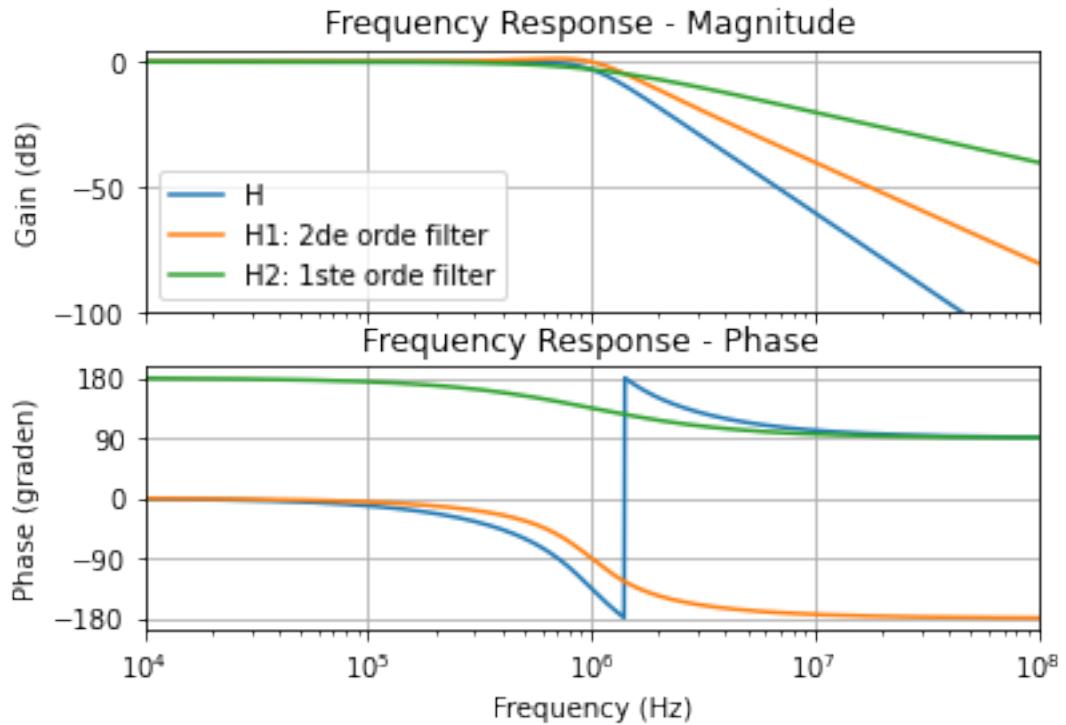


Fig. 5.10: Opsplitsing van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz in 2 transferfunkties H1 en H2.

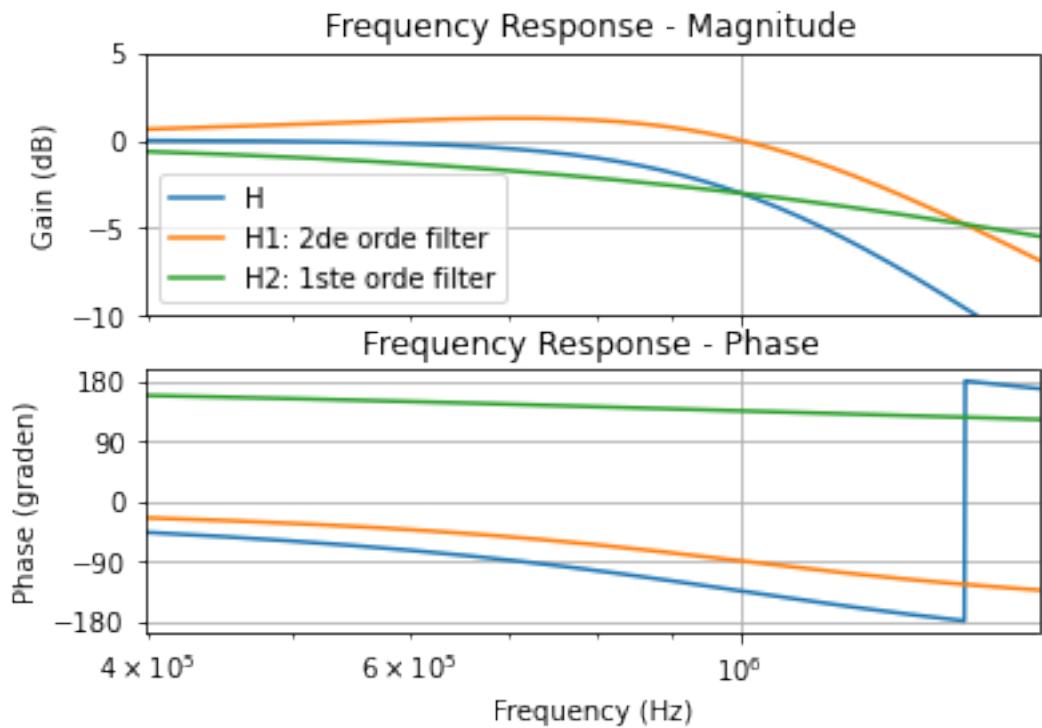


Fig. 5.11: Detail rond de afsnijfrequentie van de opsplitsing van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz in 2 transferfunkties H1 en H2.

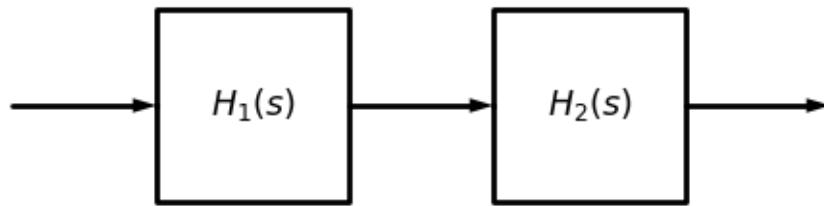


Fig. 5.12: Opsplitsing van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter in de bouwblokken  $H_1$  en  $H_2$ .

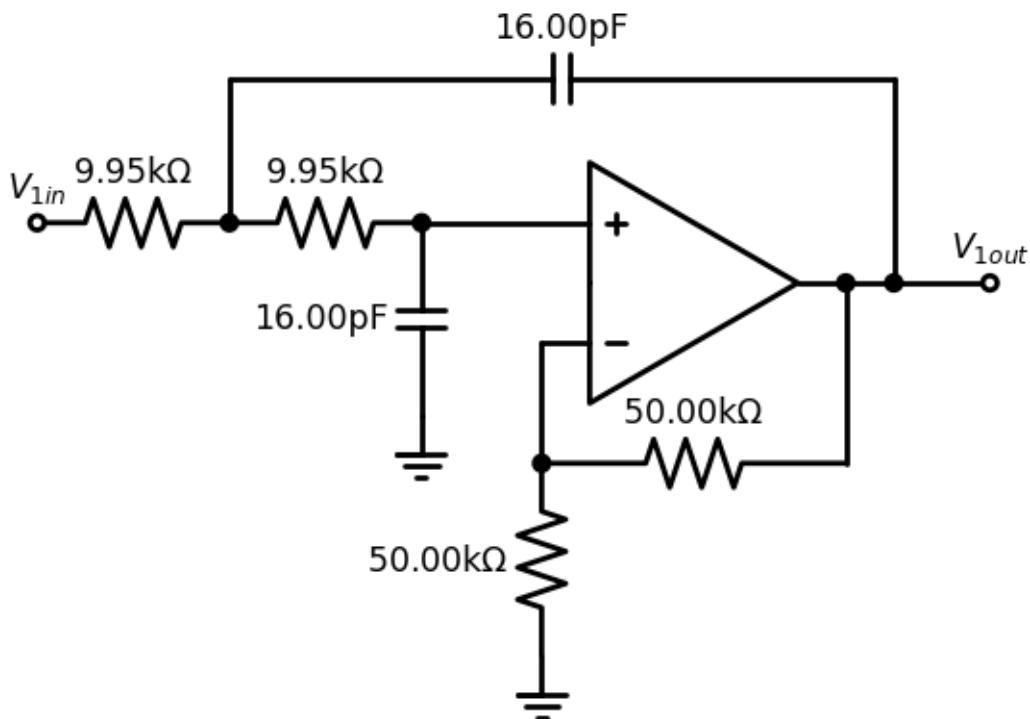


Fig. 5.13: concrete implementatie van het tweede orde filter  $H_1$ .

De implementatie van  $H_2$  kan er in dit geval als het volgt uitzien met  $R_1 = R_2 = 9.947 \text{ k}\Omega$  en  $C_2 = 16\text{pF}$

Een totale spice file van het gehele circuit ziet er dan als het volgt uit:

---

**Notitie:** Dit is momenteel nog werk in progress.

---

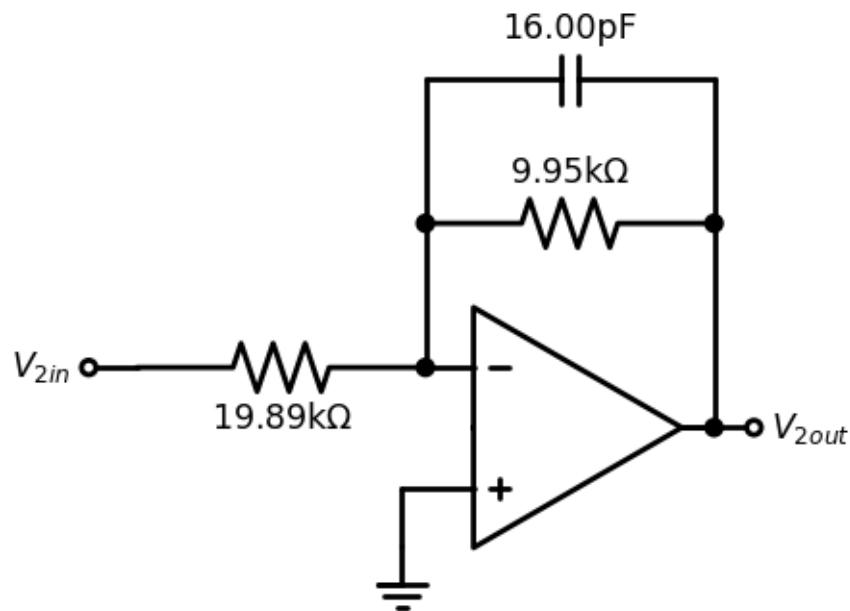


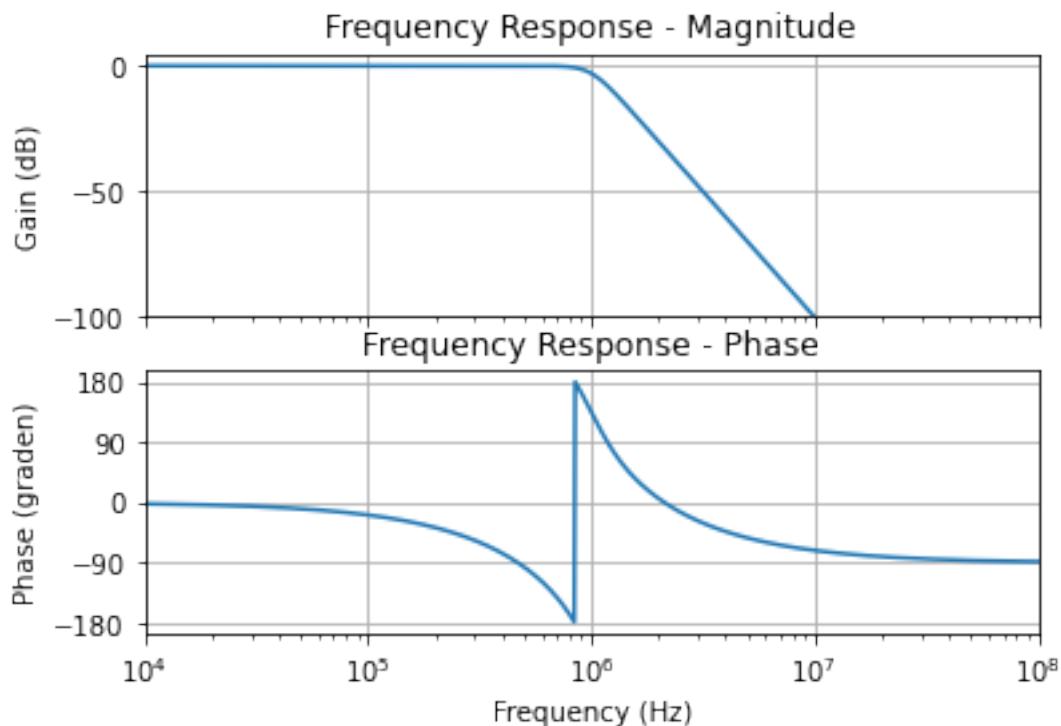
Fig. 5.14: concrete implementatie van het eerste orde filter H2.

#### 5.4.2 Butterworth laagdoorlaatfilter van de 5de orde

```

Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 9.792629913129003e+33
Veelterm coefficienten noemer: N= 5
a[ 5 ] = 1.0
a[ 4 ] = 20332814.76926104
a[ 3 ] = 206711678220539.9
a[ 2 ] = 1.2988077794177306e+21
a[ 1 ] = 5.043559043399954e+27
a[ 0 ] = 9.792629913129004e+33

```



```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 5
p[ 1 ] = (-1941611.0387254667+5975664.329483111j)
p[ 2 ] = (-5083203.69231526+3693163.6609809133j)
p[ 3 ] = (-6283185.307179586-0j)
p[ 4 ] = (-5083203.69231526-3693163.6609809133j)
p[ 5 ] = (-1941611.0387254667-5975664.329483111j)
```

### 5.4.3 Vergelijking van de 3de en 5de orde Butterworth laagdoorlaatfilter

### 5.4.4 zevende orde banddoorlaatfilter van 10MHz tot 50MHz

In het eerste voorbeeld van een banddoorlaatfilter bekijken we een redelijk breedbandfilter: De bandbreedte(40 MHz) is in dit geval veel groter dan de laagste doorlaatfrequentie.

```
Veelterm coefficienten teller: M= 7
b[ 7 ] = 6.334013983218556e+58
b[ 6 ] = 0.0
b[ 5 ] = 0.0
b[ 4 ] = 0.0
b[ 3 ] = 0.0
b[ 2 ] = 0.0
b[ 1 ] = 0.0
b[ 0 ] = 0.0
Veelterm coefficienten noemer: N= 14
```

(Vervolgt op volgende pagina)

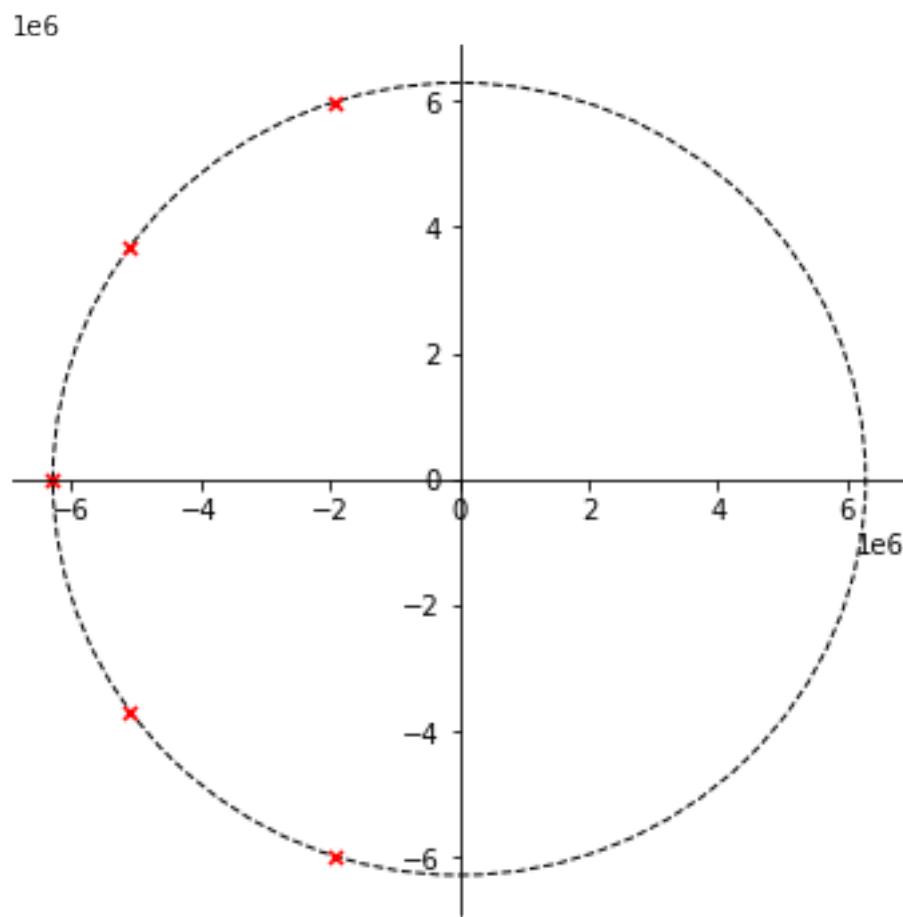


Fig. 5.15: Polen van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

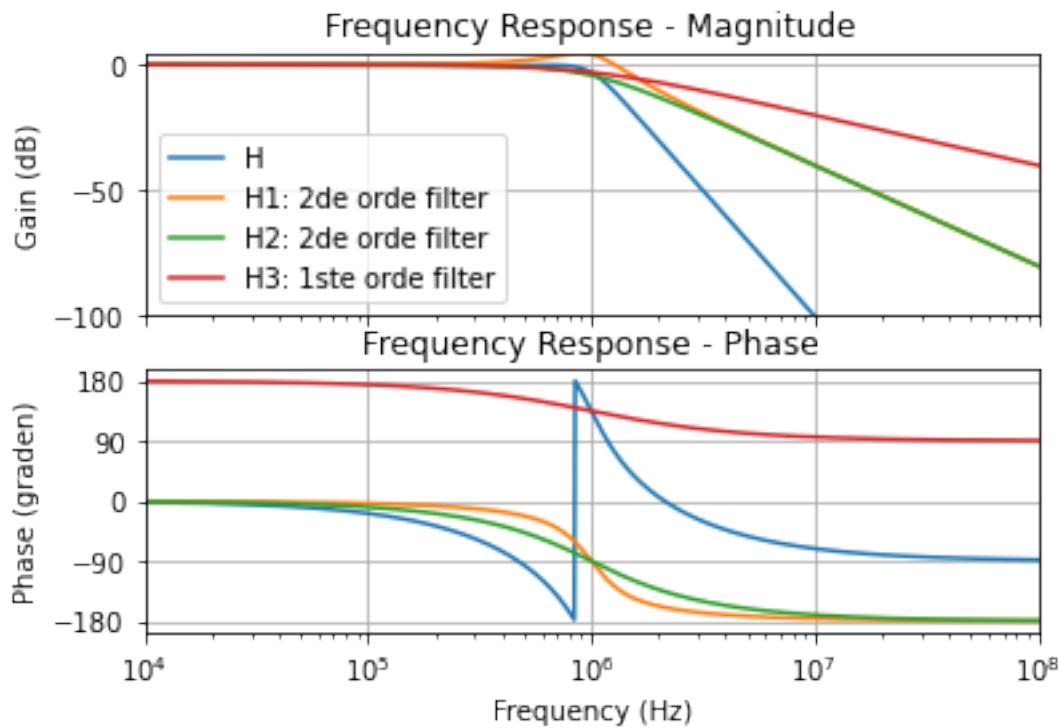


Fig. 5.16: Opsplitsing van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz in 3 transferfunkties.

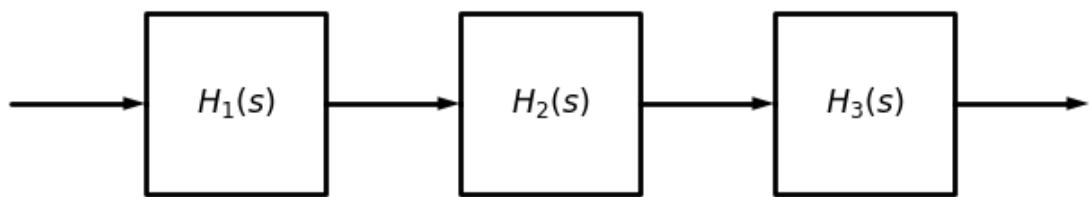


Fig. 5.17: Hardware implementatie van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter in 3 building blocks.

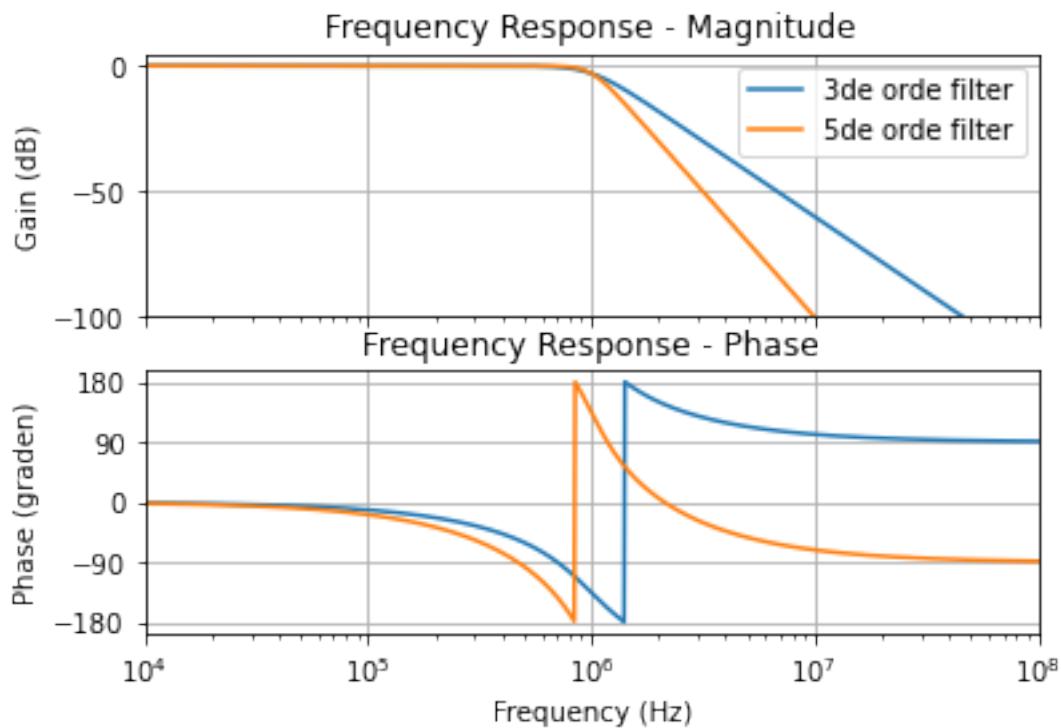
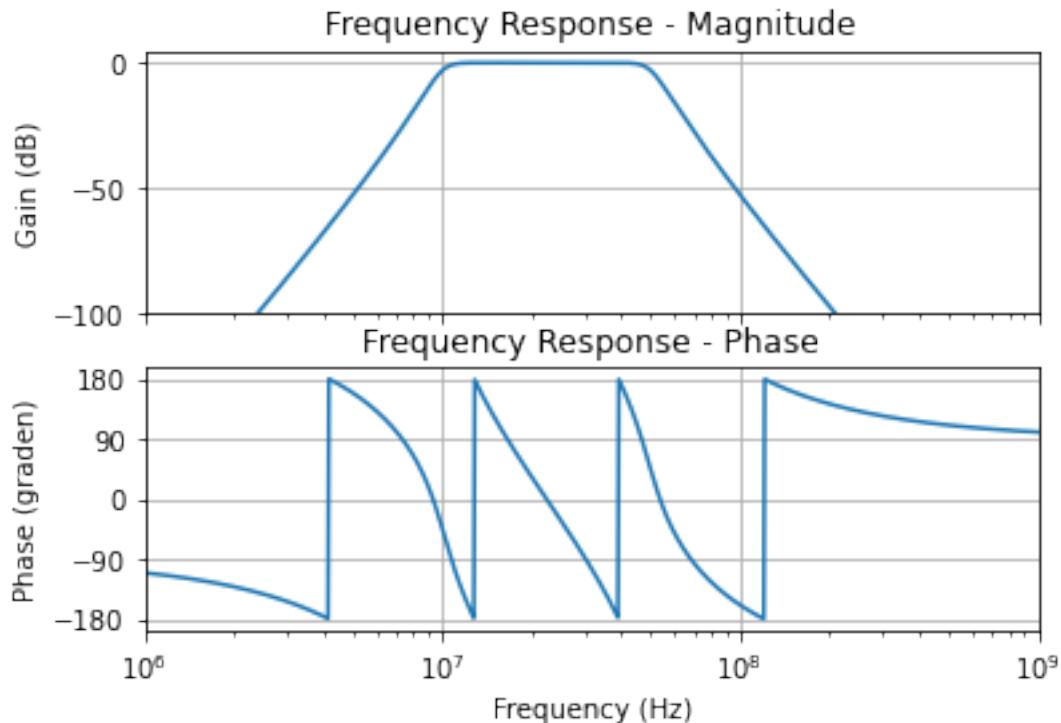


Fig. 5.18: Vergelijking van een derde en vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

(Vervolg van vorige pagina)

```
a[ 14 ] = 1.0
a[ 13 ] = 1129455138.528784
a[ 12 ] = 7.760089165897884e+17
a[ 11 ] = 3.654151505077993e+26
a[ 10 ] = 1.293535546920629e+35
a[ 9 ] = 3.5017090931362664e+43
a[ 8 ] = 7.334620231296047e+51
a[ 7 ] = 1.1783749530590898e+60
a[ 6 ] = 1.4477960023023706e+68
a[ 5 ] = 1.3643931993116192e+76
a[ 4 ] = 9.948728770520122e+83
a[ 3 ] = 5.547604782936569e+91
a[ 2 ] = 2.325495035605259e+99
a[ 1 ] = 6.681091689314365e+106
a[ 0 ] = 1.1676379112645588e+114
```



Wanneer we de transferfunctie in detail analyseren, vinden we 7 nullen op frequentie 0, en 14 polen, namelijk:

```
Lijst der nullen: M= 7
z[ 1 ] = 0j
z[ 2 ] = 0j
z[ 3 ] = 0j
z[ 4 ] = 0j
z[ 5 ] = 0j
z[ 6 ] = 0j
z[ 7 ] = 0j
Lijst der polen: N= 14
p[ 1 ] = (-9467553.01746494-62713329.10036281j)
p[ 2 ] = (-30211474.606362037-61659756.49600357j)
p[ 3 ] = (-58777850.02496373-58866599.60061156j)
p[ 4 ] = (-125663706.14359173-62831853.07179589j)
p[ 5 ] = (-58777850.02496373+58866599.60061156j)
p[ 6 ] = (-30211474.606362037+61659756.49600357j)
p[ 7 ] = (-9467553.01746494+62713329.10036281j)
p[ 8 ] = (-46458057.493502825+307739438.435567j)
p[ 9 ] = (-126488603.88224223+258155439.82934594j)
p[ 10 ] = (-167660324.09626448+167913476.98651484j)
p[ 11 ] = (-125663706.14359173+62831853.07179589j)
p[ 12 ] = (-167660324.09626448-167913476.98651484j)
p[ 13 ] = (-126488603.88224223-258155439.82934594j)
p[ 14 ] = (-46458057.493502825-307739438.435567j)
```

Er is maar een enkele goede methode om van een laagdoorlaatfilter over te gaan naar een banddoorlaatfilter en dat is via de transformatie die aangegeven is op slide 44. Deze staat ook in je formularium. Het is natuurlijk ook belangrijk een goed gevoel te hebben van waar je verwacht uit te komen. Als je een banddoorlaatfilter hebt met een kleine bandbreedte B in vergelijking met de centrale frequentie  $f_0$ , gaat dat ook redelijk goed kloppen (zoals in slide 46). Maar als B dezelfde grootteorde krijgt als  $f_0$ , dan worden de polen meer en meer getrokken in de richting van de 2 afzonderlijke filters na elkaar. Om dat toe te lichten heb ik in de Jupyter een voorbeeldje gegeven van een zevende orde banddoorlaatfilter van 10MHz tot 50MHz. De centrale frequentie is 30MHz maar de bandbreedte B is 40MHz, dus groter dan de centrale frequentie. We zien hier dat de pole niet langer liggen op de 2 halve cirkels waarop we ze

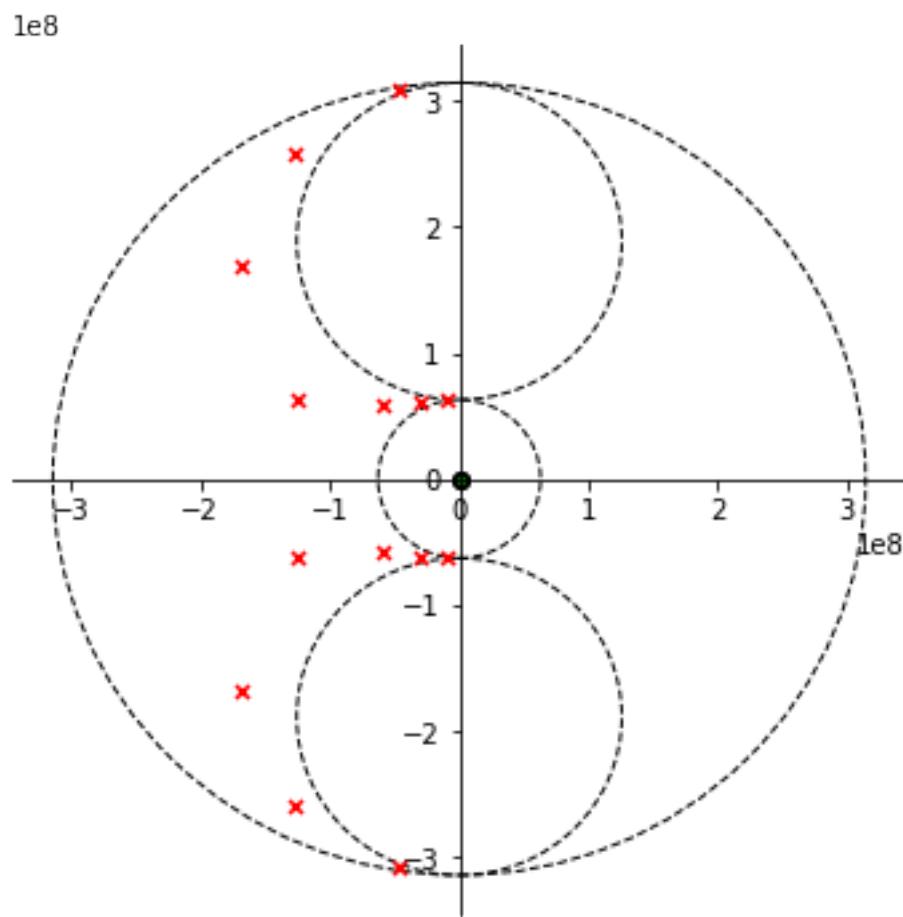


Fig. 5.19: polen van een 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter.

verwachten maar dat ze meer en meer getrokken worden in de richting van 2 andere cirkels namelijk de hoogdoorlaat van 10 MHz en de laagdoorlaat van 50 MHz.

Dit is wel een overdreven speciaal geval in de meeste gevallen is de bandbreedte B veel kleiner dan  $f_c$ , en dan lijkt het dat ze mooi op de kleine cirkel liggen. En dat is zeker goed als eerste benadering. Het is niet 100% exact. En dat is ook belangrijk als ingenieur om dat goed te weten.

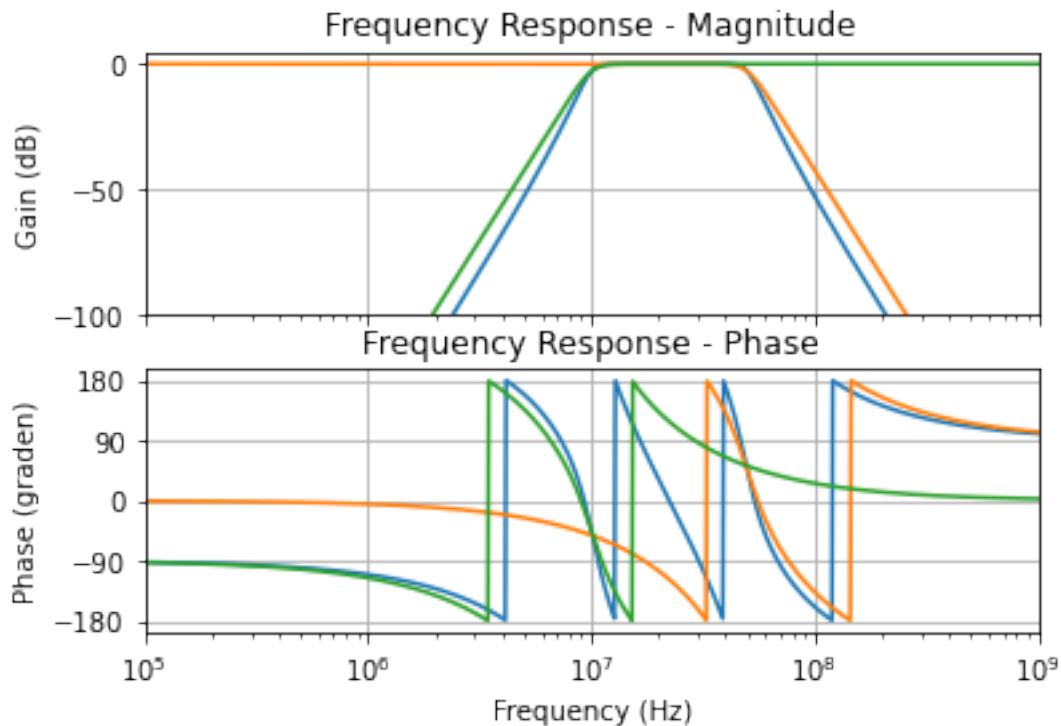


Fig. 5.20: Vergelijking tussen 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter en een opeenvolging van laagdoorlaatfilter en een hoogdoorlaatfilter.

#### 5.4.5 7de orde banddoorlaatfilter tussen 47 en 53 MHz

```
Veelterm coefficienten teller: M= 7
b[ 7 ] = 1.082225670413975e+53
b[ 6 ] = 0.0
b[ 5 ] = 0.0
b[ 4 ] = 0.0
b[ 3 ] = 0.0
b[ 2 ] = 0.0
b[ 1 ] = 0.0
b[ 0 ] = 0.0
Vuurterm coefficienten noemer: N= 14
a[ 14 ] = 1.0
a[ 13 ] = 169418270.77931747
a[ 12 ] = 7.027364430041076e+17
a[ 11 ] = 1.0074611841037228e+26
a[ 10 ] = 2.1017496540749808e+35
a[ 9 ] = 2.488471395316168e+43
a[ 8 ] = 3.4683129207221617e+52
a[ 7 ] = 3.2679992552874596e+60
a[ 6 ] = 3.4107645311434367e+69
```

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```
a[ 5 ] = 2.406576000783415e+77
a[ 4 ] = 1.998855398085796e+86
a[ 3 ] = 9.422413939327687e+93
a[ 2 ] = 6.463381596708082e+102
a[ 1 ] = 1.5323607880306775e+110
a[ 0 ] = 8.894760315452719e+118
```

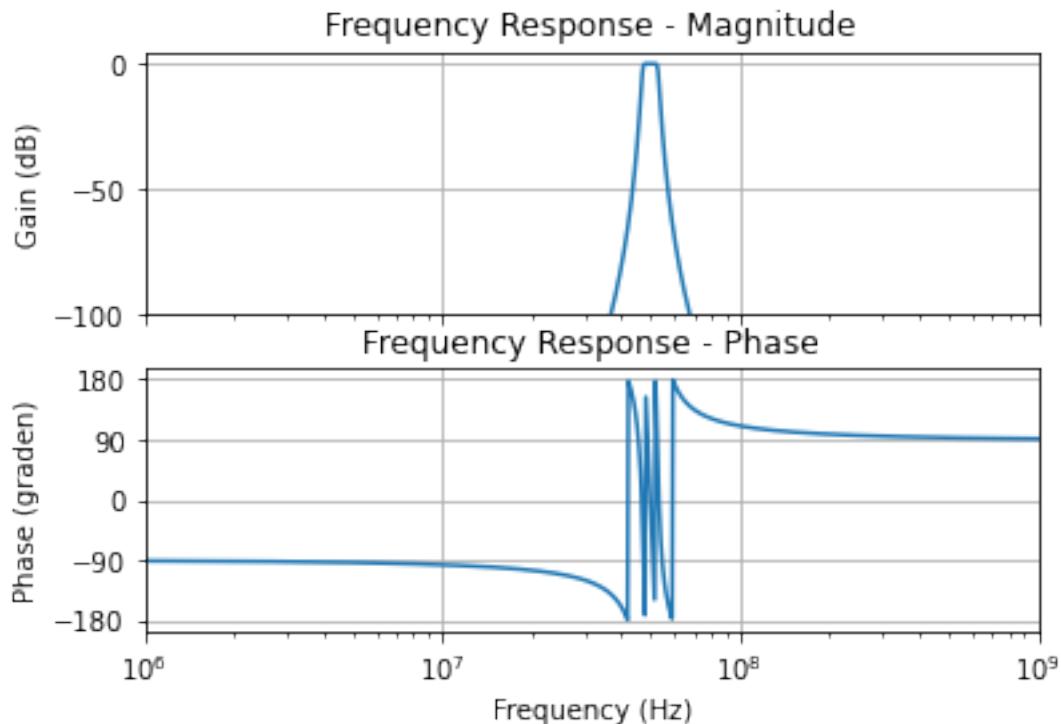


Fig. 5.21: Transfer functie van een 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter met beperkte bandbreedte.

Wanneer we de polen en de nullen plotten, bekomen we het volgende resultaat.

```
Lijst der nullen: M= 7
z[ 1 ] = 0j
z[ 2 ] = 0j
z[ 3 ] = 0j
z[ 4 ] = 0j
z[ 5 ] = 0j
z[ 6 ] = 0j
z[ 7 ] = 0j
Lijst der polen: N= 14
p[ 1 ] = (-3949021.641305336-295726397.242198j)
p[ 2 ] = (-11200424.836296545-298982612.7578789j)
p[ 3 ] = (-16539450.539423024-305061656.189032j)
p[ 4 ] = (-18849555.92153874-313026248.8897938j)
p[ 5 ] = (-16539450.539423024+305061656.189032j)
p[ 6 ] = (-11200424.836296545+298982612.7578789j)
p[ 7 ] = (-3949021.641305336+295726397.242198j)
p[ 8 ] = (-4439819.935339821+332480313.6424786j)
p[ 9 ] = (-12304586.93699407+328456965.2578802j)
p[ 10 ] = (-17426275.57876118+321418687.7969175j)
p[ 11 ] = (-18849555.92153874+313026248.8897938j)
p[ 12 ] = (-17426275.57876118-321418687.7969175j)
```

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```
p[ 13 ] = (-12304586.93699407-328456965.2578802j)
p[ 14 ] = (-4439819.935339821-332480313.6424786j)
```

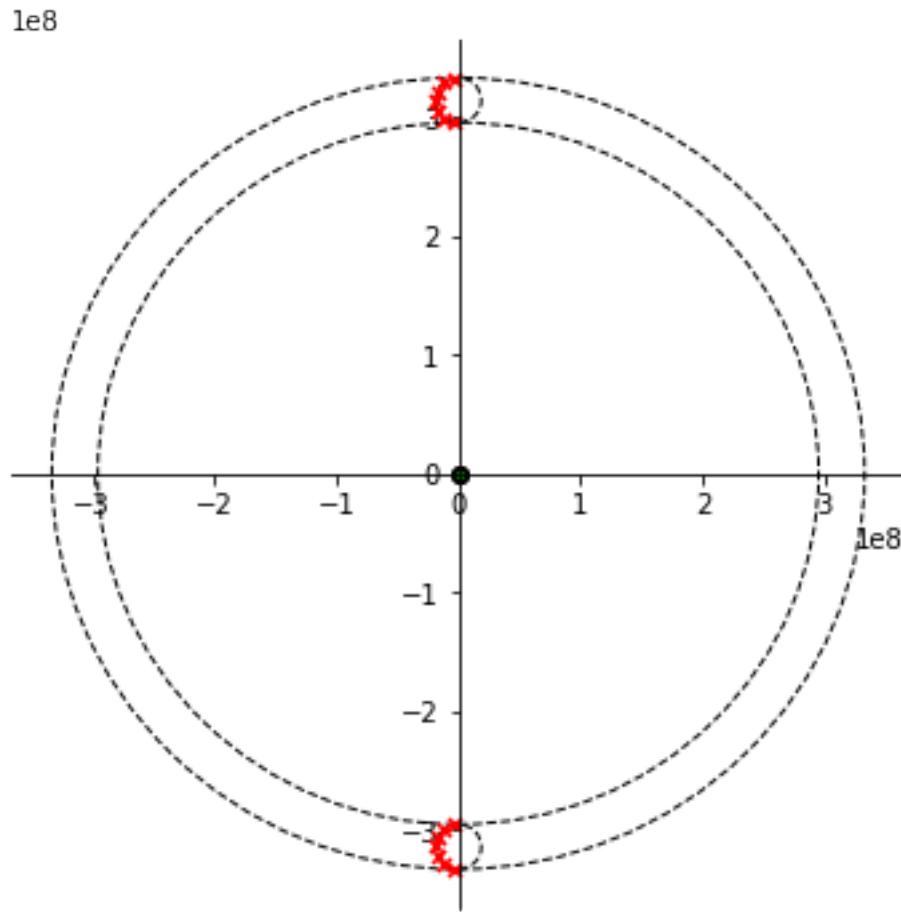


Fig. 5.22: Polen van een 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter met beperkte bandbreedte.

We merken op dat voor de heel nauwe banddoorlaat filters de polen wel op een cirkel liggen waarvan de straal overeenkomt met de bandbreedte van de filter. Het is ook zo dat het verschil tussen deze banddoorlaatfilter en een laagdoorlaatfilter gevuld door een hoogdoorlaatfilter nu wel enorm groot is. Dat zien we al op basis van de polen hierboven en ook op basis van de transferkarakteristieken hieronder.

## 5.5 Chebyshev filters

### 5.5.1 Chebyshev 40 MHz laagdoorlaatfilter van de 3de orde met 6dB maximale ripple

```
Veeletterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 2.298652790795694e+24
Veeletterm coefficienten noemer: N= 3
a[ 3 ] = 1.0
a[ 2 ] = 92822184.81844565
```

(Vervolgt op volgende pagina)

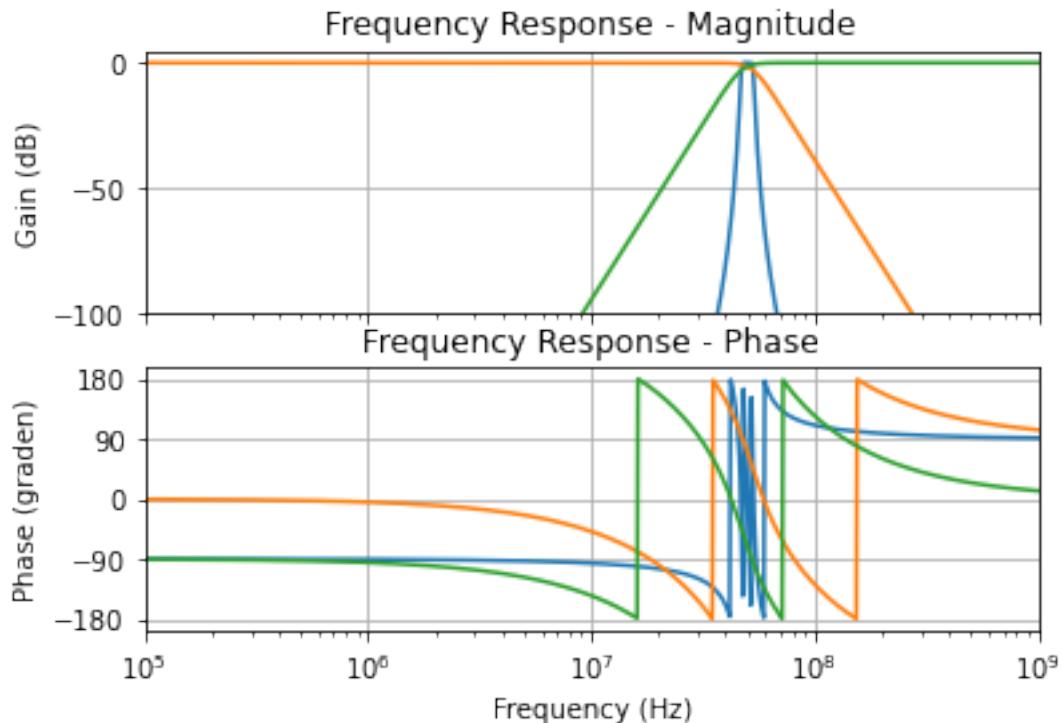


Fig. 5.23: Vergelijking tussen 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter (met beperkte bandbreedte) en een opeenvolging van laagdoorlaatfilter en een hoogdoorlaatfilter.

(Vervolg van vorige pagina)

```
a[ 1 ] = 5.168208012246375e+16
a[ 0 ] = 2.2986527907956946e+24
```

Aangezien de doorlaatband 6 dB is, is het interessant hierop eens in detail in te zoemen. Dit doen we aan de hand van de onderstaande figuur.

Bij een Chebyshev filter liggen de polen niet meer op een cirkel maar wel op een ellips. De onderstaande figuur geeft de ligging van deze polen aan.

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 3
p[ 1 ] = (-23205546.204611413+221335928.5095666j)
p[ 2 ] = (-46411092.40922282-0j)
p[ 3 ] = (-23205546.204611413-221335928.5095666j)
```

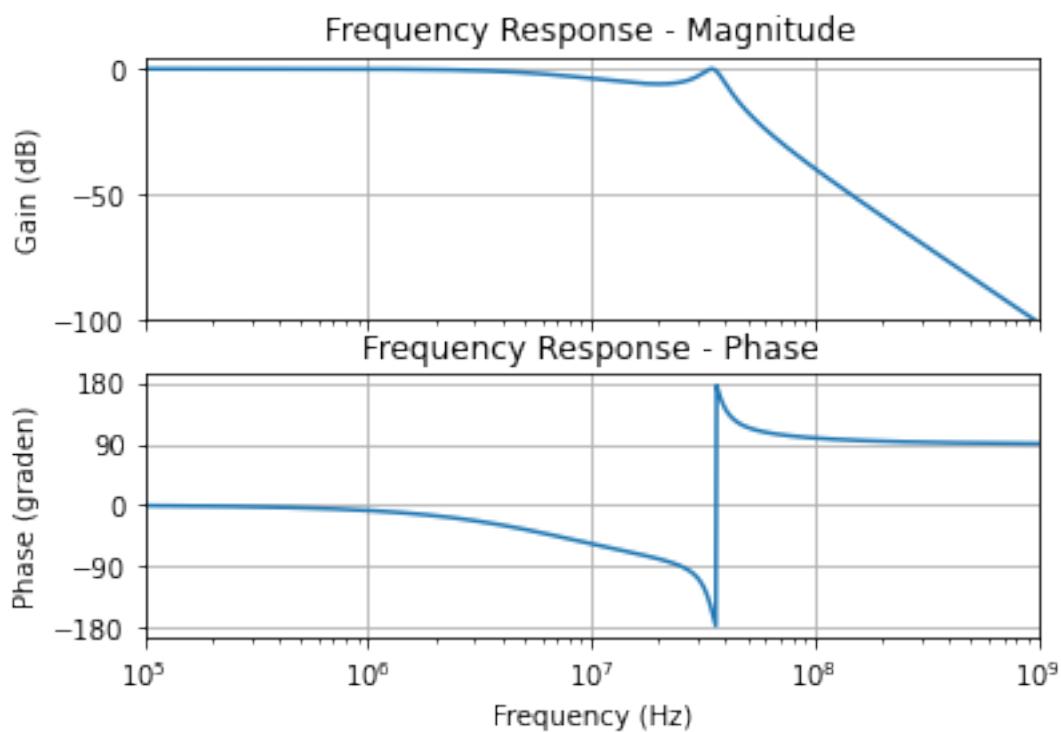


Fig. 5.24: 40 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de derde orde met een 6dB passband.

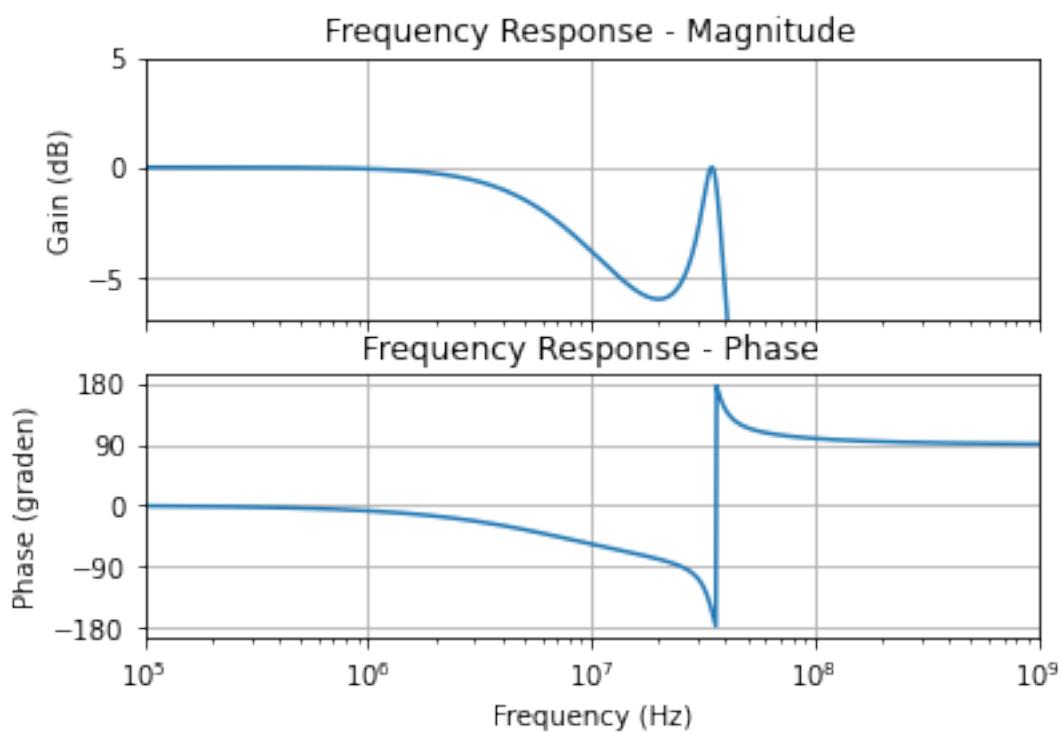


Fig. 5.25: detail van de 6dB passband van een 40 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de derde orde.

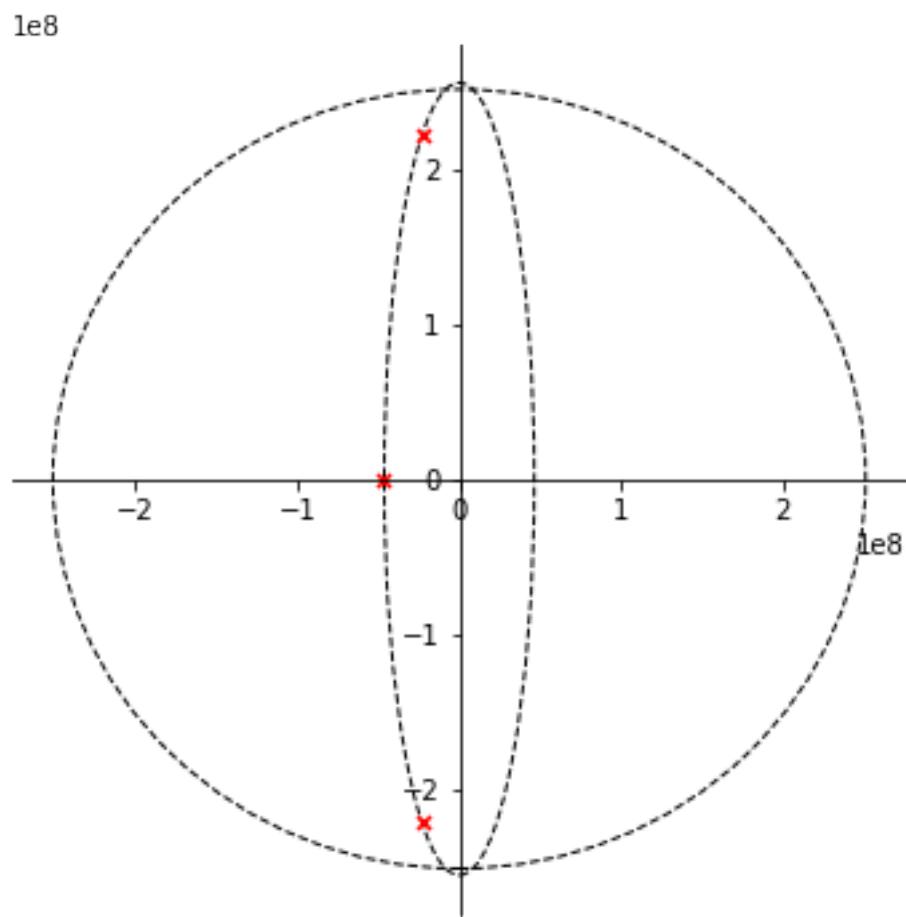


Fig. 5.26: ligging van de polen 40 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de derde orde met een 6dB passband.

### 5.5.2 Chebyshev 120 MHz laagdoorlaatfilter van de 8de orde met 2dB maximale ripple

```
Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 1.0669416336250132e+69
Veelterm coefficienten noemer: N= 8
a[ 8 ] = 1.0
a[ 7 ] = 524820305.9616953
a[ 6 ] = 1.2746966037803576e+18
a[ 5 ] = 5.1937707944741785e+26
a[ 4 ] = 5.104888759746549e+35
a[ 3 ] = 1.45769782715832e+44
a[ 2 ] = 6.590270478283454e+52
a[ 1 ] = 1.0103634193419598e+61
a[ 0 ] = 1.3431999354717115e+69
```

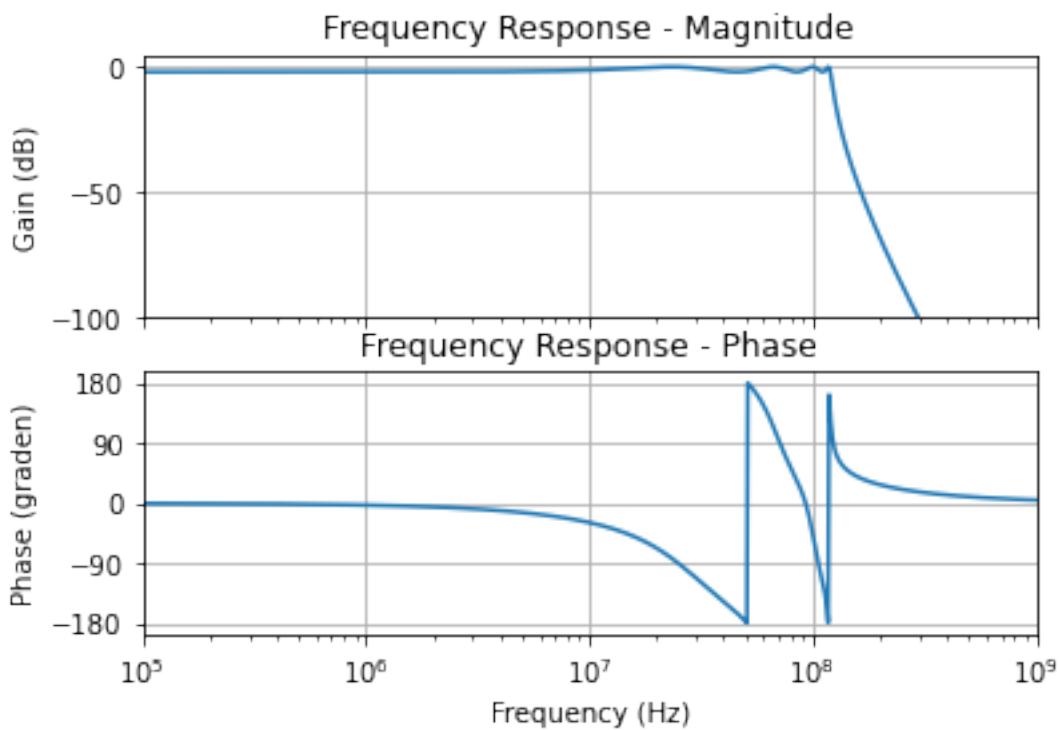


Fig. 5.27: 120 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de 8ste orde met een 2dB passband.

Ook voor de 8ste orde gaan we inzoomen op de doorlaatband. Hier vinden we dan ook een rimpel van 2 dB met 8 extremen terug.

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 8
p[ 1 ] = (-19974783.518686887+746281824.2305412j)
p[ 2 ] = (-56883370.83720408+632667181.5530242j)
p[ 3 ] = (-85131980.59479763+422734695.6263414j)
p[ 4 ] = (-100420018.03015907+148444684.39010677j)
p[ 5 ] = (-100420018.03015907-148444684.39010677j)
p[ 6 ] = (-85131980.59479763-422734695.6263414j)
p[ 7 ] = (-56883370.83720408-632667181.5530242j)
p[ 8 ] = (-19974783.518686887-746281824.2305412j)
```

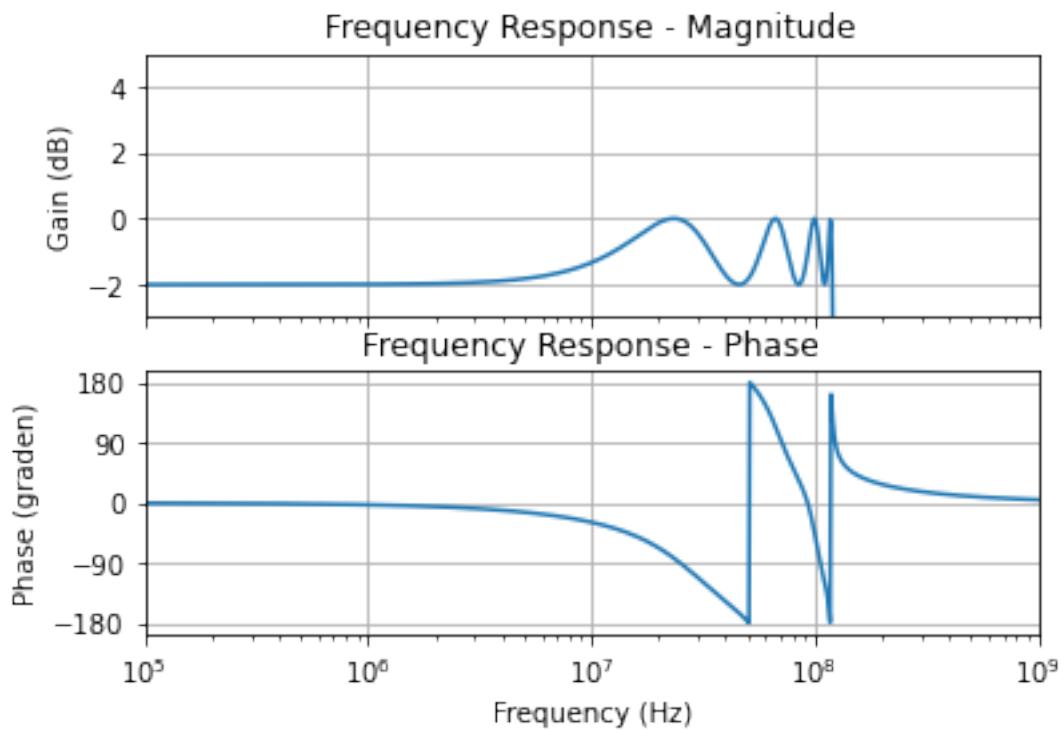


Fig. 5.28: detail van de 2dB passband van de 120 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de 8ste orde.

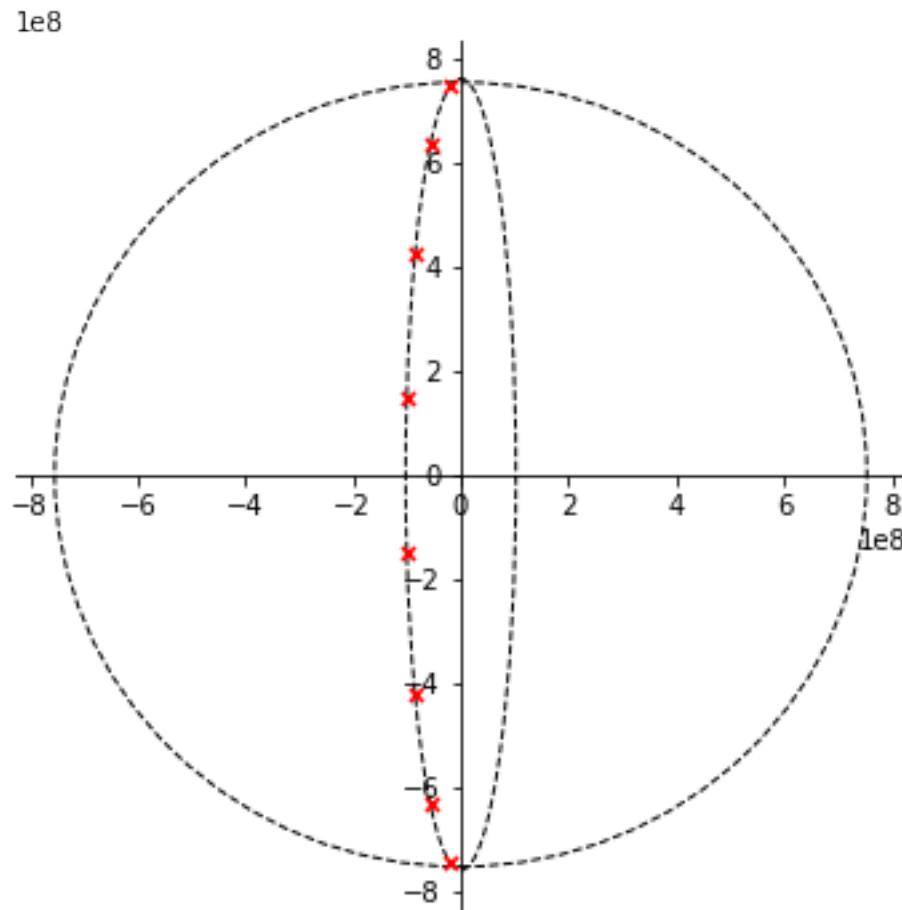


Fig. 5.29: ligging van de polen 120 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de 8ste orde met een 2dB passband.

Wanneer we de Butterworth met Chebychev vergelijken merken we dat hoe meer passband we toelaten, hoe stijler flank is aan het einde van de doorlaatband. Dit is dan ook het belangrijke ontwerpcompromis.

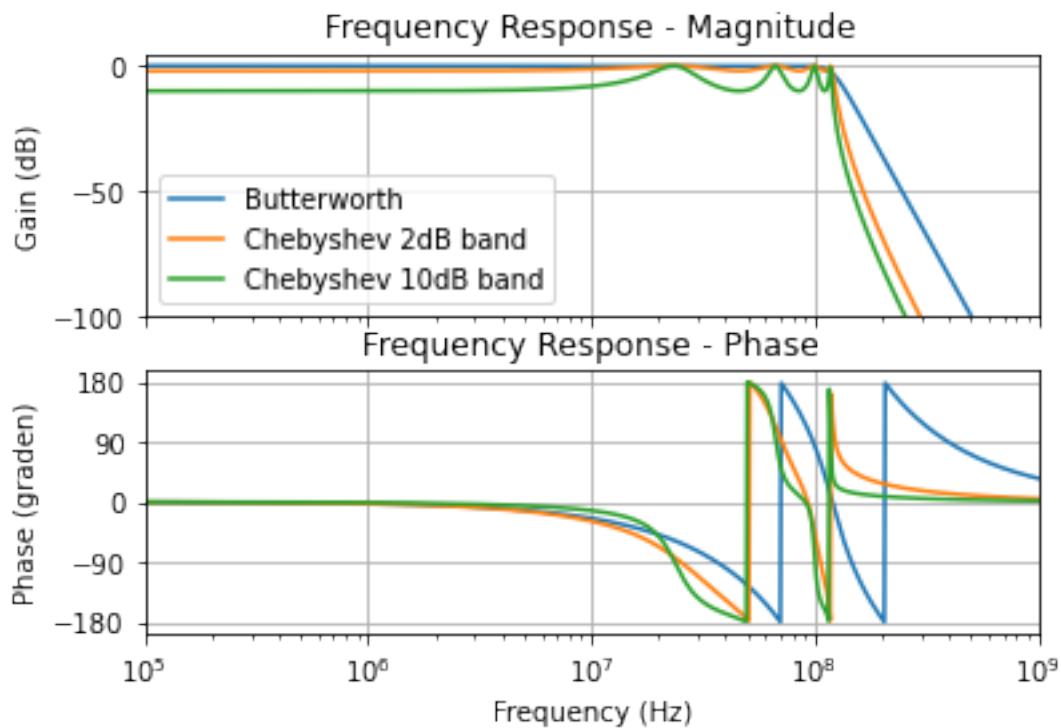


Fig. 5.30: vergelijking Butterworth en Chebyshev laagdoorlaatfilters van de 8ste orde.

### 5.5.3 Chebyshev 30 MHz laagdoorlaatfilter van de 2de orde met 6dB maximale ripple

```
Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 1.780752121671573e+16
Veelterm coefficienten noemer: N= 2
a[ 2 ] = 1.0
a[ 1 ] = 121560720.41014235
a[ 0 ] = 2.5153792295277244e+16
```

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 2
p[ 1 ] = (-60780360.20507117+146490750.93199244j)
p[ 2 ] = (-60780360.20507117-146490750.93199244j)
```

We kunnen deze 2de orde laagdoorlaatfilter ook maken met een Sallen en Key circuit als aangegeven in Fig. 5.7. we merken op dat de frequentie waarop dit circuit gaat afsnijden een stuk lager is dan de frequentie van het overeenkomende Butterworth circuit. De juiste afsnijfrequentie kunnen we uitrekenen op basis van de polen en deze is:

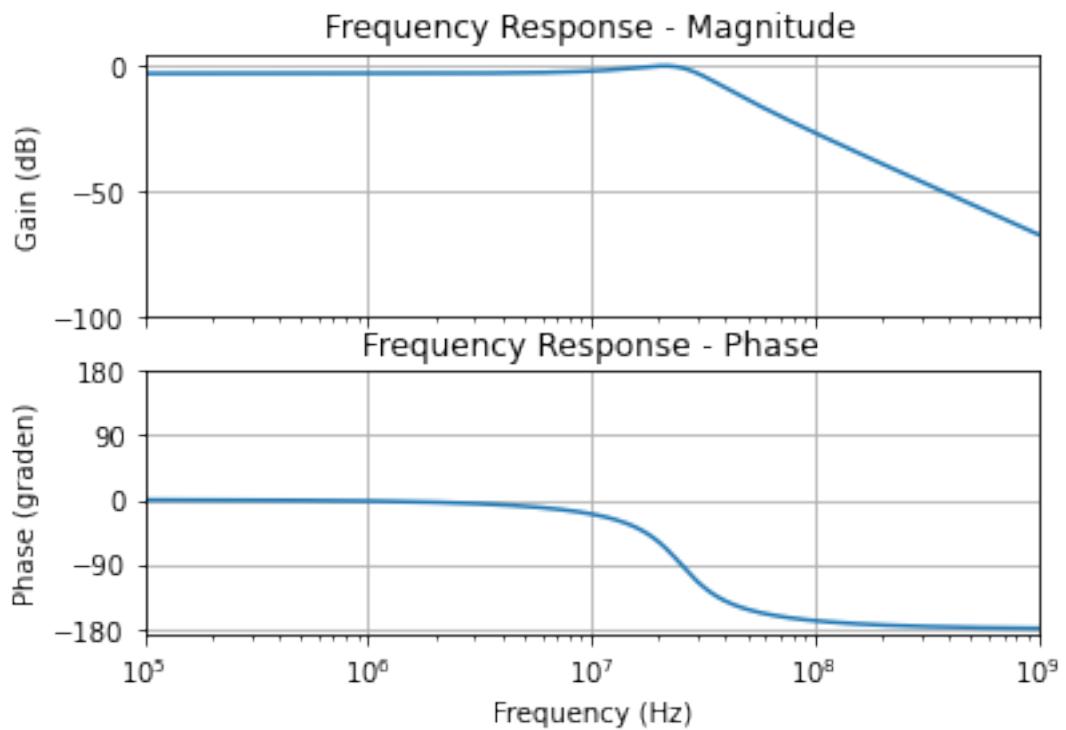


Fig. 5.31: Transferfunctie van de Chebyshev 30 MHz laagdoorlaatfilter van de 2de orde.

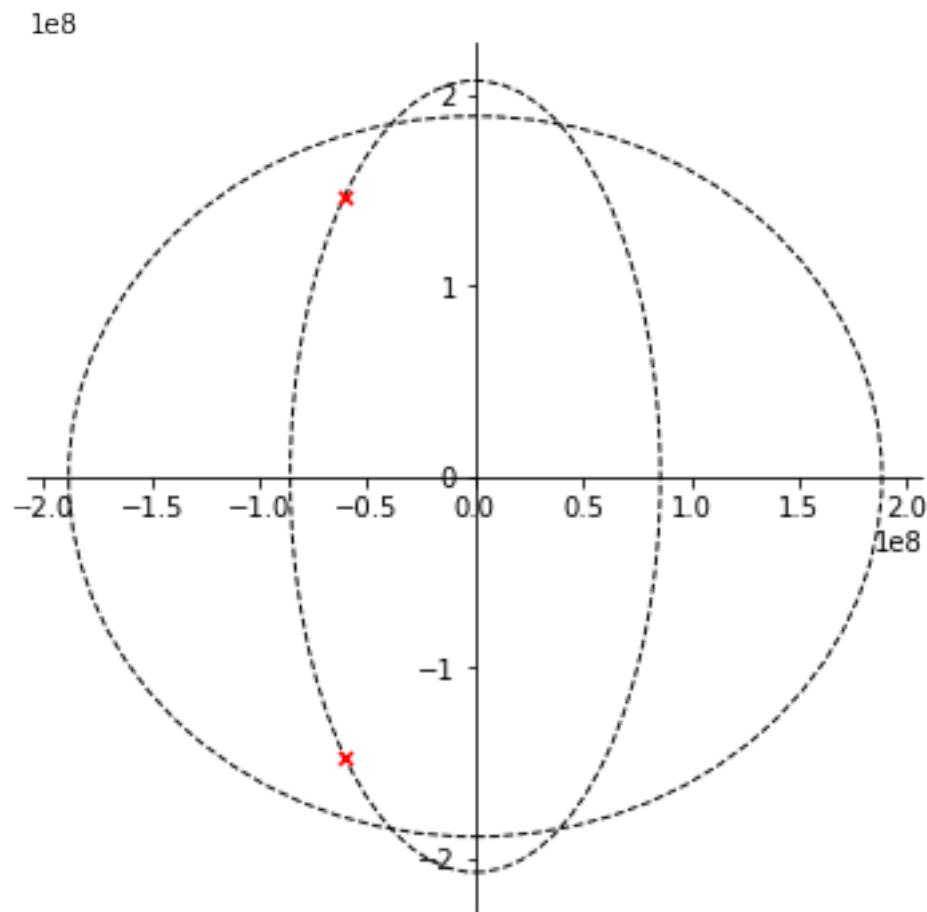


Fig. 5.32: Ligging van de polen van de Chebyshev 30 MHz laagdoorlaatfilter van de 2de orde.

25241889.828472663

Dit is dus afgerond iets in de buurt van 25 MHz. Van de andere kant gaat de hoek dat de polen maken met de x-as een stuk groter gaan zijn dan de 45 graden bij Butterworth. Ook dit kunnen we uitrekenen op basis van de polen en we komen hiervoor de volgende waarde uit:

67.46598822997034

Als een gevolg van deze hoek van 67 graden, zullen we als ratio tussen de 2 weerstanden  $R_1$  en  $R_2$  van het Sallen en Key circuit uit Fig. 5.7 een k-factor hebben die gelijk is aan:

1.23353640830558

## 5.6 Bessel Thomson filters

In dit vak zullen we de Bessel Thomson filters steeds met de computer uitrekenen. Hieronder vind je de berekening van de coëfficiënten van de transfer functie een 2de orde Bessel Thomson hoogdoorlaatfilter met afsnijfrequentie op 1 kHz.

In Fig. 5.33 zie je dan vervolgens de plot van de transferkarakteristiek een 2de orde Bessel Thomson hoogdoorlaatfilter

```
Veelterm coëfficiënten teller: M= 2
b[ 2 ] = 1.0
b[ 1 ] = 0.0
b[ 0 ] = 0.0
Veelterm coëfficiënten noemer: N= 2
a[ 2 ] = 1.0
a[ 1 ] = 10882.796185405305
a[ 0 ] = 39478417.60435742
```

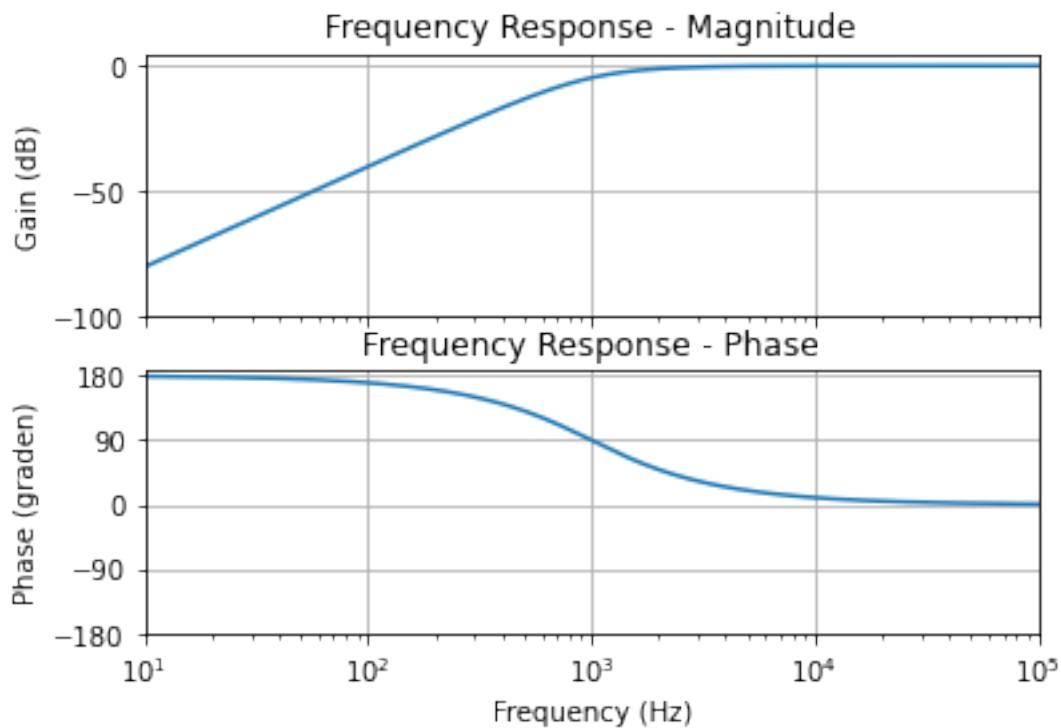


Fig. 5.33: Transfer functie van een Bessel Thomson hoogdoorlaatfilter met afsnijfrequentie op 1 kHz.

### 5.6.1 Analyse van deze coëfficiënten

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \frac{\omega_c}{Q} \text{ met } Q = 0.57735$$

$$a_2 = \omega_c^2$$

## 5.7 Toleranties

Zoals het in toleranties aangegeven is, is het heel erg belangrijk rekening te houden met de toleranties van de componenten die we hebben.

```
<IPython.core.display.HTML object>
```

```
<IPython.core.display.HTML object>
```

```
<IPython.core.display.Javascript object>
```

# **Deel IV**

## **transmissielijnen**

# HOOFDSTUK 6

## Transmissie lijnen

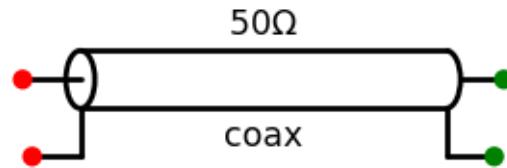


Fig. 6.1: Netwerk model van een 50 Ohm transmissielijn.

### 6.1 Transmissie lijn model

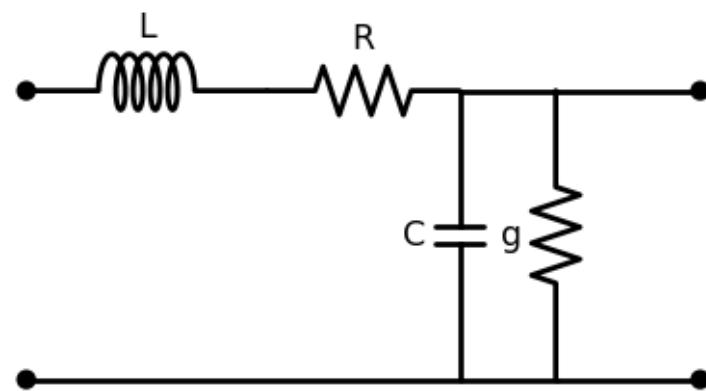


Fig. 6.2: Kleinsignaal model van een kort stuk

$$Z_o = \sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + g}}$$

waarbij L de inductantie per eenheid lengte is, C de capaciteit per eenheid lengte is, R de weerstand van de geleider en g de lekgeleidbaarheid van het dielectricum.

In het beste geval is de weerstand van de geleider nul ( $R=0$ ) en de lek ook nul ( $g=0$ ).  $Z_o$  wordt dan

$$Z_o \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

## 6.2 Coax kabel

Fig. 6.3 toont de doorsnede van een coax kabel met daarop de belangrijkste parameters voor het bepalen van de C per eenheid lengte en de L per eenheid lengte.

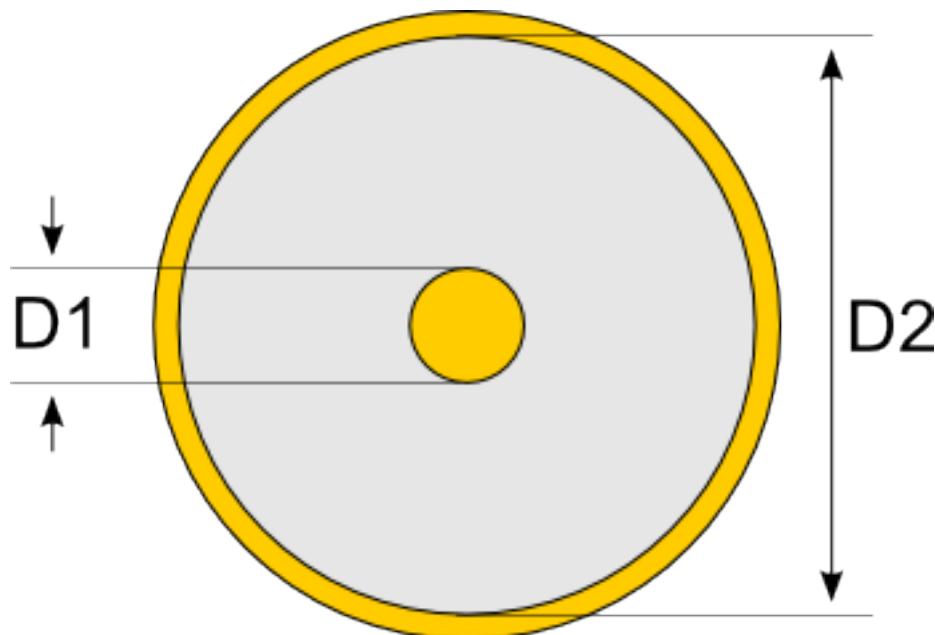


Fig. 6.3: Schematische cross-section van een coax kabel met de aanduiding van de belangrijkste parameters

Voor een typische **coax-kabel** met binnendiameter 1.2 mm en buiten diameter 2.8 mm bekomen we de volgende parameters:

$R = 0.09886 \text{ ohms/m}$
$L = 169.46 \text{ nH/m}$
$G = 7.416 \text{ S/m}$
$C = 65.63 \text{ pF/m}$
$Z_o = 50.81 \text{ Ohm}$

Het verloop van de karakteristieke impedantie ziet er voor deze coax kabel uit als aangegeven in Fig. 6.4

Uit Fig. 6.4 merken we dat bij lage frequenties deze karakteristieke impedantie in belangrijke mate verschilt van 50 Ohm. De negatieve fase geeft aan dat bij lage frequenties de lijn zich capacitief gedraagt.

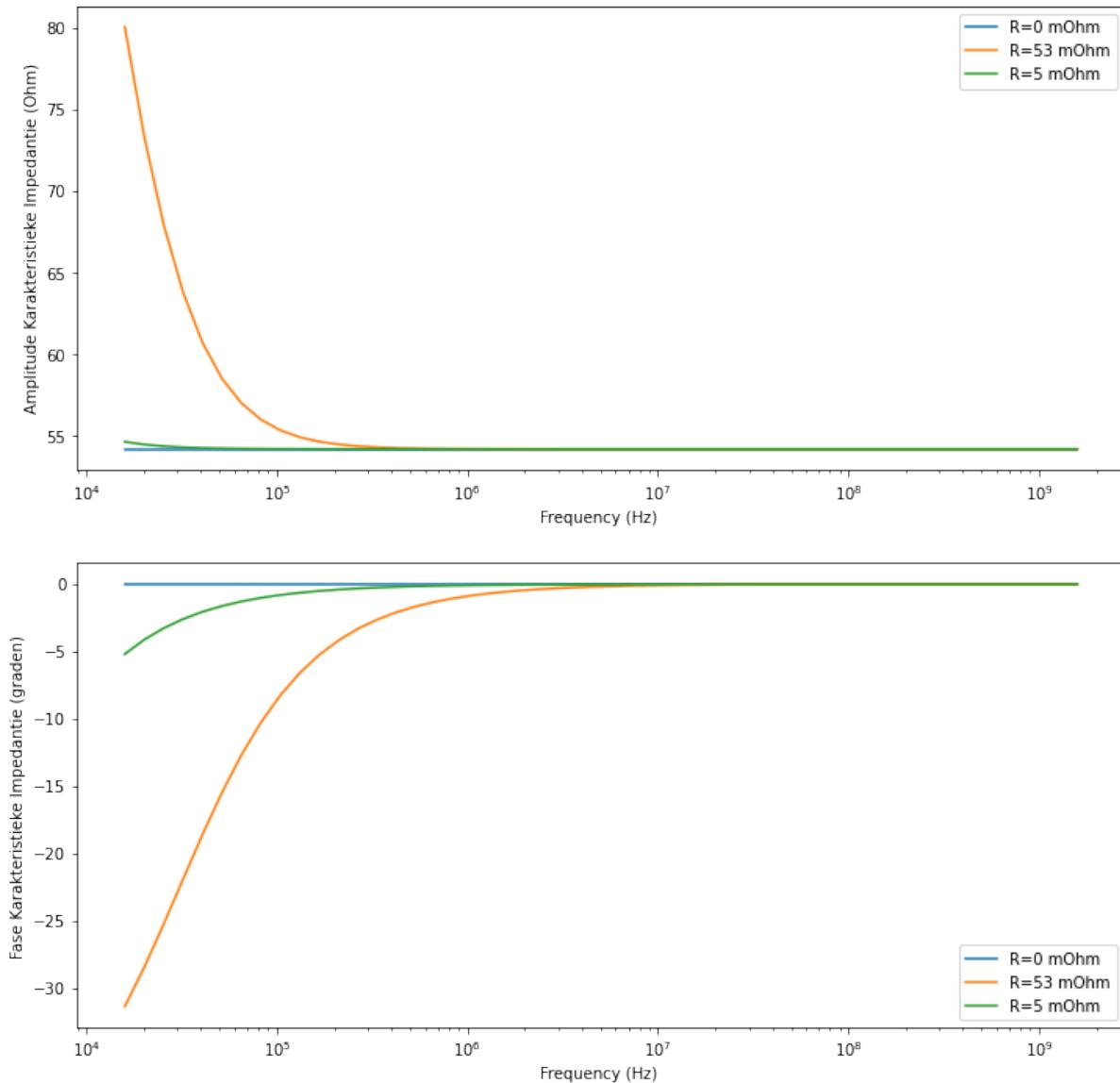


Fig. 6.4: Verloop van de karakteristieke impedantie van een RG-58 coax als functie van de frequentie.

## 6.3 Twisted pair kabel

Fig. 6.5 toont de doorsnede van een twisted pair kabel met daarop de belangrijkste parameters voor het bepalen van de C per eenheid lengte en de L per eenheid lengte.

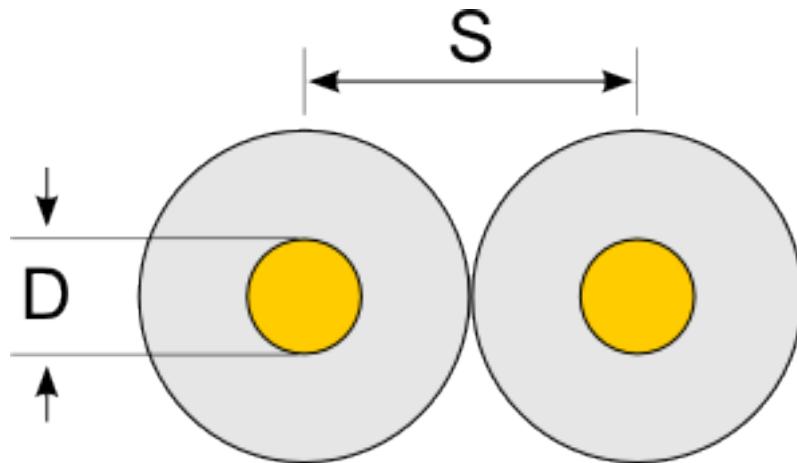


Fig. 6.5: Schematische cross-section van een twisted pair kabel met de aanduiding van de belangrijkste parameters

## 6.4 striplijn

### 6.5 Microstriplijn

De relevante parameters hier zijn de breedte van het baantje ( $w$ ) en de dikte van het dielectricum ( $h$ ). Natuurlijk speelt de relatieve permitiviteit van het dielectricum ( $\epsilon_r$ ) ook mee.

Een voorbeeld:

We willen een 50 Ohm transmissielijn bekomen voor een 2.4 GHz signaal op een PCB waarvan de relatieve permitiviteit van het dielectricum  $\epsilon_r=4.6$ . De dikte van het dielectricum is 1/16 inch

Breedte van het baantje  $w = 2.931e+00$  mm, Rel. perm:  $\epsilon_{eff} = 3.460$   
Breedte van het baantje  $w = 1.154e+02$  mils (vaak voorkomende PCB eenheid)

-----  
Weerstand per eenheid lengte:  $R' = 0$  ohms/m  
Inductantie per eenheid lengte:  $L' = 3.100e+02$  nH/m  
lek geleidbaarheid per eenheid lengte:  $G' = 0$  S/n  
Capaciteit per eenheid lengte:  $C' = 1.240e+02$  pF/m

-----  
Golflengte in de vrije ruimte:  $\lambda = 1.250e+01$  cm  
Golflengte in het medium (guide):  $\lambda_g = 6.720e+00$  cm

Quart golflengte bij 2.4 GHz = 1.680 cm

Breedte van het baantje  $w = 1.884e+00$  mm, Rel. perm:  $\epsilon_{eff} = 3.338$   
Breedte van het baantje  $w = 7.418e+01$  mils (vaak voorkomende PCB eenheid)

-----  
Weerstand per eenheid lengte:  $R' = 0$  ohms/m  
Inductantie per eenheid lengte:  $L' = 3.898e+02$  nH/m  
lek geleidbaarheid per eenheid lengte:  $G' = 0$  S/n

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

Capaciteit per eenheid lengte:  $C' = 9.516e+01 \text{ pF/m}$ Golflengte in de vrije ruimte:  $\lambda = 6.000e+01 \text{ cm}$ Golflengte in het medium (guide):  $\lambda_g = 3.284e+01 \text{ cm}$ 

## 6.6 Microstrip Analyse Plots

We vergelijken 3 types: Micro-fiber PTFE, FR4, en Ceramisch-gevulde PTFE voor een aantal waarden van  $w/h$ .

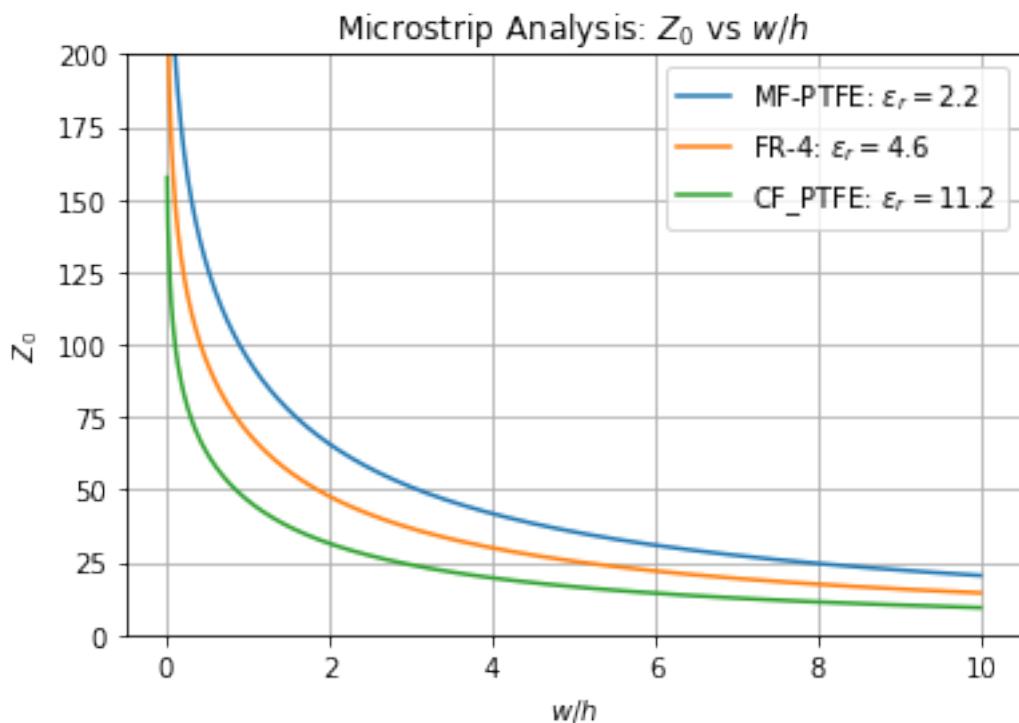


Fig. 6.6: Verloop van de karakteristieke impedantie van een microstriplijn als functie van de dimmensies.

## 6.7 Microstrip Design Plots

Voor het design doen we eigenlijk het omgekeerde van de analyse: we vertrekken van een gevraagde  $Z_o$  en we rekenen uit wat de  $w$  en  $h$  moeten zijn om dit te bekomen. We vergelijken 3 types: Micro-fiber PTFE, FR4, en Ceramisch-gevulde PTFE voor een aantal waarden van  $w/h$ .

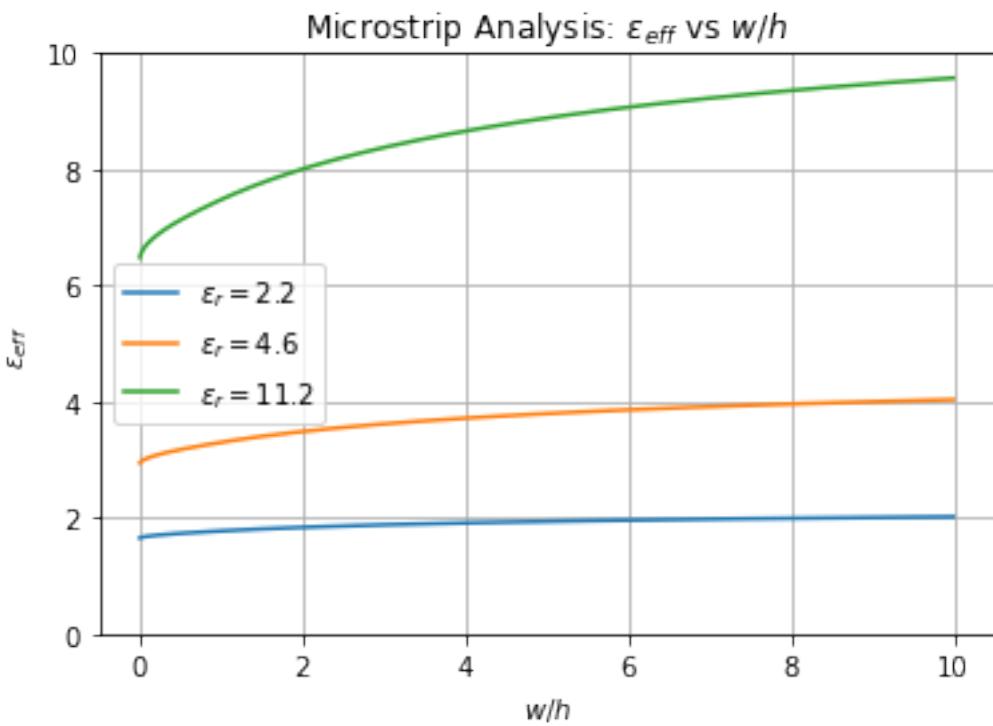


Fig. 6.7: Verloop van de dielectrische constante van een microstriplijn als functie van de dimmensen.

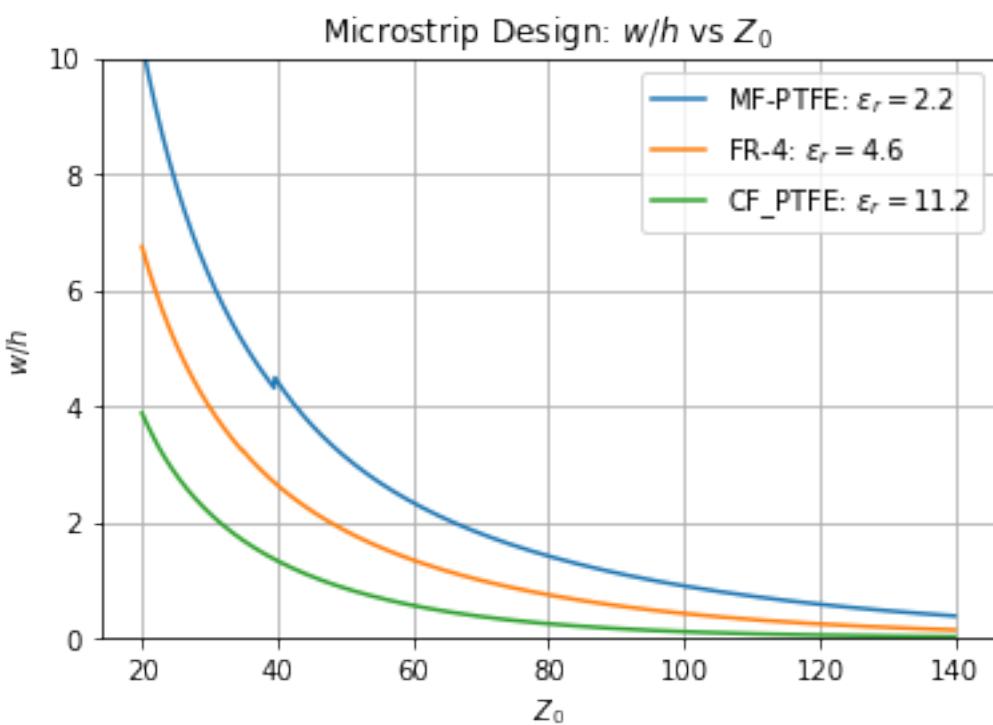


Fig. 6.8: dimmensen om de vereiste karakteristieke impedantie van een microstriplijn te bekomen.

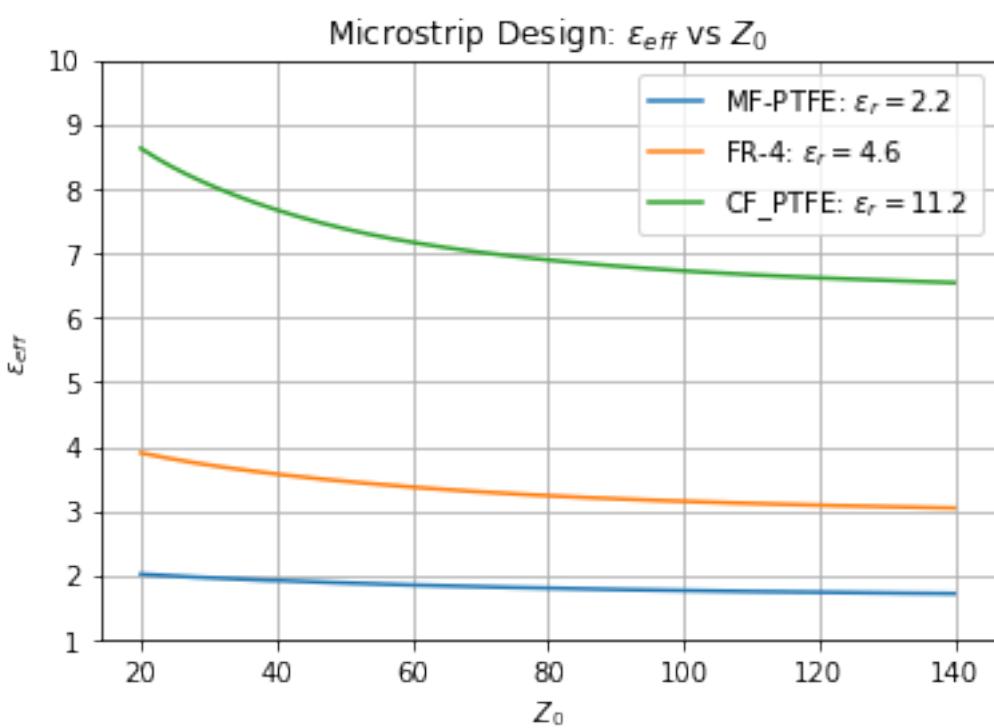


Fig. 6.9: De relatie tussen effectieve dielectrische constante en karakteristieke impedantie.

# HOOFDSTUK 7

## Reflecties

### 7.1 Uitwerken van een ladderdiagram

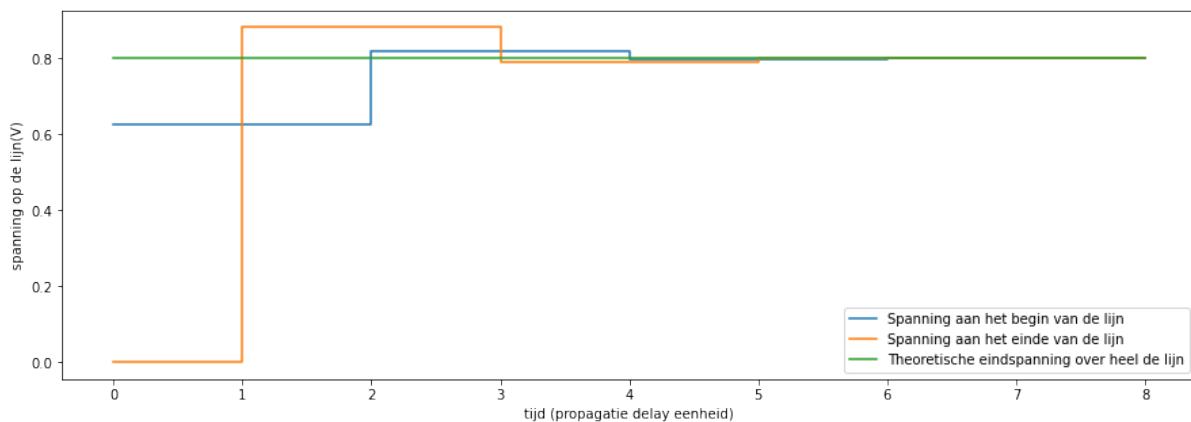


Fig. 7.1: Verloop van een 1V positieve puls op een 50 Ohm transmissielijn met een terminatieweerstand van 120 Ohm. De bronweerstand is 30 Ohm.

We kunnen het theoretisch ladderdiagramma ook uitwerken voor een praktische propagatievertraging van 1.5ns en een pulse gestuurd door een IC van met een voedingsspanning op de uitgangsbuffers van 3.3 V. De aan-weerstand van de uitgangsbuffers is 10 Ohm (de aanweerstand van de pMOS) en de terminatieweerstand van de lijn is 25 Ohm. In dat geval verloopt de stijgende puls theoretisch zoals in Fig. 7.2

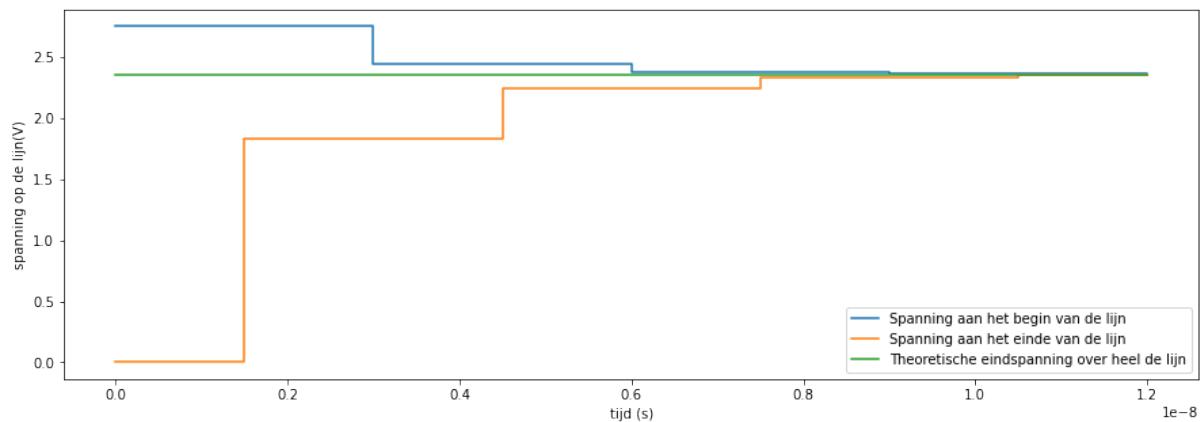


Fig. 7.2: Verloop van een 3.3V positieve puls op een 50 Ohm transmissielijn met een terminatieweerstand van 25 Ohm. De bronweerstand is 10 Ohm.

# HOOFDSTUK 8

## Smith kaart

### 8.1 Wat is een Smith kaart?

Een Smith kaart is een voorstelling van een complexe impedantie of admittantie, die normaal steeds een positief reel deel heeft en ook een imaginair deel heeft dat zowel positief als negatief kan zijn. In een Smith kaart worden al deze impedanties of admittanties voorgesteld door een punt op een cirkel. Dit heeft als voordeel dat wanneer we ons verplaatsen langs een transmissielijn zonder verliezen, dat het punt dat deze impedantie of admittantie voorstelt ronddraait rond de oorsprong.

De klassieke voorstelling van een Smith kaart vinden we terug in Fig. 8.1

### 8.2 Smith Kaart Oefening 1

#### 8.2.1 Oefening 1

Pas aan de hand van een Smith kaart om een antenne van 128 Ohm aan aan een striplijn printbaan van 50 Ohm voor een frequentie van 1.2 GHz ( $\lambda = 12.5 \text{ cm}$ ;  $\epsilon_r = 4$ ). Doe dit door een condensator in parallel op de 50 Ohm lijn te plaatsen. Waar moet deze condensator staan en hoe groot moet deze zijn? Wanneer 250 mW naar deze antenne gestuurd wordt, hoe groot is dan de maximale spanning aan de voet van de antenne? Hoe groot is de maximale spanning op de plaats waar de condensator is aangesloten?

##### deel A: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

Om uiteindelijk een impedantie van 50 Ohm te bekomen, moet de parallel schakeling van het laatste stuk van de coax kabel met de bij te plaatsen condensator een uiteindelijke admittantie van 20 mS opleveren.

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.56$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

Echter de cirkels van constante admittantie staan niet op de klassieke Smith kaart, aangezien deze dan veel te druk wordt. Maar we weten dat deze cirkels steeds het spiegelbeeld zijn van de cirkels van constante impedantie. We

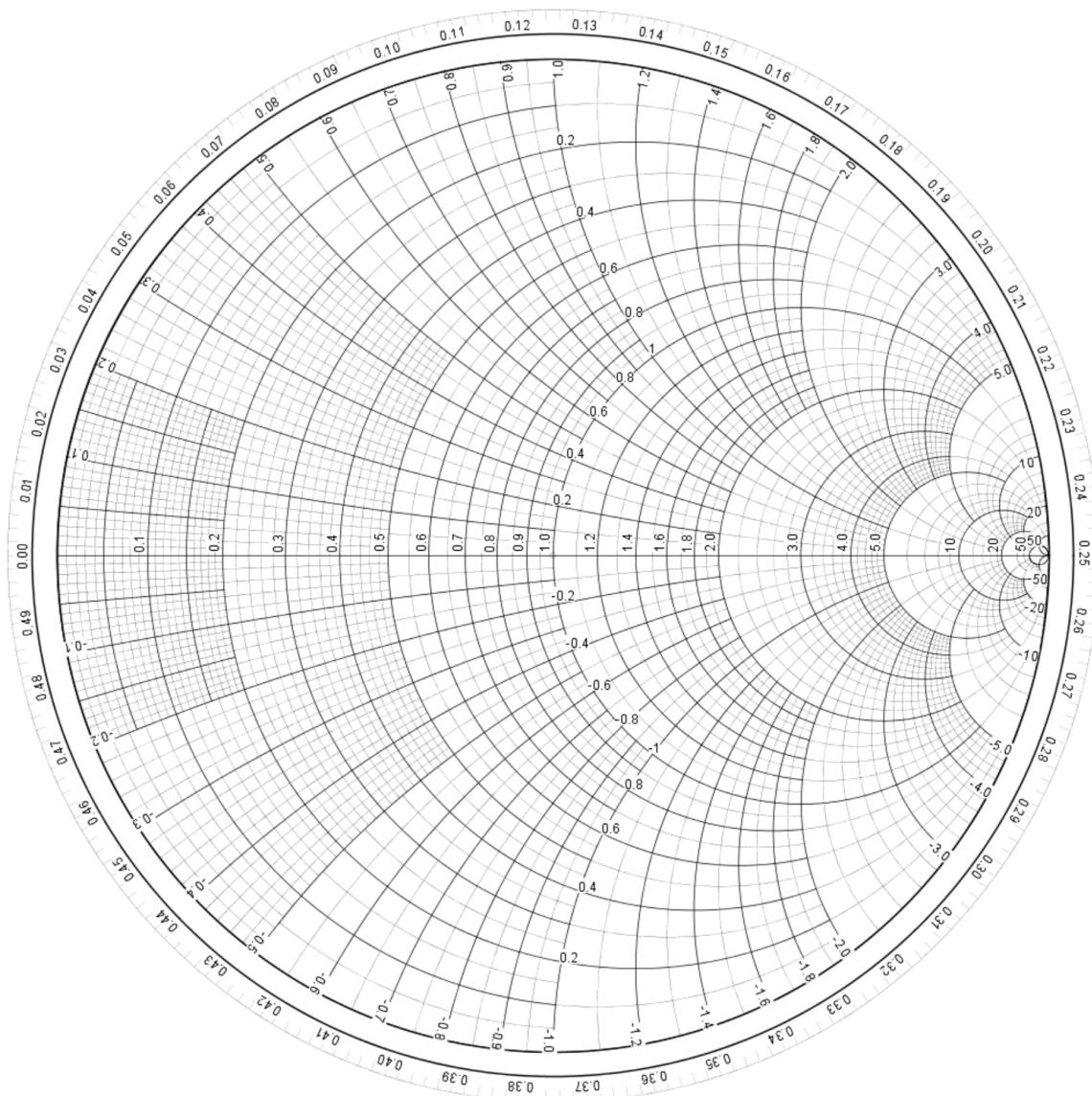


Fig. 8.1: Klassieke voorstelling van de Smith kaart

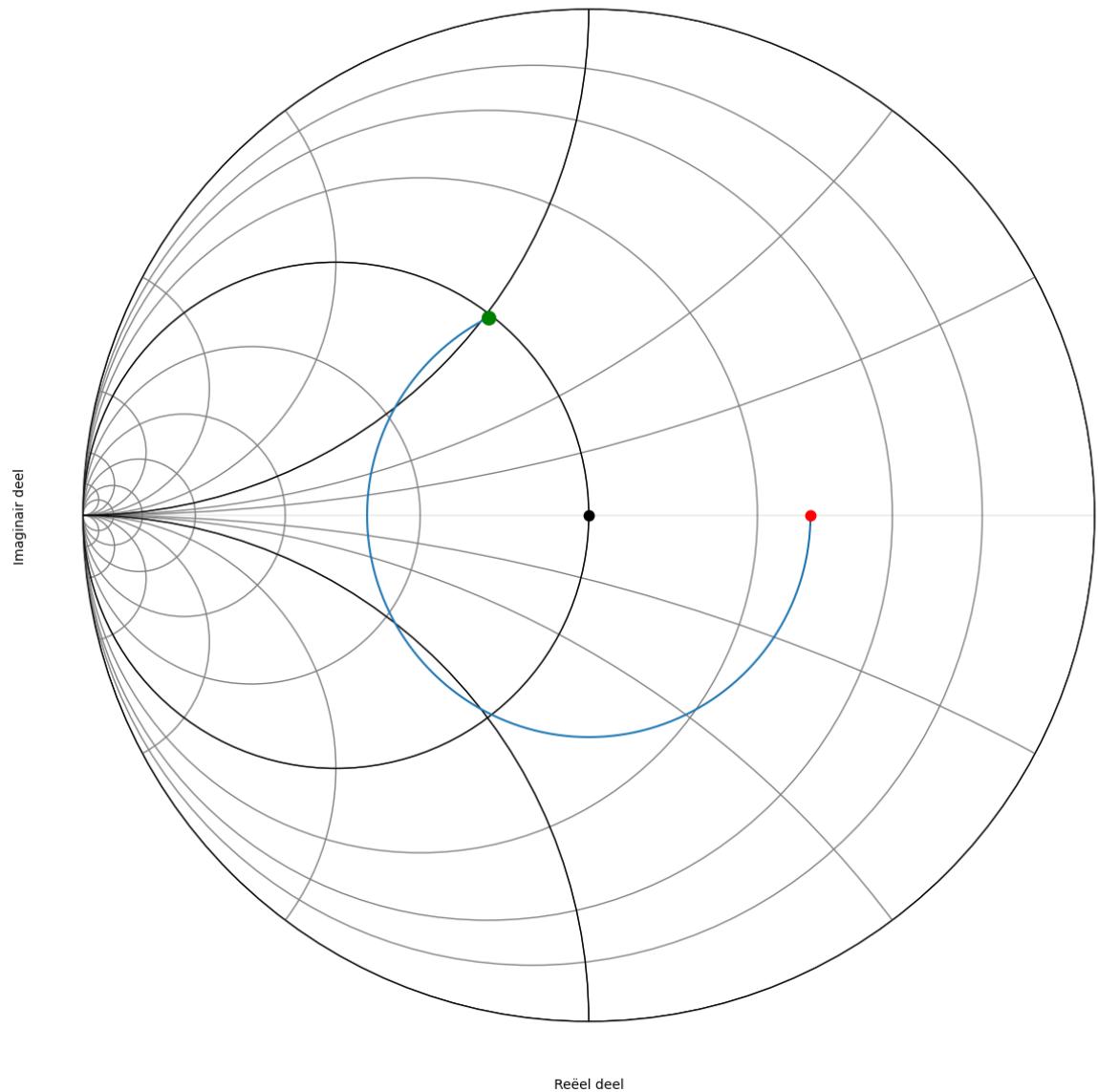


Fig. 8.2: Smith kaart van de impedantie  $Z$  waarop de cirkels van constant reeel en imaginair van de admittantie aangegeven zijn.

kunnen dan ook als vertrekpunt het spiegelbeeld nemen van de cirkel uit Fig. 8.2. Het resultaat zien we in Fig. 8.3. Fig. 8.4 toont dezelfde grafiek zonder de achtergrond.

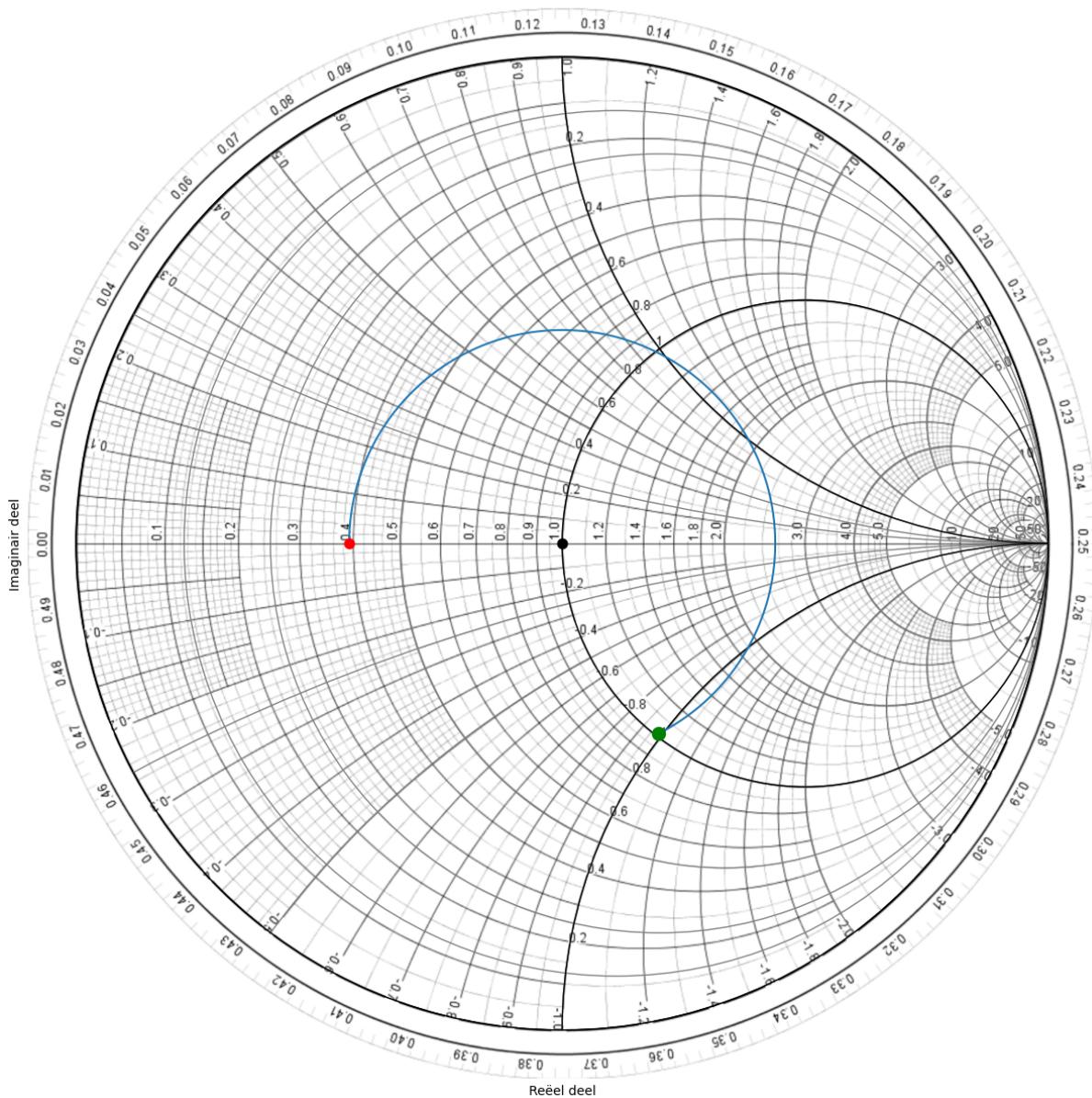


Fig. 8.3: Smith kaart van de admittantie waarop de cirkels van constant reeel en imaginair van de admittantie aangegeven zijn.

Manueel lezen we op de Smith kaart een waarde af van  $y \approx 1+1j$ . Als we dat dan herrekenen met de karakteristieke admittantie (20 mS) van de lijn bekomen we:  $Y= 20 \text{ mS} + 20 j \text{ mS}$ .

Met de code kunnen we dat veel nauwkeuriger doen. De tabel hieronder geeft aan voor de verschillende hoeken op de cirkel wel waarde van de admittantie we bekomen.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
242	$Y= 20.70-19.83j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm
243	$Y= 20.35-19.67j \text{ mS}$	lengte=4.22 cm
244	$Y= 20.00-19.50j \text{ mS}$	lengte=4.24 cm

(Vervolgt op volgende pagina)

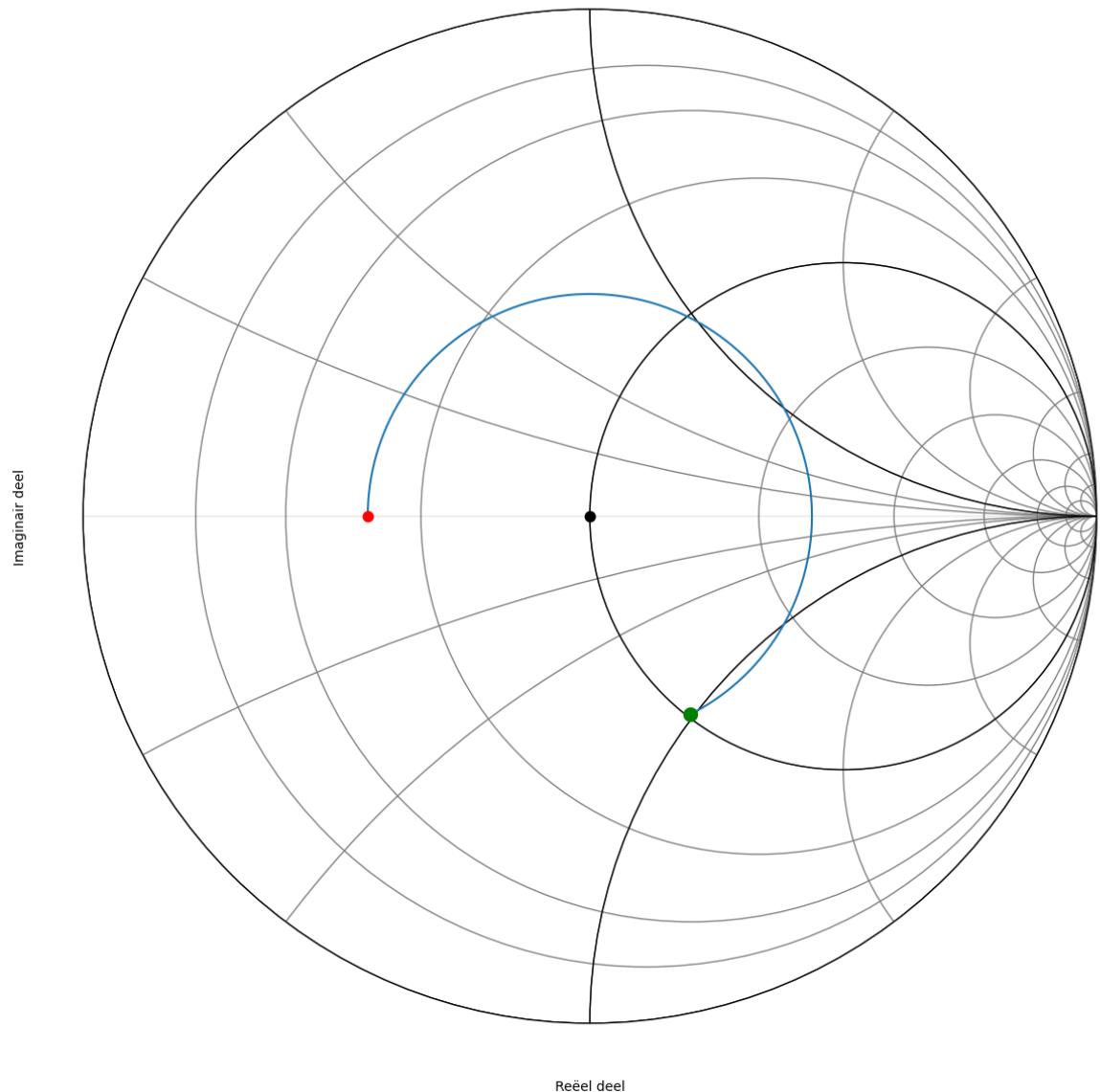


Fig. 8.4: Smith kaart van de admittantie waarop de cirkels van constant reeel en imaginair van de admittantie aangegeven zijn (summiere weergave).

(Vervolg van vorige pagina)

245	$\text{Y} = 19.67 - 19.33j \text{ mS}$	$\text{lengte} = 4.25 \text{ cm}$
246	$\text{Y} = 19.34 - 19.16j \text{ mS}$	$\text{lengte} = 4.27 \text{ cm}$

$$j\omega C = 0.0195j$$

$$C = \frac{0.0195}{2\pi \cdot 1.2 \times 10^9} = 2.59 \text{ pF}$$

$$\frac{244}{360} \frac{\lambda}{2} = \frac{244}{360} \frac{12.5}{2} = 4.24 \text{ cm}$$

Het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren wordt dus:

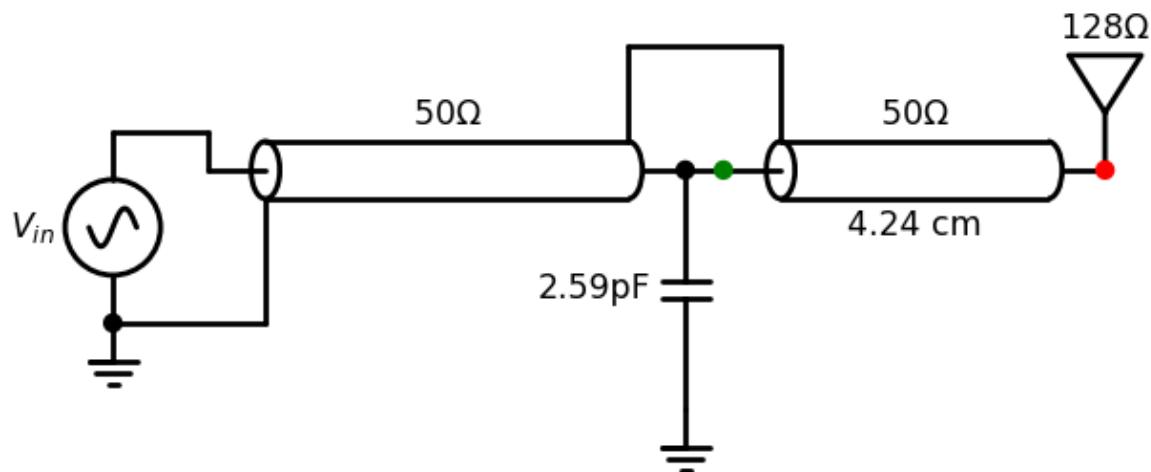


Fig. 8.5: circuit van de gevraagde aanpassing.

### deel B: Spanning aan de voet van de antenne

Aangezien we een perfecte aanpassing hebben uitgevoerd, wordt het volledige vermogen dat op de kabel gestuurd wordt ook bekomen op de antenne. Derhalve kunnen we schrijven:

$$P_{in} = \frac{V_L^2}{2R_L}$$

Waarbij  $P_{in}$  het vermogen is dat naar de antenne gestuurd wordt (250 mW),  $V_L$  de amplitude van de spanning op de antenne en  $R_L$  de impedantie van de antenne, i.e.  $128\Omega$ . Hieruit volgt dat de amplitude van de spanning die op de antenne bekomen wordt gelijk is aan 8 V.

### deel C: Maximale spanning op het gedeelte van de kabel voor de aansluiting van de condensator

De spanningsamplitude  $V_a$  op de kabel kunnen we afleiden uit he vermogen en de karakteristieke impedantie  $Z_o$ :

$$P_{in} = \frac{V_a^2}{2Z_o}$$

Hieruit volgt dat de amplitude op de kabel gelijk is aan 5 V.

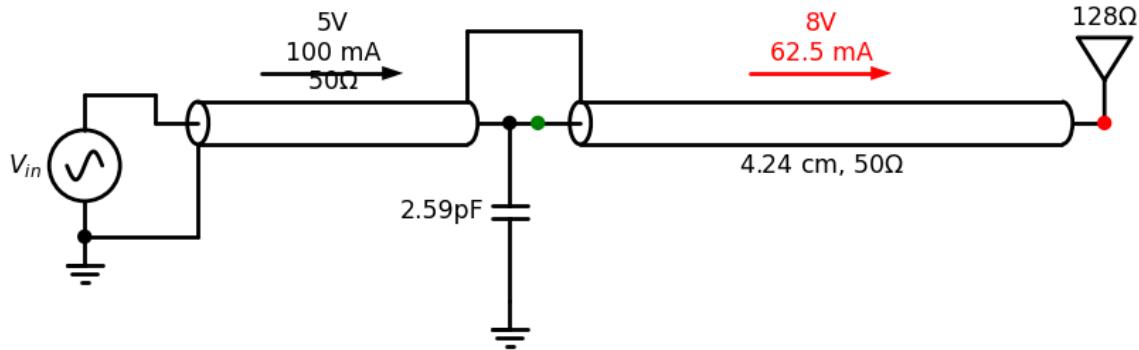


Fig. 8.6: Spanningen en stromen op de verschillende delen van het circuit.

## 8.3 Smith Kaart Oefening 2

### 8.3.1 Opgave

Hoe gebruik je een Smith kaart om een antenne van 80 Ohm aan te passen aan een coax van 50 Ohm voor een frequentie van 300 MHz ( $\lambda = 50$  cm)?

#### Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

We plaatsen  $z = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.6$  op de Smith kaart (rode dotje) en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dotje).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van  $283^\circ$ . Dit geeft een afstand van  $\frac{283}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.393 \lambda = 19.65\text{cm}$ . ( $\lambda = 50$  cm is gegeven)

De nieuwe  $z = 1 + j 0.47$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \text{ Ohm} + j 23.68 \text{ Ohm}$  (zie Table 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer  $-j 23.68 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van de lijnimpedantie (zie Table 1) juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j23.68\Omega$$

Als we vervolgens  $\omega$  invullen, wetende dat de frequentie  $f=300$  MHz:

$$\omega = 2\pi \cdot 300 \times 10^6$$

$$C = 22.4\text{pF}$$

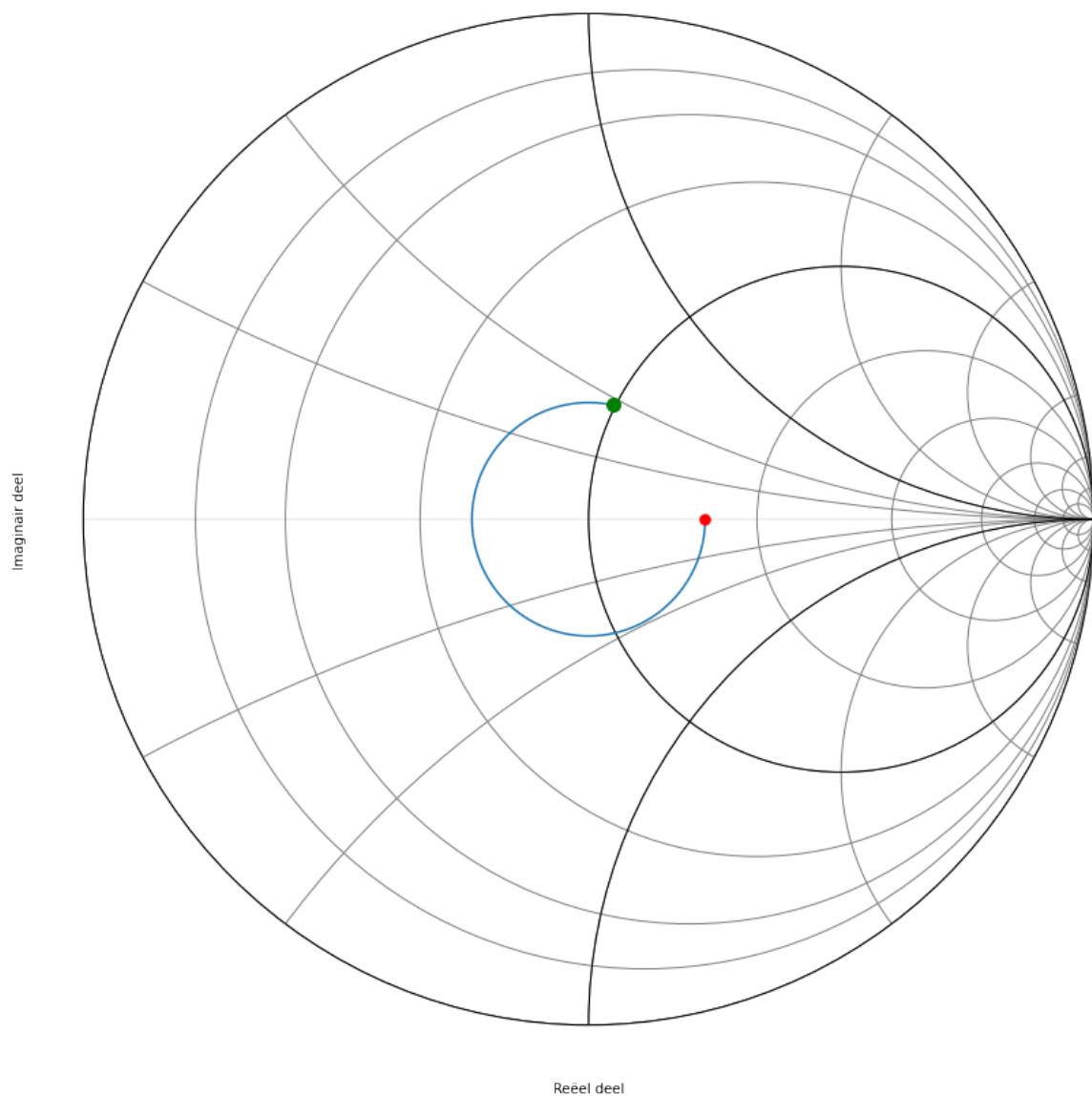


Fig. 8.7: Smith kaart van de eerste oplossing.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
280	$Z = 48.65 + 23.35j \text{ Ohm}$	lengte=19.44 cm
281	$Z = 49.04 + 23.47j \text{ Ohm}$	lengte=19.51 cm
282	$Z = 49.45 + 23.58j \text{ Ohm}$	lengte=19.58 cm
283	$Z = 49.86 + 23.68j \text{ Ohm}$	lengte=19.65 cm
284	$Z = 50.27 + 23.78j \text{ Ohm}$	lengte=19.72 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:

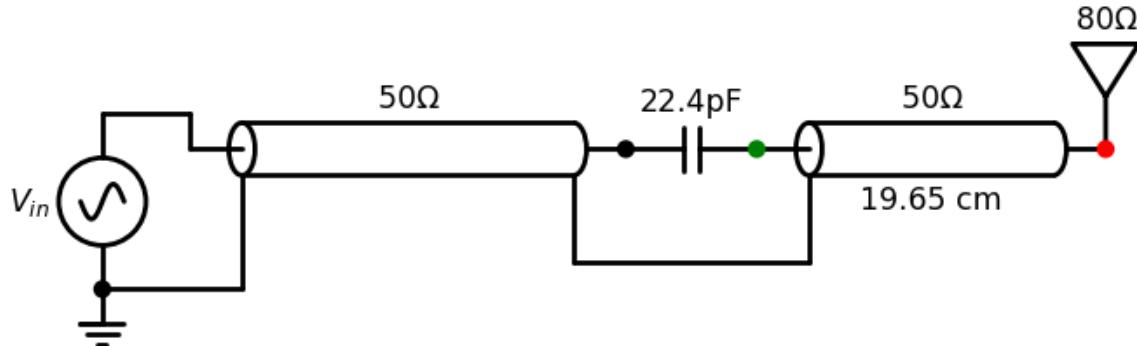


Fig. 8.8: circuit van de eerste oplossing.

### Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 1.6$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
75	$Z = 50.69 - 23.87j \text{ Ohm}$	lengte=5.21 cm
76	$Z = 50.27 - 23.78j \text{ Ohm}$	lengte=5.28 cm
77	$Z = 49.86 - 23.68j \text{ Ohm}$	lengte=5.35 cm
78	$Z = 49.45 - 23.58j \text{ Ohm}$	lengte=5.42 cm
79	$Z = 49.04 - 23.47j \text{ Ohm}$	lengte=5.49 cm

De nieuwe  $z = 1 - j 0.47$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \text{ Ohm} - j 23.68 \text{ Ohm}$ . Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer  $j 23.68 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j23.68\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 300 \times 10^6$$

$$L = 12.56nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:

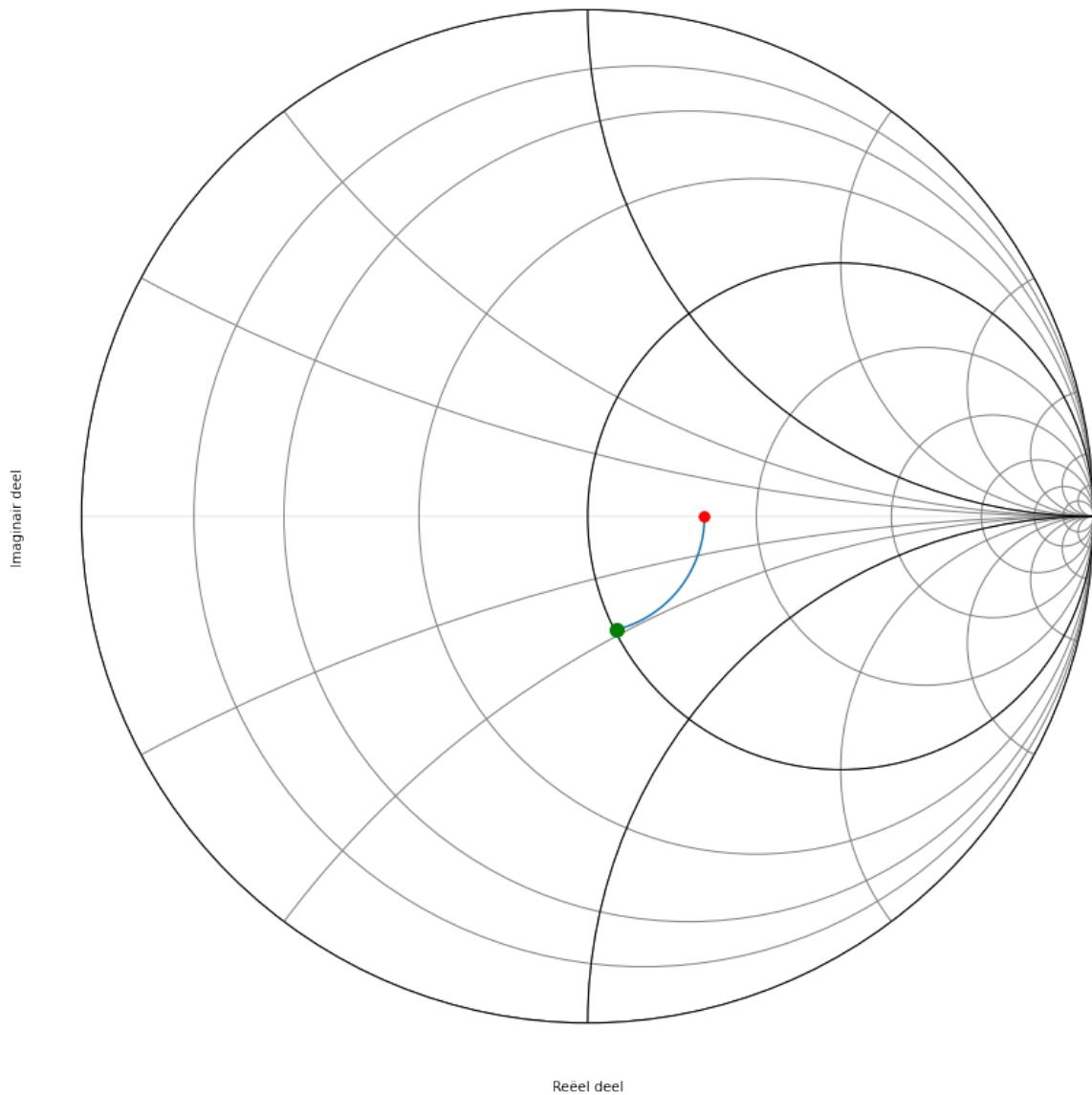


Fig. 8.9: Smith kaart van de tweede oplossing.

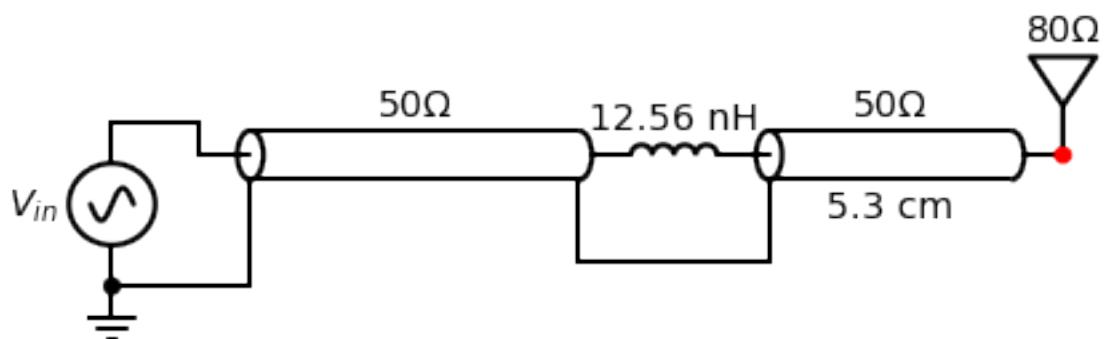


Fig. 8.10: circuit van de tweede oplossing.

### Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 1.6$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

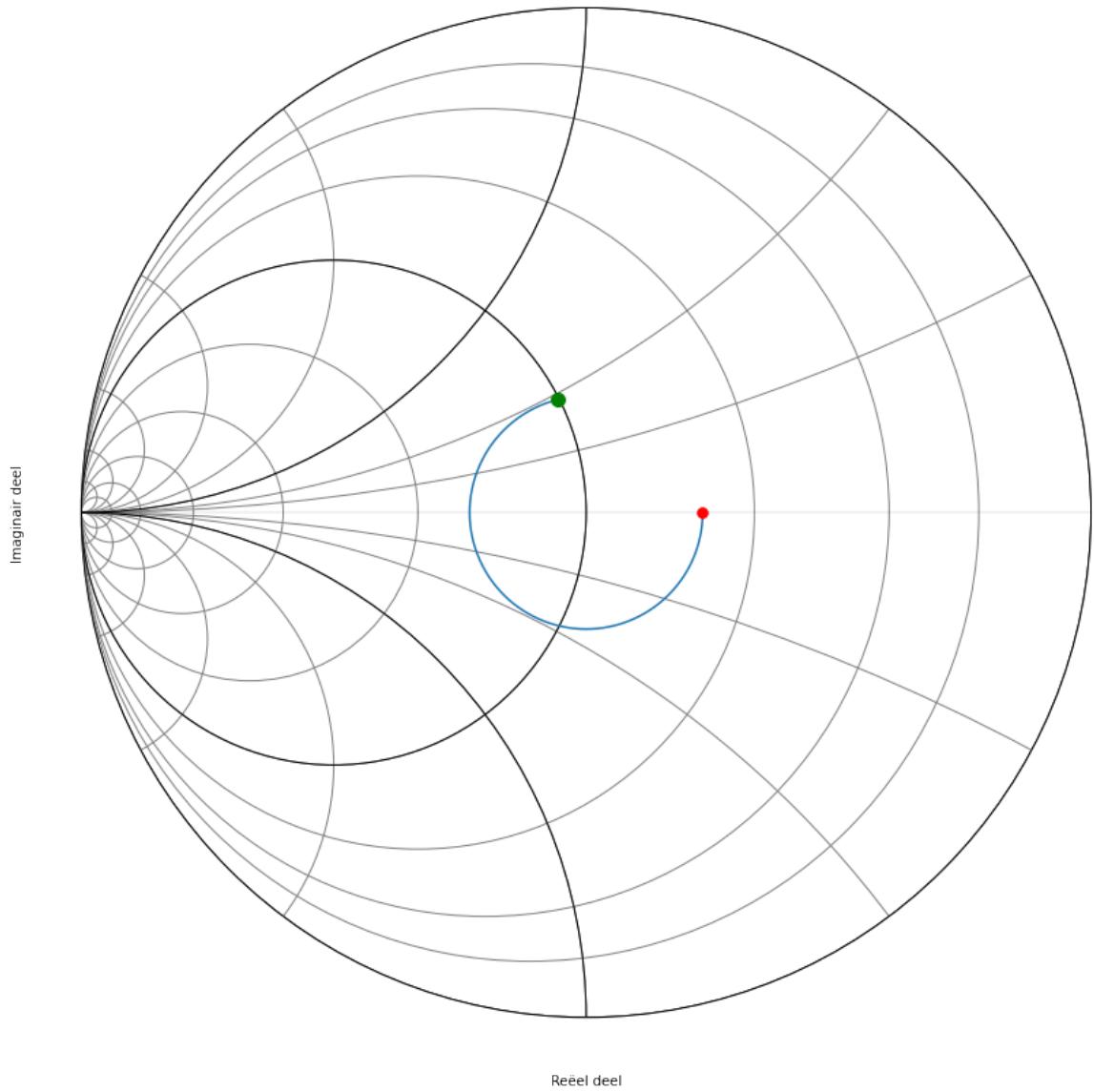


Fig. 8.11: Smith kaart van de derde oplossing.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedentie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y = 20.28 - 9.55j \text{ mS}$	lengte=17.71 cm
256	$Y = 20.11 - 9.51j \text{ mS}$	lengte=17.78 cm
257	$Y = 19.94 - 9.47j \text{ mS}$	lengte=17.85 cm
258	$Y = 19.78 - 9.43j \text{ mS}$	lengte=17.92 cm
259	$Y = 19.62 - 9.39j \text{ mS}$	lengte=17.99 cm

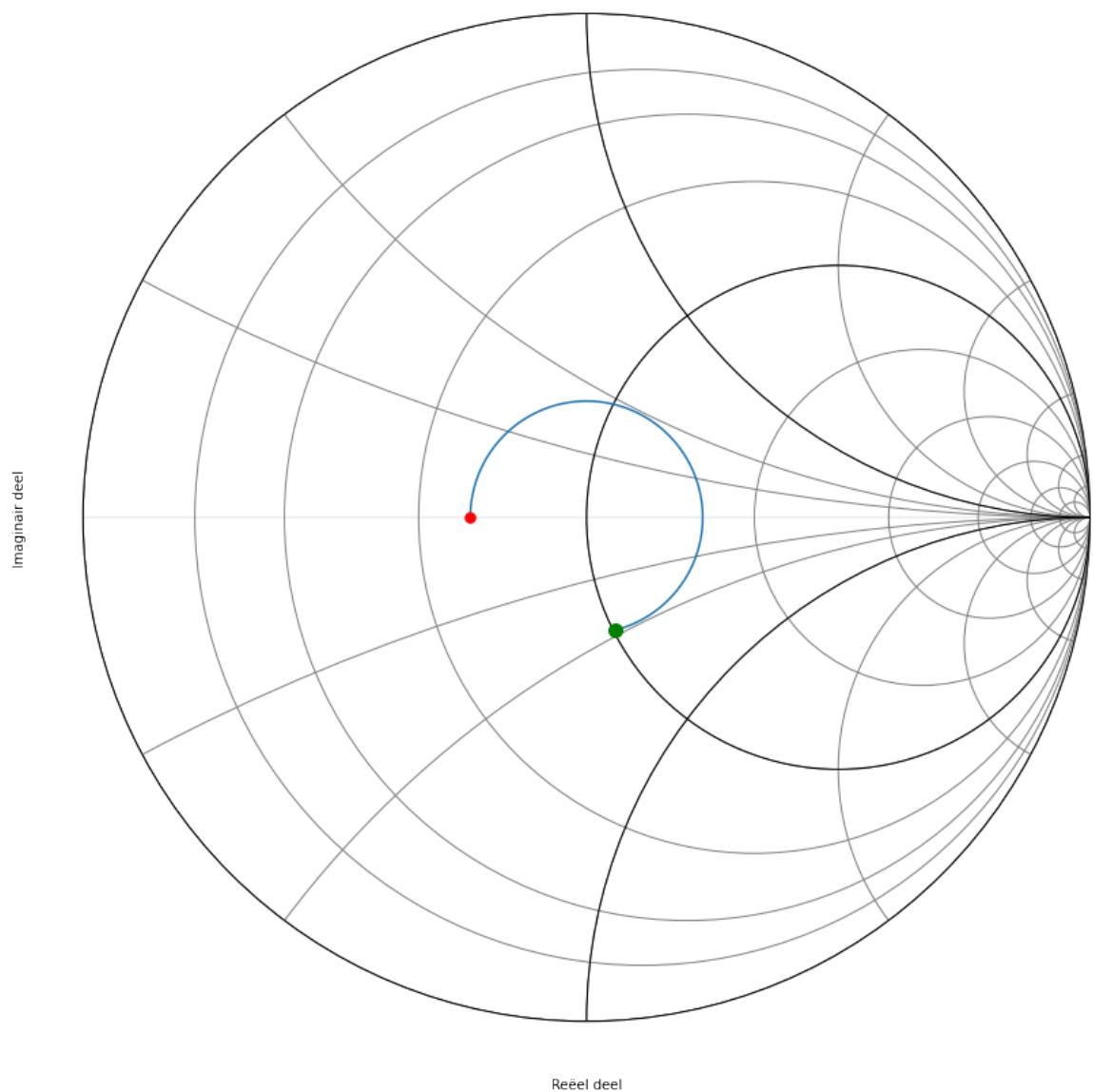


Fig. 8.12: Smith kaart van de derde oplossing als admittantie.

$$j\omega C = 0.00947j$$

$$C = \frac{0.00947}{2\pi \cdot 300 \times 10^6} = 5pF$$

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:

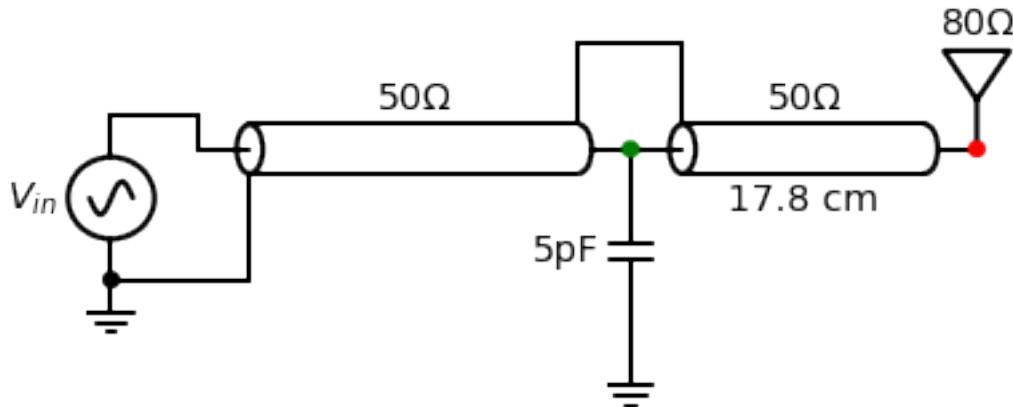


Fig. 8.13: circuit van de derde oplossing.

#### Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1}{1.6}$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = 19.46 + 9.34j \text{ mS}$	lengte=6.94 cm
101	$Y = 19.62 + 9.39j \text{ mS}$	lengte=7.01 cm
102	$Y = 19.78 + 9.43j \text{ mS}$	lengte=7.08 cm
103	$Y = 19.94 + 9.47j \text{ mS}$	lengte=7.15 cm
104	$Y = 20.11 + 9.51j \text{ mS}$	lengte=7.22 cm

$$\frac{1}{j\omega L} = -0.00947j$$

$$L = \frac{1}{0.00947 \cdot 2\pi \cdot 300 \times 10^6} = 56nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:

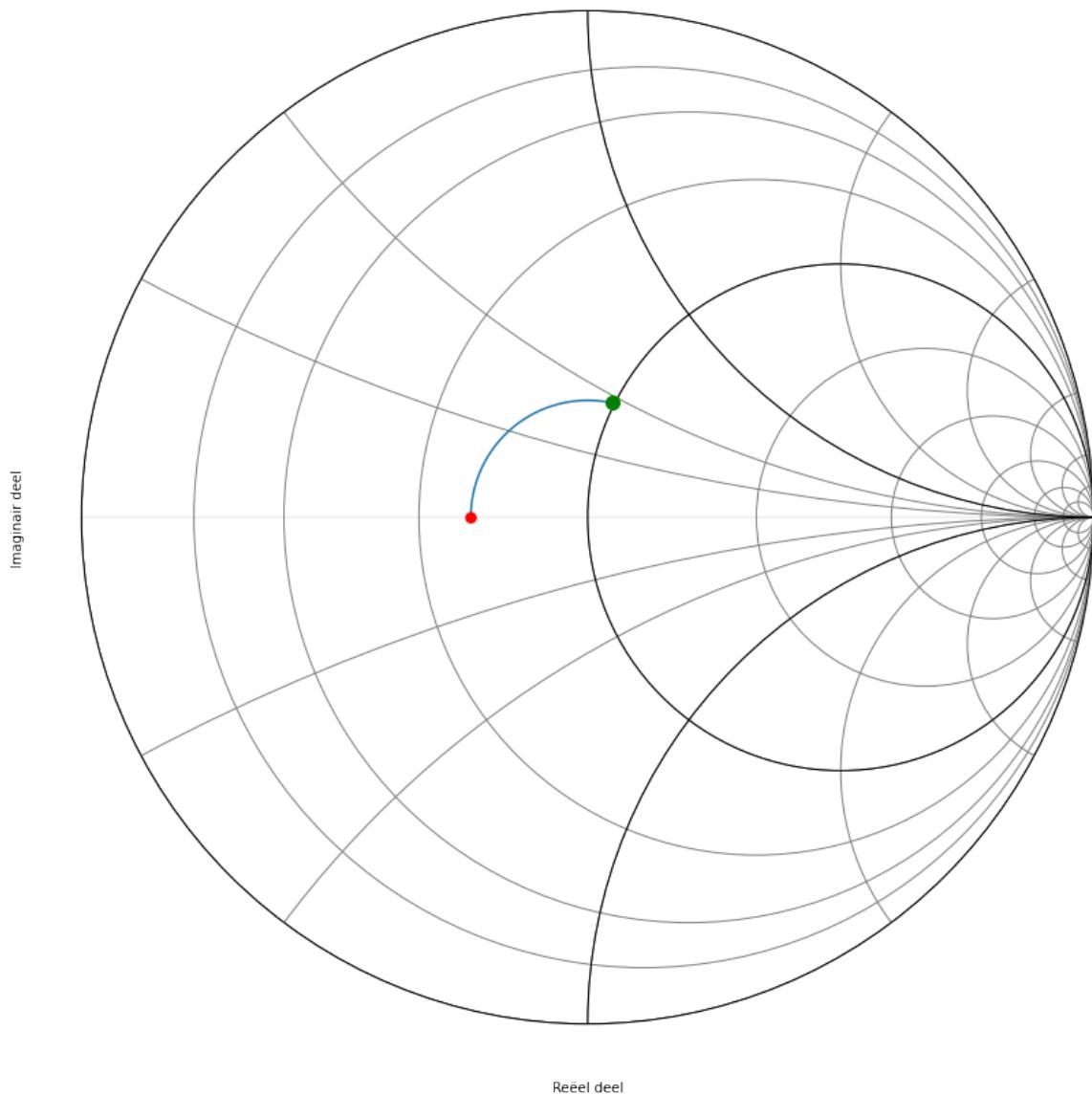


Fig. 8.14: Smith kaart van de vierde oplossing.

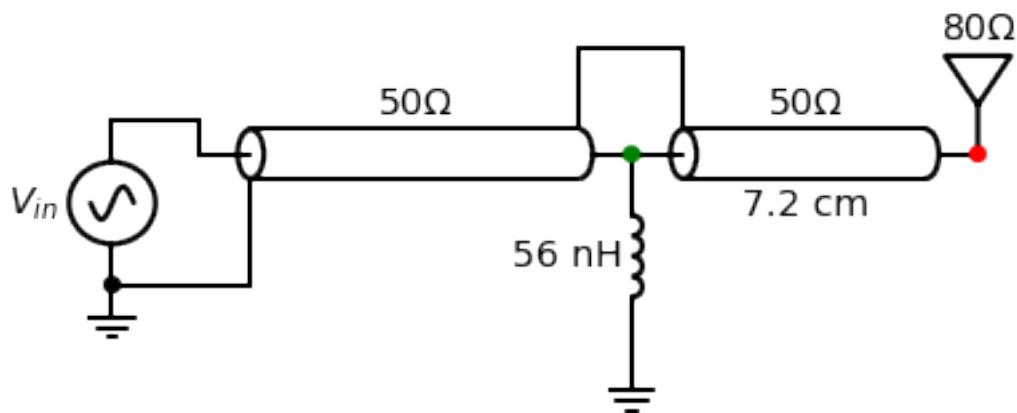


Fig. 8.15: circuit van de vierde oplossing.

**Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn**

De  $y = 1 - j 0.47$  compenseren we door  $+j 0.47$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

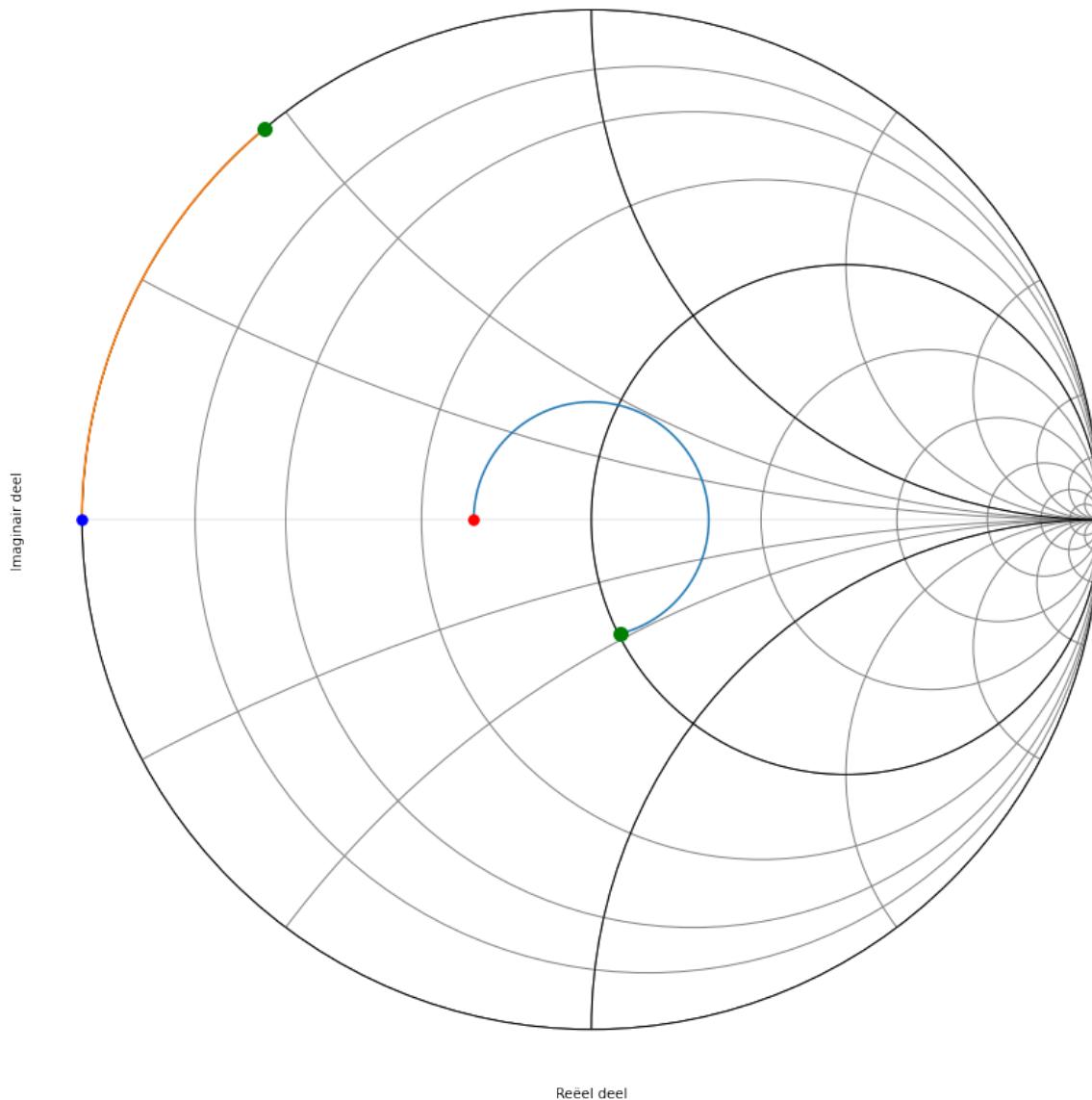


Fig. 8.16: Smith kaart van de vijfde oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y = 20.28 - 9.55j \text{ mS}$	lengte=17.71 cm
256	$Y = 20.11 - 9.51j \text{ mS}$	lengte=17.78 cm
257	$Y = 19.94 - 9.47j \text{ mS}$	lengte=17.85 cm
258	$Y = 19.78 - 9.43j \text{ mS}$	lengte=17.92 cm
259	$Y = 19.62 - 9.39j \text{ mS}$	lengte=17.99 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
50	$Y = +9.33j \text{ mS}$	lengte=3.47 cm
51	$Y = +9.54j \text{ mS}$	lengte=3.54 cm
52	$Y = +9.75j \text{ mS}$	lengte=3.61 cm

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

53	$Y = +9.97j \text{ mS}$	lengte=3.68 cm
54	$Y = +10.19j \text{ mS}$	lengte=3.75 cm

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van  $\frac{51}{360} \frac{\lambda}{2}$  de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:

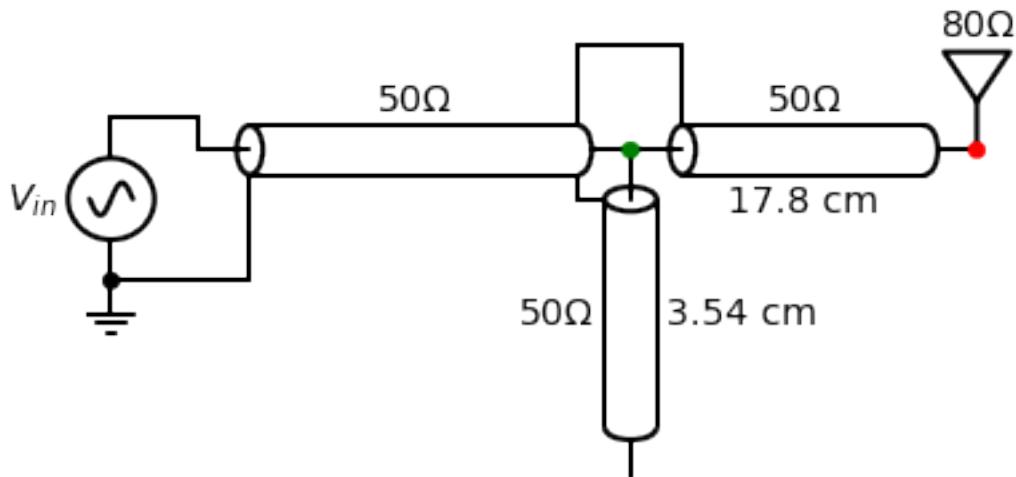


Fig. 8.17: circuit van de vijfde oplossing.

### Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 - j 0.47$  compenseren we door  $+j 0.47$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y = 20.28 - 9.55j \text{ mS}$	lengte=17.71 cm
256	$Y = 20.11 - 9.51j \text{ mS}$	lengte=17.78 cm
257	$Y = 19.94 - 9.47j \text{ mS}$	lengte=17.85 cm
258	$Y = 19.78 - 9.43j \text{ mS}$	lengte=17.92 cm
259	$Y = 19.62 - 9.39j \text{ mS}$	lengte=17.99 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
230	$Y = +9.33j \text{ mS}$	lengte=15.97 cm
231	$Y = +9.54j \text{ mS}$	lengte=16.04 cm
232	$Y = +9.75j \text{ mS}$	lengte=16.11 cm
233	$Y = +9.97j \text{ mS}$	lengte=16.18 cm
234	$Y = +10.19j \text{ mS}$	lengte=16.25 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

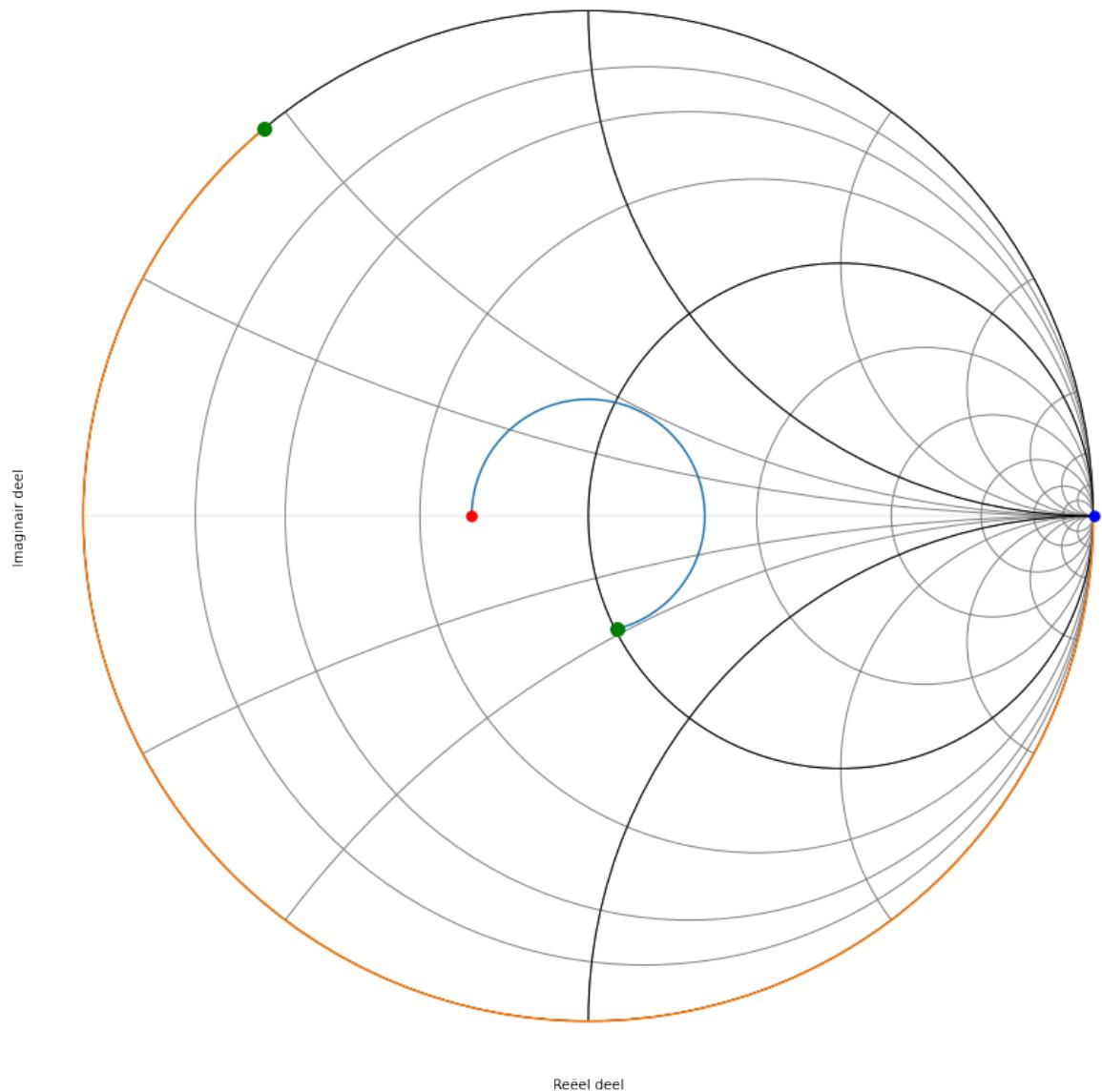


Fig. 8.18: Smith kaart van de zesde oplossing.

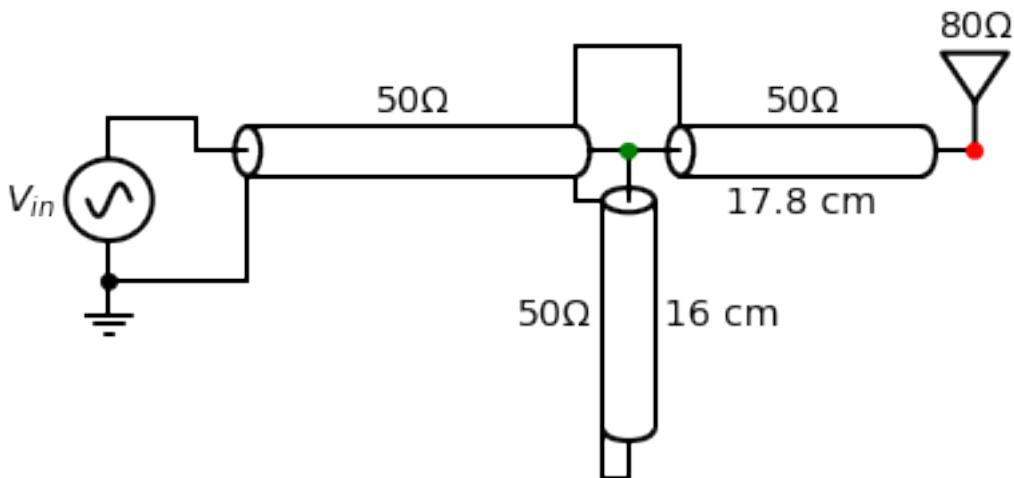


Fig. 8.19: circuit van de zesde oplossing.

**Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.47$  compenseren we door  $-j 0.47$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = 19.46 + 9.34j \text{ mS}$	lengte=6.94 cm
101	$Y = 19.62 + 9.39j \text{ mS}$	lengte=7.01 cm
102	$Y = 19.78 + 9.43j \text{ mS}$	lengte=7.08 cm
103	$Y = 19.94 + 9.47j \text{ mS}$	lengte=7.15 cm
104	$Y = 20.11 + 9.51j \text{ mS}$	lengte=7.22 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
305	$Y = -10.41j \text{ mS}$	lengte=21.18 cm
306	$Y = -10.19j \text{ mS}$	lengte=21.25 cm
307	$Y = -9.97j \text{ mS}$	lengte=21.32 cm
308	$Y = -9.75j \text{ mS}$	lengte=21.39 cm
309	$Y = -9.54j \text{ mS}$	lengte=21.46 cm
310	$Y = -9.33j \text{ mS}$	lengte=21.53 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

**Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.47$  compenseren we door  $-j 0.47$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = 19.46 + 9.34j \text{ mS}$	lengte=6.94 cm
101	$Y = 19.62 + 9.39j \text{ mS}$	lengte=7.01 cm
102	$Y = 19.78 + 9.43j \text{ mS}$	lengte=7.08 cm
103	$Y = 19.94 + 9.47j \text{ mS}$	lengte=7.15 cm
104	$Y = 20.11 + 9.51j \text{ mS}$	lengte=7.22 cm
105	$Y = 20.28 + 9.55j \text{ mS}$	lengte=7.29 cm

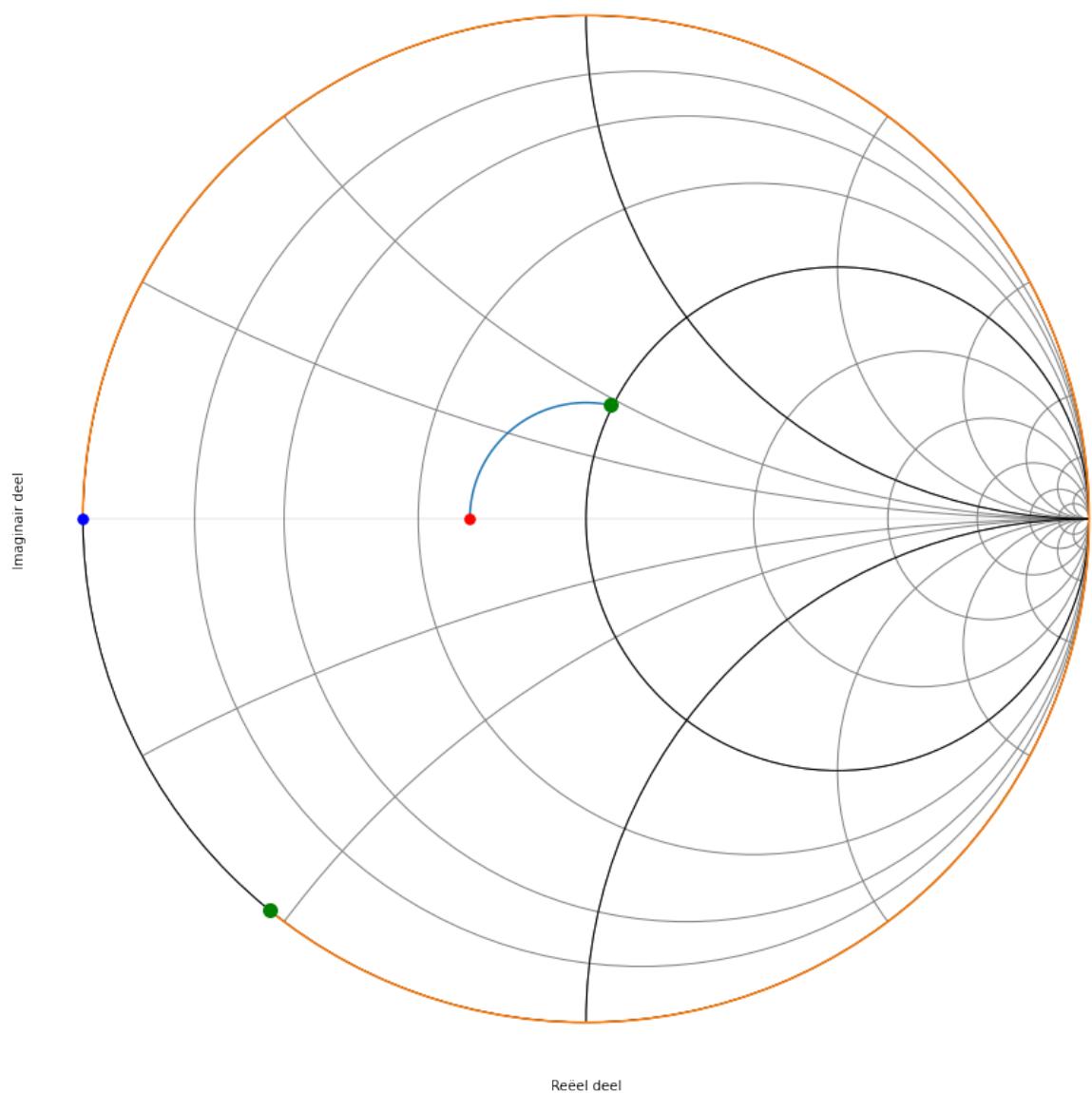


Fig. 8.20: Smith kaart van de zevende oplossing.

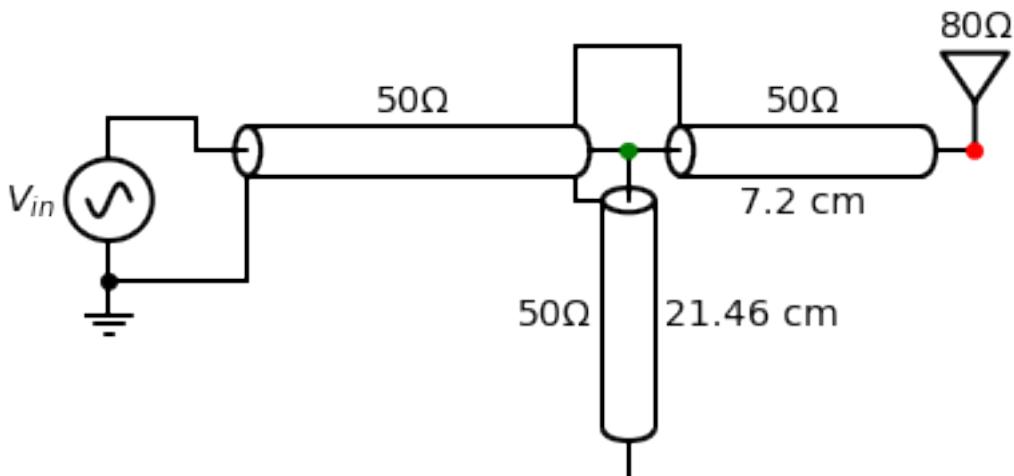


Fig. 8.21: circuit van de zevende oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
125	$Y = -10.41j \text{ mS}$	lengte=8.68 cm
126	$Y = -10.19j \text{ mS}$	lengte=8.75 cm
127	$Y = -9.97j \text{ mS}$	lengte=8.82 cm
128	$Y = -9.75j \text{ mS}$	lengte=8.89 cm
129	$Y = -9.54j \text{ mS}$	lengte=8.96 cm
130	$Y = -9.33j \text{ mS}$	lengte=9.03 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

## 8.4 Smith Kaart Oefening 3

### 8.4.1 Opgave

Wat is een Smith kaart? Welke waarde wordt er op deze kaart uitgezet?

**Notatie:** Hiervoor verwijzen we naar het betreffende hoofdstuk uit de cursus.

Hoe gebruik je een Smith kaart om een antenne van 30 Ohm aan te passen aan een printbaan van 60 Ohm voor een frequentie van 1.2 GHz ( $\lambda = 12.5 \text{ cm}$ )?

#### Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

We plaatsen  $z = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1}{2}$  op de Smith kaart (rode dotje) en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dotje).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van  $110^\circ$ . Dit geeft een afstand van  $\frac{110}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.152 \lambda = 1.9 \text{ cm}$ . ( $\lambda = 12.5 \text{ cm}$  is gegeven)

De nieuwe  $z = 1 + j 0.7$ . Daaruit volgt dat  $Z = 60 \text{ Ohm} + j 42.4 \text{ Ohm}$  (zie Table 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer  $- j 42.4 \text{ Ohm}$  toe te voegen.

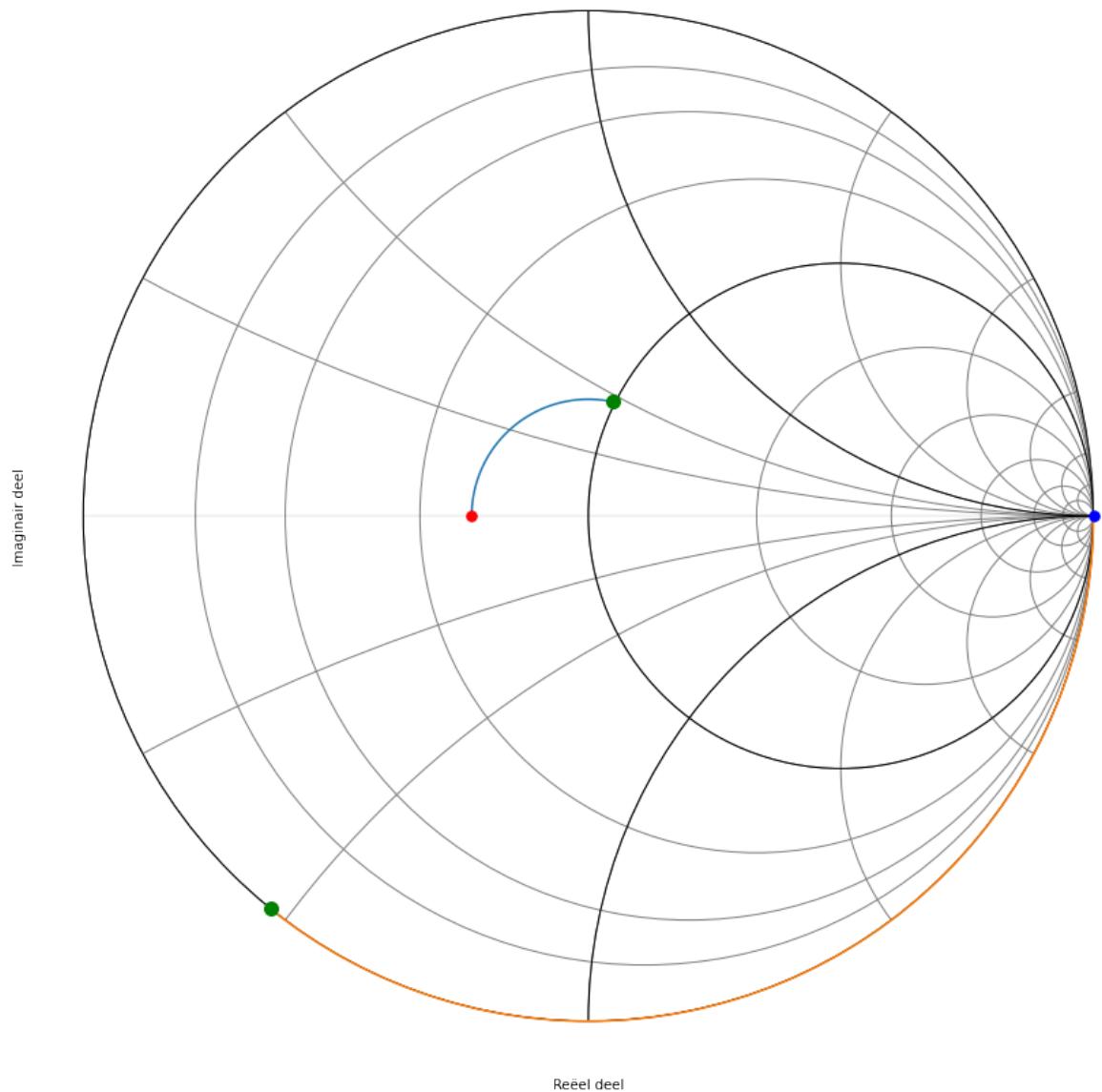


Fig. 8.22: Smith kaart van de achtste oplossing.

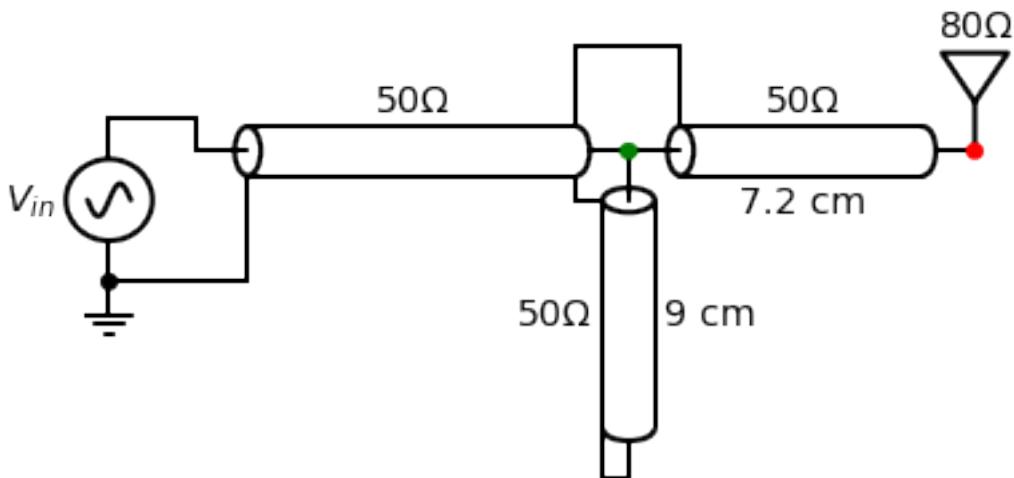


Fig. 8.23: circuit van de achtste oplossing.

Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van de lijnimpedantie (zie Table 1) juist gaan kijken waar het reele deel 60 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j42.4\Omega$$

Als we vervolgens  $\omega$  invullen, wetende dat de frequentie  $f=1.2\text{GHz}$ :

$$\omega = 2\pi \cdot 1.2 \times 10^9$$

$$C = 3.1\text{pF}$$

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
105	$Z = 56.82 + 41.17j \text{ Ohm}$	lengte=1.82 cm
106	$Z = 57.51 + 41.46j \text{ Ohm}$	lengte=1.84 cm
107	$Z = 58.21 + 41.75j \text{ Ohm}$	lengte=1.86 cm
108	$Z = 58.93 + 42.03j \text{ Ohm}$	lengte=1.88 cm
109	$Z = 59.65 + 42.30j \text{ Ohm}$	lengte=1.89 cm
110	$Z = 60.39 + 42.56j \text{ Ohm}$	lengte=1.91 cm
111	$Z = 61.15 + 42.82j \text{ Ohm}$	lengte=1.93 cm
112	$Z = 61.92 + 43.06j \text{ Ohm}$	lengte=1.94 cm
113	$Z = 62.70 + 43.29j \text{ Ohm}$	lengte=1.96 cm
114	$Z = 63.50 + 43.50j \text{ Ohm}$	lengte=1.98 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:

### Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 0.5$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

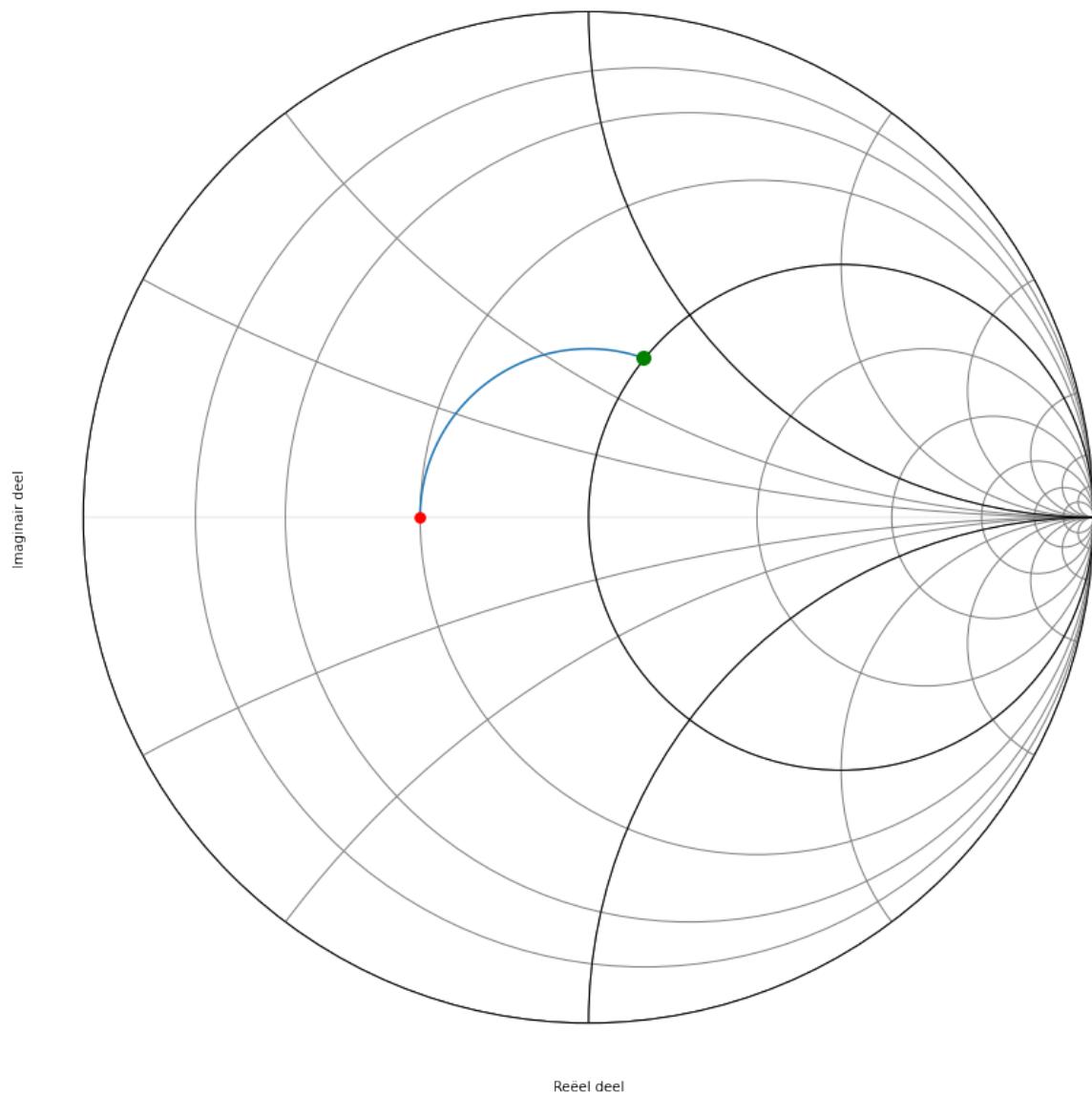


Fig. 8.24: Smith kaart van de eerste oplossing.

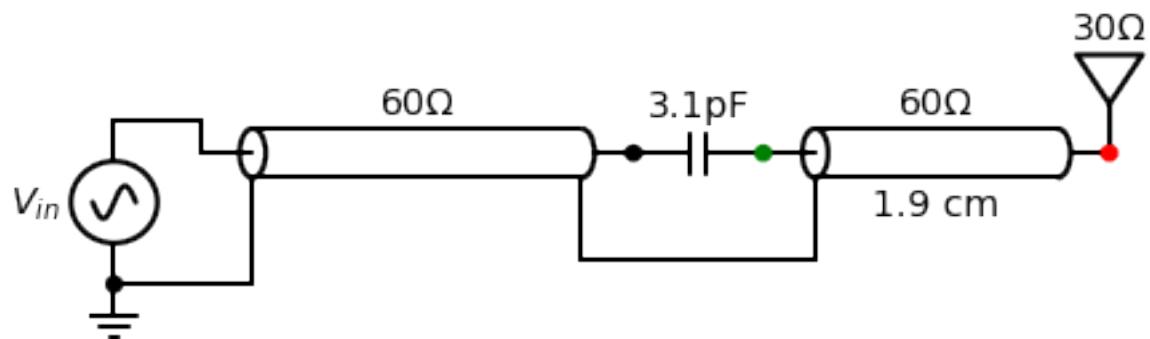


Fig. 8.25: circuit van de eerste oplossing.

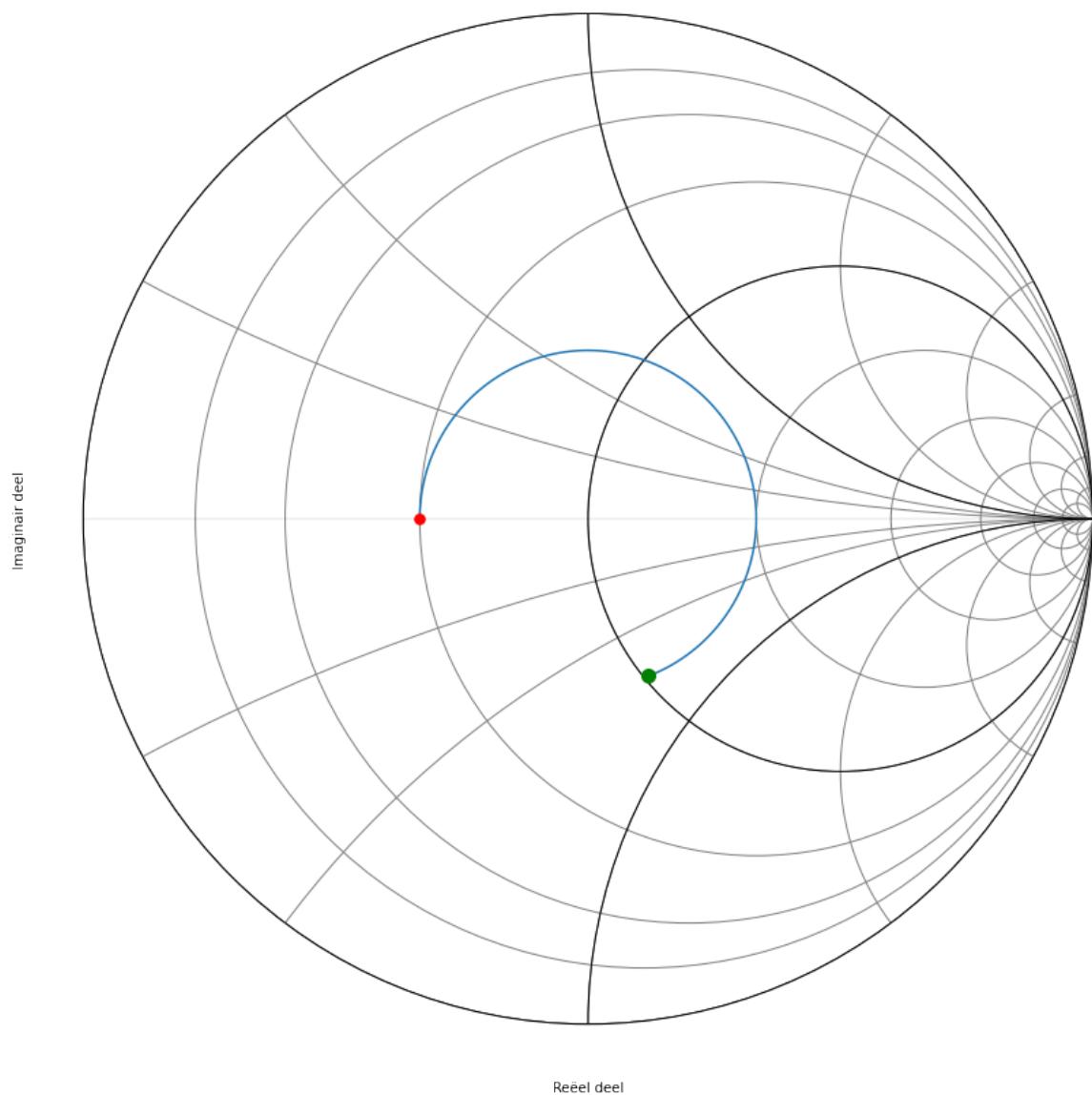


Fig. 8.26: Smith kaart van de tweede oplossing.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
245	$Z = 64.31 - 43.71j \text{ Ohm}$	lengte=4.25 cm
246	$Z = 63.50 - 43.50j \text{ Ohm}$	lengte=4.27 cm
247	$Z = 62.70 - 43.29j \text{ Ohm}$	lengte=4.29 cm
248	$Z = 61.92 - 43.06j \text{ Ohm}$	lengte=4.31 cm
249	$Z = 61.15 - 42.82j \text{ Ohm}$	lengte=4.32 cm
250	$Z = 60.39 - 42.56j \text{ Ohm}$	lengte=4.34 cm
251	$Z = 59.65 - 42.30j \text{ Ohm}$	lengte=4.36 cm
252	$Z = 58.93 - 42.03j \text{ Ohm}$	lengte=4.38 cm
253	$Z = 58.21 - 41.75j \text{ Ohm}$	lengte=4.39 cm
254	$Z = 57.51 - 41.46j \text{ Ohm}$	lengte=4.41 cm

De nieuwe  $z = 1 - j 0.7$ . Daaruit volgt dat  $Z = 60 \text{ Ohm} - j 42.4 \text{ Ohm}$ . Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer  $j 42.4 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j42.4\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 1.2 \times 10^9$$

$$L = 5.6nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:

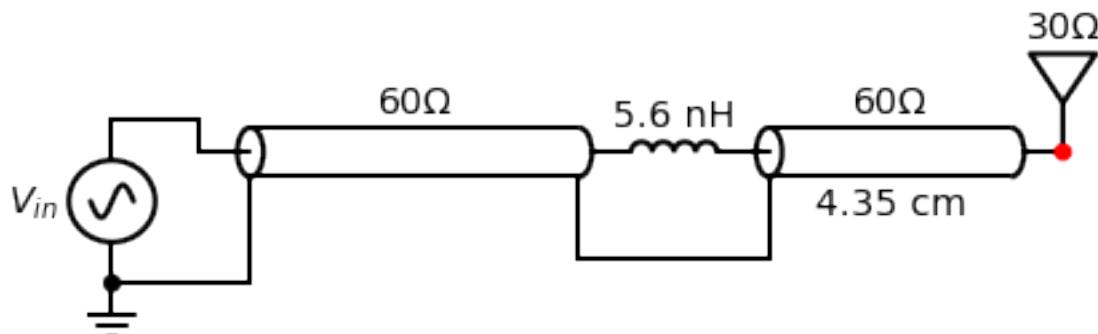


Fig. 8.27: circuit van de tweede oplossing.

### Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 0.5$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedantie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
65	$Y = 17.86 - 12.14j \text{ mS}$	lengte=1.13 cm
66	$Y = 17.64 - 12.08j \text{ mS}$	lengte=1.15 cm
67	$Y = 17.42 - 12.02j \text{ mS}$	lengte=1.16 cm
68	$Y = 17.20 - 11.96j \text{ mS}$	lengte=1.18 cm

(Vervolgt op volgende pagina)

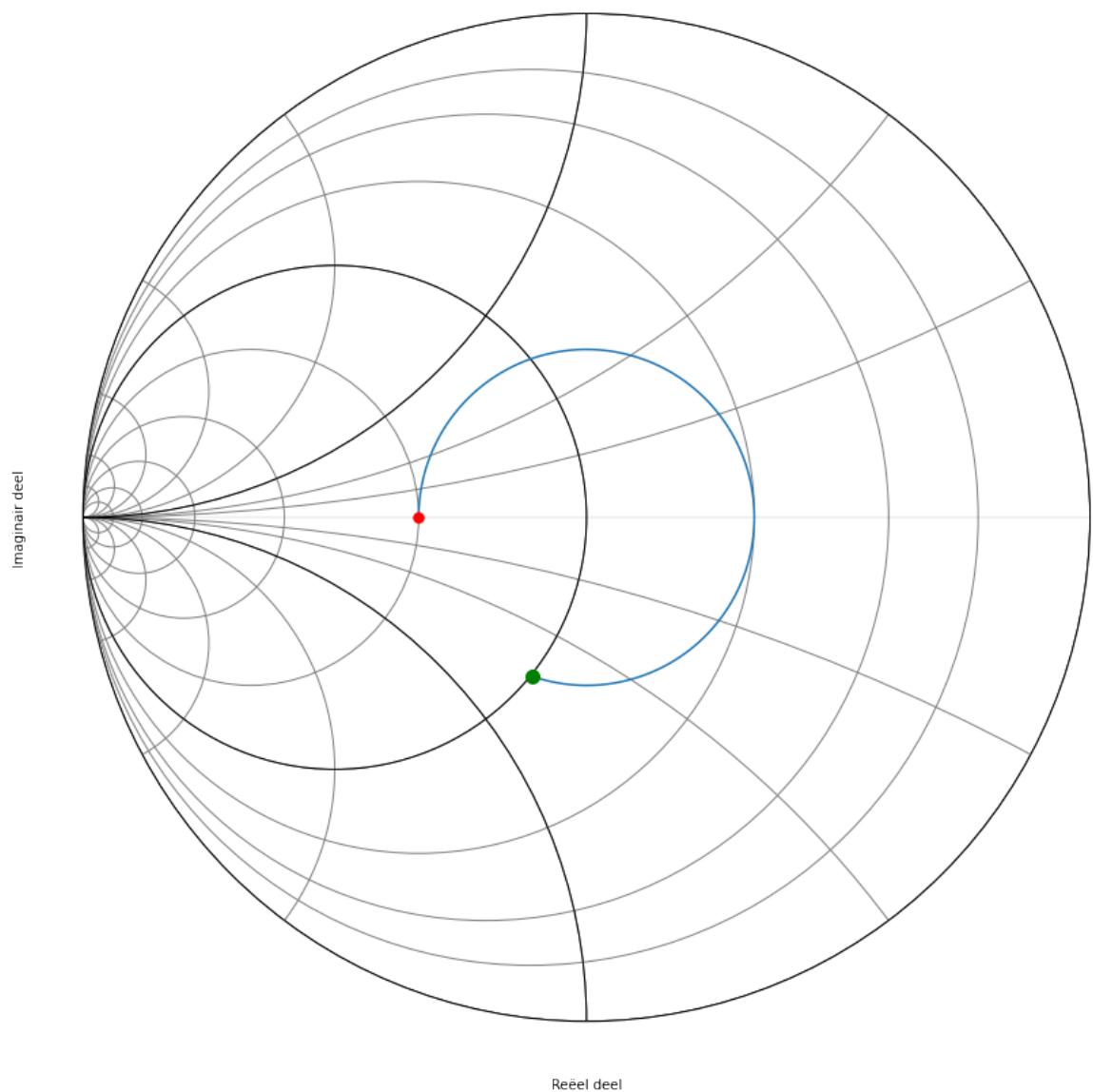


Fig. 8.28: Smith kaart van de derde oplossing.

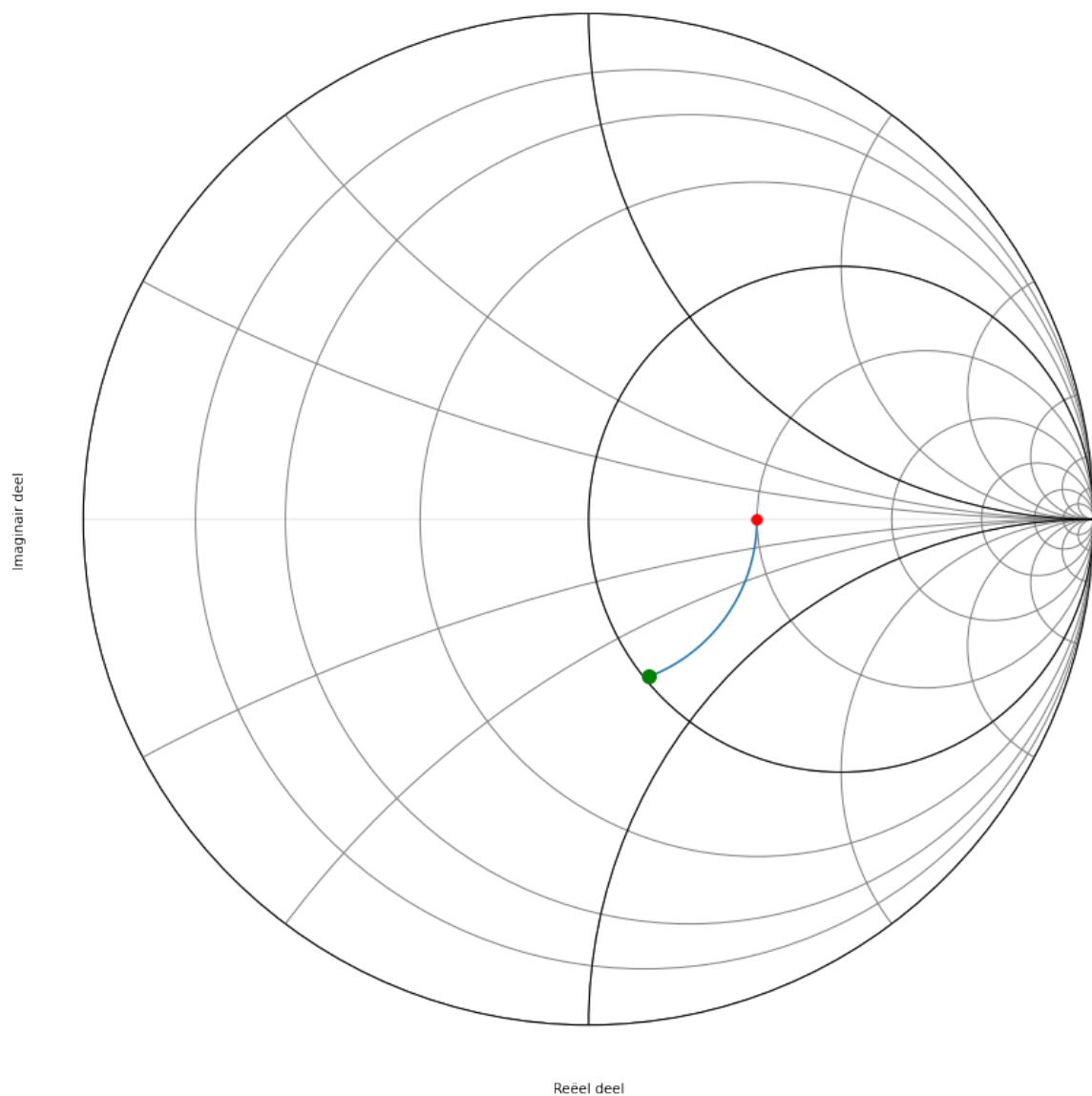


Fig. 8.29: Smith kaart van de derde oplossing als admitantie.

(Vervolg van vorige pagina)

69	$Y = 16.99 - 11.89j \text{ mS}$	lengte=1.20 cm
70	$Y = 16.78 - 11.82j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = 16.57 - 11.75j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = 16.37 - 11.68j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = 16.17 - 11.60j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = 15.98 - 11.52j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

we zoeken nu de hoek die overeenkomt met een reeel deel van de admitantie van 16.66 mS

$$j\omega C = 0.0118j$$

$$C = \frac{0.0118}{2\pi \cdot 1.2 \times 10^9} = 1.56pF$$

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:

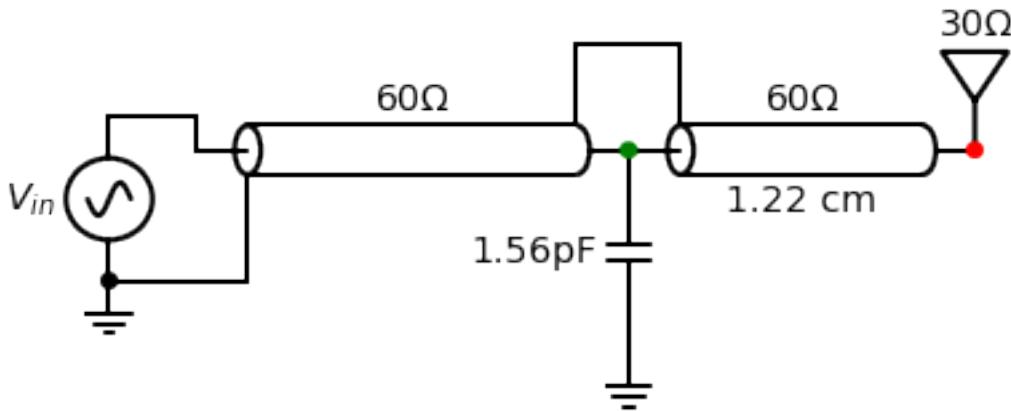


Fig. 8.30: circuit van de derde oplossing.

#### Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_0}{Z_L} = \frac{1}{2}$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = 15.78 + 11.44j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = 15.98 + 11.52j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = 16.17 + 11.60j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = 16.37 + 11.68j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = 16.57 + 11.75j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = 16.78 + 11.82j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

$$\frac{1}{j\omega L} = -0.0118j$$

$$L = \frac{1}{0.0118 \cdot 2\pi \cdot 1.2 \times 10^9} = 11.2nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:

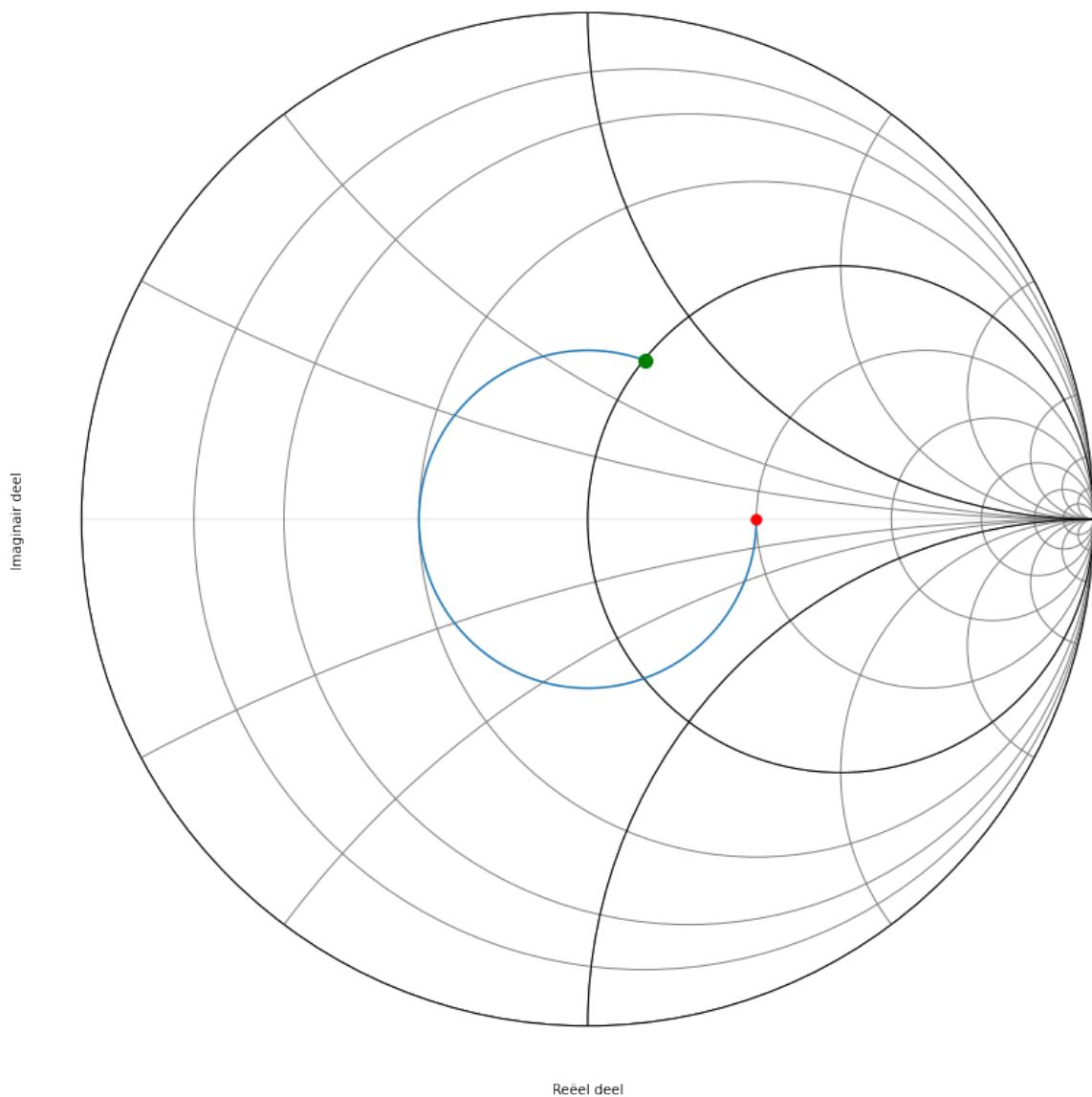


Fig. 8.31: Smith kaart van de vierde oplossing.

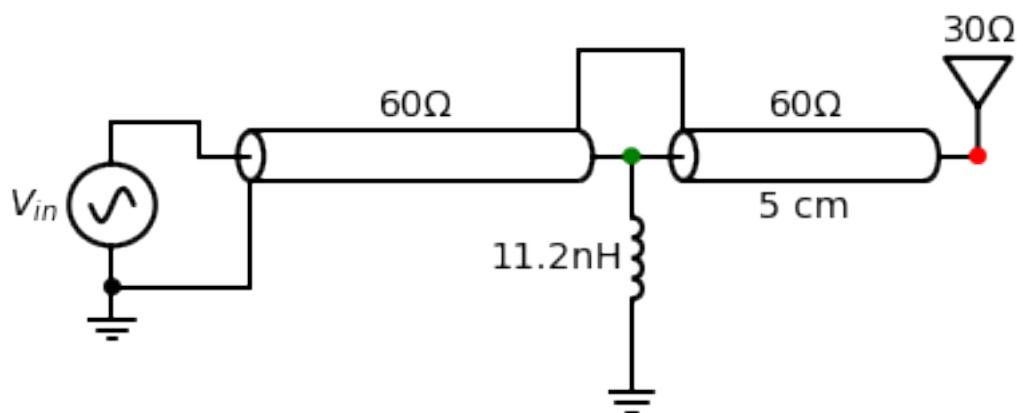


Fig. 8.32: circuit van de vierde oplossing.

**Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn**

De  $y = 1 - j 0.7$  compenseren we door  $+j 0.7$  vertrekende vanuit  $g=0$ .

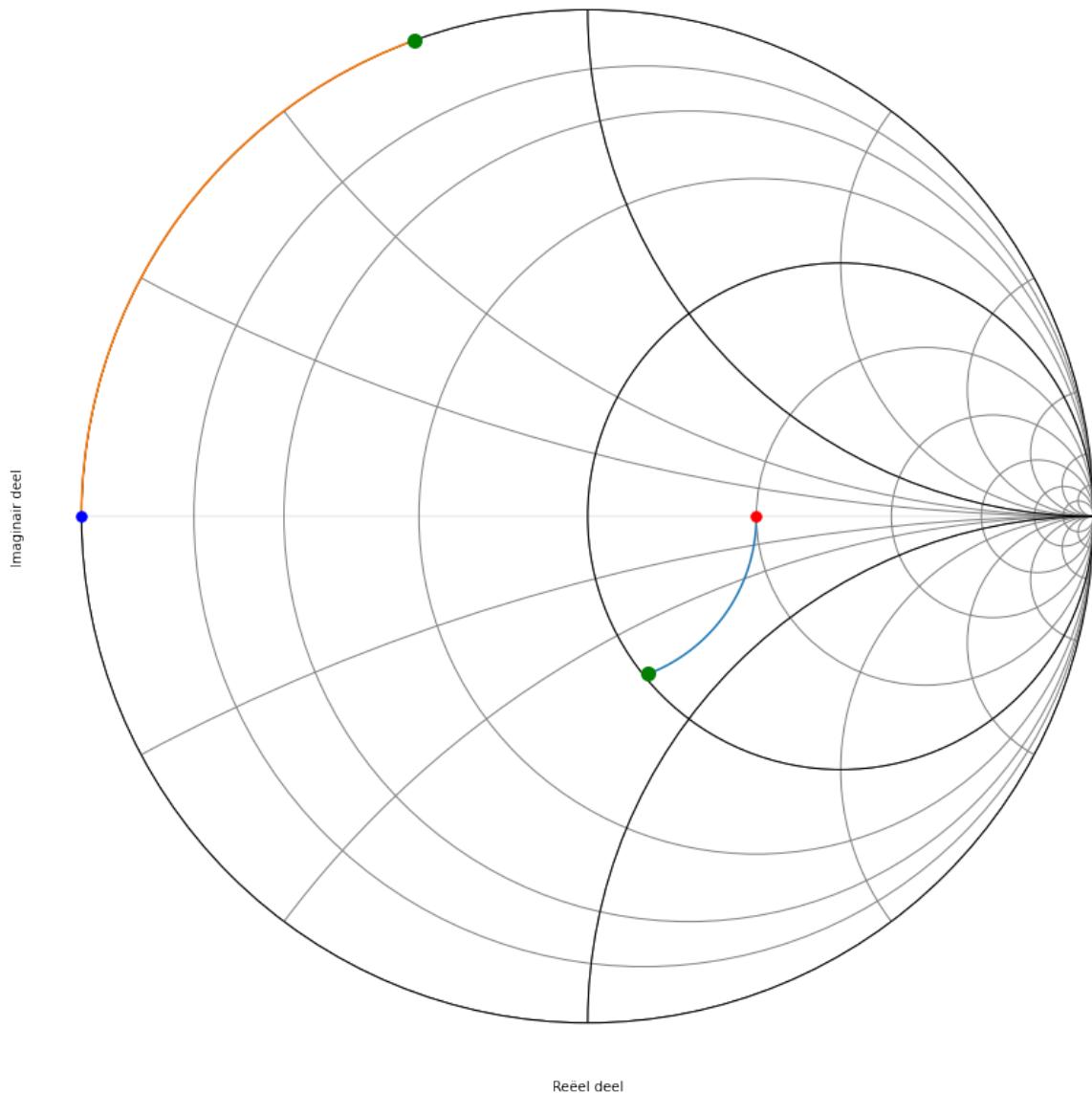


Fig. 8.33: Smith kaart van de vijfde oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
70	$Y = 16.78 - 11.82j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = 16.57 - 11.75j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = 16.37 - 11.68j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = 16.17 - 11.60j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = 15.98 - 11.52j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
70	$Y = +11.67j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = +11.89j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = +12.11j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = +12.33j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = +12.56j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van  $\frac{71}{360} \frac{\lambda}{2}$  de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:

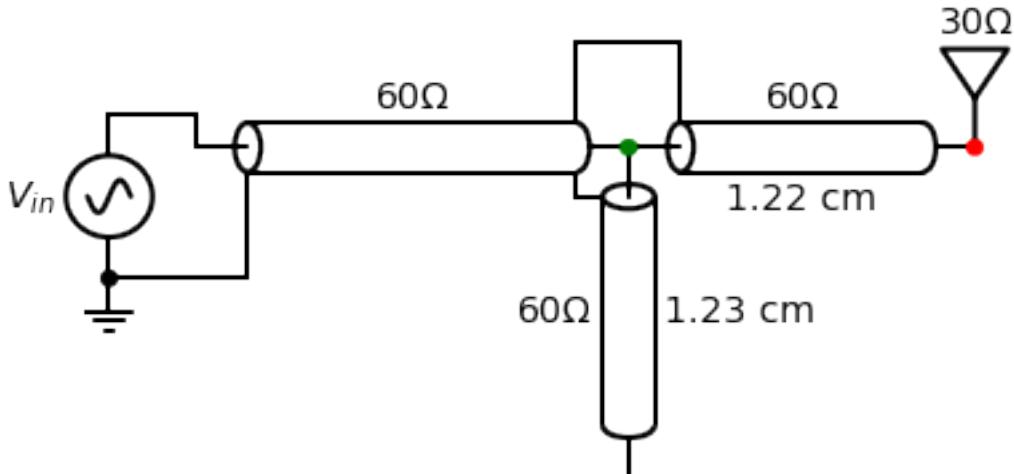


Fig. 8.34: circuit van de vijfde oplossing.

#### Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 - j 0.7$  compenseren we door  $+j 0.7$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
70	$Y = 16.78 - 11.82j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = 16.57 - 11.75j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = 16.37 - 11.68j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = 16.17 - 11.60j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = 15.98 - 11.52j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
250	$Y = +11.67j \text{ mS}$	lengte=4.34 cm
251	$Y = +11.89j \text{ mS}$	lengte=4.36 cm
252	$Y = +12.11j \text{ mS}$	lengte=4.38 cm
253	$Y = +12.33j \text{ mS}$	lengte=4.39 cm
254	$Y = +12.56j \text{ mS}$	lengte=4.41 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

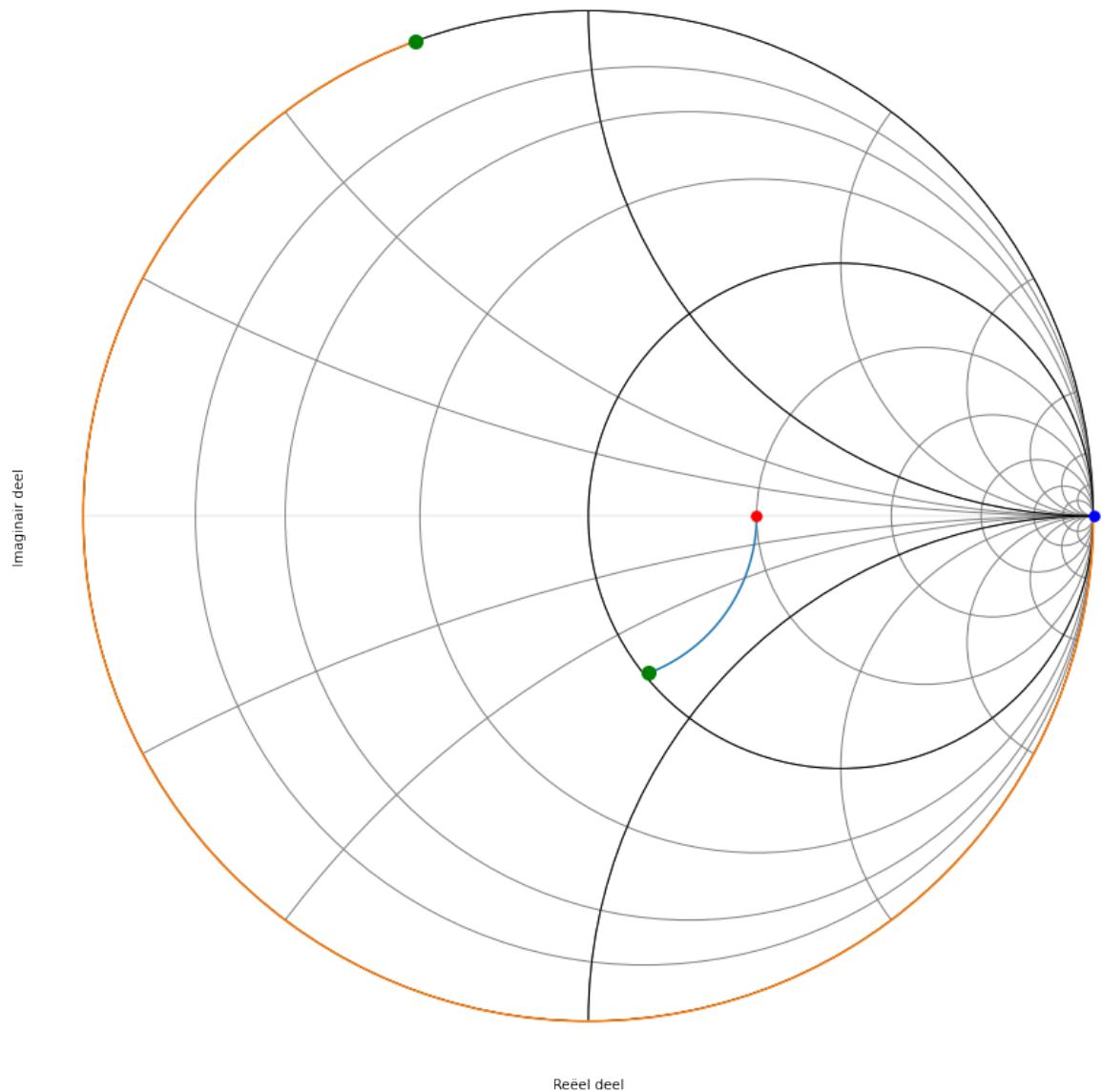


Fig. 8.35: Smith kaart van de zesde oplossing.

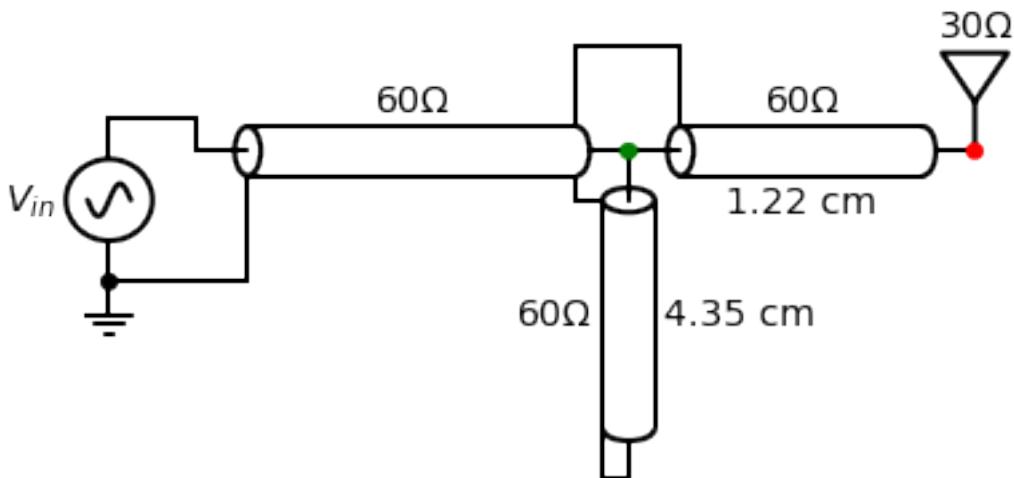


Fig. 8.36: circuit van de zesde oplossing.

**Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.7$  compenseren we door  $-j 0.7$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = 15.78+11.44j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = 15.98+11.52j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = 16.17+11.60j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = 16.37+11.68j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = 16.57+11.75j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = 16.78+11.82j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = -12.79j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = -12.56j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = -12.33j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = -12.11j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = -11.89j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = -11.67j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

**Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.7$  compenseren we door  $-j 0.7$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = 15.78+11.44j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = 15.98+11.52j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = 16.17+11.60j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = 16.37+11.68j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = 16.57+11.75j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = 16.78+11.82j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

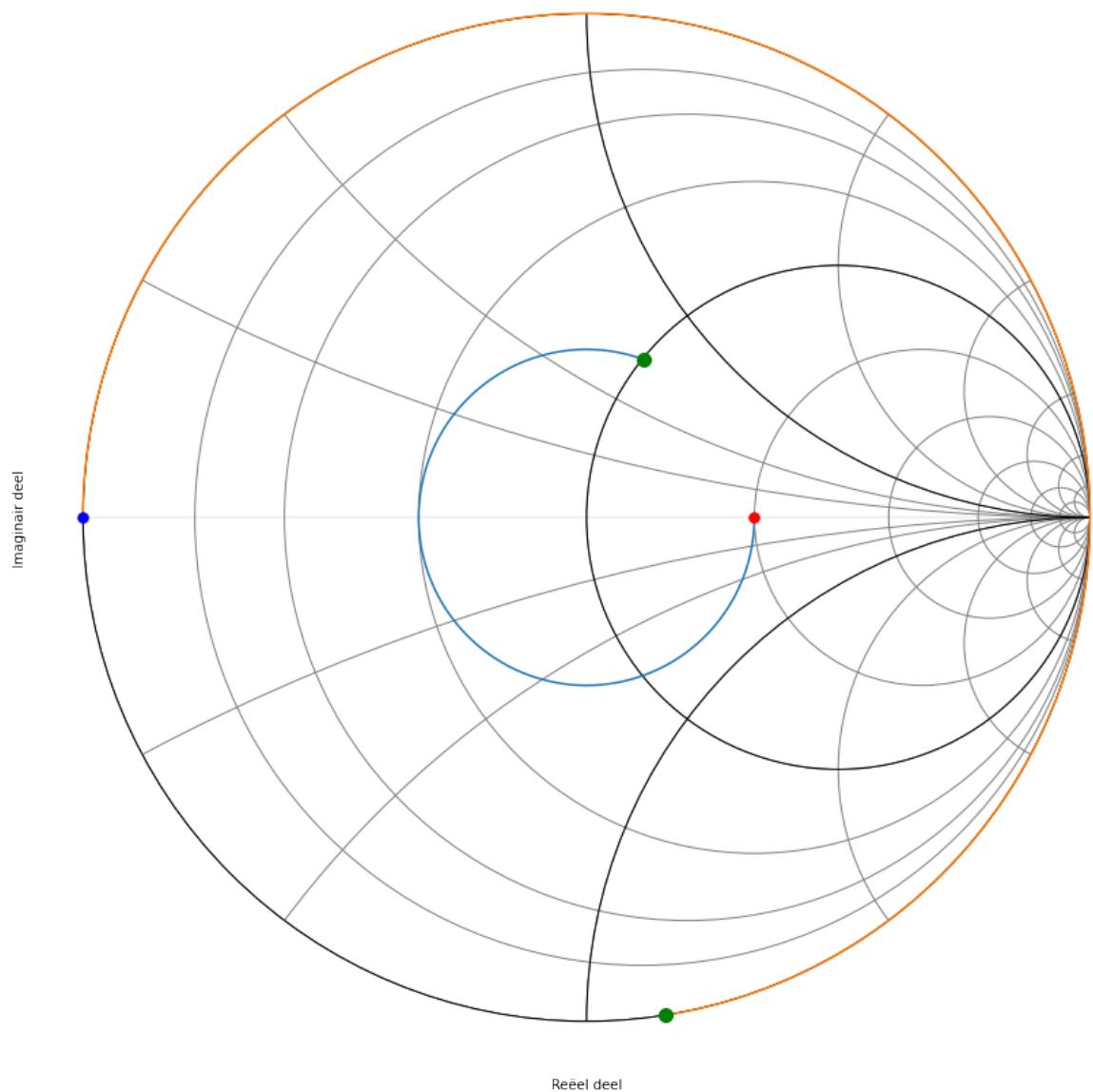


Fig. 8.37: Smith kaart van de zevende oplossing.

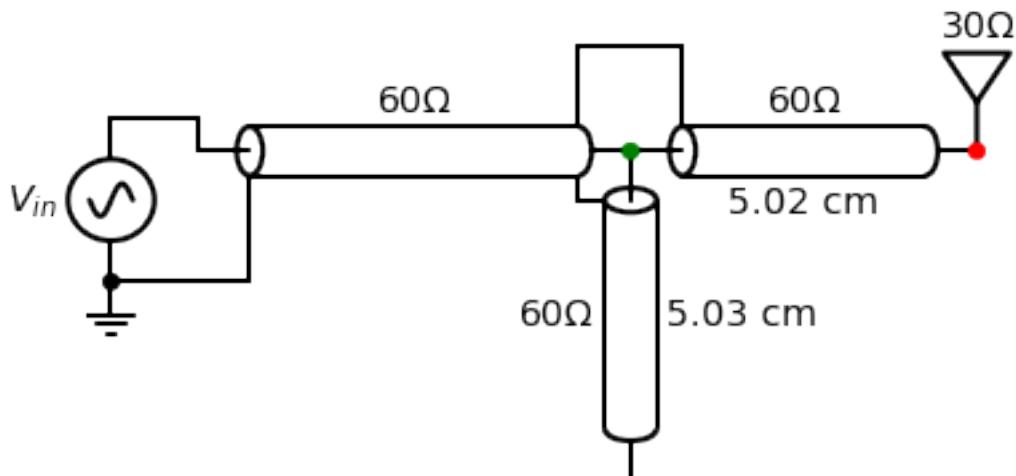


Fig. 8.38: circuit van de zevende oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
105	$Y = -12.79j \text{ mS}$	lengte=1.82 cm
106	$Y = -12.56j \text{ mS}$	lengte=1.84 cm
107	$Y = -12.33j \text{ mS}$	lengte=1.86 cm
108	$Y = -12.11j \text{ mS}$	lengte=1.88 cm
109	$Y = -11.89j \text{ mS}$	lengte=1.89 cm
110	$Y = -11.67j \text{ mS}$	lengte=1.91 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

## 8.5 Smith Kaart Oefening 4

### 8.5.1 Opgave

Gebruik je Smith kaart om een antenne van 150 Ohm aan te passen aan een coax van 50 Ohm voor een frequentie van 600 MHz ( $\lambda = 25 \text{ cm}$ ;  $\epsilon_r = 4$ )? Welke verschillende oplossingen zijn er mogelijk?

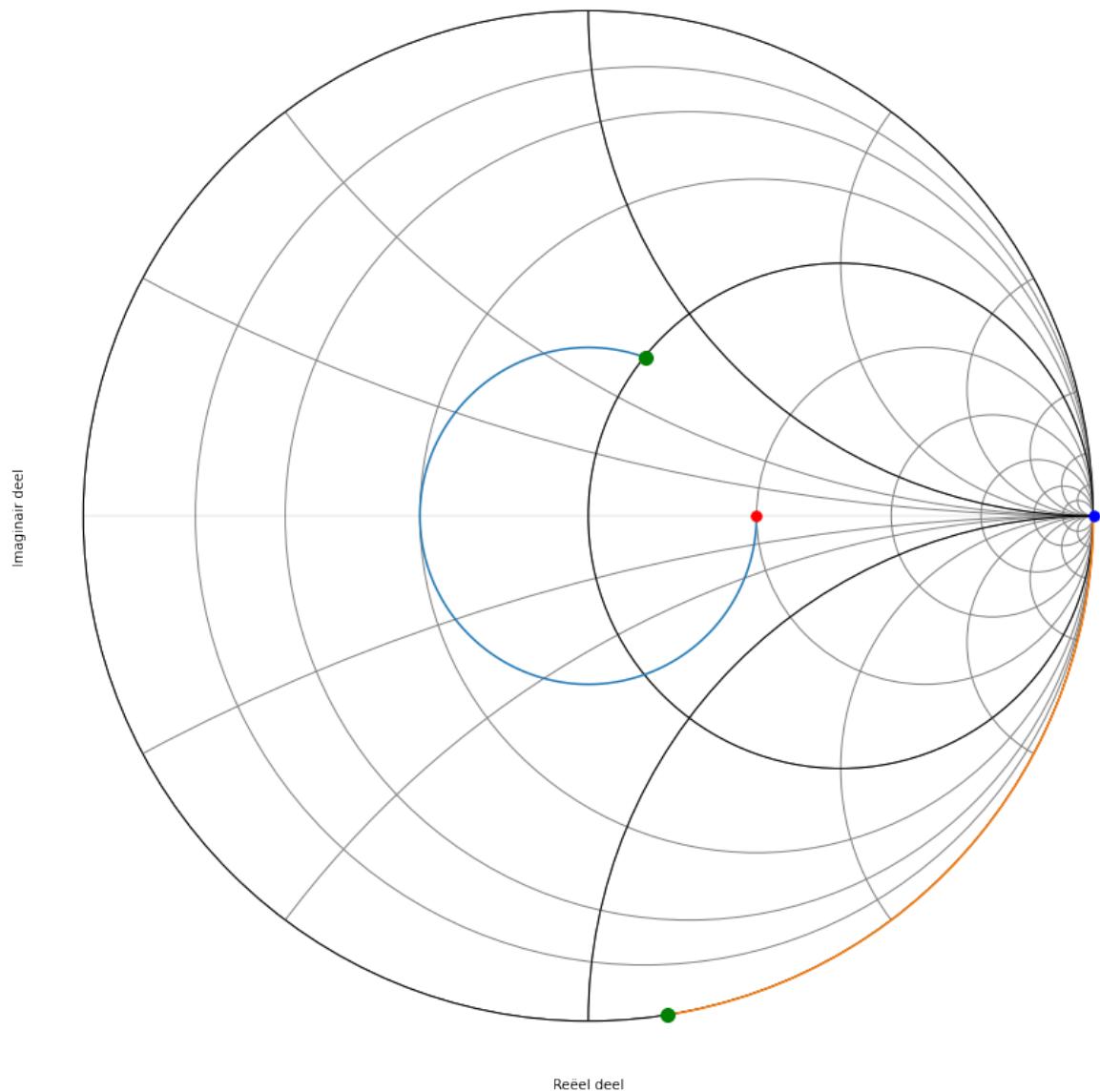


Fig. 8.39: Smith kaart van de achtste oplossing.

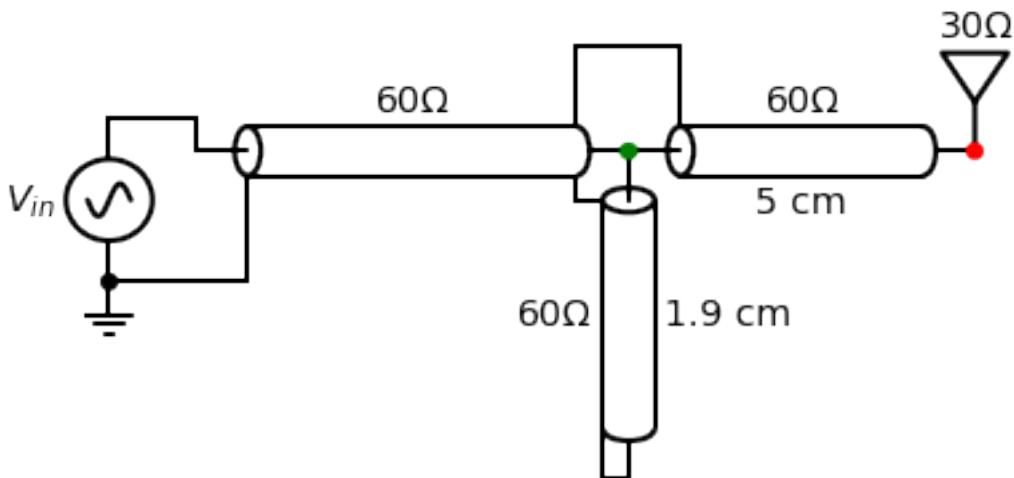


Fig. 8.40: circuit van de achtste oplossing.

### 8.5.2 Oplossing

Er zijn hiervoor 8 oplossingen mogelijk.

We bespreken hieronder elk van deze 8 oplossing:

#### Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

We plaatsen  $z = \frac{Z_L}{Z_0} = 3$  op de Smith kaart (rode dotje) en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dotje).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van  $300^\circ$ . Dit geeft een afstand van  $\frac{300}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.416 \lambda = 10.41 \text{ cm}$ . ( $\lambda = 25 \text{ cm}$  is gegeven)

De nieuwe  $z = 1 + j 1.15$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \text{ Ohm} + j 57.5 \text{ Ohm}$  (zie Table 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer  $-j 57.5 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van de lijnimpedantie (zie Table 1) juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j57.5 \Omega$$

Als we vervolgens  $\omega$  invullen, wetende dat de frequentie  $f=600 \text{ MHz}$ :

$$\omega = 2\pi \cdot 600 \times 10^6$$

$$C = 4.59 \text{ pF}$$

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
297	$Z = 47.11 + 55.97j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.31 \text{ cm}$
298	$Z = 48.04 + 56.56j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.35 \text{ cm}$
299	$Z = 49.01 + 57.15j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.38 \text{ cm}$
300	$Z = 50.00 + 57.74j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.42 \text{ cm}$
301	$Z = 51.02 + 58.31j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.45 \text{ cm}$
302	$Z = 52.08 + 58.89j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.49 \text{ cm}$

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:

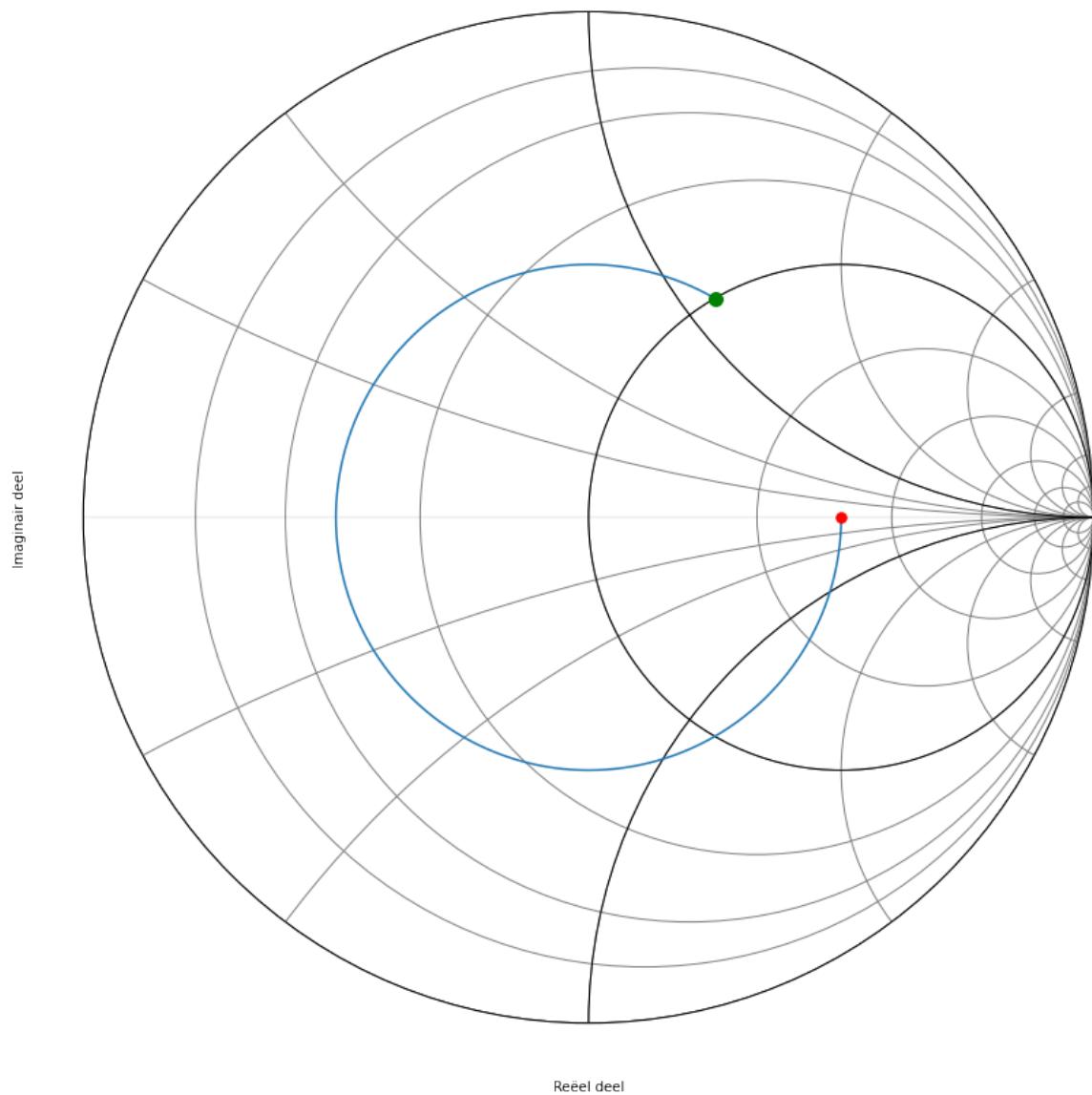


Fig. 8.41: Smith kaart van de eerste oplossing.

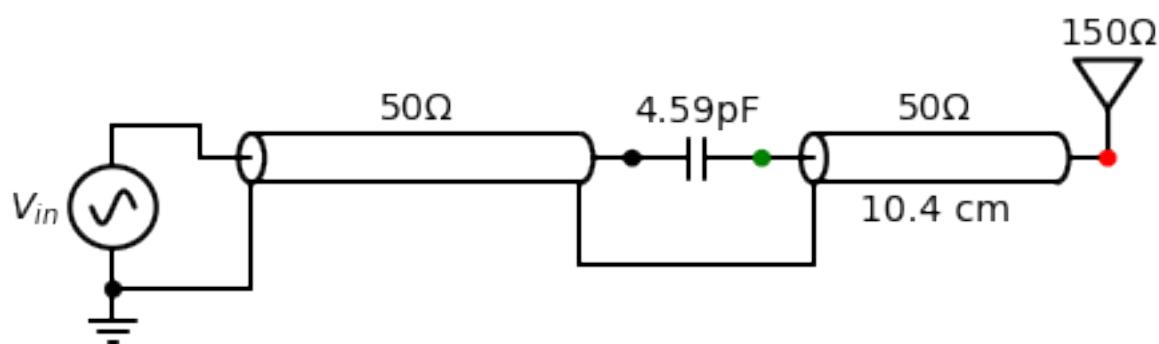


Fig. 8.42: circuit van de eerste oplossing.

### Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 3$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

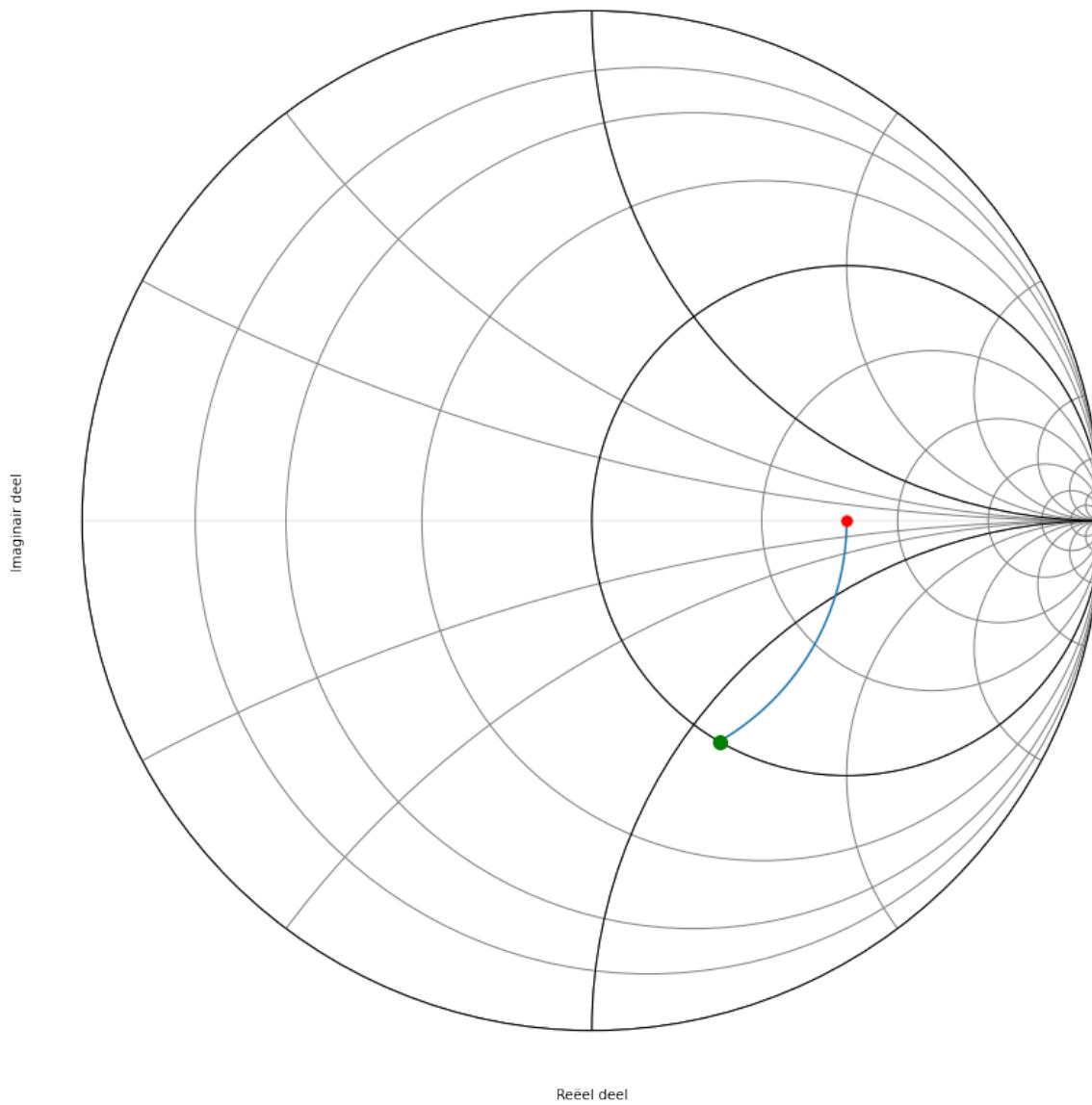


Fig. 8.43: Smith kaart van de tweede oplossing.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
57	$Z = 53.16 - 59.45j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.98 \text{ cm}$
58	$Z = 52.08 - 58.89j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=2.01 \text{ cm}$
59	$Z = 51.02 - 58.31j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=2.05 \text{ cm}$
60	$Z = 50.00 - 57.74j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=2.08 \text{ cm}$
61	$Z = 49.01 - 57.15j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=2.12 \text{ cm}$

De nieuwe  $z = 1 - j 1.15$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \text{ Ohm} - j 57.7 \text{ Ohm}$ . Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer  $j 57.7 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als

complex deel over houden.

$$j\omega L = j57.7\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 600 \times 10^6$$

$$L = 15nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:

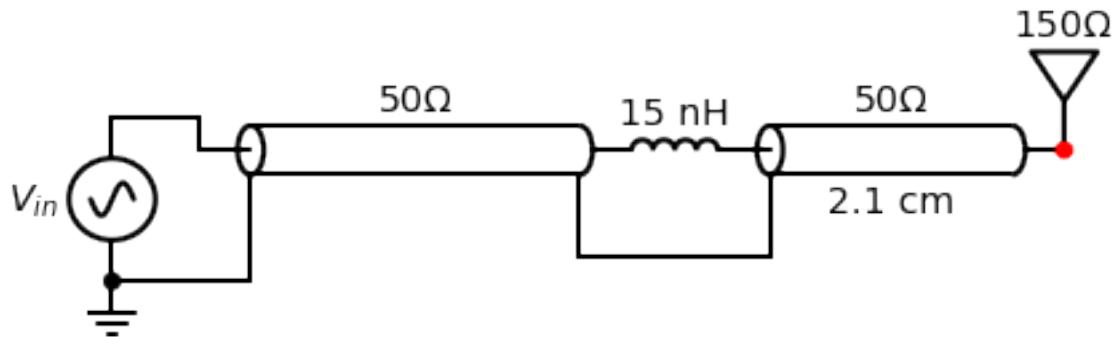


Fig. 8.44: circuit van de tweede oplossing.

### Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 3$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedantie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
237	$Y = 21.27 - 23.78j \text{ mS}$	lengte=8.23 cm
238	$Y = 20.83 - 23.55j \text{ mS}$	lengte=8.26 cm
239	$Y = 20.41 - 23.33j \text{ mS}$	lengte=8.30 cm
240	$Y = 20.00 - 23.09j \text{ mS}$	lengte=8.33 cm
241	$Y = 19.60 - 22.86j \text{ mS}$	lengte=8.37 cm
242	$Y = 19.22 - 22.62j \text{ mS}$	lengte=8.40 cm

$$j\omega C = 0.023j$$

$$C = \frac{0.023}{2\pi \cdot 600 \times 10^6} = 6.12pF$$

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:

imaginair deel

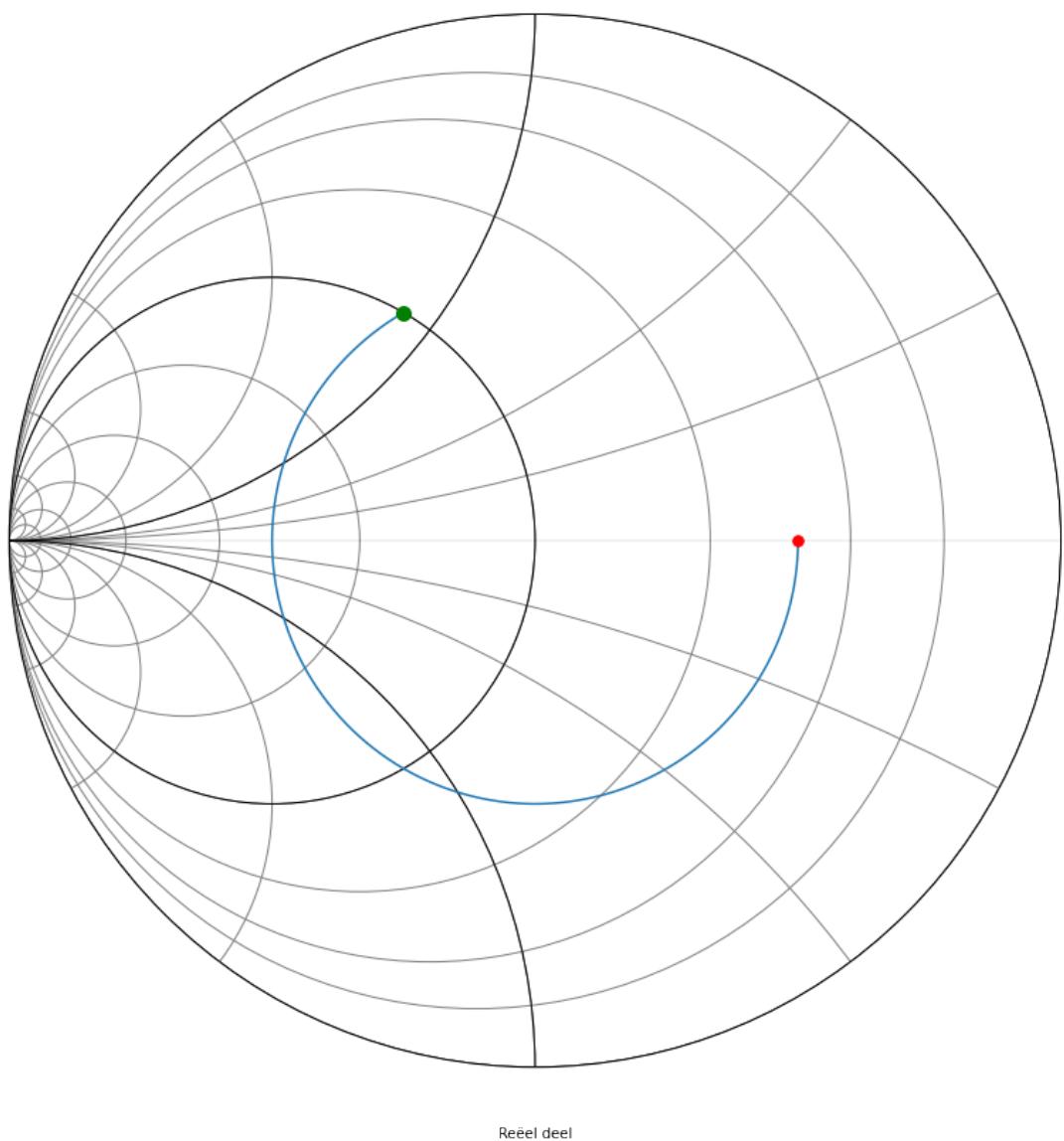


Fig. 8.45: Smith kaart van de derde oplossing.

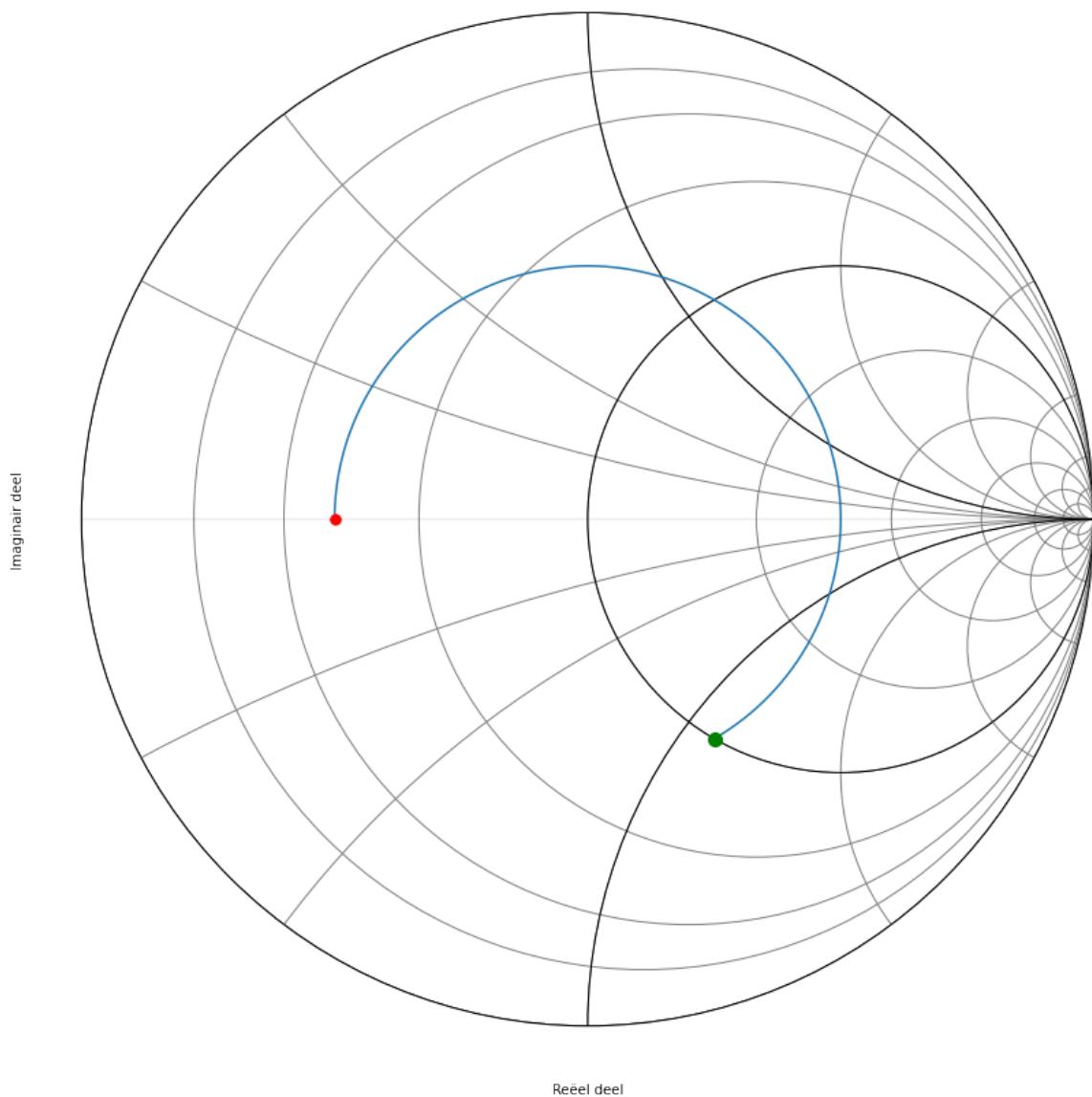


Fig. 8.46: cSmith kaart van de derde oplossing als admitantie.

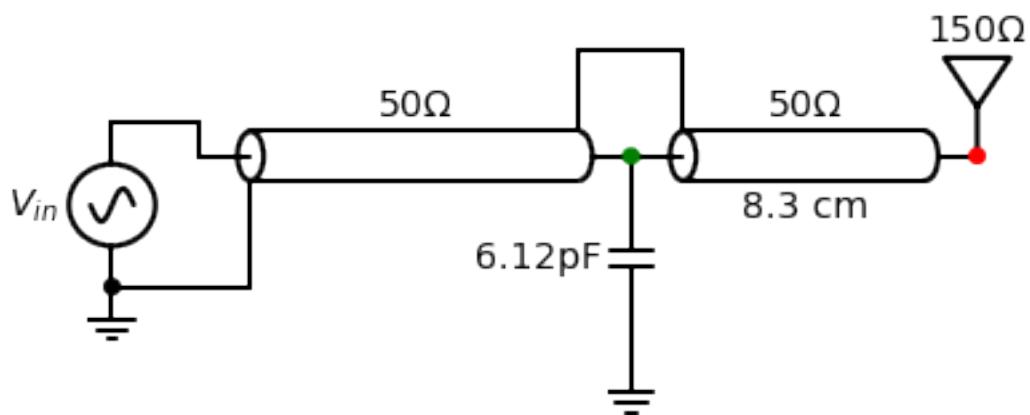


Fig. 8.47: circuit van de derde oplossing.

**Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel**

We plaatsen  $\frac{Z_0}{Z_L} = \frac{1}{3}$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

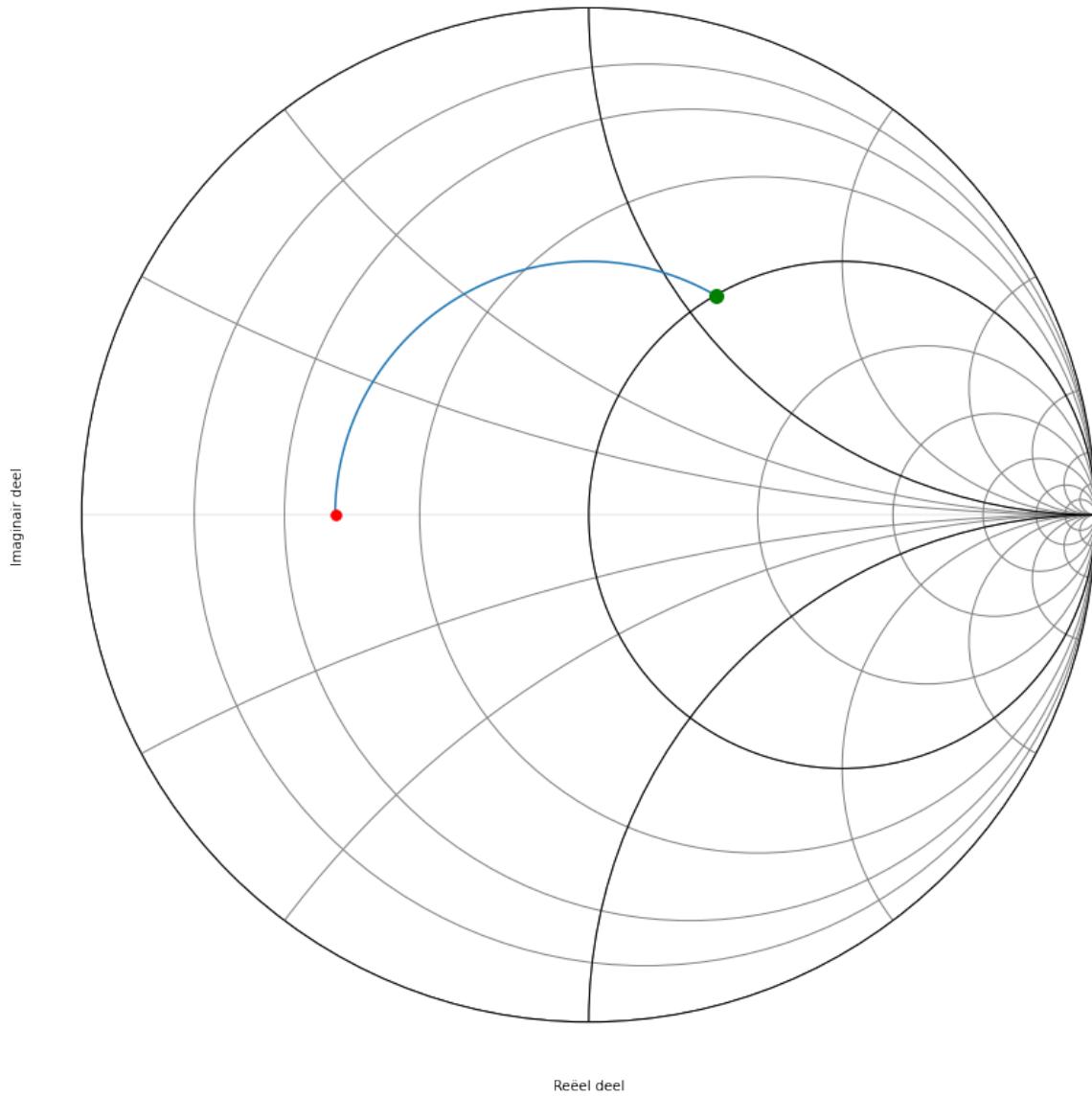


Fig. 8.48: Smith kaart van de vierde oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
118	$Y = 19.22 + 22.62j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
119	$Y = 19.60 + 22.86j \text{ mS}$	lengte=4.13 cm
120	$Y = 20.00 + 23.09j \text{ mS}$	lengte=4.17 cm
121	$Y = 20.41 + 23.33j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm

$$\frac{1}{j\omega L} = -0.023j$$

$$L = \frac{1}{0.023 \cdot 2\pi \cdot 600 \times 10^6} = 11.5nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:

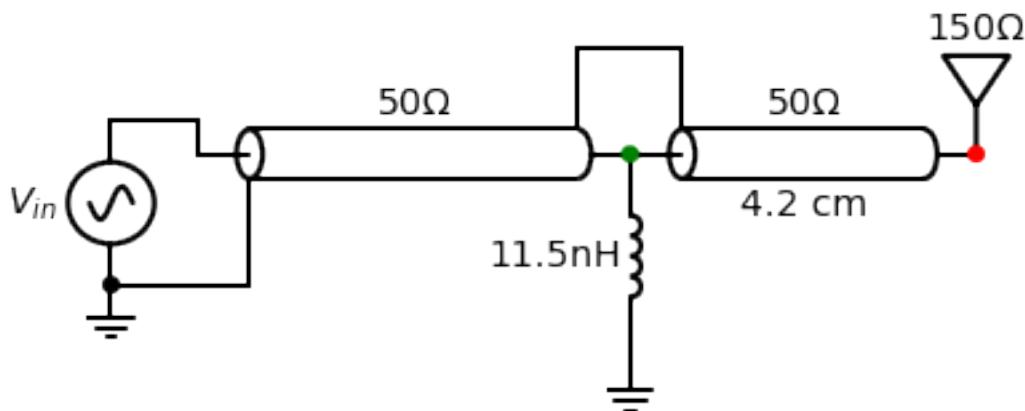


Fig. 8.49: circuit van de vierde oplossing.

#### Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

De  $y = 1 - j 1.15$  compenseren we door  $+j 1.15$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
238	$Y = 20.83 - 23.55j \text{ mS}$	lengte=8.26 cm
239	$Y = 20.41 - 23.33j \text{ mS}$	lengte=8.30 cm
240	$Y = 20.00 - 23.09j \text{ mS}$	lengte=8.33 cm
241	$Y = 19.60 - 22.86j \text{ mS}$	lengte=8.37 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
95	$Y = +21.83j \text{ mS}$	lengte=3.30 cm
96	$Y = +22.21j \text{ mS}$	lengte=3.33 cm
97	$Y = +22.61j \text{ mS}$	lengte=3.37 cm
98	$Y = +23.01j \text{ mS}$	lengte=3.40 cm
99	$Y = +23.42j \text{ mS}$	lengte=3.44 cm
100	$Y = +23.84j \text{ mS}$	lengte=3.47 cm

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van  $\frac{98}{360} \frac{\lambda}{2}$  de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:

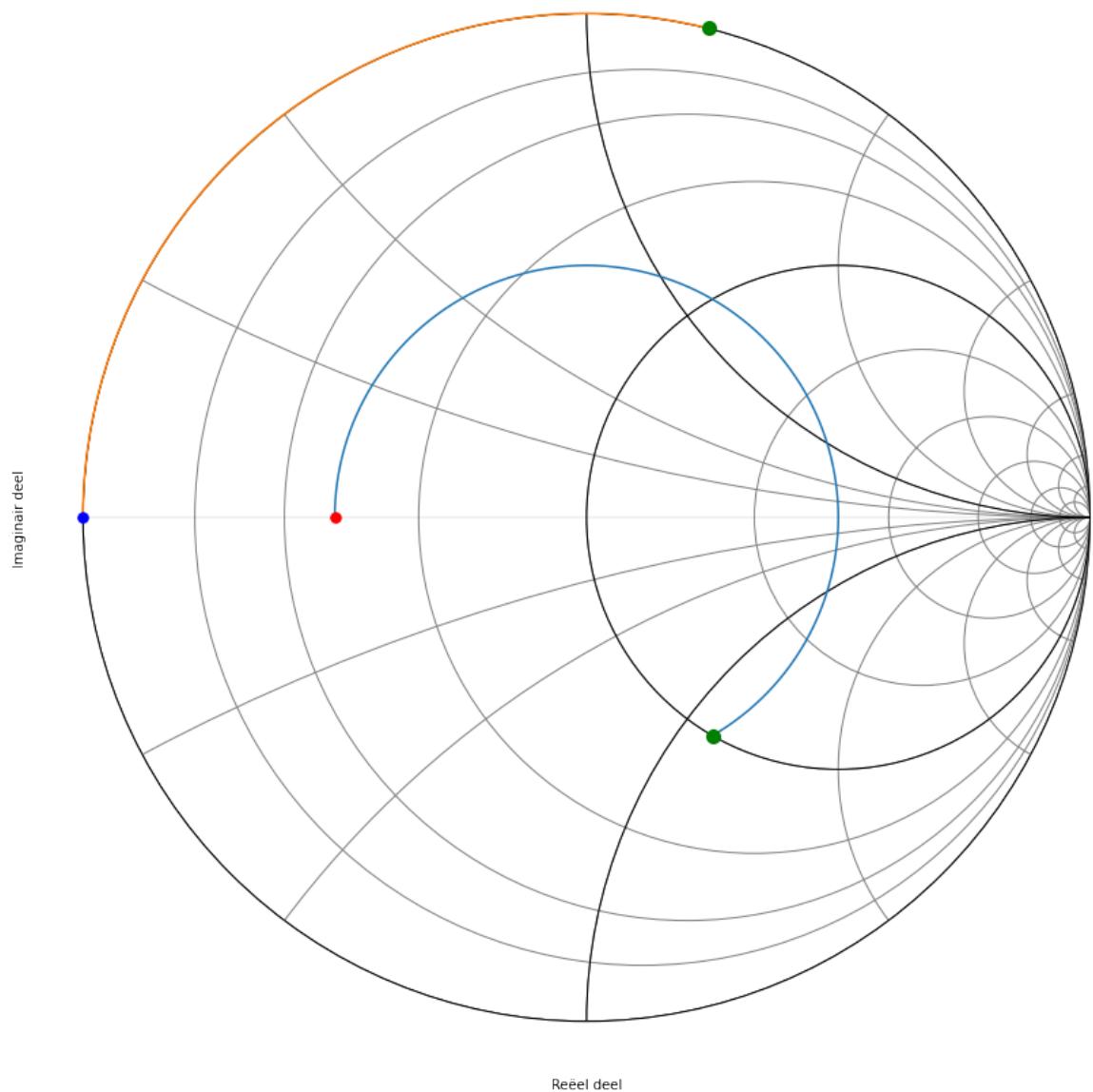


Fig. 8.50: Smith kaart van de vijfde oplossing.

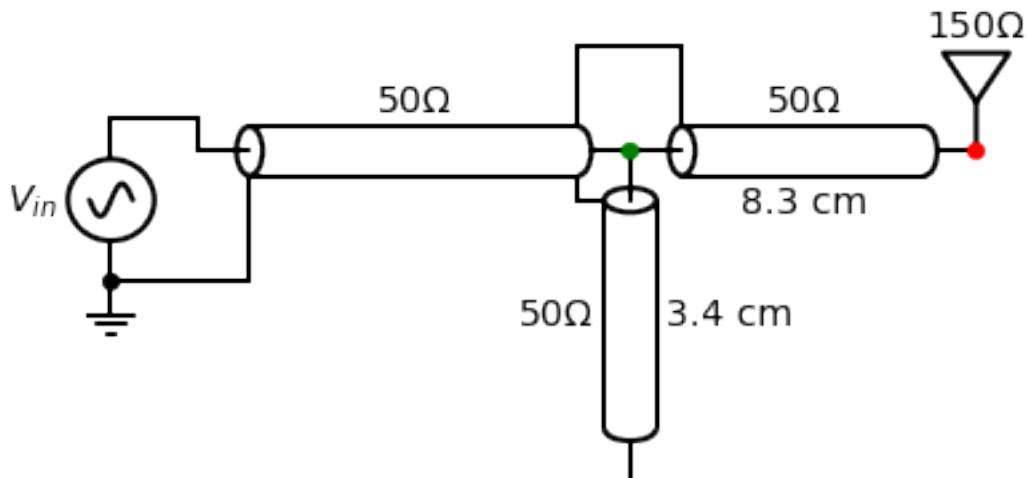


Fig. 8.51: circuit van de vijfde oplossing.

**Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn**

De  $y = 1 - j 1.15$  compenseren we door  $+j 1.15$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
238	$Y= 20.83-23.55j \text{ mS}$	lengte=8.26 cm
239	$Y= 20.41-23.33j \text{ mS}$	lengte=8.30 cm
240	$Y= 20.00-23.09j \text{ mS}$	lengte=8.33 cm
241	$Y= 19.60-22.86j \text{ mS}$	lengte=8.37 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
275	$Y= +21.83j \text{ mS}$	lengte=9.55 cm
276	$Y= +22.21j \text{ mS}$	lengte=9.58 cm
277	$Y= +22.61j \text{ mS}$	lengte=9.62 cm
278	$Y= +23.01j \text{ mS}$	lengte=9.65 cm
279	$Y= +23.42j \text{ mS}$	lengte=9.69 cm
280	$Y= +23.84j \text{ mS}$	lengte=9.72 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

**Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn**

De  $y = 1 + j 1.15$  compenseren we door  $-j 1.15$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
118	$Y= 19.22+22.62j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
119	$Y= 19.60+22.86j \text{ mS}$	lengte=4.13 cm
120	$Y= 20.00+23.09j \text{ mS}$	lengte=4.17 cm
121	$Y= 20.41+23.33j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm

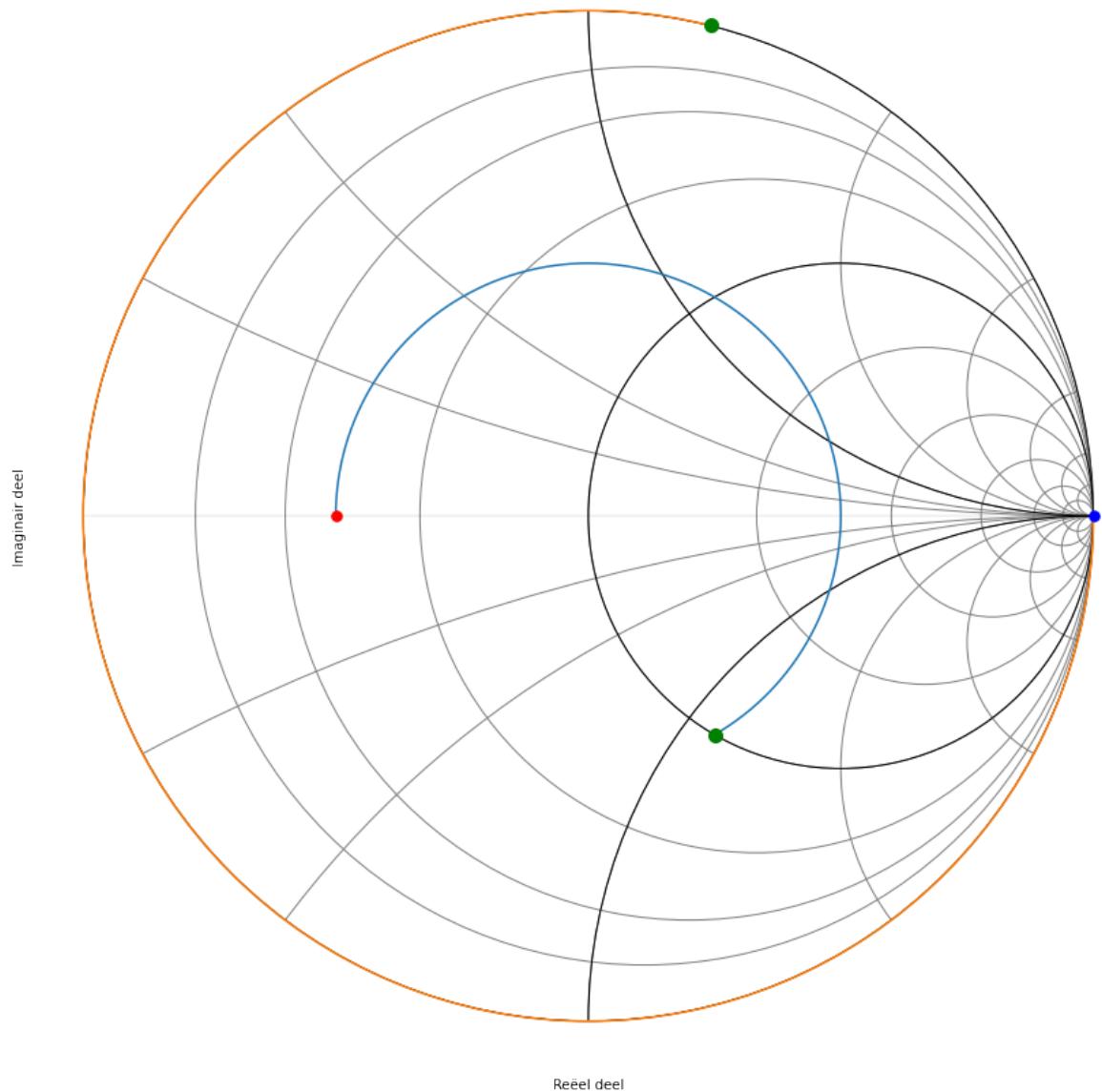


Fig. 8.52: Smith kaart van de zesde oplossing.

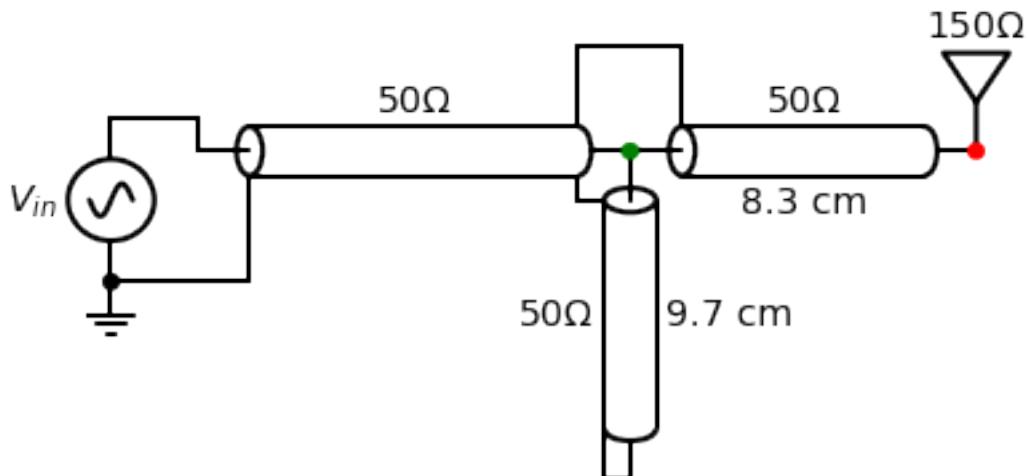


Fig. 8.53: circuit van de zesde oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
260	$Y = -23.84j \text{ mS}$	lengte=9.03 cm
261	$Y = -23.42j \text{ mS}$	lengte=9.06 cm
262	$Y = -23.01j \text{ mS}$	lengte=9.10 cm
263	$Y = -22.61j \text{ mS}$	lengte=9.13 cm
264	$Y = -22.21j \text{ mS}$	lengte=9.17 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

### Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 + j 1.15$  compenseren we door  $-j 1.15$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
118	$Y = 19.22 + 22.62j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
119	$Y = 19.60 + 22.86j \text{ mS}$	lengte=4.13 cm
120	$Y = 20.00 + 23.09j \text{ mS}$	lengte=4.17 cm
121	$Y = 20.41 + 23.33j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
80	$Y = -23.84j \text{ mS}$	lengte=2.78 cm
81	$Y = -23.42j \text{ mS}$	lengte=2.81 cm
82	$Y = -23.01j \text{ mS}$	lengte=2.85 cm
83	$Y = -22.61j \text{ mS}$	lengte=2.88 cm
84	$Y = -22.21j \text{ mS}$	lengte=2.92 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

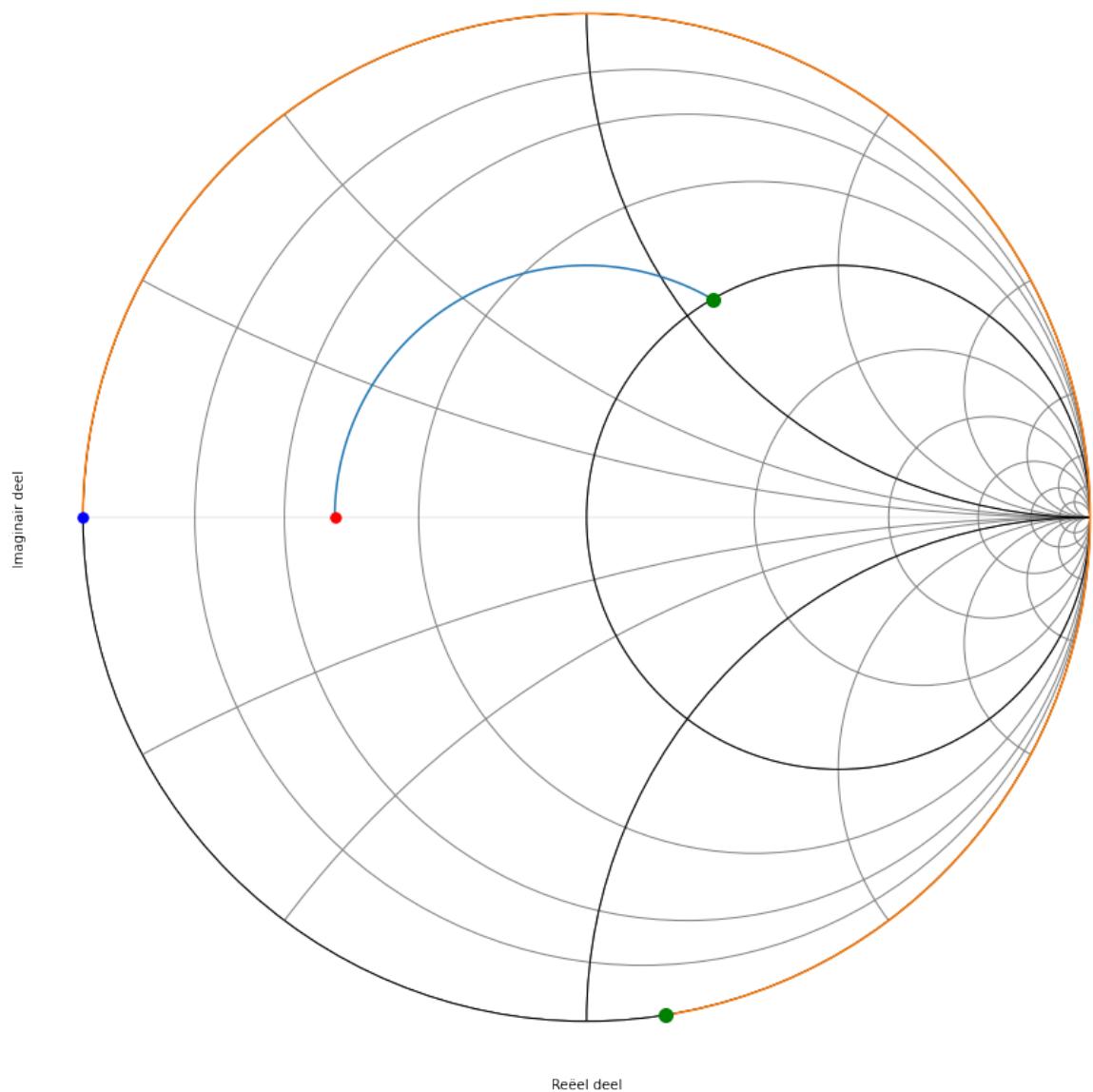


Fig. 8.54: Smith kaart van de zevende oplossing.

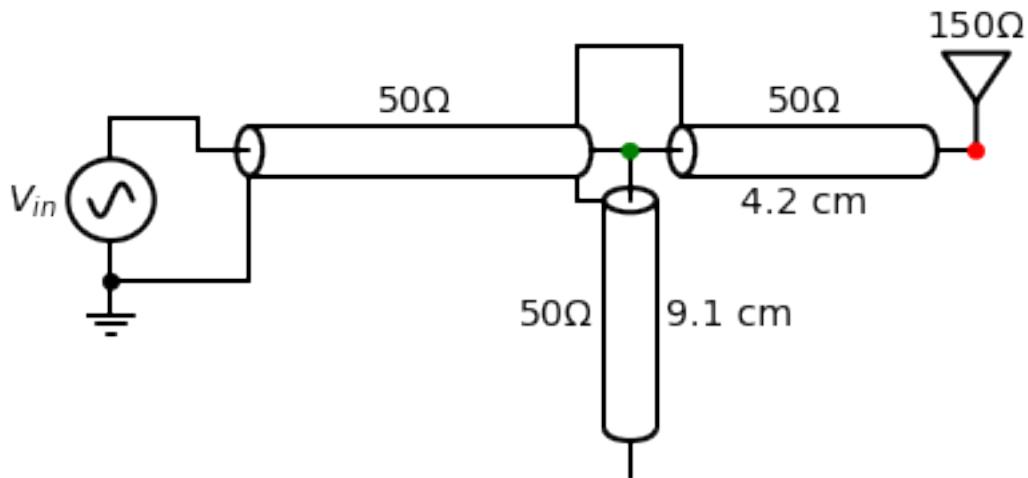


Fig. 8.55: circuit van de zevende oplossing.

## 8.6 Smith Kaart Oefening 5

### 8.6.1 Opgave

Gebruik je Smith kaart om een antenne van 110 Ohm aan te passen aan een coax van 50 Ohm voor een frequentie van 600 MHz ( $\lambda = 25\text{ cm}$ )? Welke verschillende oplossingen zijn er mogelijk?

### 8.6.2 Oplossing

Er zijn hiervoor 8 oplossingen mogelijk.

We bespreken hieronder elk van deze 8 oplossing:

#### Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

Het imaginair deel van de impedantie van een condensator is negatief. We kunnen een bijgeplaatste condensator dus gebruiken om een positief imaginair deel te compenseren.

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.2$  op de Smith kaart (rode dot) en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dot).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van  $292^\circ$ . Dit geeft een afstand van  $\frac{292}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.406 \lambda = 10.1\text{ cm}$ . ( $\lambda = 25\text{ cm}$  is gegeven)

De nieuwe  $z = 1 + j 0.81$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50\text{ Ohm} + j 40.5\text{ Ohm}$  (zie Tabel 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer  $-j 57.5\text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j40.5\Omega$$

Als we vervolgens  $\omega$  invullen, wetende dat de frequentie  $f=600\text{ MHz}$ :

$$\omega = 2\pi 600 10^6 \text{ Hz}$$

$$C = 6.54\text{ pF}$$

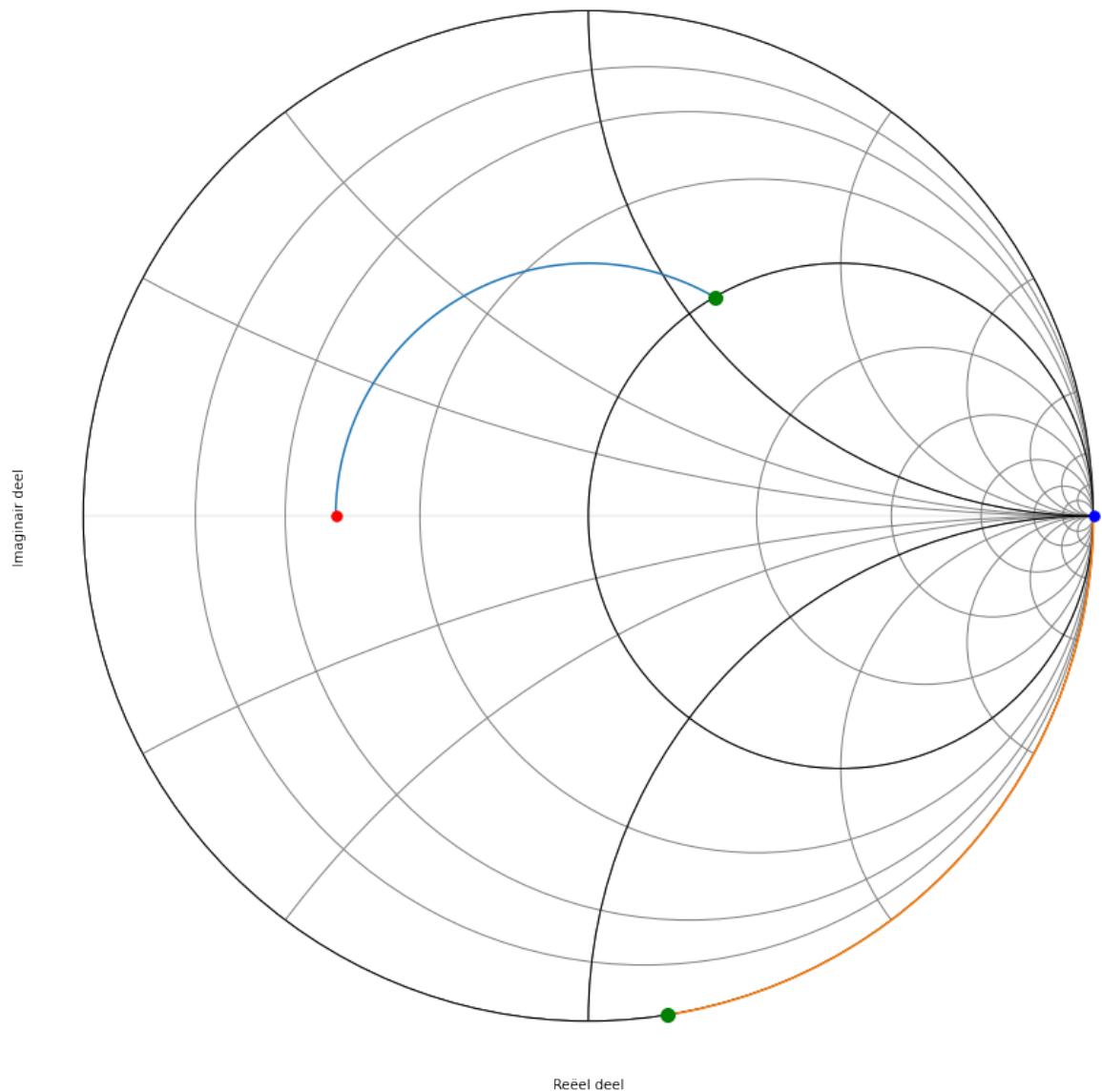


Fig. 8.56: Smith kaart van de achtste oplossing.

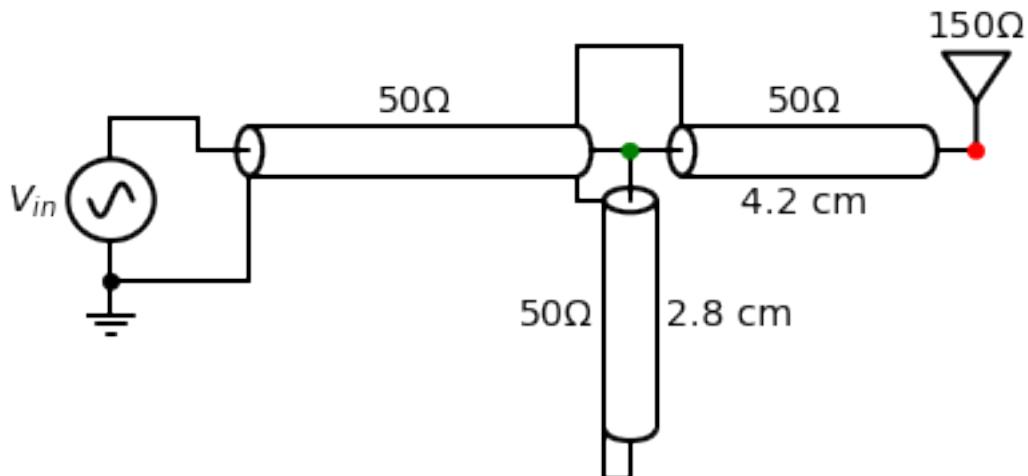


Fig. 8.57: circuit van de achtste oplossing.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
290	$Z = 48.60 + 39.86j \text{ Ohm}$	lengte=10.07 cm
291	$Z = 49.28 + 40.16j \text{ Ohm}$	lengte=10.10 cm
292	$Z = 49.98 + 40.45j \text{ Ohm}$	lengte=10.14 cm
293	$Z = 50.70 + 40.73j \text{ Ohm}$	lengte=10.17 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:

### Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.2$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
65	$Z = 52.17 - 41.26j \text{ Ohm}$	lengte=2.26 cm
66	$Z = 51.42 - 41.00j \text{ Ohm}$	lengte=2.29 cm
67	$Z = 50.70 - 40.73j \text{ Ohm}$	lengte=2.33 cm
68	$Z = 49.98 - 40.45j \text{ Ohm}$	lengte=2.36 cm
69	$Z = 49.28 - 40.16j \text{ Ohm}$	lengte=2.40 cm

De nieuwe  $z = 1 - j 0.81$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \text{ Ohm} - j 40.5 \text{ Ohm}$ . Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer  $j 40.5 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j40.5\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 600 \times 10^6$$

$$L = 10.7nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:

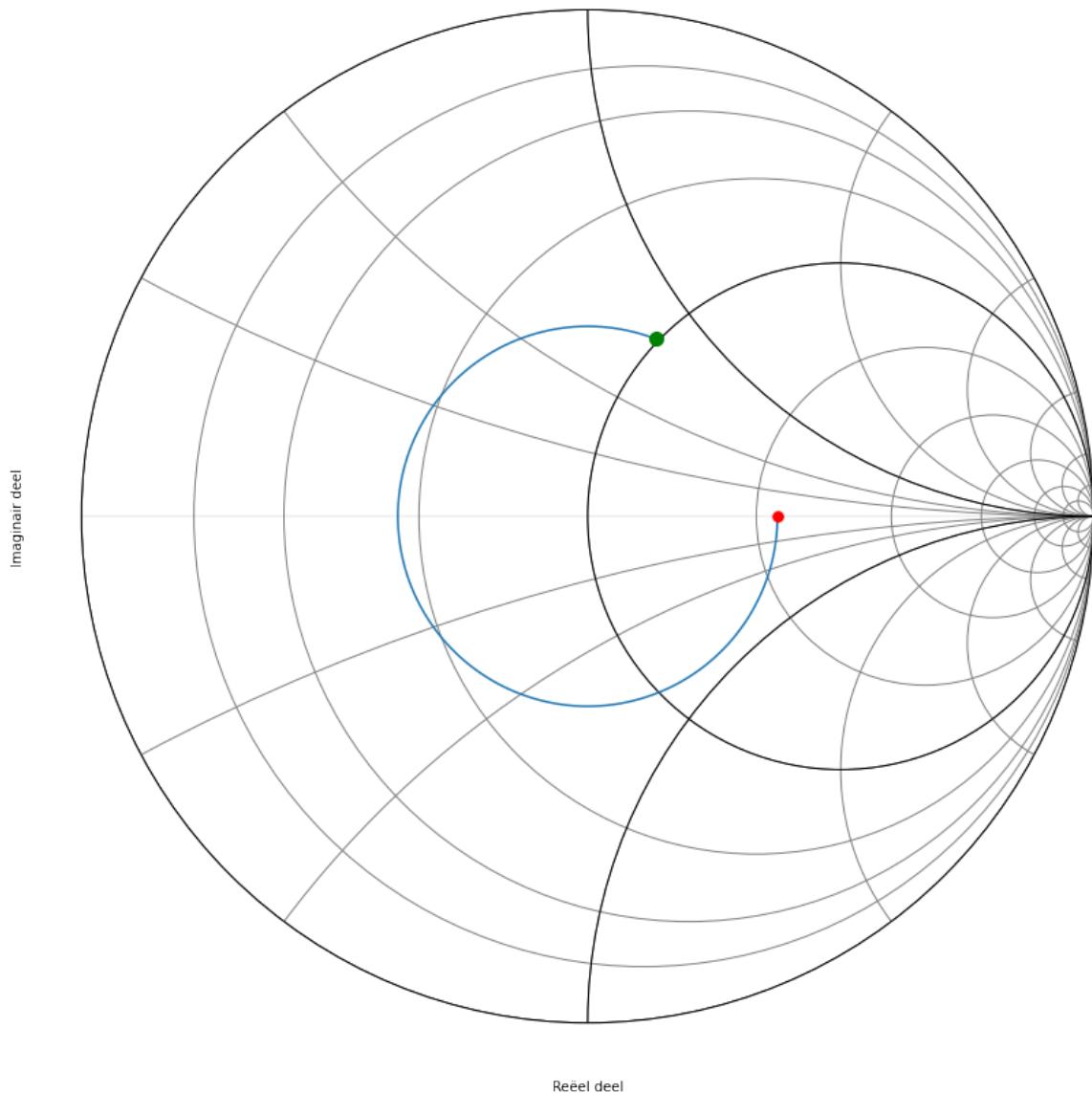


Fig. 8.58: Smith kaart van de eerste oplossing.

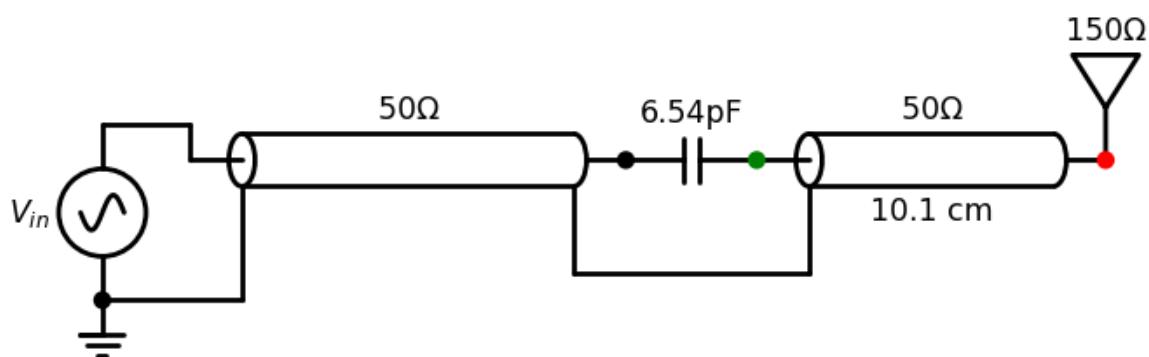


Fig. 8.59: circuit van de eerste oplossing.

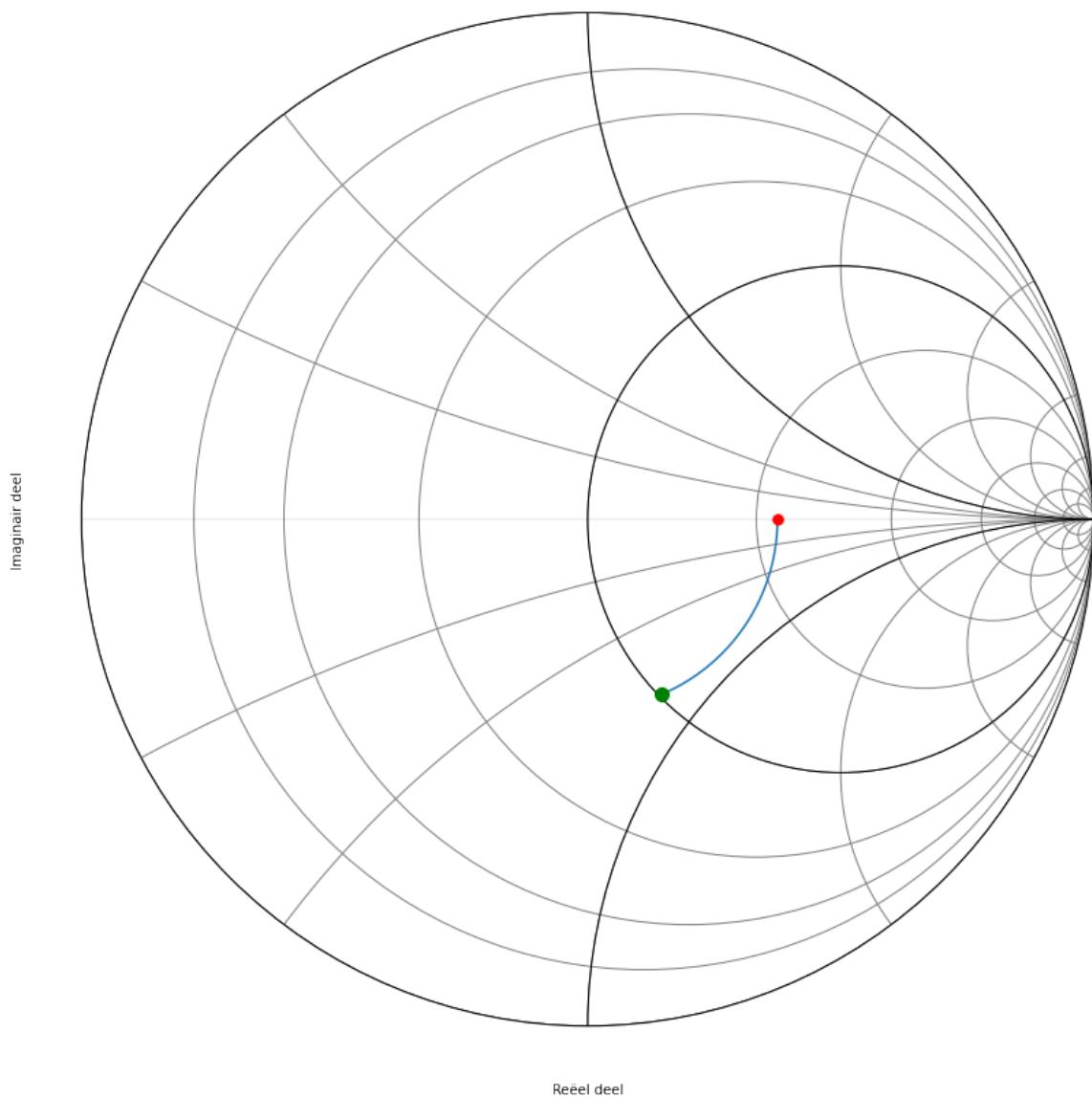


Fig. 8.60: Smith kaart van de tweede oplossing.

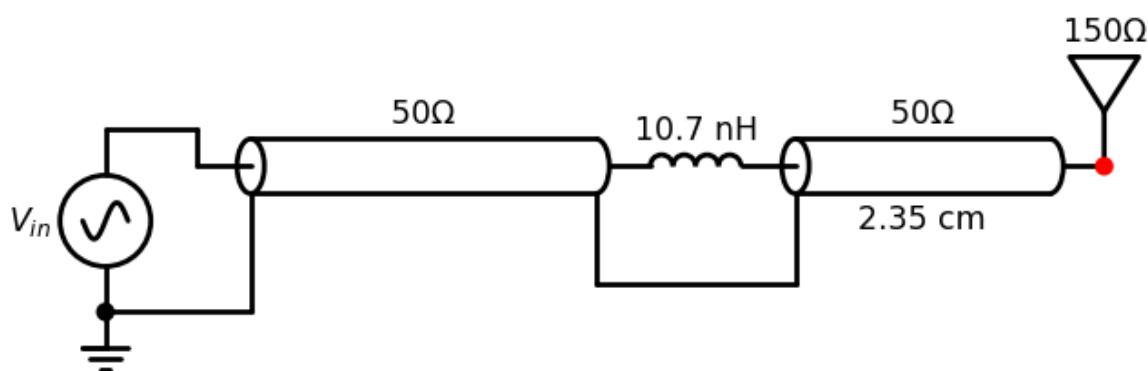


Fig. 8.61: circuit van de tweede oplossing.

### Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.2$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

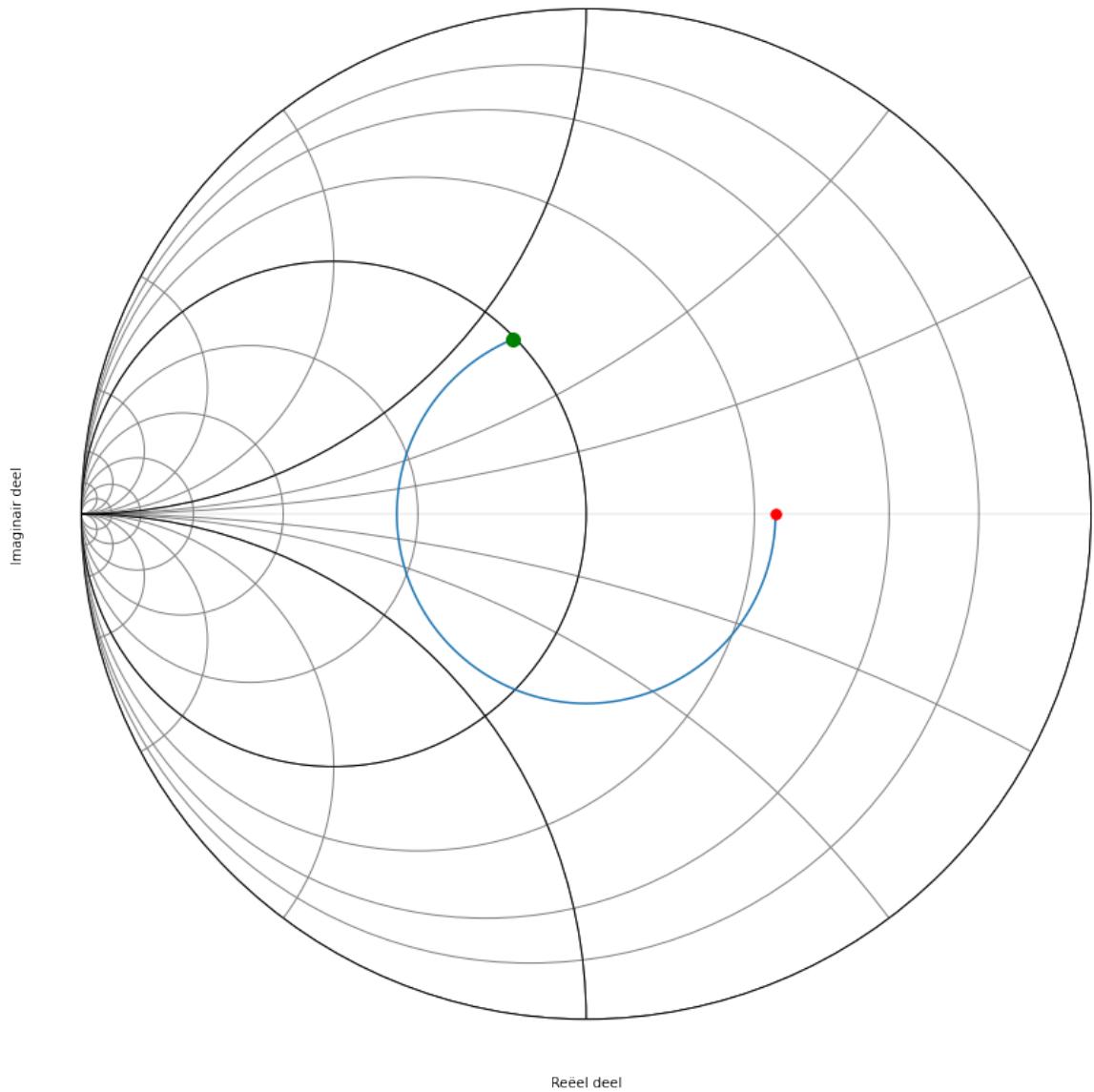


Fig. 8.62: Smith kaart van de derde oplossing.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedentie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
245	$Y = 20.87 - 16.51j \text{ mS}$	lengte=8.51 cm
246	$Y = 20.57 - 16.40j \text{ mS}$	lengte=8.54 cm
247	$Y = 20.28 - 16.29j \text{ mS}$	lengte=8.58 cm
248	$Y = 19.99 - 16.18j \text{ mS}$	lengte=8.61 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:

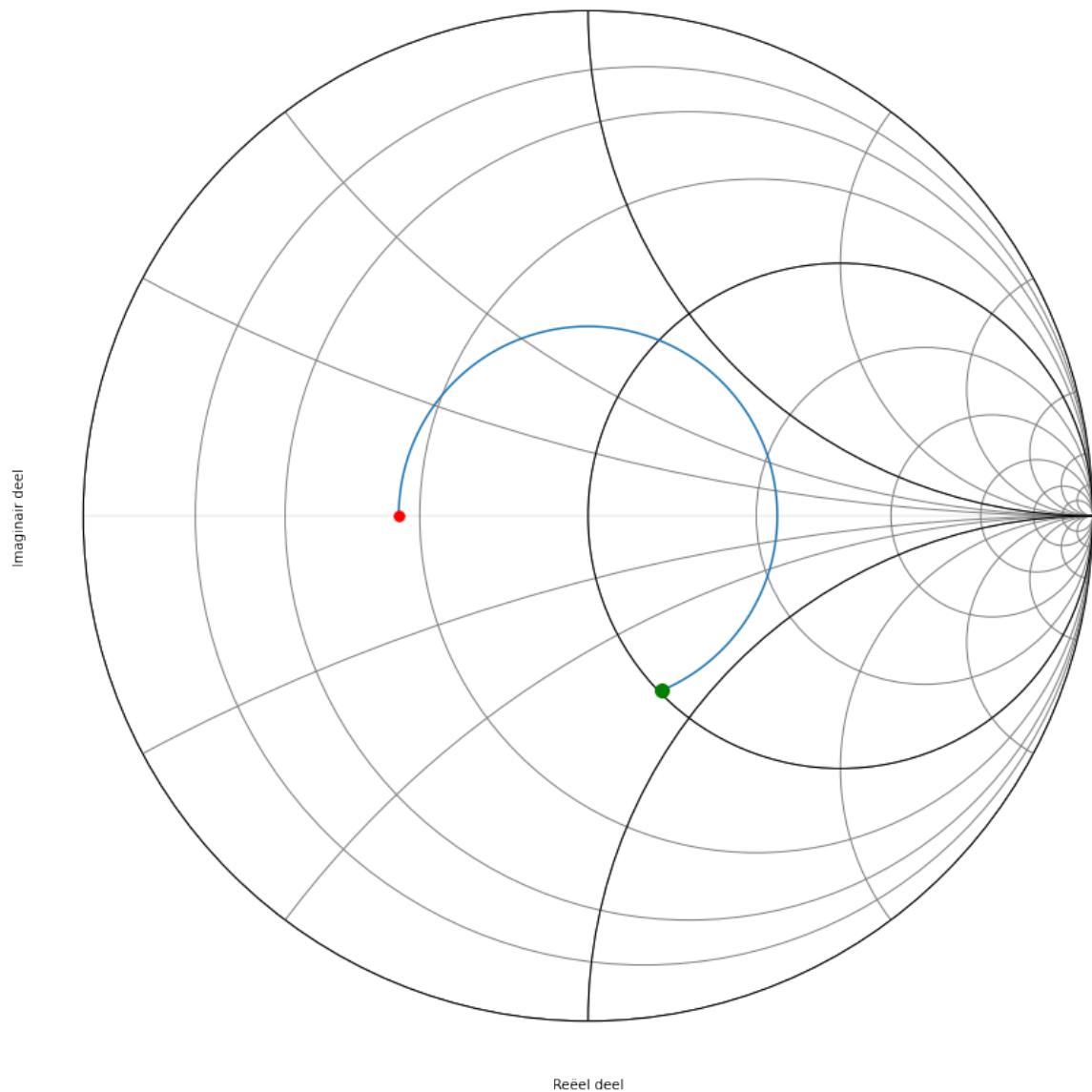


Fig. 8.63: Smith kaart van de derde oplossing als admitantie

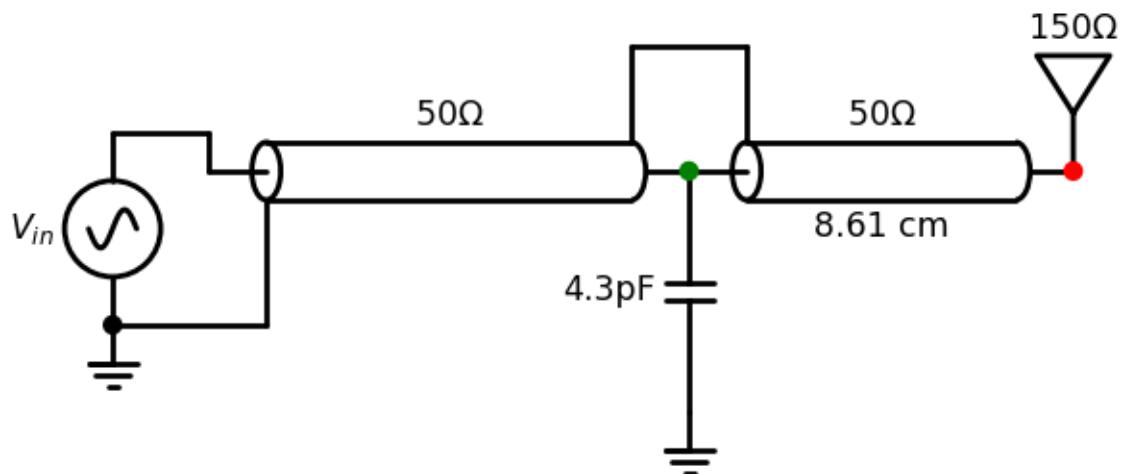


Fig. 8.64: circuit van de derde oplossing.

#### Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_0}{Z_L} = \frac{1}{2.2}$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
110	$Y = 19.44 + 15.94j \text{ mS}$	lengte=3.82 cm
111	$Y = 19.71 + 16.06j \text{ mS}$	lengte=3.85 cm
112	$Y = 19.99 + 16.18j \text{ mS}$	lengte=3.89 cm
113	$Y = 20.28 + 16.29j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
114	$Y = 20.57 + 16.40j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:

#### Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

De  $y = 1 - j 0.85$  compenseren we door  $+j 0.85$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
245	$Y = 20.87 - 16.51j \text{ mS}$	lengte=8.51 cm
246	$Y = 20.57 - 16.40j \text{ mS}$	lengte=8.54 cm
247	$Y = 20.28 - 16.29j \text{ mS}$	lengte=8.58 cm
248	$Y = 19.99 - 16.18j \text{ mS}$	lengte=8.61 cm
249	$Y = 19.71 - 16.06j \text{ mS}$	lengte=8.65 cm

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
75	$Y = +15.35j \text{ mS}$	lengte=2.60 cm
76	$Y = +15.63j \text{ mS}$	lengte=2.64 cm
77	$Y = +15.91j \text{ mS}$	lengte=2.67 cm
78	$Y = +16.20j \text{ mS}$	lengte=2.71 cm
79	$Y = +16.49j \text{ mS}$	lengte=2.74 cm

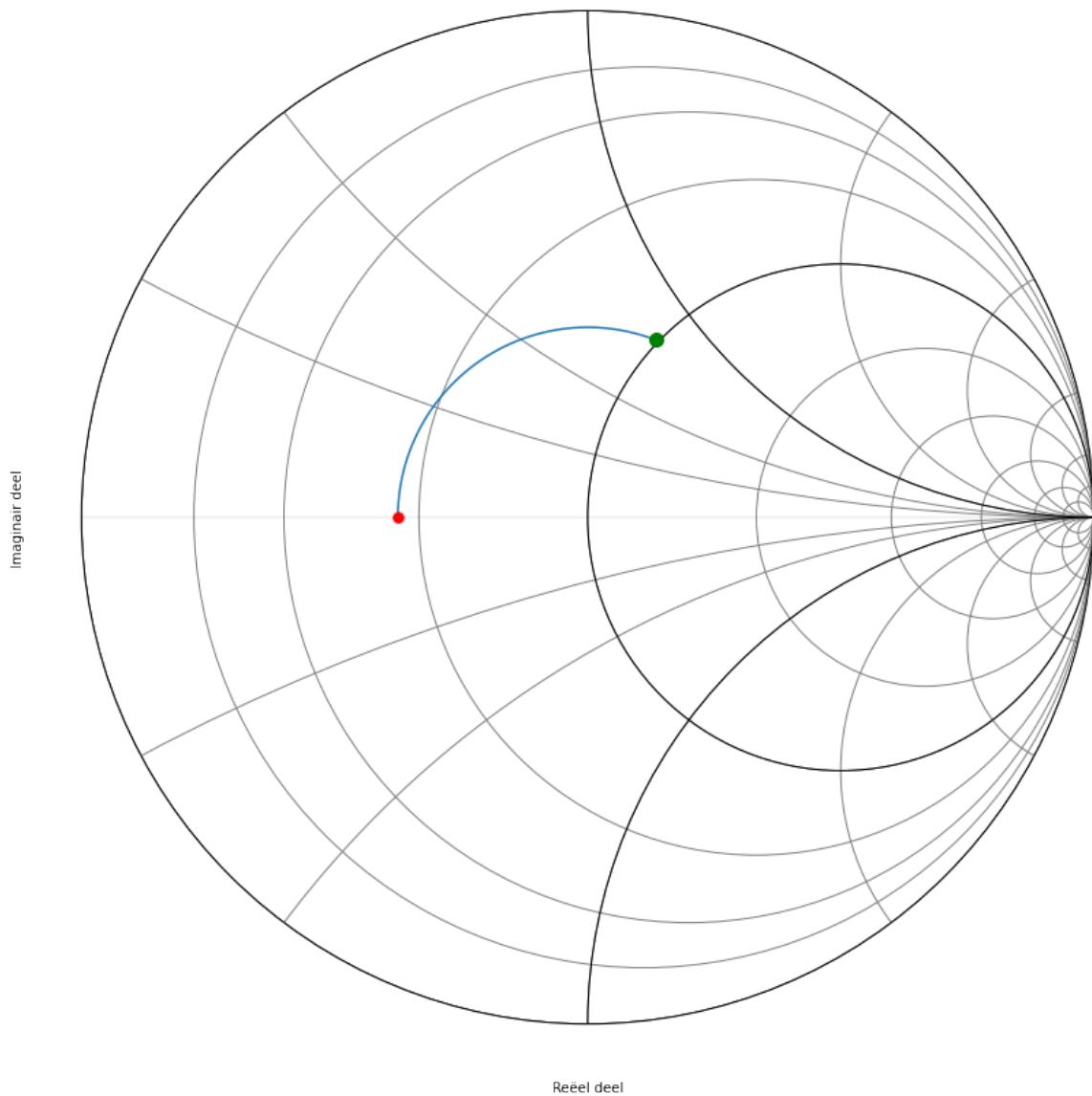


Fig. 8.65: Smith kaart van de vierde oplossing.

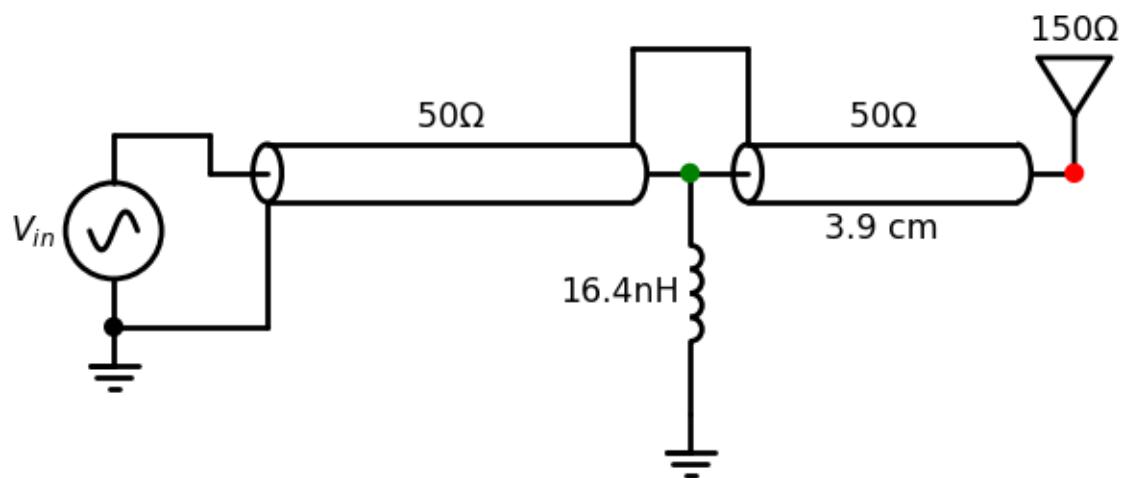


Fig. 8.66: circuit van de vierde oplossing.

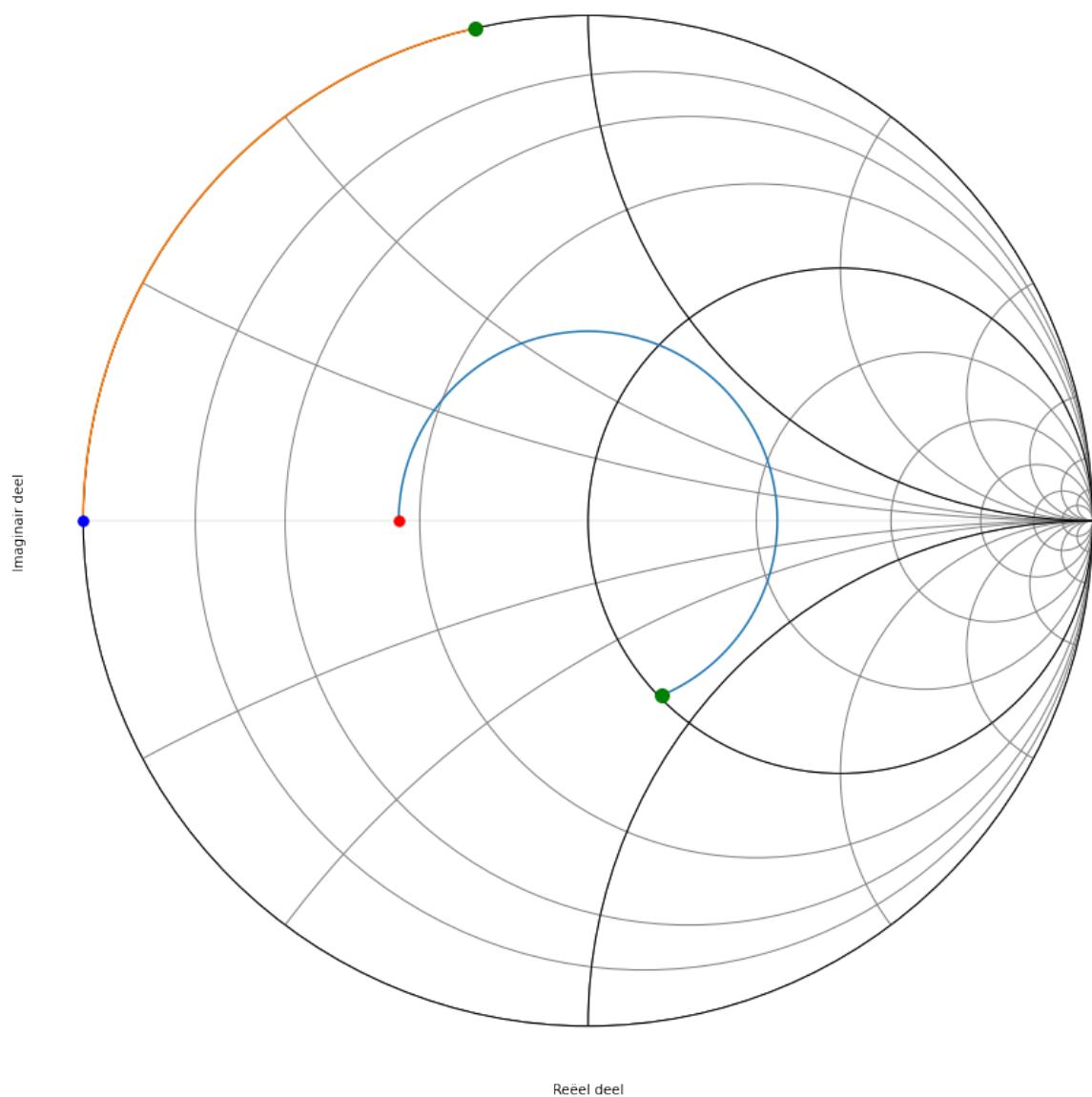


Fig. 8.67: Smith kaart van de vijfde oplossing.

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van  $\frac{78}{360} \frac{\lambda}{2}$  de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:

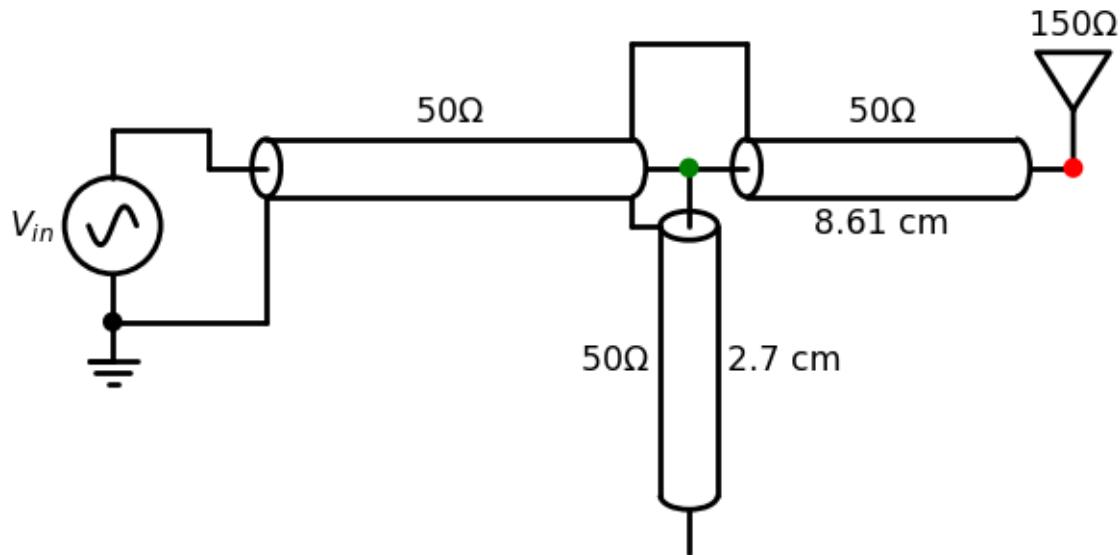


Fig. 8.68: circuit van de vijfde oplossing.

#### Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 - j 0.85$  compenseren we door  $+j 0.85$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
245	$Y= 20.87-16.51j \text{ mS}$	lengte=8.51 cm
246	$Y= 20.57-16.40j \text{ mS}$	lengte=8.54 cm
247	$Y= 20.28-16.29j \text{ mS}$	lengte=8.58 cm
248	$Y= 19.99-16.18j \text{ mS}$	lengte=8.61 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y= +15.35j \text{ mS}$	lengte=8.85 cm
256	$Y= +15.63j \text{ mS}$	lengte=8.89 cm
257	$Y= +15.91j \text{ mS}$	lengte=8.92 cm
258	$Y= +16.20j \text{ mS}$	lengte=8.96 cm
259	$Y= +16.49j \text{ mS}$	lengte=8.99 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

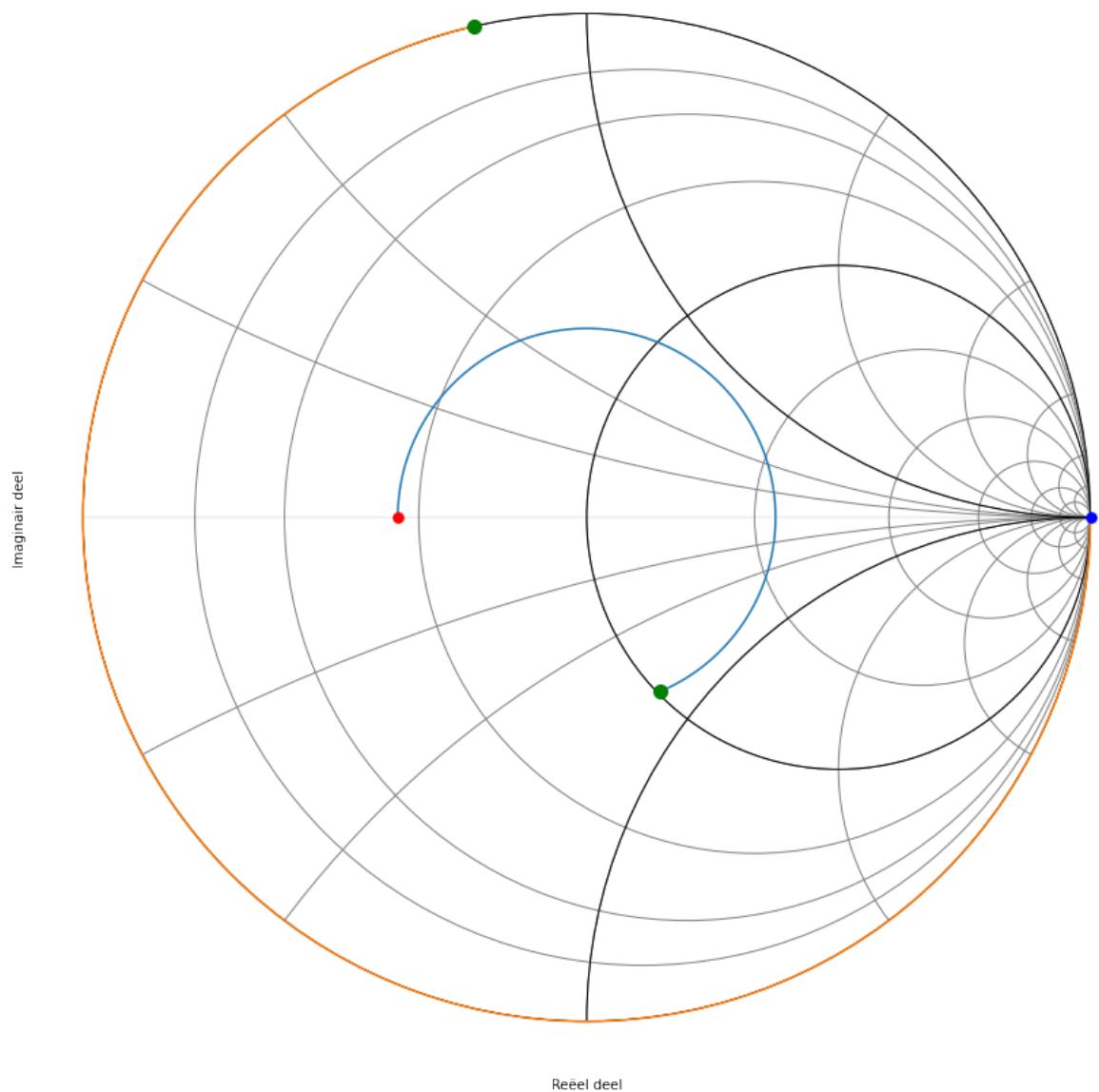


Fig. 8.69: Smith kaart van de zesde oplossing.

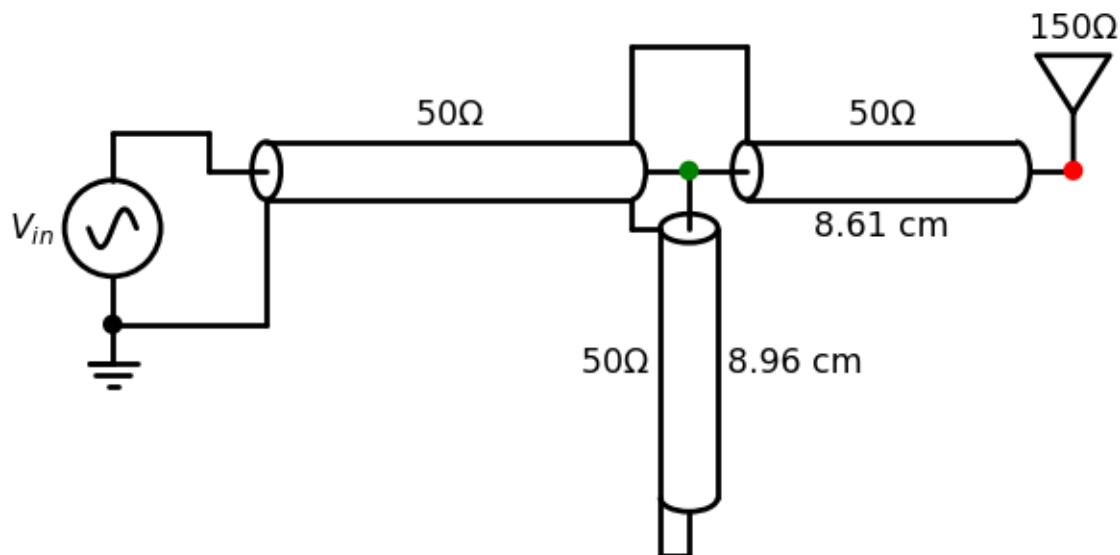


Fig. 8.70: circuit van de zesde oplossing.

**Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.85$  compenseren we door  $-j 0.85$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
110	$Y = 19.44 + 15.94j \text{ mS}$	lengte=3.82 cm
111	$Y = 19.71 + 16.06j \text{ mS}$	lengte=3.85 cm
112	$Y = 19.99 + 16.18j \text{ mS}$	lengte=3.89 cm
113	$Y = 20.28 + 16.29j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
114	$Y = 20.57 + 16.40j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
280	$Y = -16.78j \text{ mS}$	lengte=9.72 cm
281	$Y = -16.49j \text{ mS}$	lengte=9.76 cm
282	$Y = -16.20j \text{ mS}$	lengte=9.79 cm
283	$Y = -15.91j \text{ mS}$	lengte=9.83 cm
284	$Y = -15.63j \text{ mS}$	lengte=9.86 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

**Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.85$  compenseren we door  $-j 0.85$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
110	$Y = 19.44 + 15.94j \text{ mS}$	lengte=3.82 cm
111	$Y = 19.71 + 16.06j \text{ mS}$	lengte=3.85 cm
112	$Y = 19.99 + 16.18j \text{ mS}$	lengte=3.89 cm
113	$Y = 20.28 + 16.29j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
114	$Y = 20.57 + 16.40j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm

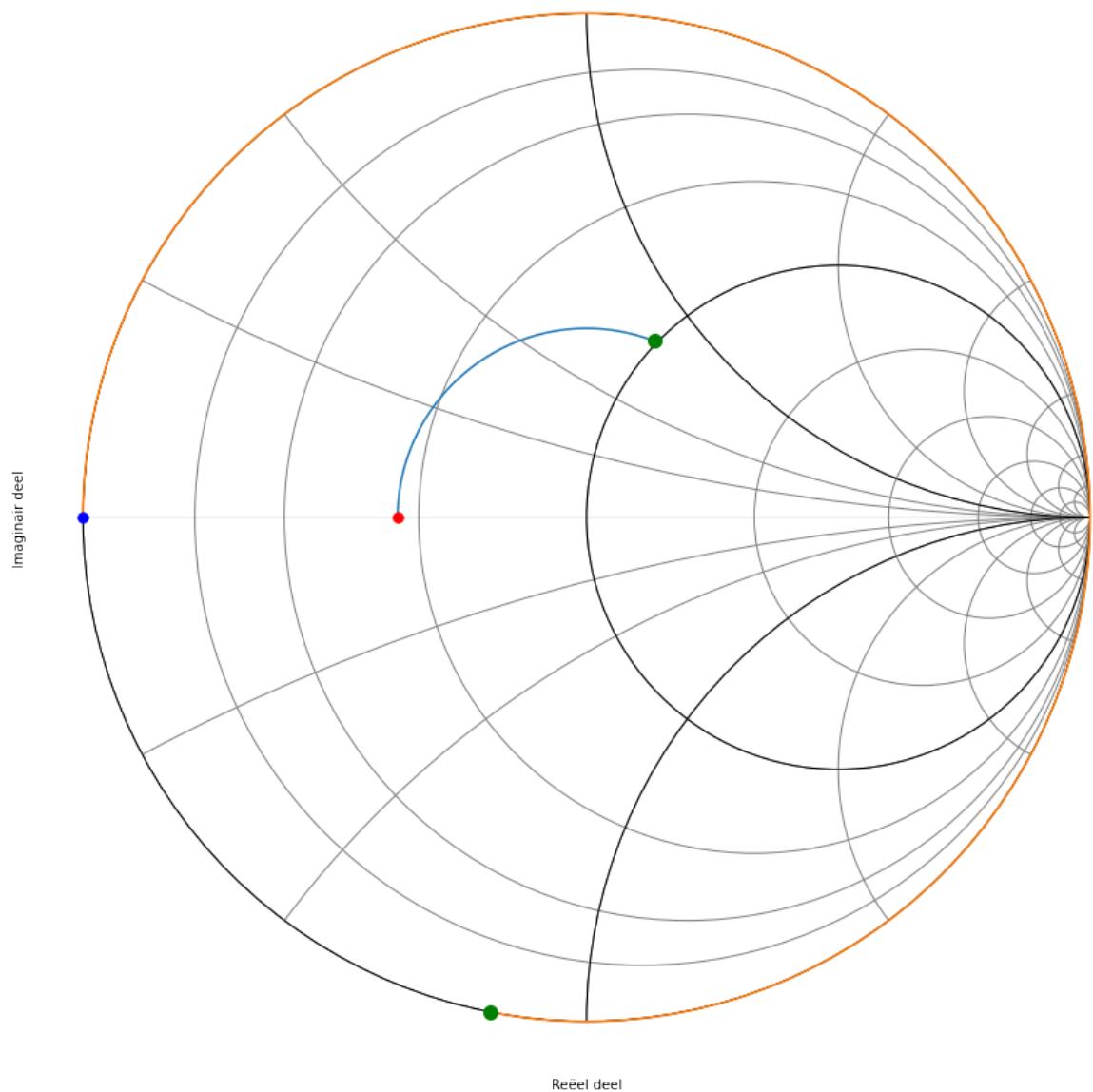


Fig. 8.71: Smith kaart van de zevende oplossing.

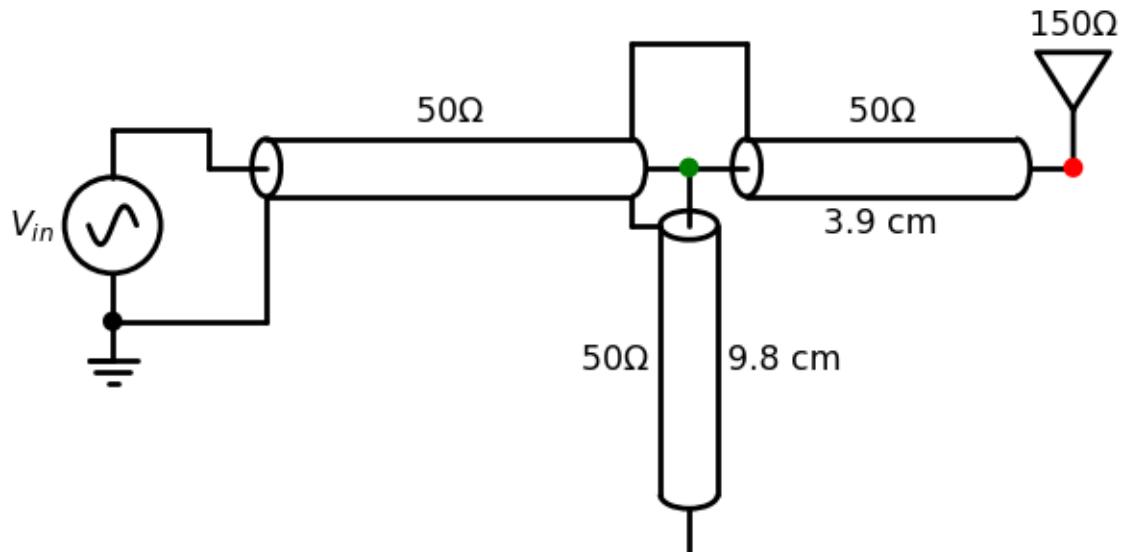


Fig. 8.72: circuit van de zevende oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = -16.78j \text{ mS}$	lengte=3.47 cm
101	$Y = -16.49j \text{ mS}$	lengte=3.51 cm
102	$Y = -16.20j \text{ mS}$	lengte=3.54 cm
103	$Y = -15.91j \text{ mS}$	lengte=3.58 cm
104	$Y = -15.63j \text{ mS}$	lengte=3.61 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

## 8.7 Smith Kaart Oefening 6

### 8.7.1 Opgave Oefening

Een 2.4 GHz yagi PCB antenne heeft bij 2.4 GHz een impedantie van  $39.371 + j 9.5971 \text{ Ohm}$ . We willen deze antenne aanpassen aan een baantje van 50 Ohm op een PCB. De golflengte van dat baantje bij 2.4 GHz is 6.7 cm. Hier voor willen we een zo kort mogelijk stukje open transmissielijn zo kort mogelijk bij het aansluitingspunt van de antenne. Welke oplossing kies je en waarom?

### 8.7.2 Oplossing

We plaatsen de waarde van  $Z_L/Z_o$  (dit is  $0.79 + j 0.19$ ) op de Smith kaart van de impedantie en we draaien tot we de cirkel waarbij het reele deel van admittantie 1 is tegenkomen. Dit ziet er uit als in Fig. 8.75. Aangezien de cirkel met admittantie 1 niet aanwezig is op de Smith kaart van de impedantie, kunnen we beter het spiegelbeeld plotten op de Smith kaart van de admittantie. Dit zien we in Fig. 8.76

We kijken nu welke hoek we moeten draaien om deze cirkel te snijden. Aangezien de opgave was om dit zo kort mogelijk bij de belasting te doen, kiezen we voor het eerste snijpunt. Op de kaart lezen we af dat dit al ongeveer 30 na graden is. Dat is 1/12 van de volledige omtrek van de cirkel. Als een gevolg gaat de lengte van de transmissielijn

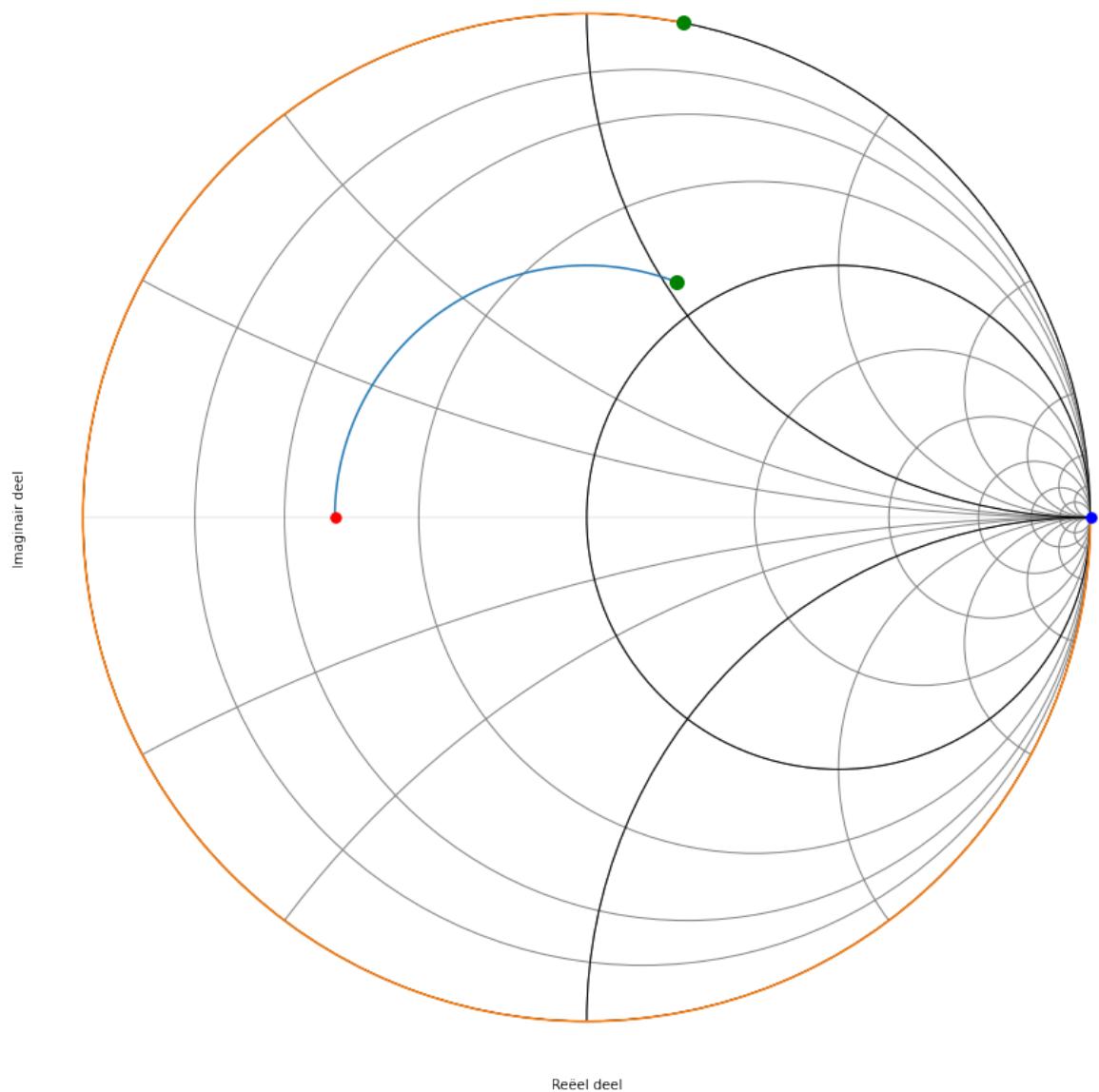


Fig. 8.73: Smith kaart van de achtste oplossing.

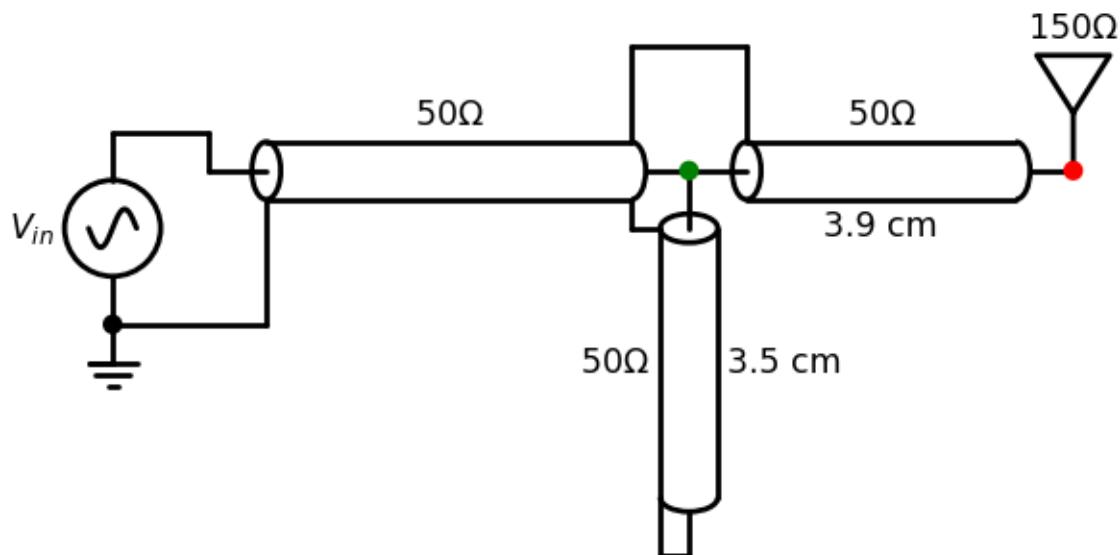


Fig. 8.74: circuit van de achtste oplossing.

1/24 deel van de golflengte zijn. We hebben dus een stukje van 2.8 mm nodig. In de tabel hieronder zien we dit in meer detail uitgewerkt:

hoek	admittantie (Siemens)	lengte baantje op PCB (cm)
28	$Y = 20.26 - 6.49j \text{ mS}$	lengte=0.26 cm
29	$Y = 20.14 - 6.48j \text{ mS}$	lengte=0.27 cm
30	$Y = 20.01 - 6.46j \text{ mS}$	lengte=0.28 cm
31	$Y = 19.89 - 6.44j \text{ mS}$	lengte=0.29 cm

Het imaginair gedeelte van de  $y$  waarde die we op de kaart aflezen is  $y=-0.324 \text{ j}$ . We moeten dit dus compenseren door een imaginair deel van  $y=+0.324 \text{ j}$  van de open transmissielijn. We starten dus de cirkelboog bij  $y=0$  (zie oranje lijn in Fig. 8.77) en kijken waar deze de waarde van  $y=+0.324 \text{ j}$  snijdt op de Smith kaart. De lengte van de boog die we hiervoor nodig hebben is 33 graden. Dit komt overeen met een lengte van 3.1 mm.

We kunnen dit ook in tabelvorm uitwerken. Dit zie je dan hieronder weergegeven.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
30	$Y = +5.83j \text{ mS}$	lengte=0.28 cm
31	$Y = +6.04j \text{ mS}$	lengte=0.29 cm
32	$Y = +6.24j \text{ mS}$	lengte=0.30 cm
33	$Y = +6.45j \text{ mS}$	lengte=0.31 cm
34	$Y = +6.66j \text{ mS}$	lengte=0.32 cm

Fig. 8.78 toont het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren

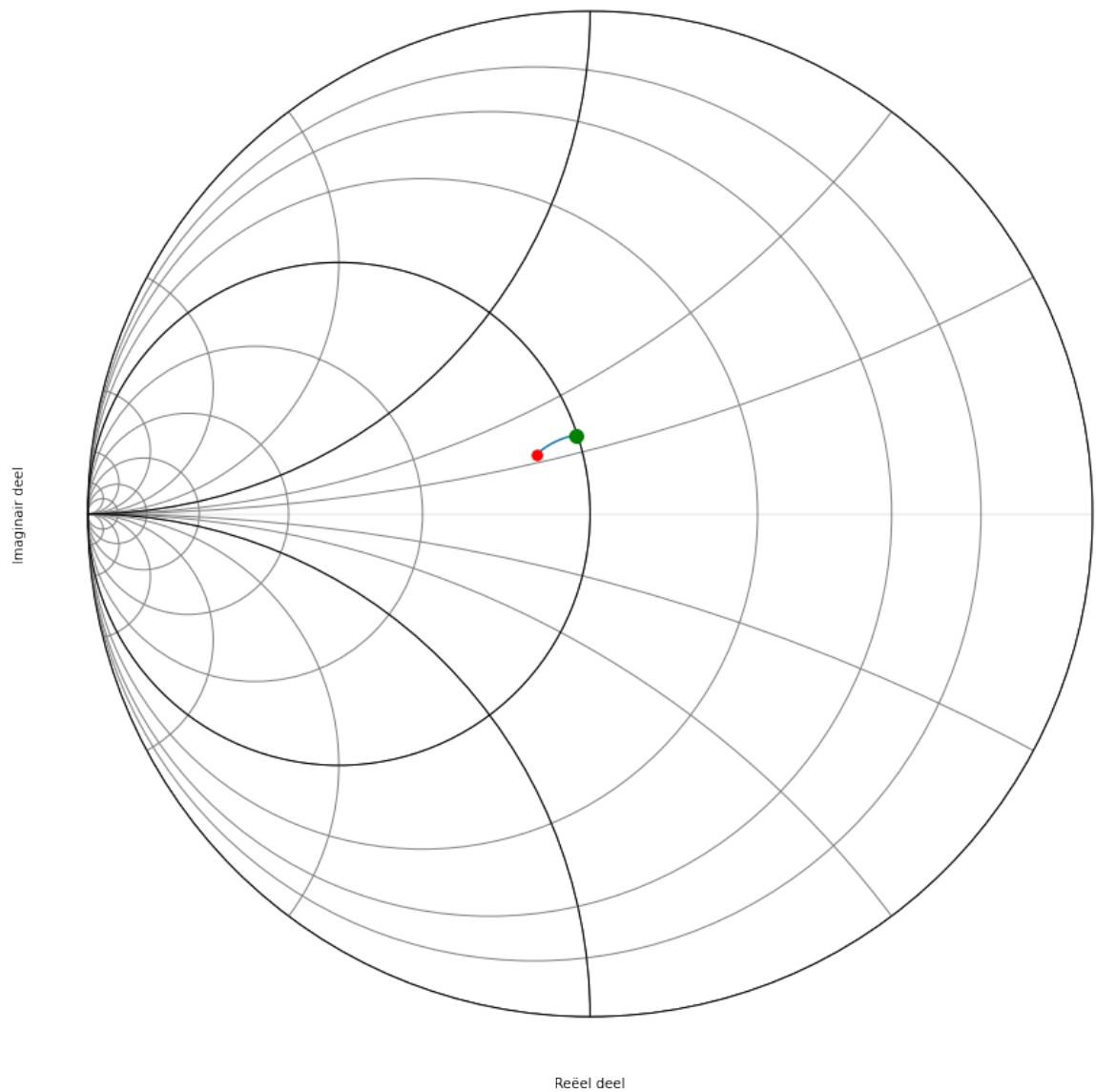


Fig. 8.75: Smith kaart van de impedantie

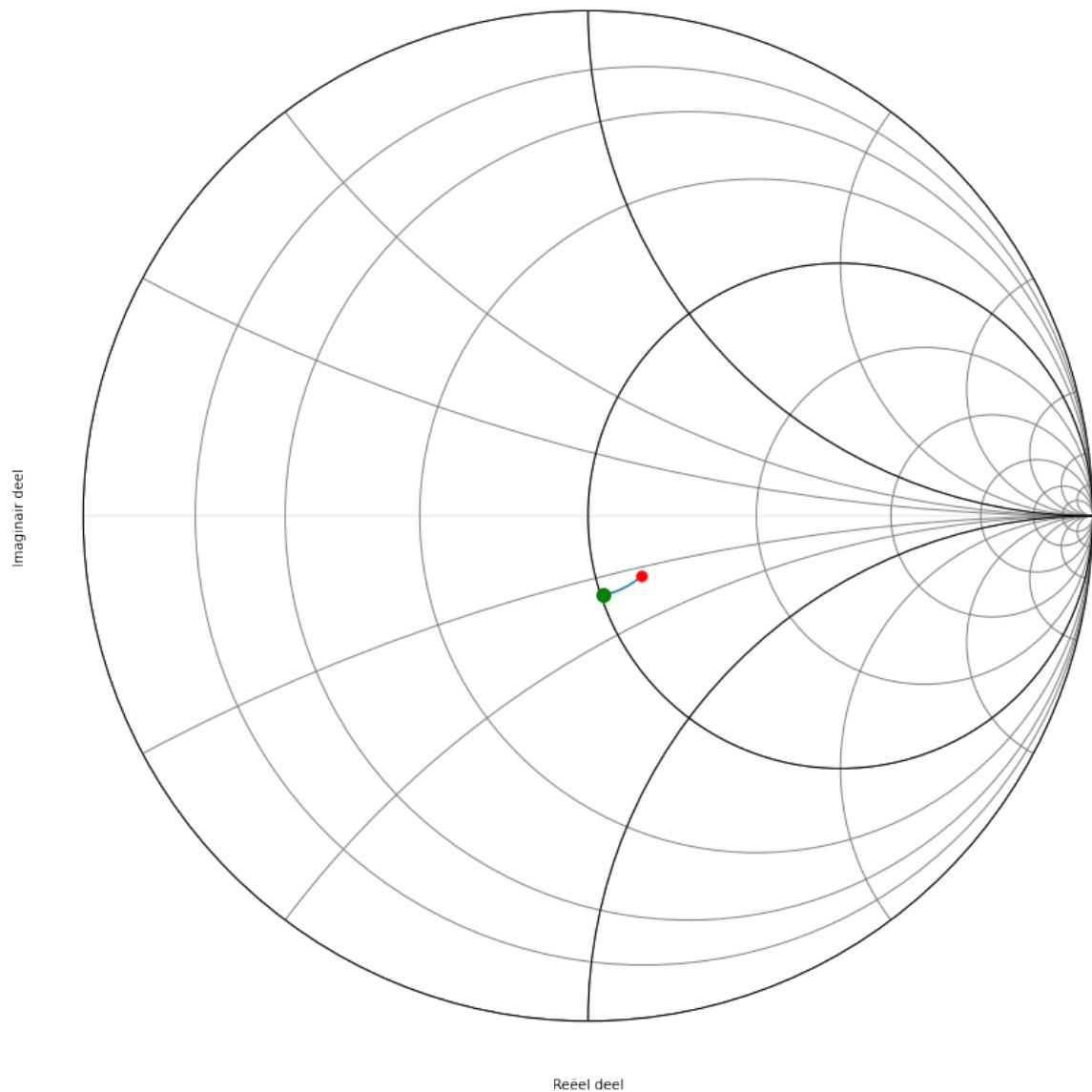


Fig. 8.76: Smith kaart van de admittantie.

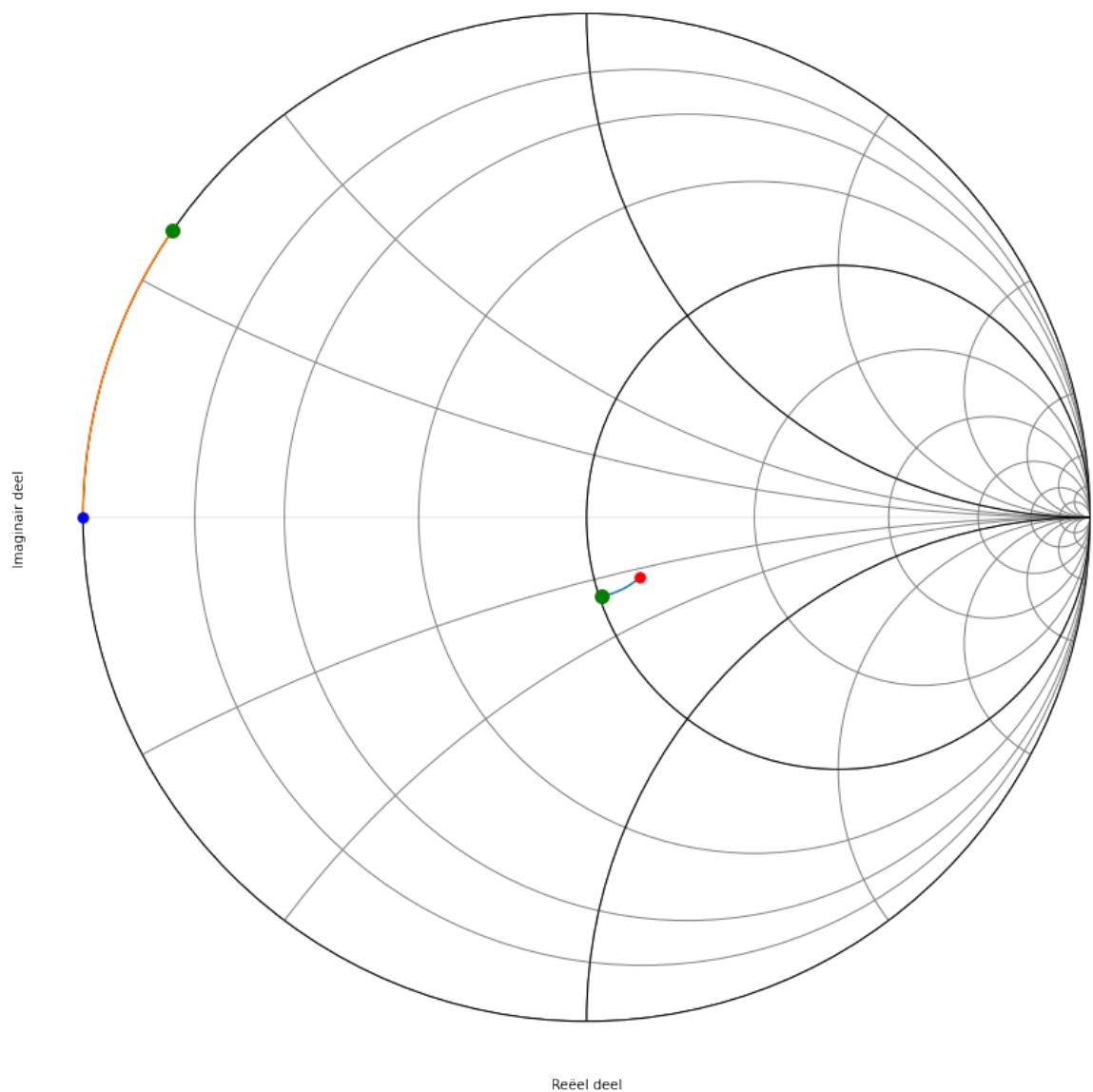


Fig. 8.77: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn.

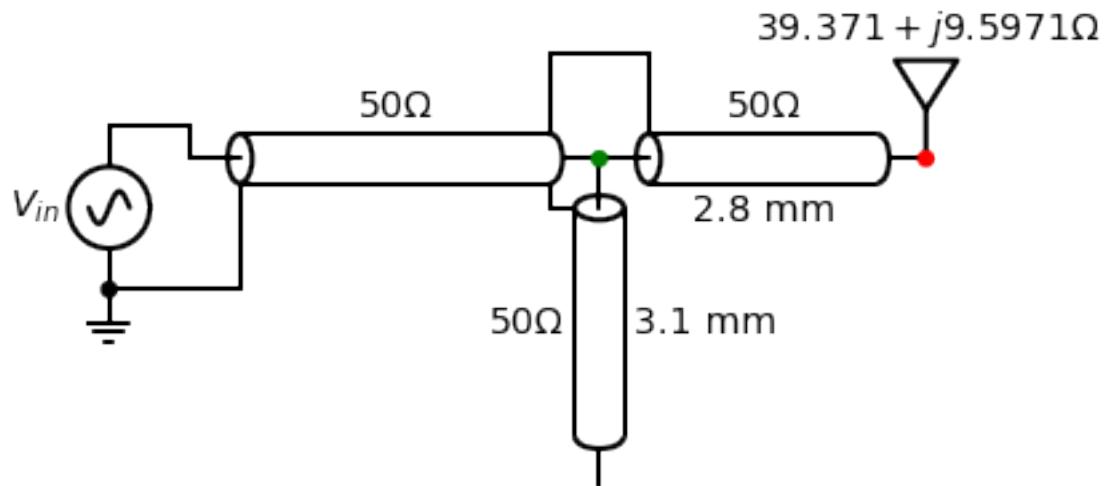


Fig. 8.78: circuit van de aangepaste antenne.

## 8.8 Smith Kaart Oefening 7

### 8.8.1 Opgave Oefening

Een baantje op een PCB heeft een karakteristieke impedante van 64 Ohm. Gebruik je Smith kaart om een belasting bestaande uit een resistief deel van 32 Ohm en een capacitief deel van 5 pF in parallel, aan te passen aan dit baantje voor een frequentie van 500 MHz ( $\lambda_{PCB} = 328$  mm) door het gebruik van een open stukje transmissielijn van de juiste lengte aangebracht op de juiste positie. Bereken deze lengte en positie.

Wanneer het baantje aangepast is op 500 MHz, zullen we op 550 MHz wel reflectie hebben. Bereken hoe groot de reflectie is (ter hoogte van het stukje open transmissielijn) ten gevolge van een signaal van 550 MHz.

### 8.8.2 Oplossing

#### Aanpassing van de transmissielijn op 500 MHz

We werken de oplossing uit op basis van [6]. De antenne die de belasting is van dit circuit modelleren we als in Fig. 8.79.

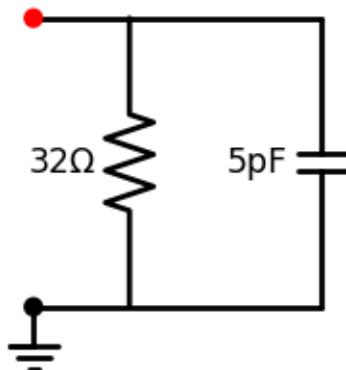


Fig. 8.79: circuit van de aangepaste antenne.

Dit geeft een admittantie van:

$$Y_L = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$Y_L = \frac{1}{32} + j 2\pi \cdot 500 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-12}$$

$$Y_L Z_o = 2 + j 1$$

We plaatsen de waarde van  $Y_L Z_o$  op de Smith kaart van de admittantie en we draaien tot we de cirkel waarbij het reële deel van admittantie 1 is tegenkomen. Dit ziet er uit als in Fig. 8.80.

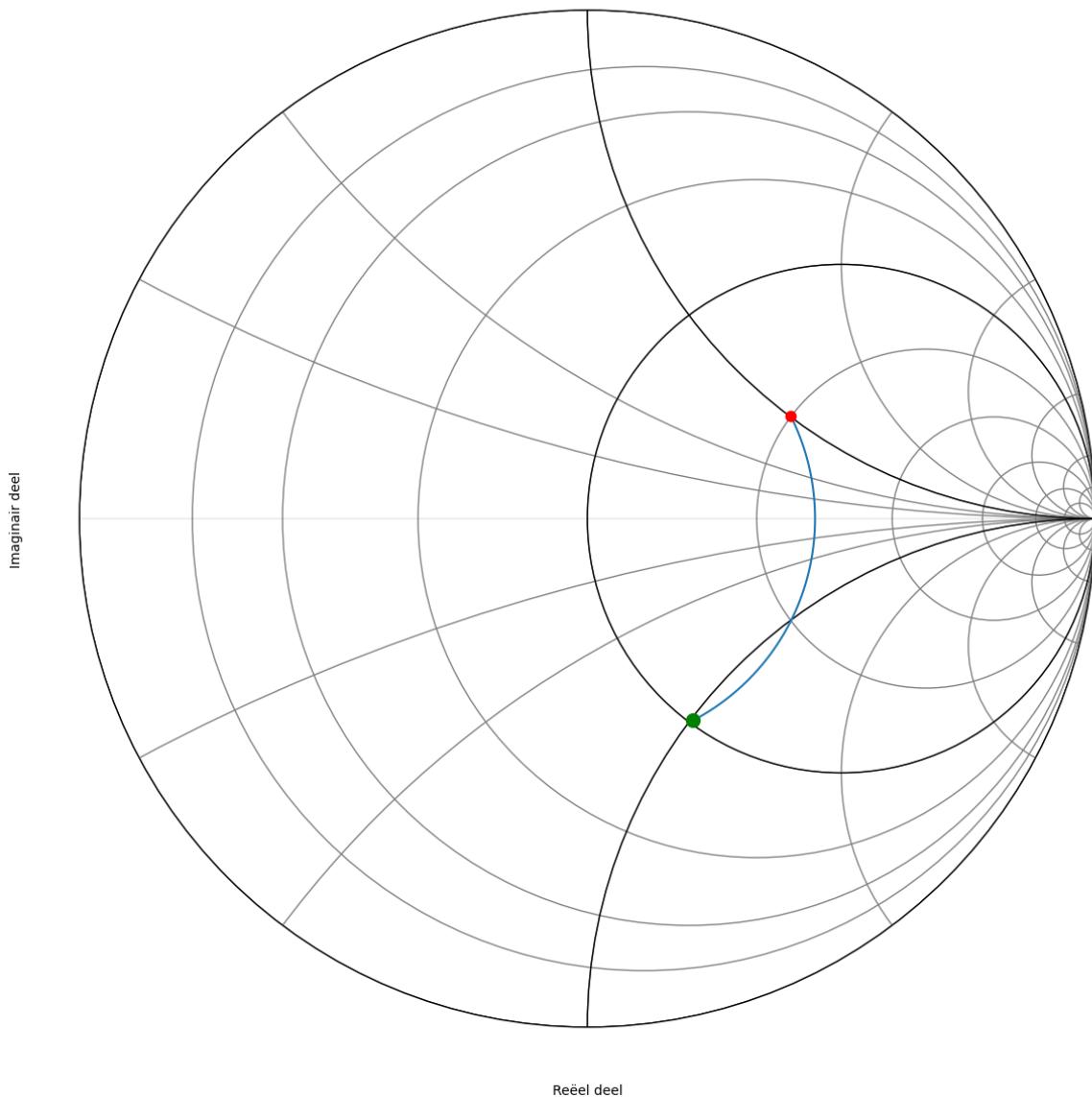


Fig. 8.80: Smith kaart van de admittantie.

We kijken nu welke hoek we moeten draaien om deze cirkel te snijden. Aangezien de opgave was om dit zo kort mogelijk bij de belasting te doen, kiezen we voor het eerste snijpunt. Op de kaart lezen we af dat dit na 90 graden is. We hebben dus een stukje van 41.0 mm nodig. In de tabel hieronder zien we dit in meer detail uitgewerkt. Hiervoor kijken we na wanneer de admittantie  $1/(64 \text{ Ohm})$  bereikt. Dit is bij  $15.625 \text{ mS}$ .

hoek	admittantie (Siemens)	lengte baantje op PCB (cm)
88	$Y = 16.19 - 15.94j \text{ mS}$	lengte=4.01 cm
89	$Y = 15.90 - 15.80j \text{ mS}$	lengte=4.05 cm
90	$Y = 15.62 - 15.67j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
91	$Y = 15.36 - 15.53j \text{ mS}$	lengte=4.15 cm

Het imaginair gedeelte van de  $y$  waarde die we op de kaart aflezen is  $y=-1 \text{ j}$ . We moeten dit dus compenseren door een imaginair deel van  $y=+1 \text{ j}$  van de open transmissielijn. We starten dus de cirkelboog bij  $y=0$  (zie oranje lijn in Fig. 8.81) en kijken waar deze de waarde van  $y=+1 \text{ j}$  snijdt op de Smith kaart. De lengte van de boog die we hiervoor nodig hebben is 90 graden. Dit komt ook overeen met een lengte van 41.0 mm.

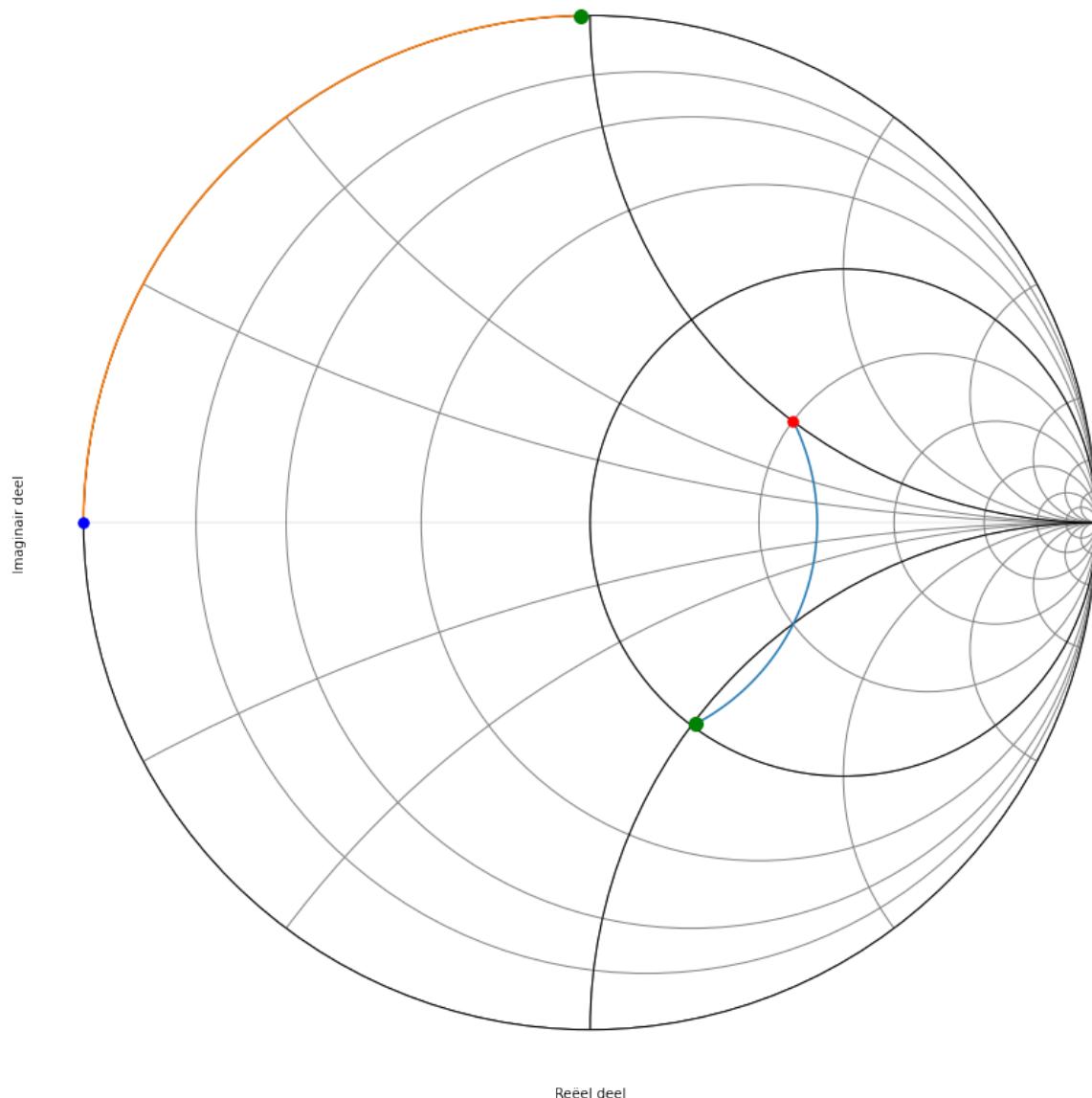


Fig. 8.81: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn.

We kunnen dit ook in tabelvorm uitwerken. Ook hier zoeken we een waarde van  $15.625j \text{ mS}$ . Dit zie je dan hieronder weergegeven.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
85	$Y = +14.32j \text{ mS}$	lengte=3.87 cm
86	$Y = +14.57j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
87	$Y = +14.83j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm
88	$Y = +15.09j \text{ mS}$	lengte=4.01 cm
89	$Y = +15.35j \text{ mS}$	lengte=4.05 cm
90	$Y = +15.63j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
91	$Y = +15.90j \text{ mS}$	lengte=4.15 cm
92	$Y = +16.18j \text{ mS}$	lengte=4.19 cm
93	$Y = +16.47j \text{ mS}$	lengte=4.24 cm
94	$Y = +16.76j \text{ mS}$	lengte=4.28 cm

Fig. 8.82 toont het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren

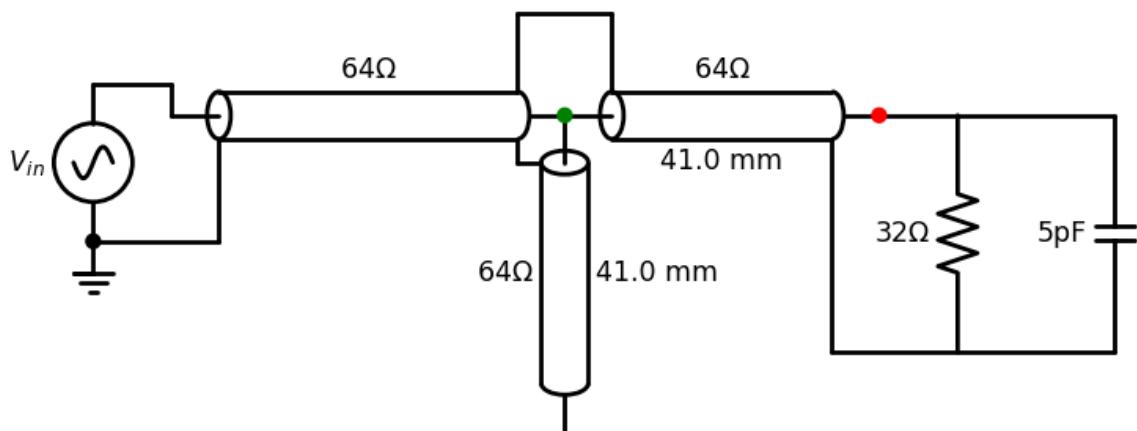


Fig. 8.82: circuit van de aangepaste antenne.

### Reflectie op 550 MHz

Om de reflectie van het signaal van 550 MHz te berekenen ter hoogte van het stukje open transmissielijn, berekenen we eerst de admittantie ( $Y_L$ ) van de belasting:

$$Y_L = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$Y_L = \frac{1}{32} + j \cdot 2\pi \cdot (550 \cdot 10^6) \cdot (5 \cdot 10^{-12})$$

$$Y_L Z_o = 2 + j \cdot 1.1$$

$Y_L Z_o$  is dan de vertrekwaarde op de Smith kaart.

Vervolgens moeten we weten hoegroot de golflengte is voor een 550 MHz signaal. Vertrekkende van de gegeven golflengte  $\lambda_{PCB}$  voor het 500 MHz signaal kunnen we de golflengte van het 550 MHz signaal afleiden:

$$\lambda_{PCB,550} = \frac{500}{550} \lambda_{PCB,500}$$

We bekomen dus een golflengte van 298 mm. De 2 baantjes van 41 mm zijn dus 13.75 % van de golflengte en we moeten zowel vanuit het punt van de antenne als het punt van de open transmissielijn een hoek van 99 graden draaien op de Smith kaart.

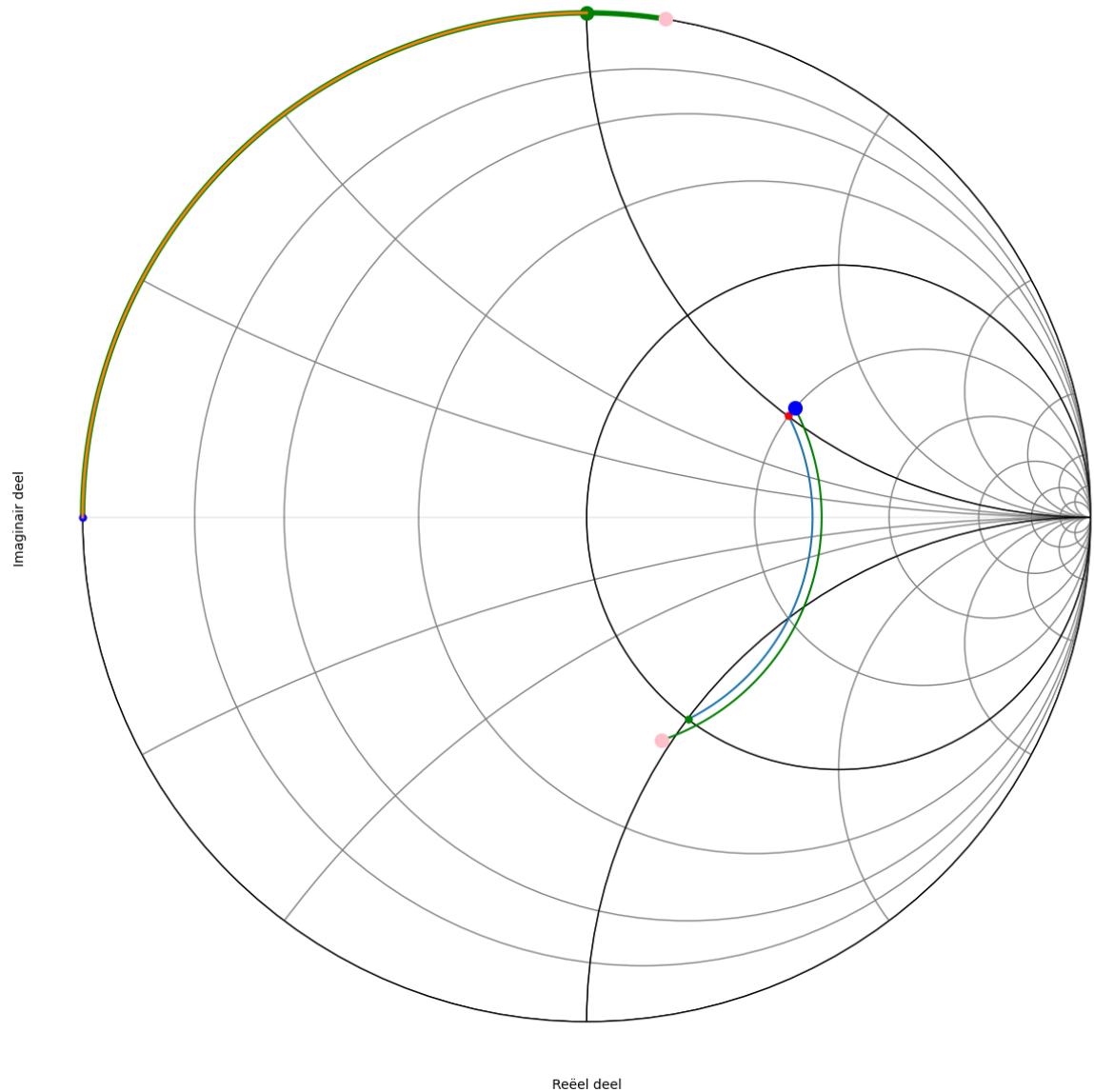


Fig. 8.83: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn. De groene dots geven een aangepaste belasting (500 MHz) en de rose dots de belasting aan 550 MHz

De Smithkaart in Fig. 8.83 toont het verschil tussen de admittanties bekomen bekomen aan 500 MHz (groene dots) en de admittanties bekomen bekomen aan 550 MHz (roze dots). Wanneer we de op de Smithkaart afgelezen waarden van de 2 groene dots optellen bekomen we 1, wat overeenkomt met een belasting van 64 Ohm en een aangepaste transmissielijn. Wanneer we de op de smithkaart afgelezen waarden van de 2 roze dots optellen bekomen we 0.85 +0.2 j, wat overeenkomt met een belasting van 70.9-17.5 j Ohm.

De reflectiecoefficient die we dan bekomen op 550 MHz is:

$$\rho = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0.07 - 0.12j$$

## 8.9 Smith Kaart Oefening 8

### 8.9.1 Opgave Oefening

Een baantje op een PCB heeft een karakteristieke impedantie van 36 Ohm. De belasting bestaat uit een resistief deel van 108 Ohm en een capacitief deel van 2 pF beide in parallel geschakeld. Gebruik je Smith kaart om aan te passen aan dit baantje voor een frequentie van 2 GHz. ( $\lambda_{PCB} = 80$  mm) door het gebruik van een open stukje transmissielijn van de juiste lengte aangebracht op de juiste positie. Bereken deze lengte en positie.

### 8.9.2 Oplossing

De antenne die de belasting is van dit circuit modelleren we als in Fig. 8.84.

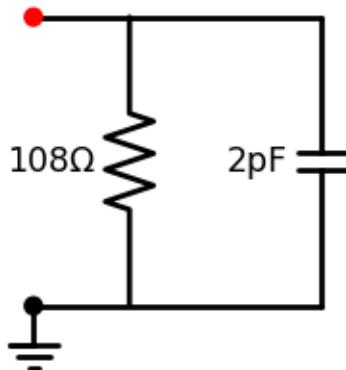


Fig. 8.84: circuit van de aangepaste antenne.

Dit geeft een admittantie van:

$$Y_L = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$Y_L = \frac{1}{108} + j \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-12}$$

$$Y_L Z_o = \frac{1}{3} + j \cdot 0.9$$

We plaatsen de waarde van  $Y_L Z_o$  op de Smith kaart van de admittantie en we draaien tot we de cirkel waarbij het reële deel van admittantie 1 is tegenkomen. Dit ziet er uit als in Fig. 8.85.

Aangezien de opgave was om dit zo kort mogelijk bij de belasting te doen, kiezen we voor het eerste snijpunt. Op de kaart lezen we af dat dit na 46 graden is. We hebben dus een stukje van 5.1 mm nodig. In de tabel hieronder zien we dit in meer detail uitgewerkt. Hiervoor kijken we na wanneer de admittantie 1/(36 Ohm) bereikt. Dit is bij 27.77 mS.

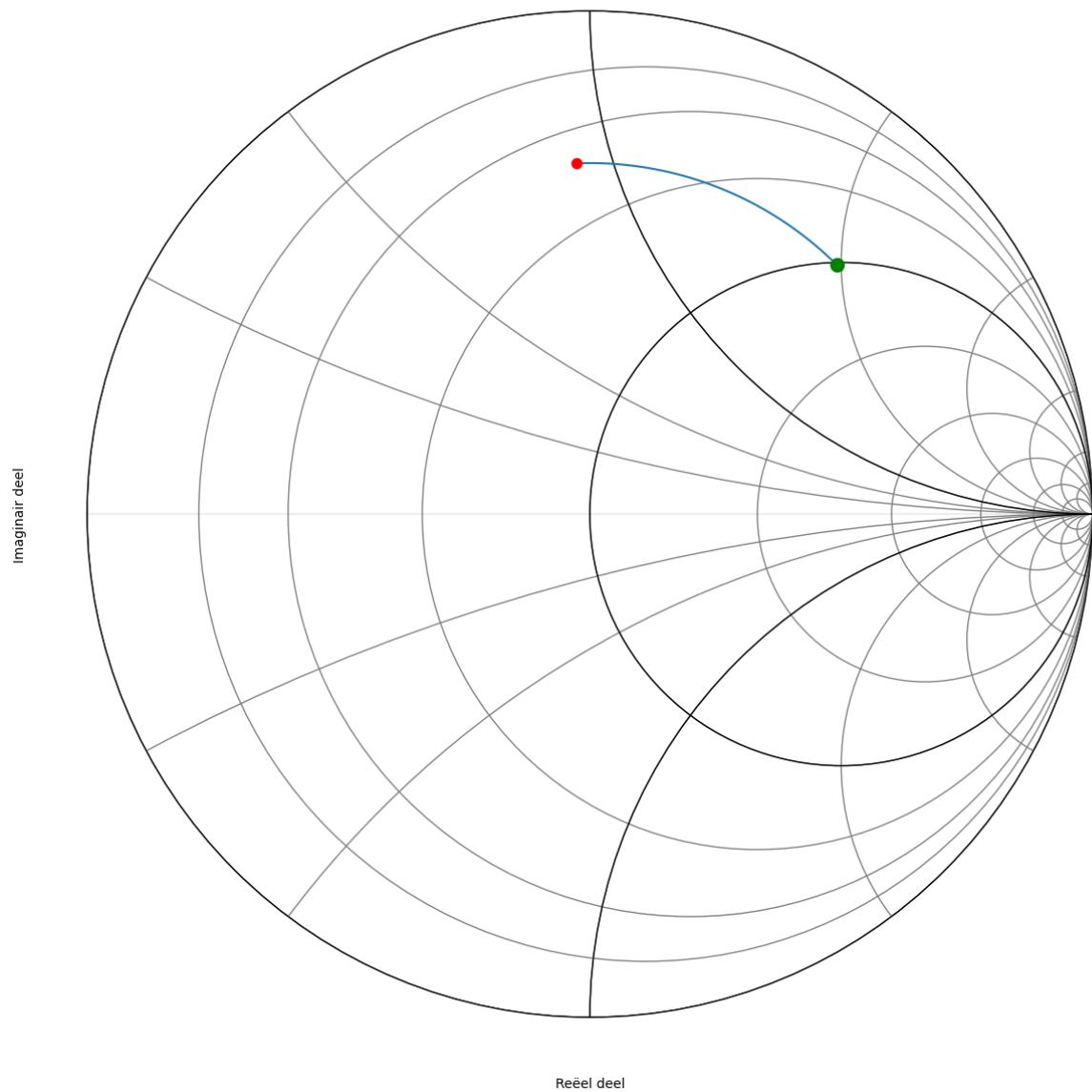


Fig. 8.85: Smith kaart van de admitantie.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte baantje op PCB (cm)
45	$Y = 26.46 + 52.76j \text{ mS}$	lengte=0.50 cm
46	$Y = 27.36 + 53.66j \text{ mS}$	lengte=0.51 cm
47	$Y = 28.31 + 54.58j \text{ mS}$	lengte=0.52 cm
48	$Y = 29.30 + 55.51j \text{ mS}$	lengte=0.53 cm

Het imaginair gedeelte van de  $y$  waarde die we op de kaart aflezen is  $y=1.94 \text{ j}$ . We moeten dit dus compenseren door een imaginair deel van  $y=-1.94 \text{ j}$  van de open transmissielijn. We starten dus de cirkelboog bij  $y=0$  (zie oranje lijn in Fig. 8.86) en kijken waar deze de waarde van  $y=+1 \text{ j}$  snijdt op de Smith kaart. De lengte van de boog die we hiervoor nodig hebben is 235 graden. Dit komt ook overeen met een lengte van 26.0 mm.

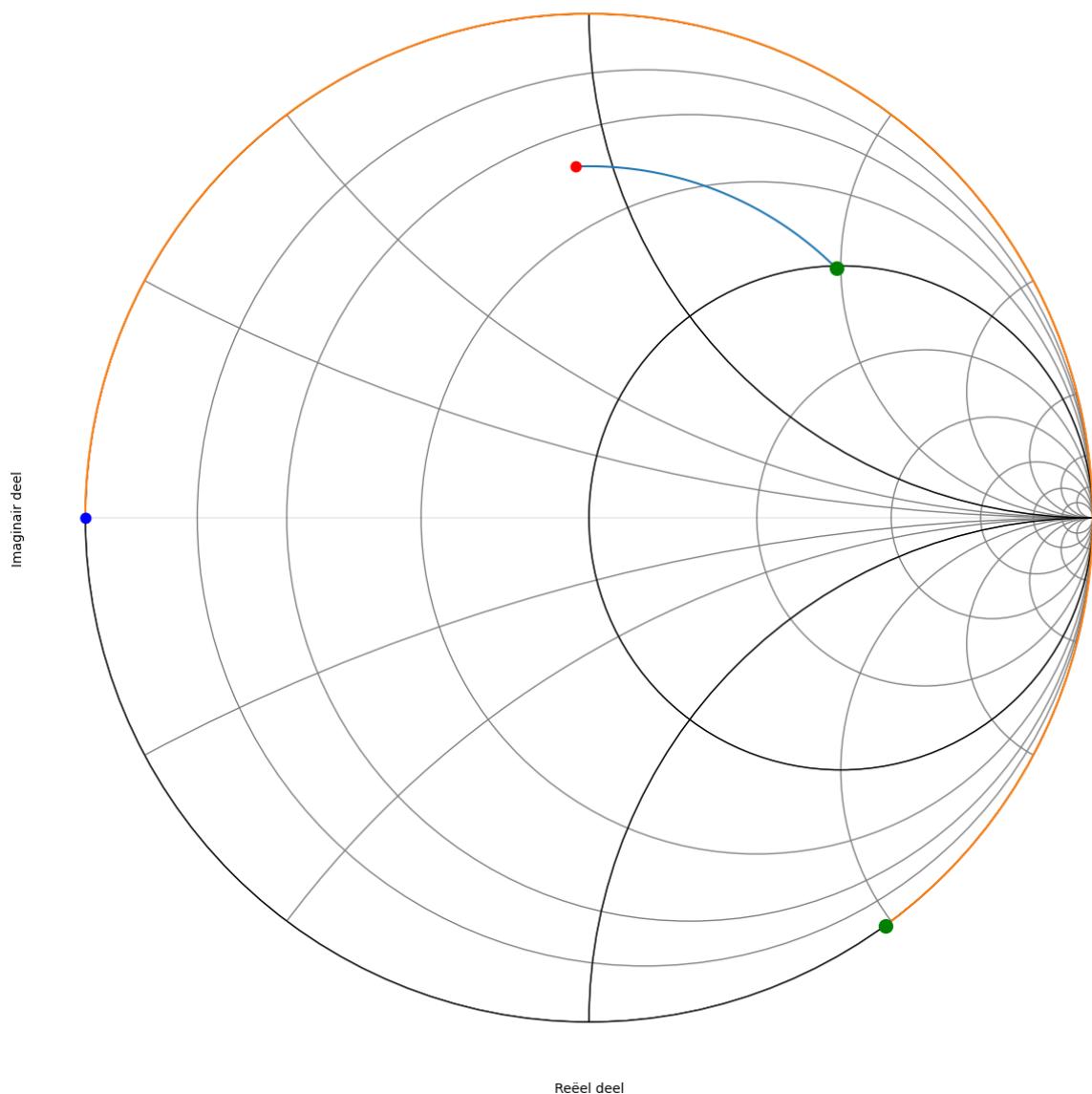


Fig. 8.86: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn.

We kunnen dit ook in tabelvorm uitwerken. Ook hier zoeken we een waarde van  $15.625j \text{ mS}$ . Dit zie je dan hieronder weergegeven.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
233	$Y = -55.71j \text{ mS}$	lengte=2.59 cm
234	$Y = -54.52j \text{ mS}$	lengte=2.60 cm
235	$Y = -53.36j \text{ mS}$	lengte=2.61 cm
236	$Y = -52.24j \text{ mS}$	lengte=2.62 cm

Fig. 8.87 toont het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren

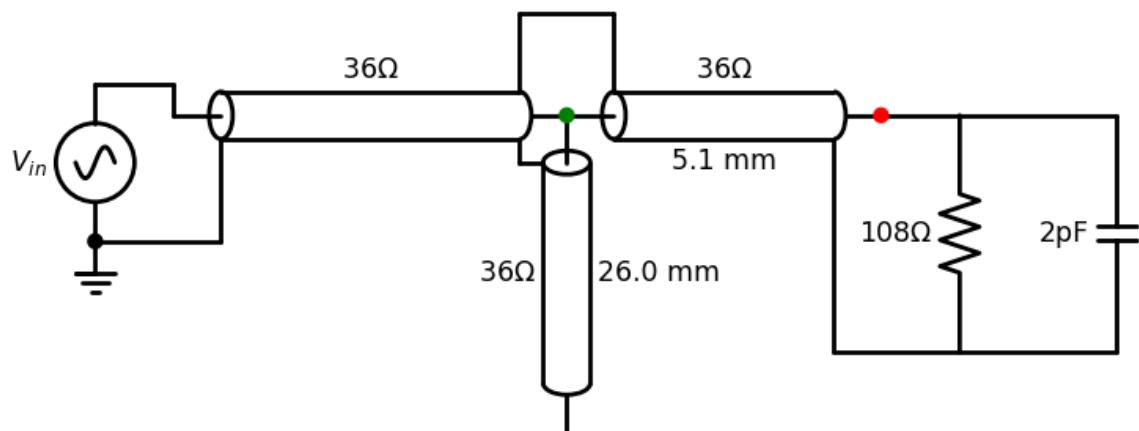


Fig. 8.87: circuit van de aangepaste antenne.

# HOOFDSTUK 9

---

## Referenties

---

---

## Bibliografie

---

- [1] Nathan O. Sokal and A. D. Sokal. Class E-A new class of high-efficiency tuned single-ended switching power amplifiers. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 10(3):168–176, June 1975. doi:[10.1109/JSSC.1975.1050582](https://doi.org/10.1109/JSSC.1975.1050582).
- [2] N. O. Sokal. Class E high-efficiency power amplifiers, from HF to microwave. In *1998 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (Cat. No.98CH36192)*, volume 2, 1109–1112 vol.2. June 1998. doi:[10.1109/MWSYM.1998.705187](https://doi.org/10.1109/MWSYM.1998.705187).
- [3] Nathan O Sokal. Class-E RF Power Amplifiers. *QEX*, pages 9–20, Jan/Feb 2001.
- [4] Arturo Mediano and Nathan O. Sokal. A Class-E RF Power Amplifier With a Flat-Top Transistor-Voltage Waveform. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(11):5215–5221, November 2013. doi:[10.1109/TPEL.2013.2242097](https://doi.org/10.1109/TPEL.2013.2242097).
- [5] King-Chun Tsai and P.R. Gray. A 1.9-GHz, 1-W CMOS class-E power amplifier for wireless communications. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 34(7):962–970, July 1999. doi:[10.1109/4.772411](https://doi.org/10.1109/4.772411).
- [6] Alexander Arsenovic, Julien Hillairet, Jackson Anderson, Henrik Forsten, Vincent Ries, Michael Eller, Noah Sauber, Robert Weikle, William Barnhart, and Franz Forstmayr. Scikit-rf: An Open Source Python Package for Microwave Network Creation, Analysis, and Calibration [Speaker's Corner]. *IEEE Microwave Magazine*, 23(1):98–105, January 2022. doi:[10.1109/MMM.2021.3117139](https://doi.org/10.1109/MMM.2021.3117139).