



# Toegepaste Analoge Elektronica

Jan Genoe (jan.genoe@kuleuven.be)

dec 08, 2025

---

# Inleiding

---

<b>I Inleiding</b>	<b>2</b>
1 Spice simulatie	3
<b>II Versterkers</b>	<b>9</b>
2 Klasse C Versterkers	10
2.1 basisprincipe van de werking . . . . .	10
2.2 Alternatieve schema's van de klasse C versterker. . . . .	31
2.3 Meerdere versterkingstrappen . . . . .	35
2.4 Plaatmodulatie . . . . .	40
3 Klasse F Versterkers	41
3.1 Inleiding: Wat zijn Klasse F versterkers? . . . . .	41
3.2 Klasse F Circuit Analyse . . . . .	41
3.3 SPICE Simulatie - Interpretatie . . . . .	43
3.4 Analyse van de Simulatieresultaten . . . . .	44
3.5 Efficiëntie van Klasse F Versterkers . . . . .	45
3.6 Alternatieve schema's van de klasse F versterker . . . . .	47
3.7 Waarom een alternatief schema? . . . . .	48
3.8 Praktische Toepassingen . . . . .	50
3.9 Samenvatting en Conclusies . . . . .	50
4 Klasse D resonante Versterkers	51
4.1 Basisschema met spanningssturing . . . . .	51
4.2 Alternatieve schema's van de klasse D versterker. . . . .	60
4.3 Aansturing van de seriekring aan de hand van 2 NPN transistors . . . . .	60
4.4 Aansturing met transformator aan de kant van de belasting . . . . .	63
4.5 Klasse D met stroomsturing . . . . .	64
5 Klasse E Versterkers	67
5.1 Verklaring van de werking stap voor stap . . . . .	68
5.2 Uitgewerkte voorbeelden . . . . .	73
5.3 Overzicht van de state-of-the-art . . . . .	83
5.4 Samenvatting en Conclusies . . . . .	85
<b>III Filters</b>	<b>87</b>
6 Filter Design	88
6.1 Aanpak en algemeen perspectief . . . . .	88
6.2 Eerste en tweede orde filters . . . . .	90

6.3	Filter specificaties . . . . .	97
6.4	Filter types . . . . .	99
6.5	Frequentietransformaties . . . . .	100
6.6	Specifieke filter blokken . . . . .	103
6.7	Toleranties . . . . .	127
6.8	Switched Capacitor filters . . . . .	127
<b>IV</b>	<b>transmissielijnen</b>	<b>130</b>
<b>7</b>	<b>Transmissie lijnen</b>	<b>131</b>
7.1	Transmissie lijn model . . . . .	133
7.2	Coax kabel . . . . .	134
7.3	Twisted pair kabel . . . . .	136
7.4	striplijn . . . . .	136
7.5	Microstriplijn . . . . .	136
7.6	Microstrip Analyse Plots . . . . .	137
7.7	Microstrip Design Plots . . . . .	137
<b>8</b>	<b>Andere transmissie lijnconfiguraties</b>	<b>140</b>
8.1	Twee geleiders in een onbeperkt medium . . . . .	140
<b>9</b>	<b>Een geleider boven een grondvlak</b>	<b>142</b>
9.1	Twee geleiders boven een grondvlak . . . . .	142
<b>10</b>	<b>Reflecties</b>	<b>144</b>
10.1	Inleiding . . . . .	144
10.2	Uitwerken van een ladderdiagram . . . . .	145
10.3	Uitgewerkte voorbeelden . . . . .	146
<b>11</b>	<b>Smith kaart</b>	<b>160</b>
11.1	Wat is een Smith kaart? . . . . .	160
11.2	Smith Kaart Oefening 1 . . . . .	160
11.3	Smith Kaart Oefening 2 . . . . .	166
11.4	Smith Kaart Oefening 3 . . . . .	179
11.5	Smith Kaart Oefening 4 . . . . .	194
11.6	Smith Kaart Oefening 5 . . . . .	207
11.7	Smith Kaart Oefening 6 . . . . .	223
11.8	Smith Kaart Oefening 7 . . . . .	225
11.9	Smith Kaart Oefening 8 . . . . .	234
<b>12</b>	<b>Referenties</b>	<b>238</b>
<b>Bibliografie</b>		<b>239</b>

door **Jan Genoe**

Welkom bij het jupyterbook van het vak Toegepaste Analoge Elektronica. Deze notebooks bevatten materiaal en oefeningen, in het formaat van Jupyter notebooks, ontwikkeld als aanvullingen bij het vak [Toegepaste Analoge Elektronica](#) aan de [KU Leuven](#), campus Diepenbeek. De cursus zoals aanwezig op Toledo blijft het voornaamste leerinstrument. Dit online boek is enkel een hulpmiddel.

Voor de praktische organisatie van het vak (en het examen) verwijzen we naar de [studiegids](#). We veronderstellen dat de student voorafgaand aan dit vak het vak [Analoge elektronische schakelingen](#) heeft gevolgd.

## Overzicht van de inhoud

Na een eerste inleiding over hoe circuits te simuleren in Spice, worden verschillende hoogfrequent versterkers besproken. Dit zijn resonante versterkers met een beperkte bandbreedte. We bespreken achtereenvolgens de klasse C Versterkers, de klasse F verstekers, de klasse D resonante versterkers, en tenslotte de klasse E versterkers. We hebben hierbij specifieke aandacht over hoe we hierbij bouwblokken van schema's kunnen herkennen en vervolgens analyseren.

In het tweede deel van deze cursus bekijken we het omgekeerde van de analyse, namelijk de synthese. We bekijken hoe we een circuit kunnen ontwerpen met eender welke vooraf gedefinieerde frequentiekarakteristiek. We bekijken hoe we de transferkarakteristiek zo vlak mogelijk kunnen krijgen rond een bepaalde frequentie (Butterworth filters) of over bepaald gebied (Chebyshev filters) en hoe we andere frequentiegebieden scherp kunnen afsnijden. Deze synthese levert vaak niet een uniek circuit op. We hebben meerdere implementatie mogelijkheden en we bekijken hoe we hierin selecteren.

In het derde deel van deze cursus bekijken we het verloop van de impedantie over transmissielijnen. Voor digitale signalen analyseren we dit aan de hand van de reflecties en voor analoge signalen aan de hand van de Smith kaart. Tenslotte bekijken we ook hoe we de elektromagnetische compatibiliteit (EMC) van een elektronisch design substantieel kunnen verbeteren.

## Licenties

Een licentie voor de inhoud wordt gegeven onder de [Creative Commons Attribution 4.0 International License](#) en voor de software code onder de [MIT license](#)

## **Deel I**

### **Inleiding**

# HOOFDSTUK 1

## Spice simulatie

In deze cursus bestuderen we elektronische circuits. Hiervoor is het belangrijk dat we deze elektronische circuits ook in detail en correct kunnen simuleren. Hiervoor gebruiken we een implementatie van SPICE. SPICE staat voor Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis. SPICE is in de jaren 1960 ontwikkeld door het Department of Electrical Engineering and Computer Sciences in UC Berkeley, California, USA en toen reeds vrijgegeven als een eerste soort open source avant la lettre.

Ondertussen zijn er al meer dan 100 verschillende implementaties van spice. Hier vind je een overzicht van een aantal implementaties. De motor van deze implementaties is nog steeds zo goed als dezelfde van deze van de originele implementaties, namelijk de modified nodale analyse (MNA). De verschillen tussen deze implementaties zijn in eerste instantie de user interface en de manier waarop de verschillende modellen geïmplementeerd zijn.

In dit jupyterbook gebruik ik PySpice. Dit is een python interface naar ngspice. Als je conda en git geïnstalleerd hebt en de github repository van dit boek lokaal gecloned hebt, kan je de volledige PySpice omgeving die in dit boek gebruikt wordt installeren door de volgende commandos uit te voeren in de directory van deze repository:

```
git clone https://github.com/jangenoe/InteractieveCursus
cd InteractieveCursus
conda env update -f ./binder/environment.yml
conda activate KULeuven
ipython kernel install --user --name=KULeuven
pyspice-post-installation --install-ngspice-dll
```

Vervolgens kan je aan de hand van het commando jupyter lab de verschillende notebooks openen, aanpassen en simuleren.

Onafhankelijk van wat de eigenlijke user interface is van de spice implementatie die je gekozen hebt, zal de user-interface normaal het ingebrachte circuit vertalen naar een of meerdere spice text files. Deze files kunnen zowel circuit componenten als spice directives bevatten. Om fouten in een circuit terug te vinden is het meestal handig deze files te analyseren en de verschillende knopen te vergelijken met de knopen op je schema.

Voor wat betreft de circuit componenten is het zo dat de eerste letter van de naam van de component zijn type aangeeft. Hieronder vind je een lijstje van de passieve componenten met telkens de eerste letter die gebruikt wordt om het type aan te geven.

- Weerstand (R)
- Capaciteit (C)
- Spoel (L)
- Gekoppelde spoelen (K)

- Transmissie lijn
  - zonder verliezen (T)
  - met verliezen (O,Y,P)
  - RC lijnen (U)
- Schakelaars
  - gecontroleerd door spanning (S)
  - gecontroleerd door stroom (W)
- Diodes (D)
- Bipolaire transistors (Q)
- MOS transistors (M)
- JFET (J)
- MESFET (Z)
- code models (A)
- subcircuits (X)
- Onafhankelijke spanningsbron (V)
- Onafhankelijke stroombron (I)
- Spanningsgecontroleerde spanningsbron (E)
- Spanningsgecontroleerde stroombron (G)
- Stroomgecontroleerde spanningsbron (H)
- Stroomgecontroleerde stroombron (F)

Voor elk van deze bovenstaande passieve en actieve elementen kan er een modelkaart (.model) opgemaakt worden waarin alle parameter variaties uitgewerkt worden. Een modelkaart behoort to de directives en begint daarom met een .. Ook voor elk van de verschillende analyses is er een kaart ter beschikking. Hieronder een overzichtje van de verschillende analyses.

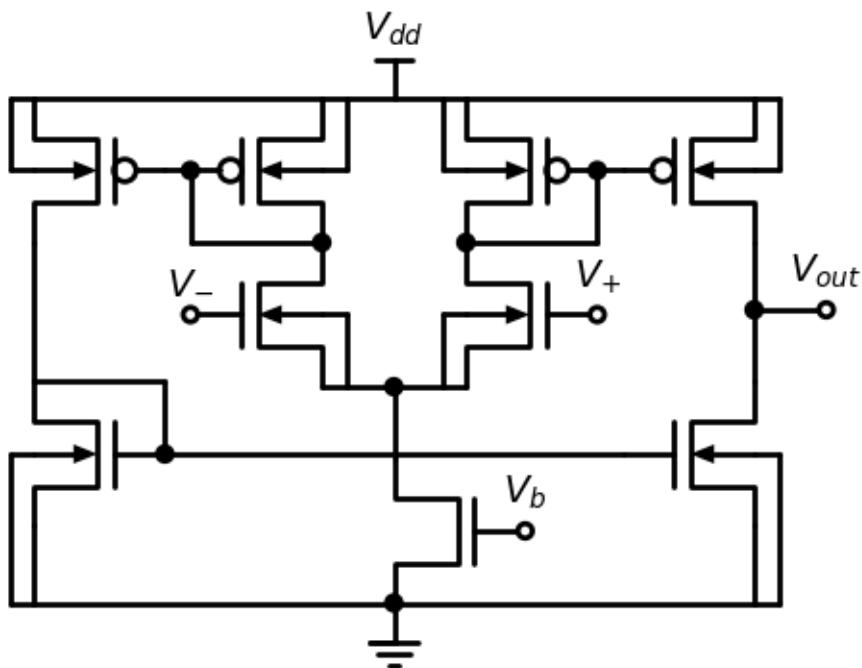
- Operating point analyse (.op)
- Niet-lineaire DC analyse (.dc)
- Niet-lineaire transient analyse (.tran)
- Lineaire klein signaal AC Analyse (.ac)
- Pool en zero analyse (.pz)
- Noise analyse (.noise)
- Sensitiviteit analyse (.sens)
- Klein signaal distorsie analysis (.disto)
- Monte-Carlo analyse

De eenheden die in spice gebruikt worden komen overeen met de standaard eenheden en er worden ook de standard prefactors gebruikt zodat er geen nood is aan de wetenschappelijke notatie. Spice maakt wel geen onderscheid tussen hoofd en kleine letters, wat een probleem kan geven om het verschil aan te geven tussen milli en mega. Daarom is er gekozen voor de x of de m<sub>g</sub>.

- atto (a) 10-18
- femto (f) 10-15
- pico (p) 10-12
- nano (n) 10-9

- micro (u) 10-6
- milli (m) 10-3
- kilo (k) 103
- mega (x) of (meg) 106
- giga (g) 109

Om aan te geven hoe we gebruik maken van Spice voor de circuit simulatie, kijken we naar een voorbeeld van een verschilversterker op IC. Het basisschema van deze versterker is aangegeven in [Figuur 1.1](#). Het eerste wat we moeten doen in dit circuit is de verschillende knopen een nummer (of een naam) te geven. Het resultaat waarbij elke knoop een naam gekregen heeft zien we in [Figuur 1.2](#).



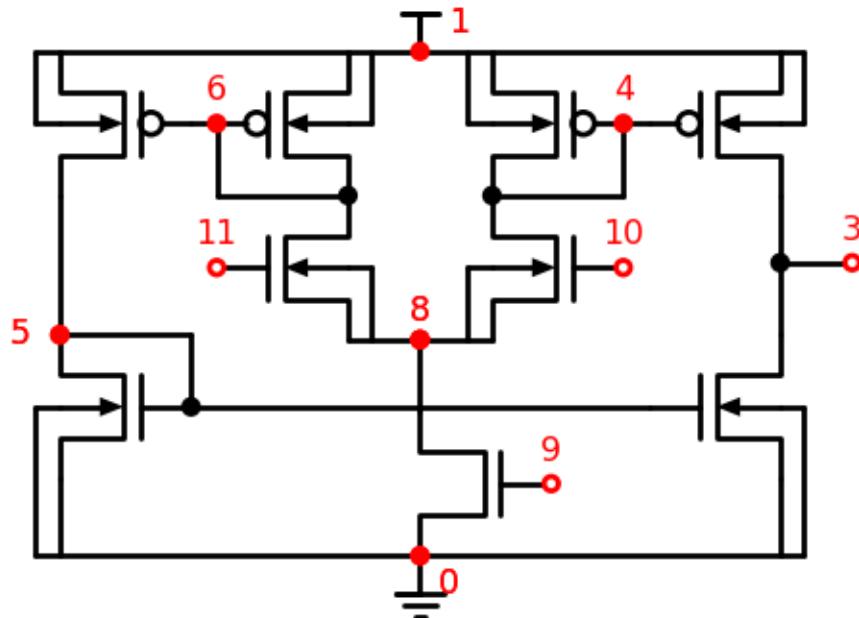
Figuur 1.1: Basisschema van de verschilversterker.

De overeenkomende SPICE code voor dit circuit zie je in [Spice Listing 1.1](#). Het eerste deel van deel beschrijving beschrijft de externe aangelegde spanningsbronnen. De naam van elke spanningsbron in SPICE begint met een V. We hebben de voedingsspanning (VDD) van 5 Volt tussen knoop 1 en knoop 0, de spanningsbronnen aan de positieve (10) en de negatieve (11) ingangsklem en tenslotte een biasspanning (VB) aan klem 9.

Spice Listing 1.1: basiscircuit van de verschilversterker

```
* CIRCUIT Spice file van een verschilversterker
VDD    1 0 DC=5.0
VPLUS 10 0 DC=2.5
VMIN  11 0 SIN(2.5 50U 1E6) DC=2.5
VB     9 0 DC=1.5
C3     3 0   5.914fF
C4     4 0   14.737fF
C5     5 0   10.124fF
C6     6 0   14.434fF
C8     8 0   7.919fF
C9     9 0   15.257fF
C10   10 0  1.872fF
```

(Vervolgt op volgende pagina)



Figuur 1.2: Basisschema van de verschilversterker, waarbij de knopen genummerd zijn.

(Vervolg van vorige pagina)

```

C11  11 0 1.688fF
C25  1 5 1fF
MN1  3 5 0 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
MN2  0 5 5 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
MN3  8 10 4 0 NMOS w=1.50u L=0.50U
MN4  0 9 8 0 NMOS w=4.50u L=0.50U
MN5  6 11 8 0 NMOS w=1.50u L=0.50U
MP1  1 4 3 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
MP2  4 4 1 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
MP3  1 6 5 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
MP4  6 6 1 1 PMOS w=3.50u L=0.50U
.MODEL NMOS NMOS (LEVEL=1 VTO=0.50 KP=90.000E-6 LAMBDA=0.001)
.MODEL PMOS PMOS (LEVEL=1 VTO=-0.45 KP=55.000E-6 LAMBDA=0.001)

```

Vervolgens vinden we in de SPICE listing de capaciteiten (C) van alle knopen ten opzichte van de grondknoop (0) terug. De waarde van deze condensatoren is bekomen nadat de volledige lay-out van het chipontwerp is getekend. Daarna is er door een extractfunctie de overlap van de metallisatie van elk van deze knopen met het grondvlak bepaald, en op basis hiervan is de condensatorwaarde bepaald. We vinden ook een parasitaire condensator terug ten opzichte van de voeding, i.e. C25 die staat tussen knoop 5 en de voeding. Eigenlijk zijn deze condensatorwaarden voor een eerste simulatie van de versterking niet belangrijk. Deze waardes worden enkel belangrijk als je een exacte waarde wil uitrekenen tijdens een simulatie bij hogere frequenties.

### **i Opdracht 1 (Begrijp de parasitaire capaciteiten van dit ontwerp)**

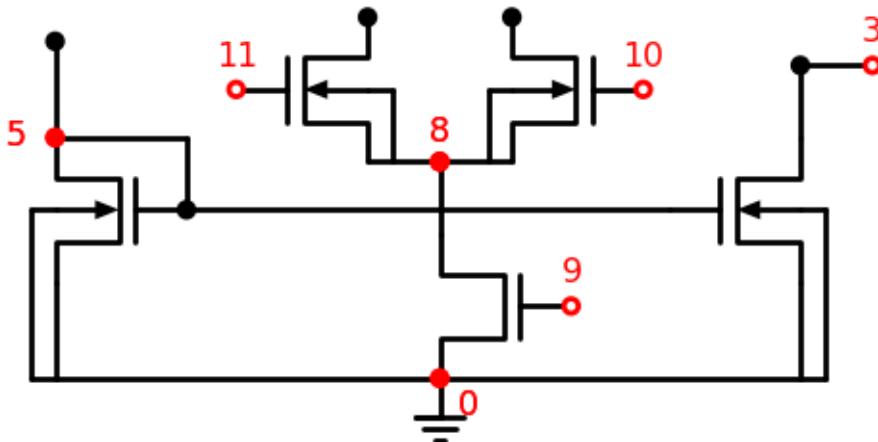
In de spice code Spice Listing 1.1 werden de parasitaire capaciteiten ge-extraheerd op basis van een werkelijke lay-out van het circuit. Voeg alle capaciteiten toe op het schema van Figuur 1.2

Vervolgens hebben we de nMOS transistors van dit circuit. Deze zijn:

Spice Listing 1.2: nMOS transistors van de verschilversterker

```
MN1 3 5 0 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
MN2 0 5 5 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
MN3 8 10 4 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
MN4 0 9 8 0 NMOS w=4.50u L=0.50u
MN5 6 11 8 0 NMOS w=1.50u L=0.50u
```

We kunnen deze nMOS transistors op het schema lokaliseren (zie Figuur 1.3).



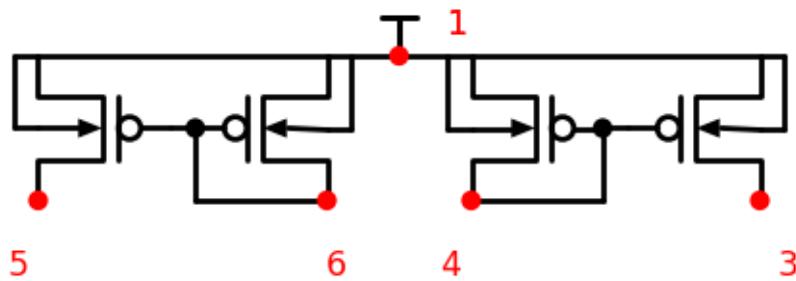
Figuur 1.3: nMOS transistors van de verschilversterker

Daarna volgen de pMOS transistors van dit circuit. Deze zijn:

Spice Listing 1.3: pMOS transistors van de verschilversterker

```
MP1 1 4 3 1 PMOS w=3.50u L=0.50u
MP2 4 4 1 1 PMOS w=3.50u L=0.50u
MP3 1 6 5 1 PMOS w=3.50u L=0.50u
MP4 6 6 1 1 PMOS w=3.50u L=0.50u
```

Ook deze transistor kunnen we op het schema lokaliseren (zie Figuur 1.4). We herkennen hierin 2 stroomspiegels die de stromen uit de knopen 6 en 4 respectievelijk omzetten in stromen uit de knopen 5 en 3.



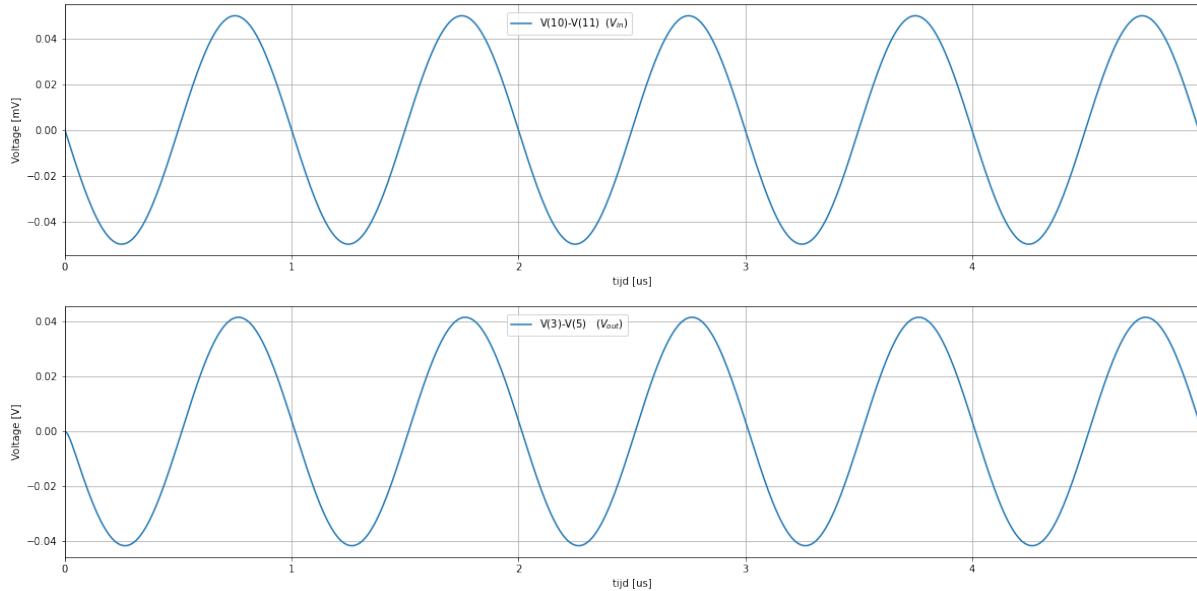
Figuur 1.4: pMOS transistors van de verschilversterker

Tenslotte hebben we ook de transistormodellen nodig van de NMOS en de PMOS. Deze kan je zien in de model kaarten gegeven in Spice Listing 1.4. De modellen behoren to de Spice directives en alle directives beginnen ze een .. Hier kiezen we voor het meest eenvoudige level=1 model. Om moderne transistors op een accurate wijze te kunnen simuleren worden er veel complexere modellen (bv BSIM4 models) gebruikt.

## Spice Listing 1.4: Eenvoudige transistormodellen

```
.MODEL NMOS NMOS (LEVEL=1 VTO=0.50 KP=90.000E-6 LAMBDA=0.001)
.MODEL PMOS PMOS (LEVEL=1 VTO=-0.45 KP=55.000E-6 LAMBDA=0.001)
```

Wanneer we nu een simulatie uitvoeren met een signaal van  $50 \mu V$  aan de ingangsklem 11, krijgen we een signaal van meer dan  $40 mV$  aan de uitgangsklem 3 (zie [Figuur 1.5](#)). Dit geeft dus een versterking van meer dan 800.



Figuur 1.5: Bekomen spanningen aan de ingang (boven) en de uitgang (onder) van de verschilversterker.

# **Deel II**

# **Versterkers**

# HOOFDSTUK 2

---

## Klasse C Versterkers

---

De toepassingen liggen in de eerste plaats in het domain van de telecommunicatie waar de Klasse C versterker gebruikt wordt om signalen door te sturen, gemoduleerd op de draaggolf van de zender. Deze draaggolf heeft typisch een vaste frequentie. Daarnaast zijn er nog industriële toepassingen mogelijk, zoals bijvoorbeeld het inductief verwarmen (zoals in smeltovens) of het dielectrisch verwarmen (voor het drogen, bakken en polymeriseren).

### 2.1 basisprincipe van de werking

Het basisprincipe is steeds als het volgt: We gebruiken de eigenfrequentie van een resonante kring om de oscillatie op de juiste frequentie te genereren en om harmonischen weg te filteren. Deze resonante kring vormt de belasting van de vermogentransistor. De vermogentransistor levert het vermogen dat verloren/uitgestraald wordt door de resonante kring.

Figuur 2.1 toont het basisschema van de klasse C versterker.

We maken gebruik van de eigenfrequentie van de resonante kring om de oscillatie op de juiste frequentie te genereren en om de harmonischen weg te filteren. De resonante kring verliest vermogen tijdens de trilling en de vermogentransistor zal dit vermogen terug toevoegen aan de kring. Dit gebeurt door korte stroompulsen te leveren.

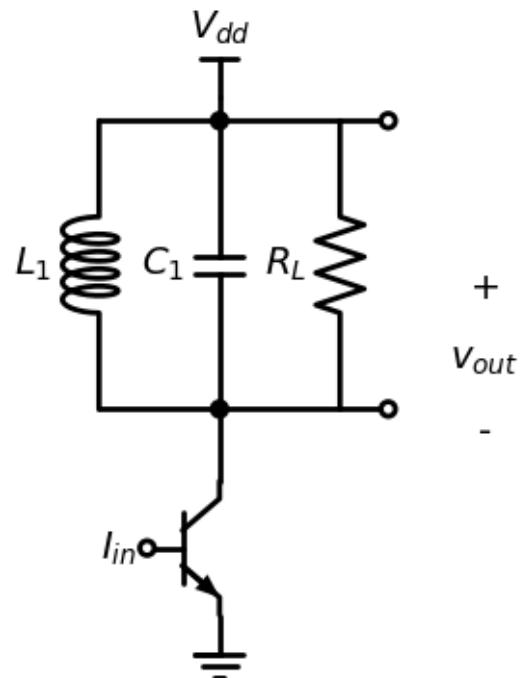
#### 2.1.1 Differentiaalvergelijking van de trilkring

Voordat we de werking van de versterker bekijken, bestuderen we in meer detail de trilkring en de bekomen trilling die we bekomen indien de trilling spontaan verloopt (i.e. niet aangestuurd door de transistor). Het schema dat we hiervoor bestuderen kan je zien in Figuur 2.2

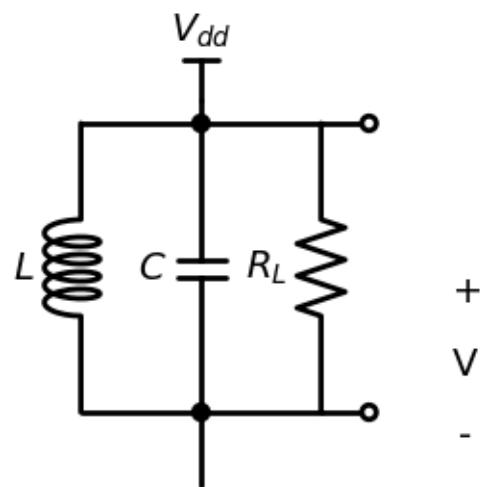
- Zonder sturing actief element
  - De inductantie ( $L$ ) wisselt met de condensator ( $C$ ) energie uit: trilling op de eigenfrequentie
  - Amplitude van de oscillatie daalt (de trilling dempt uit) door energieoverdracht naar de belasting  $RL$

Om de werking van dit schema te berekenen schrijven we de [eerste wet van Kirchhoff](#) op in de gemeenschappelijke knoop en de stroom-spanningsvergelijkingen op voor elk element. Deze vergelijkingen zijn:

$$I_C + I_R + I_L = 0$$



Figuur 2.1: Basisschema van de Klasse C versterker.



Figuur 2.2: Trilkring van de Klasse C versterker.

$$Q_C = CV$$

$$I_R R_L = V$$

$$L \frac{dI_L}{dt} = V$$

De stroom naar de condensator ( $I_C$ ) bekomen we door de lading van de condensator ( $Q_C$ ) af te leiden naar de tijd, dus  $I_C = \frac{dQ_C}{dt}$ . Hierdoor hebben we alle vergelijkingen reeds als functie van de stroom, namelijk:

Van lading op C naar stroom naar de C

$$I_C + I_R + I_L = 0$$

$$I_C = C \frac{dV}{dt}$$

$$I_R R_L = V$$

$$L \frac{dI_L}{dt} = V$$

Aangezien de stroom-spanningsvergelijking van het spoel de afgeleide van de stroom bevat, kunnen we de [eerste wet van Kirchhoff](#) niet onmiddellijk gebruiken, maar we kunnen wel de afgeleide van deze wet gebruiken. De vergelijkingen worden dan:

Afgeleide van de stromen:

$$\frac{dI_C}{dt} + \frac{dI_R}{dt} + \frac{dI_L}{dt} = 0$$

$$\frac{dI_C}{dt} = C \frac{d^2V}{dt^2}$$

$$\frac{dI_R}{dt} = \frac{1}{R_L} \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{1}{L} V$$

Invullen geeft dan:

$$C \frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{R_L} \frac{dV}{dt} + \frac{1}{L} V = 0$$

Deze vergelijking kunnen we oplossen door de [Laplace transformatie](#) te nemen van de functie  $V(t)$ . De bekomen oplossing is dan:

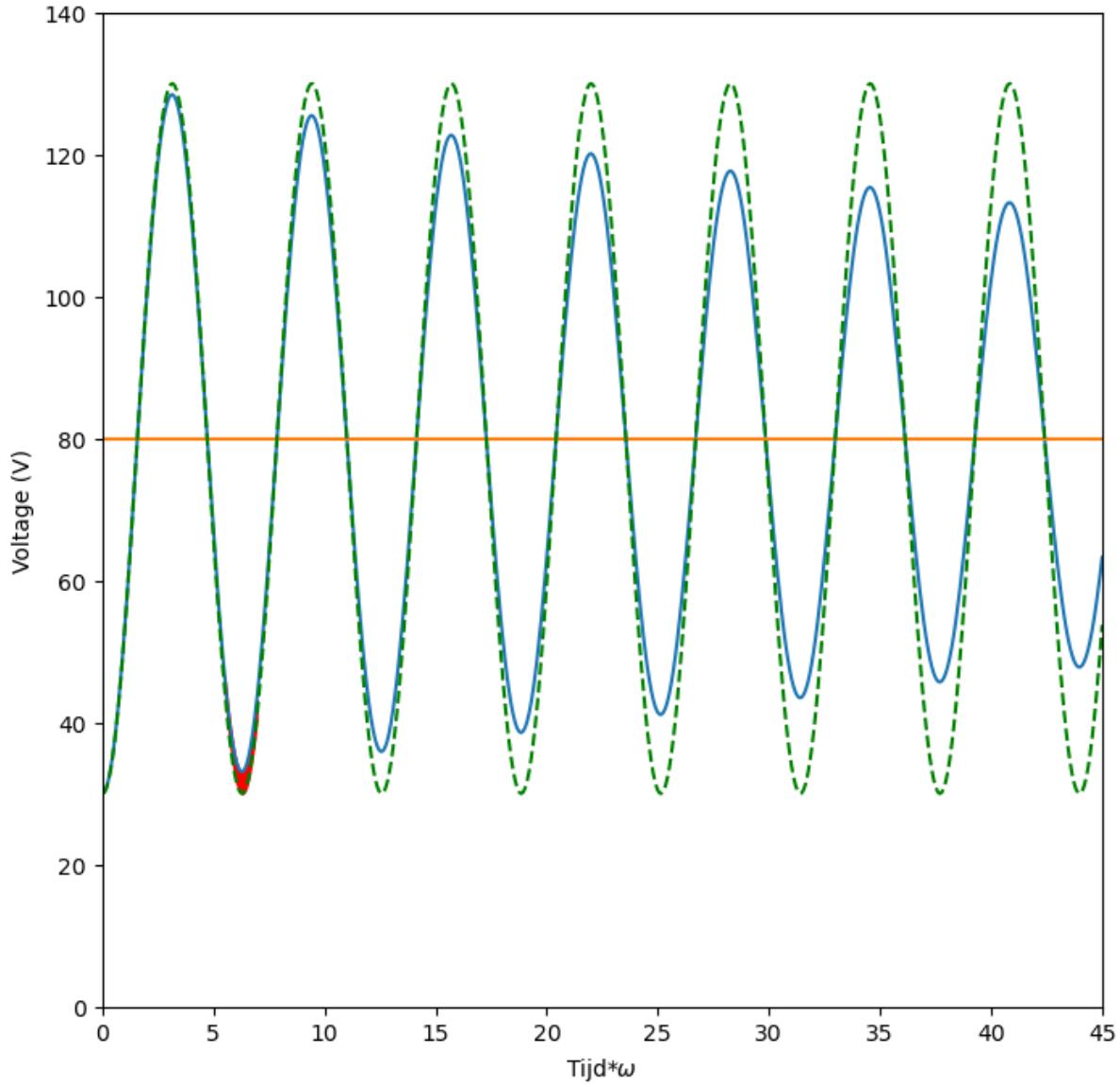
$$V(t) = V_o \cos(\omega t + \phi) \exp(-\beta t)$$

In deze vergelijking hebben we 2 parameters die bepaald worden door de componenten in het circuit, namelijk  $\beta$  en  $\omega$ . Deze zijn:

$$\beta = \frac{1}{2R_L C}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \beta^2}$$

De andere 2 parameters ( $V_o$  en  $\phi$ ) zijn de integratieconstanten. Zij worden bepaald door de beginsituatie van de trilling. [Figuur 2.3](#) toont deze oplossing voor een uitdempende trilling van 50 V rond een spanning van 80 V. In het rood is de spanning aangegeven die we elke periode verliezen en die dus moet gecompenseerd worden om de trilling op gang te houden. Dit wordt dan ook de taak van de transistor.



Figuur 2.3: Voorbeeld van een gedempte trilling van 50V rond een referentiespanning van 80V

## 2.1.2 Keuze van de parameters van de resonante kring

Om een vermogenversterker te ontwerpen die actief is bij een bepaalde frequentie moeten in eerste instantie de parameters van de resonante kring gekozen worden, namelijk  $L_1$  en  $C_1$ . Deze parameters kunnen we bepalen op basis van de gegevens die de ingenieur normaal in een ontwerp opgave ter beschikking krijgt, namelijk de impedantie van de belasting ( $R_L$ ) en het maximum vermogen ( $P_{AC}$ ) dat moet geleverd kunnen worden op de frequentie  $\omega$ . Het is belangrijk dat we  $\beta \ll \omega$  kiezen. In eerste instantie kunnen we bijvoorbeeld vertrekken van  $\beta = 0.1\omega$ , waarna we dan

$$\beta = \frac{1}{2R_L C_1}$$

gebruiken om de condensator  $C_1$  te kiezen. Vervolgens gebruiken we

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1} - \beta^2}$$

om de waarde van de spoel  $L_1$  te kiezen.

Merk op:

Aangezien we in de meeste gevallen  $\beta \ll \omega$  kiezen kunnen we in deze gevallen vaak de resonatiefrequentie benaderen als:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}}$$

Vervolgens gebruiken we de formule

$$P_{AC} = \frac{V_{AC}^2}{2R_L}$$

om de spanningsamplitude te  $V_{AC}$  te berekenen en dus daaruit ook de nodige voedingsspanning  $V_{DD}$ .

## 2.1.3 Aansturingsprincipe van de versterker

Het basis werkingsprincipe van de Klasse C versterker is als het volgt: We leggen een sinusvormige spanning met een negatieve offset aan de hand van een serieweerstand aan aan de basis van de bipolaire transistor. De ingang van de bipolaire transistor vormt een diode naar de emitter en als gevolg hiervan loopt er enkel een basisstroom wanneer de ingangsspanning positief is. Deze basisstroom wordt dan een factor  $\beta_F$  versterkt in de collectorstroom. Deze gepulste collectorstroom wordt dan aangelegd aan de LRC trilkring.

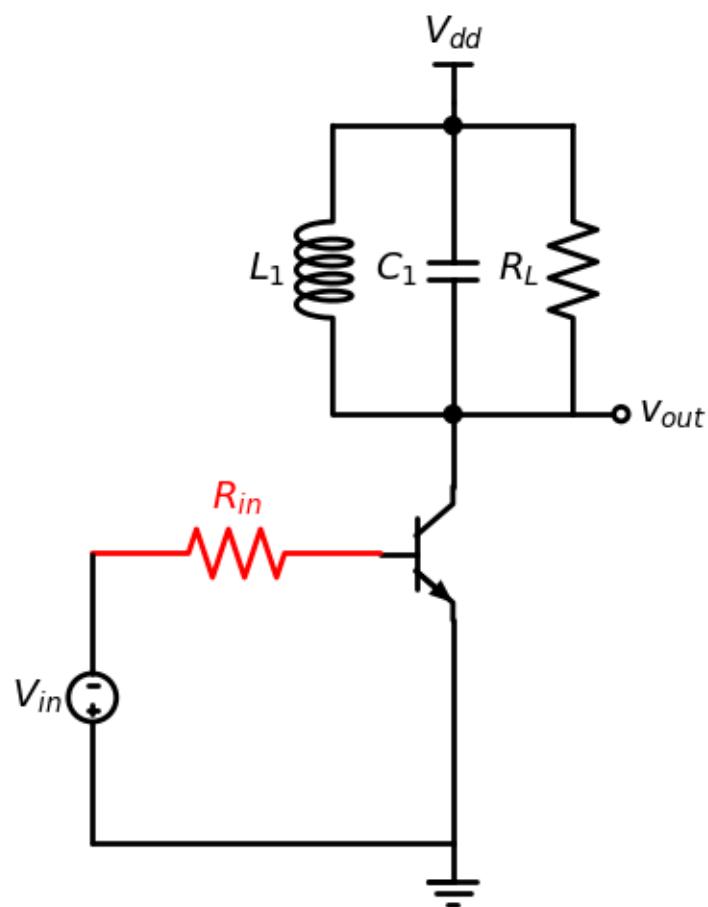
De originele beschrijving van dit aansturingsprincipe kan je vinden in [1].

De onderstaande Widget laat toe te kijken wat de impact is van de instellingen aan de basis op de bekomen collector stroom. We leggen aan  $V_{in}$  een negatieve DC spanning aan en een iets grotere AC spanningsamplitude. Dit heeft tot gevolg dat de spanning aan  $V_{in}$  slechts een beperkt deel van de periode boven de 0.6V komt, wat de spanning is die nodig is om de basis-emitter junctie van de bipolaire transistor in geleiding te brengen. De hoeveelheid stroom die we krijgen wordt bepaald door  $R_{in}$  en deze stroom wordt dan vervolgens versterkt met een factor  $\beta_F$ , wat dan de collectorstroom oplevert.

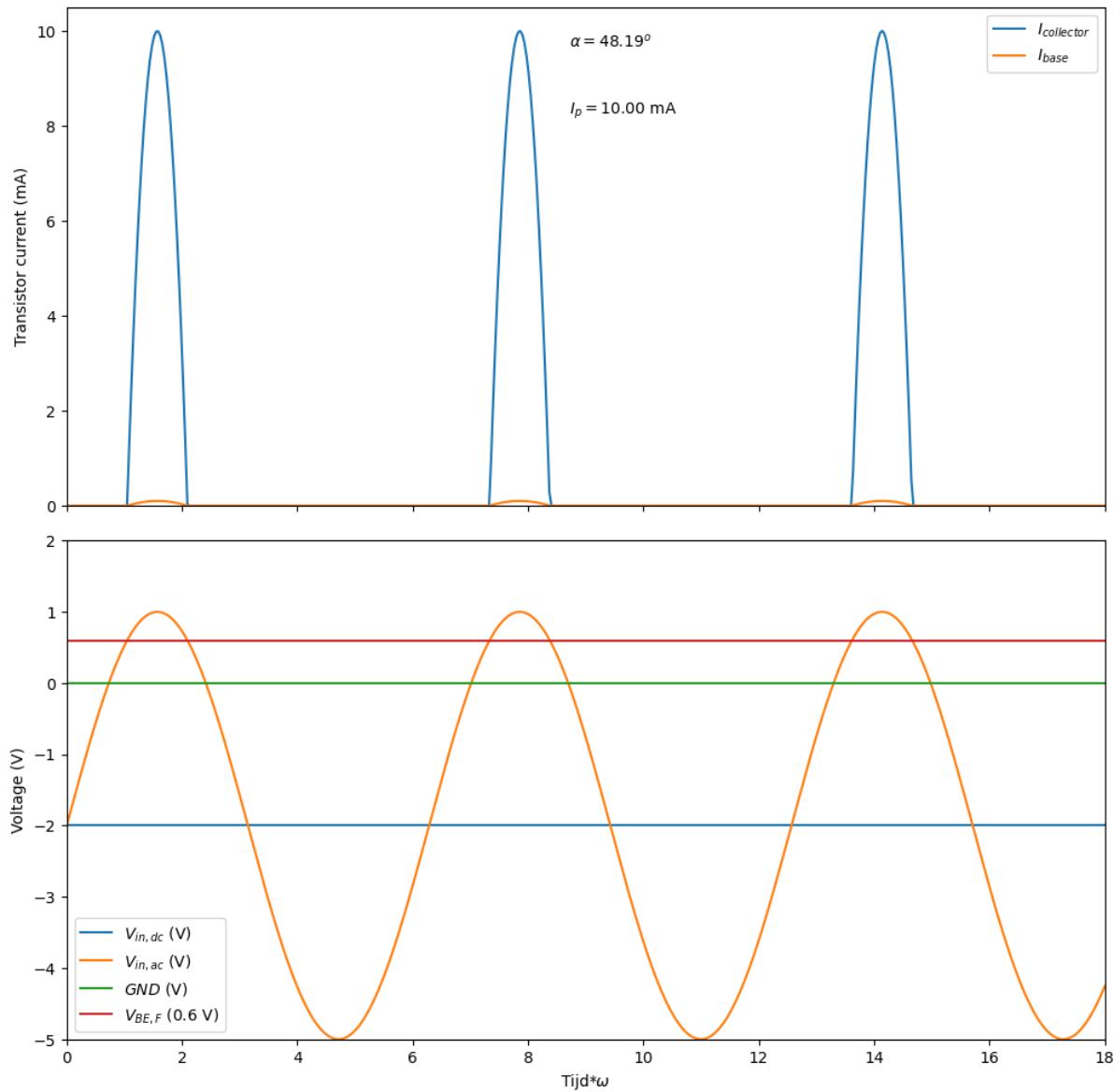
De LRC kring is een parallel LRC kring. Een parallel LRC kring heeft de eigenschap dat hij een aangelegde gepulste stroomsingaal gaat omzetten in een sinusvormige spanning op de resonantiefrequentie. Aangezien de spanning over de belasting ( $R_L$ ) dan sinusvormig is, gaat de stroom door de belasting ( $R_L$ ) ook sinusvormig zijn.

Het hierboven beschreven principe is dan ook de reden waarom we een parallel LRC kring altijd in stroomsturing gaan aansturen.

De overeenkomende SPICE code voor dit circuit is:



Figuur 2.4: Basisschema van de Klasse C versterker met een eenvoudig schema om de versterker aan te sturen.



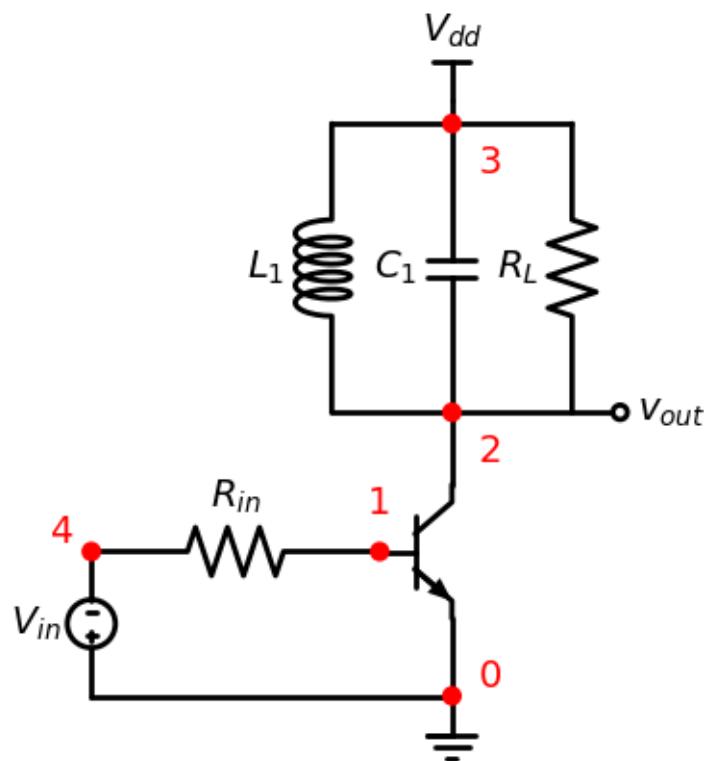
Figuur 2.5: Instelling van de basisstroom om de gepaste geleidingshoek en piekstroom te krijgen.

Spice Listing 2.1: basis Klasse C circuit

```
* Class C amp 1
Q_Q1      2 1 0 Q2
L_L1       2 3  1uH
C_C1       2 3  10nF
R_RL       2 3  60
V_Vdd     3 0  11V
R_Rin     4 1  100
V_Vin     4 0  sin(-1.5 2.7 1591500) DC=-1.5
.model Q2  NPN(Is=14.34f BF=200)
```

In de `.model` kaart zien we dat we voor de bipolaire transistor een model gebruiken dat we Q2 hebben genoemd. Dit zijn bipolaire transistors waar we een  $\beta_{Forward}$  hebben gelijk aan 200.

Het circuit waarbij we de knoopnummers een rood label gegeven hebben, wordt dan:



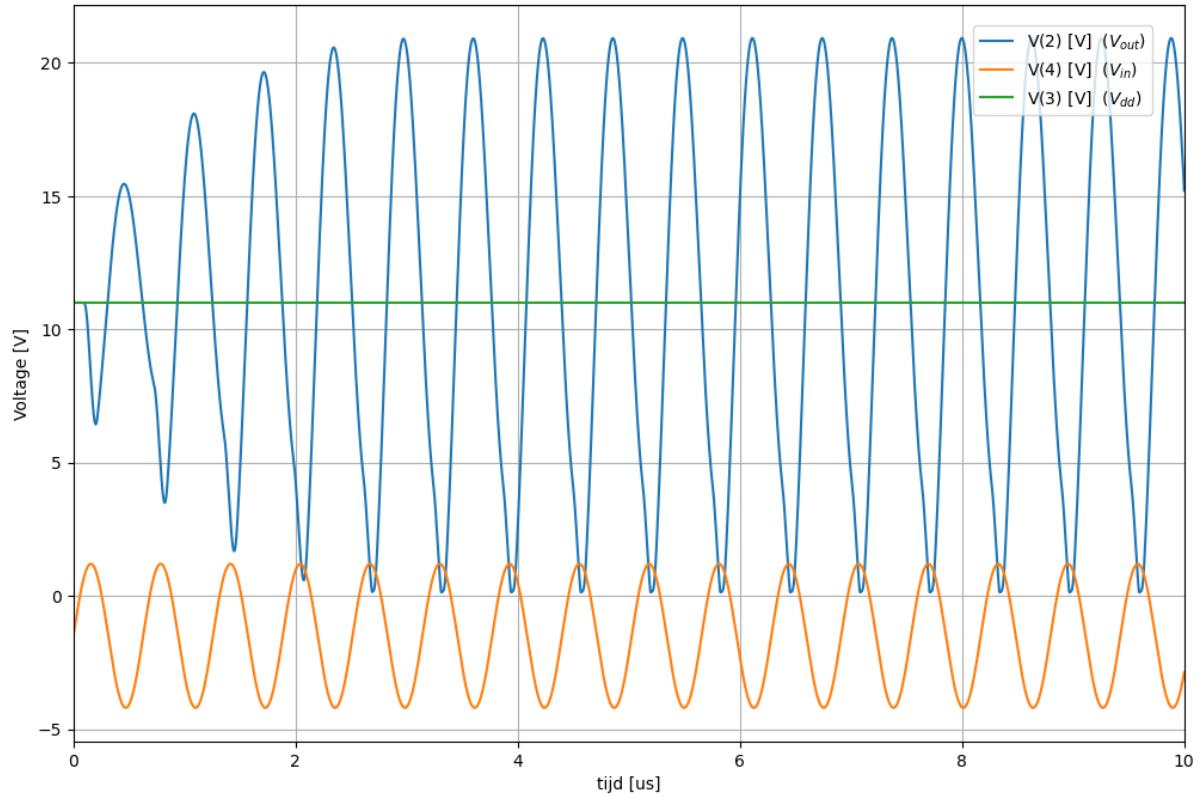
Figuur 2.6: Basisschema waarbij we de knopen genummerd hebben overeenkomende met de spice code.

Een spice simulatie van het bovenstaande circuit levert het volgende op:

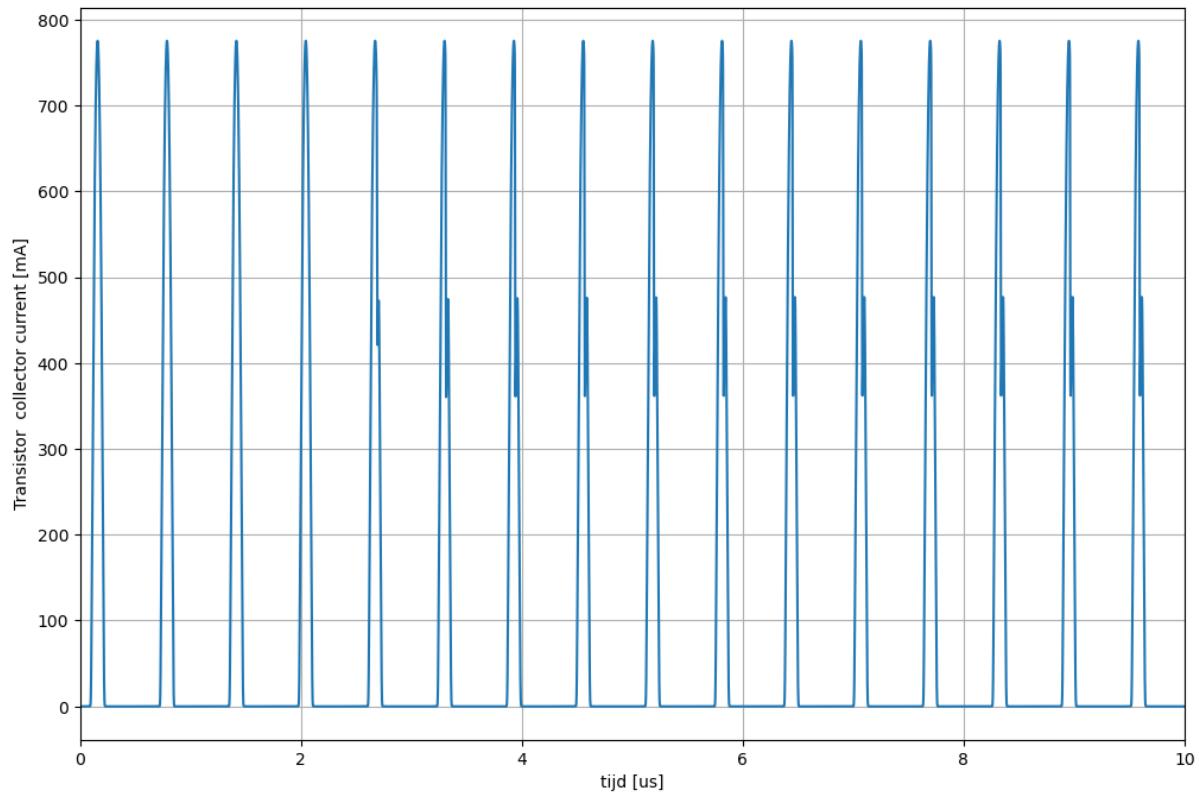
We merken op dat het ongeveer een 5-tal perioden duurt eer we een AC zwaai bekomen die gelijk is aan de voedingsspanning (i.e. 11V). Dit aantal perioden is sterk afhankelijk van de gekozen trilring.

We kunnen ook de collectorstroom plotten die we bekomen uit dezelfde SPICE-simulatie (zie Figuur 2.8).

Dit circuit werd ontworpen voor een collector piekstroom van 600 mA. We merken op dat de collectorstromen bij het starten van de oscillatie eventjes boven de ontwerplimiet komen. Wanneer dit een probleem vormt moet de geleidingshoek groter gemaakt worden. We merken ook op dat de stroom terug daalt wanneer de bipolaire transistor in verzadiging geraakt. Dit is ook logisch. Als de spanning tussen de collector en de emitter te klein wordt, kan er geen stroom meer lopen. Dit tonen we in meer detail in Figuur 2.9. Figuur 2.9 toont de details van het stroomverloop

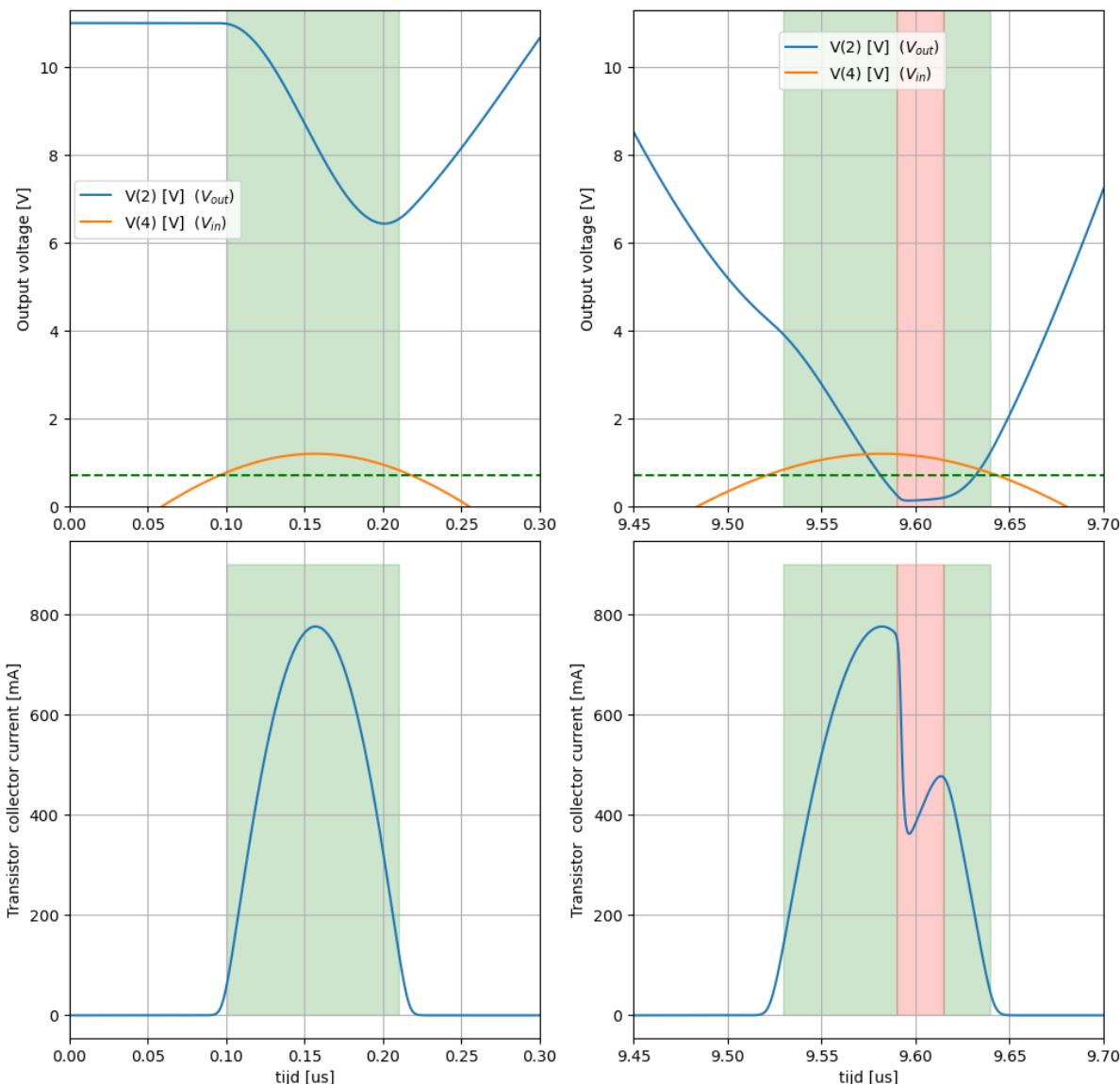


Figuur 2.7: Spanningen bekomen na een spice simulatie van de klasse C versterker.



Figuur 2.8: Stromen bekomen na een spice simulatie van de klasse C versterker.

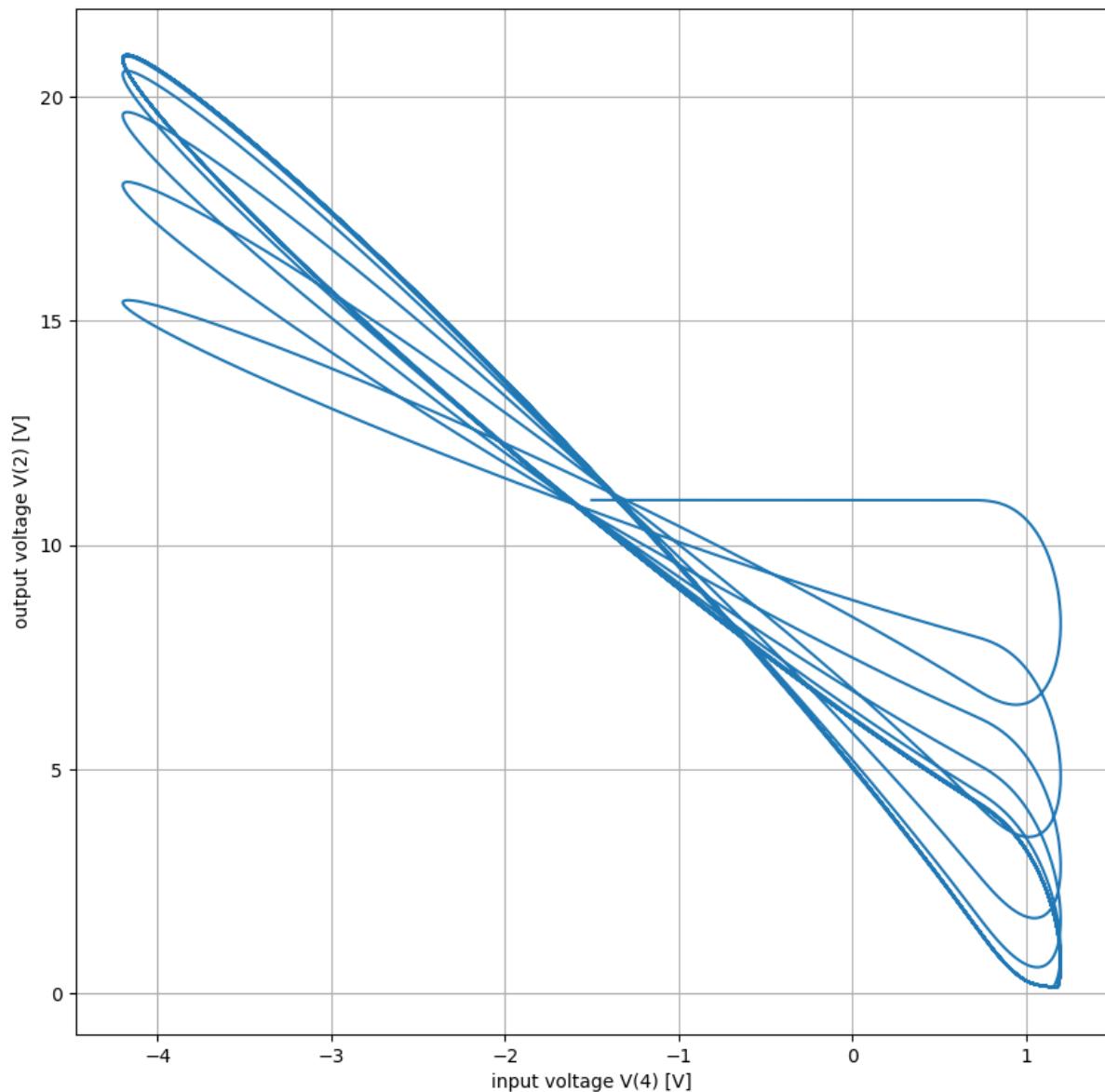
uit Figuur 2.8 gedurende de eerste en de vijftiende periode na de opstart. Aan de linkerkant zien we dat de oscillatie in  $V_{out}$  pas opstart vanaf het moment dat de spanning aan de basis van de NPN transistor groter wordt dan 0.6 V. Aan de rechterkant zien we dat, van zodra de collector-emitter spanning van de transistor kleiner wordt dan de verzadigingsspanning, de stroom die door de transistor geleverd wordt sterk terugvalt (het gebied in het rood aangegeven). Doordat de stroom terugvalt, wordt ook de energie die de transistor aan de trilling levert gereduceerd. Dit is dan ook de reden dat de spanningsamplitude  $V_{AC}$  aan de uitgang van de klasse C versterker begrenst wordt door de voedingsspanning ( $V_{DD}$ ).



Figuur 2.9: Detail van de spanningen en stromen (spice simulatie) van de klasse C versterker: (links) opstart van de oscillatie (rechts) stuurstijd waarbij de bipolaire transistor gedurende een deel van de stuurstijd in verzadiging komt (in het rood aangegeven).

We kunnen ook een [Lissajous figuur](#) plotten van de uitgangsspanning ten opzichte van de ingangsspanning (zie [Figuur 2.10](#)). Wanneer de ingang en de uitgang perfect in tegenfase zouden zijn, zouden we hier een rechte lijn verwachten onder een hoek van -45 graden. Kort na het einde van de stroombuis is dit verloop inderdaad ook redelijk lineair. We merken dat er daarna een toenemend faseverschil gedurende de periode. Wanneer de transistor dan terug in geleiding komt, wordt dit faseverschil snel weggewerkt.

We merken ook op dat gedurende de eerste oscillatie het faseverschil het grootste is. Bij de volgende oscillaties wordt dit steeds kleiner tot er een evenwichtssituatie wordt bekomen.



Figuur 2.10: Lissajous figuur van de spanning op knoop 2 als functie van de spanning op knoop 4.

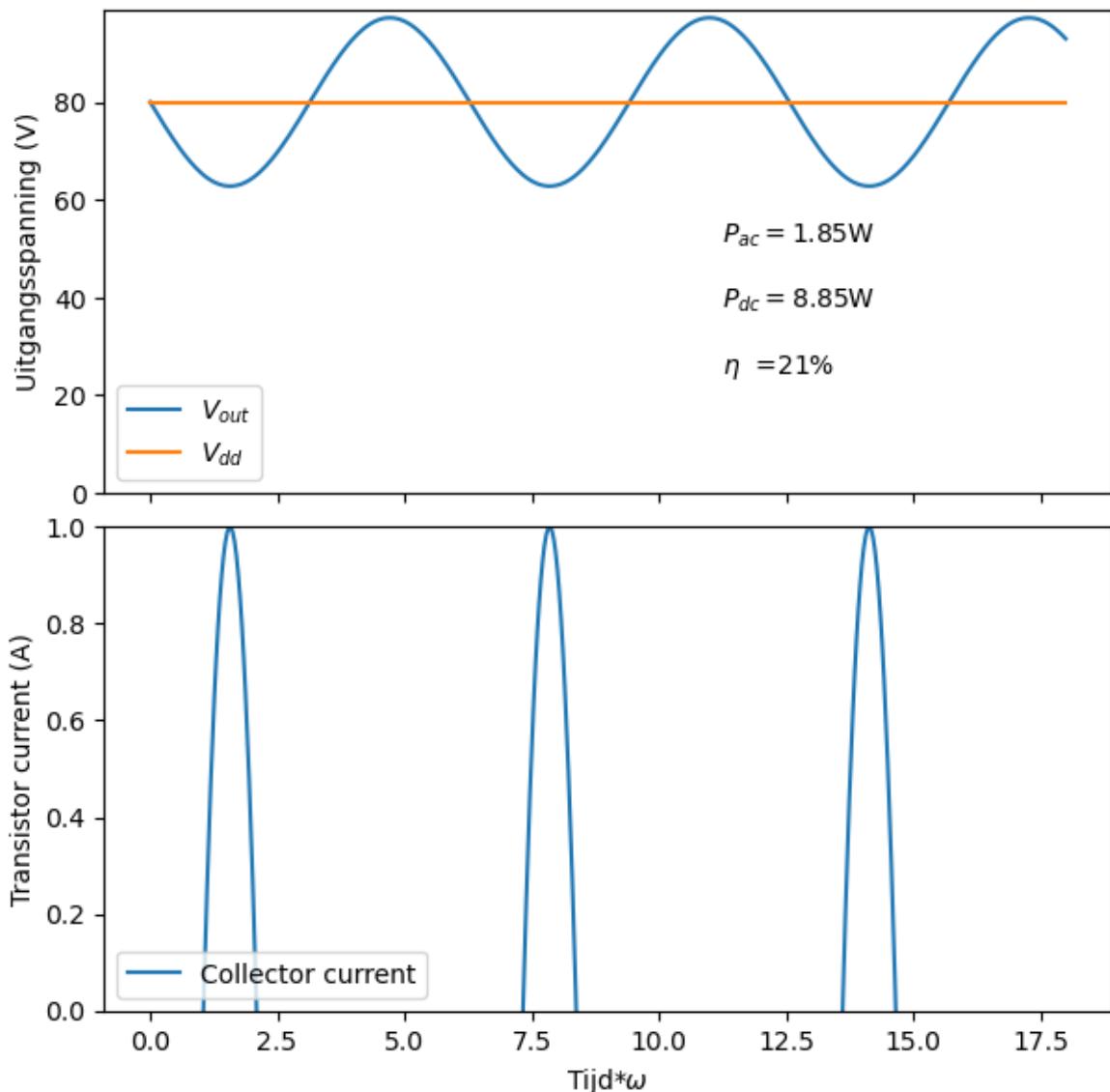
Wanneer we kijken naar het basis circuit van de klasse C versterker, hebben we 2 elementen die voornamelijk bijdragen tot het bepalen van de oscillatiefrequentie, namelijk:

- $L_1$
- $C_1$

en 4 elementen die bijdragen tot het optimaliseren van het bekomen vermogen, namelijk:

- De belastingsweerstand  $R_L$
- De voedingsspanning  $V_{dd}$
- De piekstroom van de transistor  $I_p$
- Het gedeelte van de periode dat de transistor aangestuurd wordt : De geleidingshoek  $2\alpha$

In wat volgt zullen we eerst exploreren welke van de 4 bovenstaande parameters het bekomen vermogen bepalen. Vervolgens zullen we een methodologie uitwerken om de optimale parameters te selecteren. In het volgende deel gaan we dan verder met de selectie van  $L_1$  en  $C_1$



Figuur 2.11: Bekomen oscillatie bij de gekozen ontwerpparameters.

In de bovenstaande grafiek is de uitgangsspanning  $V_{out}$

$$V_{out}(t) = V_{dd} - V_a \cos(\omega t) \quad (2.1)$$

en is de collector current van de transistor  $I_c$

$$I_c(t) = \begin{cases} \frac{\cos(\omega t) - \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} I_p & \text{wanneer } |\omega t| < \alpha \\ 0 & \text{wanneer } |\omega t| > \alpha \end{cases} \quad (2.2)$$

Hoe we aan de waarde van  $V_a$  komen, volgt in de afleiding hieronder.

Op basis van de hierboven gegeven stromen en spanningen kunnen we de verschillende vermogens uitrekenen (met  $u = \omega t$ ):

$$P_{ac} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(V_a \sin(u))^2}{R_L} du = \frac{V_a^2}{2R_L} \quad (2.3)$$

$$P_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} V_{dd} I_c(u) du = \frac{V_{dd} I_p}{\pi} \frac{\sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} \quad (2.4)$$

$$P_T = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} V_{out}(u) I_c(u) du = \frac{V_{dd} I_p}{\pi} \frac{\sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} - \frac{I_p V_a}{4\pi} \frac{(2\alpha - \sin(2\alpha))}{(1 - \cos(\alpha))} \quad (2.5)$$

Nu is het totale DC vermogen ( $P_{dc}$ ) gelijk aan de som van het in de transistor gedisipeerde vermogen ( $P_T$ ) en het bekomen nuttige vermogen ( $P_{ac}$ ):

$$P_{ac} = P_{dc} - P_T \quad (2.6)$$

Op basis van vergelijkingen (2.3),(2.4) en (2.5) bekomen we:

$$\frac{V_a^2}{2R_L} = \frac{I_p V_a}{4\pi} \frac{(2\alpha - \sin(2\alpha))}{(1 - \cos(\alpha))} \quad (2.7)$$

De bekomen amplitude van oscillatie is:

$$V_a = \frac{I_p R_L}{2\pi} \frac{2\alpha - \sin(2\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} \quad (2.8)$$

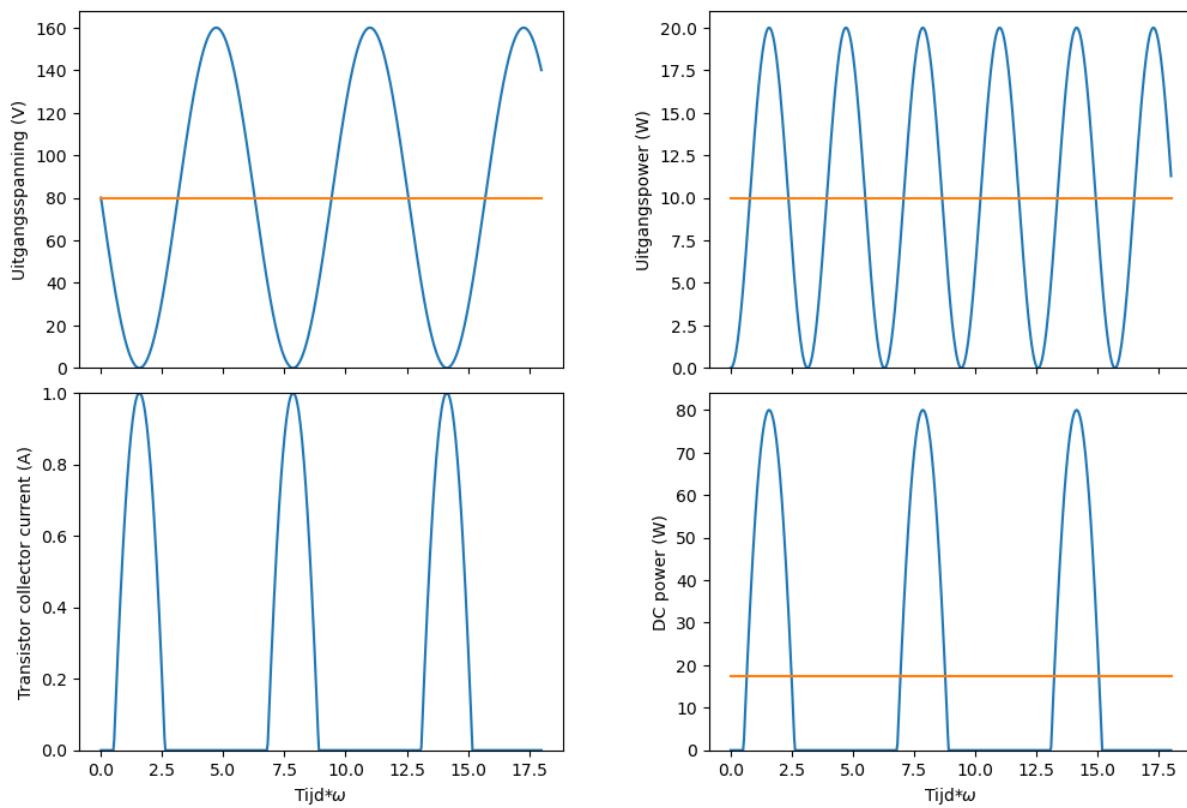
Het is goed om voor al deze 4 parameters ook eens de instantane bekomen power en het instantane ingangsvermogen te bekijken.

Vervolgens kijken we naar het instantane vermogenverlies in de transistor:

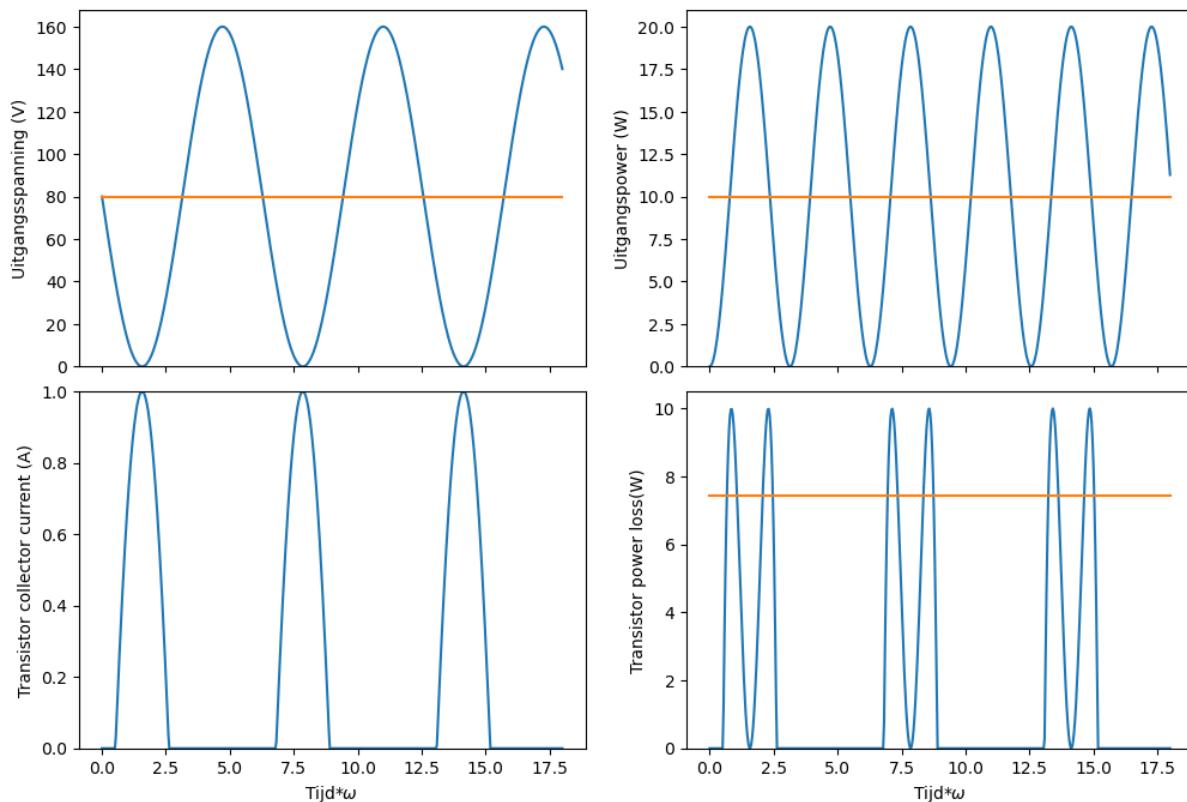
Voor het bepalen van het verlies in de transistor plotten we bij voorkeur de relatie tussen de spanning over de transistor en de stroom door de transistor.

opmerking:

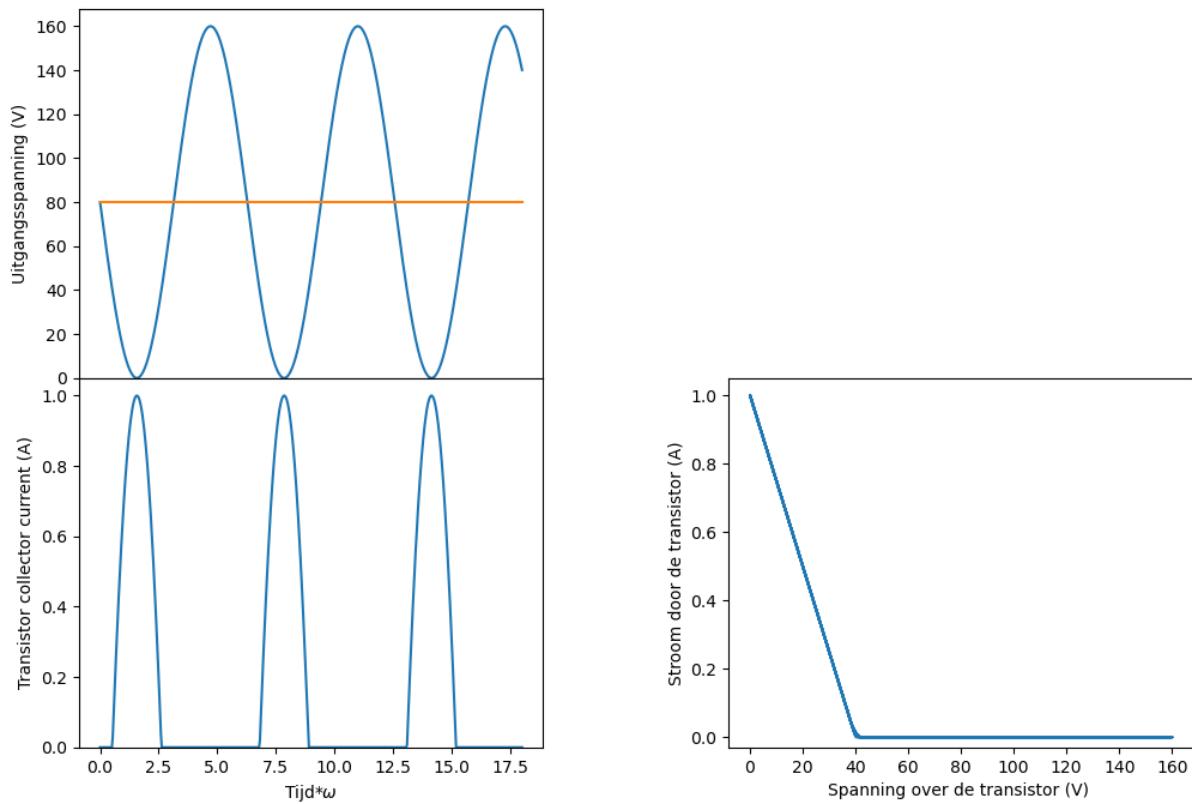
- De grafiek in deze jupyter notebook geeft de maximale oscillatiespanning  $V_{max}$  weer die bekomen wordt in de resonante kring in functie van de geleidingshoek ( $\alpha$ ) ten opzichte van het product van de piekstroom  $I_p$  en de weerstand  $R_L$ . Dus de plot geeft dus de waarde van  $u = \frac{V_{max}}{I_p R_L}$
- De grafiek in de powerpoint slides van de les geeft het maximale vermogen  $P_{max}$  dat bekomen wordt in functie van de geleidingshoek ten opzichte van het product van de piekstroom  $I_p$  en de voedingsspanning.  $P_{max} = \frac{V_{max} I_{max}}{2}$ . Dus de plot is  $w = \frac{P_{max}}{V_{DD} I_p} = \frac{\frac{V_{max} I_{max}}{2}}{V_{DD} I_p} = \frac{V_{max} \frac{V_{max}}{2 R_L}}{V_{DD} I_p}$ . Bovendien weten we dat  $V_{max} < V_{DD}$  en in het beste geval (= verzadiging)  $V_{max}$  gelijk wordt aan  $V_{DD}$ . Dus bij verzadiging geldt  $w = \frac{V_{max}}{2 R_L I_p}$



Figuur 2.12: Uitgangspower en DC power als functie van de tijd en de verschillende signalen.



Figuur 2.13: Transistor power verlies als functie van de tijd en de verschillende signalen.



Figuur 2.14: De stroom door de transistor als functie van spanning over de transistor bij de verschillende instellingen.

In de meeste gevallen willen we  $V_{DD}$  als oscillatie amplitude. Daarom zullen we  $I_p$  kiezen als:

$$I_{p,max} = 2\pi \frac{V_{DD}}{R_L} \frac{1 - \cos(\alpha)}{2\alpha - \sin(2\alpha)}$$

$$P_{ac} = I_p^2 R_L \frac{(2\alpha - \sin(2\alpha))^2}{8\pi^2(1 - \cos(\alpha))^2}$$

$$P_{dc} = \frac{V_{dd} I_p}{\pi} \frac{\sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)}$$

Het rendement wordt dan, rekening houdende met dat  $I_p$  niet groter mag worden dan  $I_{p,max}$

$$\eta = \frac{I_p R_L}{V_{dd}} \frac{(2\alpha - \sin(2\alpha))^2}{8\pi(1 - \cos(\alpha))(\sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha))}$$

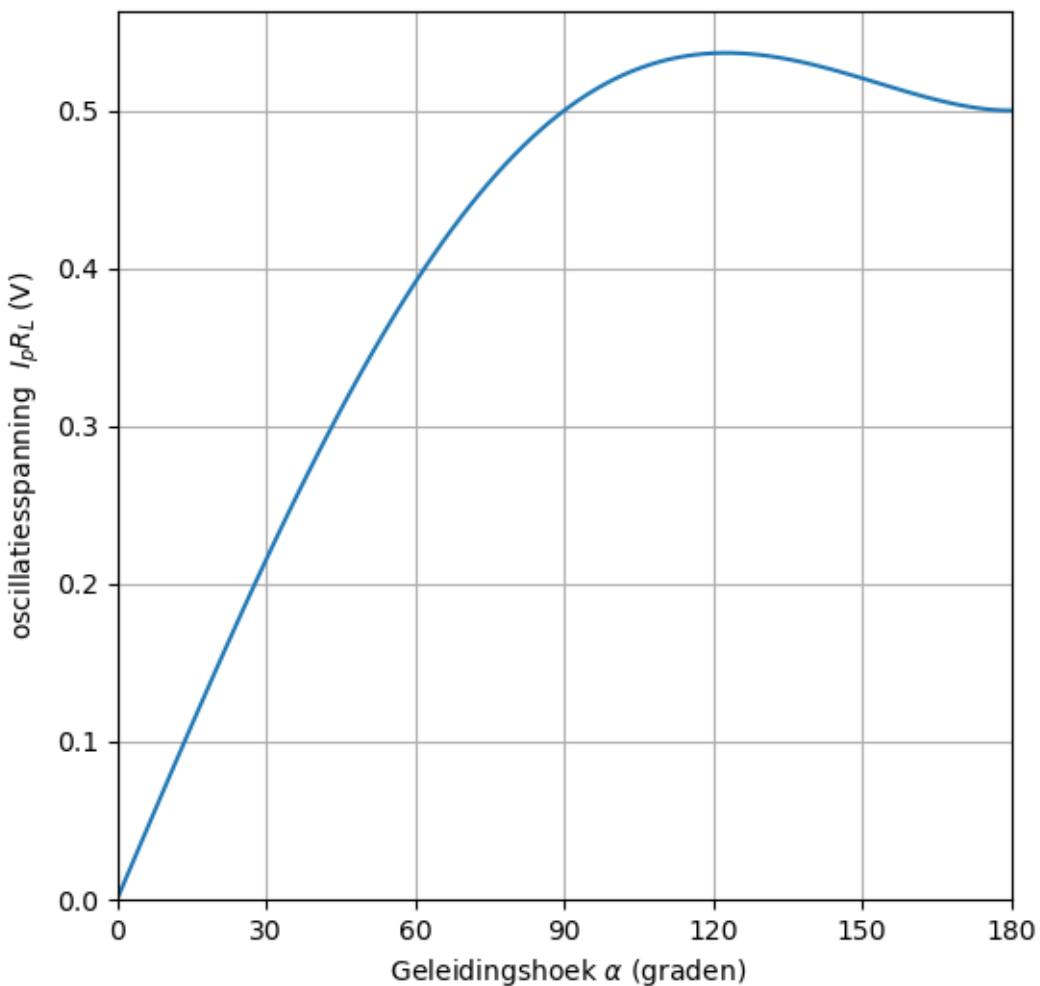
## 2.1.4 Maximale uitsturing

Omdat we het maximale rendement gaan bekomen bij maximale uitsturing kunnen we voor  $I_p$  de bekomen waarde van  $I_{p,max}$  invullen:

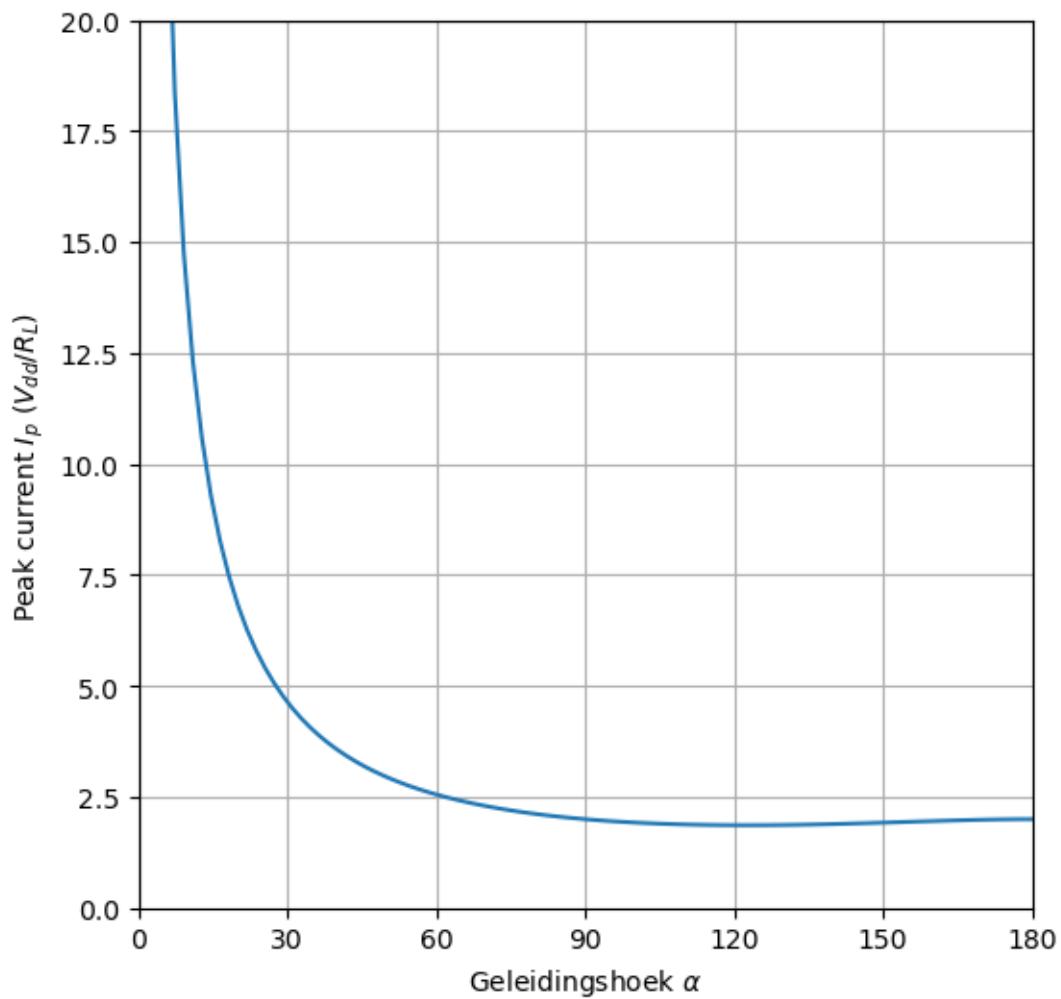
$$\eta = \frac{2\alpha - \sin(2\alpha)}{4(\sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha))}$$

En als bekomen vermogen bekomen we:

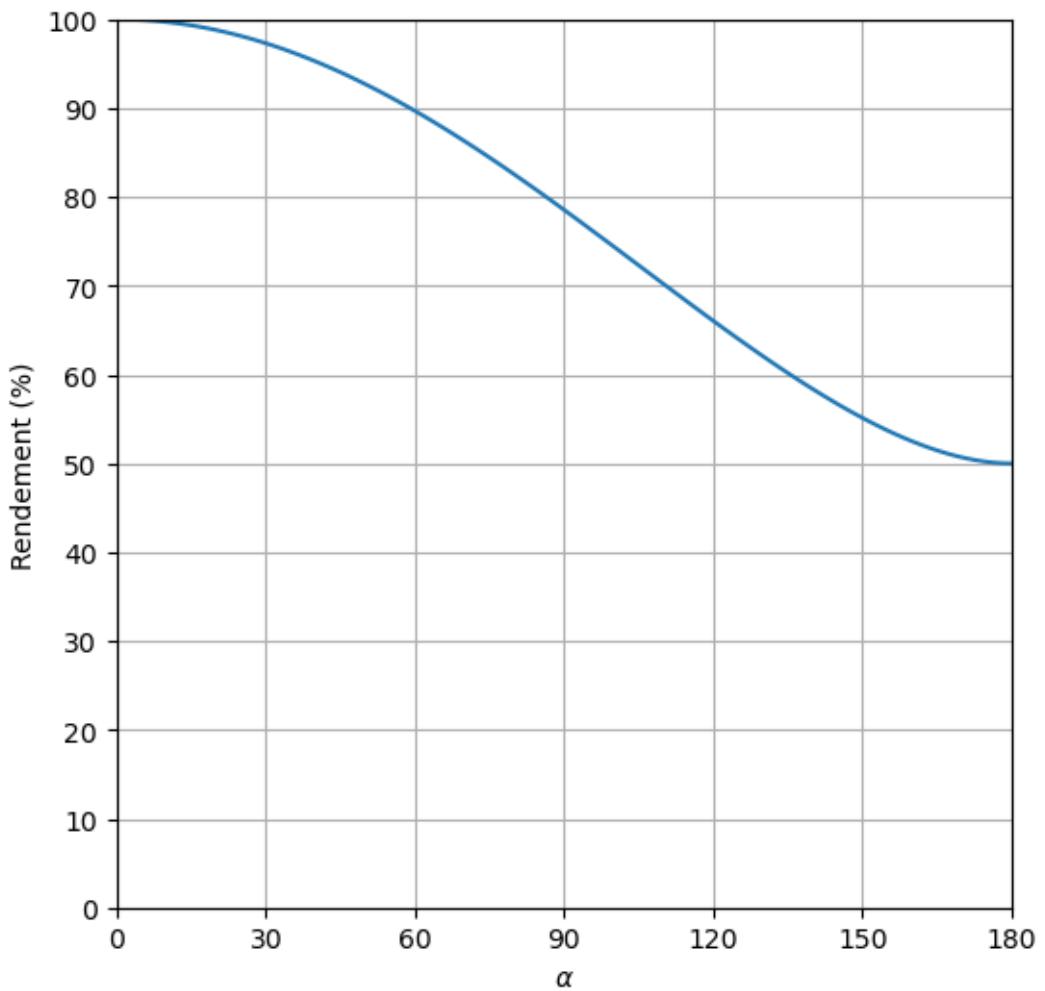
$$P_{ac,max}(\alpha) = \frac{V_{dd}^2}{2R_L}$$



Figuur 2.15: bekomen oscillatiespanning als functie van de geleidingshoek.



Figuur 2.16: De nodige piekstroom om een amplitude te bekomen die gelijk is aan de voedingsspanning als een functie van de geleidingshoek.



Figuur 2.17: Bekomen rendement bij maximale uitsturing.

Het is belangrijk dat we in de [Figuur 2.17](#) 3 belangrijke punten herkennen:

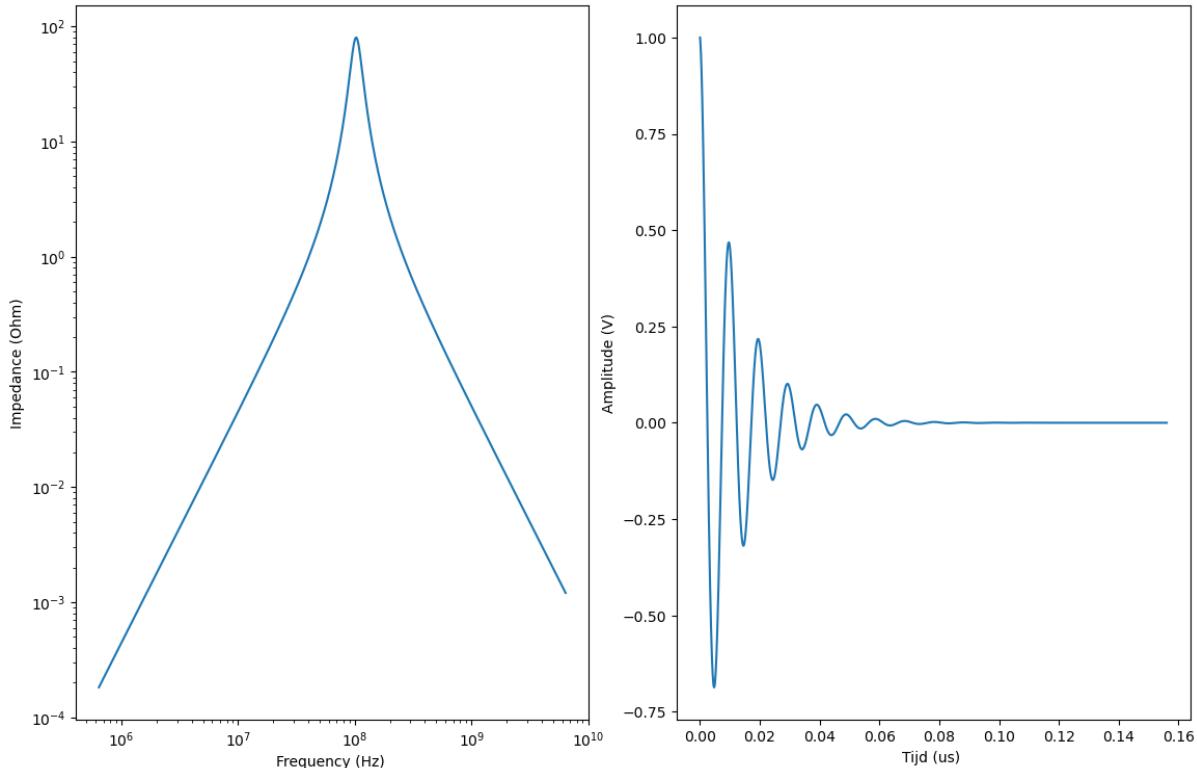
- Bij geleidingshoek  $\alpha = 0$  hebben we een rendement van 100%. De transistor is hierbij echter over heel de periode nooit in geleiding en er kan dus ook geen energie aan het circuit worden toegevoegd. Er wordt geen vermogen aan de uitgang bekomen.
- Bij geleidingshoek  $\alpha = \pi/2$  hebben we een rendement van 78%. De transistor is hierbij de helft van de periode in geleiding, zoals bij een klasse B versterker. Hetzelfde maximale rendement als bij een klasse B versterker wordt dan ook bekomen.
- Bij geleidingshoek  $\alpha = \pi$  hebben we een rendement van 50%. De transistor is hierbij de hele periode in geleiding, zoals bij een klasse A versterker. Hetzelfde maximale rendement als bij een klasse A versterker wordt dan ook bekomen.

### 2.1.5 De LRC kring als functie van de frequentie

De klasse C versterker legt stroompulsen aan over een RLC parallel-kring. Als gevolg hiervan worden sinusvormige spanningen bekomen. Hiervoor splitsen we de aangelegde stroompulsen op in al zijn frequentiecomponenten en voor elke component bepalen we dan de overeenkomende spanning aan de hand van de impedantie  $Z(\omega)$ :  $V(\omega) = Z(\omega) * I(\omega)$ . De formule voor  $Z(\omega)$  is:

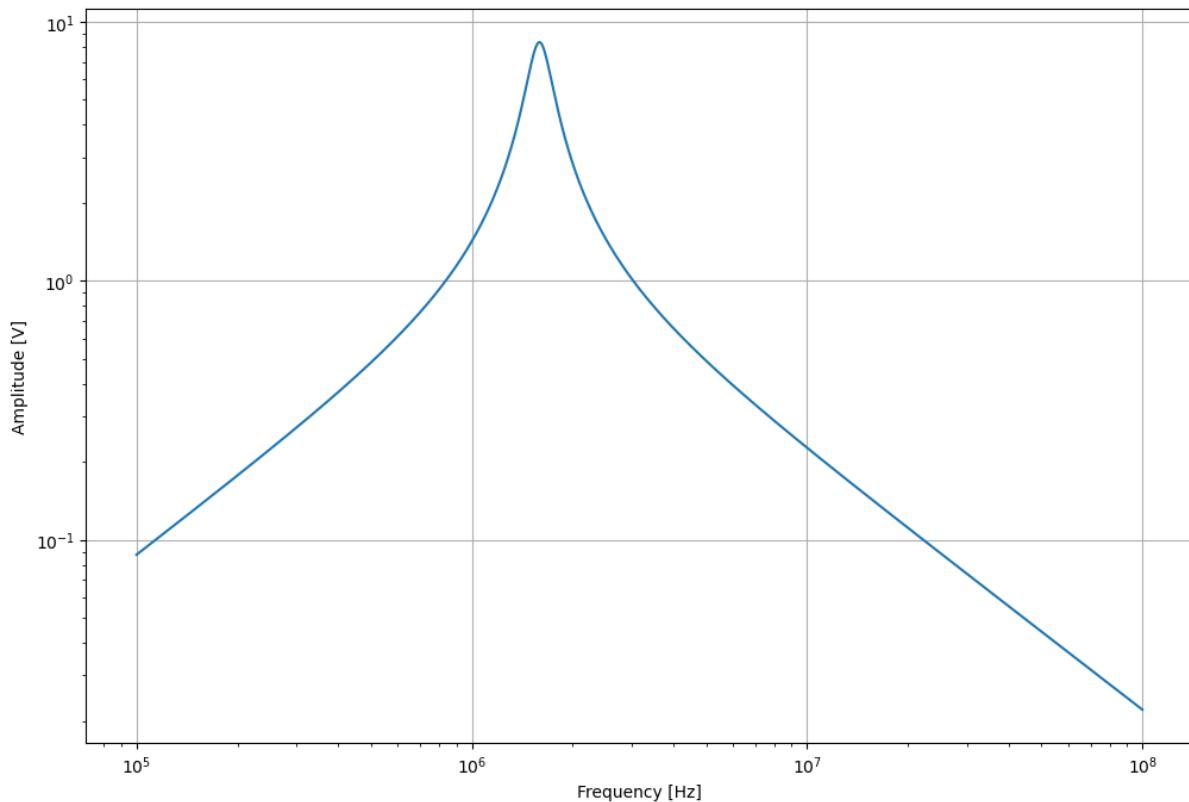
$$Z(\omega) = \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{R_L} + j\omega L}$$

De onderstaande figuur toont  $Z(\omega)$  als functie van de frequentie. L en C bepalen de frequentie. Er is een kleine invloed van  $R_L$  op de frequentie. De invloed van  $R_L$  op de bandbreedte en op hoe snel de trilling uitdempet is echter veel groter.



Figuur 2.18: (links) impedantie van de LRC-kring als functie van de frequentie (rechts) het uitdempen van deze kring als functie van de tijd.

Het is ook zinvol om een simulatie te doen van de amplitude van het signaal als functie van de frequentie van de aansturing. Op het eerste zicht lijkt het .ac commando in SPICE hier de aangeweze methode. Dit is echter niet het geval. Het .ac commando in SPICE doet een klein signaal simulatie, en hierbij wordt aangenomen dat een volledig sinusvormig signaal zich doorheen het circuit beweegt van de ingang naar de uitgang. Dat is voor een klasse C versterker zeker niet het geval. Eigenlijk is het enige werkingsregime waar we een kleinsignaalsimulatie zouden kunnen uitvoeren het instelpunt waarbij  $\alpha = \pi$ , met andere woorden de klasse-A modus.



Figuur 2.19: Amplitude van de spanning op knoop 2 (spice simulatie) als functie van de frequentie van aansturing.

Het is duidelijk uit de bovenstaande figuur dat de amplitude respons van een klasse C versterker is heel gelijkaardig aan de berekende impedantie  $Z(\omega)$  van de trilkring. Dit is ook logisch aangezien

$$V(\omega) = Z(\omega) * I(\omega)$$

en de stroompuls  $I(\omega)$  hetzelfde blijft wanneer de frequentie hetzelfde bij alle frequenties.

### 2.1.6 Alternatieve berekening van $V_a$

In vergelijking (2.8) werd  $V_a$  berekend op basis van een vermogenevenwicht, namelijk het totale vermogen dat in de trilkring gaat, is ook het totale vermogen dat in de belasting wordt bekomen. Hierbij werd echter verondersteld dat alle vermogen in de eerste harmonische van de trilkring terechtkomt. Dat hoeft natuurlijk niet helemaal het geval te zijn. Een alternatieve berekening voor  $V_a$  is het opsplitsen van de aangelegde stroompulsen in een fourier reeks en elk van de sinusfucties die dan bekomen wordt leggen we dan aan aan de LRC kring. Hierdoor krijgen we de amplitude van alle harmonischen  $V_{a,n}$ . Het is natuurlijk wel zo dat de impedantie van de LRC kring off-resonance groot is (zie bovenstaande grafiek), wat maakt dat  $V_{a,n}$  voor  $n > 1$  klein zal zijn.

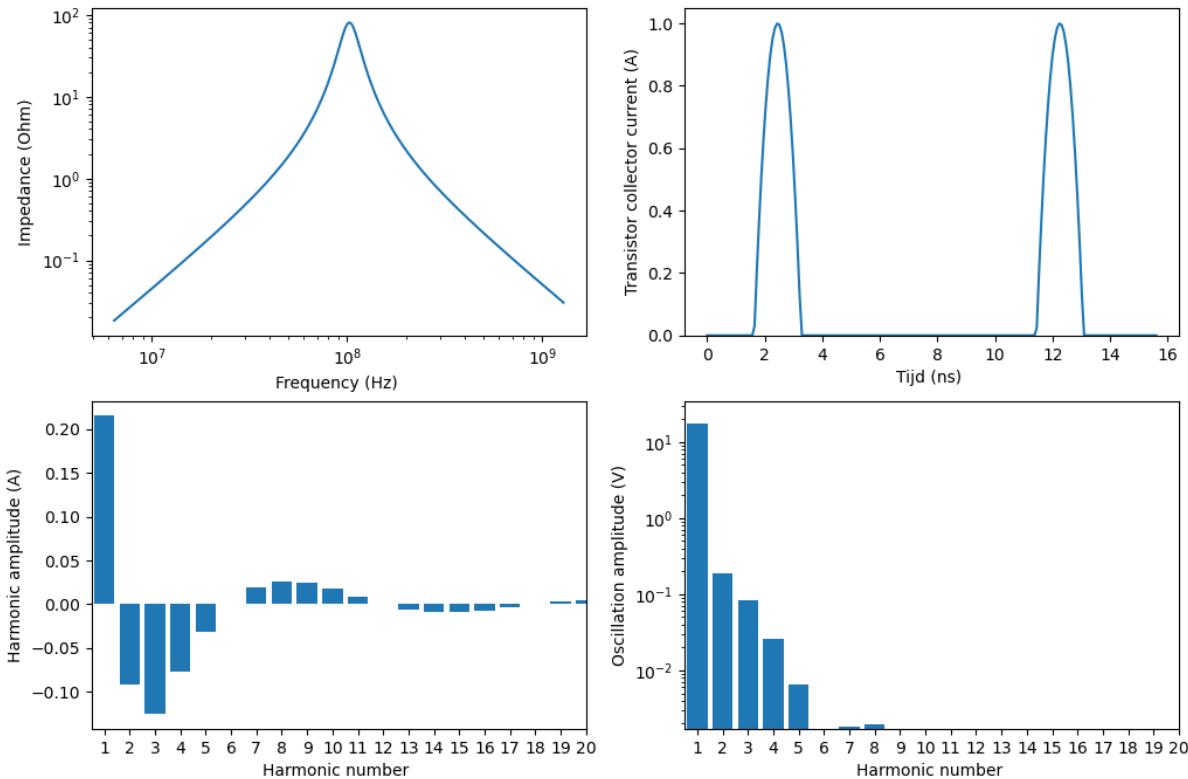
$$V_{a,1} = \frac{R_L}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(u) I_c(u) du = \frac{R_L}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos(u) \frac{\cos(u) - \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} I_p du = \frac{I_p R_L}{2\pi} \frac{2\alpha - \sin(2\alpha)}{1 - \cos(\alpha)}$$

### 2.1.7 Berekening van de harmonische componenten

$$V_{a,n} = \frac{Z_L(n\omega_c)}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(nu) I_c(u) du$$

$$V_{a,n} = \frac{Z_L(n\omega_c)}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos(nu) \frac{\cos(u) - \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} I_p du$$

$$V_{a,n} = \frac{2I_p Z_L(n\omega_c)}{\pi} \frac{\cos(\alpha) \sin(n\alpha) - n \sin(\alpha) \cos(n\alpha)}{n(n^2 - 1)(1 - \cos(\alpha))}$$



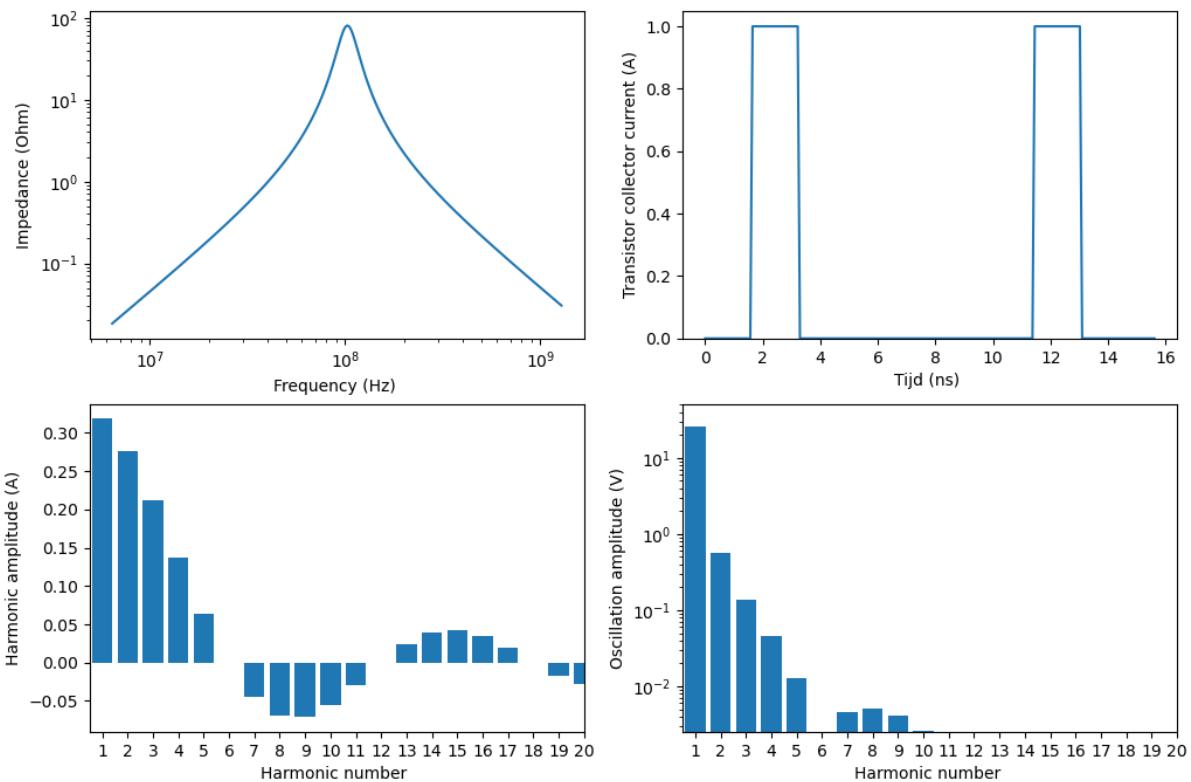
Figuur 2.20: De contributies van de verschillende harmonischen in het aanstuursignaal en de impact hiervan op de bekomen oscillatie amplitude.

We merken op dat wanneer  $\alpha = 90^\circ$ , we dan geen even harmonischen krijgen. Dat is hetzelfde als bij de klasse B. Ook het rendement is gelijkaardig als de klasse B. Het gebrek aan even harmonischen is relevant voor een aantal toepassingen.

### 2.1.8 FM modulatie

We kunnen ook dezelfde berekeningsmethode gebruiken om de effecten van off-resonant aan te sturen uit te rekenen, bijvoorbeeld in geval van FM modulatie.

## 2.1.9 Andere aanstuurvormen dan een sinus: blokgolf en driehoek



Figuur 2.21: De contributies van de verschillende harmonischen in een blokgolf aanstuursignaal en de impact hiervan op de bekomen oscillatie amplitude.

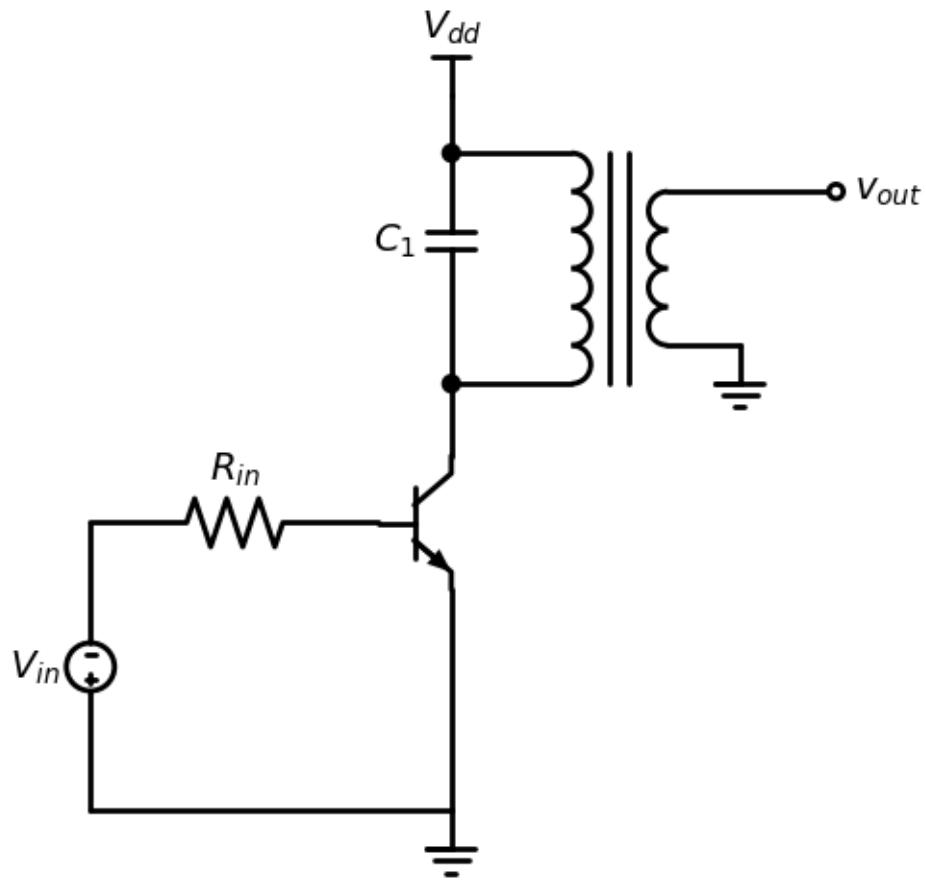
## 2.2 Alternatieve schema's van de klasse C versterker.

### 2.2.1 Gebruik makende van een transformator

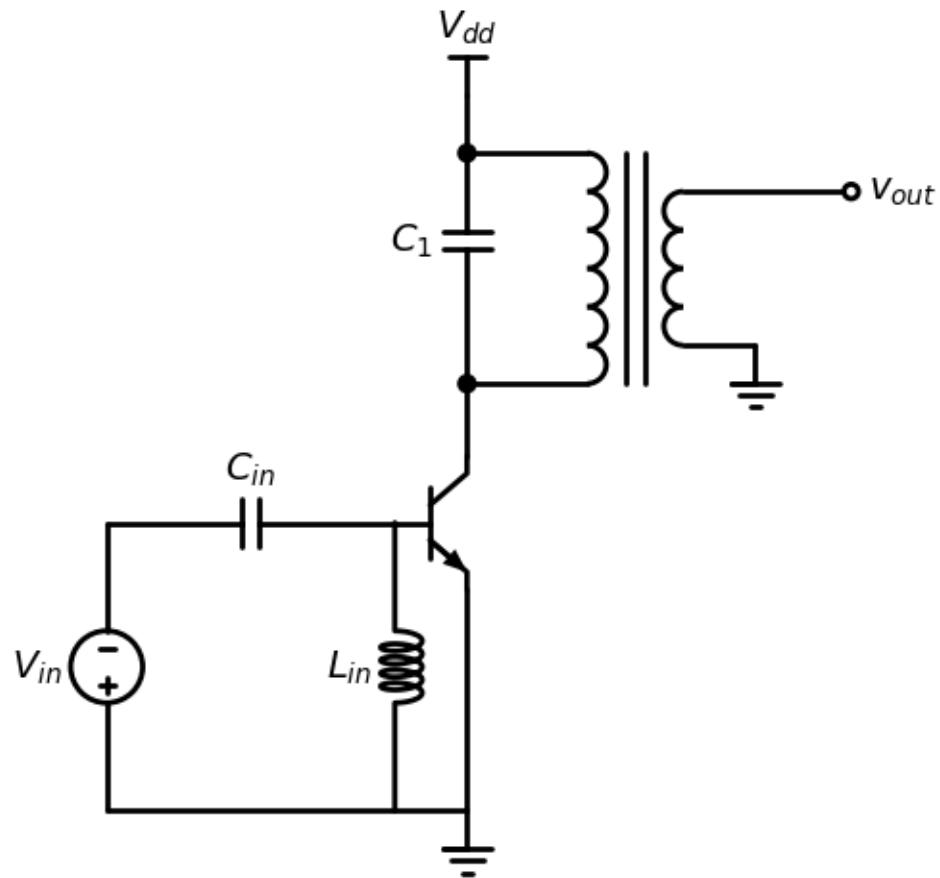
Een van de belangrijke issues met betrekking van het basisschema van de klasse C versterkers is dat de reference van het outputsignaal is de voedingsspanning in plaats van de grond. Een van de opties om de reference van de voeding naar de grond te brengen, is het vervangen van de spoel door een transformator, want hierdoor kunnen we de referentiespanning verleggen naar de grond. De figuur hieronder geeft aan hoe dit kan gerealiseerd worden.

### 2.2.2 Gebruik makende van een LC kring aan de ingang

Dit heeft als voordeel dat er geen resistieve verliezen zijn de de  $R_{in}$  weerstand aan de ingang.



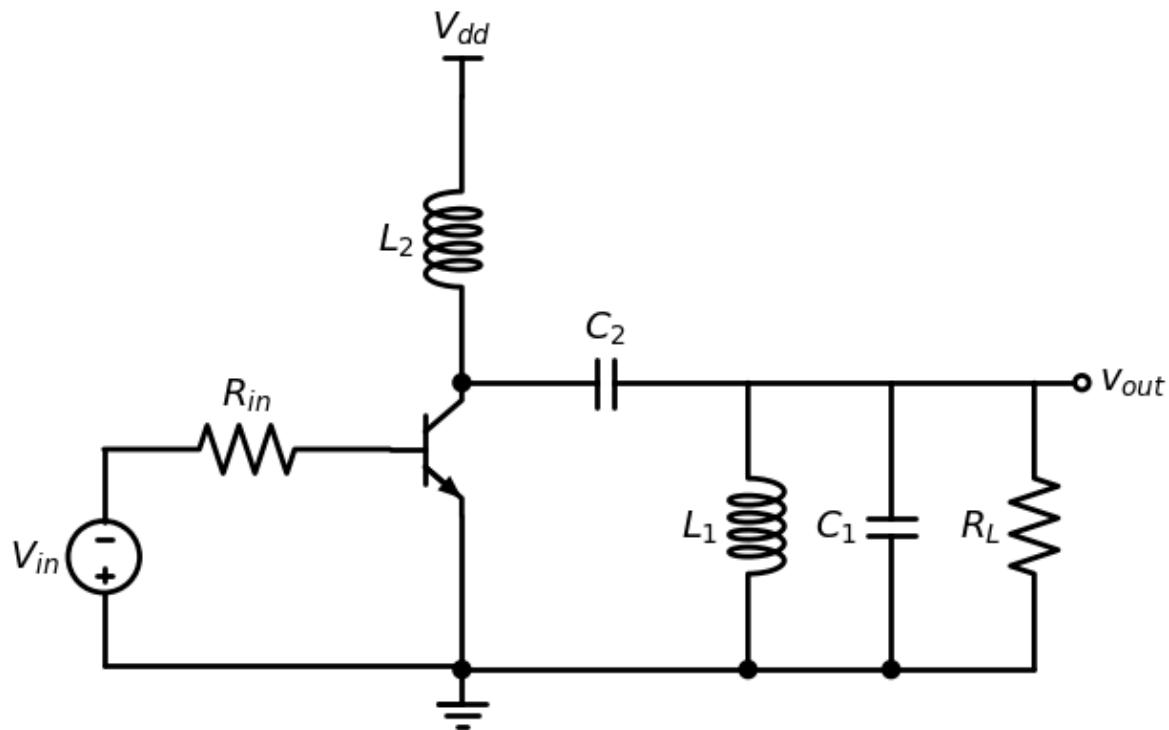
Figuur 2.22: Klasse C versterker met een transformator in de resonante kring.



Figuur 2.23: Klasse C versterker met een LC kring aan de ingang van de transistor.

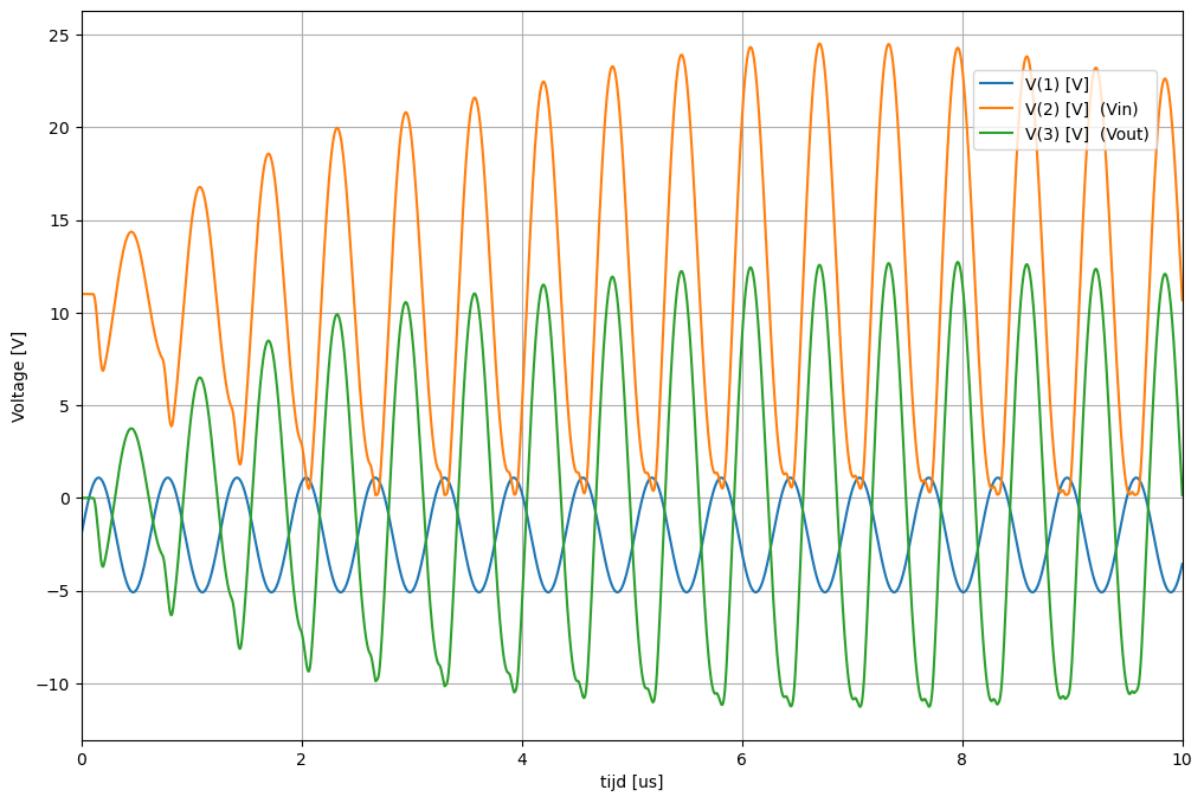
### 2.2.3 Uitgangsspanning oscillatie rond de grond

Voor een aantal toepassingen is het niet goed dat de AC uitgangsspanning een DC offset heeft. We kunnen dit oplossen door het gebruik van de transformator (zie boven) maar ook aan de hand van een extra spoel  $L_2$  en condensator  $C_2$ . Het is belangrijk dat de resonantiefrequentie die bepaald wordt door  $L_2$  en  $C_2$  *minstens* een factor 10 lager is dan de resonantiefrequentie van de versterker.



Figuur 2.24: Basisschema van de klasse C versterker waarbij de uitgangsspanning oscilleert rond de grond.

Wanneer we het bovenstaand circuit simuleren in spice, krijgen we het volgende resultaat.



Figuur 2.25: Resultaat van de spice simulatie van het bovenstaande circuit.

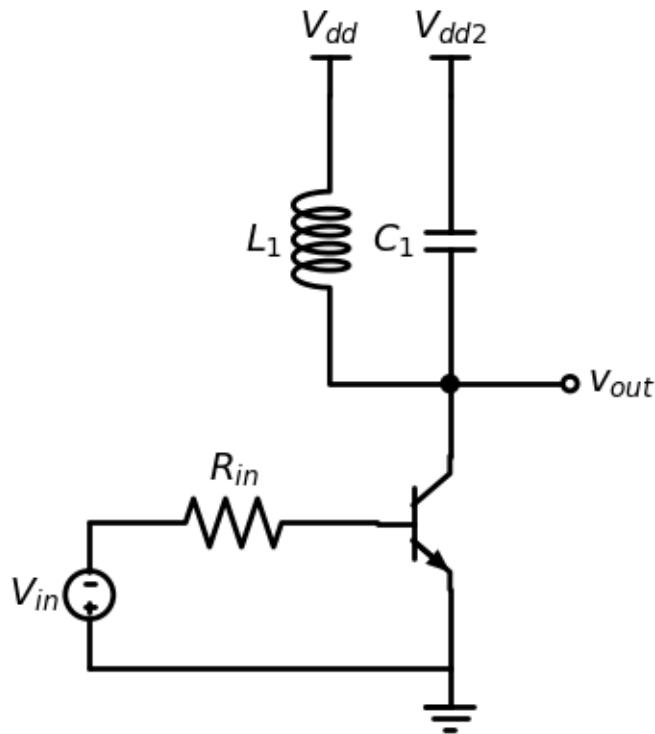
Spice Listing 2.2: Spice code van de klasse C versterker waarbij de uitgangsspanning oscilleert rond de grond

```
* klasseC    versie2
Q_Q1        2 1 0  Q2
L_L1        0 3  1uH
C_C1        0 3  10n
R_R1        0 3  100
V_V3        4 0  11V
V_V5        1 0  sin(-2 3.09 1591500) DC=-2
C_C2        2 3  100n
L_L2        2 4  20uH
.model Q2  NPN(Is=14.34f BF=255.9 Rb=100 )
```

## 2.3 Meerdere versterkingstrappen

In praktijk is het vaak zo dat een klasse C versterker gebruikt wordt om een klein ingangssignaal om te zetten naar een uitgangssignaal dat veel vermogen aan de belasting kan leveren. Vaak is echter een versterkertrap niet voldoende om van het klein ingangssignaal naar het groot uitgangssignaal te gaan, zowel in spanning als in stroom. Om dit te bekomen maken we meestal gebruik van meerdere versterkertrappen.

Hieronder bouwen we stap voor stap op van het hierboven besproken schema naar een schema met 3 achtereenvolgende klasse C versterkertrappen. Dit schema met 3 versterkertrappen sluit aan bij een schema dat gebruikt wordt voor mobiele communicatie. Als voorbeeld nemen we [2].



Figuur 2.26: Klasse C versterker waarbij de spoel en de condensator aan een verschillende voedingsspanning verbonden zijn.

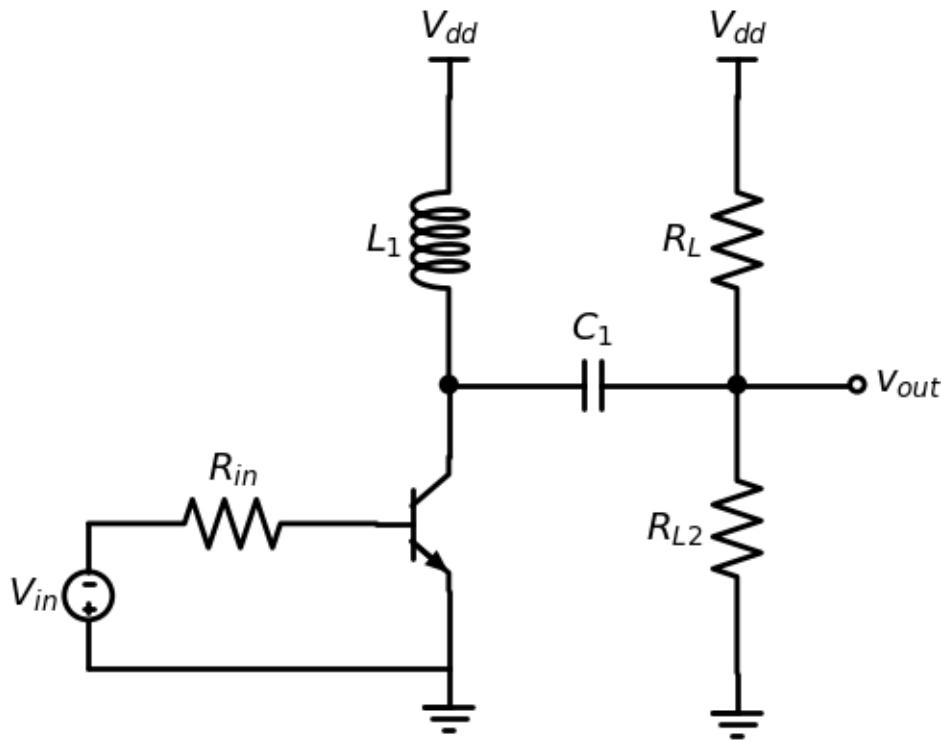
### 2.3.1 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 1

We vertrekken van het schema van de klasse C versterker zoals gegeven in Figuur 2.1. We laten in dit schema de belasting  $R_L$  voorlopig evenjes weg. De vergelijking die we hierboven gebruikt hebben om de stroom naar  $C_1$  uit te rekenen is  $I_C = C \frac{dV}{dt}$ . We merken op dat deze stroom  $I_C$  niet verandert als we een extra DC spanning over  $C_1$  zetten. We kunnen het schema in Figuur 2.1 dus aanpassen met een extra spanning over de condensator  $C_1$ . Dit levert ons het schema op in Figuur 2.26.

De werking van dit schema blijft intact gelijk. Als we kijken naar de spanning over  $C_1$  merken we wel op dat er naast een AC spanning ook een DC component van de spanning is. Daardoor neemt de piekspanning toe en zal  $C_1$  sneller doorslagen. We moeten bij de selectie van  $C_1$  dus de keuze maken voor een condensator die een iets hogere spanning aankan. Normaal zal dat betekenen een iets dikker diëlectricum en dus een iets hogere prijs.

### 2.3.2 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 2

Een volgende stap naar een meertraps klasse C versterker is de uitvoering van  $V_{dd2}$  op basis van een spanningsdeling vanuit  $V_{dd}$ . Dit schema kan je zien in Figuur 2.27. Hiervoor gebruiken we de 2 weerstanden  $R_L$  en  $R_{L2}$ . Een gevolg hiervan gaat zijn dat de AC-stroom die door de condensator  $C_1$  loopt ook door de weerstanden  $R_L$  of  $R_{L2}$  gaat lopen (i.e. verdeeld proportioneel met de geleidbaarheden van  $R_L$  en  $R_{L2}$ ). Hierdoor voeren we terug de belastingsweerstand in die we in de vorige stap weggelaten hebben.



Figuur 2.27: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij  $V_{dd2}$  opgebouwd is aan de hand van een spanningsdeling.

### 2.3.3 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 3

De belastingsweerstand  $R_{L2}$  kunnen we vervangen door een (voorwaarts gebiaste) diode ( $D_L$ ). Dit schema zie je in Figuur 2.28. Aangezien een voorwaarts gebiaste diode een lage aanweerstand heeft (of dus een hoge geleidbaarheid), zal de meerderheid van de stroom tijdens het voorwaarts gedeelte van de swing door de diode gaan.

### 2.3.4 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 4

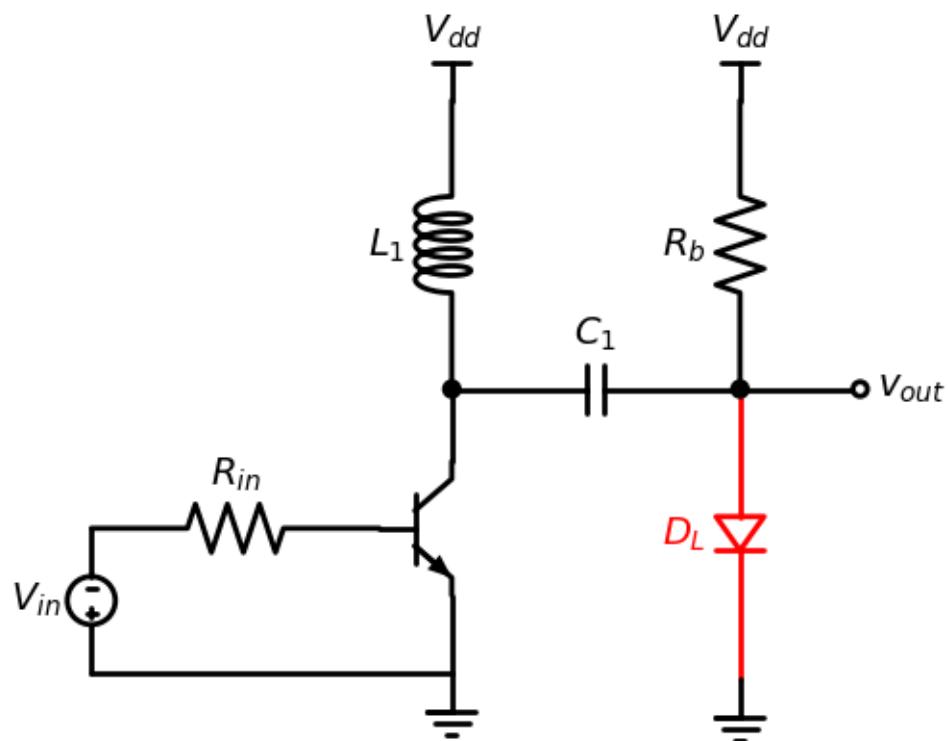
In een volgende stap versterken we de stroom door de last diode  $D_L$  met een factor  $\beta_F$  van een transistor. De werking blijft hetzelfde, maar in  $R_L$  krijgen we een factor  $\beta_F$  meer stroom. Dit schema zie je in Figuur 2.29.

### 2.3.5 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 5

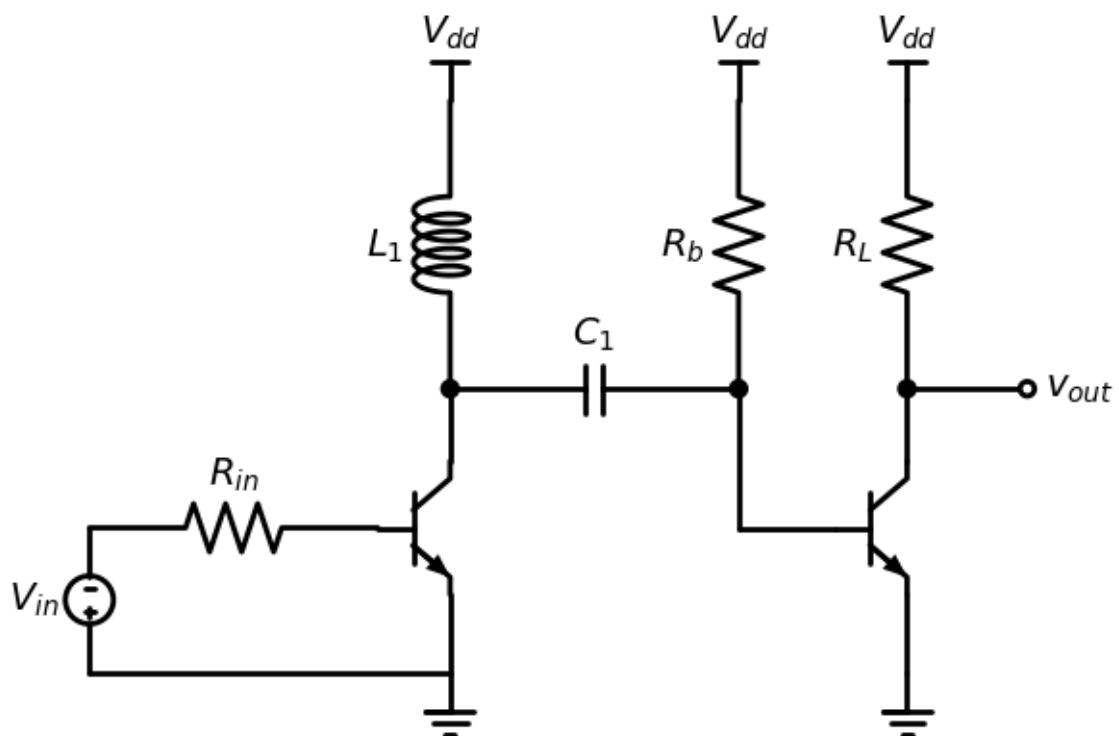
De belasting  $R_L$  in Figuur 2.29 kan nu terug resonant gemaakt worden door het invoeren van de 2de trilkring op basis van  $L_2$  en  $C_2$ . We hebben nu een 2-trap klasse C versterker met 2 resonante kringen. Dit schema zie je in in Figuur 2.30. Het spreekt vanzelf dat we hier

$$\frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_2 C_2}$$

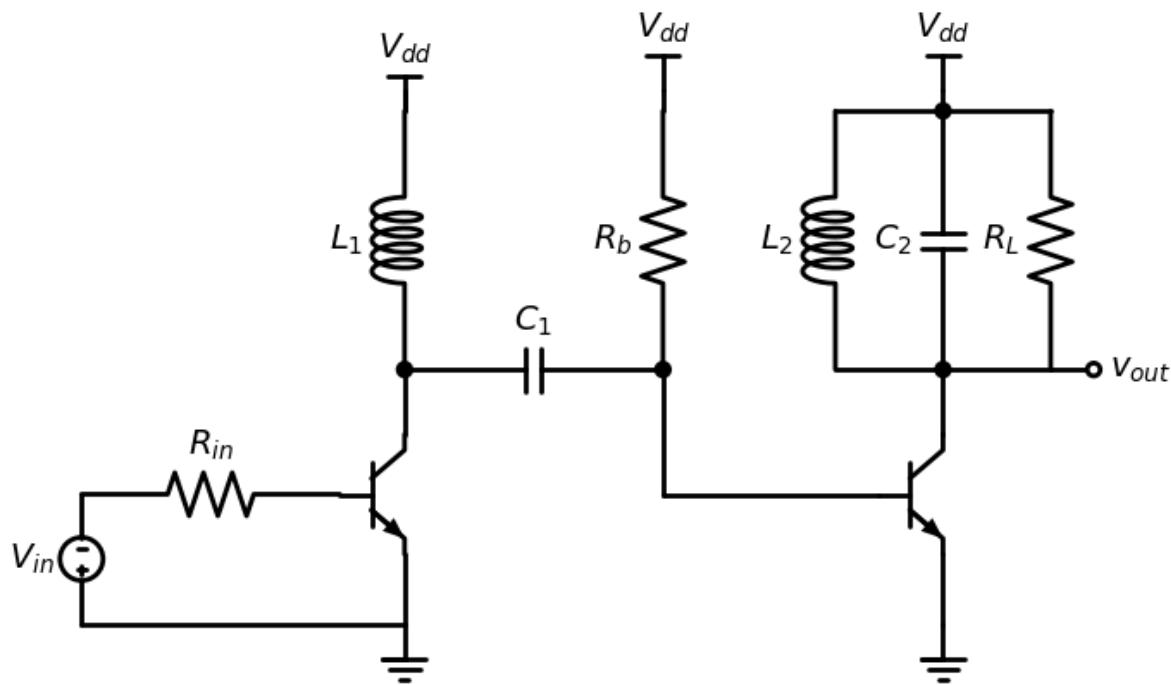
moeten kiezen.



Figuur 2.28: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij een diode gebruikt wordt als actieve belasting.



Figuur 2.29: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij de diode vervangen is door een transistor.

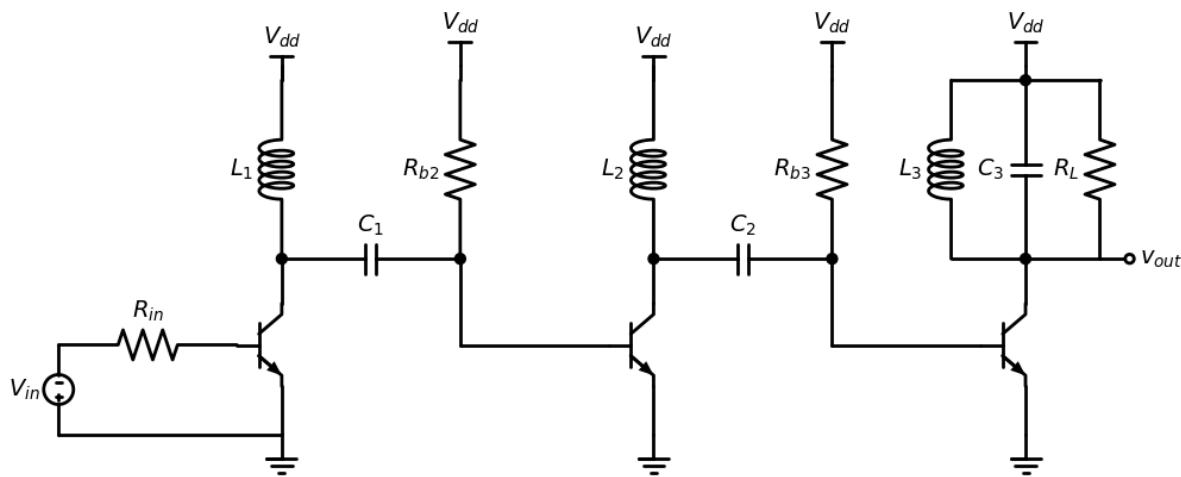


Figuur 2.30: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij de tweede transistor belast wordt door een tweede resonante kring aan dezelfde frequentie.

### 2.3.6 Versterker met 3 Klasse C trappen

Volgens de zelfde redenering kunnen we ook een derde klasse C versterkertrap toevoegen. Dit schema zie je in Figuur 2.31. Hier geldt:

$$\frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_2 C_2} = \frac{1}{L_3 C_3}$$



Figuur 2.31: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij een derde trap toegevoegd werd aan de versterker.

Het circuit in Figuur 2.31 wordt ook gebruikt in de GSM transmitter ICs RFMD RF2140 en RF2174. Deze ICs werken tussen 1710 en 1785 MHz, gebruiken een voedingsspanning van 3.2V en bekomen en zendvermogen van 32.7 dBm (ongeveer 2 W) met een efficiëntie van 50.6%.

De spoelen ( $L_1, L_2$  en  $L_3$ ) en de condensator  $C_3$  worden wel extern uitgevoerd en zitten dus niet in de IC [2].

We herkennen  $L_1$  tussen  $VCC1$  (Pin 5) en  $V_{dd}$ ,  $L_2$  tussen  $VCC2$  (Pinnen 14,15, en 16) en  $V_{dd}$  en  $L_3$  tussen  $RF\ OUT$  (Pinnen 10,11 en 12) en  $V_{dd}$ .

## 2.4 Plaatmodulatie

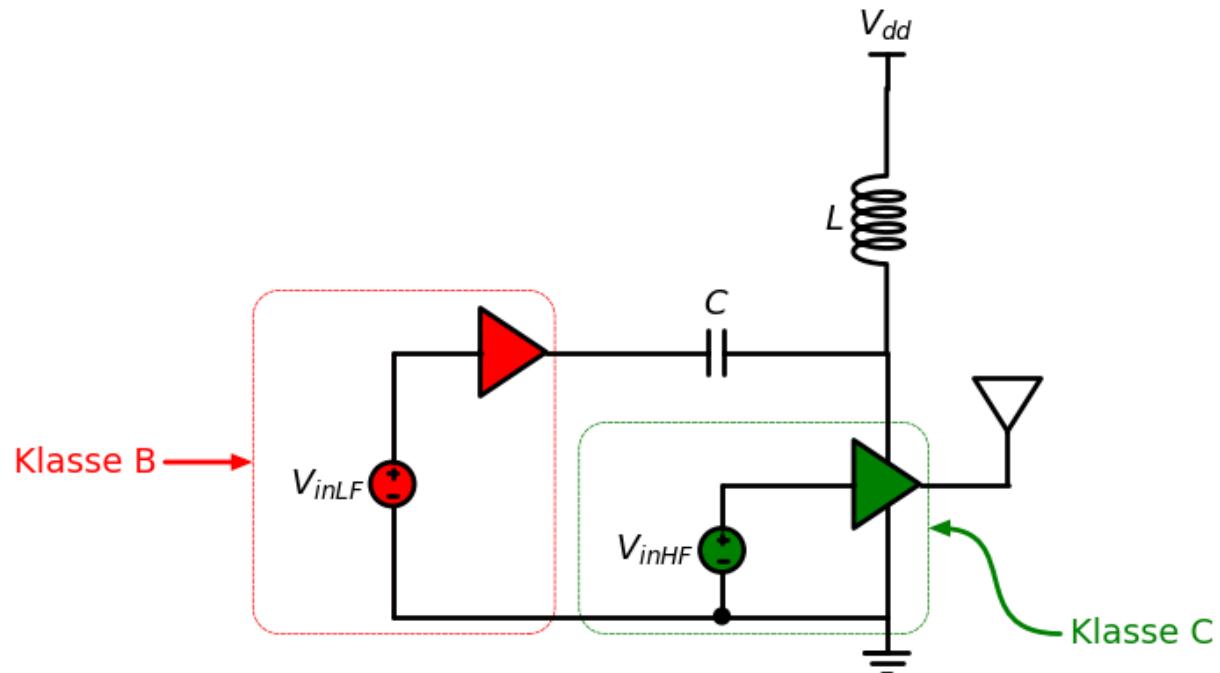
Wanneer we amplitude modulatie willen bekomen op hoge frequentie, kunnen we dit bekomen door de amplitude aan te passen bij een vaste voedingsspanning. Dit kan door ofwel de amplitude van de stroompulsen ( $I_p$ ) aan te passen of door de geleidingshoek ( $\alpha$ ) aan te passen.

Echter, zoals we uit de berekeningen van het rendement ( $\eta$ ) bij niet-volleidende uitsturing en ook uit simulaties zoals bij voorbeeld aan de hand van widgets kunnen uitgevoerd worden zoals in [Figuur 2.11](#) kunnen afleiden, is het rendement ( $\eta$ ) van een klasse C versterker die niet volledig uitgestuurd wordt tot een amplitude lager dan de voedingsspanning, altijd lager dan wanneer dat wel het geval is. Daarom verkiezen we steeds de klasse C versterker te gebruiken met een amplitude die overeenkomt met de voedingsspanning.

Hoe kunnen we dan die amplitude aanpassen, wel door een klasse B versterker te gebruiken om de voedingsspanning van een klasse C versterker aan te sturen. Dit concept noemen we plaatmodulatie.

[Figuur 2.32](#) toont schematisch aan hoe zo een plaatmodulatie kan gerealiseerd worden.

In dit geval levert de voeding ( $V_{dd}$ ) het DC vermogen en dus ook de DC stroom die naar de voeding van klasse C versterker gaat. De spoel  $L$  moet dan voldoende groot zijn om deze DC stroom nauwkeurig constant te houden. De klasse B versterker moet dan enkel het vermogen leveren om de veranderingen van voedingsspanningen van de klasse C te kunnen bekomen. De condensator  $C$  moet derhalve ook groot genoeg zijn om snel genoeg de AC stroom te kunnen leveren die de aanpassingen van de voeding mogelijk maakt.



Figuur 2.32: Amplitude modulatie bekomen door een klasse B versterker te gebruiken om de voeding van de klasse C versterker aan te sturen.

# HOOFDSTUK 3

## Klasse F Versterkers

### 3.1 Inleiding: Wat zijn Klasse F versterkers?

Het basisschema van de klasse F versterker tonen we in [Figuur 3.1](#). Dit schema komt sterk overeen met het schema van de klasse C versterker (zie [Figuur 2.4](#)). Het enige verschil is dat er een filter voor de derde harmonisch is toegevoegd. Dit filter bestaat uit het spoel  $L_3$  en de capaciteit  $C_3$ . Op het schema vinden we deze derde harmonische filter terug tussen knoop 2 en knoop 5.

### 3.2 Klasse F Circuit Analyse

Wanneer de gelijkaardige stroompulsen aangelegd worden op 2 parallelle LRC kringen in serie, zal dezelfde stroom door de kringen lopen, maar zullen de spanningen over beide kringen opgeteld worden.

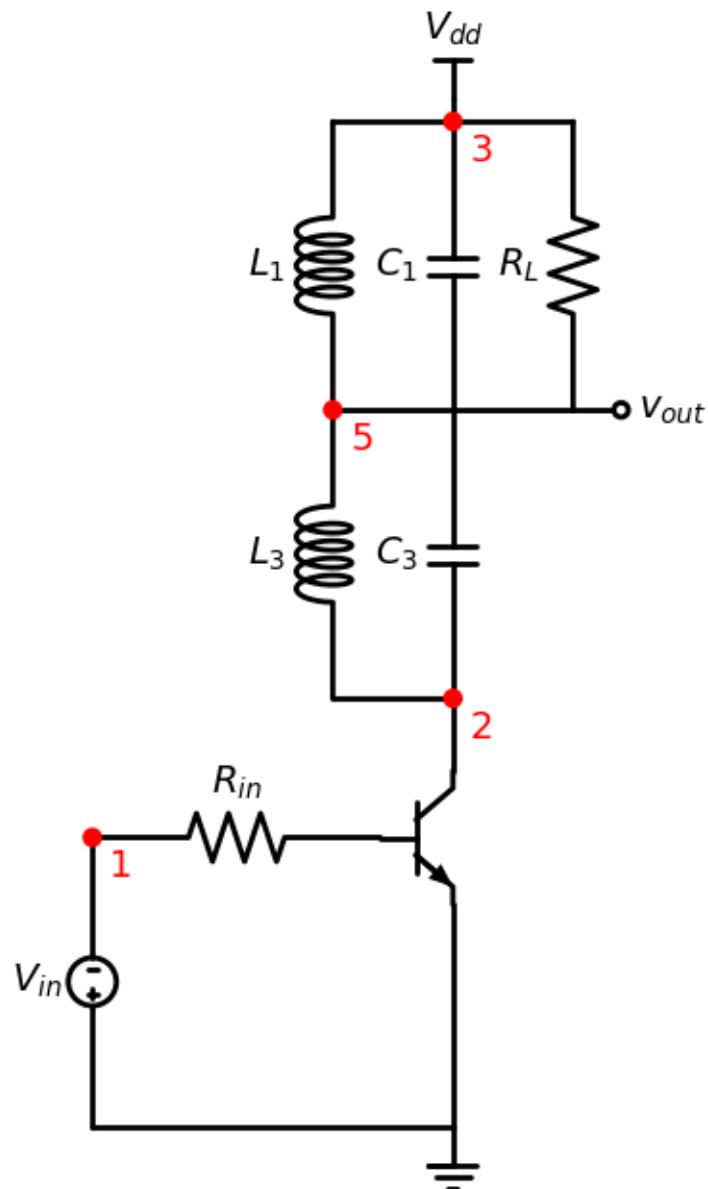
Het grote voordeel van het bovenstaande schema is dat het toelaat meer energie toe te voegen aan de trilling bij eenzelfde geleidingshoek ( $\alpha$ ) en bij eenzelfde maximale stroom ( $I_{max}$ ) door de transistor. Hierdoor wordt het circuit efficiënter en verlaagt dus de verbruikerskosten.

Het nadeel is natuurlijk dat de 2 extra componenten een extra investeringskost en extra plaats vragen op de print.

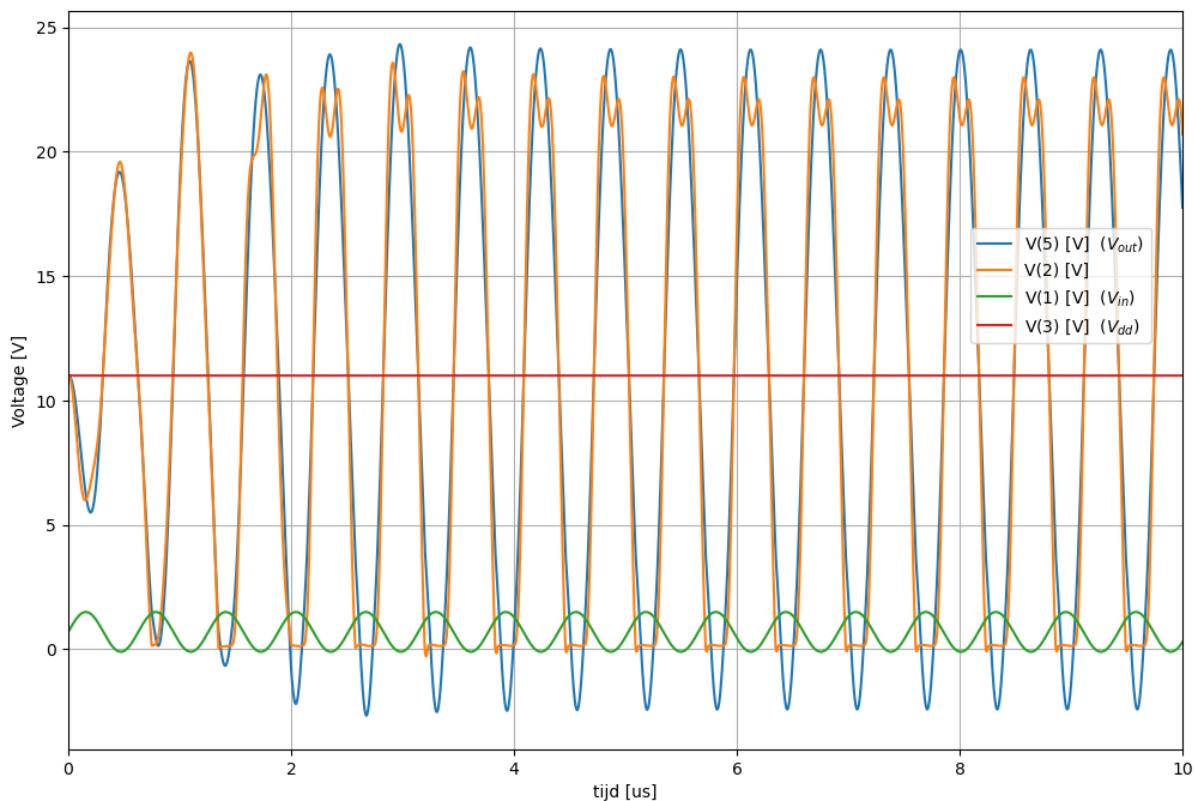
De spicefile [Spice Listing 3.1](#) beschrijft het circuit van [Figuur 3.1](#). De spanningen van de transiënte simulatie worden getoond in [Figuur 3.2](#). Het is in eerste instantie belangrijk om het verschil tussen knoop 2 en knoop 5 te bestuderen.

Spice Listing 3.1: basis Klasse F circuit spice file

```
* klasse F basiscircuit
Q_Q1      2 1 0 Q2
L_L1      5 3  1uH
C_C1      5 3  10n
R_R1      5 3  60
V_V3      3 0  11V
V_V5      1 0  sin(0.7 0.8 1591500) DC=0.7
C_C3      5 2  10n
L_L3      5 2  0.111uH
.model Q2 NPN(Is=14.34f BF=200 RB=200 )
```



Figuur 3.1: Basisschema van de klasse F versterker.



Figuur 3.2: Spanningen op de verschillende knopen van de klasse F versterker.

### 3.3 SPICE Simulatie - Interpretatie

#### 3.3.1 Simulatieparameters

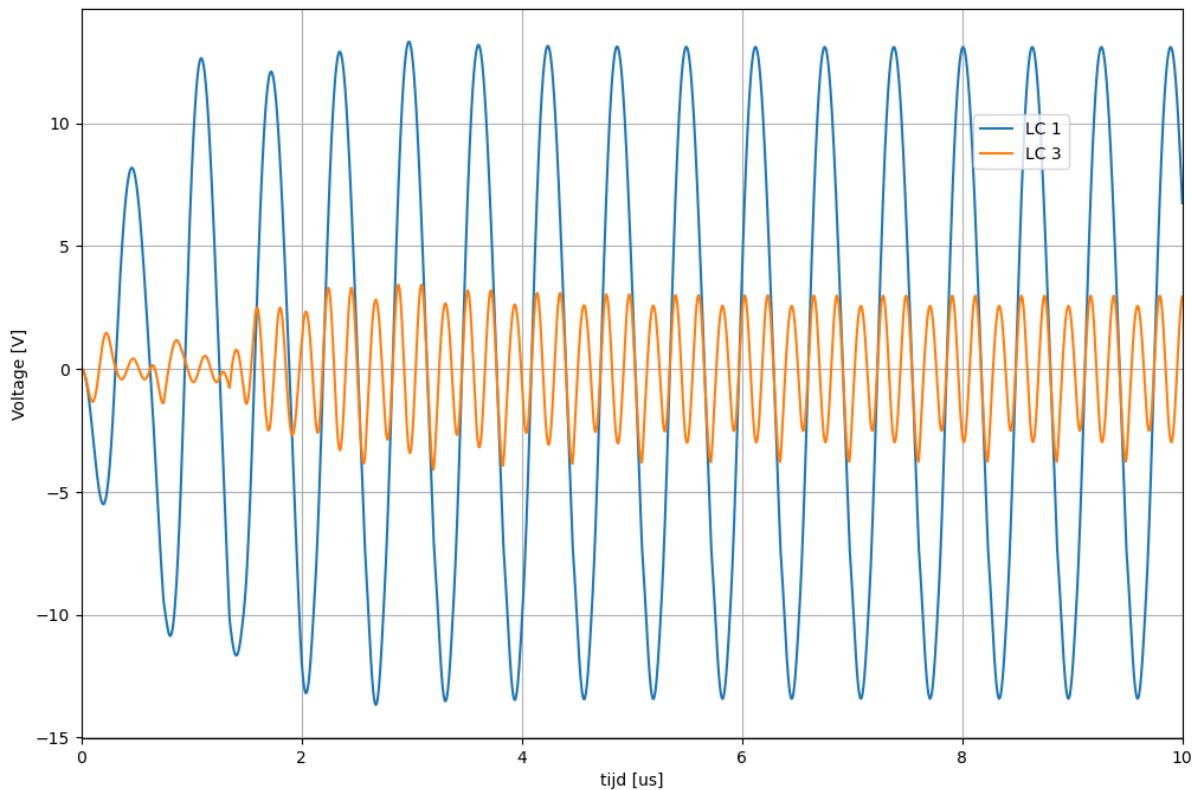
- **Tijd:** 10  $\mu$ s (meerdere perioden)
- **Frequentie:** ~1591 kHz fundamenteel
- **Temperatuur:** 25°C

#### 3.3.2 Wat te verwachten

- **Knoop 2:** Collector spanning met harmonischen
- **Knoop 5:** Gefilterde 3e harmonische
- **Stroom:** Pulsvormig door transistor
- **Efficiëntie:** Verhoogd t.o.v. Klasse C

Wanneer we op basis van de spanningen bekomen in de bovenstaande figuur de spanningen over de trilkring van de eerste harmonische en de spanningen over de trilkring van de derde harmonische plotten, zien we dat op moment dat de eerste harmonische een minimum bereikt, de derde harmonische piekt. Dit heeft een belangrijk voordeel, namelijk de spanning over het totale circuit wordt kleiner of er kan met dezelfde spanning een veel grotere swing bekomen worden.

Figuur 3.3 toont de spanningen over beide trilkringen afzonderlijk. Hierdoor is de tegenfase van de derde harmonische veel duidelijker.



Figuur 3.3: Verloop van de spanning over de eerste (LC1) en over de derde (LC3) harmonische.

Figuur 3.4 toont het verloop van de collectorstroom van de stuurtransistor. We merken in dit stroomverloop veel meer features terug. Het belangrijke hierin is dat de stroom veel meer een blokgolfpatroon vormt, wat een veel efficiëntere werking oplevert.

Figuur 3.5 toont in detail het stroom en spanningsverloop van de tweede en de 16de oscillatie na het opstarten. We zien dat de stroom in belangrijke mate terugvalt telkens de transistor in saturatie komt, maar ook dat er gedurende lange tijd behoorlijk wat stroom kan geleverd worden bij erg lage spanning over de transistor. Dat levert voor de klasse F veel hogere efficiënties op.

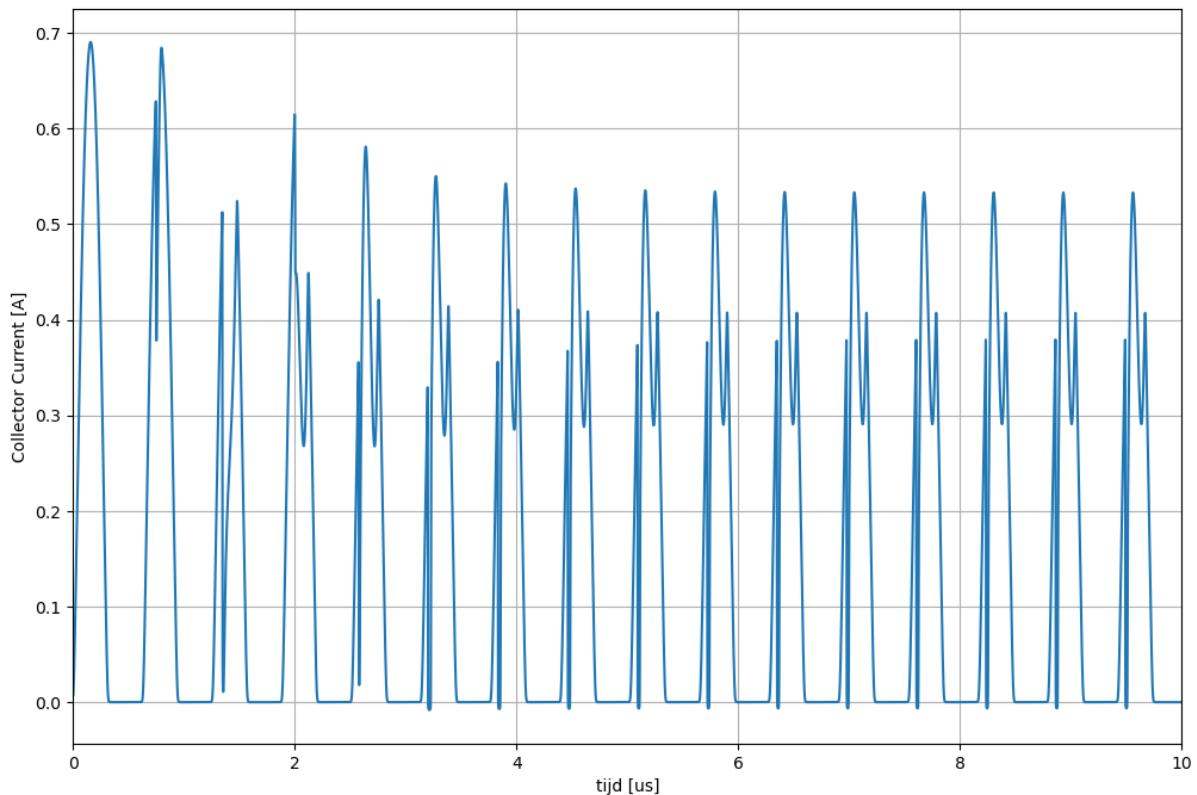
We zien ook dat V(5) meer dan 2V negatief wordt. De AC zwaai aan de uitgang is hierdoor ook meer dan 2V groter dan de voedingsspanning (11V in dit geval).

## 3.4 Analyse van de Simulatieresultaten

### 3.4.1 Belangrijke waarnemingen

#### Spanningsverschillen

- **Knoop 2 vs Knoop 5:** Toont effect van 3e harmonische filter
- **Kleurgedeerde zones:**
  - **Groen:** Transistor stroom niet gereduceerd door saturatie
    - \* Transistor in het voorwaarts actief gebied
  - **Rood:** Transistor stroom gereduceerd door saturatie



Figuur 3.4: Verloop van de collector current.

\* lage collector spanning

### Harmonische werking

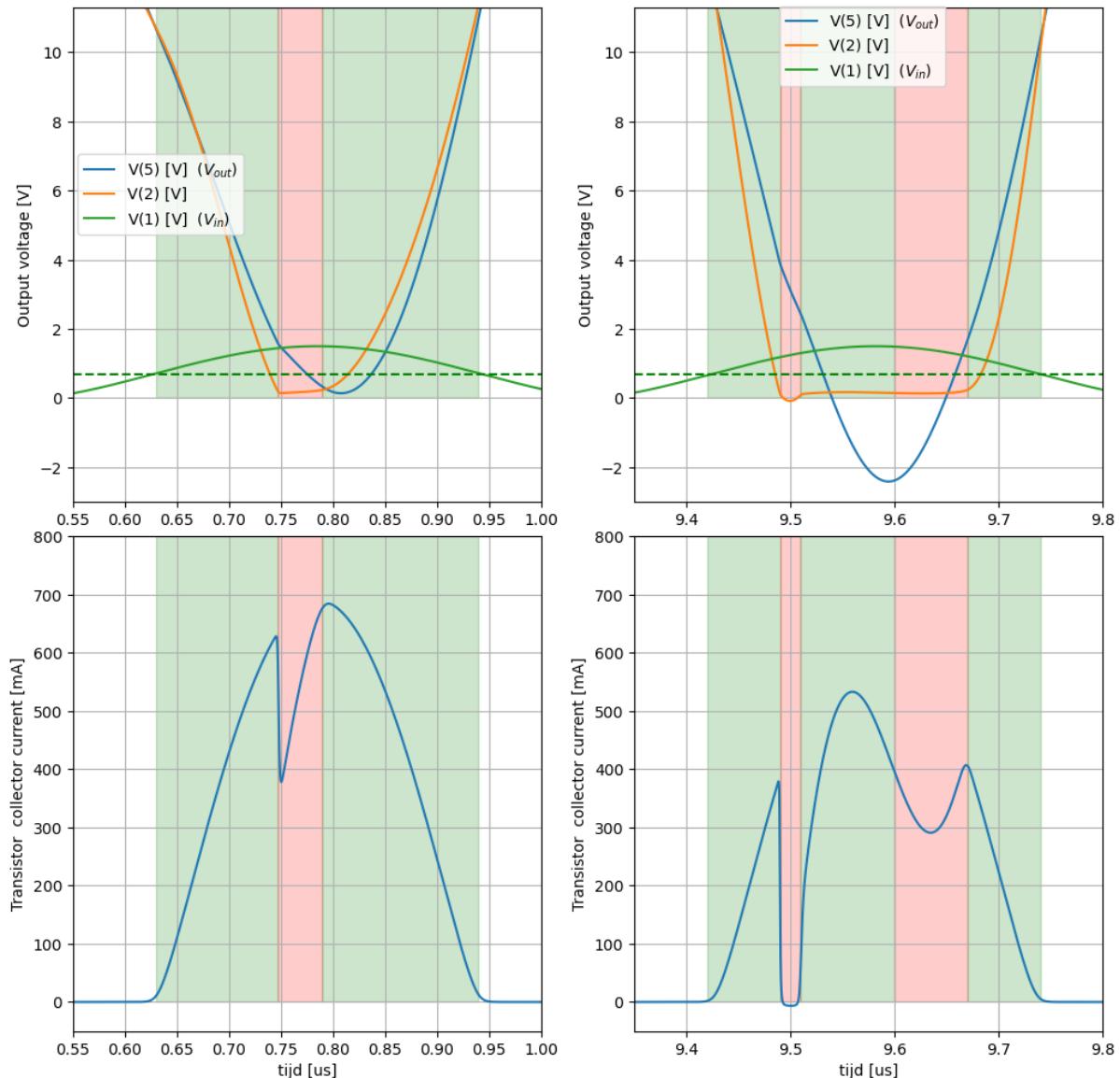
De 3e harmonische filter zorgt voor:

- **Golfvorming:** Verbeterde collector spanning
- **Efficiëntie:** Verminderd energieverlies
- **Vermogen:** Optimale energieoverdracht

## 3.5 Efficiëntie van Klasse F Versterkers

### 3.5.1 Theoretische efficiëntie

- **Klasse A:** Max 50%
- **Klasse B:** Max 78.5%
- **Klasse C:** 85-90%
- **Klasse F:** Tot 100% (theoretisch)



Figuur 3.5: Detail van de spanningen en stromen (spice simulatie) van de klasse F versterker: (links) opstart van de oscillatie (rechts) stuurperiode waarbij de bipolaire transistor gedurende een deel van de stuurperiode in verzadiging komt (in het rood aangegeven).

### 3.5.2 Praktische voordelen

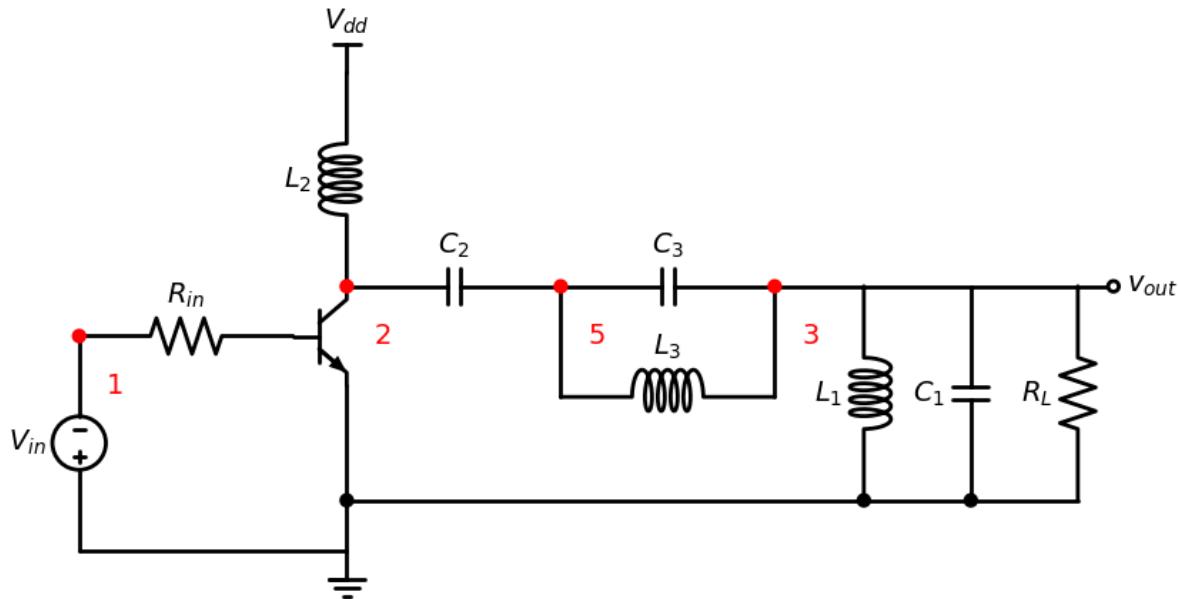
- **Energiebesparing:** Lagere operationele kosten
- **Koeling:** Minder warmteontwikkeling
- **Batterijduur:** Langer bij draagbare apparaten
- **Vermogen:** Meer output bij zelfde transistor

### 3.5.3 Compromissen

- ↗ **Voordeel:** Hogere efficiëntie
- ↘ **Nadeel:** Meer componenten (kosten)
- ↘ **Nadeel:** Complexer ontwerp
- ↘ **Nadeel:** Meer PCB ruimte

## 3.6 Alternatieve schema's van de klasse F versterker

Zoals bij de klasse C, kunnen we ook bij de klasse F een alternatief schema uitwerken waarbij de oscillatie rond de grond plaatsvindt. [Figuur 3.6](#) toont dit schema, de spicefile kunnen we bekijken in [Spice Listing 3.2](#) en de resultaten van deze simulatie kunnen we terugvinden in [Figuur 3.7](#).



Figuur 3.6: Basisschema van de klasse F versterker waarbij de uitgang oscilleert rond de grond.

Spice Listing 3.2: Klasse F circuit waarbij de uitgang oscilleert rond de grond

```
* klasse F basiscircuit
Q_Q1      2 1 0 Q2
L_L1      5 3  1uH
C_C1      5 3  10n
R_R1      5 3  60
```

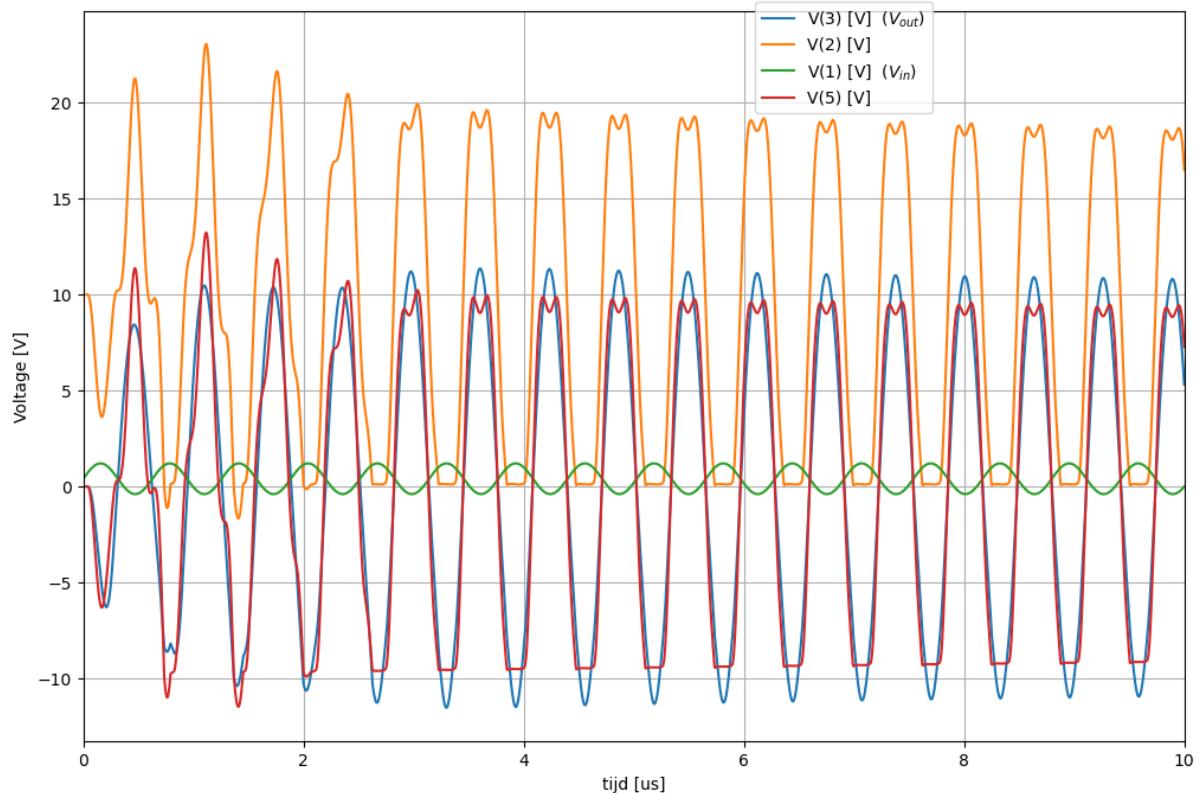
(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```

V_V3      3 0    11V
V_V5      1 0    sin(0.7 0.8 1591500) DC=0.7
C_C3      5 2    10n
L_L3      5 2    0.111uH
.model Q2  NPN(Is=14.34f BF=200 RB=200 )

```



Figuur 3.7: Spice simulatie van de Klasse F waarbij de uitgang oscilleert rond de grond.

### 3.7 Waarom een alternatief schema?

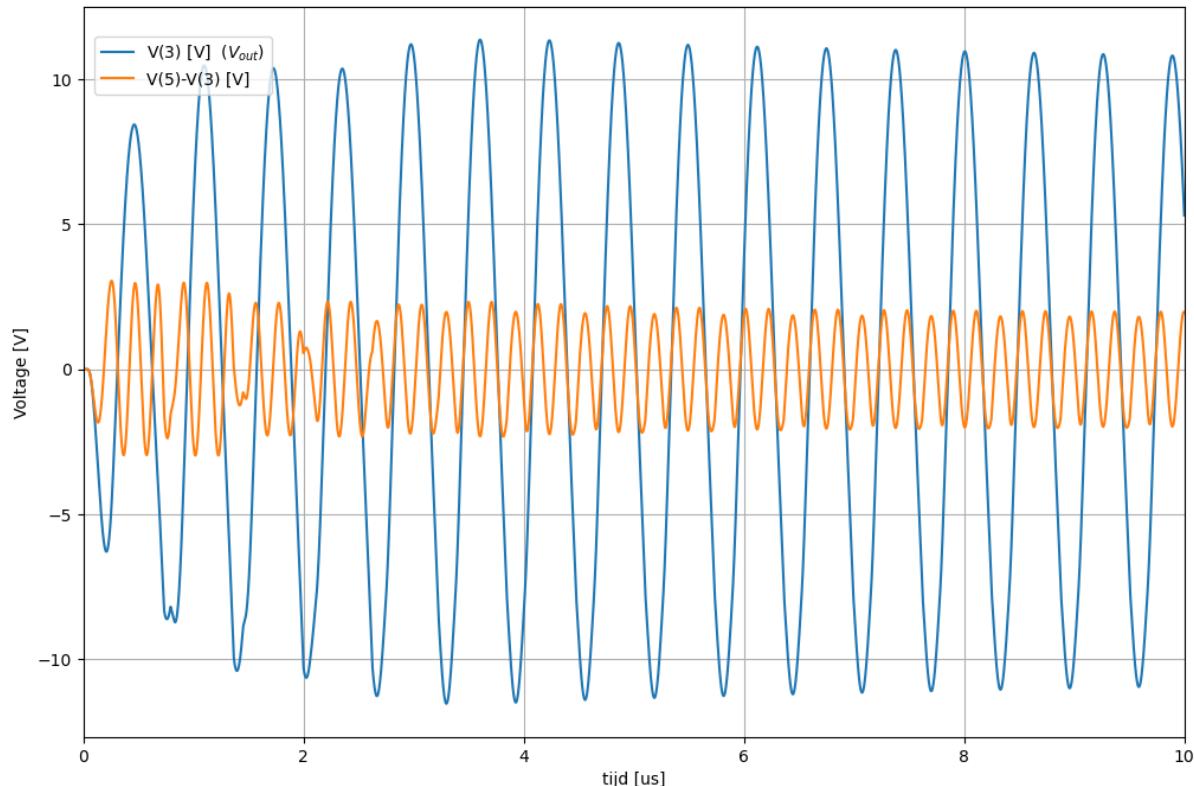
Het alternatieve schema biedt:

- **Aarding:** Oscillatie rond 0V i.p.v. VCC
- **Eenvoud:** Gemakkelijkere metingen
- **Praktisch:** Beter voor sommige toepassingen

### 3.7.1 Vergelijking schemas

Aspect	Origineel Schema	Alternatief Schema
<b>Oscillatie</b>	Rond VCC	Rond 0V (aarde)
<b>Metingen</b>	Moeilijker	Eenvoudiger
<b>DC koppeling</b>	Via L2	Andere configuratie
<b>Prestaties</b>	Identiek	Identiek

Figuur 3.8 toont het resultaat van de spanningen over de individuele trilkringen. Het toevoegen van de spoel  $L_2$  en de capaciteit  $C_2$  geeft aanleiding tot een bijkomen risico op extra oscillaties. In het geval van deze simulaties zijn deze 2 componenten zo extreem groot genomen dat er hier geen zwevingen zichtbaar zijn.



Figuur 3.8: Spice simulatie van de Klasse F waarbij de uitgang oscilleert rond de grond. Verloop van de spanning over de eerste (LC1) en over de derde (LC3) harmonische.

In Figuur 3.6 kunnen we de filter voor de derde harmonische vervangen worden door een transmissielijn van een kwart golflengte bij de resonantiefrequentie [3]. Hierbij kiezen we de karakteristieke impedantie  $Z_o$  gelijk aan de  $R_L$  van de belasting. Dit zorgt voor dezelfde belasting at resonance, maar alle hogere harmonischen krijgen een belangrijke inductieve component erbij.

## 3.8 Praktische Toepassingen

### 3.8.1 Waar worden Klasse F versterkers gebruikt?

#### ?

#### RF Zenders

- FM radio stations
- TV zenders
- Mobiele basisstations
- Satellietcommunicatie

#### ?

#### Industriële toepassingen

- RF verwarming
- Plasma generatoren
- Medische diathermie
- Inductieve verwarming

### 3.8.2 Ontwerpoverwegingen

- **Frequentieselectie:** Fundamenteel + harmonischen
- **Q-factor:** Bandbreedte vs efficiëntie
- **Componenttoleranties:** Precisie vereist
- **Thermisch management:** Koeling

## 3.9 Samenvatting en Conclusies

### 3.9.1 Klasse F kenmerken

- **Hoogfrequent:** Resonante versterkers voor vaste frequenties
- **Efficiënt:** Tot 95% praktische efficiëntie mogelijk
- **Harmonisch:** 3e harmonische filter is essentieel
- **Selectief:** Smalle bandbreedte (~1% van  $f_0$ )

### 3.9.2 Voordelen vs Nadelen

✓ Voordelen	✗ Nadelen
Zeer hoge efficiëntie	Meer componenten
Minder warmte	Complexer ontwerp
Meer vermogen	Hogere kosten
Energiebesparing	Meer PCB ruimte

# HOOFDSTUK 4

---

## Klasse D resonante Versterkers

---

### 4.1 Basisschema met spanningssturing

Figuur 4.1 toont het basisschema van de klasse D versterker met spanningssturing. Hiervoor gebruiken we een serie-resonante kring. Deze serie-resonante kring zal de opgelegde spanningspulsen (wat ook de vorm van deze pulsen is) omzetten in een sinusoidale stroom doorheen de kring. Aangezien deze sinusoidale stroom ook door de belasting  $R_L$  loopt, zullen we over de belasting  $R_L$  ook een sinusoidale spanning krijgen. Op deze manier hebben we zowel een sinusoidale spanning over als een sinusoidale stroom door de belasting  $R_L$ .

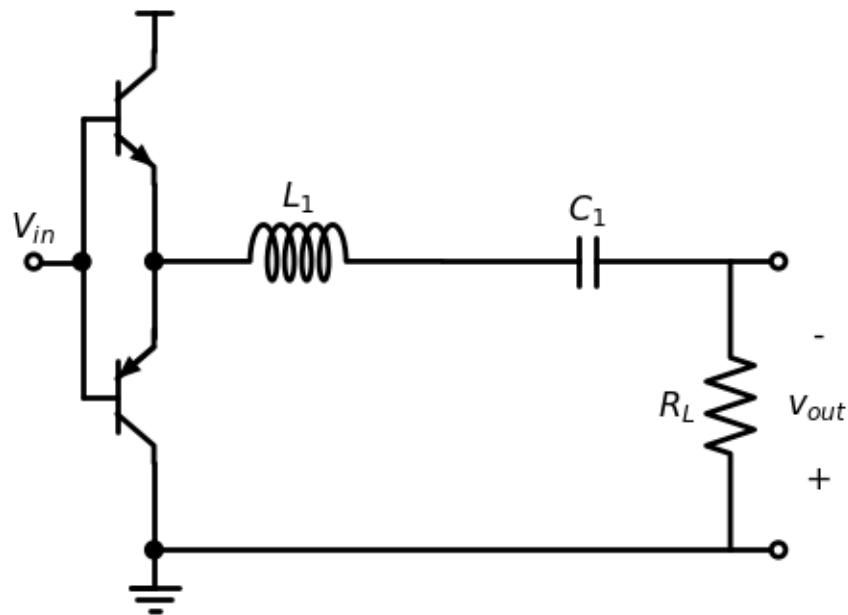
De aansturing gebeurt aan de hand van een blokgolf en bij de klasse D versterker gebruiken we hiervoor 2 vermogenstransistors, een pull-up transistor en een pull down transistor. In Figuur 4.1 is het de bedoeling dat deze transistors gewoon de blokgolf aan de ingang volgen maar wel meer stroom kunnen leveren dan de ingang normaal levert. Daarom worden de transistors hier in [gemeenschappelijke collector schakeling](#) (in het geval van bipolaire transistors) of [gemeenschappelijke drain schakeling](#) (in het geval van MOS transistors) gebruikt. Hierdoor volgt de uitgang de ingang op een vaste offset na.

In Figuur 4.1 is er gekozen voor een implementatie met bipolaire transistors. Het gebruik van de gemeenschappelijke collector schakeling wil zeggen dat we voor de pull-up transistor hier steeds een npn transistor gaan gebruiken en voor de pull-down transistor een pnp-transistor. De stroom aan de ingang zal een factor  $\beta_F$  lager liggen dan de stroom die naar de trilkring loopt.

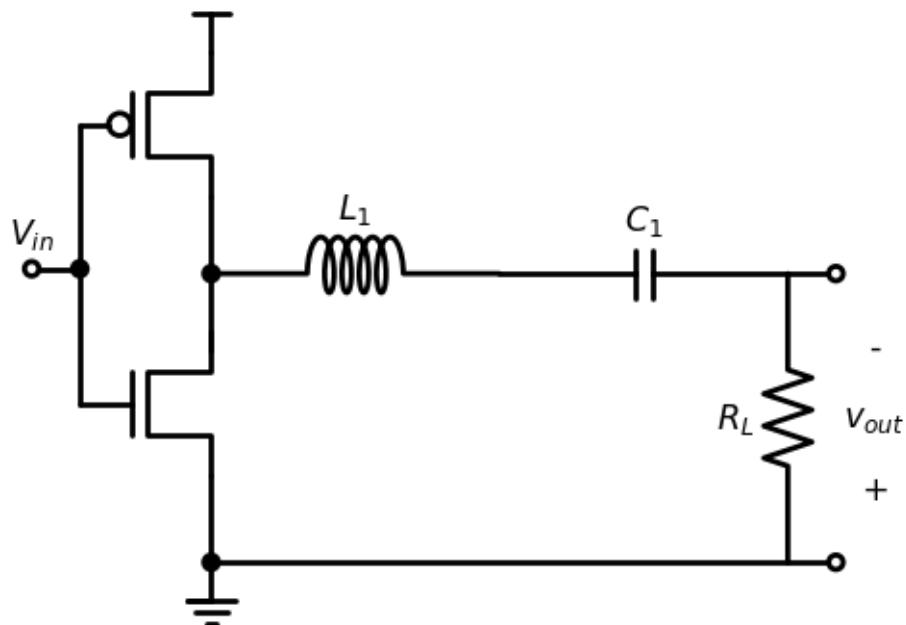
In de literatuur vinden we ook de Klasse D versterker vaak terug met MOS transistors in de gemeenschappelijke source schakeling (GSS). Een voorbeeld hiervan zien we in Figuur 4.2. In dit geval werken de 2 vermogentransistors als een inverter.

In Figuur 4.3 hebben we de verschillende knopen van Figuur 4.1 een nummer gegeven om tot een spice-simulatie te kunnen komen.

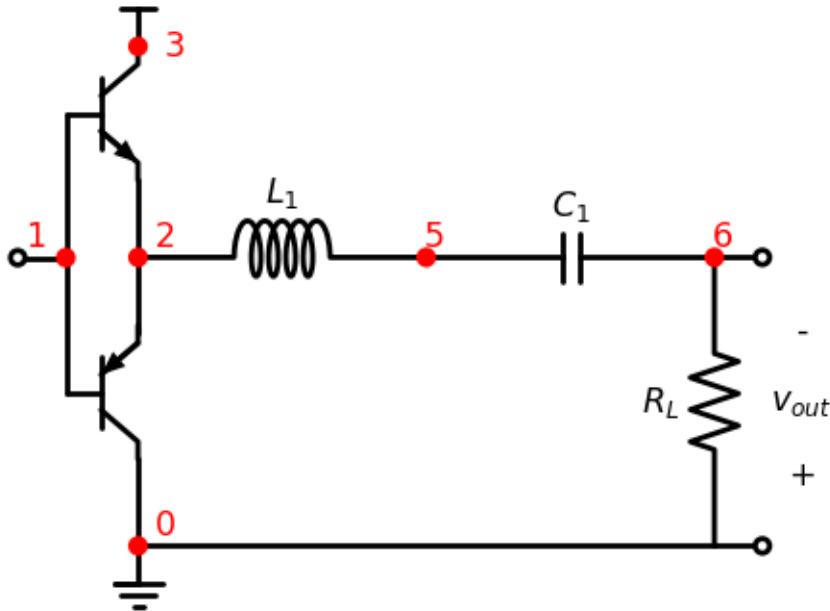
De overeenkomende SPICE code voor dit circuit is kan je zien in [Spice Listing 4.1](#). We werken hier met een voedingsspanning  $V_{dd}$  van 20V en we leggen ook pulsen aan van 20V aan de ingangsknoop 1. De spanning op knoop 2 zal dan typisch 0.6V tot 0.7V verschillen van de ingangsspanning.



Figuur 4.1: Basisschema van de klasse D versterker.



Figuur 4.2: Klasse D versterker met MOS transistors in Gemeenschappelijke Source Schakeling (GSS).



Figuur 4.3: Basisschema van de klasse D versterker, met nummering van de knopen overeenkomende met de onderstaande SPICE file.

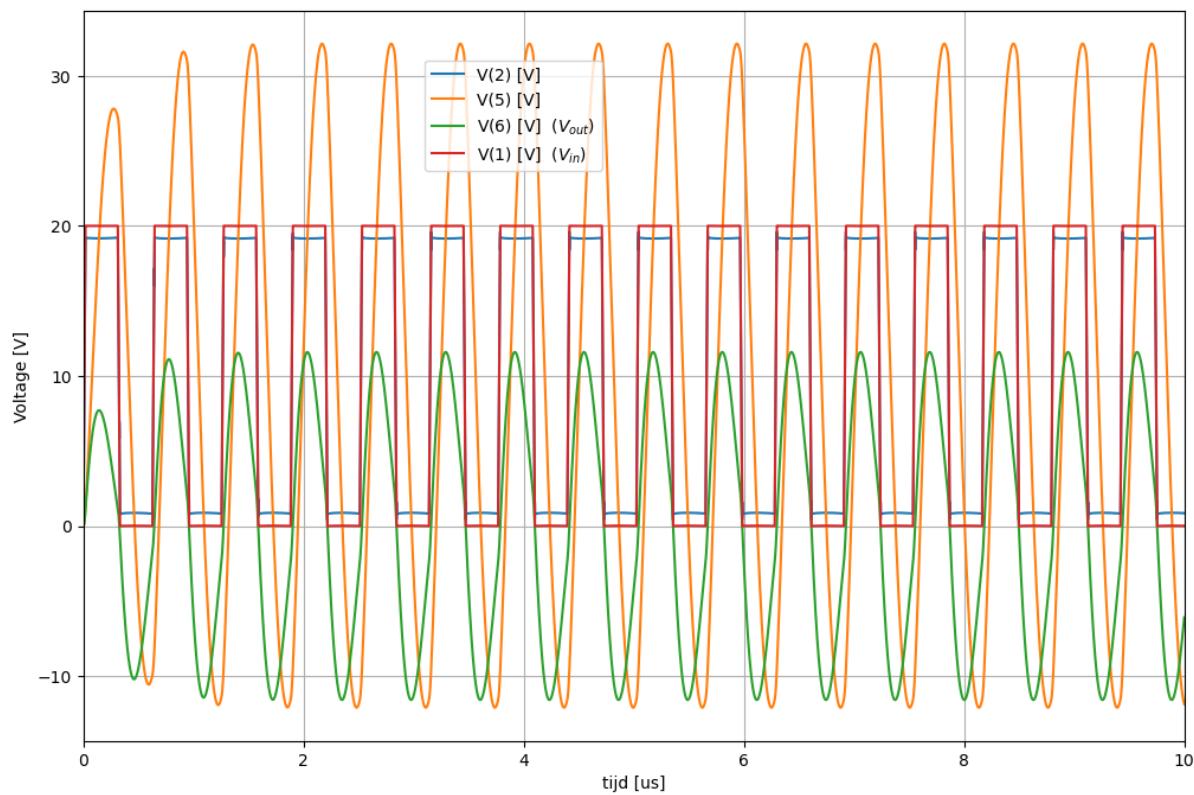
Spice Listing 4.1: Basis Klasse D circuit

```
* Class D amp 1
Q_Q1      3 1 2 Q2
Q_Qp      0 1 2 Qp
L_L1      5 2 1uH
C_C1      5 6 10n
R_RL      6 0 6
V_Vdd      3 0 20V
R_Rin      4 1 1
V_Vin      4 0 PULSE(0 20 0 20ns 20ns 294ns 628ns) DC=0
.model Q2 NPN(Is=14.34f BF=200)
.model Qp PNP(Is=5.34f BF=100)
```

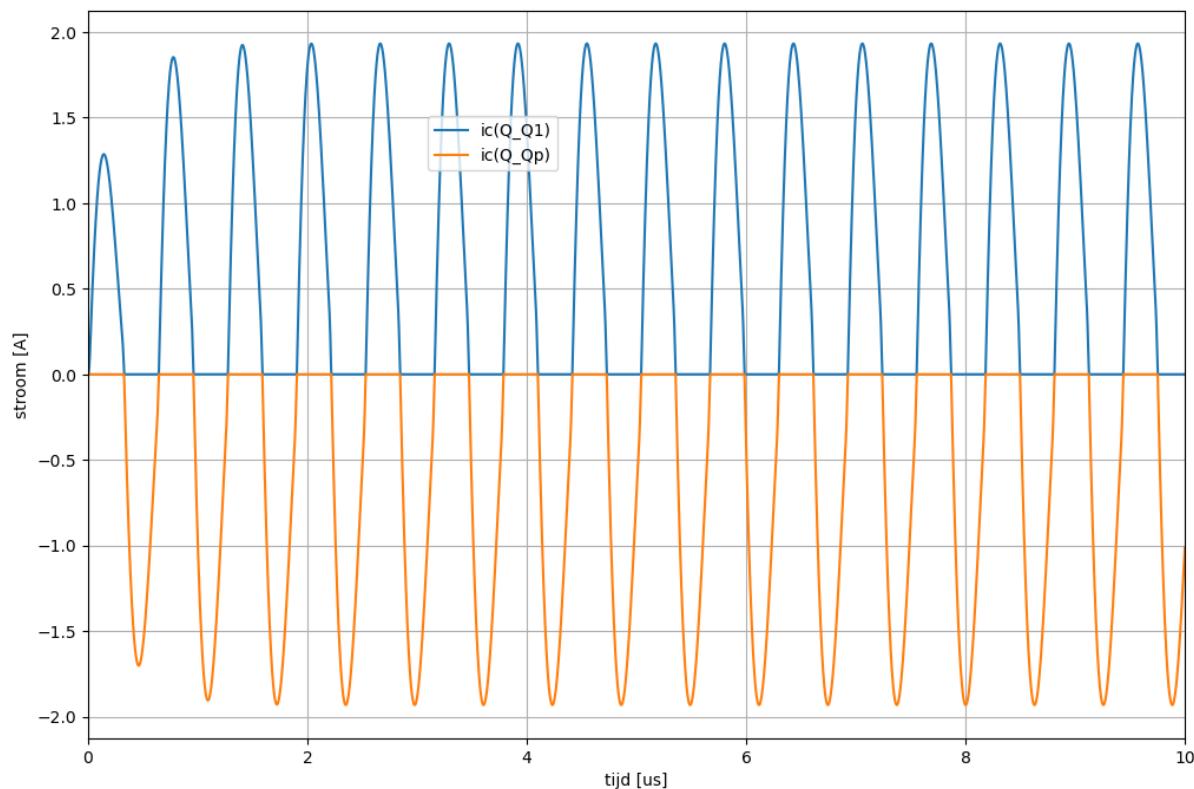
In Figuur 4.4 tonen we de spanningen die we bekomen uit de SPICE simulatie.

We merken op dat de spanning aan knoop 5 een veel grotere swing heeft dan de uitgangsspanning over  $R_L$  (i.e. knoop 6). De spanning op knoop 2 is typisch de verzadigingsspanning van Q1 lager dan de voedingsspanning (hier 20V) of de verzadigingsspanning van Qp hoger dan de grond.

In Figuur 4.5 tonen we de stromen die we bekomen uit de SPICE simulatie. De pull-up transistor levert alle positieve stromen en de pulldown transistor levert alle negatieve stromen. Dit is hier enkel maar zo omdat de aansturing perfect op de resonantiefrequentie gedaan wordt.



Figuur 4.4: Bekomen spanningen op de verschillende knopen in het hierboven aangegeven schema van de Klasse D versterker.



Figuur 4.5: Stromen in de NPN en de PNP transistor van het hierboven aangegeven schema van de Klasse D versterker.

### 4.1.1 Harmonische componenten

De spanning aan knoop 2 is de uitgang van de vermogentransistors. Deze spanning kunnen we, na een overgangsverschijnsel (in Figuur 4.4 is dit ongeveer  $2\mu s$ ), benaderen als een blokgolf. De Fourier reeks van deze blokgolf is:

$$V[2] = \frac{V_{dd}}{2} + \frac{2V_{dd}}{\pi} \left( \sin(\omega t) + \frac{\sin(3\omega t)}{3} + \frac{\sin(5\omega t)}{5} + \dots \right)$$

In Figuur 4.6 tonen we de verschillende componenten van de spanning op knoop 2.

In praktijk zal de amplitude van de eerste harmonische op knoop 2 (iets) lager zijn dan  $\frac{2V_{dd}}{\pi}$  omdat we over de vermogentransistors een spanning verliezen. In het geval van het gebruik van de vermogentransistors in de gemeenschappelijke collector schakeling (zoals boven) verliezen we typisch de diode spanning tussen basis en emitter (hier ongeveer 0.7 V). In andere gevallen is het vaak de saturatie spanning van de bipolaire transistor of de spanning over de aan weerstand in het geval van een MOS transistor. We zien in Figuur 4.6 dat deze overeenkomt met  $\frac{2(V_{dd}-1.4V)}{\pi} = 11.84V$ . Dit is ook de spanningspiek die we zien op knoop 6 ( $V_{out}$ ) in Figuur 4.4 wanneer de steady-state oscillatie bekomen wordt.

```
(PeriodValue(3.9650000000000475e-07 s),
PeriodValue(1.990500000000066e-06 s),
UnitValue(0.8640144704168158 V),
UnitValue(19.158670636509783 V),
UnitValue(18.294656166092967 V))
```

$$Q = \frac{\omega L_1}{R_L} = \frac{\text{opgestapelde energie}}{\text{vrijgegeven energie}}$$

De eerste en de derde harmonische zien de volgende impedantie:

$$Z_{\omega_o} = j\omega_o L_1 + \frac{1}{j\omega_o C_1} + R_L = R_L$$

$$Z_{3\omega_o} = j3\omega_o L_1 + \frac{1}{j3\omega_o C_1} + R_L = j\frac{8}{3}\omega_o L_1 + R_L = R_L \left( 1 + j\frac{8}{3}Q \right)$$

Omdat de derde harmonische slechts 1/3 van de amplitude van de eerste harmonische heeft en een veel grotere impedantie heeft zal de stroom en dus ook het vermogen hierin veel beperkter zijn. Het is de factor Q die dus de kwaliteit van de trilkring bepaalt.

### 4.1.2 Impedantie van de trilkring

De impedantie van de serie trilkring is:

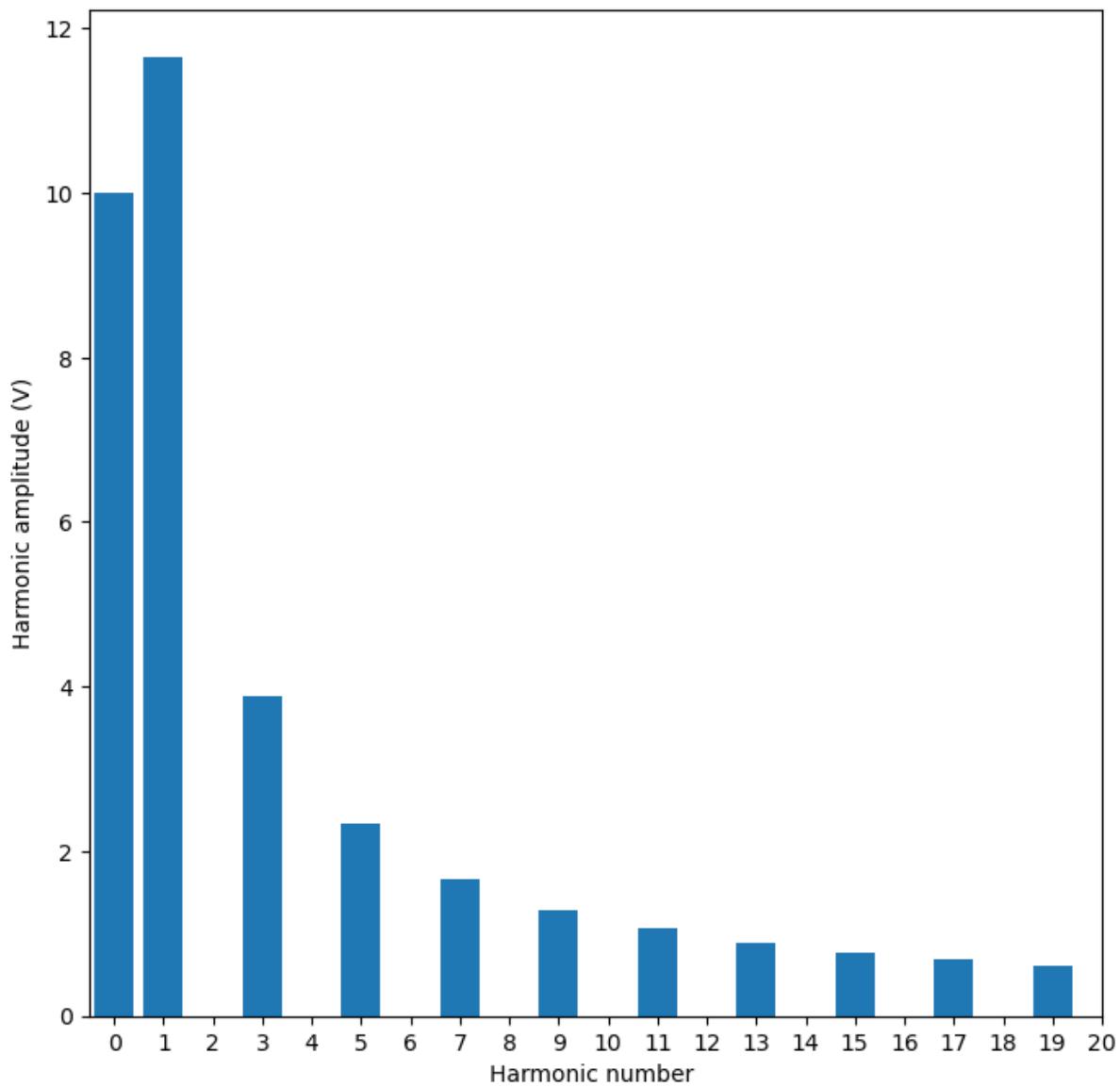
$$Z(\omega) = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + R_L$$

Elk van de harmonische componenten  $V(\omega)$  uit Figuur 4.6 levert dus een  $I(\omega)$  die overeenkomt met

$$I(\omega) = \frac{V(\omega)}{Z(\omega)}$$

of meer in detail uitgewerkt:

$$I(\omega) = \frac{V(\omega)}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + R_L}$$

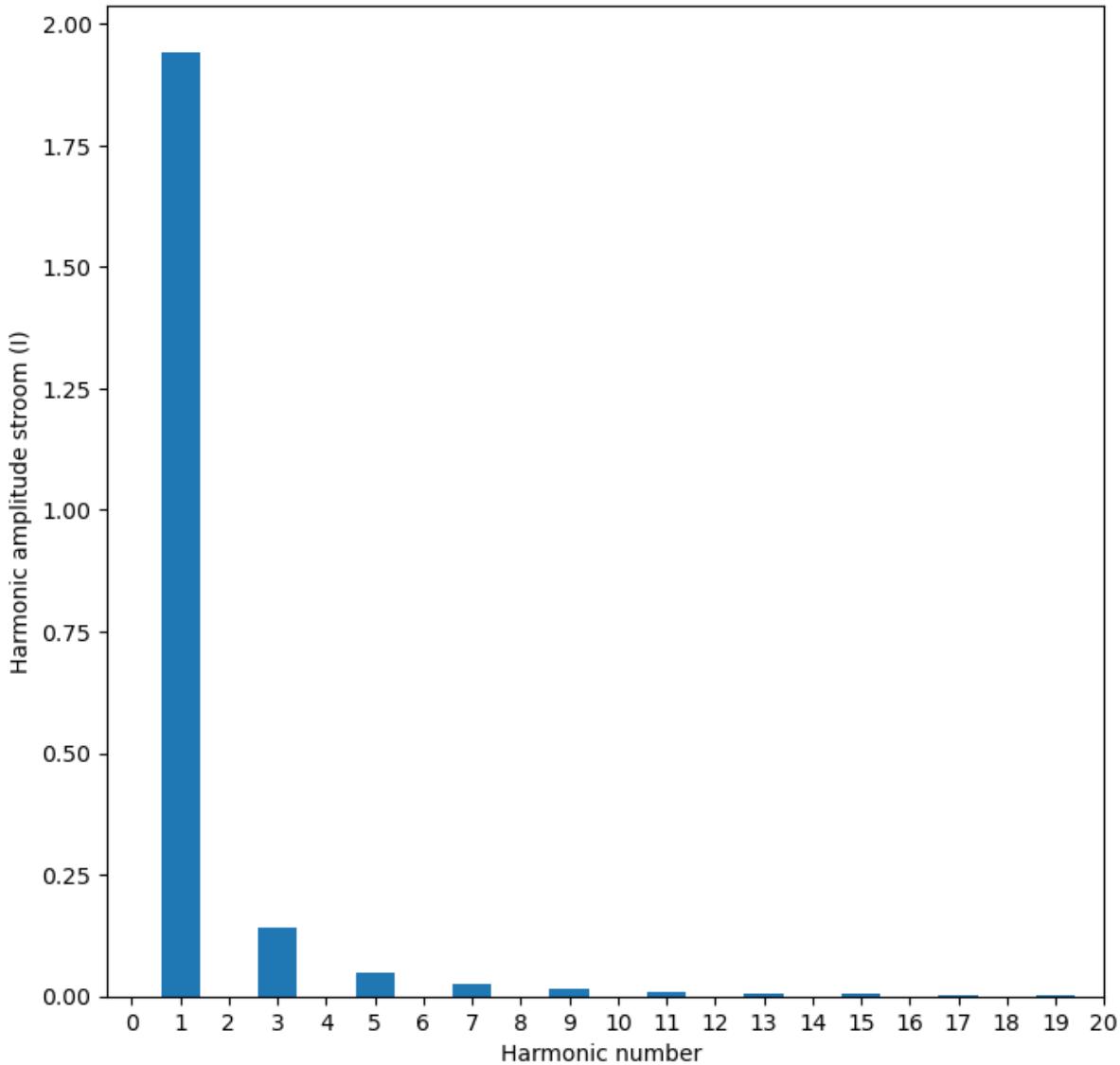


Figuur 4.6: Harmonische componenten in de spanning van knoop 2 van de Klasse D versterker.

Bij de resonantiefrequentie  $\omega_c = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}}$  wordt

$$j\omega L_1 = -\frac{1}{j\omega C_1}$$

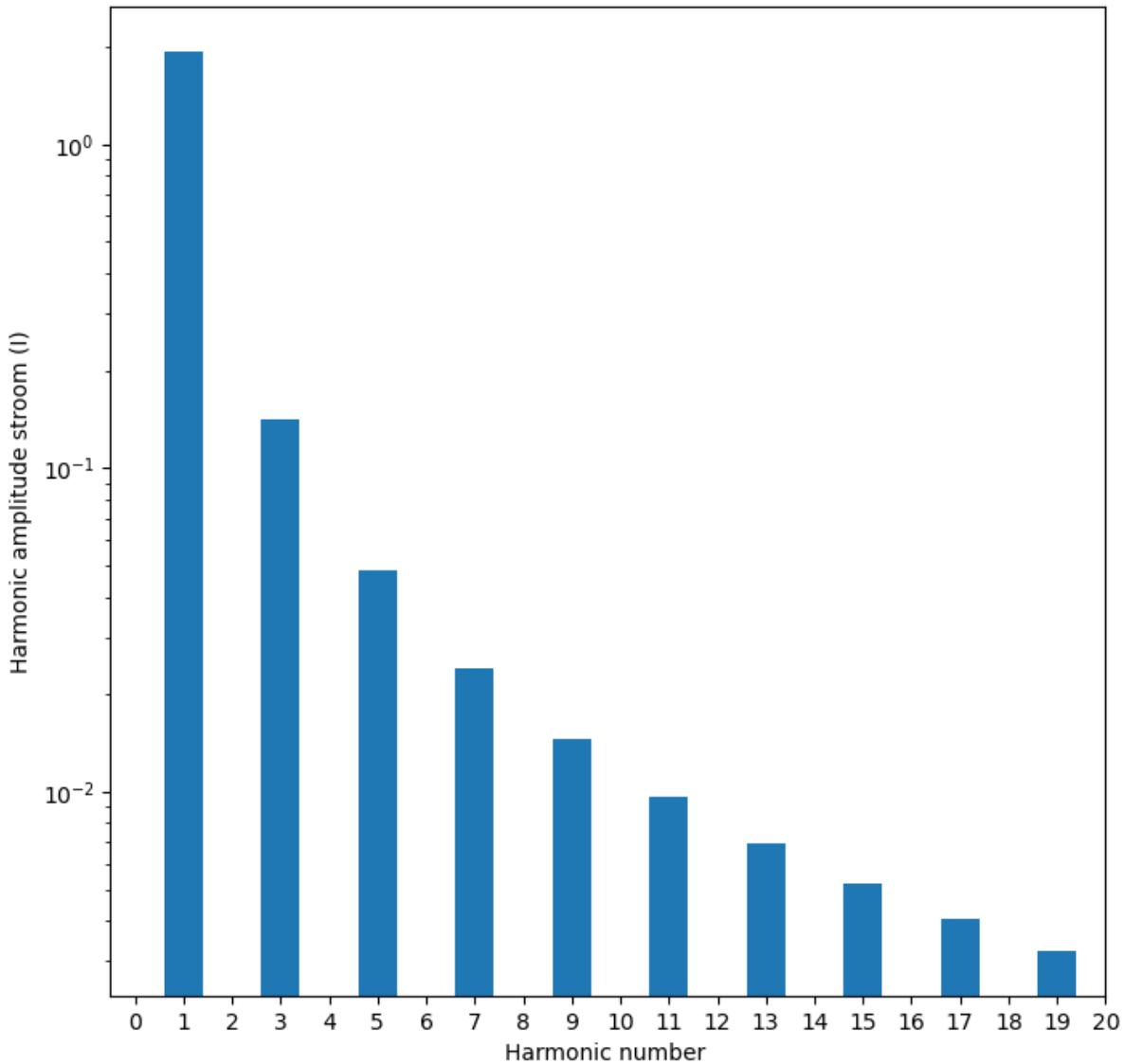
waardoor  $Z(\omega_c) = R_L$  en we dus een hoge stroom harmonische  $I(\omega_c) = \frac{V(\omega_c)}{R_L}$  krijgen. Bij alle andere frequenties wordt de stroom  $I(\omega)$  veel kleiner. Figuur 4.7 toont de amplitude van de stroom bij de verschillende harmonische frequenties. We herkennen de stroomamplitude van bijna 2A die we ook in de simulatie van Figuur 4.5 terugvinden.



Figuur 4.7: Harmonische componenten van de uitgangsstroom van de Klasse D versterker.

Aangezien de stroomamplitudes in Figuur 4.7 stel heel klein worden voor de hogere harmonischen plotten we ditzelfde nogmaals op een log-schaal (zie Figuur 4.8).

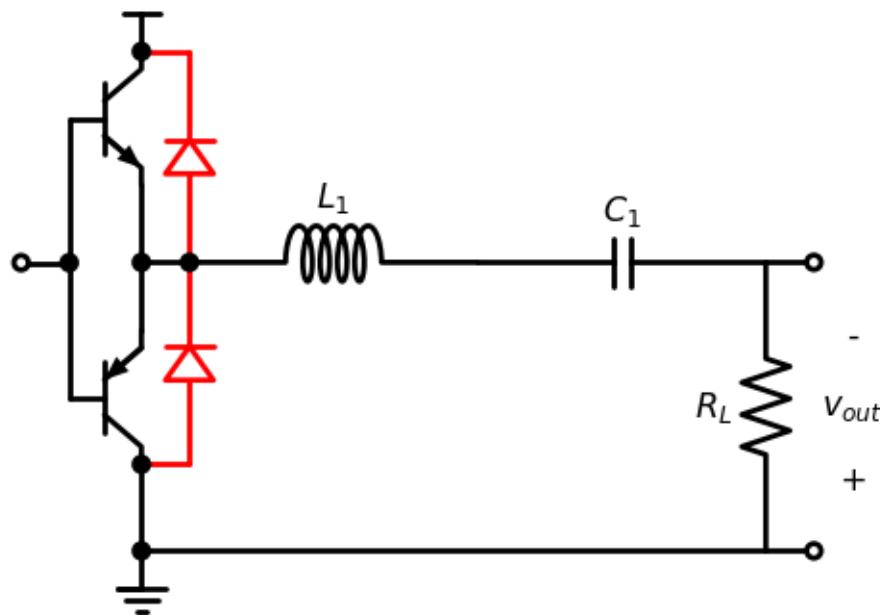
De schakelverliezen kunnen als het volgt ingeschat worden. De interne spanningen van de schakelende transistor (bv VBE of VGS) moeten om een bepaalde spanning opgeladen zijn om in geleiding of in sper te kunnen zijn. Om over te gaan naar de andere geleidingsvorm moeten die capaciteiten opgeladen of ontladen worden. Hiervoor is energie nodig en dit levert verliezen op.



Figuur 4.8: Harmonische componenten van de uitgangsstroom van de Klasse D versterker.

Eens een transistor in geleiding kan de spanning over deze transistor niet helemaal nul zijn. Bij een bipolaire transistor zal er steeds de saturatie spanning over de transistor blijven staan en bij een MOS transistor bepaalt de aan-weerstand, samen met de stroom hoeveel spanning er nog over staat. Hetzelfde geldt voor een MESFET of een JFET.

#### 4.1.3 Simulatie met aansturing off-resonantie



Figuur 4.9: Basisschema van de klasse D versterker met beschermdiodes.

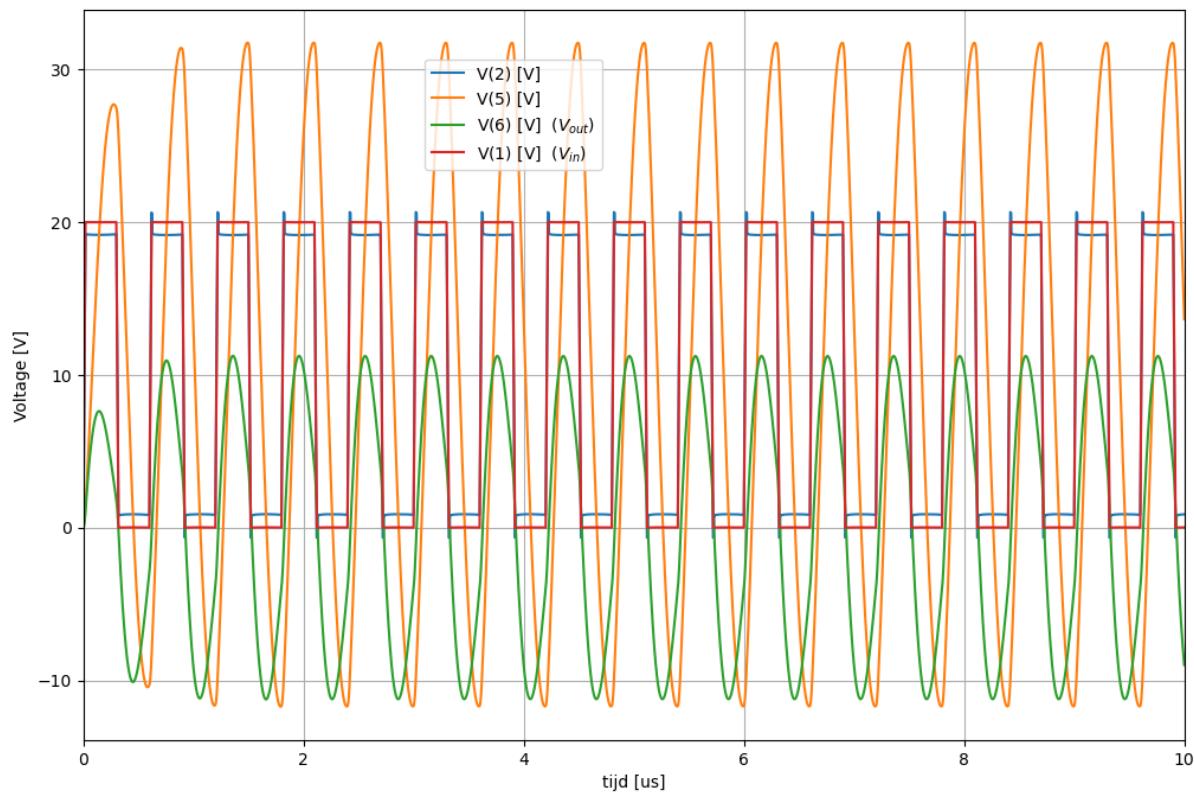
We merken dat indien de klasse D versterker off-resonance aangestuurd wordt, dat de impedantie dan ook een reactieve (=imaginaire) component heeft. Daardoor zullen stroom en spanning niet meer in fase zijn. Als een gevolg hiervan zou de transistor die in geleiding is een omgekeerde stroom moeten leveren, wat niet kan in geval van een bipolaire transistor. Hierdoor zou de stroom plots afgebroken worden en er over de inductantie een zeer grote spanning komen te staan, wat de transistor kan kapotmaken.

Wanneer het mogelijk is dat de aansturing van de klasse D versterker niet helemaal exact gelijk met de resonantie frequentie gebeurt, moeten we het schema van Figuur 4.1 uitbreiden met diodes om een omgekeerde stroom door de transistors mogelijk te maken. Het nieuwe schema zien we in Figuur 4.9.

Spice Listing 4.2: Basis Klasse D circuit met diodes

```
* Class D amp 1
Q_Q1      3 1 2 Q2
Q_Qp      0 1 2 Qp
D_D1      2 3 DD
D_D2      0 2 DD
L_L1      5 2 1uH
C_C1      5 6 10n
R_RL      6 0 6
V_Vdd      3 0 20V
R_Rin      4 1 1
V_Vin      4 0 PULSE(0 20 0 20ns 20ns 280ns 600ns) DC=0
.model Q2 NPN (Is=14.34f BF=200)
.model Qp PNP (Is=5.34f BF=100)
.model DD D ( IS=2p RS=0.000005 CJO=5e-12 )
```

In Figuur 4.10 tonen we de spanningen die we bekomen uit de SPICE simulatie.



Figuur 4.10: Bekomen spanningen in de Klasse D versterker met diodes.

We stellen vast in Figuur 4.11 dat de spanning op knoop 2 buiten de voedingsspanning komt te liggen als een van de diodes geleidt en binnen de voedingsspanning ligt als een van de transistors geleidt.

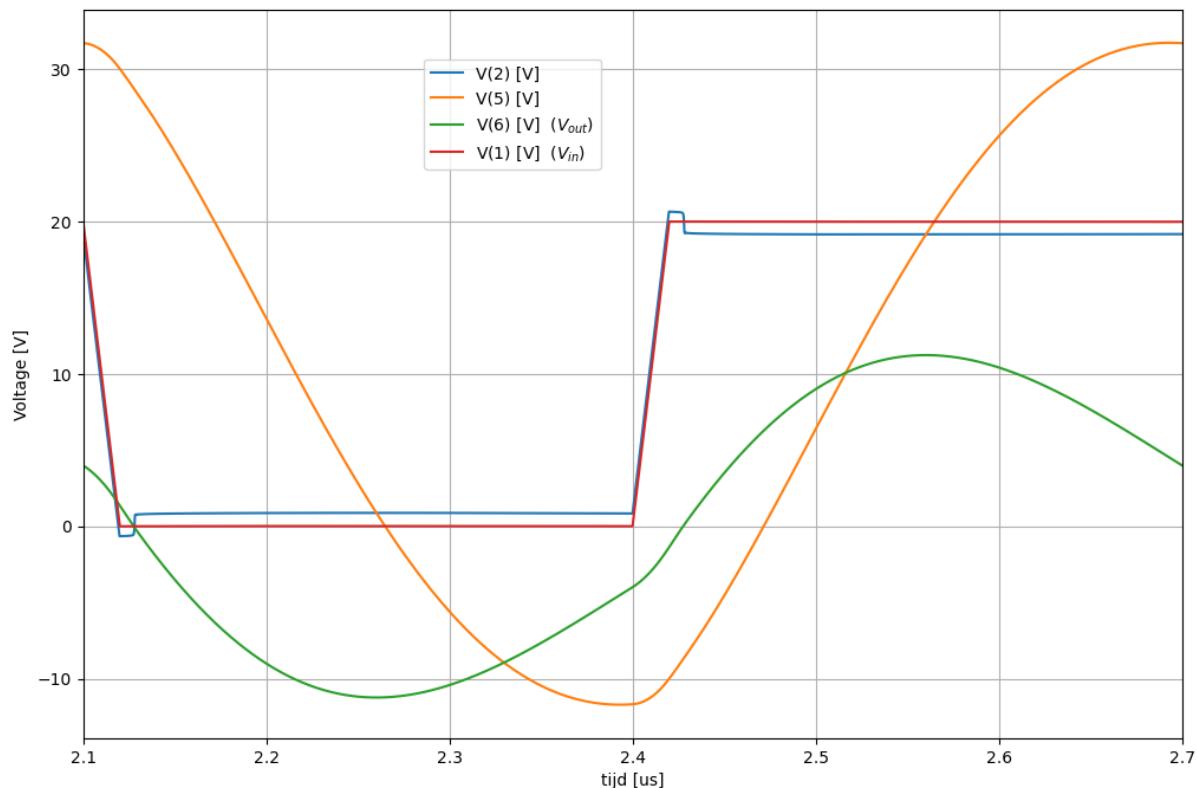
In Figuur 4.12 tonen we de stromen die we bekomen uit de SPICE simulatie.

## 4.2 Alternatieve schema's van de klasse D versterker.

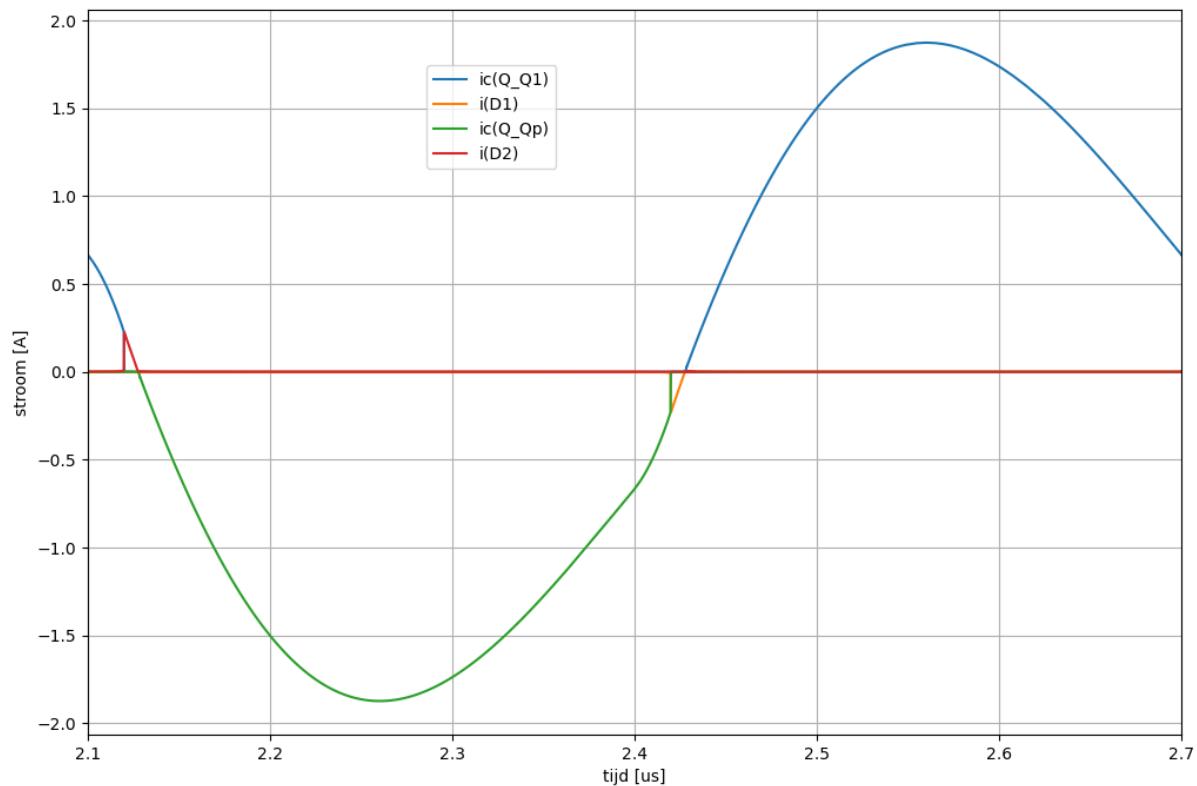
## 4.3 Aansturing van de seriekring aan de hand van 2 NPN transistors

Aangezien de stroomversterking  $\beta_F$  van NPN transistors typisch groter is dan deze van PNP transistors, is het vaak interessant om een schema uit te werken waarin er enkel NPN transistors gebruikt worden. Figuur 4.13 toont hiervan de meest eenvoudige implementatie.

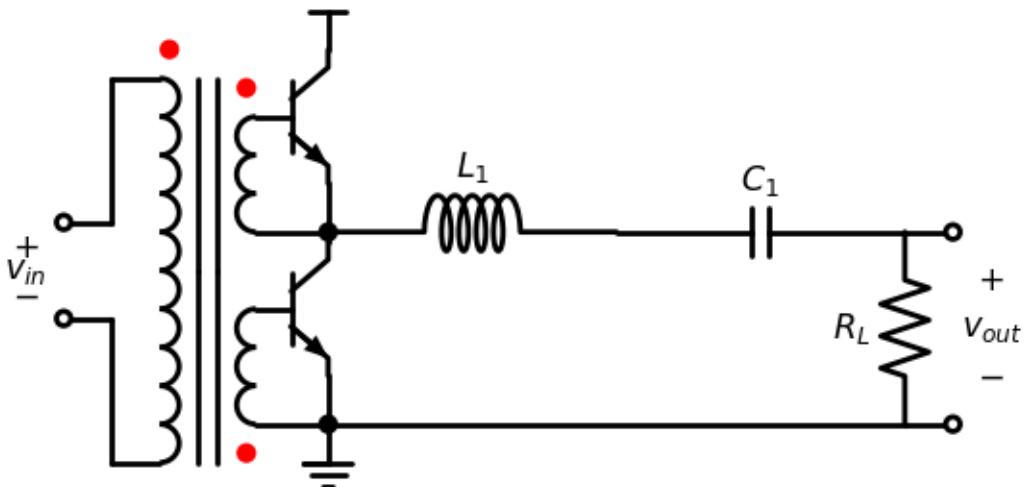
In de plaats van met 2 complementaire transistors kan deze schakeling ook uitgevoerd worden met 2 NPN transistors. Maar deze 2 transistors moeten dan wel aangestuurd worden met een tegengesteld signaal tussen hun basis en emitter. Hiervoor kan bijvoorbeeld een transformator gebruikt worden, zoals aangegeven in het schema. Het blijft hierbij zo dat het stuursignaal dat opgelegd wordt aan de trilkring een blokgolf spanning is. De kring zorgt er dan voor dat de stroom die erdoor loopt (voornamelijk) de eerste harmonische is van die opgelegde spanning. Deze stroom loopt dan ook door de belasting waardoor we hier zowel een sinusvormige stroom als spanning bekomen.



Figuur 4.11: Detail van de spanningen gedurende 1 periode van de Klasse D versterker.



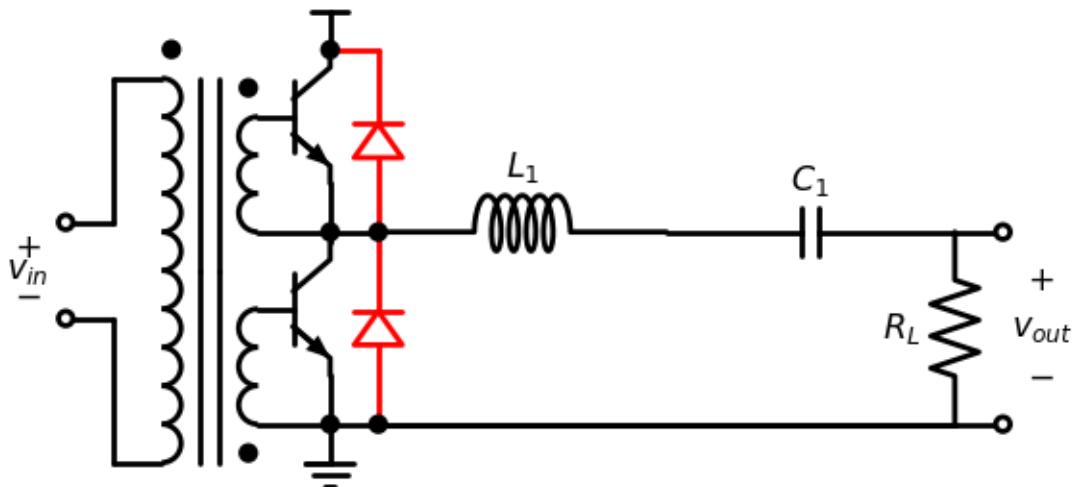
Figuur 4.12: Stromen in de NPN en de PNP transistor van het hierboven aangegeven schema van de Klasse D versterker.



Figuur 4.13: Schema van de klasse D versterker met enkel NPN transistors.

#### 4.3.1 Aanpassing voor de aansturing off-resonantie

Het schema in Figuur 4.13 kan ook verder aangepast worden om aansturing toe te laten op frequenties die een klein beetje verschillen van de resonantiefrequentie. Hiervoor is het nodig dat we diodes toevoegen die stroom toelaten die in de omgekeerde richting loopt dan deze van de vermogentransistors. Figuur 4.14 toont het aangepaste schema.



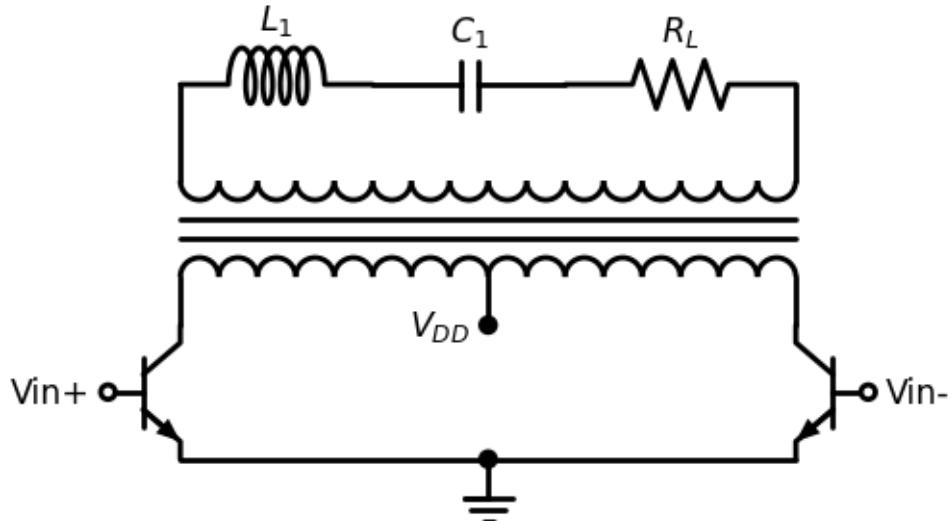
Figuur 4.14: Schema van de klasse D versterker met enkel NPN transistors.

Alle andere schema's kunnen op een gelijkaardige wijze worden uitgerust met overbruggingsdiodes om een negatieve spanning over de transistor te voorkomen. Deze overbruggingsdiodes zorgen ervoor dat de klasse D versterker veel geschikter is dan de klasse C versterker voor een werking iets naast de resonantiefrequentie.

## 4.4 Aansturing met transformator aan de kant van de belasting

Het schema in Figuur 4.13 heeft de transformator aan de kant van de bron. Doordat de NPN transistors moeten aangestuurd worden door een verschil tussen basis en emitter is het hiervoor nodig dat een verschil tussen 2 spanning moet aangelegd worden aan deze transistor, en er dus moet gebruik gemaakt worden van beide klemmen van de secundaire wikkelingen van de transformator.

We kunnen, als alternatief hiervoor, ook de transformator plaatsen aan de kant van de belasting. Figuur 4.15 toont hiervan de meest eenvoudige implementatie. De ingangsspanningen ( $V_{in+}$  en  $V_{in-}$ ) kunnen hiervoor dan rechtstreeks komen van de aanstuurlogica en kunnen eventueel werken op een heel andere (eventueel lagere) spanning.



Figuur 4.15: Schema van de klasse D versterker met spanningssturing.

De trilkring in het bovenstaande schema krijgt ook een blokgolf spanning te verwerken. Deze wordt echter niet rechtstreeks opgelegd, maar wel aan de hand van een transformator. Indien de rechter transistor in geleiding is krijgen we de positieve voedingsspanning over de trilkring. Indien de linker transistor in geleiding is krijgen we de negatieve voedingsspanning over de trilkring. De trilkring bepaalt vervolgens de stromen die er vloeien en deze stromen lopen dan ook door de respectievelijke transistors. Indien de wikkeldraadverhouding groter dan 1 is, wordt er een grotere blokgolf spanning over de trilkring bekomen en moet er eenzelfde factor meer stroom lopen door de transistors dan er door de trilkring loopt. Omgekeerd geldt natuurlijk het omgekeerde. Ook dit schema heeft het voordeel dat er gewerkt wordt met npn transistors.

### 4.4.1 Keuze van de wikkeldraadverhouding

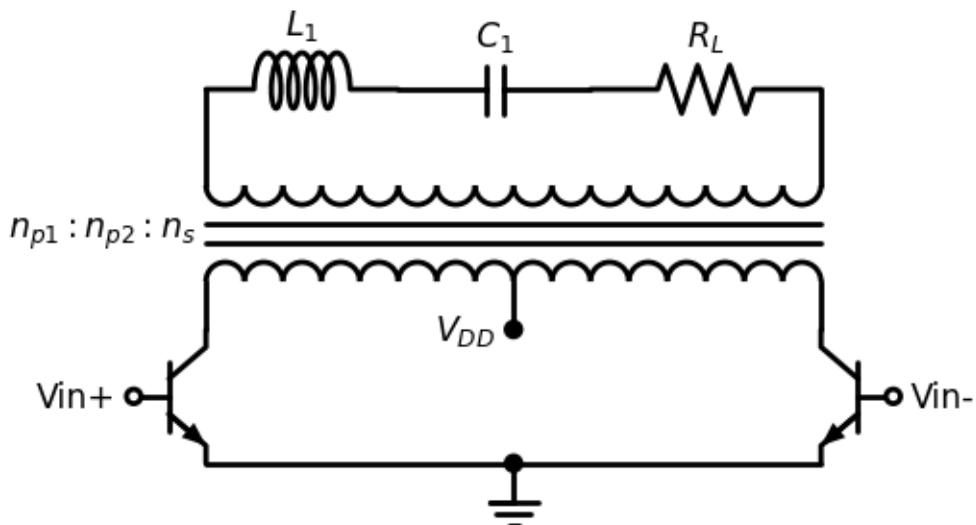
Een bijkomend belangrijk voordeel van Figuur 4.15 is dat de wikkeldraadverhouding van de transformator kan aangepast worden aan het gewenste vermogen ( $P_{ac}$ ) en de beschikbare voedingsspanning.

$$P_{ac} = \frac{V_{ac}^2}{2R_L}$$

En in het schema van Figuur 4.1 wordt de  $V_{dd}$  vastgelegd uit de vergelijking:

$$V_{ac} = \frac{2V_{dd}}{\pi}$$

Als een gevolg hiervan wordt de voedingsspanning  $V_{dd}$  bepaald door het gewenste vermogen in Figuur 4.1. Echter in Figuur 4.16 kunnen we de wikkeldraadverhouding tussen de primaire en de secundaire wikkeling  $n_p:n_s$  aanpassen om overeen te komen met een vooraf gegeven voedingsspanning.



Figuur 4.16: Schema van de klasse D versterker met spanningssturing, met aanduiding van de wikkeldeling tussen beide primaire wikkelingen ( $n_{pi}$ ) en de secundaire wikkeling ( $n_s$ )

#### **i Opdracht 2 (Keuze van de wikkeldeling)**

De implementatie van Spice Listing 4.1 heeft een voedingsspanning  $V_{DD}$  van 20V nodig om een vermogen van 11.3 W te bekomen. We willen hetzelfde vermogen bekomen gebruikmakende van Figuur 4.16 en een voedingsspanning van  $V_{DD}=6V$ . De frequentie en alle elementen van de trilkring blijven hetzelfde. Wat moet de wikkeldeling zijn?

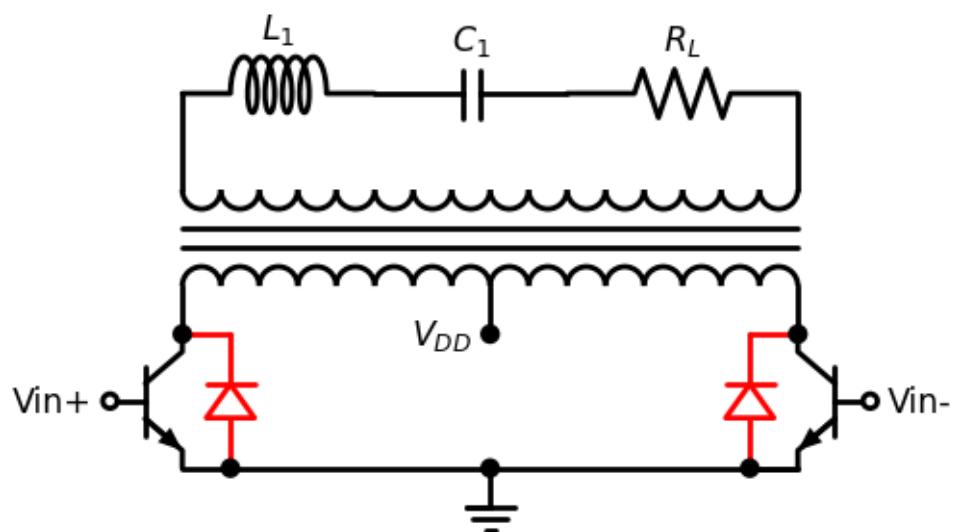
#### 4.4.2 Aanpassing voor de aansturing off-resonantie

Het schema in Figuur 4.15 kan ook verder aangepast worden om aansturing toe te laten op frequenties die een klein beetje verschillen van de resonantiefrequentie. Hiervoor is het nodig dat we diodes toevoegen die stroom toelaten die in de omgekeerde richting loopt dan deze van de vermogentransistors. Figuur 4.17 toont het aangepaste schema.

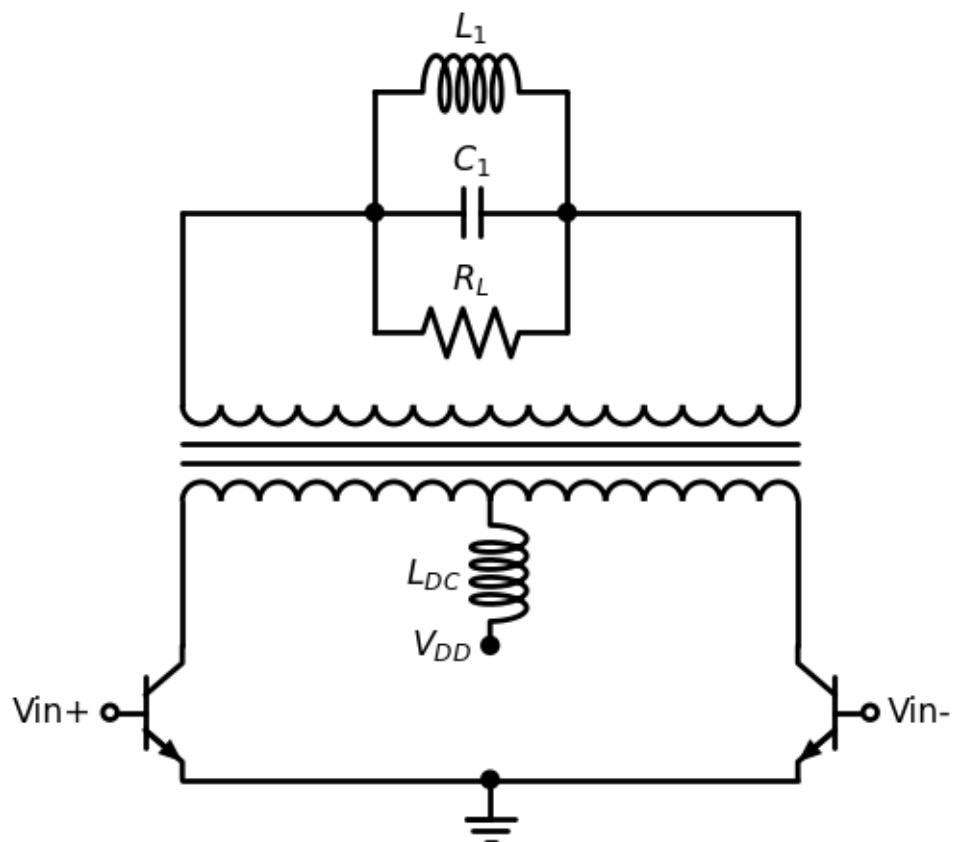
### 4.5 Klasse D met stroomsturing

Alle bovenstaande implementaties toonden een klasse D versterker met spanningssturing. Een Klasse D versterker kan echter ook met stroomsturing worden uitgevoerd. Figuur 4.18 toont hiervan de meest eenvoudige implementatie. Het is hierbij belangrijk dat er pulsen met een constante stroom naar de parallelkring gestuurd worden. Daarom is er in Figuur 4.18 een grote spoel toegevoegd ( $L_{DC}$ ). De grote waarde van deze spoel zal ervoor zorgen dat de stroom constant is. De richting van deze stroom door de primaire van de transformator (en dus ook richting van de magnetisatie van de transformator) wordt aangepast door afwisselend  $V_{in+}$  en  $V_{in-}$  aan te sturen.

Een klasse D versterker, kan, zoals de klasse C versterker ook aangestuurd worden met stroomsturing. In dit geval moeten we wel werken met een parallel resonantiekring. De stroom die naar de kring gestuurd wordt is in dit geval een blokgolf. Enkel de eerste harmonische uit deze blokgolf zal in staat zijn een spanning op te bouwen over de trilkring op de bouwen en dus vermogen te leveren aan de belasting. Alle hogere harmonischen zien een lage impedantie in de condensator  $C_1$  en laden deze condensator dus op en af. Er wordt geen spanning over  $R_L$  bekomen en dus ook geen



Figuur 4.17: Schema van de klasse D versterker met spanningssturing en beveiligingsdiodes.

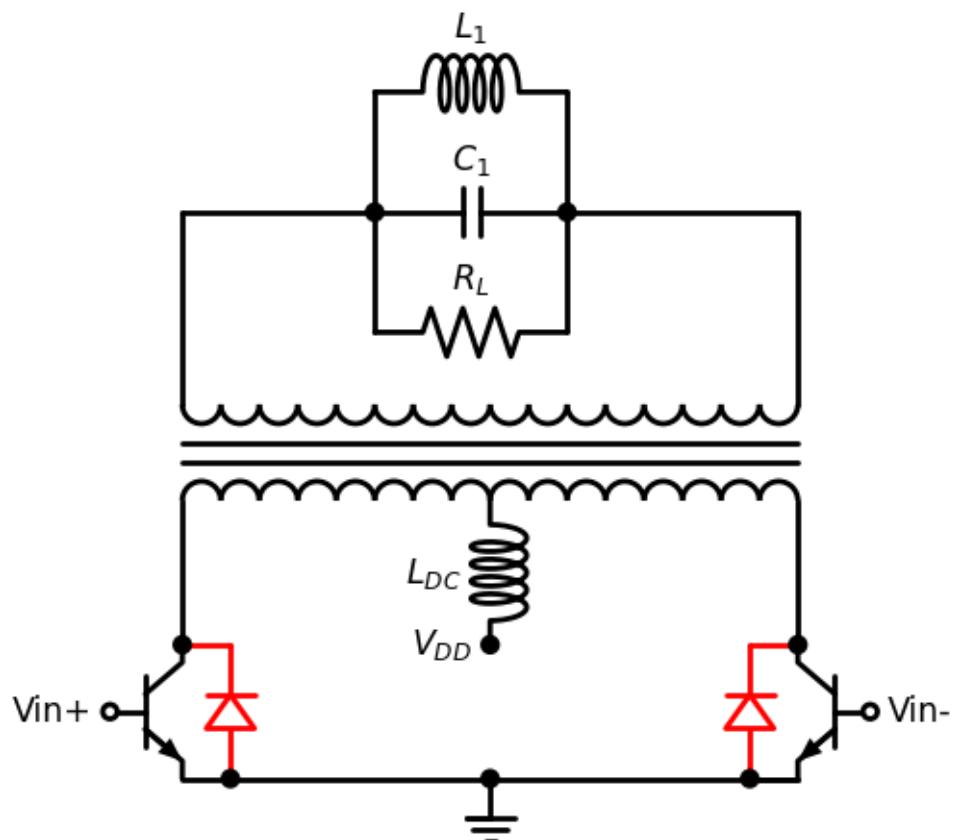


Figuur 4.18: Schema van de klasse D versterker met stroomsturing.

vermogen overgedragen. Om een stroomsturing te bekomen moeten we ervoor zorgen dat de stroom door elk van de primaire wikkelingen van de transformator steeds een constante is. Hiervoor plaatsen we een grote inductantie  $L_0$  tussen de voedingsspanning  $V_{DD}$  en de aftakking van de transformator. Deze inductantie zal ervoor zorgen dat elke stroomvariatie wordt tegengewerkt door de spanning aan te passen.

#### 4.5.1 Aanpassing voor de aansturing off-resonantie

Het schema in [Figuur 4.18](#) kan ook verder aangepast worden om aansturing toe te laten op frequenties die een klein beetje verschillen van de resonantiefrequentie. Hiervoor is het nodig dat we diodes toevoegen die stroom toelaten die in de omgekeerde richting loopt dan deze van de vermogentransistors. [Figuur 4.19](#) toont het aangepaste schema.

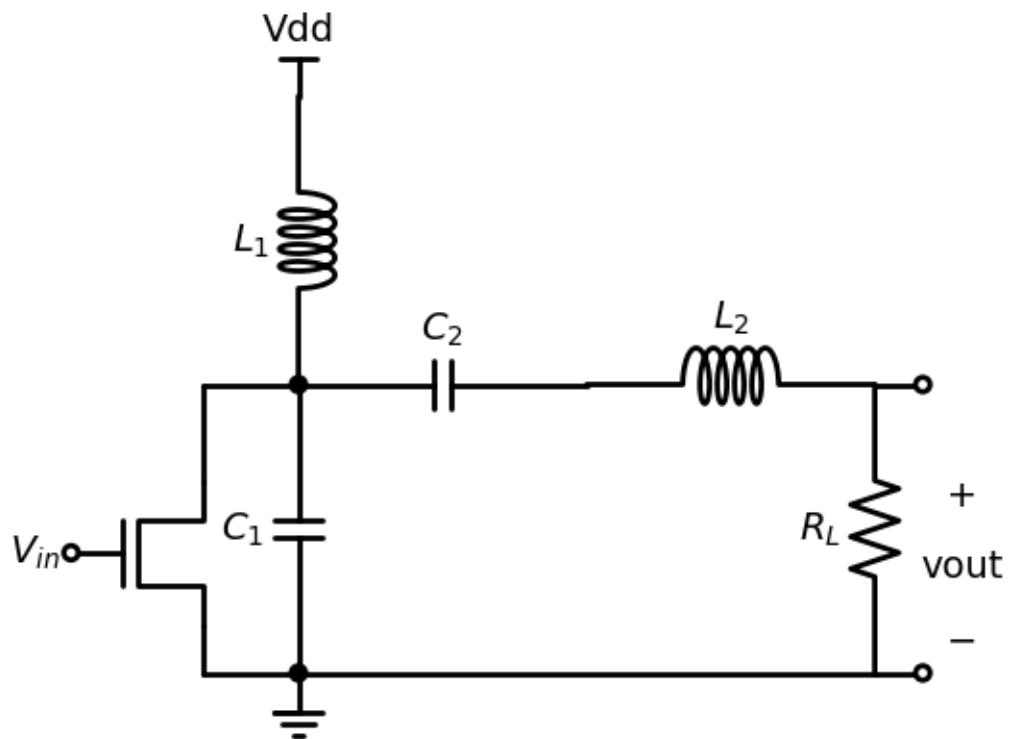


Figuur 4.19: Schema van de klasse D versterker met stroomsturing en beveiligingsdiodes.

# HOOFDSTUK 5

## Klasse E Versterkers

Figuur 5.1 toont het basisschema van de klasse E versterker. Hierin herkennen we een serie resonante kring ( $C_2 L_2$ ) die de belasting  $R_L$  aanstuurt. Het spoel  $L_1$  voorziet dat de stroom van de voeding  $V_{DD}$  naar de ingang van de seriekring redelijk constant wordt gehouden terwijl de spanning aan deze ingang kan variëren. De condensator  $C_1$  voorziet een AC stroompad naar de grond in het geval dat de transistor niet in geleiding is.



Figuur 5.1: Basisschema van de Klasse E versterker.

Voor de praktisch implementatie mag de volgorde van  $C_2$  en  $L_2$  omgewisseld worden. Dit heeft geen enkele invloed op de werking van de seriekring.

De klasse E versterker is een zeer efficiënte hoogfrequent versterker die gebruik maakt van:

- **Eén enkele vermogentransistor** als schakelend element
- **Resonante LRC trilkring** voor frequentieselectie
- **Optimale timing** tussen spanning en stroom voor minimaal vermogenverlies
- **Hoge efficiëntie** (tot 95% theoretisch mogelijk)

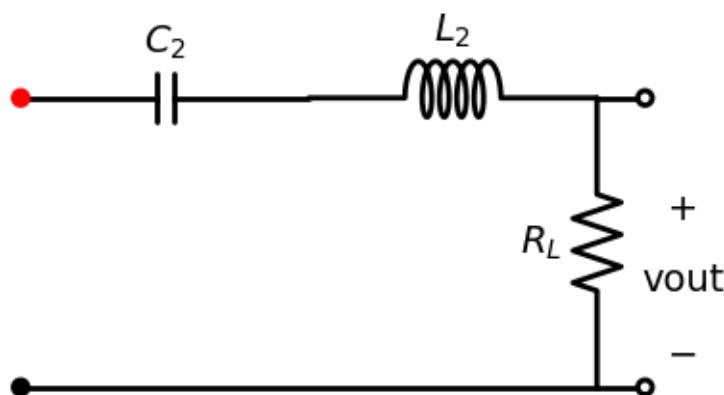
De klasse E versterkers zijn initieel uitgewerkt door Sokal and Sokal [4], [5], [6] vanuit de basisredenering dat we dat we op elk moment het gedisipeerde vermogen in de transistor zo laag mogelijk moeten houden. Dit kan door veel stroom door de transistor moeten laten lopen wanneer de spanning minimaal is en dat we geen stroom door de transistor laten lopen als de spanning over de transistor hoog is. Deze afwisseling tussen stroom en spanning vereist een hele goede timing:

- Wanneer we op het juiste moment de transistor uit geleiding brengen, gaat de spanning over de transistor variëren terwijl er geen stroom loopt. De spanning over de transistor is op het moment van het uit geleiding brengen 0 en de trilkring zorgt ervoor de spanning over de transistor na een bepaalde tijd terug 0 gaan worden, waarna we de transistor terug in geleiding kunnen brengen.
- Wanneer de transistor in geleiding is, kan er veel stroom lopen door de transistor, maar de transistor kan ook de spanning tussen source en drain (of tussen emitter en collector) zeer laag houden.

In beide tijdsintervallen is er dus weinig of geen vermogenverbruik. Om dit te bekomen is een goede timing van het inschakelmoment en het uitschakelmoment cruciaal.

## 5.1 Verklaring van de werking stap voor stap

In deze sectie verklaren we de werking van de Klasse E versterking door stap voor stap het schema op te bouwen en hierbij telkens de stromen en de spanningen te bespreken als functie van de tijd. We beginnen hierbij met de serie resonante kring, zoals aangegeven in [Figuur 5.2](#). Wanneer we aan de ingang van de seriekring (aangegeven door de rode knoop) een signaal aanleggen, zal er een sinusvormige stroom lopen door de seriekring en dus ook door de belasting  $R_L$ . Als een gevolg hiervan krijgen we een sinusvormige spanning en stroom door de belasting.

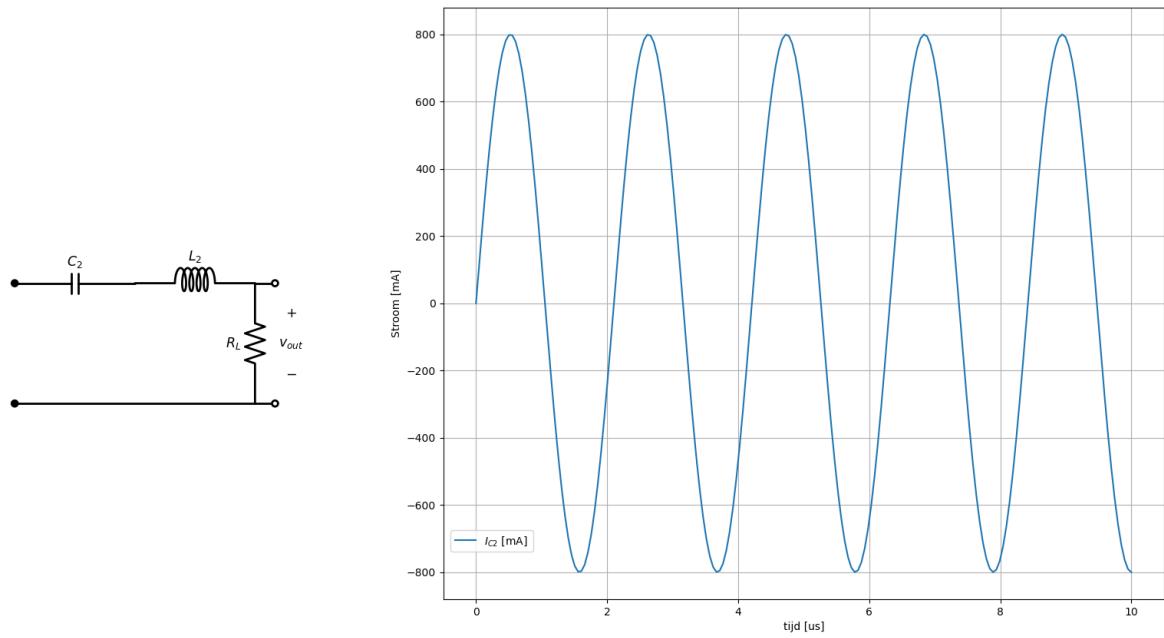


Figuur 5.2: Resonante seriekring van de klasse E versterker.

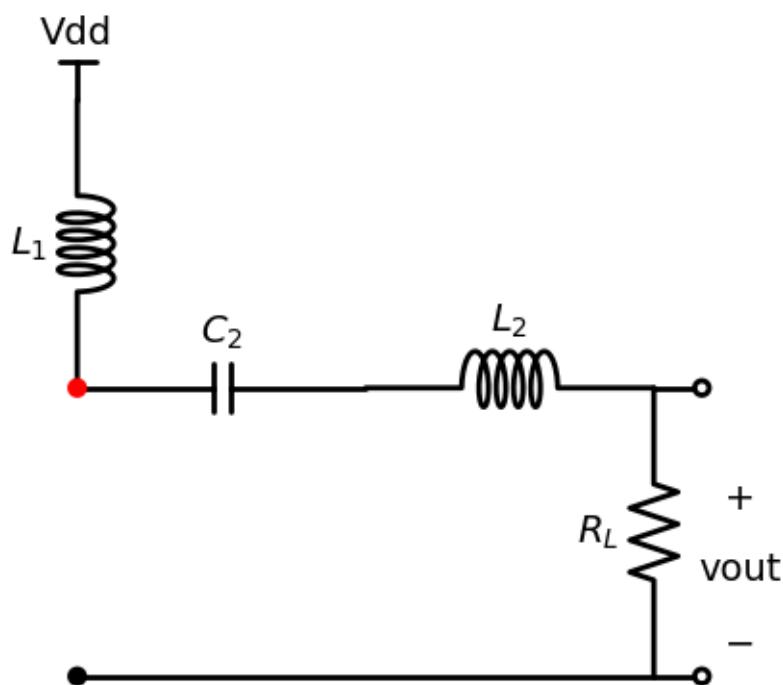
Het verloop van deze stroom als functie van de tijd is weergegeven in [Figuur 5.3](#). De gemiddelde waarde van deze stroom is 0 mA.

Vervolgens voegen we een spoel ( $L_1$ ) toe tussen de voeding en de ingangsknoop van de seriekring (zie [Figuur 5.4](#)). Deze spoel zal zorgen voor een zo constant mogelijke stroom bovenop de sinusvormige stroom in [Figuur 5.3](#).

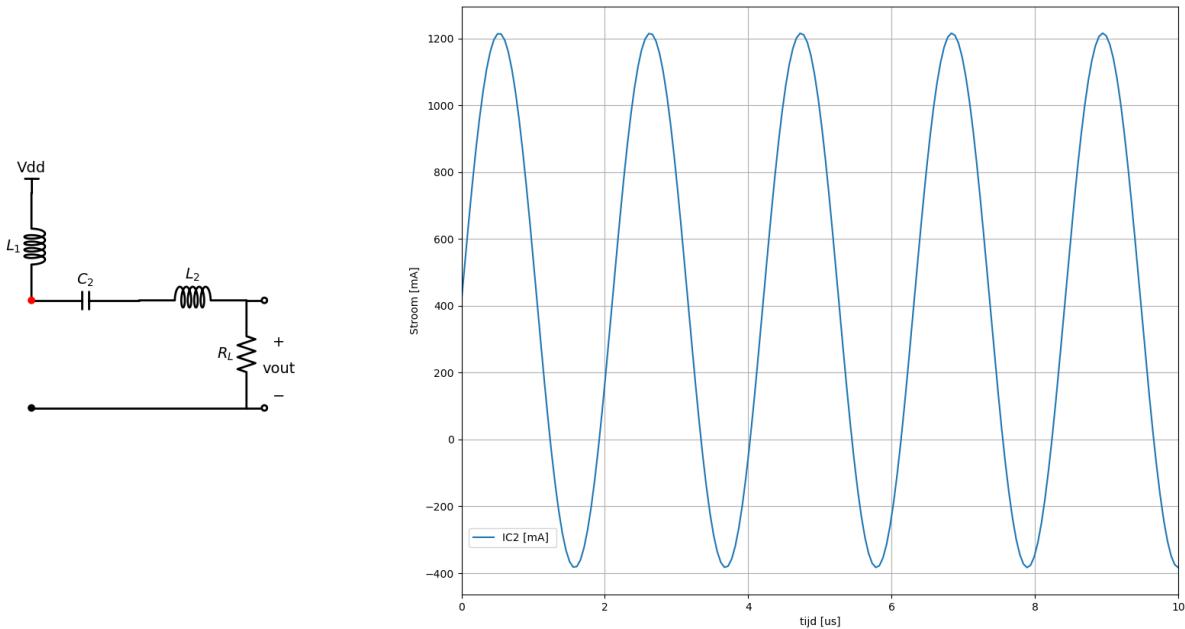
In [Figuur 5.5](#) toont het verloop van de som van beide stromen die naar de rode knoop lopen. We zien dat we in dit geval een DC component van 400 mA bovenop de sinuscomponente komt.



Figuur 5.3: Stroomverloop in de resonante seriekring van de klasse E versterker.



Figuur 5.4: Voeding van de resonante seriekring met een DC stroom aan de hand van het spoel  $L_1$  van de klasse E versterker.



Figuur 5.5: Voeding van de resonante seriekring met een DC stroom aan de hand van het spoel  $L_1$  van de klasse E versterker.

Natuurlijk moet op basis van de [stroomwet](#) van Kirchhoff de netto stroom naar elke knoop 0 zijn.

$$\sum_{j \neq i}^n I_{ij} = 0. \quad (5.1)$$

Wanneer dit niet zo zou zijn zou de spanning op deze knoop snel gaan stijgen of dalen tot dat wel het geval wordt. De snelheid waarmee dat gebeurt hangt af van de (parasitaire) capaciteit van de knoop.

In de plaats van te werken met een ongekende parasitaire capaciteit, kunnen we beter een goed gekozen condensator  $C_1$  plaatsen, zoals aangegeven in [Figuur 5.6](#). De nettostroom naar de rode knoop zal dan nu lopen naar deze condensator waardoor aan de wetten van Kirchhoff voldaan is.

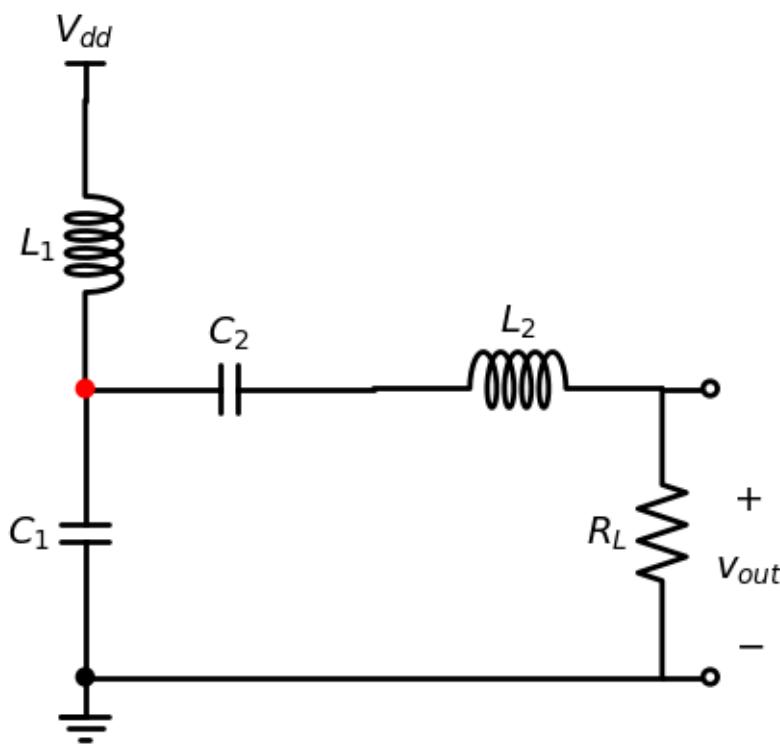
De spanning op de rode knoop is dan vervolgens bepaald door de lading op de condensator  $C_1$ . Deze lading wordt bekomen door de integratie van de stroom op de condensator  $C_1$ :

$$v = \frac{1}{C_1} \int_0^t i(t) dt$$

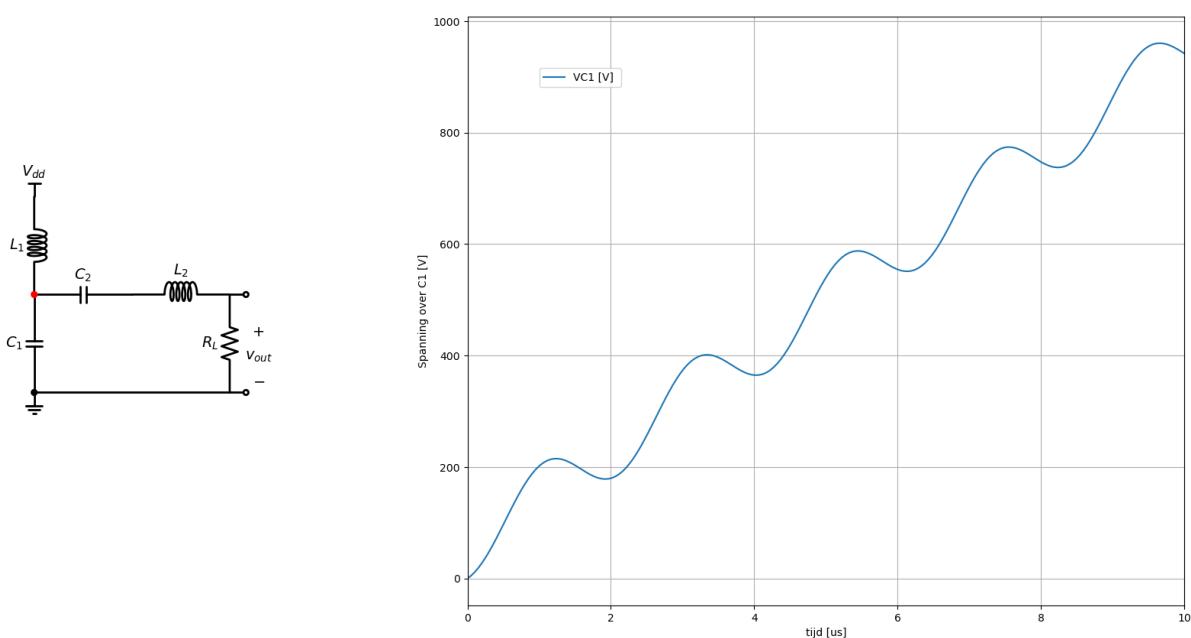
In [Figuur 5.7](#) tonen we het verloop van de spanning op de rode knoop die we zouden bekomen door integratie van de stroom (die getoond werd in [Figuur 5.5](#)) op een condensator van 4.7nF.

In het schema van [Figuur 5.7](#) zien we dat de spanning over de condensator  $C_1$  continu gaat blijven stijgen. Dit is natuurlijk niet gewenst omdat we dan geen periodiek signaal krijgen en omdat dat een veel te hoge voedingsspanning zou vereisen. We moeten er echter wel mee rekening houden dat de integratie op  $C_1$  slechts begint vanaf het moment wanneer er stroom vloeit naar  $C_1$ .

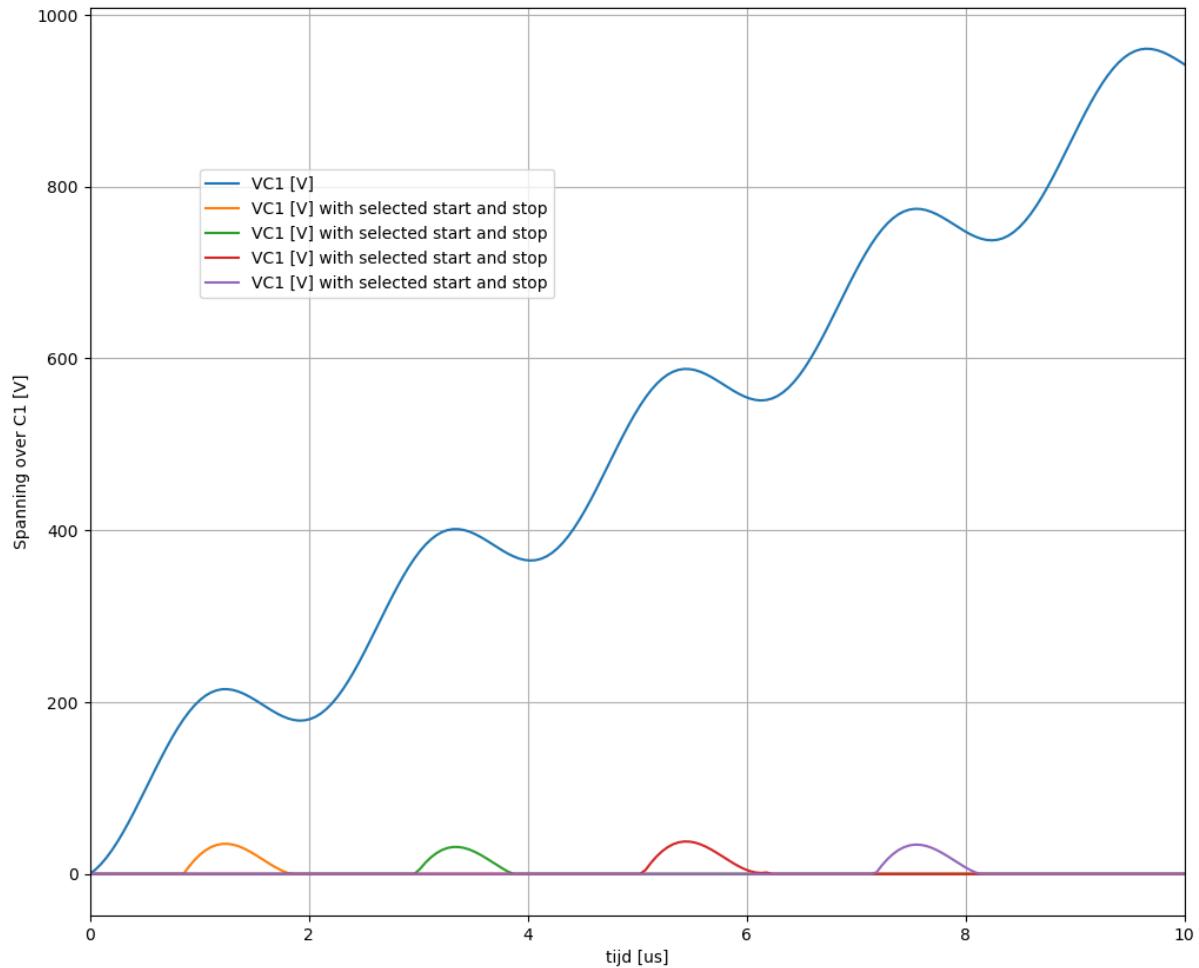
We kunnen het startpunt van de integratie van de stroom bepalen door het moment te bepalen vanaf wanneer er stroom loopt naar de condensator  $C_1$ . Door deze startmomenten goed te kiezen, kunnen we telkens momenten kiezen dat de spanning later terug 0 wordt, wat dan het stopmoment wordt. Deze keuze van deze start en stopmomenten is aangegeven in [Figuur 5.8](#).



Figuur 5.6: Integratie van de stroom op de condensator C1.

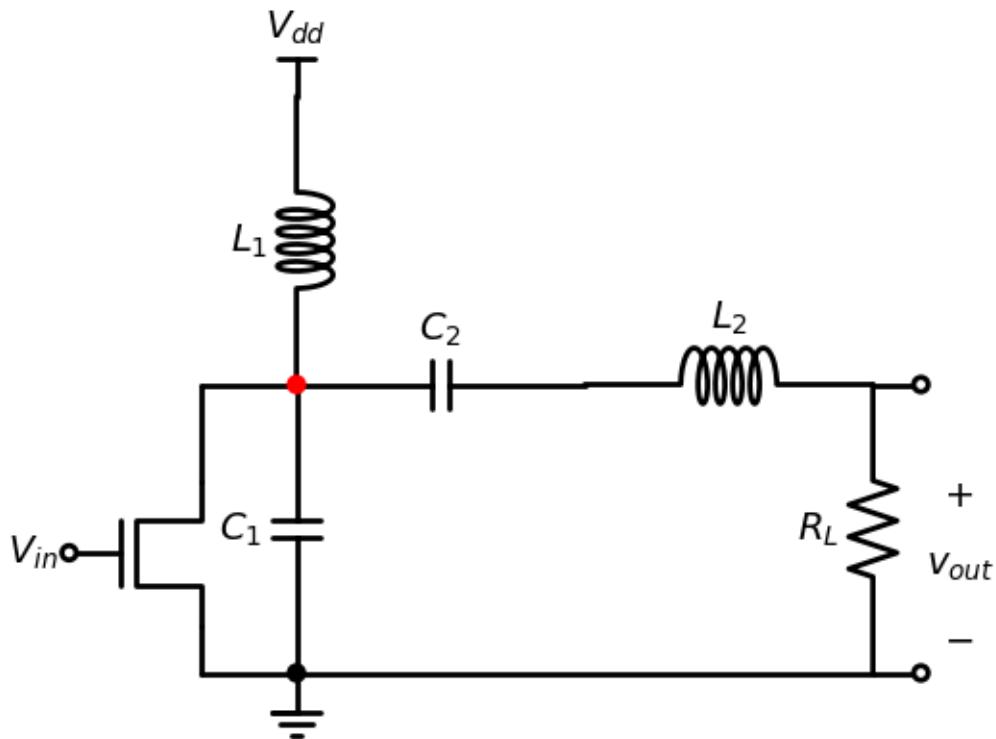


Figuur 5.7: Integratie van de stroom op de condensator C1.



Figuur 5.8: Integratie van de stroom op de condensator C1.

In een volgende stap voegen we een transistor toe om de spanning over de condensator  $C_1$  op 0V te houden gedurende een bepaalde tijd zodat we, als de oscillatie daarna verder loopt we op een gegeven moment in tijd kunnen terugkeren naar de huidige spanning. Dat geeft ons dan het schema zoals aangegeven in Figuur 5.9.



Figuur 5.9: Transistor om de spanning op 0 te houden.

Het resultaat van de simulatie met dit schema zien we in Figuur 5.10.

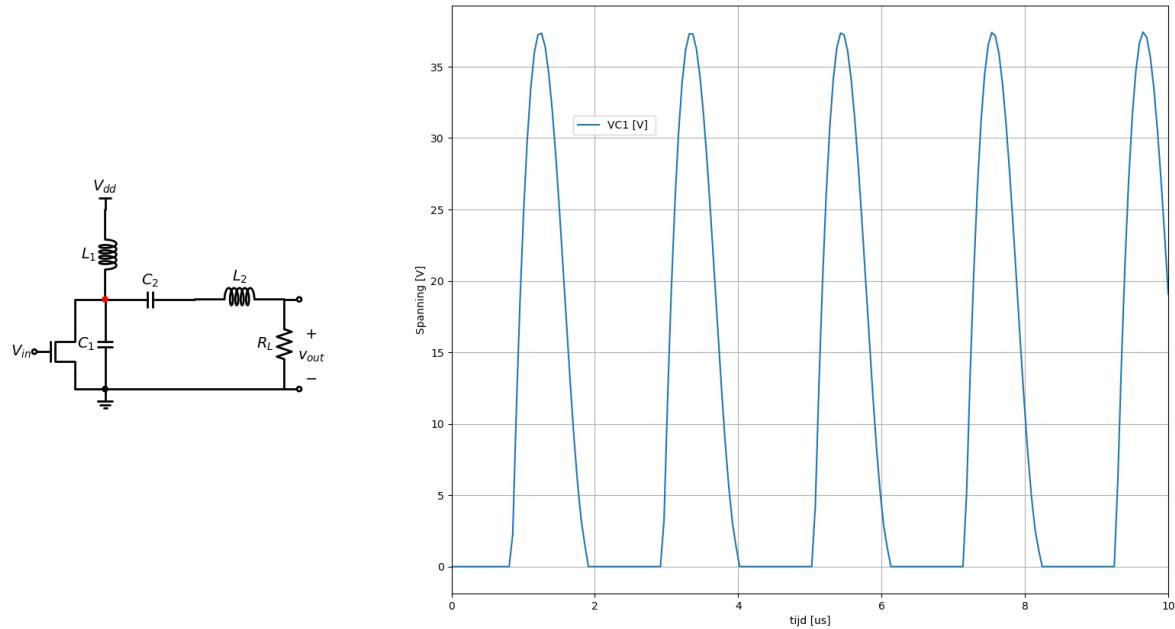
### 5.1.1 Uitbreiding van het schema met een derde harmonische filter

In 2013 werd het originele design uitgebreid door ook de derde harmonische weg te filteren [7]. In dit schema (zie Figuur 5.11) voegen we een parallelkring voor de derde harmonische frequentie ( $L_3C_3$ ) toe aan de seriekring voor de eerste harmonische ( $L_2C_2$ ). Op deze manier combineren we de voordelen van klasse E en klasse F versterkers.

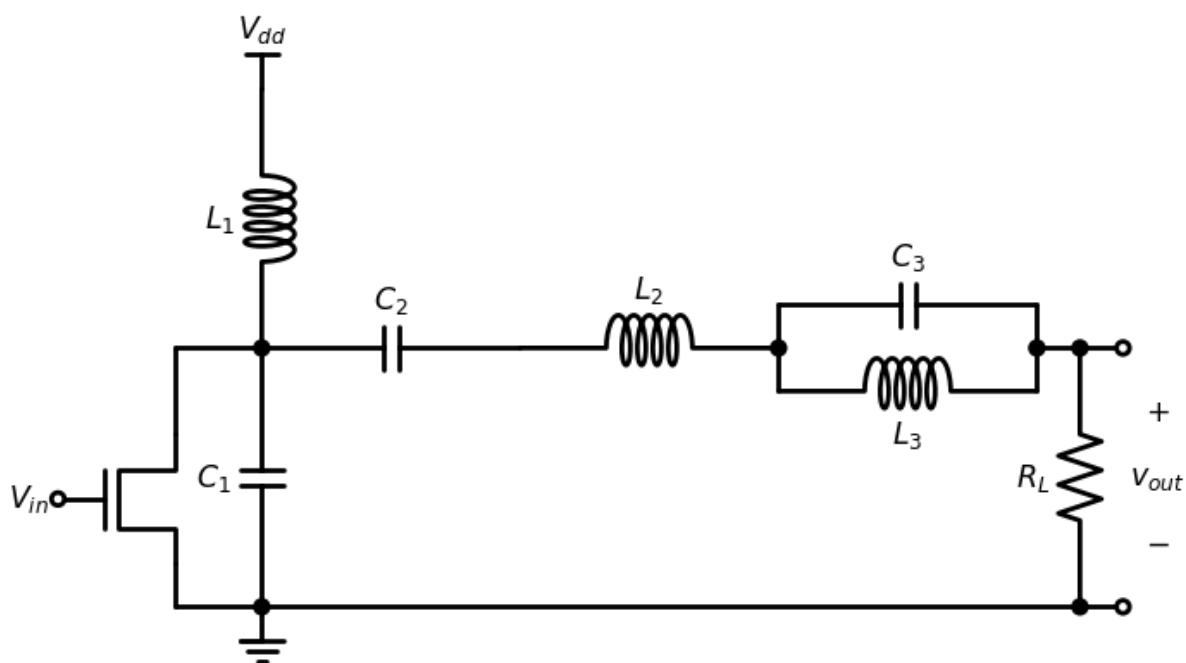
## 5.2 Uitgewerkte voorbeelden

Hieronder lichten we de praktische uitwerking van de klasse E versterker toe aan de hand van 3 uitgewerkte voorbeelden:

- Een 5W versterker bij 475 kHz
- Een 50W versterker bij 137.77 kHz
- Een 1W on chip versterker bij 2 GHz voor GSM toepassingen



Figuur 5.10: Spanningsverloop na integratie van de stroom op de condensator C1.



Figuur 5.11: Klasse E met derde harmonische filter

### 5.2.1 Ontwerpvergelijkingen voor laagfrequent Klasse E Versterkers

Voor het ontwerpen van een aantal voorbeelden kunnen we de ontwerpvergelijkingen gebruiken vanuit [6]. Deze ontwerpvergelijkingen zijn uitgewerkt voor lagere frequenties. Voor MHz frequenties (en hoger) moet er in detail geanalyseerd en gesimuleerd worden. De onderstaande vergelijkingen (Eq.(5.2) tot Eq.(5.5)) kunnen daarvoor niet gebruikt worden.

Voor frequenties beneden 1 MHz:

$$R_L = 0.5768 \frac{(V_{DD} - V_{sat})^2}{P} \left( 1.00001 - \frac{0.4144}{Q} - \frac{0.5775}{Q^2} + \frac{0.206}{Q^3} \right) \quad (5.2)$$

$$C_1 = \frac{1}{5.4466\omega R_L} \left( 0.99866 + \frac{0.91424}{Q} - \frac{1.03175}{Q^2} \right) + \frac{0.6}{\omega^2 L_1} \quad (5.3)$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega R_L} \left( \frac{1}{Q - 0.104823} \right) \left( 1.00121 + \frac{1.01468}{Q - 1.7879} \right) - \frac{0.2}{\omega^2 L_1} \quad (5.4)$$

$$L_2 = \frac{QR_L}{\omega} \quad (5.5)$$

met  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  de frequentie,  $P$  het gewenste vermogen,  $V_{sat}$  de saturatie spanning van de transistor en  $Q$  de vereiste kwaliteitsfactor van de kring. De namen van de componenten komen overeen met het schema [Figuur 5.9](#). De bovenstaande vergelijkingen (Eq.(5.2) tot Eq.(5.5)) laten ons dus toe om het schema op te stellen op basis van  $P$ ,  $V_{DD}$ ,  $f$  en  $Q$ . Enkel  $L_1$  kan hierbij vrij gekozen worden. Dit moet wel gedaan worden op een zodanige wijze dat realistische waarden voor alle andere componenten bekomen worden. In veel praktische gevallen zal de impedantie van de belasting ( $R_L$ ) al vast liggen, bijvoorbeeld wanneer een specifieke antenne moet gebruikt worden. In dat geval moeten we de vergelijking Eq.(5.2) omkeren en de voedingsspanning ( $V_{DD}$ ) met  $R_L$  als gegeven. Ook komt vaak voor dat de kwaliteitsfactor  $Q$  niet gegeven is. In dit geval is het theoretisch te verkiezen om  $Q$  zo hoog mogelijk te kiezen, we zien onmiddellijk uit Eq.(5.5) dat dat dan een te hoge waarde voor  $L_2$  zou geven.

### 5.2.2 Voorbeeld 1: 5W versterker bij 475 kHz

We ontwerpen een klasse E versterker die een vermogen van 5W moet kunnen leveren bij een frequentie van 475 kHz, bij een voedingsspanning van 12.5V, met een Q factor van 5 en een saturatie spanning van de bipolaire transistor van 0.5 V. Wanneer we de vergelijkingen Eq.(5.2) tot Eq.(5.5) gebruiken om de elementen van dit circuit uit te rekenen bekomen we de volgende waarden voor de verschillende componenten:

```

RL = 14.88 Ohm
C1 = 4.78 nF (i.e. complexe impedantie van -70.07 i Ohm)
C2 = 6.04 nF (i.e. complexe impedantie van -55.50 i Ohm)
L2 = 24.93 uH (i.e. complexe impedantie van 74.39 i Ohm)
Totale complexe impedantie (seriekring): 18.89 i Ohm
Maximale stroom uit de voeding: 416.67 mA
Maximale source-drain spanning (transistor): 55.62 V
Hierbij werd een 80% veiligheidsmarge genomen
We kunnen de uitgang omwerken naar een impedantie van 50 Ohm
door een transformator met wikkelverhouding: 1.83

```

Het bekomen schema met de waarden van alle componenten aangegeven vinden we terug in [Figuur 5.12](#).

De overeenkomende spice file vinden we onder [Spice Listing 5.1](#) en het resultaat van het opstarten van de versterker kunnen we terugvinden onder [Figuur 5.13](#).

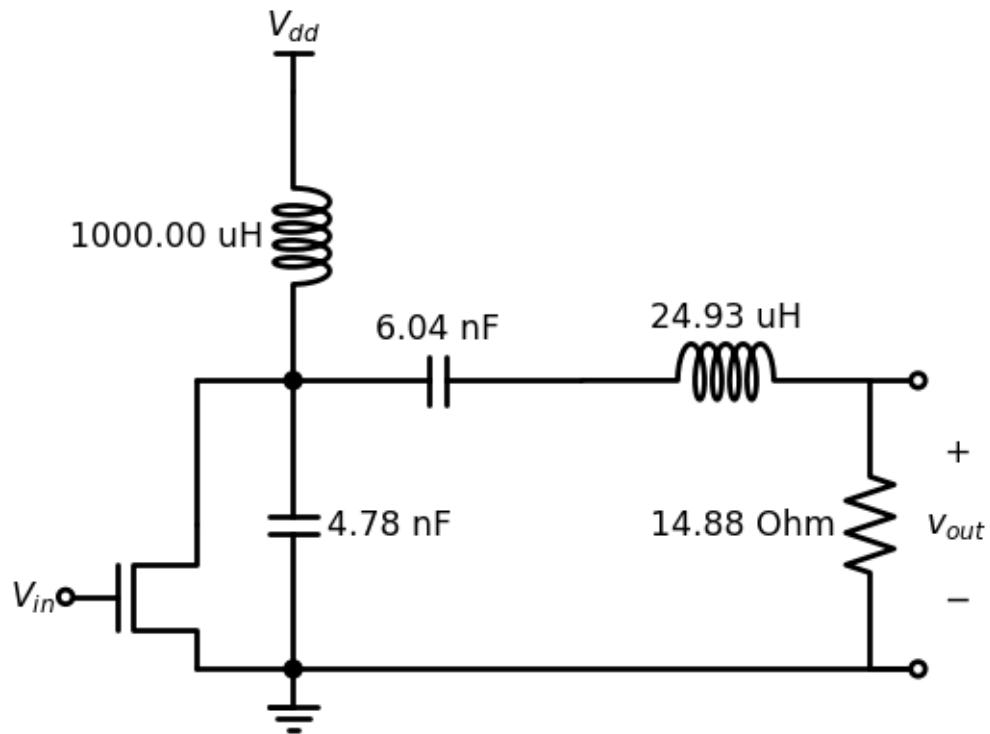
Spice Listing 5.1: Klasse E spice file

```

* Class E amp 1
M_M1      2 1 0 0 FDB33N25
L_L1      2 3 1000uH
C_C1      2 0 4.78nF

```

(Vervolgt op volgende pagina)



Figuur 5.12: Uitgewerkte schema van het eerste voorbeeld

(Vervolg van vorige pagina)

```

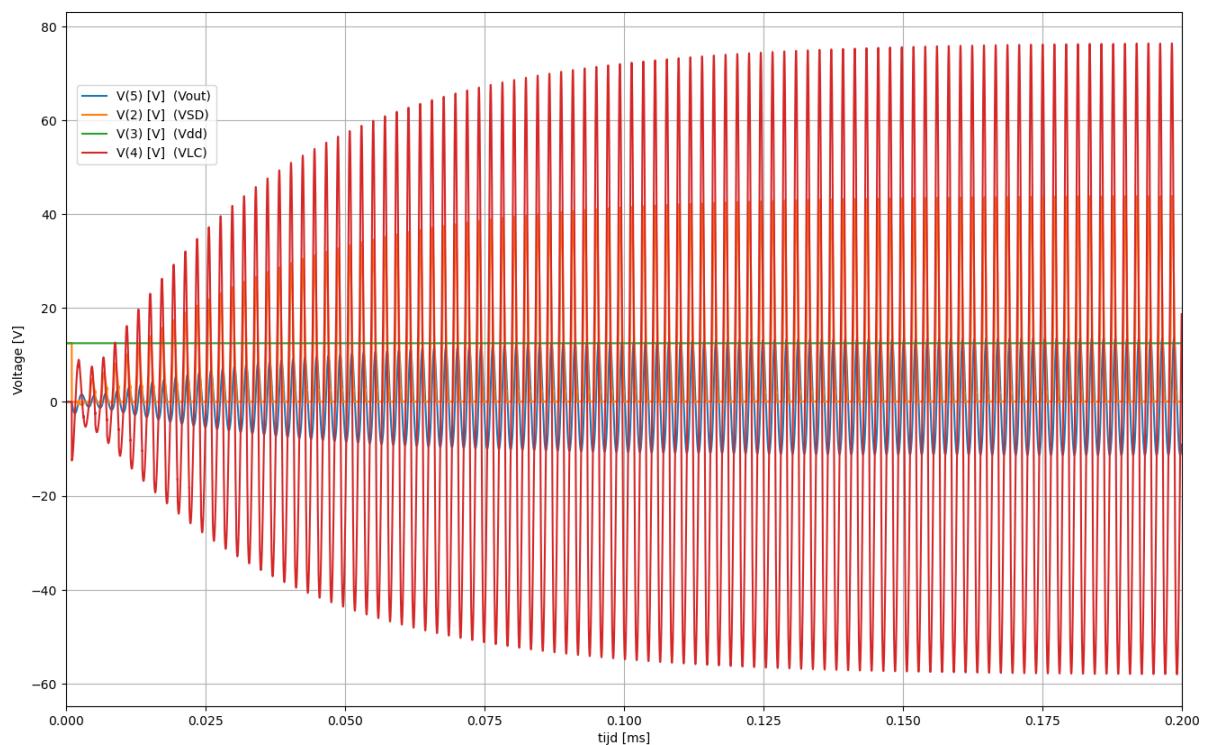
L_L2      4 5  24.93uH
C_C2      2 4  6.04nF
R_RL      5 0  14.88
V_Vdd    3 0  12.5V
V_Vin    1 0  PULSE(0 9 1.05u 20n 20n 1.05u 2.10526u) DC=0
.model FDB33N25 VDMOS (Rg=3 Rd=40m Rs=27m Vto=5.35 Kp=35 lambda=.05 Cgdmax=1.1n_
Cgdmin=25p Cgs=1.7n Cjo=800p Iss=7.94p Rb=7m mfg=Fairchild Vds=250 Ron=94m Qg=37n)

```

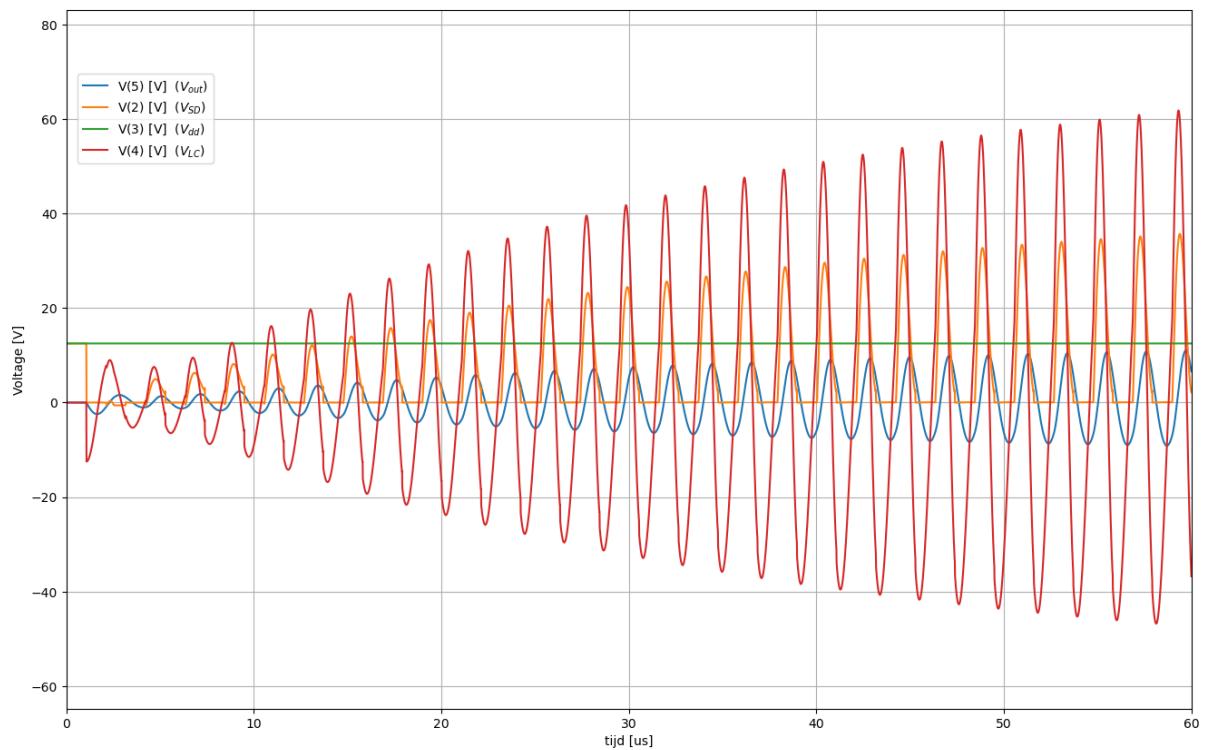
Het is interessant van de opstartsequentie in detail te bekijken. We zien in Figuur 5.14 dat zeker in het begin van de opstart de spanning over de transistor  $V_{SD}$ , dit is de spanning op knoop 2, niet helemaal naar 0 terugkeert voor de stroom begint te lopen. Dit geeft al aan dat, ondanks de poging om dit ontwerp perfect te krijgen, er zeker nog ruimte is voor verbetering. we merken ook dat de spanning over de elementen van de trilring veel hogere waarden bekomen dan de spanning aan de uitgang. Hiervoor vergelijk je best de spanning op knoop 4 met de spanning op knoop 5.

De Figuur 5.14 toont enkel de spanningen. Om een goed zicht op de efficiëntie te bekomen moeten we zowel naar de spanning over de transistor als de stroom door de transistor kijken. Aan de linkerkant op Figuur 5.15 zijn beide zichtbaar. We verwachten dat we nooit gelijktijdig stroom door en spanning over de transistor hebben. We zien dat dat toch heel kort het geval is.

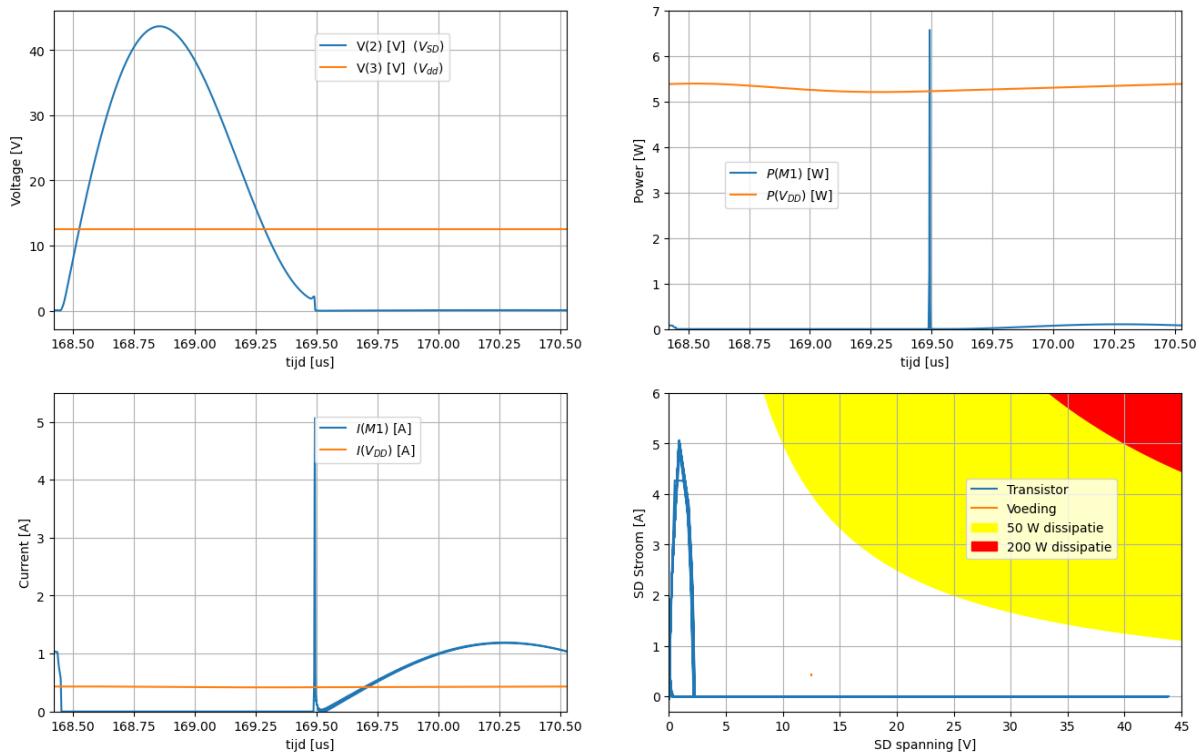
Het product van de stroom door en spanning over de transistor levert ons het momentaan vermogenverbruik (en dus de opwarming) van de transistor. Dit vinden we in de blauwe lijn ( $P(M1)$ ) rechtsboven op Figuur 5.15 terug. We moeten dit vergelijken met het totale vermogen dat door de voeding ( $P(V_{DD})$ ) geleverd (oranje lijn) wordt. geïntegreerd over de tijd, zien we dat het energieverbruik in de transistor veel lager is dan het totale energieverbruik. Rechtsonder op Figuur 5.15 tonen we de stroom door de transistor ten opzichte van de spanning over de transistor. Het verloop blijft kort bij de assen van de grafiek, waardoor het vermogenverlies beperkt blijft. Op diezelfde figuur kan je ook het verloop van de stroom door de voeding ten opzichte van de voedingsspanning zien (oranje puntje). Aangezien beiden nauwelijks veranderen is dit verloop bijna niet zichtbaar.



Figuur 5.13: Verloop van de spanningen bij het opstarten van de oscillatie.



Figuur 5.14: Initieel verloop van de spanningen bij het opstarten van de oscillatie.



Figuur 5.15: (links) Spanningen over (boven) en stromen door (onder) de transistor en de voeding als functie van de tijd voor 1 periode van de oscillatie. (rechts boven) het bekomen vermogen van de voeding en het verloren vermogen in de transistor als functie van de tijd. (rechts onder) Stroom versus spanning.

In een aantal toepassingen is zowel de voedingsspanning als de impedantie van de belasting een gegeven. Het kan bijvoorbeeld zijn dat het circuit moet werken op een gegeven batterijspanning en dat de impedantie van de belasting vast ligt, bijvoorbeeld een gegeven antenne of een coax kabel. In dat geval zullen we vertrekken vanuit de gegeven voedingsspanning en Eq.(5.2) gebruiken om de verwachte impedantie uit te rekenen. Tenslotte passen we dan de verwachte impedantie aan tot de gewenste impedantie aan de hand van een transformator met de juiste wikkeldeling. We kunnen het vorig ontwerp aan de hand van een transformator met wikkeldeling 1.83 ook aanpassen aan een coax lijn van 50 Ohm (zie Figuur 5.16).

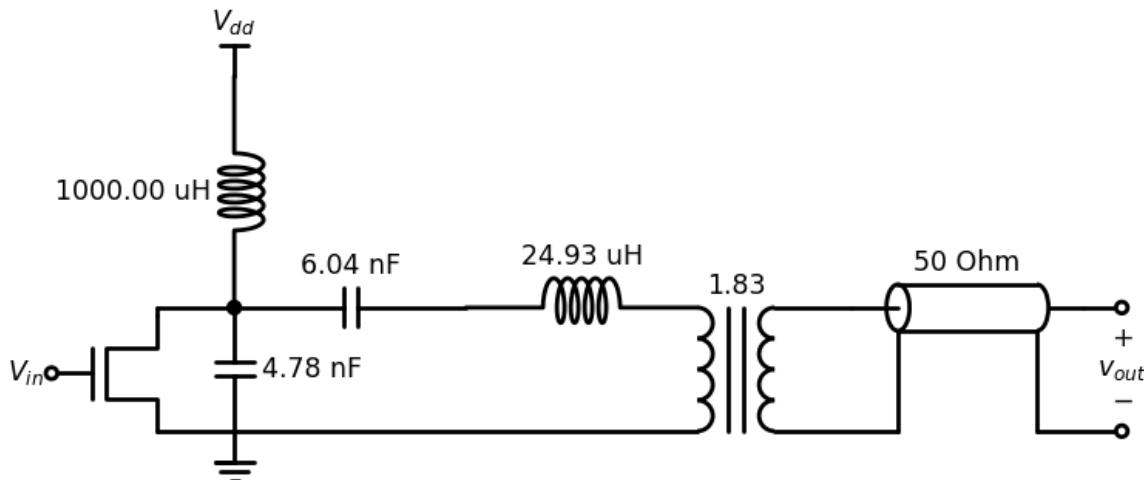
### 5.2.3 Voorbeeld 2: 50W versterker bij 137.77 kHz

Dit is een voorbeeld afkomstig van een driver voor amateur korte-golf zender. We wensen een klasse E versterker die een vermogen van 50W moet kunnen leveren bij een frequentie van 137.77 kHz, bij een voedingsspanning van 12.5V, met een Q factor van 5 en een saturatiespanning van de bipolaire transistor van 0.9 V. Wanneer we de vergelijkingen Eq.(5.2) tot Eq.(5.5) gebruiken om de elementen van dit circuit uit te rekenen bekomen we de volgende waarden voor de verschillende componenten:

```

 $R_L = 1.39 \text{ Ohm}$ 
 $C_1 = 176.90 \text{ nF}$  (i.e. complexe impedantie van  $-6.53 \text{ i Ohm}$ )
 $C_2 = 222.56 \text{ nF}$  (i.e. complexe impedantie van  $-5.19 \text{ i Ohm}$ )
 $L_2 = 8.03 \text{ uH}$  (i.e. complexe impedantie van  $6.95 \text{ i Ohm}$ )
Totale complexe impedantie (seriekring):  $1.76 \text{ i Ohm}$ 
Maximale stroom uit de voeding:  $4310.34 \text{ mA}$ 
Maximale source-drain spanning (transistor):  $55.62 \text{ V}$ 
Hierbij werd een 80% veiligheidsmarge genomen
    
```

(Vervolgt op volgende pagina)



Figuur 5.16: Voorbeeld 1 : Aanpassing 50 Ohm

(Vervolgd van vorige pagina)

We kunnen de uitgang omwerken naar een impedantie van 50 Ohm door een transformator met wikkelperhouding: 6.00

Spice Listing 5.2: Klasse E spice file

```
* Class E amp 1
M_M1      2 1 0 0 FDB33N25
L_L1      2 3 270uH
C_C1      2 0 176.9nF
L_L2      4 5 8.03uH
C_C2      2 4 222.56nF
R_RL      5 0 1.39
V_Vdd    3 0 12.5V
V_Vin     1 0 PULSE(0 9 3.65u 20n 20n 3.65u 7.3u) DC=0
.model FDB33N25 VDMOS (Rg=3 Rd=40m Rs=27m Vto=5.35 Kp=35 lambda=.05 Cgdmax=1.1n
↪Cgdmin=25p Cgs=1.7n Cjo=800p Is=7.94p Rb=7m mfg=Fairchild Vds=250 Ron=94m Qg=37n)
```

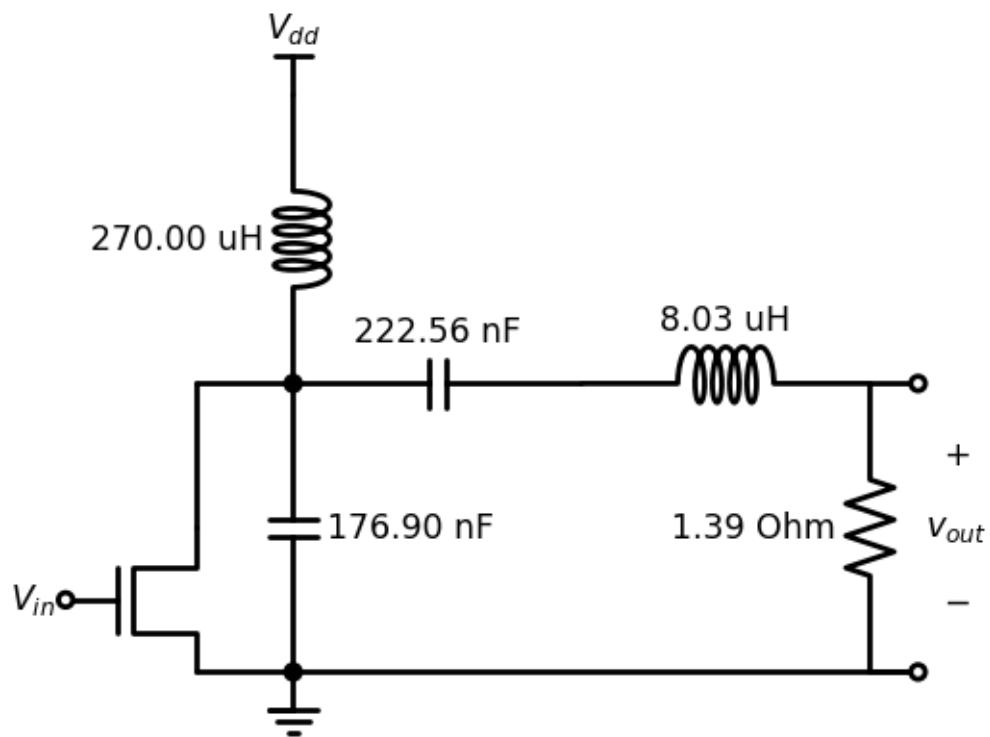
### 5.2.4 Voorbeeld 3: On-chip 2 GHz Klasse E versterker voor GSM toepassingen

In 1999 hebben King-Chun Tsai en Paul Gray een 1.9GHz klasse E versterker voor GSM en DECT telefoon toepassingen ontworpen [8]. De versterker bestaat uit 2 stages en elke stage is fully-differential uitgewerkt.

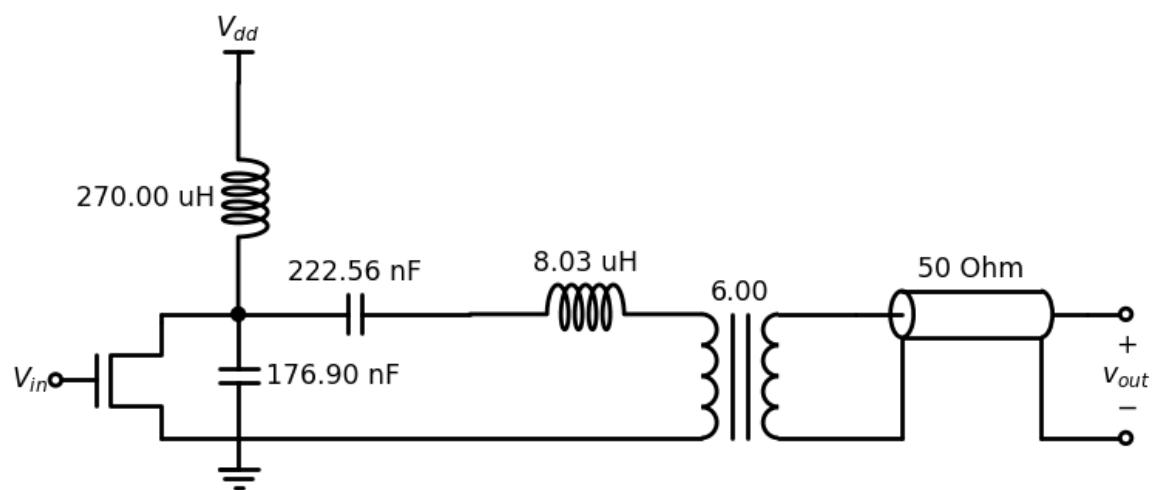
In de 2de stage herkennen we 2 gekruiste klasse E versterkers:

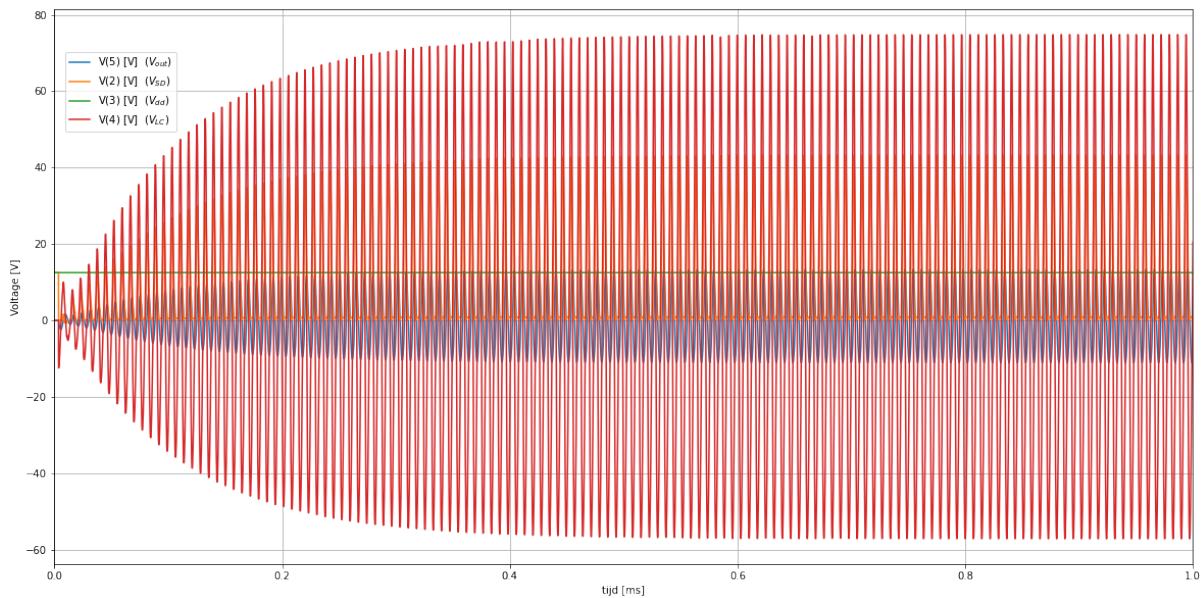
- L3 met de ingangscapaciteit van de complementaire transistor M23 die dan de kring L5 en C1 (5.1 pF) aanstuurt. De belasting is een 50 Ohm transmissielijn.
- L4 met de ingangscapaciteit van de complementaire transistor M22 die dan de kring L6 en C1 (5.1 pF) aanstuurt. De belasting is ook een 50 Ohm transmissielijn.

Hiervoren staat dan de eerste stage met ook 2 gekruiste klasse E versterkers:

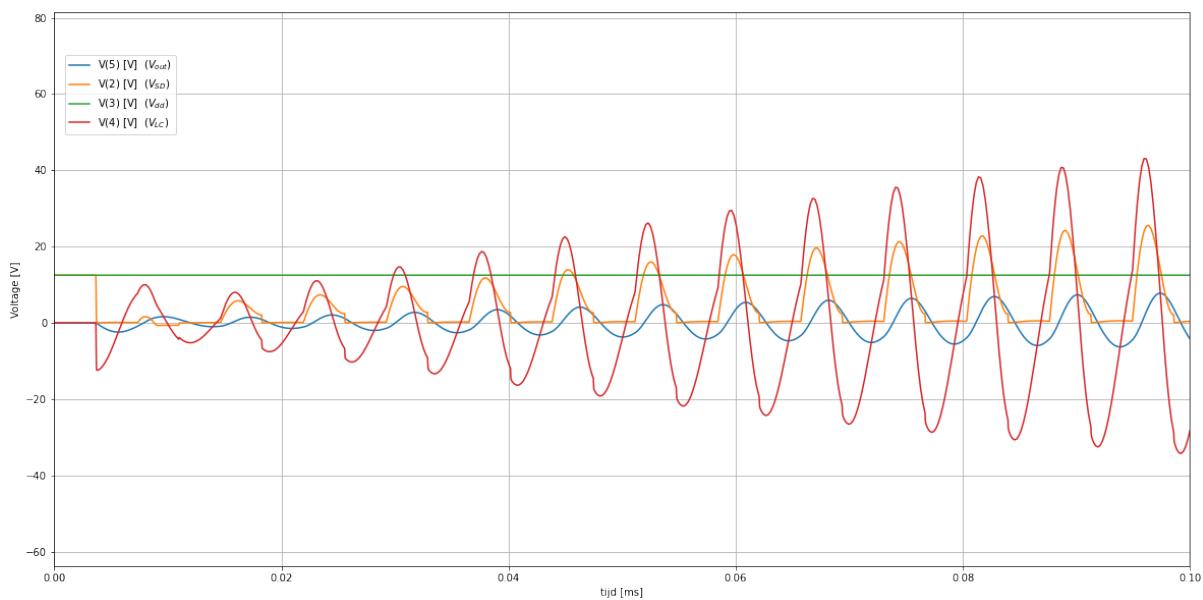


Figuur 5.17: Schema van het tweede voorbeeld met berekende waarden

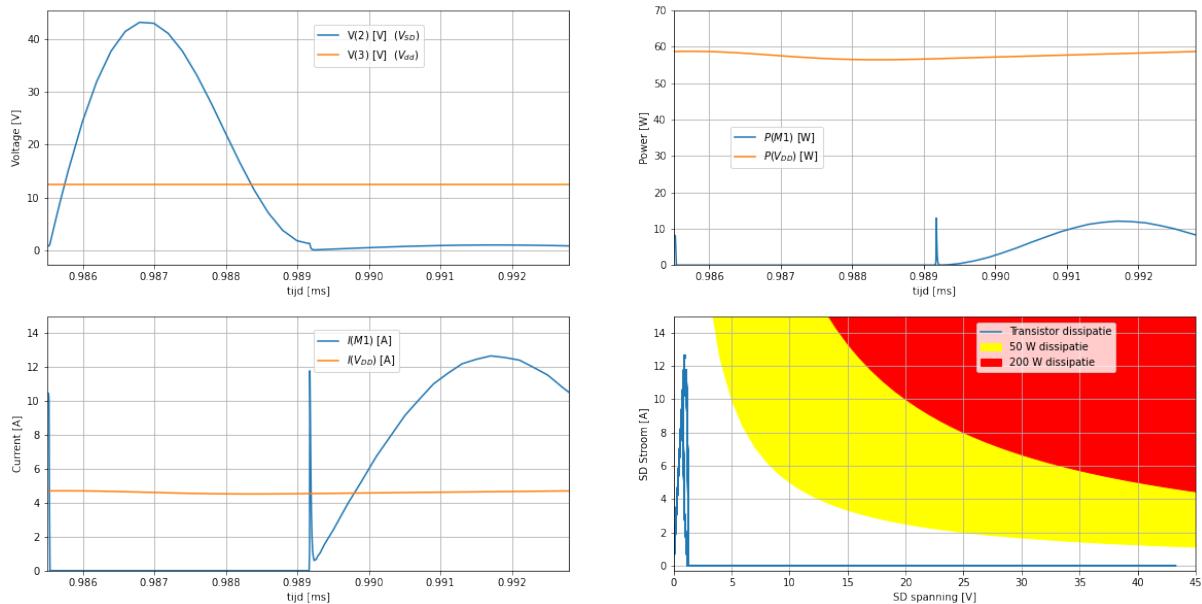
Figuur 5.18: Schema van het tweede voorbeeld met berekende waarden en aanpassing aan een  $50 \text{ Ohm}$  coax



Figuur 5.19: Voorbeeld 2: bekomen oscillatie



Figuur 5.20: Detail opstartsequentie van het tweede voorbeeld



Figuur 5.21: 1 periode van de Steady State van het tweede voorbeeld

- L1 met de ingangscapaciteit van de complementaire transistor M13 en de gate-source capaciteit van M21. Er is ook een seriekring als belasting, namelijk de gate-drain capaciteit van M21 in serie met onder andere L3. Deze seriekring is echter niet het belangrijkste. Het belangrijkste effect is spanningszwaai op de gate van M21, wat ook bekomen wordt zonder de seriekring.
- L2 met de ingangscapaciteit van de complementaire transistor M12 en de gate-source capaciteit van M24. Er is ook een seriekring als belasting, namelijk de gate-drain capaciteit van M24 in serie met onder andere L4. Deze seriekring is echter niet het belangrijkste. Het belangrijkste effect is spanningszwaai op de gate van M24, wat ook bekomen wordt zonder de seriekring.

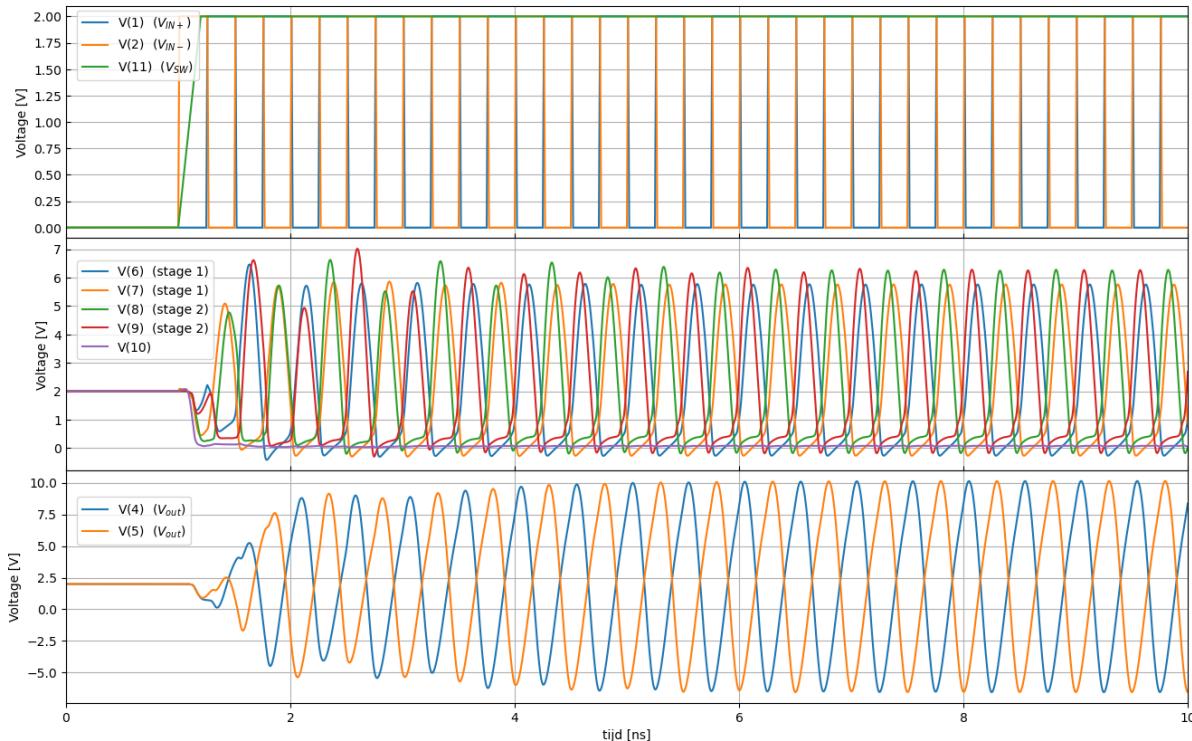
We kunnen dit schema uitwerken als een spice file (zie Spice Listing 5.3) en deze spice file simuleren.

Spice Listing 5.3: Klasse E spice file met injection locking

```

* Class E Tsai
M_SWn      0 11 10 0 nmos W=31580u L=0.35u
M_SWp      3 11 10 3 pmos W=500u L=0.35u
* stage 1
L_L1       3 6  0.37nH
L_L2       3 7  0.37nH
M_11       10 1 6 0 nmos W=980u L=0.35u
M_12       10 7 6 0 nmos W=980u L=0.35u
M_13       10 6 7 0 nmos W=980u L=0.35u
M_14       10 2 7 0 nmos W=980u L=0.35u
* stage 2
M_21       10 6 8 0 nmos W=3600u L=0.35u
M_22       10 9 8 0 nmos W=4800u L=0.35u
M_23       10 8 9 0 nmos W=4800u L=0.35u
M_24       10 7 9 0 nmos W=3600u L=0.35u
L_L3       3 8  0.37nH
L_L4       3 9  0.37nH
L_L5       8 4  0.8nH
L_L6       9 5  0.8nH
C_C1       4 5  5.1pF
* belasting
R_RL1      4 0  50
R_RL2      5 0  50
.include simul/berkeley35.lib
    
```

Het circuit is uitgevoerd in een  $0.35 \mu\text{m}$  technologie. Normaal kan deze technologie gebruik maken van 5V voedingsspanning. Toch gebruiken we dit circuit met een voedingsspanning tussen de 1V en 2V. Dit is omdat er door de oscillatie hogere gate-spanningen worden bekomen en de maximale spanning over de gate is 5V.



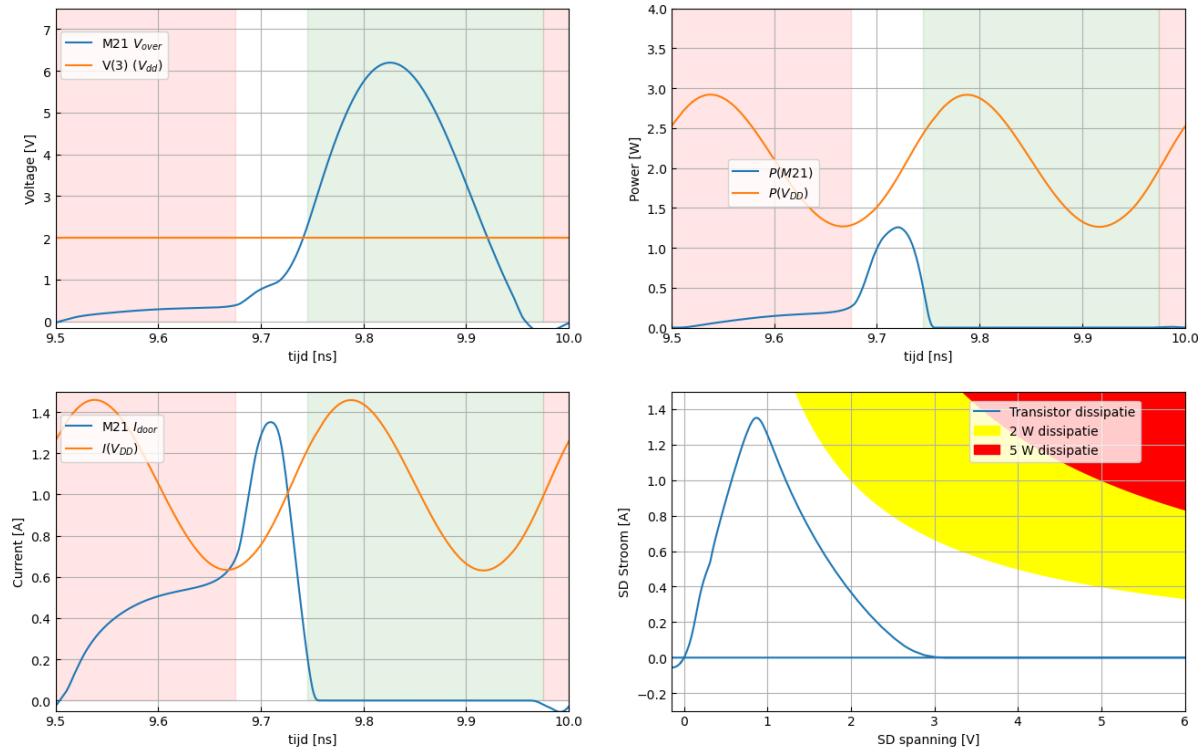
Figuur 5.22: (boven) aangelegde spanningen, (midden) spanning op de interne knopen en (onder) bekomen spanningen van het schema van Tsai\\_schema.

Figuur 5.22 toont de eerste 20 periodes uit de simulatie van het circuit. We merken op dat na ongeveer 10 periodes de uitgangssignalen in fase gaan lopen met de ingangssignalen.

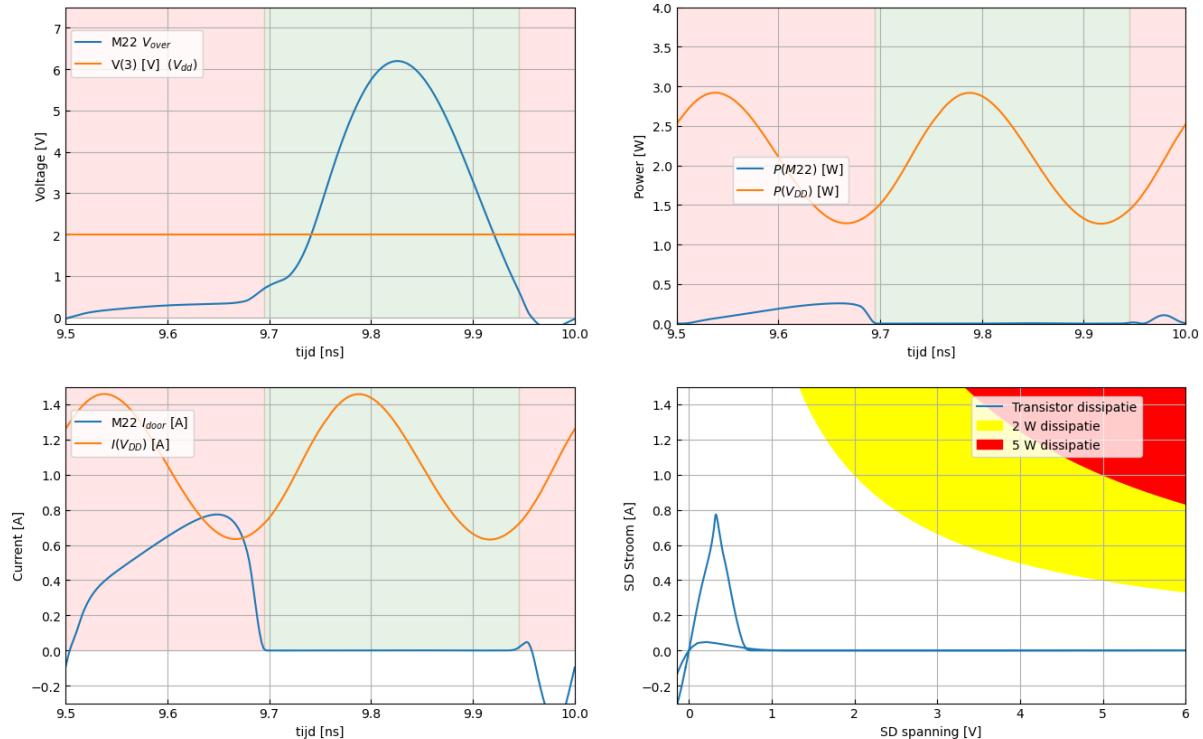
Figuur 5.23 gaat dieper in op de input transistor (M21) van stage 2. We herkennen de gebieden zonder stroom en met veel spanning over de transistor (groene achtergrond) en de gebieden met veel stroom en een beperkte spanning over de transistor (rode achtergrond). Toch is er ook een gebied waarin we zowel hoge stromen als hoge spanningen bekomen (witte achtergrond). In dit gebied hebben we dus geen perfecte klasse E werking. De tweede input transistor van stage 2 (M24) gedraagt zich op dezelfde wijze. Figuur 5.24 toont hetzelfde voor de kruisgekoppelde transistor (M22) van stage 2. Hier kunnen we wel de totale periode opdelen in de 2 gebieden die de Klasse E kenmerken. De tweede kruisgekoppelde transistor van stage 2 (M23) gedraagt zich op dezelfde wijze.

### 5.3 Overzicht van de state-of-the-art

In Tabel 5.1 tonen we een overzicht van de state-of-the-art voor on chip klasse E versterkers. We merken op dat er vermogens tot 37 W kunnen bekomen worden met de 180 nm nodes. Voor de oudere 500 nm nodes kunnen er vermogens tot 100 W bekomen worden. Dit is vooral omdat er op de oudere technologienodes ook hogere spanningen kunnen gebruikt worden (tot 40V). De frequenties voor deze ontwerpen blijven beperkt tot 6 tot 13.56 MHz.



Figuur 5.23: Spanning over (linksboven), stroom door (linksonder) en vermogendissipatie (rechtsboven) van de input transistor van stage 2 (M21) als functie van de tijd.(rechtsonder) De stroomdoor als functie van de spanning over M21. De gebieden met hoge spanning zonder stroom zijn in het groen aangegeven. De gebieden met hoge stroom en een beperkte spanning zijn in het rood aangegeven.



Figuur 5.24: Spanning over (linksboven), stroom door (linksonder) en vermogendissipatie (rechtsboven) van de koppeletransistor van stage 2 (M22) als functie van de tijd.(rechtsonder) De stroom door als functie van de spanning over M22. De gebieden met hoge spanning zonder stroom zijn in het groen aangegeven. De gebieden met hoge stroom en een beperkte spanning zijn in het rood aangegeven.

Tabel 5.1: Overzicht van de state-of-the-art

	IS- SCC'18 [9]	ISSCC'19 [10]	ISSCC'24 [11]	JSSC'24 [12]	ISSCC'25 [13]	ES- SERC'25 [x]
Process node	0.5 um	0.5 um	0.18 um	0.18 um	0.18 um	0.18 um
Technologie	CMOS SOI	CMOS SOI	BCD	BCD SOI	SOI	BCD
Type	Klasse E	differentiële klasse E	Hybride klasse ED	gereguleerde Klasse E	Klasse E	Klasse E
$V_{in}$ [V]	40	40	7.4	10	20-35	10-20
Frequentie [MHz]	6.78	13.56	6.78	6.78	6.78	6.78
Piek output po- wer [W]	70	100	27	27	33	37.8
Piek Tx effici- entie [%]	90	91	N.A.	N.A.	94.2	94
Piek E2E effici- entie [%]	N.A.	N.A.	82	80	74.7	86.3

## 5.4 Samenvatting en Conclusies

### 5.4.1 Belangrijkste Eigenschappen van Klasse E Versterkers

De klasse E versterker biedt verschillende belangrijke voordelen:

- **Efficiëntie:**
  - Theoretisch tot 100% efficiëntie mogelijk
  - Praktisch 85-95% haalbaar
  - Ideaal voor batterij-gevoede toepassingen
- **Frequentiebereik:**
  - Optimaal voor hoogfrequent toepassingen (MHz-GHz)
  - Beperkte bandbreedte rond resonantiefrequentie
  - Geschikt voor narrowband communicatie
- **Implementatie:**
  - Eenvoudige topologie met één transistor
  - Kritische timing tussen spanning en stroom
  - Nauwkeurige componentwaarden vereist

## 5.4.2 Toepassingsgebieden

- **Moderne Communicatiesystemen:**
  - GSM/UMTS/LTE zendversterkers
  - WiFi en Bluetooth transmitters
  - RFID en NFC systemen
  - Satellietcommunicatie
- **Vooruitblik:**
  - 5G millimeter-golf toepassingen
  - IoT low-power transmitters
  - Draadloze energieoverdracht
  - Geïntegreerde on-chip oplossingen

## **Deel III**

### **Filters**

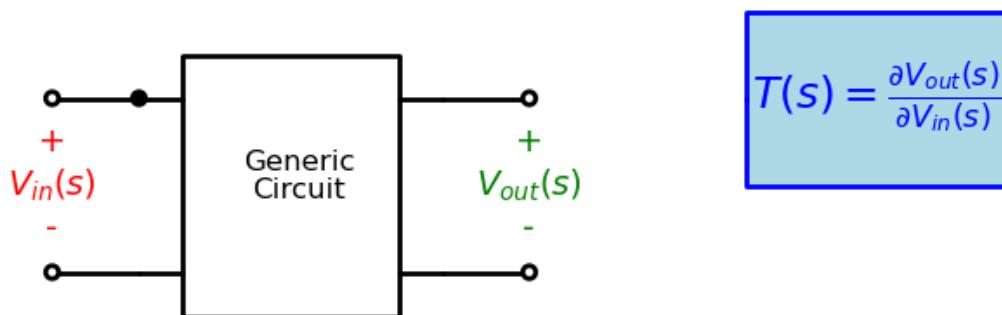
# HOOFDSTUK 6

## Filter Design

In dit hoofdstuk bespreken we het ontwerp van circuits waarbij we een vooraf bepaalde frequentie karakteristiek willen bekomen. In het eerste deel van dit hoofdstuk doen we dit in heel algemene termen, voor een willekeurige frequentie karakteristiek. In het tweede deel van dit hoofdstuk gaan we dan dieper in op het ontwerp van specifieke filters die vaak voorkomen.

### 6.1 Aanpak en algemeen perspectief

Het ontwerp van een filter is eigenlijk het ontwerp van een zo compact mogelijk elektronisch circuit dat voldoet aan de vooraf opgelegde specificaties. In die zin is een filterontwerp een synthese oefening die het omgekeerde is van een analyse oefening. Daarom vertrekken we eerst van de analyse van een circuit. [Figuur 6.1](#) toont zo een algemeen circuit waar we een zeker ingangssignaal hebben ( $V_{in}(s)$ ) en als gevolg daarvan een zeker uitgangssignaal bekomen ( $V_{out}(s)$ ). De parameter  $s$  is hierin de Laplace parameter en komt overeen met  $j\omega$



Figuur 6.1: Schematisch overzicht van een algemeen circuit

Het circuit in [Figuur 6.1](#) kunnen we oplossen door de MNA methode.  $V_{in}(s)$  is een spanningsbron en staat dus in het tweede lid van de MNA matrix, terwijl  $V_{in}(s)$  een spanning is op een knoop, en dus in het eerste lid zal staan.

De matrix die we daardoor bekomen is:

$$\begin{bmatrix} \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \cdots & & \cdots & & \cdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \cdots & & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{out}(s) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ V_{in}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Elk van de elementen is van de vorm:  $c_1j\omega + c_2 + c_3\frac{1}{j\omega}$ .

Op basis van de methode van de determinanten kunnen we deze matrix oplossen. Als we deze determinant helemaal uitschrijven krijgen we de volgende oplossing:

$$T(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = \frac{\sum_{i=0}^{2n} a_i(j\omega)^i}{\sum_{i=0}^{2n} b_i(j\omega)^i}$$

met  $n$  het aantal knopen in het circuit. Het feit dat er in de som  $2n$  voorkomt is omdat er in elk van de elementen van de matrix zowel een spoel als een condensator kan voorkomen. Veel circuits hebben echter geen spoelen (omdat deze moeilijk in te bouwen zijn op geïntegreerde schakelingen). In dat geval kunnen we de oplossing verder vereenvoudigen tot:

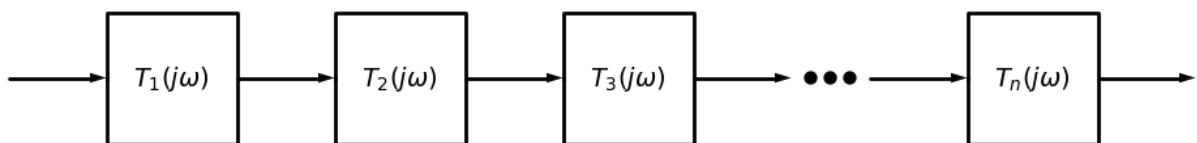
$$T(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = \frac{\sum_{i=0}^n a_i(j\omega)^i}{\sum_{i=0}^n b_i(j\omega)^i}$$

Wat ons dus tot de conclusie brengt dat de transferfunctie van een willekeurig blok zonder spoelen kan geschreven worden als de deling van 2 veeltermen van de orde  $n$  met reële coëfficiënten, waarbij  $n$  het aantal knopen is dat aanwezig is in het circuit. Een belangrijke eigenschap van veeltermen van orde  $n$  is dat deze ook  $n$  nulpunten hebben. Bovendien is het een eigenschap van veeltermen met reële coëfficiënten dat als er een complex nulpunt is, dat het complex toegevoegde hiervan ook een nulpunt is. Als gevolg hiervan kunnen we de transferfunctie  $T(j\omega)$  herschrijven als:

$$T(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = \frac{\prod_{i=0}^n (j\omega - n_i)}{\prod_{i=0}^n (j\omega - p_i)}$$

Waarbij  $n_i$  de nulpunten zijn van de transferfunctie en  $p_i$  de polen zijn van de transferfunctie

$$T(j\omega) = \frac{\prod_{i=0}^n (j\omega - n_i)}{\prod_{i=0}^n (j\omega - p_i)} = T_1(j\omega) \times T_2(j\omega) \times T_3(j\omega) \times \cdots \times T_n(j\omega)$$



Figuur 6.2: Hardware implementatie in opeenvolgende building blocks

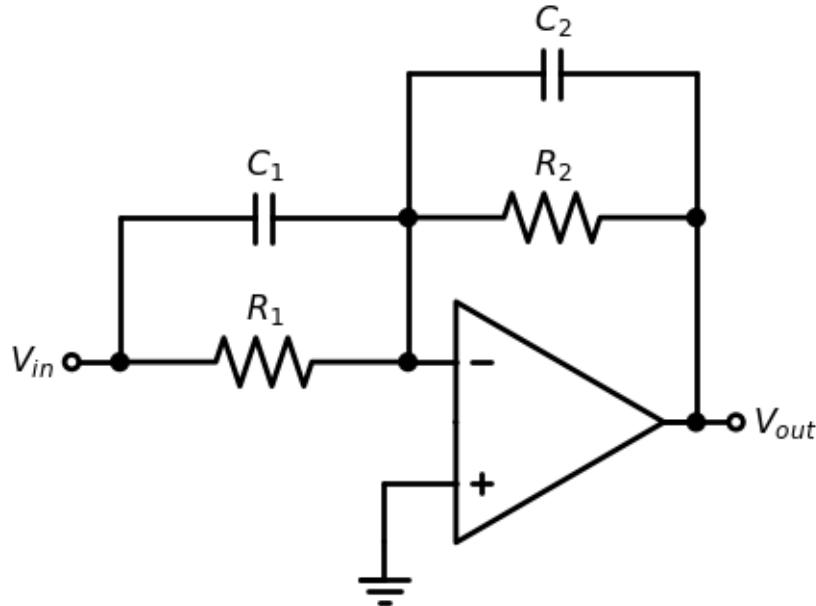
## 6.2 Eerste en tweede orde filters

### 6.2.1 Eerste orde filter bouwblokken

De transfer functie van een eerste orde blok is:

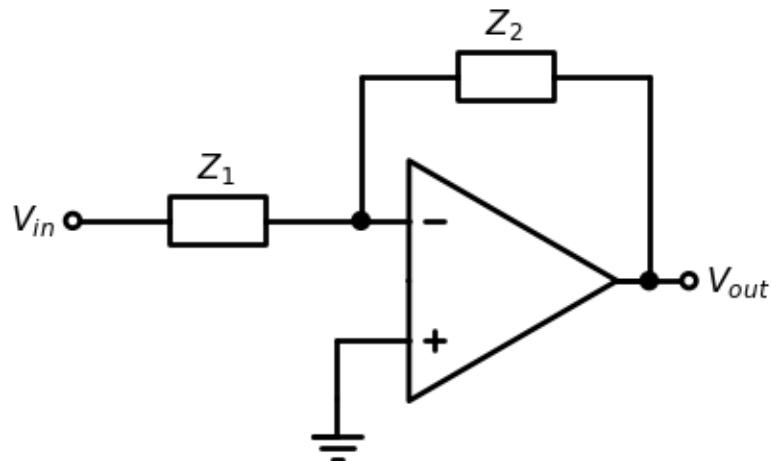
$$V_{out} = -\frac{b_1(j\omega) + b_0}{a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

Figuur 6.3 toont een algemene bouwblok om een eerste orde filter mee te maken.



Figuur 6.3: Basisblok van een algemeen eerste orde filter.

Om dit basisblok in detail te berekenen schrijven we dit eerst in functie van de 2 impedanties  $Z_1$  en  $Z_2$  (zie Figuur 6.4).



Figuur 6.4: Basisblok van een algemeen eerste orde filter, beschreven in functie van de impedanties.

De uitgang  $V_{out}$  van dit bouwblok kunnen we schrijven als functie van de ingang  $V_{in}$  als het volgt:

$$V_{out} \approx -\frac{Z_2}{Z_1} V_{in}$$

met

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega C_1 + \frac{1}{R_1}$$

$$\frac{1}{Z_2} = j\omega C_2 + \frac{1}{R_2}$$

Indien  $C_1$  en  $C_2$  niet nul zijn, kunnen we dit verder uitwerken als:

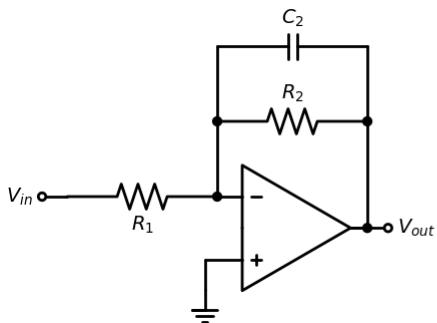
$$V_{out} \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{j\omega + \frac{1}{R_1 C_1}}{j\omega + \frac{1}{R_2 C_2}} V_{in}$$

$$V_{out} \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{j\omega - n_1}{j\omega - p_1} V_{in}$$

waarbij  $n_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$  en  $p_1 = \frac{1}{R_2 C_2}$ . Het bovenstaande bouwblok kunnen we in zijn algemene vorm gebruiken (met dus 2 weerstanden en 2 condensatoren), waarbij we zowel een pool als een nul bekomen. Voor heel wat toepassingen kunnen we echter een van de 4 elementen weglaten. [Figuur 6.5](#) toont het circuit voor een eerste orde laagdoorlaat met transferfunctie:

$$V_{out} \approx -\frac{1}{R_1 C_2} \frac{1}{j\omega - p_1} V_{in}$$

wat bij voldoende lage frequentie  $V_{out} \approx -\frac{R_2}{R_1} V_{in}$  geeft

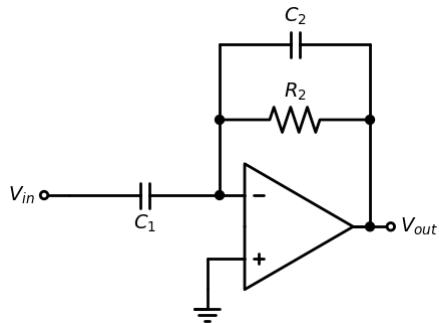


$$T(j\omega) = -\frac{1}{R_1 C_2} \frac{1}{j\omega + \frac{1}{R_2 C_2}} = -A \frac{1}{j\omega - p_1}$$

Figuur 6.5: Eerste orde laagdoorlaatfilter.

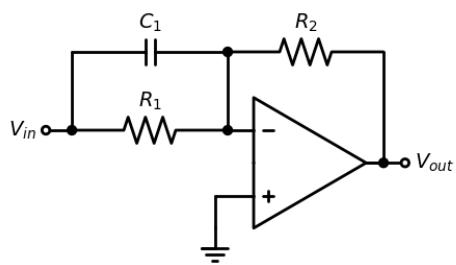
Op een gelijkaardige wijze kunnen we uitrekenen dat het circuit in [Figuur 6.6](#) ons een hoogdoorlaatfilter geeft met responsie:

$$V_{out} \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{j\omega}{j\omega - p_1} V_{in}$$



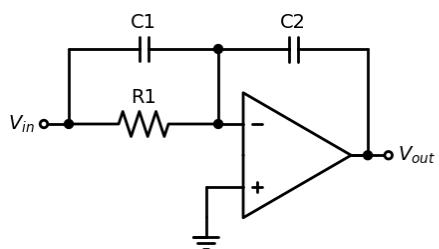
$$T(j\omega) = -\frac{C_1}{C_2 j\omega + \frac{1}{R_2 C_2}} = -A \frac{j\omega}{j\omega - p_1}$$

Figuur 6.6: Eerste orde hoogdoorlaatfilter.



$$T(j\omega) = -R_2 C_1 \frac{j\omega + \frac{1}{R_1 C_1}}{1} = -A \frac{j\omega + n_o}{1}$$

Figuur 6.7: Eerste orde filter met nul



$$T(j\omega) = -\frac{C_1 j\omega + \frac{1}{R_1 C_1}}{C_2 j\omega} = -A \frac{j\omega + n_o}{j\omega}$$

Figuur 6.8: Eerste orde filter met nul en pool op oneindig

## 6.2.2 Tweede orde filter blokken

De transfer functie van een tweede orde blok is:

$$V_{out} = -\frac{b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

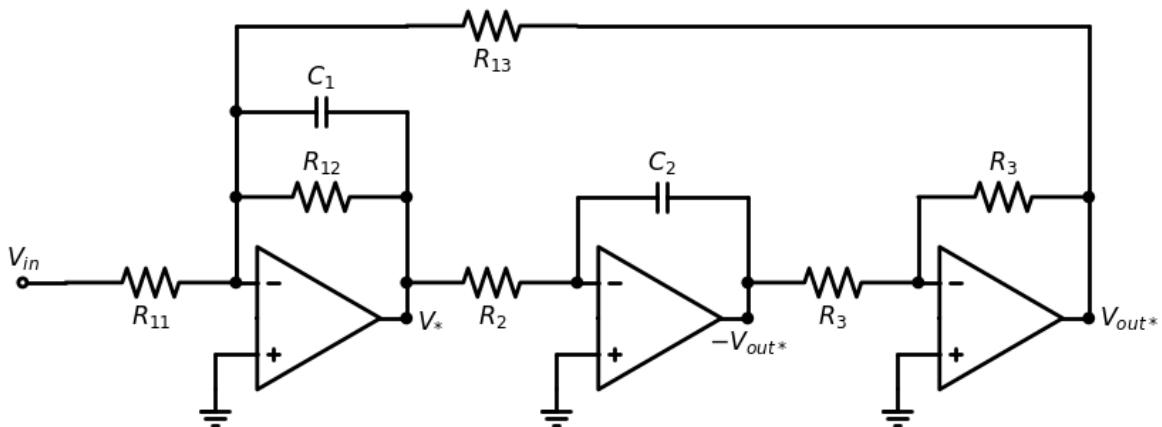
Dit algemene tweede orde blok kan uitgewerkt worden in een BiQuad filter. Maar het algemene BiQuad blok vereist 4 Opamps. Daarom is het voor de meeste toepassingen handig gebruik te maken van de Sallen en Key filter, die maar 1 opamp nodig heeft.

### BiQuad filter

#### Het gedeelte van het biquad circuit dat de polen bepaalt

We werken hieronder het circuit uit in 2 stappen. We berekenen hiervoor eerst de spanningen uit op de knopen van het bovenste gedeelte van het BiQuad circuit dat we tonen in [Figuur 6.9](#). Het doel van dit deel van het circuit is dit uit te rekenen als een universeel circuit voor:

$$V_{out*} = -\frac{1}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$



Figuur 6.9: Bovenste gedeelte van het BiQuad circuit.

Om het gedrag van het bovenste gedeelte van het BiQuad filter te beschrijven, werken we eerst de impedantie uit van de elementen die verschillen van de weerstanden, namelijk  $Z_1$  en  $Z_2$ :

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega C_1 + \frac{1}{R_{12}}$$

$$\frac{1}{Z_2} = j\omega C_2$$

Omdat we weten dat de derde opamp een eenvoudige inverterende opamp is, hoeven we enkel de relatie tussen in en out van de 2 eerste opamps uit te werken. We bekomen het stelsel:

$$V_* = -\frac{Z_1}{R_{11}} V_{in} - \frac{Z_1}{R_{13}} V_{out*}$$

$$-V_{out*} = -\frac{Z_2}{R_2} V_*$$

of

$$V_* = \frac{R_2}{Z_2} V_{out*}$$

wanneer we vervolgens  $V_*$  elimineren krijgen we de volgende vergelijking voor  $V_{out*}$

$$\begin{aligned} \frac{R_2}{Z_2} V_{out*} &= -\frac{Z_1}{R_{11}} V_{in} - \frac{Z_1}{R_{13}} V_{out*} \\ \left( \frac{R_2}{Z_2} + \frac{Z_1}{R_{13}} \right) V_{out*} &= -\frac{Z_1}{R_{11}} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{Z_1}{R_{11} \left( \frac{R_2}{Z_2} + \frac{Z_1}{R_{13}} \right)} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{1}{R_{11} \left( \frac{R_2}{Z_2 Z_1} + \frac{1}{R_{13}} \right)} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{1}{R_{11} \left( R_2 j\omega C_2 (j\omega C_1 + \frac{1}{R_{12}}) + \frac{1}{R_{13}} \right)} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{1}{R_{11} R_2 C_2 C_1 (j\omega)^2 + \frac{R_{11} R_2 C_2}{R_{12}} (j\omega) + \frac{R_{11}}{R_{13}}} V_{in} \end{aligned}$$

En  $V_*$  wordt dan:

$$V_* = -\frac{C_2 R_2 j\omega}{R_{11} R_2 C_2 C_1 (j\omega)^2 + \frac{R_{11} R_2 C_2}{R_{12}} (j\omega) + \frac{R_{11}}{R_{13}}} V_{in}$$

Dit kunnen we vervolgens herschrijven als

$$V_{out*} = -\frac{1}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in} \quad (6.1)$$

en

$$V_* = -\frac{C_2 R_2 (j\omega)}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

met

$$a_2 = R_{11} C_1 R_2 C_2 \quad (6.2)$$

$$a_1 = \frac{R_{11}}{R_{12}} R_2 C_2 \quad (6.3)$$

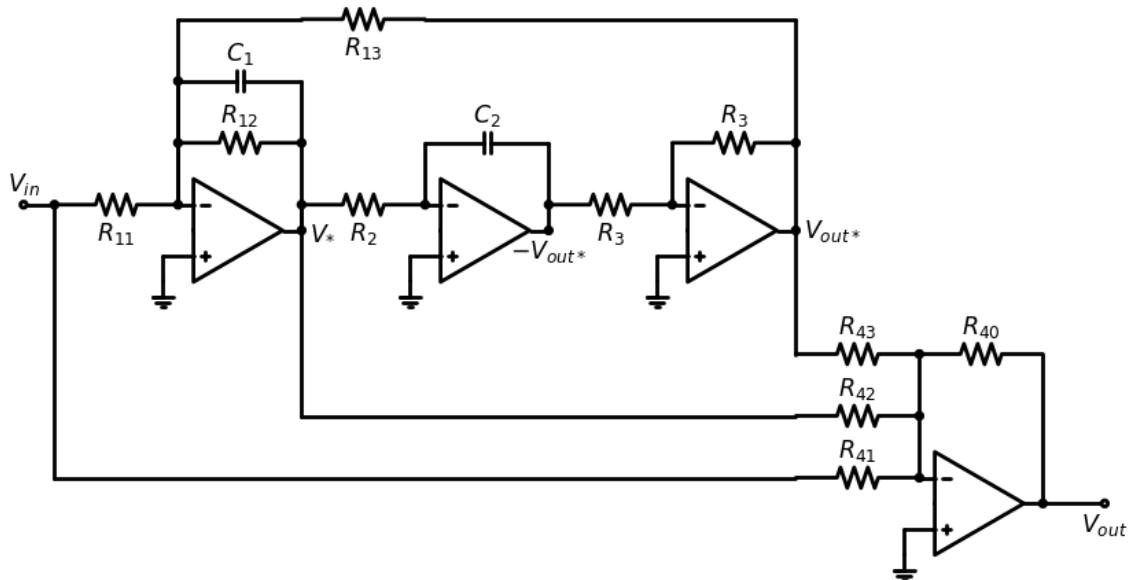
$$a_0 = \frac{R_{11}}{R_{13}} \quad (6.4)$$

We zien dus inderdaad uit vergelijkingen ((6.1),(6.2),(6.3),(6.4)) dat we dit kunnen uitwerken als de gevraagde universele oplossing op voorwaarde dat de coëfficiënten  $a_2$ ,  $a_1$  en  $a_0$  allemaal positieve coëfficiënten zijn.

## Het volledige BiQuad circuit

Het hierboven aangegeven circuit kunnen we verder uitbreiden om ook nog 2 (complexen) nullen toe te voegen. Hiervoor combineren we de spanning op 3 knopen van het circuit in [Figuur 6.9](#), namelijk  $V_{in}$ ,  $V_*$  en  $V_{out*}$ . Dit geeft dan het circuit in [Figuur 6.10](#).

$$\begin{aligned} V_{out} &= -\frac{R_{40}}{R_{41}} V_{in} - \frac{R_{40}}{R_{42}} V_* - \frac{R_{40}}{R_{43}} V_{out*} \\ V_{out} &= -\frac{\frac{R_{40}}{R_{41}} (a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0) - \frac{R_{40}}{R_{42}} C_2 R_2 (j\omega) - \frac{R_{40}}{R_{43}}}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in} \end{aligned}$$



Figuur 6.10: Het volledige BiQuad circuit.

$$V_{out} = -\frac{a_2 \frac{R_{40}}{R_{41}}(j\omega)^2 + \left(a_1 \frac{R_{40}}{R_{41}} - C_2 R_2 \frac{R_{40}}{R_{42}}\right)(j\omega) + \left(a_0 \frac{R_{40}}{R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{43}}\right)}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

Dit kan dan weer herschreven worden als:

$$V_{out} = -\frac{b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

met

$$b_2 = a_2 \frac{R_{40}}{R_{41}} = \frac{R_{40}}{R_{41}} R_{11} C_1 R_2 C_2$$

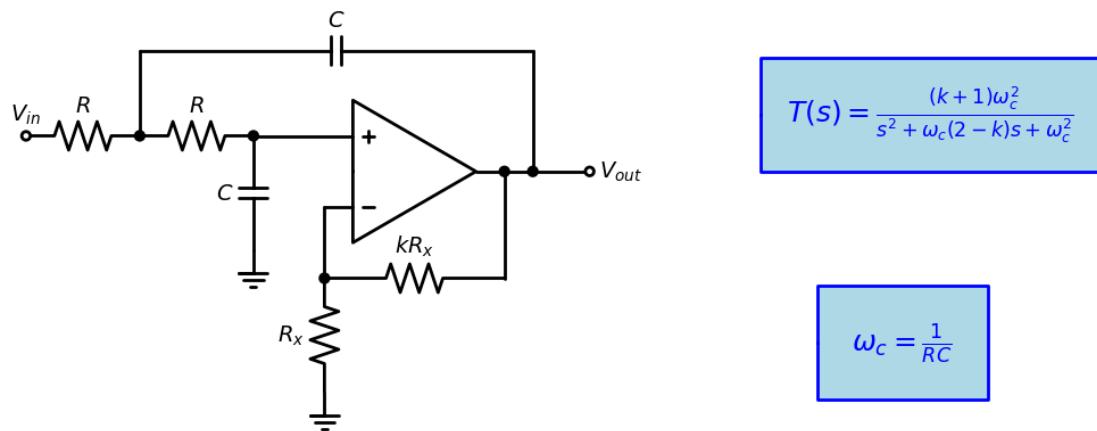
$$b_1 = a_1 \frac{R_{40}}{R_{41}} - C_2 R_2 \frac{R_{40}}{R_{42}} = \left(\frac{R_{11} R_{40}}{R_{12} R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{42}}\right) R_2 C_2$$

$$b_0 = a_0 \frac{R_{40}}{R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{43}} = \frac{R_{11}}{R_{13}} \frac{R_{40}}{R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{43}}$$

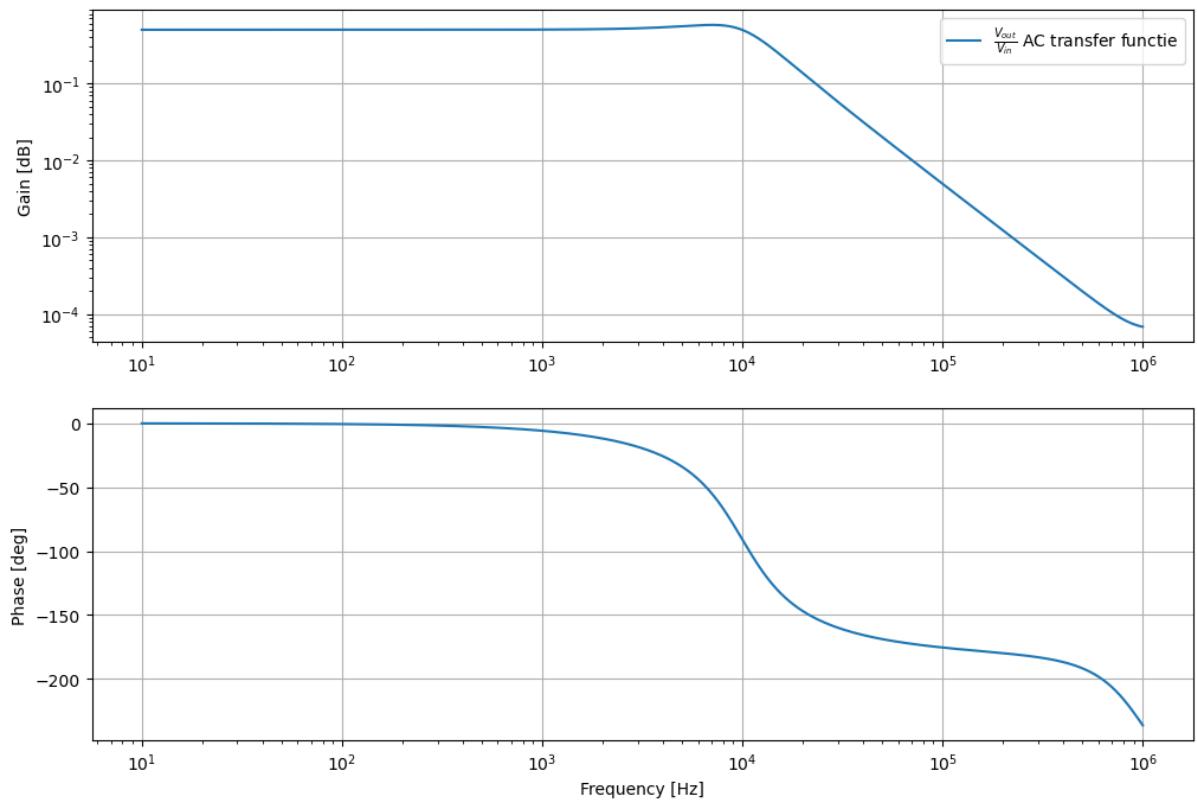
## Sallen en Key Circuit

Spice Listing 6.1: Eenvoudig circuit voor een Sallen en Key Low pass filter

```
* Sallen and Key Low pass filter
R1 1 2 10k
R2 2 3 10k
XOpAmp 3 4 8 9 5 8 opamp
C1 2 5 1.6nF
C2 3 0 1.6nF
Rkx 5 4 100k
Rx 4 0 100k
Vin 1 0 AC 0.5 0 DC 0
VPOS 8 0 DC +2.5V
VNEG 9 0 DC -2.5V
```



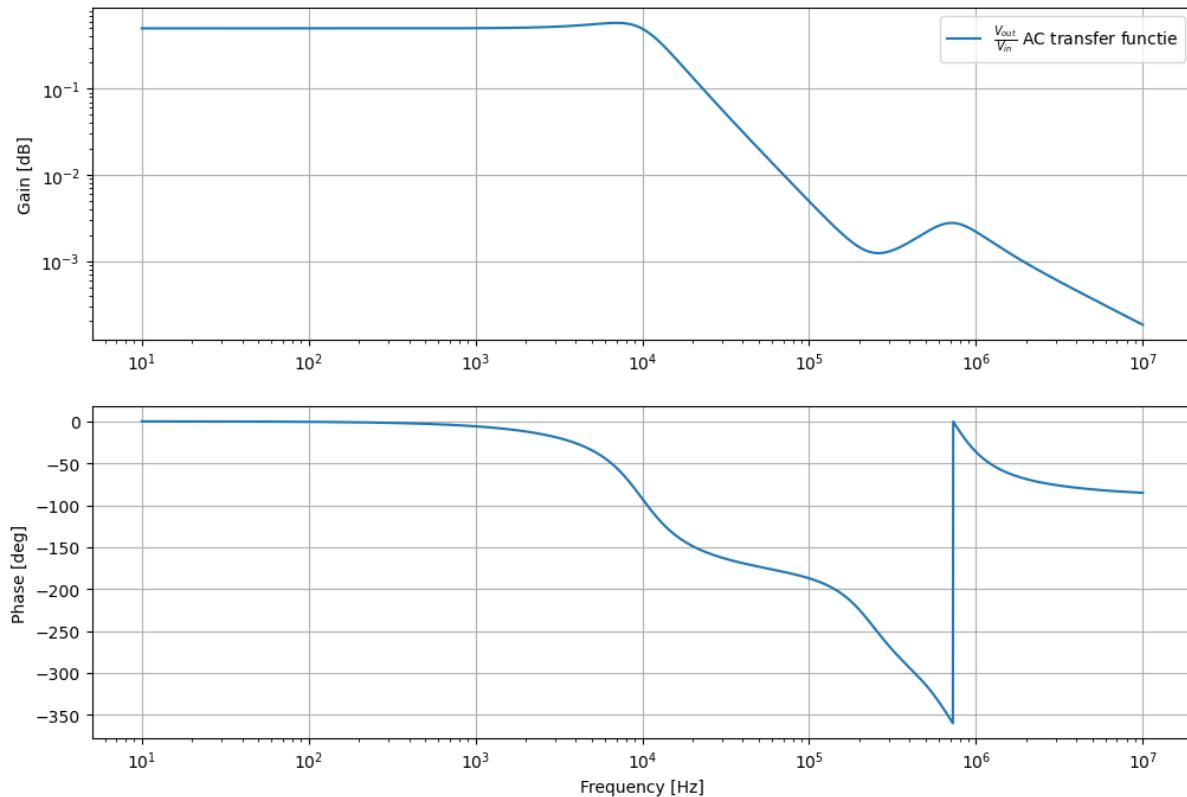
Figuur 6.11: Het Sallen en Key laagdoorlaat circuit.



Figuur 6.12: Spice simulatie van een Sallen en Key circuit met een ideale opamp

Wanneer we het circuit van Spice Listing 6.1 simuleren op basis van een ideale opamp (GBW=10MHz, versterking van 100K en een POLE bij 100Hz), krijgen we resultaat als in Figuur 6.12.

We kunnen dit circuit ook simuleren met een meer realistische opamp, bv een LMV981



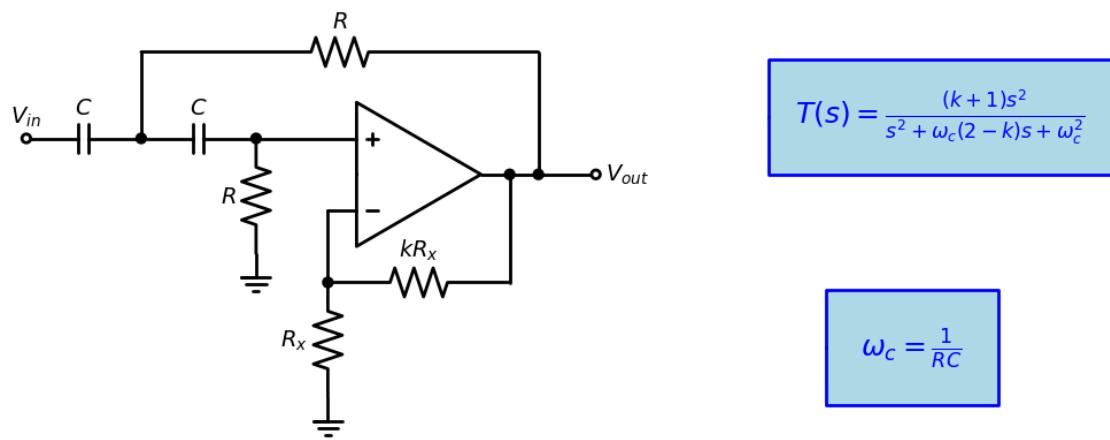
Figuur 6.13: Spice simulatie van een Sallen en Key low pass filter waarbij we gebruik maken van de LMV981 opamp. Het spice model van deze opamp is gegeven door de fabrikant aan de hand van een subcircuit.

Op dezelfde manier zijn ook de [high pass filter](#) en de [Band pass filter](#) beschreven.

## 6.3 Filter specificaties

De basisbouwblokken die hierboven beschreven zijn, laten toe circuits te ontwerpen waarbij we alle mogelijke frequentiekarakteristieken kunnen bekomen door op de juiste manier de polen en de nulpunten te bepalen. De specificaties hiervoor worden normaalgezien bepaald door de amplitude van de transferfunctie als een functie van de frequentie.

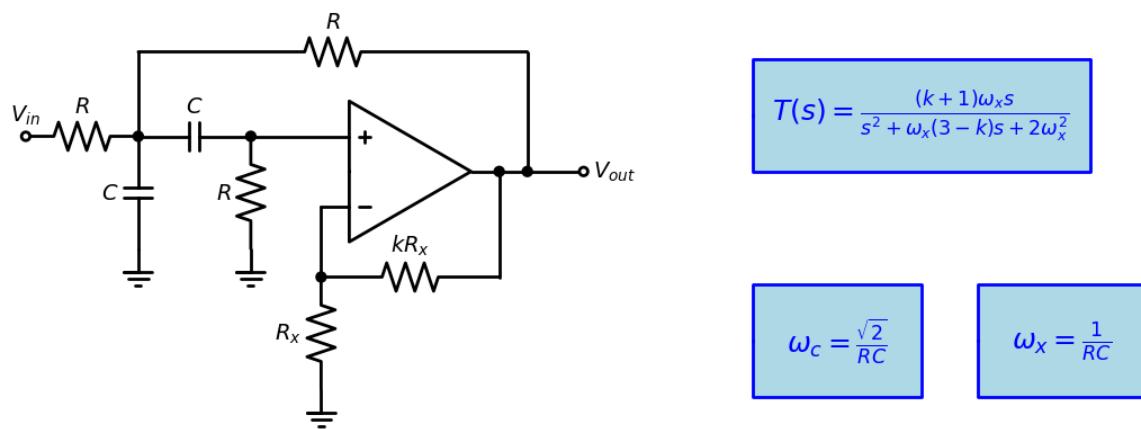
Figuur 6.17 toont de algemene template voor de filterspecificaties van een laagdoorlaatfilter. We herkennen hierop de passband (gelegen tussen de frequenties bepaald door 0 en  $\omega_p$ ) en de stopband (gelegen tussen de frequenties bepaald door  $\omega_s$  en  $\infty$ ). In de passband mag het signaal niet meer verzwakt worden dan  $A_{max}$  en in de stopband moet het meer verzwakt worden dan  $A_{min}$ . Tussen  $\omega_p$  en  $\omega_s$  hebben we dan de transitie band, waarin we de een aantal dB per decade gaan vereisen.



$$T(s) = \frac{(k+1)s^2}{s^2 + \omega_c(2-k)s + \omega_c^2}$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

Figuur 6.14: Het Sallen en Key hoogdoorlaat circuit.

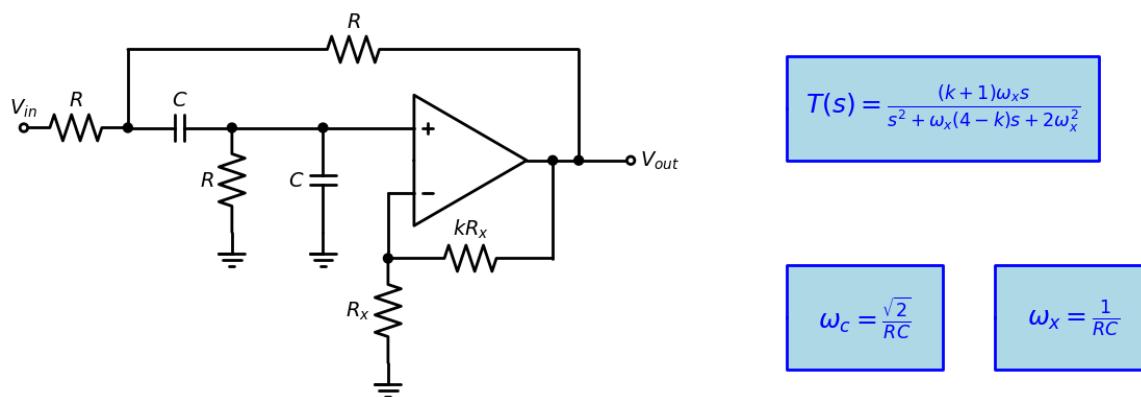


$$T(s) = \frac{(k+1)\omega_xs}{s^2 + \omega_x(3-k)s + 2\omega_x^2}$$

$$\omega_c = \frac{\sqrt{2}}{RC}$$

$$\omega_x = \frac{1}{RC}$$

Figuur 6.15: Het Sallen en Key banddoorlaat circuit.



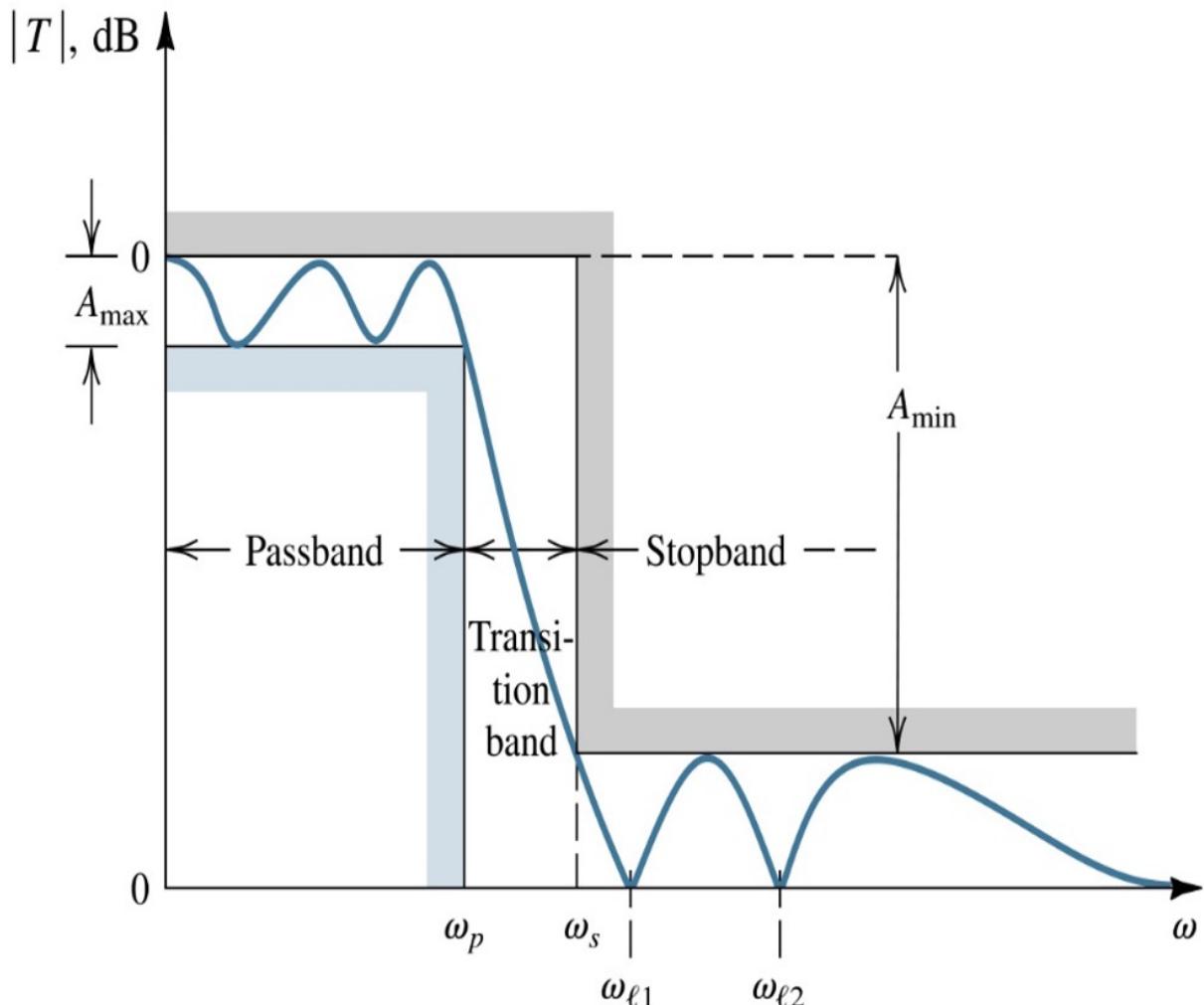
$$T(s) = \frac{(k+1)\omega_xs}{s^2 + \omega_x(4-k)s + 2\omega_x^2}$$

$$\omega_c = \frac{\sqrt{2}}{RC}$$

$$\omega_x = \frac{1}{RC}$$

Figuur 6.16: Het Sallen en Key Banddoorlaat circuit.

Figuur 6.18 toont de algemene template voor de filterspecificaties van een banddoorlaatfilter. Hierin herkennen we een passband (tussen  $\omega_{p1}$  en  $\omega_{p2}$ ) en 2 stopbanden, voor  $\omega_{s1}$  en na  $\omega_{s2}$ .



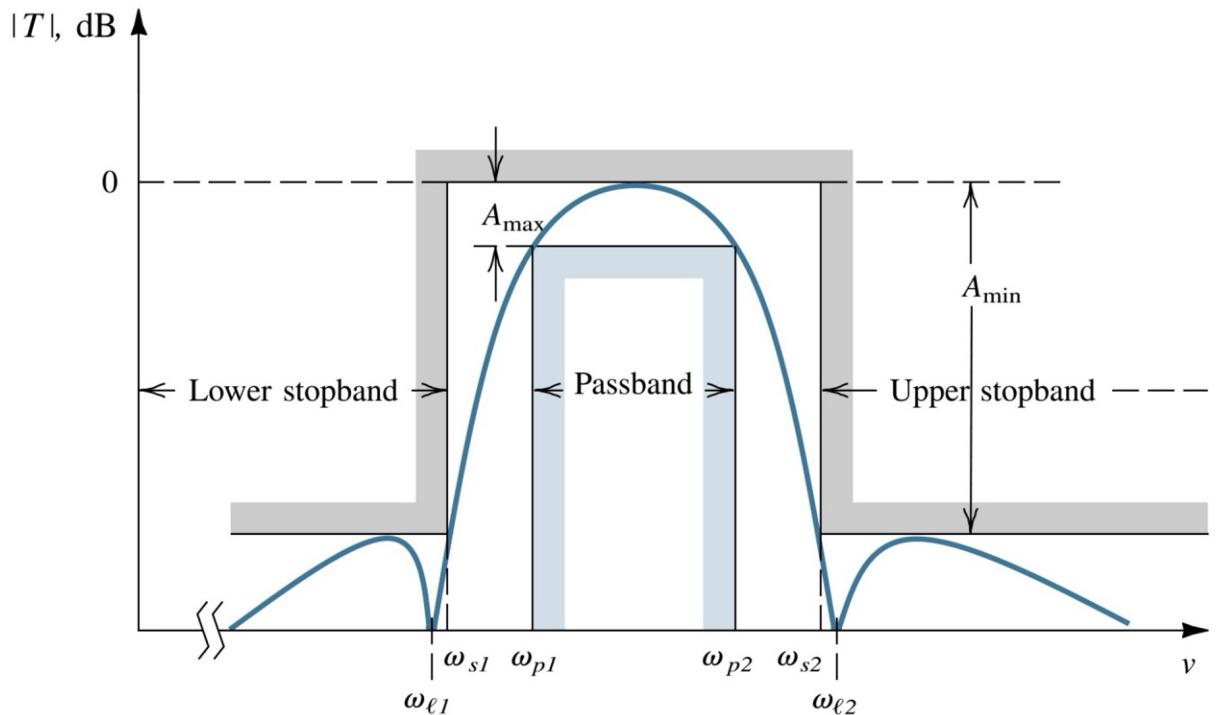
Figuur 6.17: Overzicht van de specificaties van een laagdoorlaatfilter

## 6.4 Filter types

De verschillende filters die we in dit hoofdstuk zullen ontwerpen zijn:

- Laagdoorlaat filter (**low-pass filter**)
- Hoogdoorlaat filter (**high-pass filter**)
- Alles doorlaat filter (**all-pass filter**)
- Banddoorlaat filter (**band-pass filter**)
- Bandsper filter (**band-stop filter**)

Op het eerste gezicht lijkt een allesdoorlaatfilter niet echt nuttig maar het belang hiervan zit hem in de invloed op de fase van het signaal.



Figuur 6.18: Overzicht van de specificaties van een banddoorlaatfilter

## 6.5 Frequentietransformaties

In dit deel van het hoofdstuk over filters gaan we dieper in op de manier waarop het ontwerp van een laagdoorlaatfilter kan herschreven worden naar een hoogdoorlaatfilter, een banddoorlaatfilter of een bandsper filter.

Hier voor gaan we typisch de transferfunctie herschrijven als functie van de parameter  $S$ , die gelijk is aan:

$$S = \frac{i\omega}{\omega_o}$$

Dit wil dan ook zeggen dat elke term met een pool of een nul in de vorm van  $i\omega - p_i$  of  $i\omega - n_i$  gelijk wordt aan

$$i\omega - p_i = \frac{i\omega}{\omega_o} - \frac{p_i}{\omega_o} = S - \frac{p_i}{\omega_o}$$

$$i\omega - n_i = \frac{i\omega}{\omega_o} - \frac{n_i}{\omega_o} = S - \frac{n_i}{\omega_o}$$

Het nu vervolgens de  $S$  in de bovenstaande termen die we gaan vervangen door een andere term en dan gaan bekijken waar de nieuwe polen en nullen komen te liggen.

### 6.5.1 Omrekenen van een laagdoorlaatfilter naar een hoogdoorlaatfilter

De frequentietransformatie die we hiervoor gebruiken is:

$$S = \frac{\omega_o}{i\omega}$$

De termen van de vorm  $S - \frac{p_i}{\omega_o}$  kunnen we vervolgens herschrijven door de  $S$  in te vullen.

$$S - \frac{p_i}{\omega_o} = \frac{\omega_o}{i\omega} - \frac{p_i}{\omega_o} = \frac{\omega_o - \frac{p_i}{\omega_o} i\omega}{i\omega} = -\frac{\omega_o}{p_i} \frac{i\omega - \frac{\omega_o^2}{p_i}}{i\omega}$$

Na deze transformatie van laagdoorlaatfilter naar hoogdoorlaatfilter hebben we dus een nieuwe pool  $\frac{\omega_o^2}{p_i}$  en een nieuwe nul (op 0) gekomen, maar in het geval van een Butterworth filter gaat dat niet het geval zijn, want we kunnen de polen van de Butterworth filter schrijven als:

$$p_i = \omega_o(\cos(\phi) + i \sin(\phi))$$

In dat geval gaat

$$\frac{\omega_o^2}{p_i} = \frac{\omega_o^2}{\omega_o(\cos(\phi) + i \sin(\phi))} = \omega_o(\cos(\phi) - i \sin(\phi))$$

wat dus de complex toegevoegde is van de originele pool. En aangezien de polen steeds in complex toegevoegde paren moeten voorkomen veranderen de polen van de Butterworth filter niet maar komen er wel nullen bij. Voor de Chebyshev filters veranderen de polen door deze transformatie wel van plaats.

Hetzelfde kunnen we dan doen voor de eventuele termen van de vorm  $S - \frac{n_i}{\omega_o}$

### 6.5.2 Omrekenen van een laagdoorlaatfilter naar een banddoorlaatfilter

De frequentietransformatie die we hiervoor gebruiken is:

$$S = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega}$$

Ook hier kunnen we de termen van de vorm  $S - \frac{p_i}{\omega_o}$  en  $S - \frac{n_i}{\omega_o}$  zoals hierboven herschrijven. We werken dat hieronder uit aan de hand van een voorbeeld.

### 6.5.3 Voorbeeld: Omrekenen van de polen van een 2de orde laagdoorlaatfilter naar een 2de orde banddoorlaatfilter

In deze paragraaf rekenen we de polen van een 2de orde banddoorlaatfilter uit op basis van een 2de orde laagdoorlaatfilter. Als vertrekbasis nemen we een 2de orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 50 kHz. De polen van deze Butterworth laagdoorlaatfilter zijn:

$$p_1 = -\omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$$

$$p_2 = -\omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$$

waarbij  $\omega_o = 2\pi 50000$ . En de transferfunctie is:

$$T(i\omega) = \frac{p_1 p_2}{(i\omega - p_1)(i\omega - p_2)}$$

Als een gevolg hiervan kunnen we de termen in de noemer van de transferfunctie als volgt weergeven:

$$i\omega - p_1 = i\omega + \omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) = \omega_o \left( \frac{i\omega}{\omega_o} + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) \right)$$

$$i\omega - p_2 = i\omega + \omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) = \omega_o \left( \frac{i\omega}{\omega_o} + \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) \right)$$

Dit kunnen we nu uitdrukken als een functie van de parameter  $S$  waarbij

$$S = \frac{i\omega}{\omega_o}$$

Dit geeft dan:

$$i\omega - p_1 = \omega_o \left( S + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) \right)$$

$$i\omega - p_2 = \omega_o \left( S + \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) \right)$$

Voor de overeenstemmende banddoorlaatfilter kunnen we stellen:

$$S = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega}$$

Wanneer we dit opnieuw invullen in de beide bovenstaande termen krijgen we:

$$\begin{aligned} & \omega_o \left( \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega} + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) \right) \\ & \omega_o \left( \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega} + \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) \right) \end{aligned}$$

We kunnen nu beide termen op gelijke noemer brengen. Dit geeft ons:

$$\begin{aligned} & \frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left( \frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right) \\ & \frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left( \frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right) \end{aligned}$$

De nieuwe transferfunctie wordt dan:

$$T(i\omega) = \frac{p_1 p_2}{\frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left( \frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right) \frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left( \frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right)}$$

Dit kunnen we verder uitwerken als:

$$T(i\omega) = \frac{(\omega_2 - \omega_1)^2 (i\omega)^2}{\left( (i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2 \right) \left( (i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2 \right)}$$

In de noemer zien we nu 2 kwadratische vergelijkingen in  $i\omega$  staan. we kunnen voor elk van deze vergelijkingen de nulpunten uitrekenen. Dit levert ons de volgende 4 polen op:

$$\begin{aligned} p_{1,1} &= \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(\omega_2 - \omega_1) + \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2} \\ p_{1,2} &= \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(\omega_2 - \omega_1) - \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2} \\ p_{2,1} &= \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)(\omega_2 - \omega_1) + \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2} \\ p_{2,2} &= \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)(\omega_2 - \omega_1) - \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2} \end{aligned}$$

In het geval dat we nu  $\omega_2 = 3\omega_o$  en  $\omega_1 = \omega_o$  kunnen we dit verder vereenvoudigen.

$$\begin{aligned} p_{1,1} &= \omega_o \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) + \sqrt{i-3} \right) \\ p_{1,2} &= \omega_o \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) - \sqrt{i-3} \right) \\ p_{2,1} &= \omega_o \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) + \sqrt{-i-3} \right) \end{aligned}$$

$$p_{2,2} = \omega_o \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) - \sqrt{-i-3} \right)$$

Wanneer we deze polen in meer detail analyseren, stellen we vast dat we inderdaad 2 paren van complex toegevoegde polen krijgen, namelijk  $(p_{1,1}, p_{2,1})$  en  $(p_{1,2}, p_{2,2})$ . Elk van deze paren kunnen we dan vervolgens met een Sallen en Key circuit uitwerken.

De numerieke waardes voor deze polen zijn:

p11 =	-132656.26200173897	+ j 329305.0471051497
p12 =	-132656.26200173897	- j 329305.0471051497
p21 =	-311632.0318140976	- j 773593.3409209863
p22 =	-311632.0318140976	+ j 773593.3409209863

We kunnen dit ook herschrijven als:

p11 =	355020.41898628714 * (-cos( 68.05859933682078 ) + j sin( 68.05859933682078 ))
p12 =	355020.41898628714 * (-cos( 68.05859933682078 ) + j sin( 68.05859933682078 ))
p21 =	834003.105731553 * (-cos( 68.05859933682078 ) + j sin( 68.05859933682078 ))
p22 =	834003.105731553 * (-cos( 68.05859933682078 ) + j sin( 68.05859933682078 ))

## 6.6 Specifieke filter blokken

De verschillende filters die we in dit hoofdstuk zullen ontwerpen zijn:

- **Butterworth** filter
- **Chebyshev** filter
- **Invers Chebyshev** filter
- **Bessel-Thomson** filter

### 6.6.1 Butterworth filters

In dit hoofdstuk werken we een aantal concrete voorbeelden uit van Butterworth filters. We vergelijken hierbij de verschillende ordes en kijken hoe deze in praktijk worden geïmplementeerd in hardware circuits.

#### Butterworth laagdoorlaatfilter van de 3de orde

Als eerste voorbeeld ontwerpen we een analoge 3de orde laagdoorlaatfilter van het type Butterworth met afsnijfrequentie 1 MHz. De transferfunctie  $H(s)$  of  $H(j\omega)$  die we bekomen is:

$$H(s) = \frac{\sum_{n=0}^M b_n s^n}{\sum_{n=0}^N a_n s^n} = \frac{\sum_{n=0}^0 b_n s^n}{\sum_{n=0}^3 a_n s^n}$$

$a_n$  en  $b_n$  zijn de coëfficiënten van de veeltermen in de transferfunctie. Aangezien we hier een derde orde laagdoorlaatfilter ontwerpen is  $M = 0$  en  $N = 3$ . Voor deze oefening is het resultaat van de berekening van deze coëfficiënten:

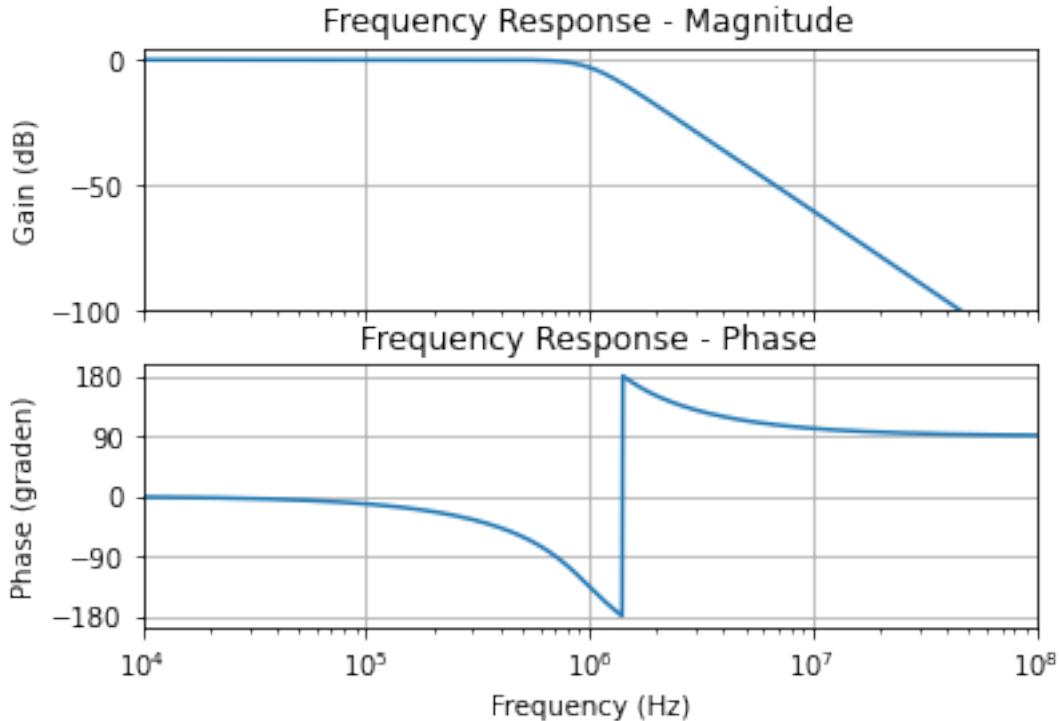
Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 2.4805021344239852e+20
Veelterm coefficienten noemer: N= 3

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```
a[ 3 ] = 1.0
a[ 2 ] = 12566370.614359174
a[ 1 ] = 78956835208714.88
a[ 0 ] = 2.4805021344239852e+20
```

Een plot van deze transferfunctie zien we in [Figuur 6.19](#). We stellen inderdaad vast dat de versterking (Gain) heel erg vlak is tot 1 MHz en daarna met 60 dB per decade afneemt.



Figuur 6.19: Amplitude en fase van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

We kunnen deze transferfunctie ook schrijven als functie van polen en nulpunten:

$$H(s) = \frac{\prod_{n=1}^M (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - p_n)} = \frac{1}{\prod_{n=1}^3 (s - p_n)}$$

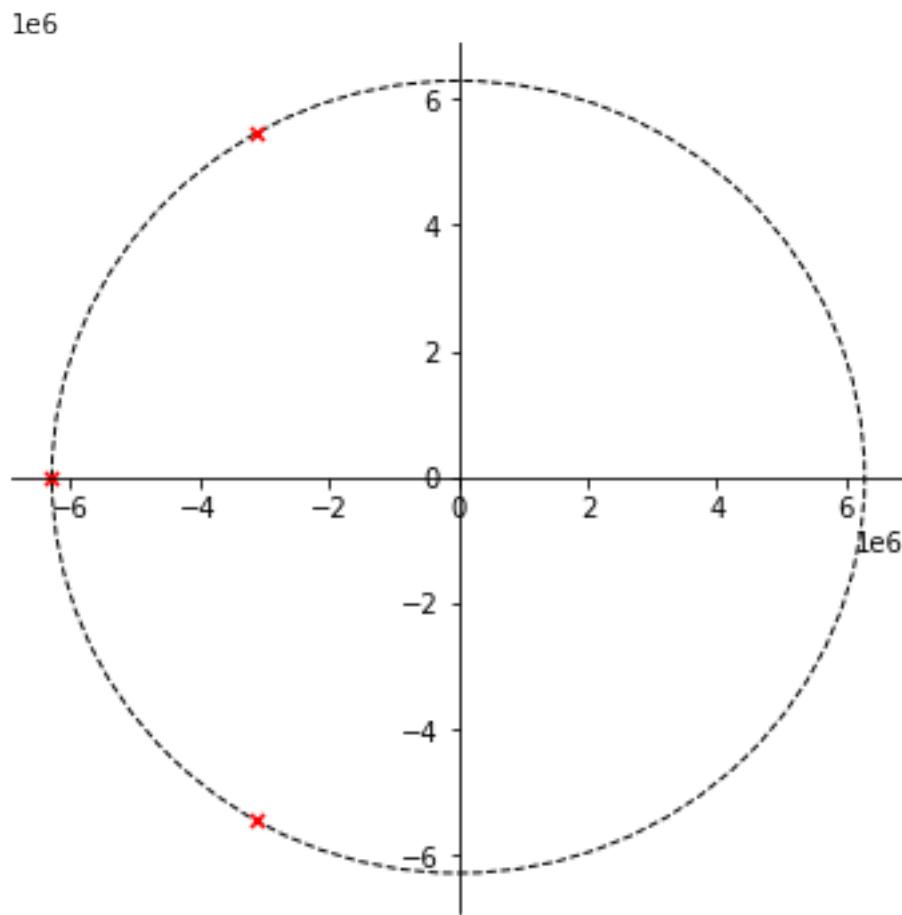
waarbij de positie van deze nulpunten en polen de volgende is:

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 3
p[ 1 ] = (-3141592.6535897935+5441398.092702653j)
p[ 2 ] = (-6283185.307179586-0j)
p[ 3 ] = (-3141592.6535897935-5441398.092702653j)
```

We merken op dat de drie polen die bekomen werden perfect op een cirkel liggen met straal  $2\pi \cdot 10^6$ .

We kunnen deze transferfunctie nu verder uitwerken in een product van meerdere transferfucties waarbij we de complex toegevoegde polen samennemen.

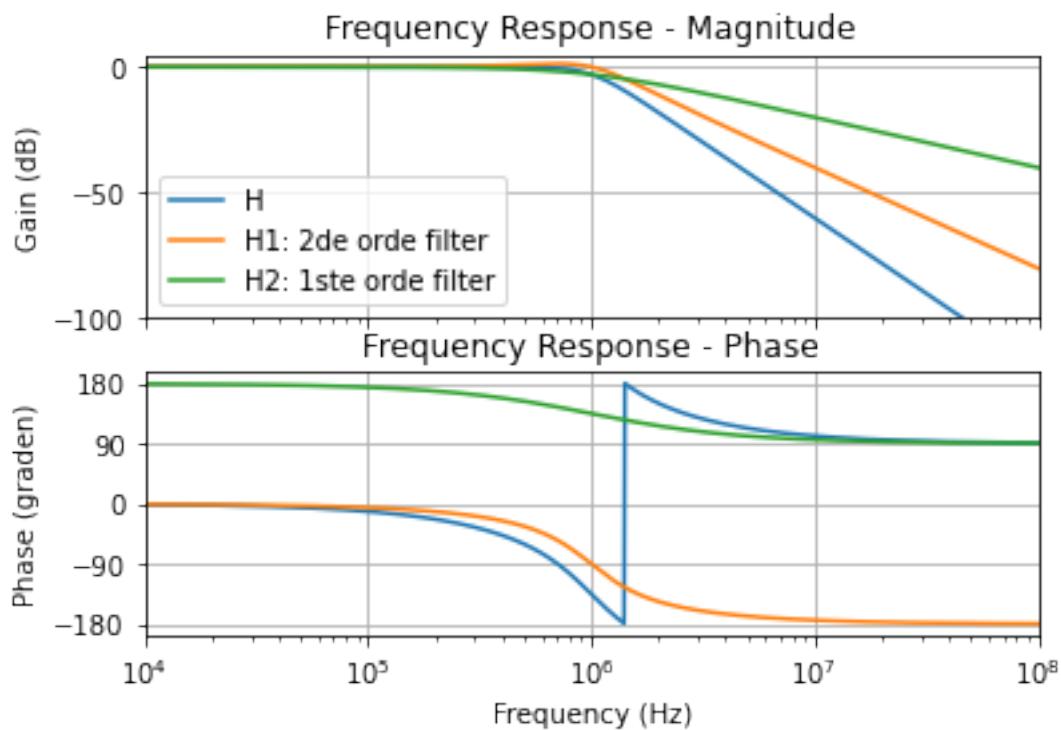
$$H(s) = H_1(s)H_2(s) = \frac{1}{(s - p_1)(s - p_3)} \frac{1}{(s - p_2)}$$



Figuur 6.20: Polen van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

$$H_1(s) = \frac{1}{(s - p_1)(s - p_3)}$$

$$H_2(s) = \frac{1}{(s - p_2)}$$



Figuur 6.21: Opsplitsing van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz in 2 transfer-functies H1 en H2.

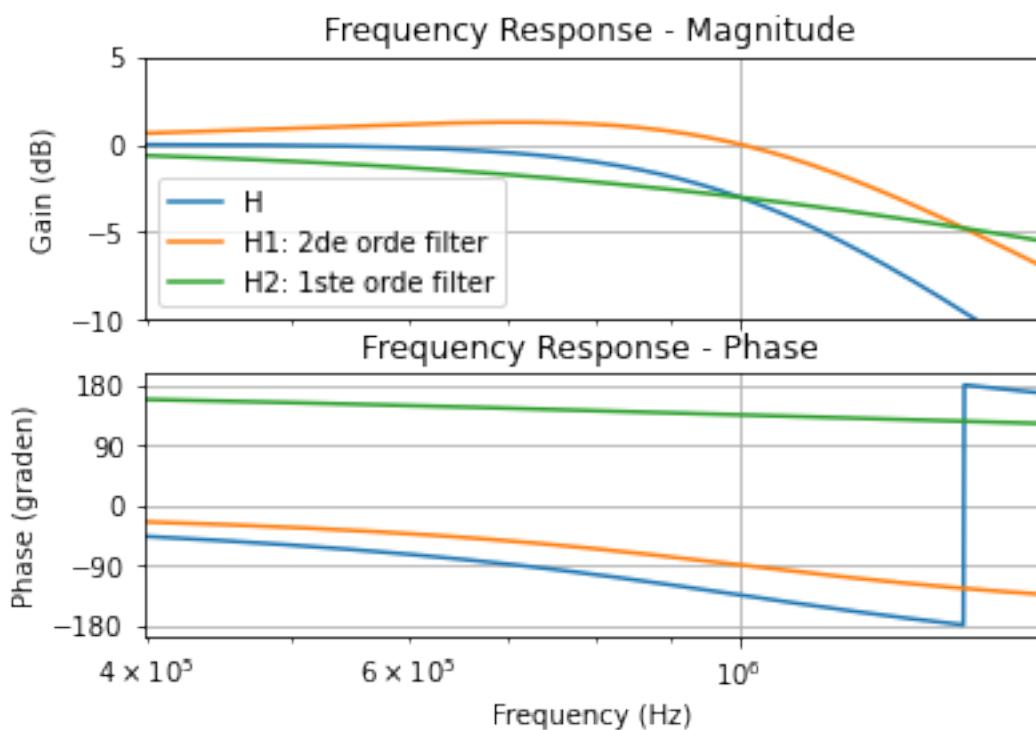
De onderstaande figuur bekijkt deze opsplitsing in detail rond de afsnijfrequentie. Hier merken we dat de overshoot in de 2de orde filter H1(s) voor een deel het sneller dalen van de eerste orde filter H2(s) compenseert

De implementatie van H2 kan er in dit geval als het volgt uitzien met  $R1 = R2 = 9.947 \text{ k}\Omega$  en  $C2 = 16\text{pF}$

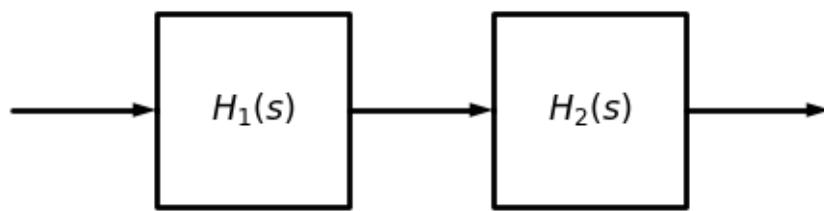
Een totale spice file van het gehele circuit ziet er dan als het volgt uit:

**Notitie**

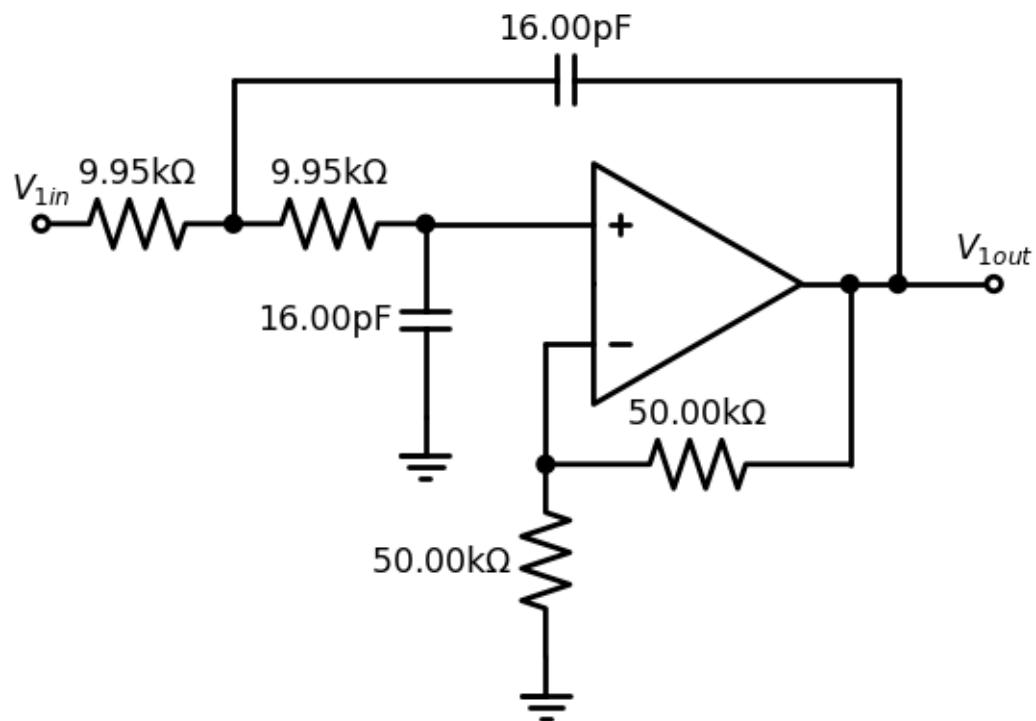
Dit is momenteel nog werk in progress.



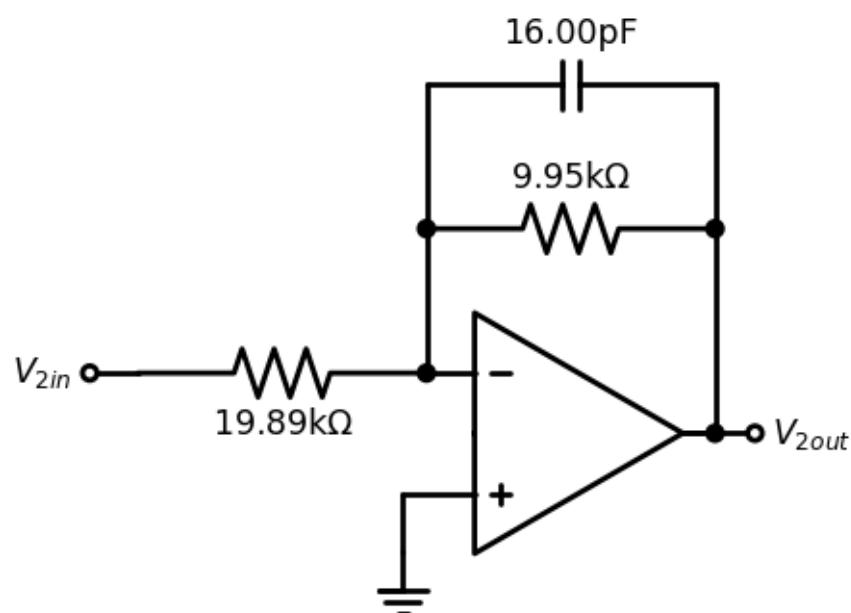
Figuur 6.22: Detail rond de afsnijfrequentie van de opsplitsing van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz in 2 transferfunkties  $H_1$  en  $H_2$ .



Figuur 6.23: Opsplitsing van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter in de bouwblokken  $H_1$  en  $H_2$ .



Figuur 6.24: concrete implementatie van het tweede orde filter H1.



Figuur 6.25: concrete implementatie van het eerste orde filter H2.

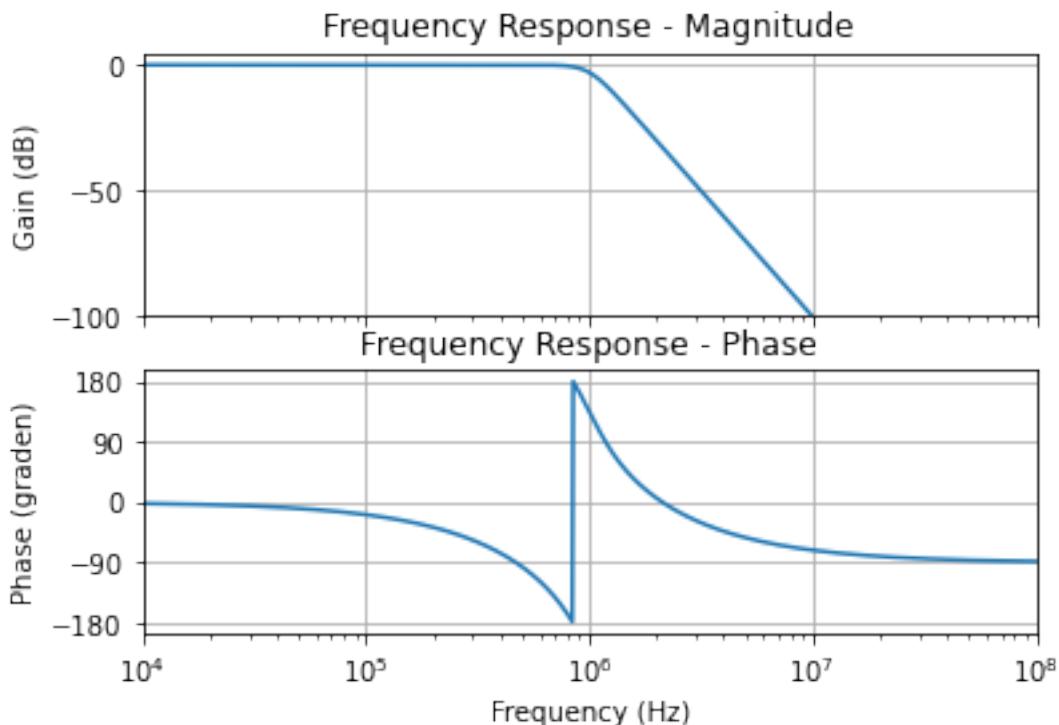
### Butterworth laagdoorlaatfilter van de 5de orde

Wanneer we de transferfucntie van de Butterworth laagdoorlaatfilter van de 5de orde berekenen, bekomen we de volgende coëfficiënten:

```
Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 9.792629913129003e+33
Veelterm coefficienten noemer: N= 5
a[ 5 ] = 1.0
a[ 4 ] = 20332814.76926104
a[ 3 ] = 206711678220539.9
a[ 2 ] = 1.2988077794177306e+21
a[ 1 ] = 5.043559043399954e+27
a[ 0 ] = 9.792629913129004e+33
```

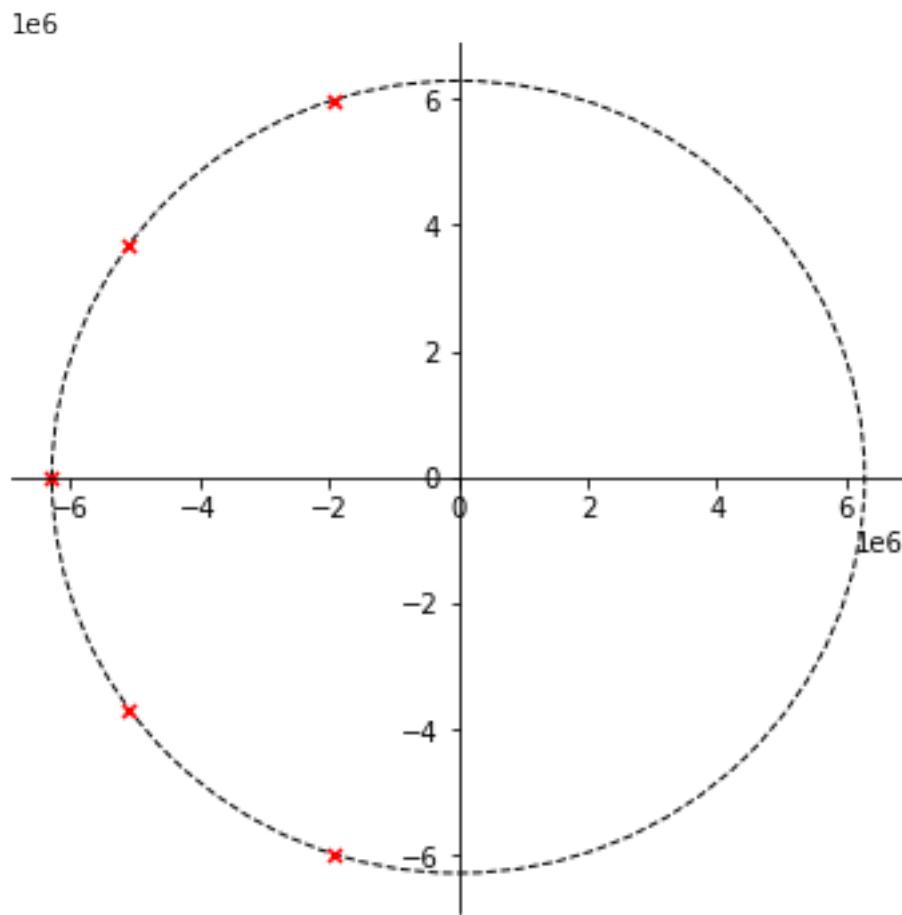
Voor een laagdoorlaatfilter van de 5de orde is de orde van de veelterm in de teller 0 en de order van de veelterm in de noemer 5.

Figuur 6.26 toont het bekomen Bode diagram van deze transferfunctie. We zien een verloop van 450 graden in de fase. Aangezien enkel 360 graden van de fase wordt weergegeven, zit er een schijnbare sprong in rond 800 kHz. Dit is geen echte sprong. De fase blijft continu verlopen.

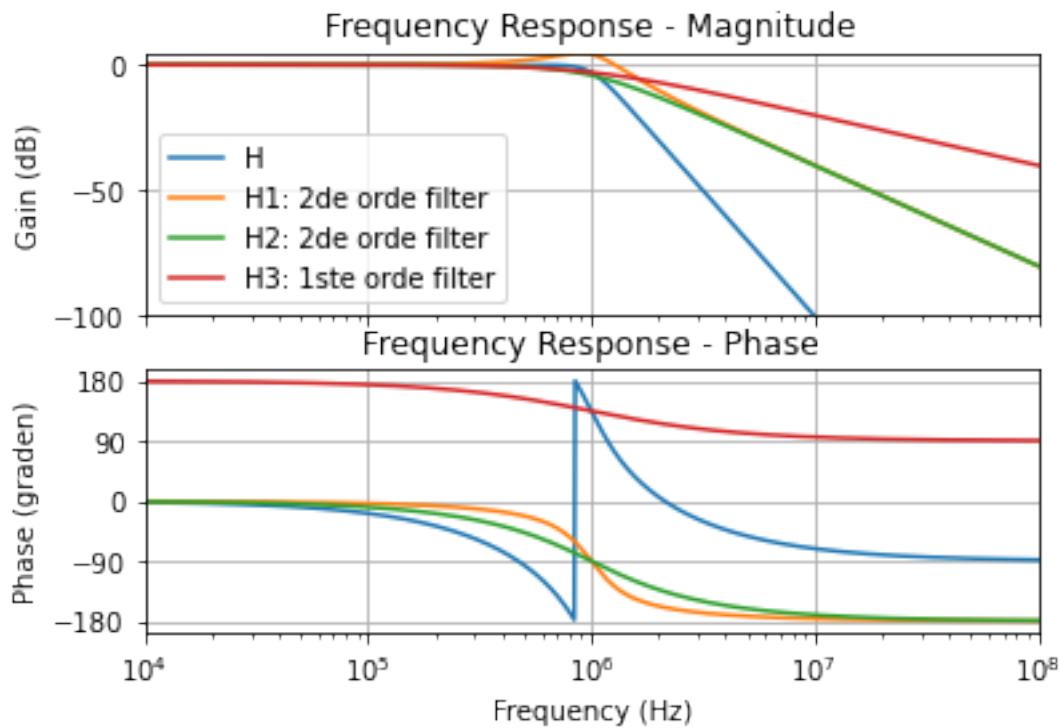


Figuur 6.26: Amplitude en fase van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

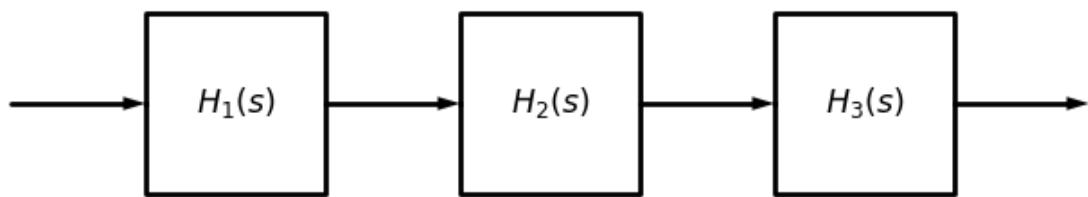
```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 5
p[ 1 ] = (-1941611.0387254667+5975664.329483111j)
p[ 2 ] = (-5083203.69231526+3693163.6609809133j)
p[ 3 ] = (-6283185.307179586-0j)
p[ 4 ] = (-5083203.69231526-3693163.6609809133j)
p[ 5 ] = (-1941611.0387254667-5975664.329483111j)
```



Figuur 6.27: Polen van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

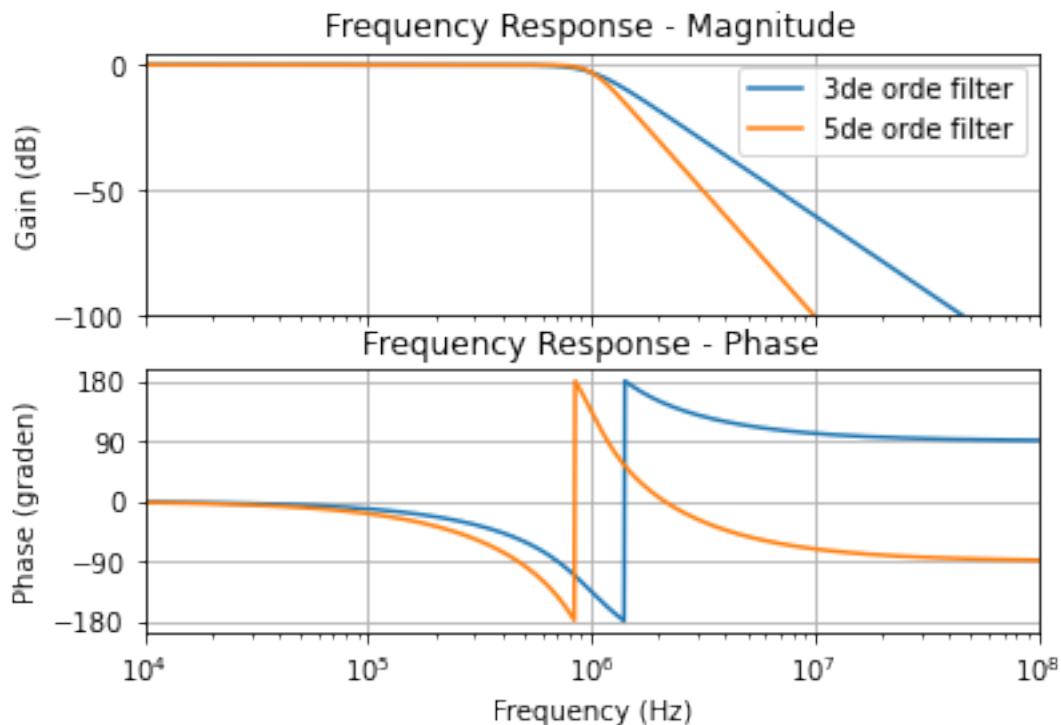


Figuur 6.28: Opsplitsing van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz in 3 transverfunkties.



Figuur 6.29: Hardware implementatie van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter in 3 building blocks.

### Vergelijking van de 3de en 5de orde Butterworth laagdoorlaatfilter



Figuur 6.30: Vergelijking van een derde en vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

### Zevende orde banddoorlaatfilter van 10MHz tot 50MHz

In het eerste voorbeeld van een banddoorlaatfilter bekijken we een redelijk breedbandfilter: De bandbreedte(40 MHz) is in dit geval veel groter dan de laagste doorlaatfrequentie.

```

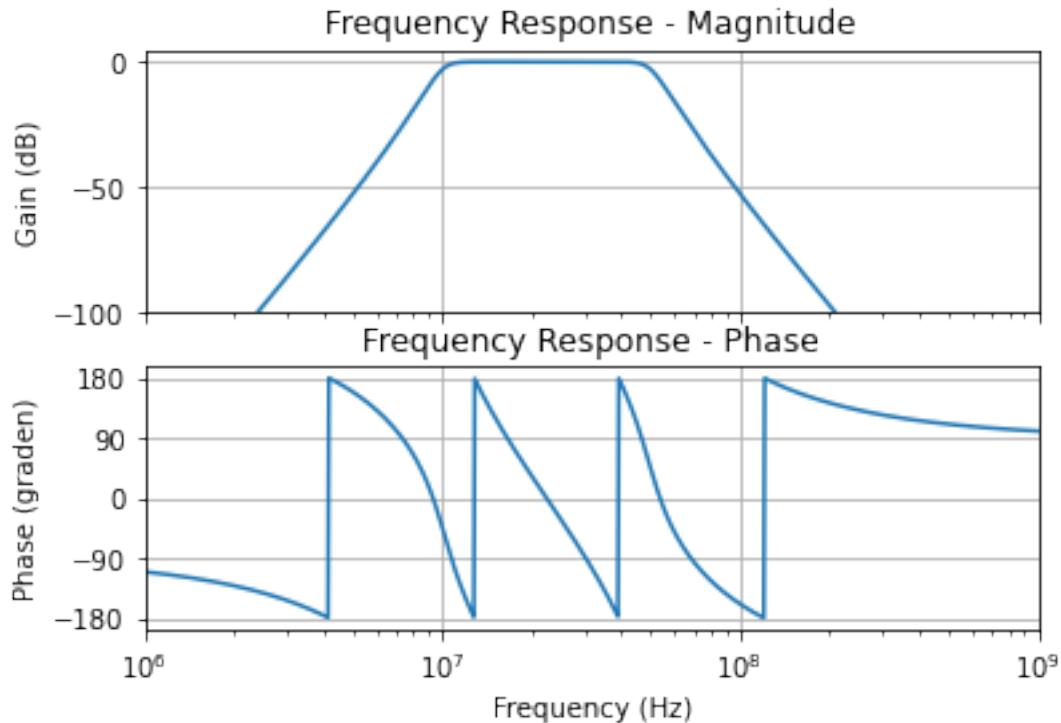
Veelterm coefficienten teller: M= 7
b[ 7 ] = 6.334013983218556e+58
b[ 6 ] = 0.0
b[ 5 ] = 0.0
b[ 4 ] = 0.0
b[ 3 ] = 0.0
b[ 2 ] = 0.0
b[ 1 ] = 0.0
b[ 0 ] = 0.0
Veelterm coefficienten noemer: N= 14
a[ 14 ] = 1.0
a[ 13 ] = 1129455138.528784
a[ 12 ] = 7.760089165897884e+17
a[ 11 ] = 3.654151505077993e+26
a[ 10 ] = 1.293535546920629e+35
a[ 9 ] = 3.5017090931362664e+43
a[ 8 ] = 7.334620231296047e+51
a[ 7 ] = 1.1783749530590898e+60
a[ 6 ] = 1.4477960023023706e+68
a[ 5 ] = 1.3643931993116192e+76

```

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```
a[ 4 ] = 9.948728770520122e+83
a[ 3 ] = 5.547604782936569e+91
a[ 2 ] = 2.325495035605259e+99
a[ 1 ] = 6.681091689314365e+106
a[ 0 ] = 1.1676379112645588e+114
```

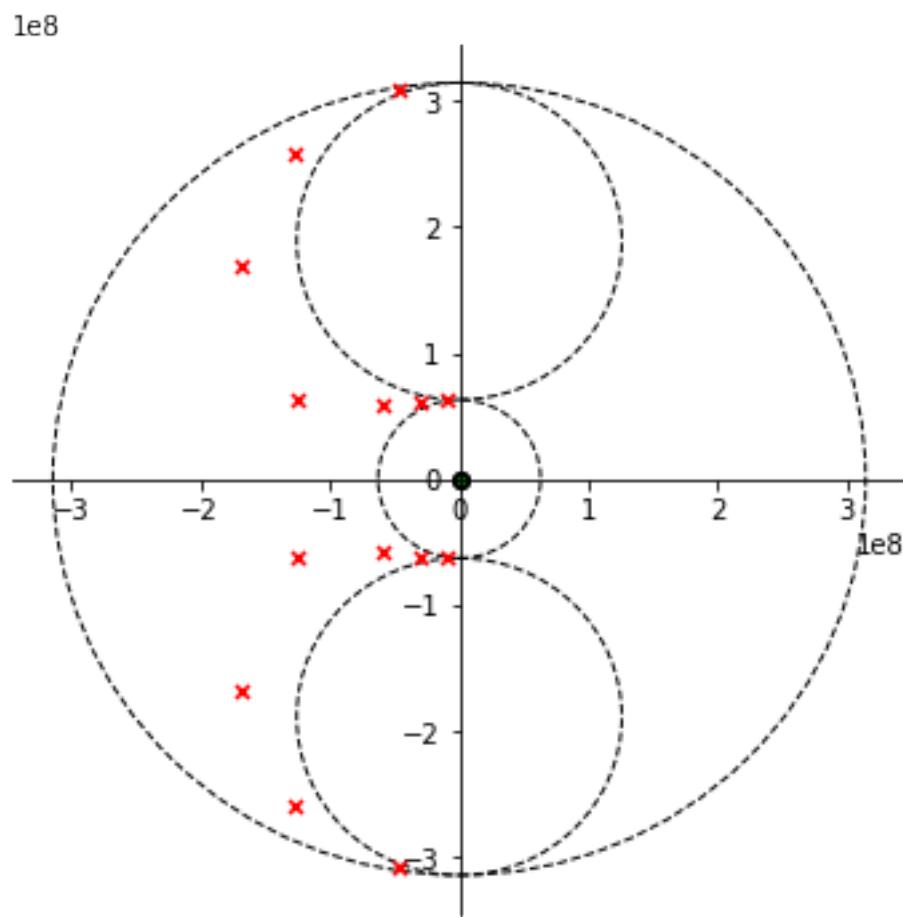


Wanneer we de transferfunctie in detail analyseren, vinden we 7 nullen op frequentie 0, en 14 polen, namelijk:

```
Lijst der nullen: M= 7
z[ 1 ] = 0j
z[ 2 ] = 0j
z[ 3 ] = 0j
z[ 4 ] = 0j
z[ 5 ] = 0j
z[ 6 ] = 0j
z[ 7 ] = 0j

Lijst der polen: N= 14
p[ 1 ] = (-9467553.01746494-62713329.10036281j)
p[ 2 ] = (-30211474.606362037-61659756.49600357j)
p[ 3 ] = (-58777850.02496373-58866599.60061156j)
p[ 4 ] = (-125663706.14359173-62831853.07179589j)
p[ 5 ] = (-58777850.02496373+58866599.60061156j)
p[ 6 ] = (-30211474.606362037+61659756.49600357j)
p[ 7 ] = (-9467553.01746494+62713329.10036281j)
p[ 8 ] = (-46458057.493502825+307739438.435567j)
p[ 9 ] = (-126488603.88224223+258155439.82934594j)
p[ 10 ] = (-167660324.09626448+167913476.98651484j)
p[ 11 ] = (-125663706.14359173+62831853.07179589j)
p[ 12 ] = (-167660324.09626448-167913476.98651484j)
p[ 13 ] = (-126488603.88224223-258155439.82934594j)
p[ 14 ] = (-46458057.493502825-307739438.435567j)
```

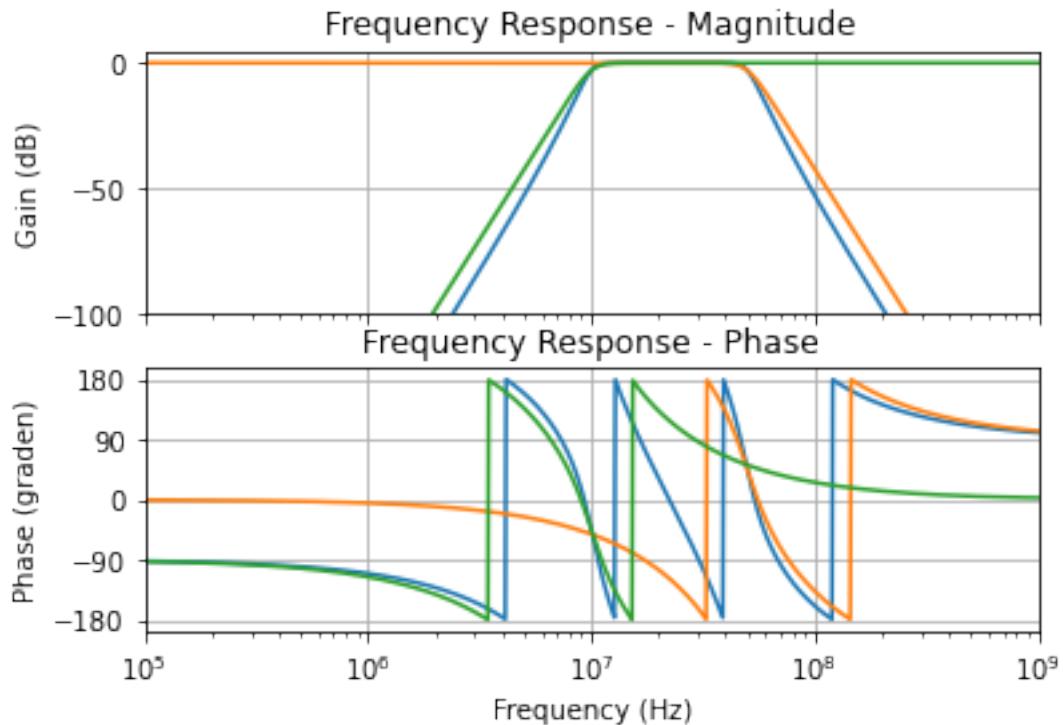
Er is maar een enkele goede methode om van een laagdoorlaatfilter over te gaan naar een banddoorlaatfilter en dat is via de transformatie die aangegeven is op slide 44. Deze staat ook in je formularium. Het is natuurlijk ook belangrijk



Figuur 6.31: Polen van een 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter.

een goed gevoel te hebben van waar je verwacht uit te komen. Als je een banddoorlaatfilter hebt met een kleine bandbreedte  $B$  in vergelijking met de centrale frequentie  $f_0$ , gaat dat ook redelijk goed kloppen (zoals in slide 46). Maar als  $B$  dezelfde grootteorde krijgt als  $f_0$ , dan worden de polen meer en meer getrokken in de richting van de 2 afzonderlijke filters na elkaar. Om dat toe te lichten heb ik in de Jupyter een voorbeeldje gegeven van een zevende orde banddoorlaatfilter van 10MHz tot 50MHz. De centrale frequentie is 30MHz maar de bandbreedte  $B$  is 40MHz, dus groter dan de centrale frequentie. We zien hier dat de pole niet langer liggen op de 2 halve cirkels waarop we ze verwachten maar dat ze meer en meer getrokken worden in de richting van 2 andere cirkels namelijk de hoogdoorlaat van 10 MHz en de laagdoorlaat van 50 MHz.

Dit is wel een overdreven speciaal geval in de meeste gevallen is de bandbreedte  $B$  veel kleiner dan  $f_0$ , en dan lijkt het dat ze mooi op de kleine cirkel liggen. En dat is zeker goed als eerste benadering. Het is niet 100% exact. En dat is ook belangrijk als ingenieur om dat goed te weten.



Figuur 6.32: Vergelijking tussen 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter en een opeenvolging van laagdoorlaatfilter en een hoogdoorlaatfilter.

### 7de orde banddoorlaatfilter tussen 47 en 53 MHz

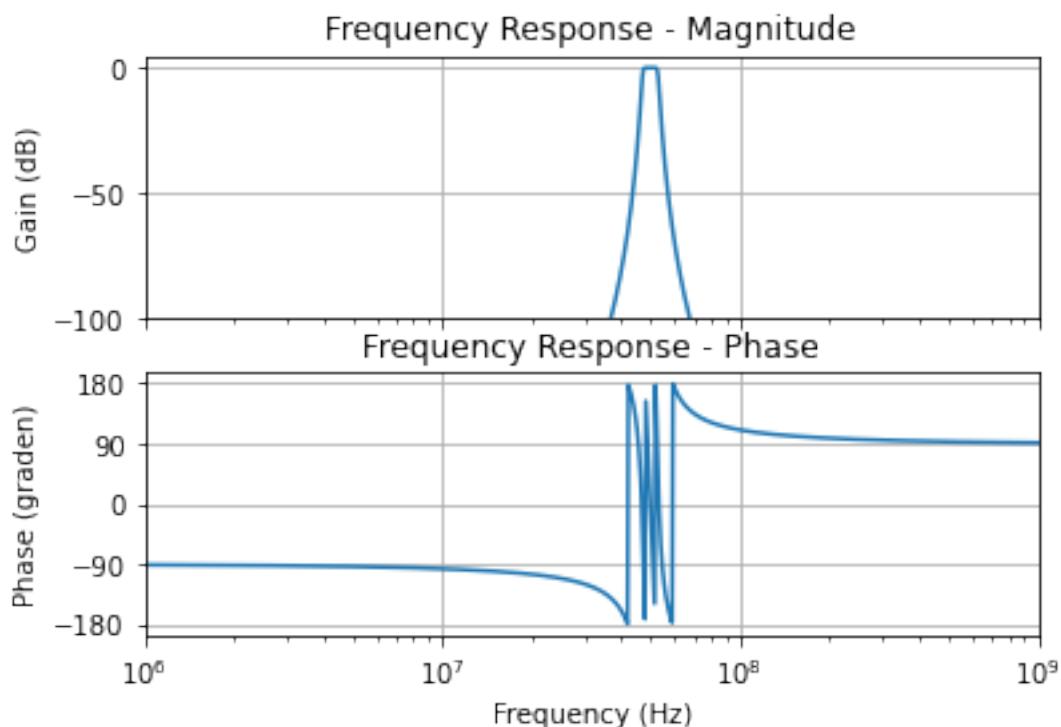
In het tweede voorbeeld van een banddoorlaatfilter bekijken we een smalle banddoorlaatfilter: De bandbreedte is in dit geval slechts 6 MHz.

```
Veelterm coefficienten teller: M= 7
b[ 7 ] = 1.082225670413975e+53
b[ 6 ] = 0.0
b[ 5 ] = 0.0
b[ 4 ] = 0.0
b[ 3 ] = 0.0
b[ 2 ] = 0.0
b[ 1 ] = 0.0
b[ 0 ] = 0.0
Veelterm coefficienten noemer: N= 14
a[ 14 ] = 1.0
```

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```
a[ 13 ] = 169418270.77931747
a[ 12 ] = 7.027364430041076e+17
a[ 11 ] = 1.0074611841037228e+26
a[ 10 ] = 2.1017496540749808e+35
a[ 9 ] = 2.488471395316168e+43
a[ 8 ] = 3.4683129207221617e+52
a[ 7 ] = 3.2679992552874596e+60
a[ 6 ] = 3.4107645311434367e+69
a[ 5 ] = 2.406576000783415e+77
a[ 4 ] = 1.998855398085796e+86
a[ 3 ] = 9.422413939327687e+93
a[ 2 ] = 6.463381596708082e+102
a[ 1 ] = 1.5323607880306775e+110
a[ 0 ] = 8.894760315452719e+118
```



Figuur 6.33: Transfer functie van een 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter met beperkte bandbreedte.

Wanneer we de polen en de nullen plotten, bekomen we het volgende resultaat.

```
Lijst der nullen: M= 7
z[ 1 ] = 0j
z[ 2 ] = 0j
z[ 3 ] = 0j
z[ 4 ] = 0j
z[ 5 ] = 0j
z[ 6 ] = 0j
z[ 7 ] = 0j

Lijst der polen: N= 14
p[ 1 ] = (-3949021.641305336-295726397.242198j)
p[ 2 ] = (-11200424.836296545-298982612.7578789j)
p[ 3 ] = (-16539450.539423024-305061656.189032j)
p[ 4 ] = (-18849555.92153874-313026248.8897938j)
```

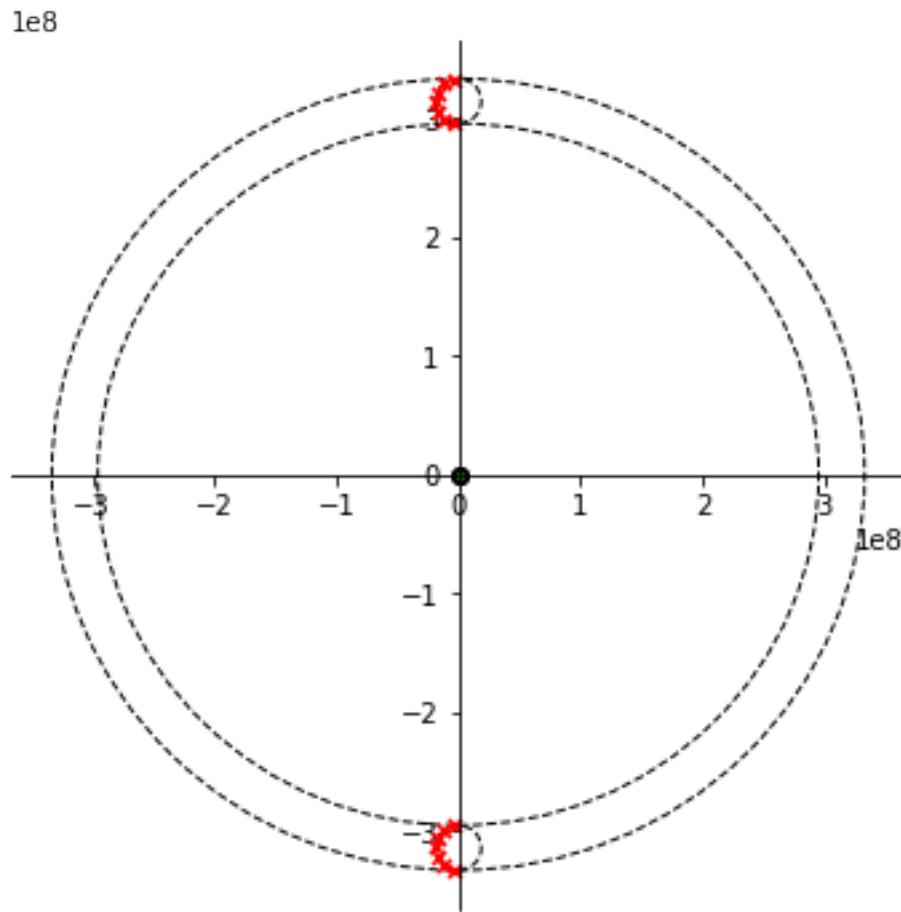
(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```

p[ 5 ] = (-16539450.539423024+305061656.189032j)
p[ 6 ] = (-11200424.836296545+298982612.7578789j)
p[ 7 ] = (-3949021.641305336+295726397.242198j)
p[ 8 ] = (-4439819.935339821+332480313.6424786j)
p[ 9 ] = (-12304586.93699407+328456965.2578802j)
p[ 10 ] = (-17426275.57876118+321418687.7969175j)
p[ 11 ] = (-18849555.92153874+313026248.8897938j)
p[ 12 ] = (-17426275.57876118-321418687.7969175j)
p[ 13 ] = (-12304586.93699407-328456965.2578802j)
p[ 14 ] = (-4439819.935339821-332480313.6424786j)

```



Figuur 6.34: Polen van een 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter met beperkte bandbreedte.

We merken op dat voor de heel nauwe banddoorlaat filters de polen wel op een cirkel liggen waarvan de straal overeenkomt met de bandbreedte van de filter. Het is ook zo dat het verschil tussen deze banddoorlaatfilter en een laagdoorlaatfilter gevuld door een hoogdoorlaatfilter nu wel enorm groot is. Dat zien we al op basis van de polen hierboven en ook op basis van de transferkarakteristieken hieronder.

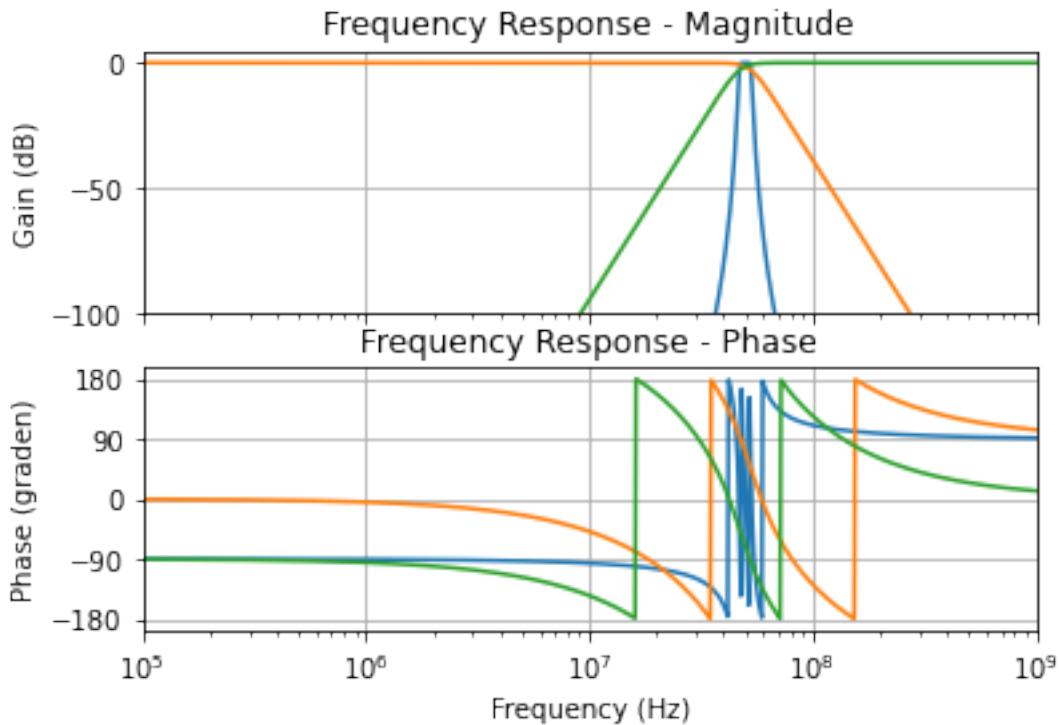
De transferfunctie is:

- n rimpels in de doorlaatband

met:

met  $S$  voor een laagdoorlaatfilter:

De amplitude voor  $\omega = \omega_0$  is:



Figuur 6.35: Vergelijking tussen 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter (met beperkte bandbreedte) en een opeenvolging van laagdoorlaatfilter en een hoogdoorlaatfilter.

- dit is ook de amplitude van de rimpel

Boven deze frequentie daalt deze functie als:

$$G_n^2(\omega) = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_n^2(S)}$$

$$T_n(x) = \cos(n \arccos(x))$$

$$S = \frac{j\omega}{\omega_o}$$

$$|G_n(\omega = \omega_o)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \epsilon^2}}$$

$$|G_n(S)| \approx \frac{1}{\epsilon^2 2^{n-1} |S|^n}$$

$$G_n^2(\omega) = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_n^2(S)}$$

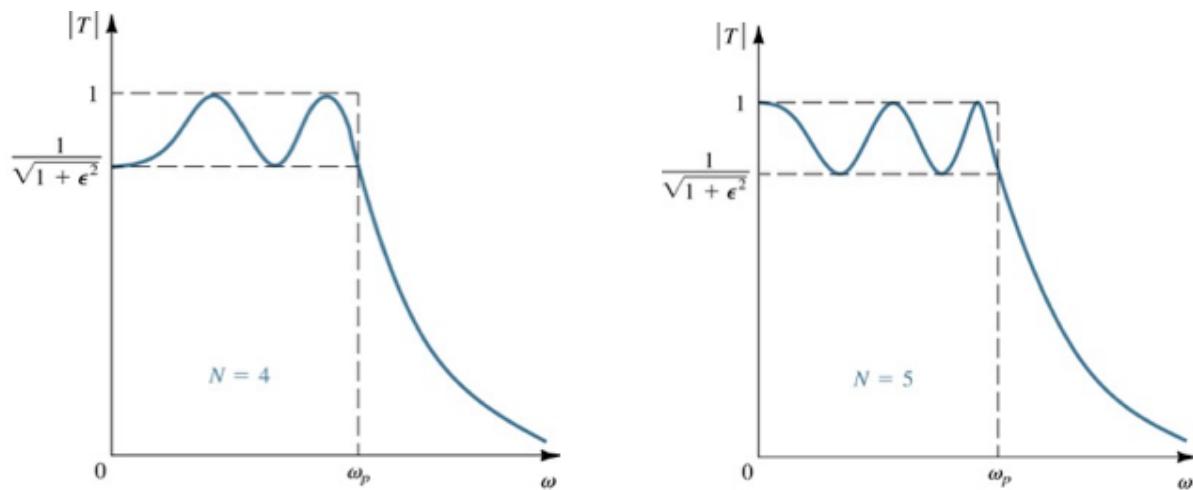
$$a = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon}$$

$$\omega_o \sinh(a)$$

$$\omega_o \cosh(a)$$

$$s^2 + 2\Re(p_k)s + \omega_x^2$$

$$G_n^2(\omega) = \frac{\epsilon^2 T_n^2(j/S)}{1 + \epsilon^2 T_n^2(j/S)}$$



$$T_n(x) = \cos(n \arccos(x))$$

$$S = \frac{j\omega}{\omega_o}$$

We willen de output een vaste vertraging geven ten opzichte van de ingang.

Hiervoor moet de fase lineair veranderen met de ingang.

We drukken de group delay uit als een reeksontwikkeling van  $\omega$ , en stellen hierin zoveel mogelijk coëfficiënten gelijk aan nul

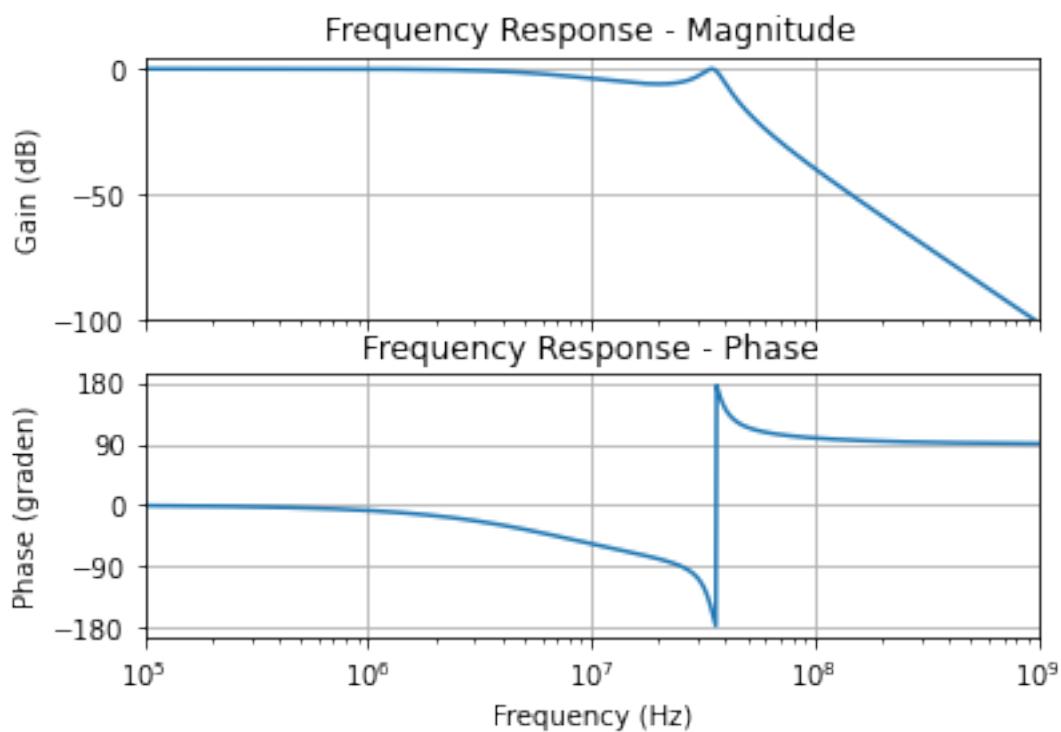
#### Chebyshev 40 MHz laagdoorlaatfilter van de 3de orde met 6dB maximale ripple

```
Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 2.298652790795694e+24
Veelterm coefficienten noemer: N= 3
a[ 3 ] = 1.0
a[ 2 ] = 92822184.81844565
a[ 1 ] = 5.168208012246375e+16
a[ 0 ] = 2.298652790795694e+24
```

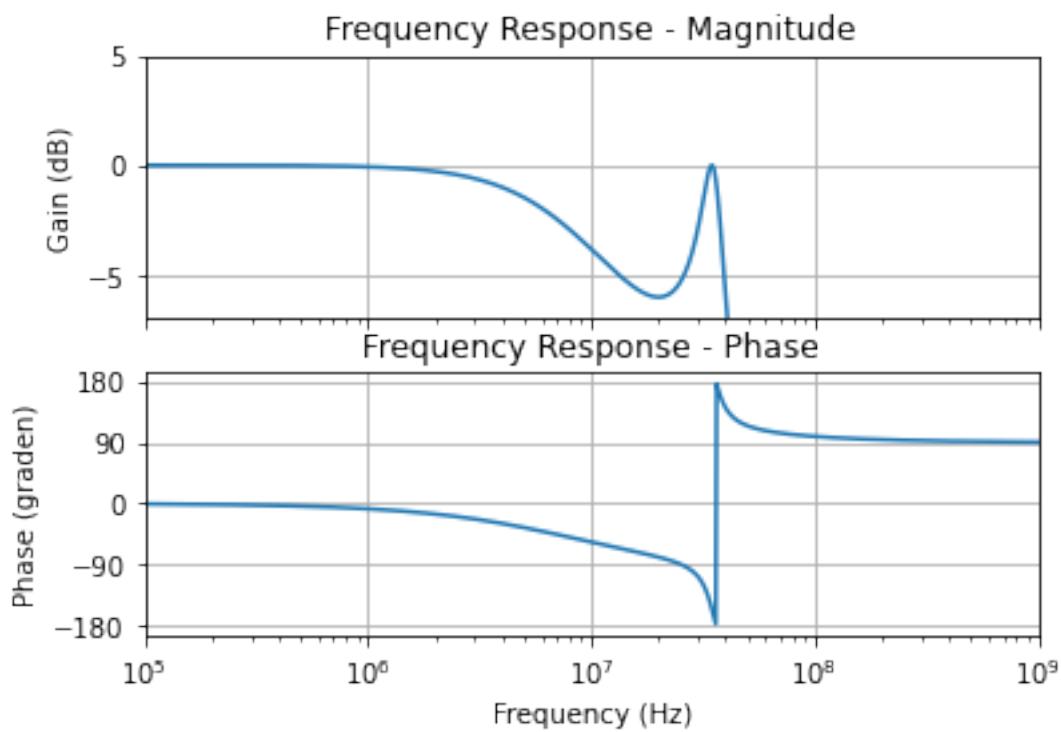
Aangezien de doorlaatband 6 dB is, is het interessant hierop eens in detail in te zoemen. Dit doen we aan de hand van de onderstaande figuur.

Bij een Chebyshev filter liggen de polen niet meer op een cirkel maar wel op een ellips. De onderstaande figuur geeft de ligging van deze polen aan.

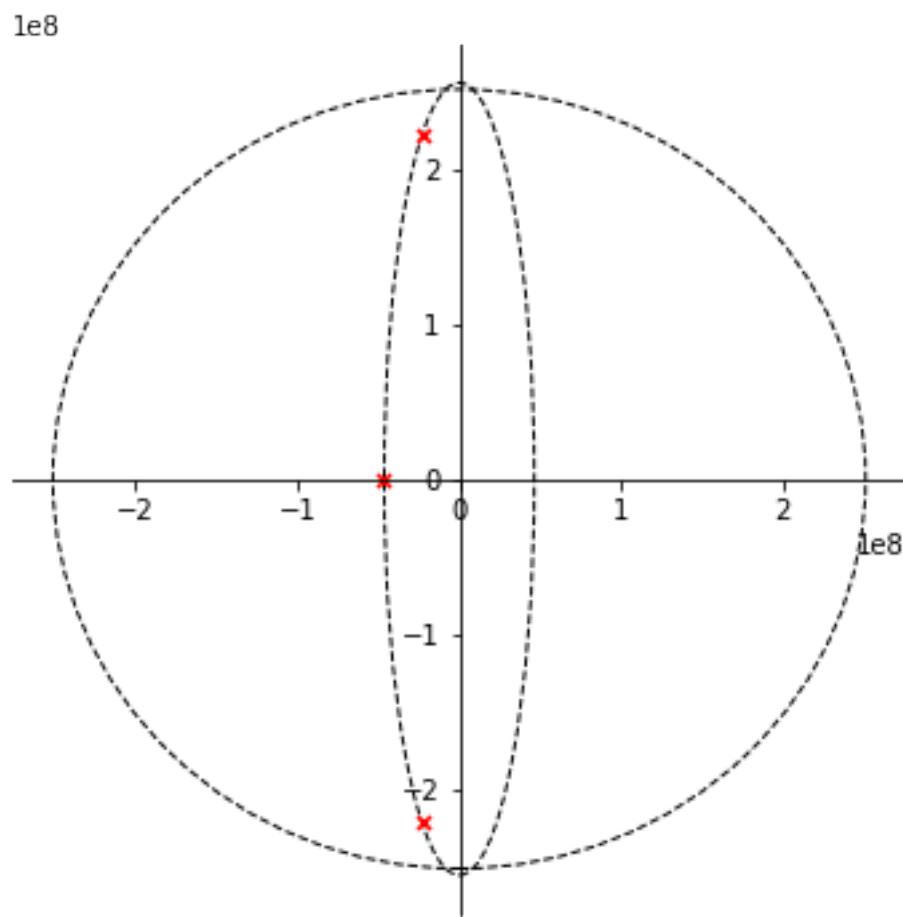
```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 3
p[ 1 ] = (-23205546.204611413+221335928.5095666j)
p[ 2 ] = (-46411092.40922282-0j)
p[ 3 ] = (-23205546.204611413-221335928.5095666j)
```



Figuur 6.36: 40 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de derde orde met een 6dB passband.



Figuur 6.37: detail van de 6dB passband van een 40 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de derde orde.



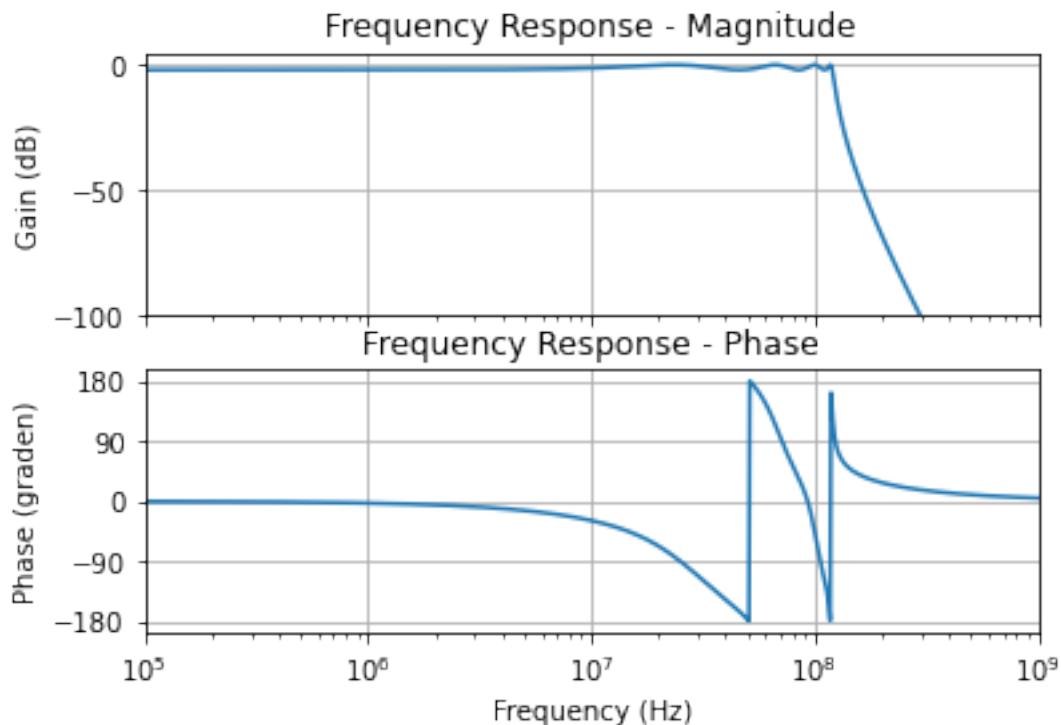
Figuur 6.38: ligging van de polen 40 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de derde orde met een 6dB passband.

**Chebyshev 120 MHz laagdoorlaatfilter van de 8de orde met 2dB maximale ripple**

```

Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 1.0669416336250132e+69
Veelterm coefficienten noemer: N= 8
a[ 8 ] = 1.0
a[ 7 ] = 524820305.9616953
a[ 6 ] = 1.2746966037803576e+26
a[ 5 ] = 5.1937707944741785e+26
a[ 4 ] = 5.104888759746549e+35
a[ 3 ] = 1.45769782715832e+44
a[ 2 ] = 6.590270478283454e+52
a[ 1 ] = 1.0103634193419598e+61
a[ 0 ] = 1.3431999354717115e+69

```



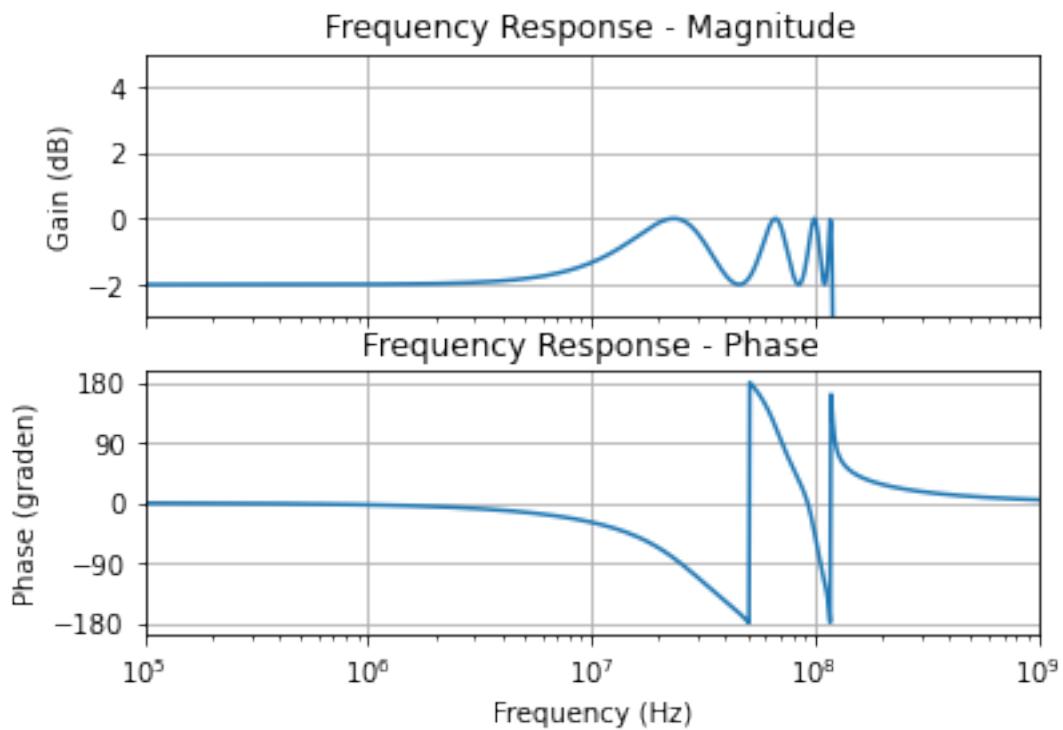
Figuur 6.39: 120 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de 8ste orde met een 2dB passband.

Ook voor de 8ste orde gaan we inzoomen op de doorlaatband. Hier vinden we dan ook een rimpel van 2 dB met 8 extremen terug.

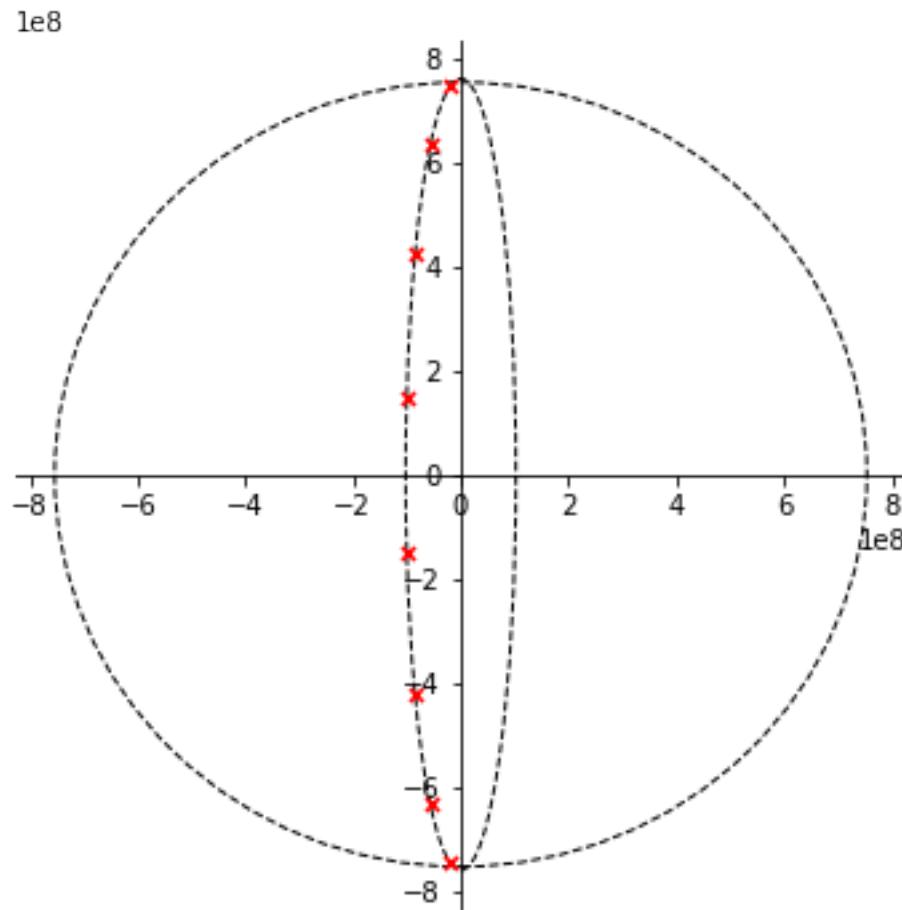
```

Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 8
p[ 1 ] = (-19974783.518686887+746281824.2305412j)
p[ 2 ] = (-56883370.83720408+632667181.5530242j)
p[ 3 ] = (-85131980.59479763+422734695.6263414j)
p[ 4 ] = (-100420018.03015907+148444684.39010677j)
p[ 5 ] = (-100420018.03015907-148444684.39010677j)
p[ 6 ] = (-85131980.59479763-422734695.6263414j)
p[ 7 ] = (-56883370.83720408-632667181.5530242j)
p[ 8 ] = (-19974783.518686887-746281824.2305412j)

```

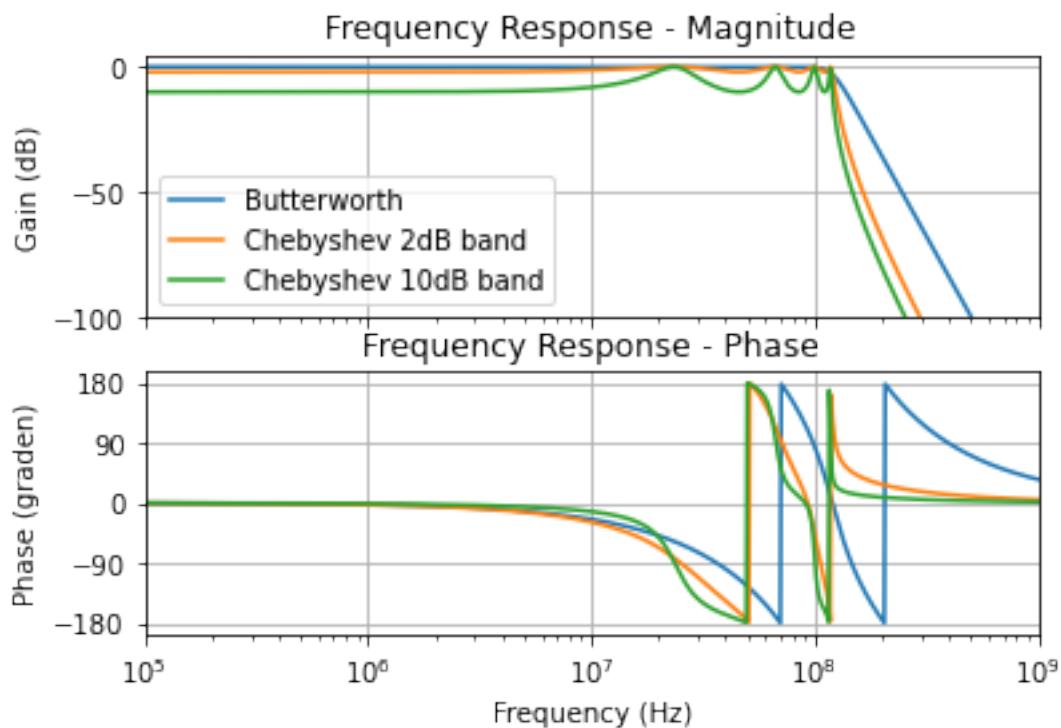


Figuur 6.40: detail van de 2dB passband van de 120 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de 8ste orde.



Figuur 6.41: ligging van de polen 120 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de 8ste orde met een 2dB passband.

Wanneer we de Butterworth met Chebyshev vergelijken merken we dat hoe meer passband we toelaten, hoe stijler flank is aan het einde van de doorlaatband. Dit is dan ook het belangrijke ontwerpcompromis.



Figuur 6.42: vergelijking Butterworth en Chebyshev laagdoorlaatfilters van de 8ste orde.

### Chebyshev 30 MHz laagdoorlaatfilter van de 2de orde met 6dB maximale ripple

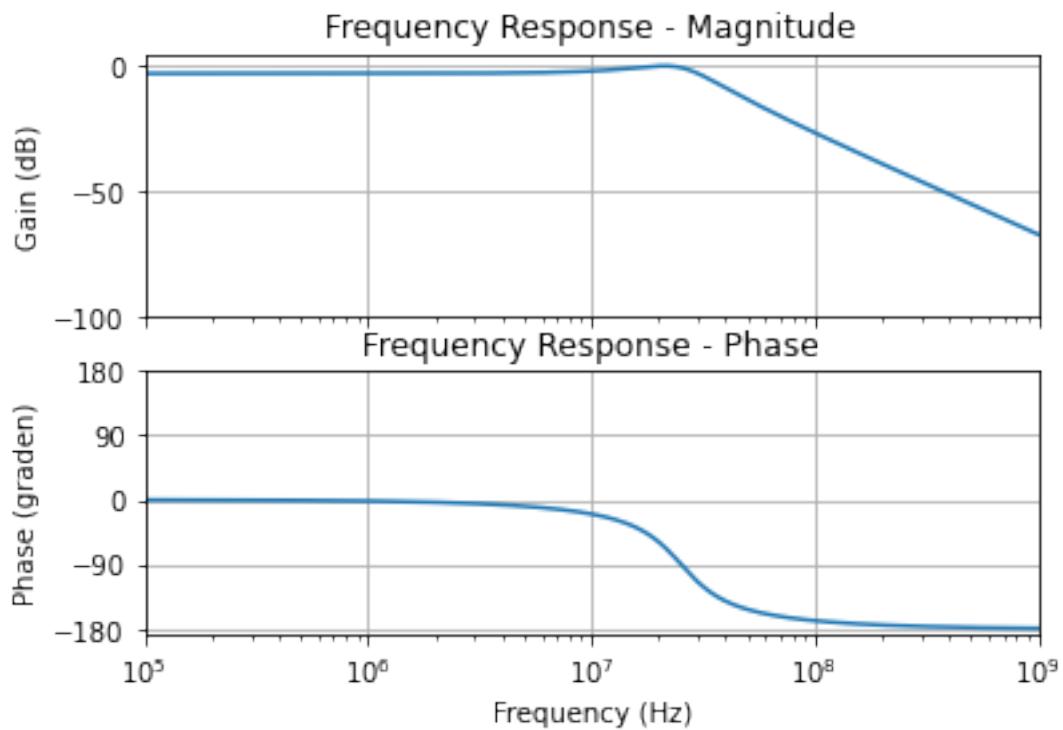
```
Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 1.780752121671573e+16
Veelterm coefficienten noemer: N= 2
a[ 2 ] = 1.0
a[ 1 ] = 121560720.41014235
a[ 0 ] = 2.5153792295277244e+16
```

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 2
p[ 1 ] = (-60780360.20507117+146490750.93199244j)
p[ 2 ] = (-60780360.20507117-146490750.93199244j)
```

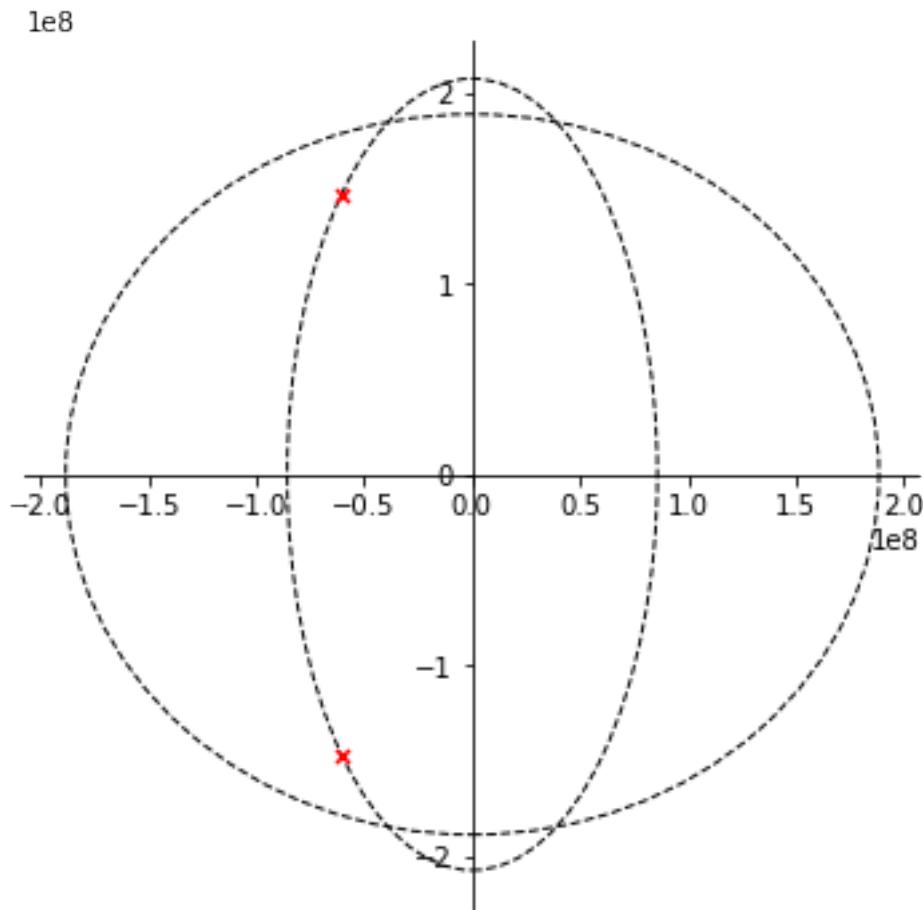
We kunnen deze 2de orde laagdoorlaatfilter ook maken met een Sallen en Key circuit als aangegeven in Figuur 6.11. we merken op dat de frequentie waarop dit circuit gaat afsnijden een stuk lager is dan de frequentie van het overeenkomende Butterworth circuit. De juiste afsnijfrequentie kunnen we uitrekenen op basis van de polen en deze is:

```
25241889.828472663
```

Dit is dus afgerond iets in de buurt van 25 MHz. Van de andere kant gaat de hoek dat de polen maken met de x-as een stuk groter gaan zijn dan de 45 graden bij Butterworth. Ook dit kunnen we uitrekenen op basis van de polen en we komen hiervoor de volgende waarde uit:



Figuur 6.43: Transferfunctie van de Chebyshev 30 MHz laagdoorlaatfilter van de 2de orde.



Figuur 6.44: Ligging van de polen van de Chebyshev 30 MHz laagdoorlaatfilter van de 2de orde.

67.46598822997034

Als een gevolg van deze hoek van 67 graden, zullen we als ratio tussen de 2 weerstanden  $R_1$  en  $R_2$  van het Sallen en Key circuit uit [Figuur 6.11](#) een k-factor hebben die gelijk is aan:

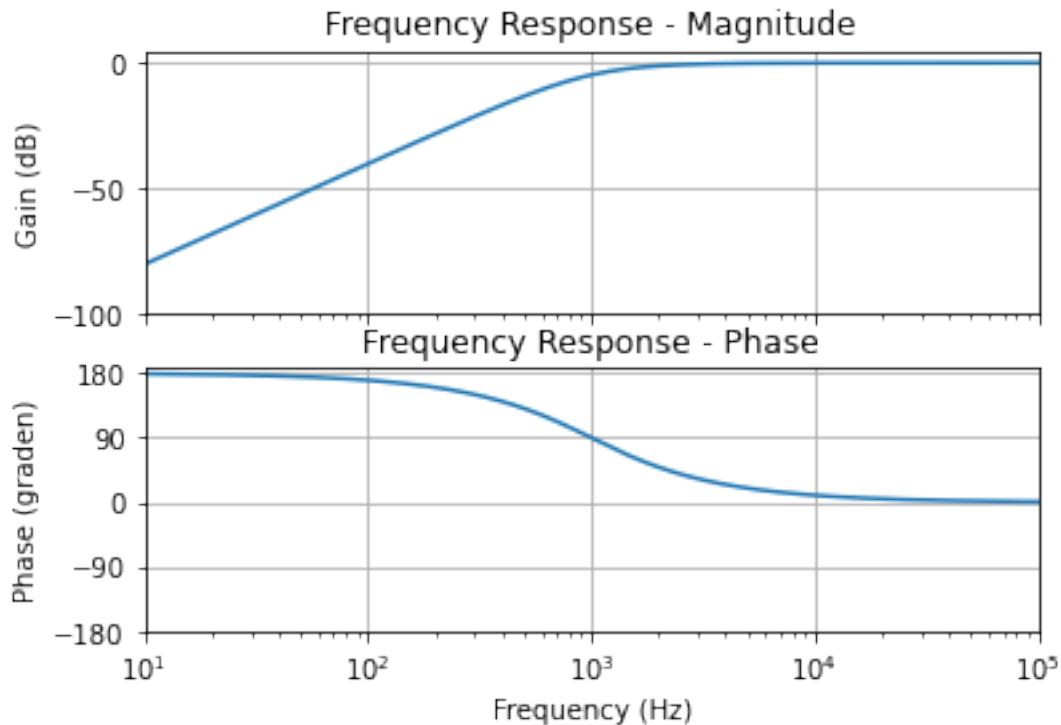
1.23353640830558

## 6.6.2 Bessel Thomson filters

Het voornaamste doel van een Bessel Thomson filter is een lineair verloop te bekomen van het fase verloop in de buurt van de afsnijfrequentie. Hierdoor wordt de vorm van een puls beter behouden. In dit vak zullen we de Bessel Thomson filters steeds met de computer uitrekenen. Hieronder vind je de berekening van de coëfficiënten van de transfer functie een 2de orde Bessel Thomson hoogdoorlaatfilter met afsnijfrequentie op 1 kHz.

In [Figuur 6.45](#) zie je dan vervolgens de plot van de transferkarakteristiek een 2de orde Bessel Thomson hoogdoorlaatfilter

```
Veelterm coefficienten teller: M= 2
b[ 2 ] = 1.0
b[ 1 ] = 0.0
b[ 0 ] = 0.0
Veelterm coefficienten noemer: N= 2
a[ 2 ] = 1.0
a[ 1 ] = 10882.796185405305
a[ 0 ] = 39478417.60435742
```



Figuur 6.45: Transfer funktionie van een Bessel Thomson hoogdoorlaatfilter met afsnijfrequentie op 1 kHz.

### Analyze van deze coëfficiënten

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \frac{\omega_c}{Q} \text{ met } Q = 0.57735$$

$$a_2 = \omega_c^2$$

## 6.7 Toleranties

Het is heel erg belangrijk rekening te houden met de [toleranties](#) van de componenten die we hebben. De meeste leveranciers van weerstanden voorzien een ruime marge op de weerstandswaarde die geleverd wordt, typisch bv +/- 5% of +/- 1%. Een aantal ontwerpen zijn hier zeer gevoelig voor. Bij het maken van een ontwerp moet je dan ook rekening houden met deze variaties.

## 6.8 Switched Capacitor filters

Voor de integratie van filters op geïntegreerde schakelingen worden vaak geschakelde condensatoren (Switched Capacitors) gebruikt omwille van de volgende reden:

- Weerstanden op chip zijn nooit heel erg nauwkeurig
- We kunnen een weerstand vervangen door een condensator en 2 schakelaars

Om de equivalente weerstand uit te rekenen die staat tussen  $V_{in}$  en  $V_{uit}$ , berekenen we de stroom die loopt tussen  $V_{in}$  en  $V_{uit}$ . De stroom is de lading per tijdseenheid die vloeit om de condensator te op- en ontladen.

$$i = fC_s(V_{in} - V_{out})$$

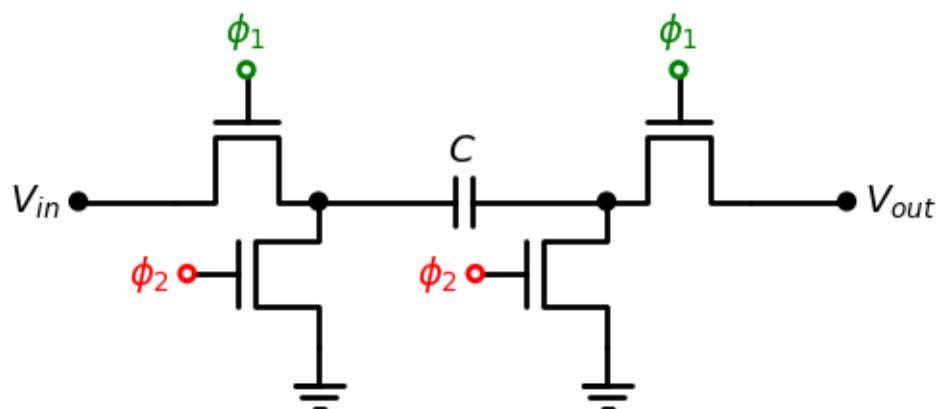
Uit deze relatie tussen stroom en spanningsverschil volgt dan de waarde van de equivalente weerstand.

$$R = \frac{1}{fC_s}$$

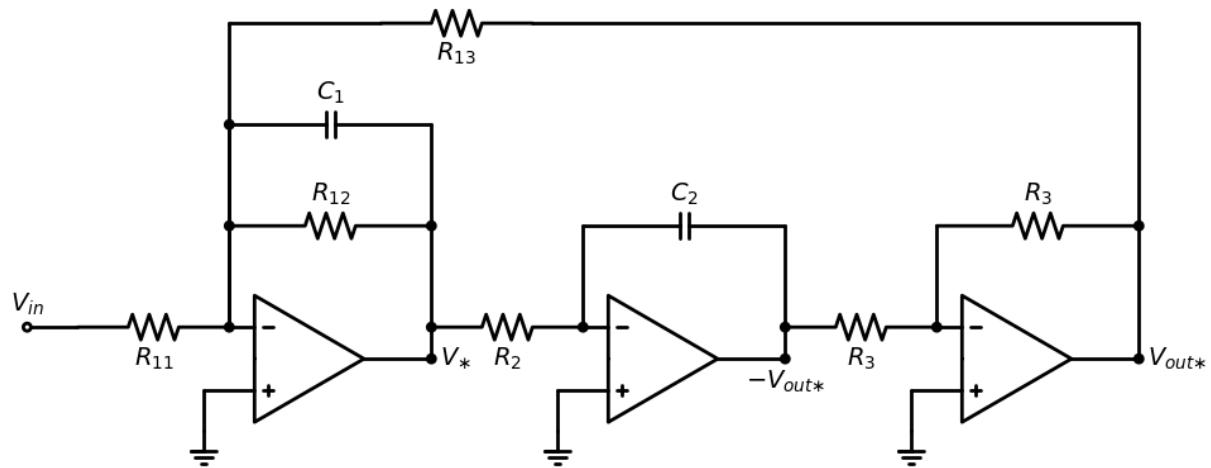
We vervangen de weerstand R in deze filter door een SC schakeling. Het nieuwe schema wordt dan:

- Het eenvoudige circuit heeft last van de parasitaire capaciteiten
- Het verdubbelen van de schakelaars lost dit probleem op

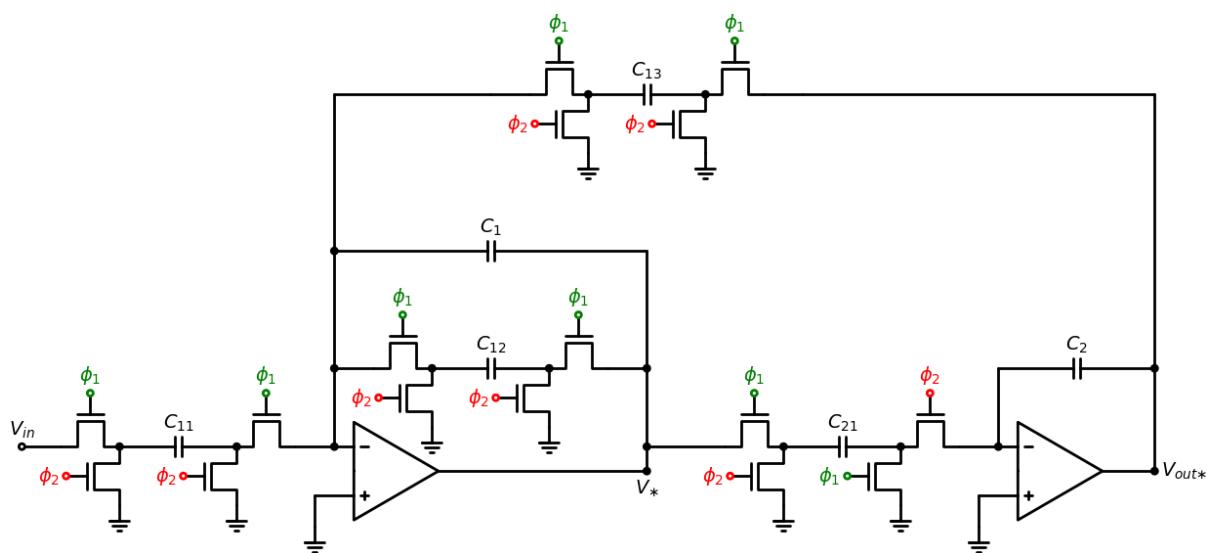
$$R = \frac{1}{fC_s}$$



Figuur 6.46: Verbeterde Switched Capacitor weerstand



Figuur 6.47: Bovenste gedeelte van het BiQuad circuit.



Figuur 6.48: Bovenste gedeelte van het BiQuad circuit herwerkt naar Switched Capacitor

Merk op dat bij het omschakelen naar de Switched Capacitor implementatie de laatste stage (inverterende opamp) verdwenen is. De truc is dat voor R3 de klokken omgewisseld zijn, waardoor de stomen omgekeerd zijn en het geheel zich dus gedraagt als een negatieve weerstand

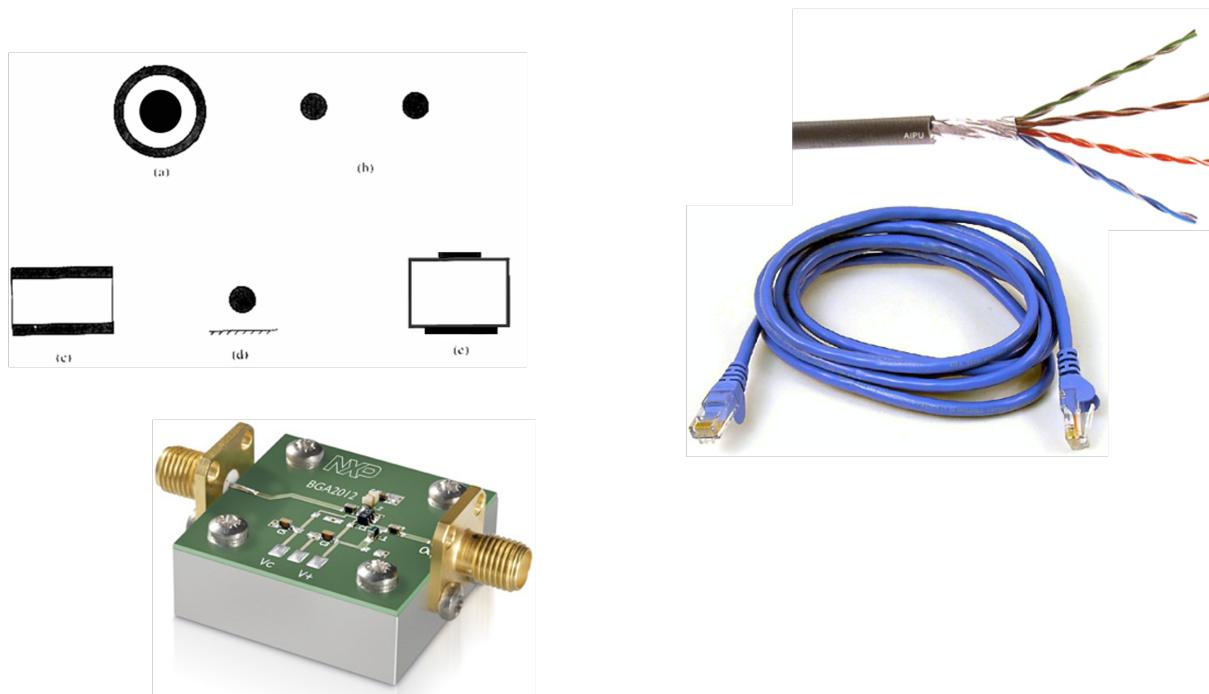
# **Deel IV**

## **transmissielijnen**

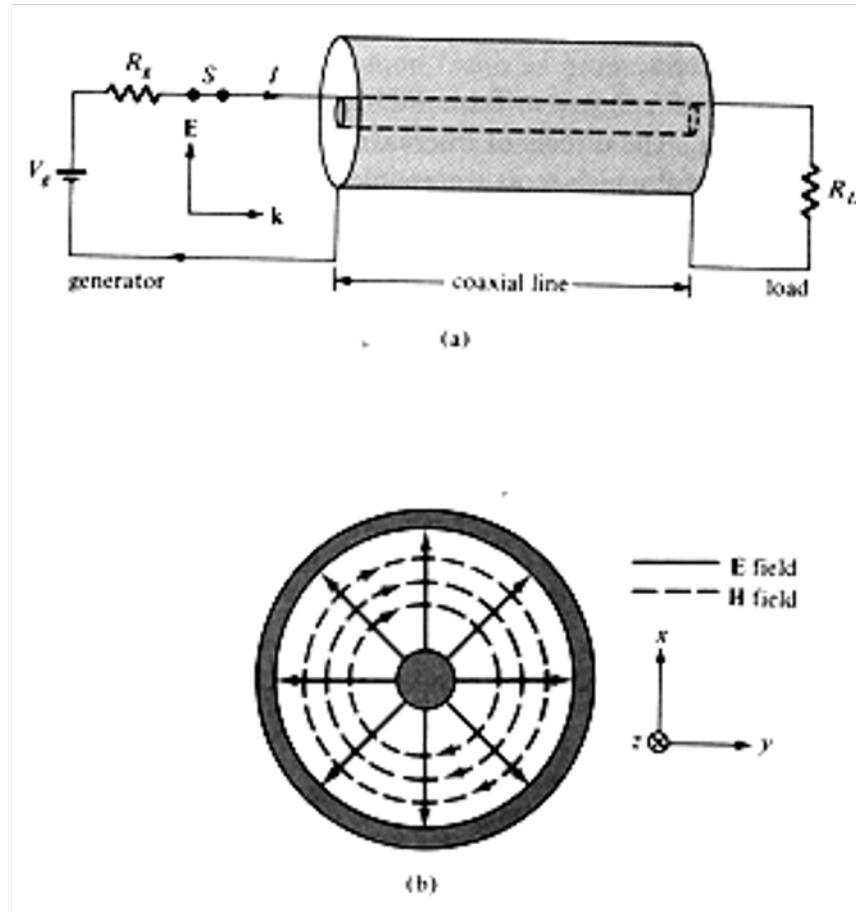
# HOOFDSTUK 7

## Transmissie lijnen

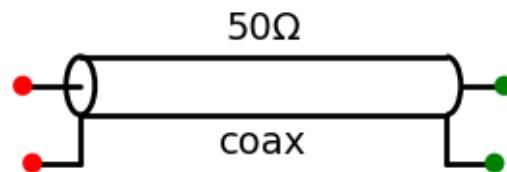
Figuur 7.1 toont een overzicht van de verschillende soorten transmissielijnen. Dit omvat zowel coaxiale kabels, golfgeleiders, twisted-pair kabels als baantjes op een PCB. Schematisch zullen we elk van deze transmissielijnen voorstellen als in Figuur 7.3. Het is belangrijk hierbij te beseffen dat bestaat uit 2 geleiders waartussen een golf zich verplaatst van de bron (generator) naar de belasting (load) (zie Figuur 7.2).



Figuur 7.1: Overzicht van de verschillende soorten transmissielijnen



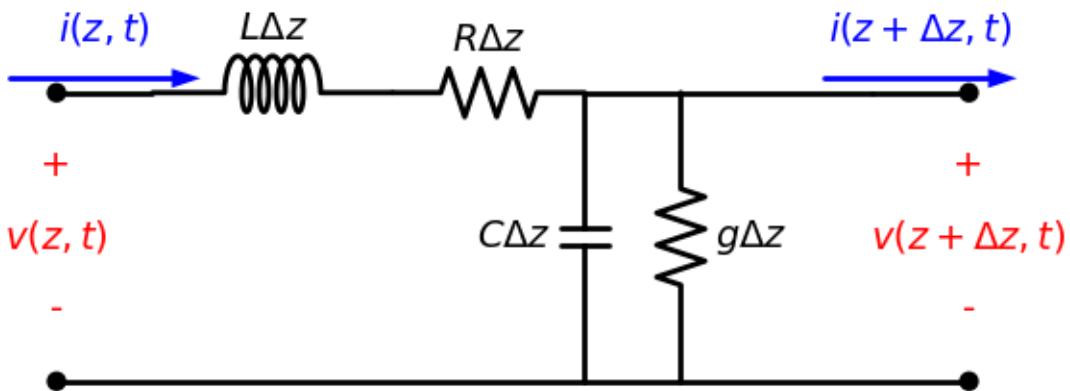
Figuur 7.2: visuele weergave van het elektrisch (E) en het magnetisch (H) veld in een coax kabel



Figuur 7.3: Netwerk model van een 50 Ohm transmissielijn.

## 7.1 Transmissie lijn model

De golf langs een transmissielijn modelleren we in functie van zowel de plaats ( $z$ ) als de tijd ( $t$ ). Het elektrisch veld ( $E$ ) integreren we tussen de 2 geleiders wat ons de spanning  $v(z, t)$  geeft en het magnetisch veld ( $H$ ) integreren we over een lus wat ons de stroom door deze lus  $i(z, t)$  geeft. De vergelijkingen voor zowel  $v(z, t)$  als  $i(z, t)$  kunnen we bekomen door een klein stukje van de kabel met lengte  $\Delta z$  te bekijken, zoals getoond in [Figuur 7.4](#). We hebben spanningsval over de lengte  $\Delta z$  omwille van de spanning over het spoel  $L$  en de weerstand  $R$  van het koper van de geleider, waarbij  $L$  de spoelwaarde is per eenheid afstand en  $R$  de weerstandwaarde per eenheid afstand. Bovendien hebben we ook een stroomverschil over de afstand  $\Delta z$  omwille van het opladen van  $C$  en de lek  $g$ , waarbij  $C$  de condensatorwaarde is per eenheid afstand en  $g$  de lekgeleidbaarheid per eenheid afstand. Dit resulteert in het stelsel van vergelijkingen [golf](#).



Figuur 7.4: Kleinsignaal model van een kort stuk

$$\begin{cases} v(z, t) - v(z + \Delta z) &= L\Delta z \frac{\delta i}{\delta t} + R\Delta z i \\ i(z, t) - i(z + \Delta z) &= C\Delta z \frac{\delta v}{\delta t} + g\Delta z v \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{v(z, t) - v(z + \Delta z)}{\Delta z} &= L \frac{\delta i}{\delta t} + Ri \\ \frac{i(z, t) - i(z + \Delta z)}{\Delta z} &= C \frac{\delta v}{\delta t} + gv \end{cases}$$

$z$  infinitisimaal klein maken:

$$\begin{cases} \frac{\delta v}{\delta z} &= L \frac{\delta i}{\delta t} + Ri \\ \frac{\delta i}{\delta z} &= C \frac{\delta v}{\delta t} + gv \end{cases}$$

We groeperen van stroom en spanning:

$$\begin{cases} \frac{\delta v}{\delta z} &= (j\omega L + R)i \\ \frac{\delta i}{\delta z} &= (j\omega C + g)v \end{cases}$$

Beide vergelijkingen combineren geeft:

$$\frac{\delta v}{\delta i} = \frac{(j\omega L + R)i}{(j\omega C + g)v}$$

We groeperen stroom en spanning:

$$\frac{v \delta v}{i \delta i} = \frac{j\omega L + R}{j\omega C + g}$$

We schrijven het resultaat in de vorm van karakteristieke impedantie:

$$Z_o^2 = \frac{j\omega L + R}{j\omega C + g}$$

$$Z_o = \sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + g}}$$

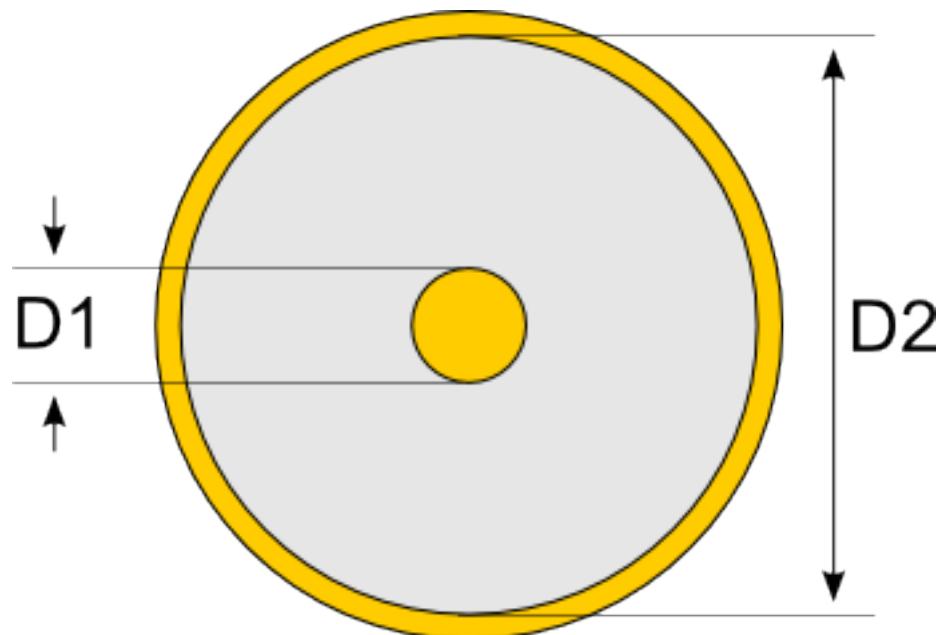
waarbij L de inductantie per eenheid lengte is, C de capaciteit per eenheid lengte is, R de weerstand van de geleider en g de lekgeleidbaarheid van het diëlectricum.

In het beste geval is de weerstand van de geleider nul ( $R=0$ ) en de lek ook nul ( $g=0$ ).  $Z_o$  wordt dan

$$Z_o \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

## 7.2 Coax kabel

Figuur 7.5 toont de doorsnede van een coax kabel met daarop de belangrijkste parameters voor het bepalen van de C per eenheid lengte en de L per eenheid lengte.



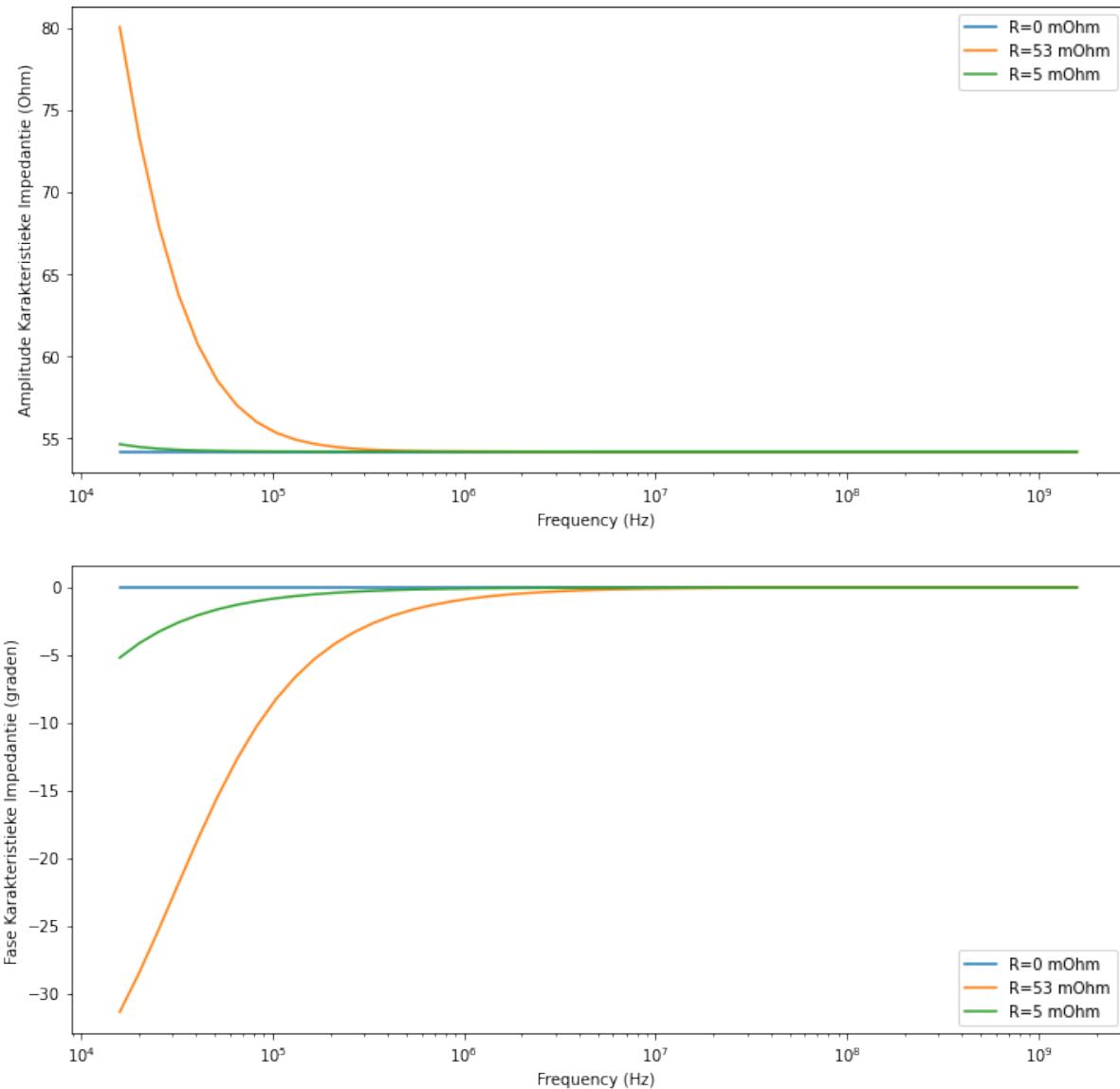
Figuur 7.5: Schematische cross-section van een coax kabel met de aanduiding van de belangrijkste parameters

Voor een typische [coax-kabel](#) met binnendiameter 1.2 mm en buiten diameter 2.8 mm bekomen we de volgende parameters:

$R = 0.09886 \text{ ohms/m}$
$L = 169.46 \text{ nH/m}$
$G = 7.416 \text{ S/m}$
$C = 65.63 \text{ pF/m}$
$Z_o = 50.81 \text{ Ohm}$

Het verloop van de karakteristieke impedantie ziet er voor deze coax kabel uit als aangegeven in Figuur 7.6

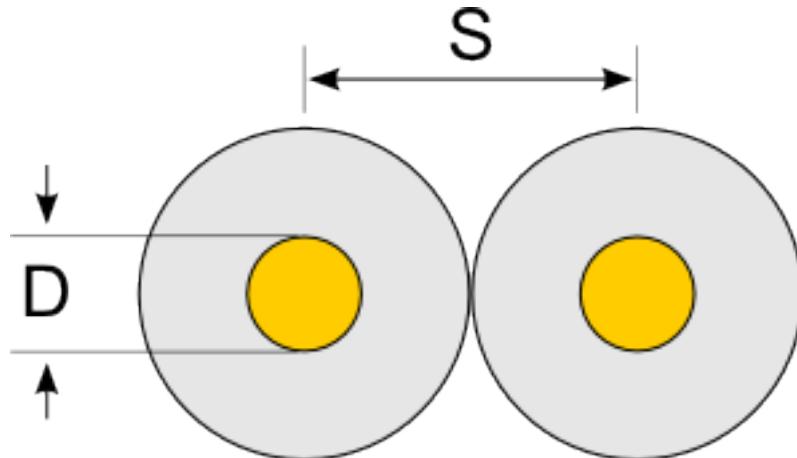
Uit Figuur 7.6 merken we dat bij lage frequenties deze karakteristieke impedantie in belangrijke mate verschilt van 50 Ohm. De negatieve fase geeft aan dat bij lage frequenties de lijn zich capacitief gedraagt.



Figuur 7.6: Verloop van de karakteristieke impedantie van een RG-58 coax als functie van de frequentie.

## 7.3 Twisted pair kabel

Figuur 7.7 toont de doorsnede van een twisted pair kabel met daarop de belangrijkste parameters voor het bepalen van de C per eenheid lengte en de L per eenheid lengte.



Figuur 7.7: Schematische cross-section van een twisted pair kabel met de aanduiding van de belangrijkste parameters

## 7.4 striplijn

### 7.5 Microstriplijn

De relevante parameters hier zijn de breedte van het baantje ( $w$ ) en de dikte van het diëlectricum ( $h$ ). Natuurlijk speelt de relatieve Permittiviteit van het diëlectricum ( $\epsilon_r$ ) ook mee.

Een voorbeeld:

We willen een 50 Ohm transmissielijn bekomen voor een 2.4 GHz signaal op een PCB waarvan de relatieve Permittiviteit van het diëlectricum  $\epsilon_r=4.6$ . De dikte van het diëlectricum is 1/16 inch

```
Breedte van het baantje w = 2.931e+00 mm, Rel. perm: e_eff = 3.460
Breedte van het baantje w = 1.154e+02 mils (vaak voorkomende PCB eenheid)
```

```
-----  
Weerstand per eenheid lengte: R' = 0 ohms/m  
Inductantie per eenheid lengte: L' = 3.100e+02 nH/m  
lek geleidbaarheid per eenheid lengte: G' = 0 S/n  
Capaciteit per eenheid lengte: C' = 1.240e+02 pF/m
```

```
-----  
Golflengte in de vrije ruimte: lambda = 1.250e+01 cm  
Golflengte in het medium (guide): lambda_g = 6.720e+00 cm
```

```
Quart golfleengte bij 2.4 GHz = 1.680 cm
```

```
Breedte van het baantje w = 1.884e+00 mm, Rel. perm: e_eff = 3.338
Breedte van het baantje w = 7.418e+01 mils (vaak voorkomende PCB eenheid)
```

```
-----  
Weerstand per eenheid lengte: R' = 0 ohms/m  
Inductantie per eenheid lengte: L' = 3.898e+02 nH/m  
lek geleidbaarheid per eenheid lengte: G' = 0 S/n  
Capaciteit per eenheid lengte: C' = 9.516e+01 pF/m
```

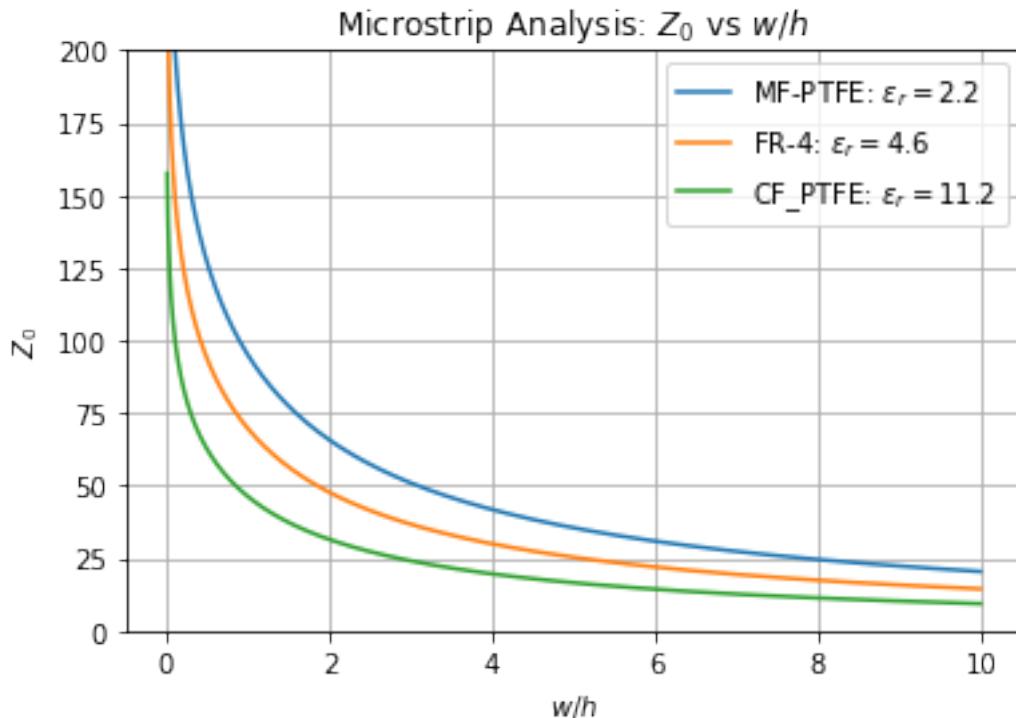
(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

Golflengte in de vrije ruimte:  $\lambda = 6.000e+01$  cm  
 Golflengte in het medium (guide):  $\lambda_g = 3.284e+01$  cm

## 7.6 Microstrip Analyse Plots

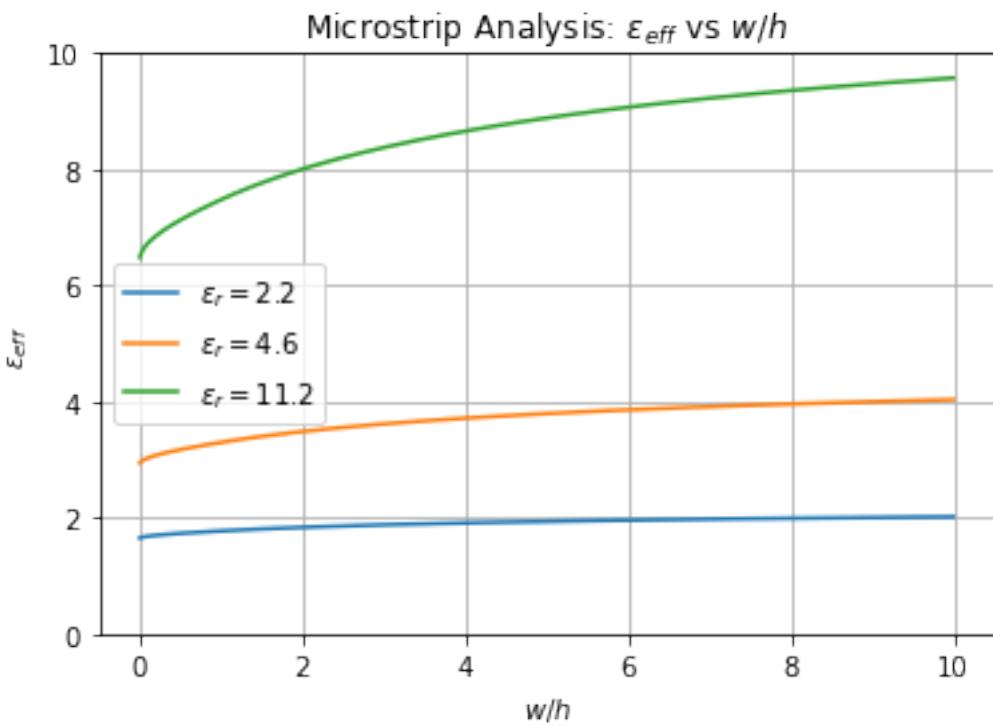
We vergelijken 3 types: Micro-fiber PTFE, FR4, en Ceramisch-gevulde PTFE voor een aantal waarden van  $w/h$ .



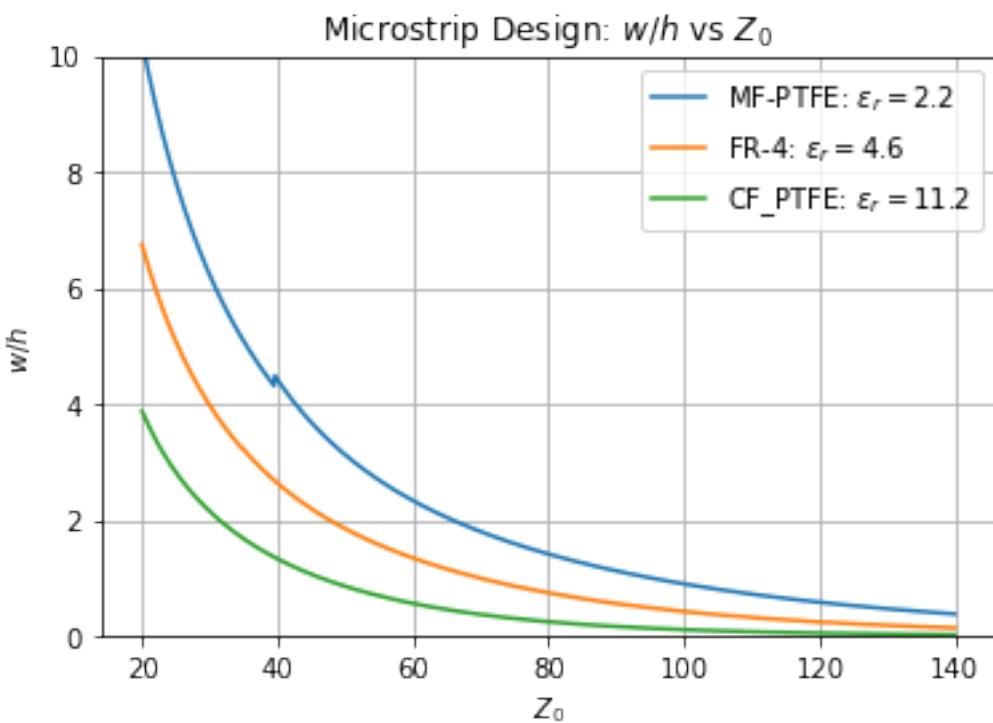
Figuur 7.8: Verloop van de karakteristieke impedantie van een microstriplijn als functie van de dimensies.

## 7.7 Microstrip Design Plots

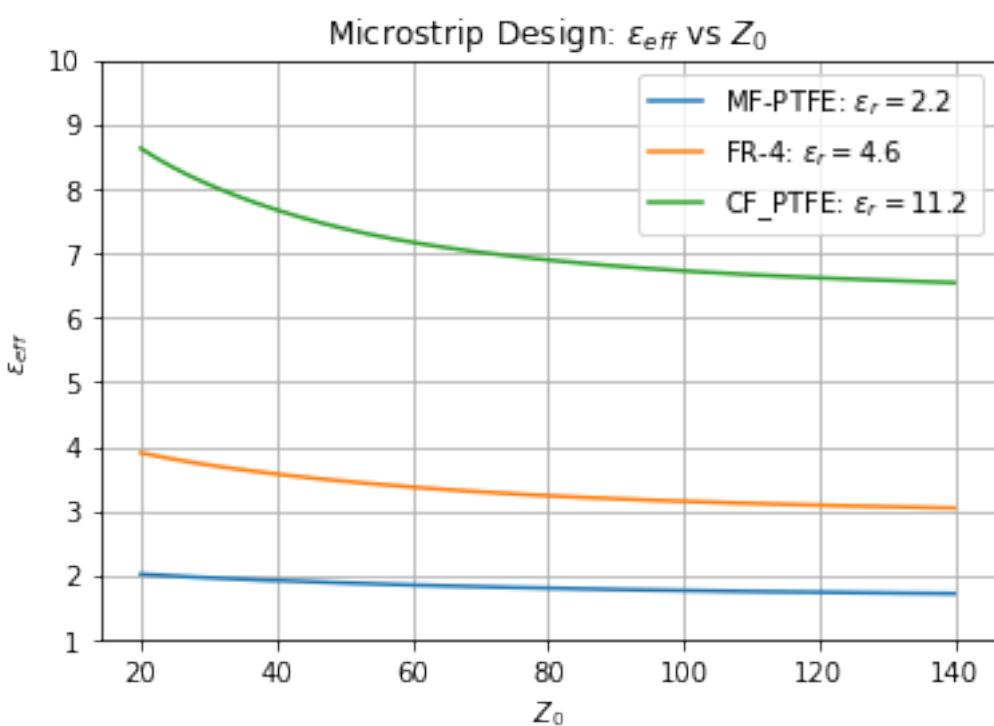
Voor het design doen we eigenlijk het omgekeerde van de analyse: we vertrekken van een gevraagde  $Z_o$  en we rekenen uit wat de  $w$  en  $h$  moeten zijn om dit te bekomen. We vergelijken 3 types: Micro-fiber PTFE, FR4, en Ceramisch-gevulde PTFE voor een aantal waarden van  $w/h$ .



Figuur 7.9: Verloop van de dielectrische constante van een microstriplijn als functie van de dimmenses.



Figuur 7.10: Dimmenses om de vereiste karakteristieke impedantie van een microstriplijn te bekomen.



Figuur 7.11: De relatie tussen effectieve dielectrische constante en karakteristieke impedantie.

# HOOFDSTUK 8

## Andere transmissie lijnconfiguraties

```
<IPython.core.display.Image object>
```

### 8.1 Twee geleiders in een onbeperkt medium

Figuur 8.1 toont de doorsnede van 2 gelijke geleiders met diameter  $d$  op een afstand  $D$  van elkaar verwijderd. De karakteristieke impedantie  $Z_0$  van deze topologie is:

$$Z_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cosh^{-1} \left( \frac{D}{d} \right) \approx \frac{119.92}{\sqrt{\epsilon}} \ln \left( \frac{2D}{d} \right) \approx \frac{276}{\sqrt{\epsilon}} \log_{10} \left( \frac{2D}{d} \right)$$

Voor de geldigheid van deze formule is het essentieel dat beide geleiders een gelijke en tegengestelde stroom geleiden.

```
<IPython.core.display.Image object>
```

Figuur 8.1: Twee geleiders in een onbeperkt medium

Het is ook mogelijk dat beide geleiders niet dezelfde diameter hebben. In Figuur 8.2 wordt de doorsnede geschat voor de diameters  $d_1$  en  $d_2$ .

De karakteristieke impedantie  $Z_0$  van deze topologie is:

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{4D^2}{d_1 d_2} - \frac{d_1}{d_2} - \frac{d_2}{d_1} \right) \right)$$

```
<IPython.core.display.Image object>
```

Figuur 8.2: Doorsnede van een transmissielijn met 2 geleiders van ongelijke diameters.

```
<IPython.core.display.Image object>
```

# HOOFDSTUK 9

## Een geleider boven een grondvlak

Figuur 9.1 toont de configuratie van een geleider boven een grondvlak. Hierbij is het vanzelfsprekend dat de terugstroom door het grondvlak loopt. Daarom wordt de waarde van de karakteristieke impedantie  $Z_0$  bekomen tussen deze geleider en het grondvlak.

$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{\varepsilon}} \log_{10} \left( \frac{4h}{d} \right)$$

```
<IPython.core.display.Image object>
```

Figuur 9.1: configuratie van een geleider boven een grondvlak

### 9.1 Twee geleiders boven een grondvlak

Hierbij is het belangrijk dat we het verschil beschouwen tussen de differentiële karakteristieke impedantie (zie Figuur 9.2) en de common mode karakteristieke impedantie (zie Figuur 9.3).

Wanneer  $d \ll D$  en  $d \ll h$  worden de vergelijkingen:

$$Z_{0_{diff}} = \frac{276}{\sqrt{\varepsilon}} \log_{10} \left( \frac{2D}{d} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{D}{2h}\right)^2}} \right)$$
$$Z_{0_{common}} = \frac{69}{\sqrt{\varepsilon}} \log_{10} \left( \frac{4h}{d} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2h}{D}\right)^2}} \right)$$

We zien ook dat als  $D$  zeer groot wordt, de waarde van  $Z_{0_{common}}$  de helft wordt van de waarde van een enkelvoudige geleider boven een grondvlak, met andere woorden: voor grote  $D$  kunnen we beide geleiders in parallel beschouwen.

```
<IPython.core.display.Image object>
```

Figuur 9.2: differentiële karakteristieke impedantie boven een grondvlak

```
<IPython.core.display.Image object>
```

Figuur 9.3: common mode karakteristieke impedantie boven een grondvlak

```
<IPython.core.display.Image object>
```

```
<IPython.core.display.Image object>
```

```
<IPython.core.display.Image object>
```

# HOOFDSTUK 10

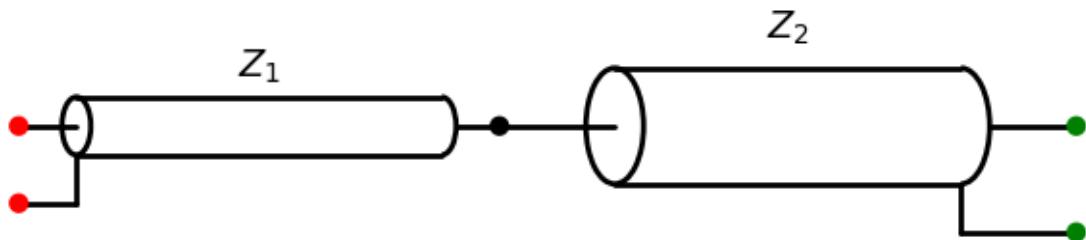
---

Reflecties

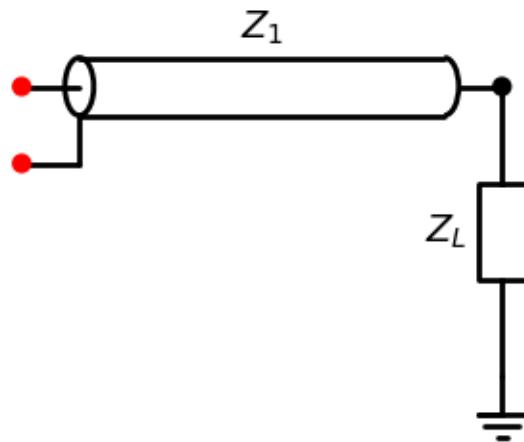
---

## 10.1 Inleiding

In dit hoofdstuk werken we een aantal voorbeelden uit die aangeven wat de invloed is van niet-aangepaste transmissielijnen op de signaalintegriteit. Om hierin inzicht te krijgen is de meest eenvoudige aanpak te kijken wat er gebeurt wanneer een ideale digitale puls wordt aangelegd aan de transmissielijn. In werkelijkheid moeten we natuurlijk beseffen dat de echte pulsvorm steeds eindige stijg- en daaltijd heeft (*slew-rate*) en dat bovendien de stroom die geleverd wordt door de output transistors ook niet constant is. Meer specifiek zal deze stroom afnemen wanneer de spanning over de transistor te klein wordt.



Figuur 10.1: Schematische voorstelling van een transmissielijn met karakteristieke impedantie  $Z_1$  gevolgd door een transmissielijn met impedantie  $Z_2$



Figuur 10.2: Schematische voorstelling van een transmissielijn met karakteristieke impedante  $Z_1$  afgesloten met een terminatieimpedantie  $Z_L$

## 10.2 Uitwerken van een ladderdiagram

Bij het uitwerken van een ladderdiagram volgen we hoe een ideale stap in aan de ingang loopt over de transmissielijn. Bij elke overgang waar de karakteristieke impedantie verandert, berekenen we de reflectie en de transmissie van het signaal. De reflectie  $\rho$  bij de overgang van de karakteristieke impedantie  $Z_1$  naar de karakteristieke impedantie  $Z_2$  bedraagt:

$$\frac{V_{reflected}}{V_{incident}} = \rho = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

en de transmissie bedraagt  $1 + \rho$

Voor de gereflecteerde golf hebben we dan de vergelijkingen:

$$\frac{V_{1\leftarrow}}{V_{1\rightarrow}} = \rho = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$I_{1\rightarrow} = \frac{V_{1\rightarrow}}{Z_1}$$

$$I_{1\leftarrow} = \frac{V_{1\leftarrow}}{Z_1}$$

Voor de doorgaande golf hebben we dan de vergelijkingen:

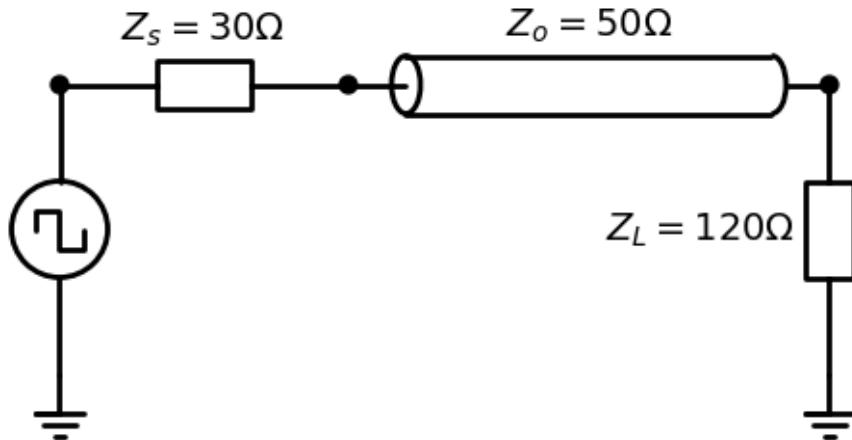
$$\frac{V_{2\rightarrow}}{V_{1\rightarrow}} = 1 + \rho$$

$$I_{2\rightarrow} = \frac{V_{2\rightarrow}}{Z_2}$$

Deze vergelijkingen voor de reflectie en de transmissie gelden zowel voor het geval dat de puls van transmissielijn 1 (met karakteristieke impedantie  $Z_1$ ) overgaat naar een puls op transmissielijn 2 (met karakteristieke impedantie  $Z_2$ ), zie Figuur 10.1, als voor het geval dat de puls van de transmissielijn afgesloten wordt door een belastingsimpedantie, zie Figuur 10.2.

## 10.3 Uitgewerkte voorbeelden

We werken dit uit aan de hand van een aantal voorbeelden. Het eerste voorbeeld ladder1schem bestudeert een transmissielijn van  $50\Omega$  die afgesloten is met een terminatieweerstand van  $120\Omega$  en die een bronweerstand heeft in de driver chip van  $30\Omega$ .



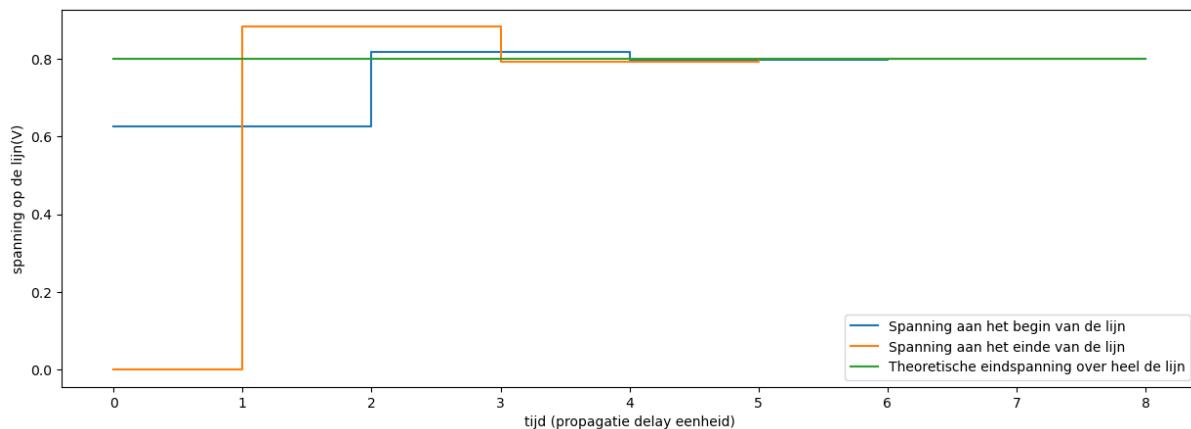
Het eerste dat we hierbij uitrekenen zijn de reflectiecoëfficiënten. We rekenen ook uit wat de initiële puls is die op de lijn vertrekt ( $V_{pulsstart}$ ) en we kunnen uitrekenen wat de spanning op de lijn zal zijn na een oneindig aantal iteraties ( $V_{eind}$ ).

$$\rho_{eind} = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} = \frac{120 - 50}{120 + 50} = 0.41$$

$$\rho_{begin} = \frac{Z_s - Z_o}{Z_s + Z_o} = \frac{30 - 50}{30 + 50} = -0.25$$

$$V_{pulsstart} = \frac{Z_o}{Z_s + Z_o} V_{bron} = \frac{50}{30 + 50} V_{bron} = 0.625 V_{bron}$$

$$V_{eind} = \frac{Z_L}{Z_s + Z_L} V_{bron} = \frac{120}{30 + 120} V_{bron} = 0.8 V_{bron}$$



Figuur 10.3: Verloop van een 1V positieve puls op een  $50\Omega$  transmissielijn met een terminatieweerstand van  $120\Omega$ . De bronweerstand is  $30\Omega$ .

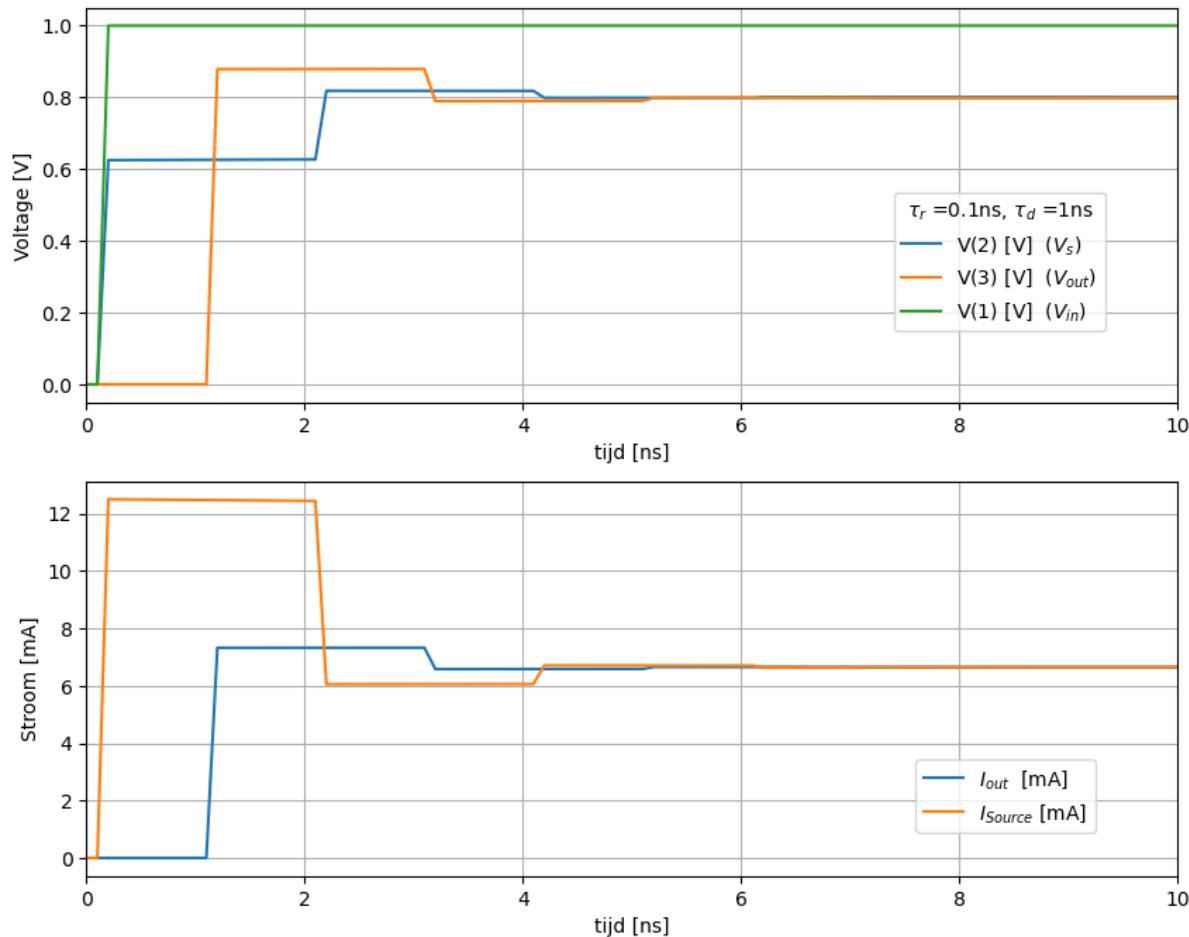
We simuleren dit schema ook aan de hand van spice (zie Spice Listing 10.1) en dit aan de hand van 3 gevallen:

- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 0.1$  ns) is veel korter dan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.4](#).
- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 1$  ns) is gelijk aan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.5](#).
- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 6$  ns) is veel langer dan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.6](#).

Spice Listing 10.1: Transmissielijn met 30 Ohm aan de bron en 120 Ohm als belasting

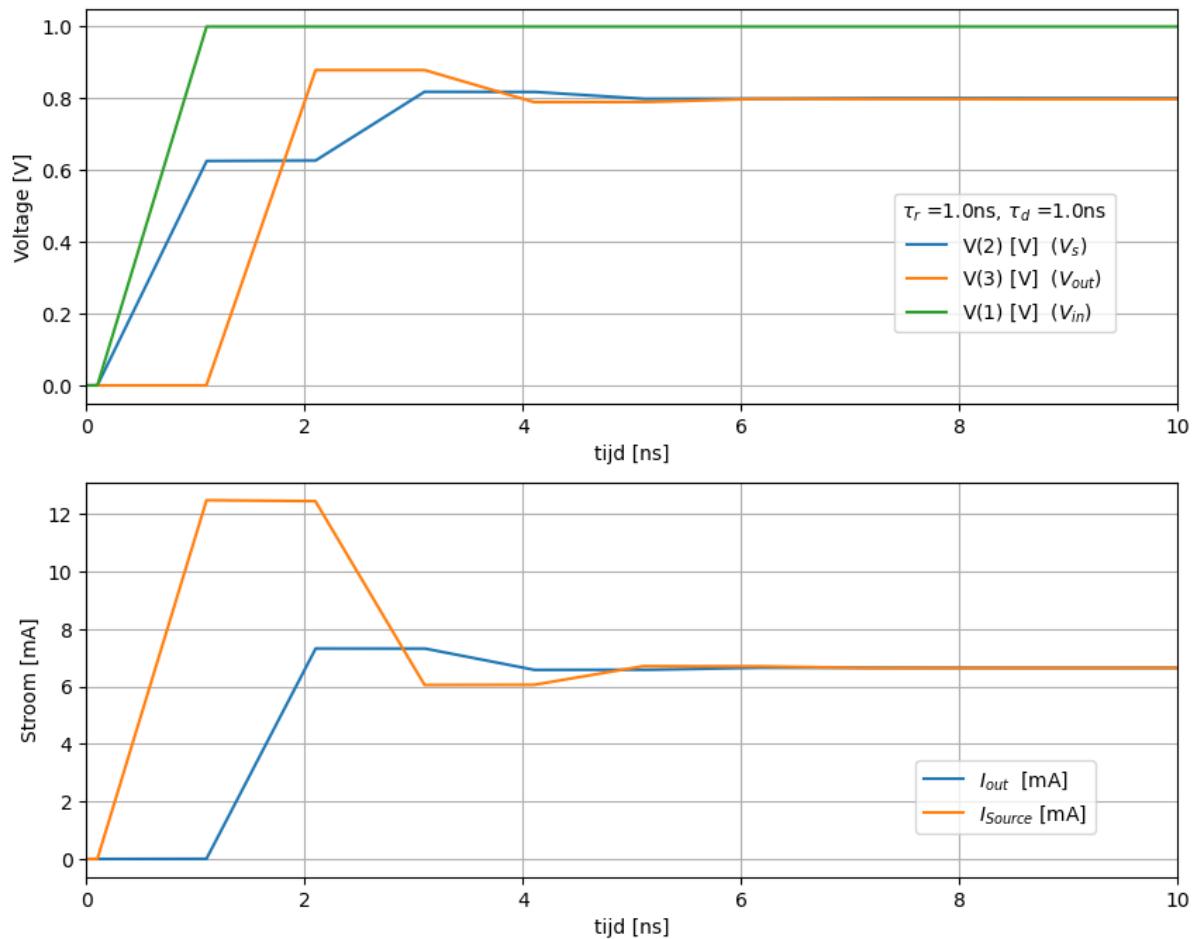
```
.TITLE Transmission Line Example
RS 1 2 30
O1 2 0 3 0 LOSSYMOD TD=2n
RL 3 0 120
.model LOSSYMOD ltra r=5.14 g=0 l=615E-9 c=246e-12 len=0.0812
```

$$Z_o = \sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + g}}$$

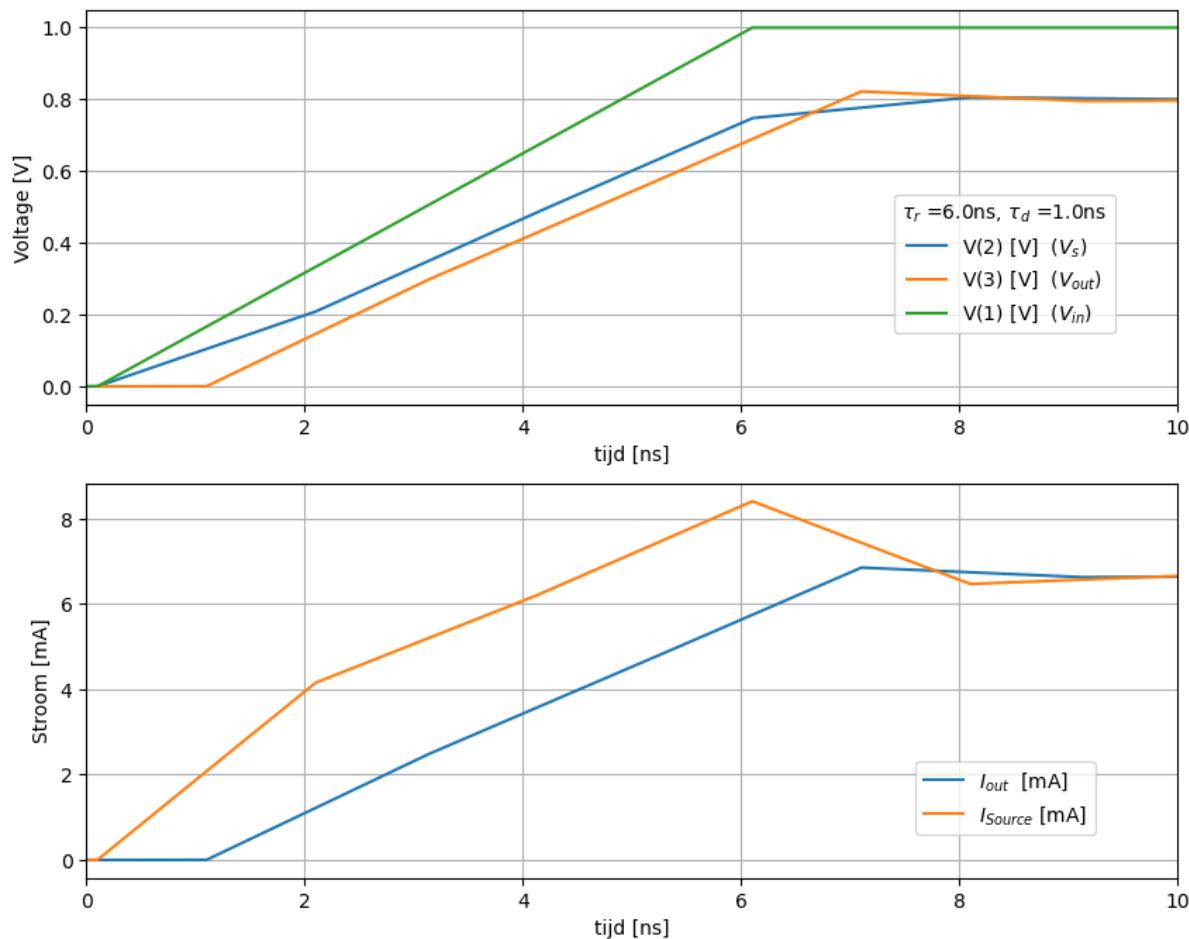


Figuur 10.4: Spice simulatie van een transmissielijn bij een stijgtijd 6 ns. De belasting is 120 Ohm load

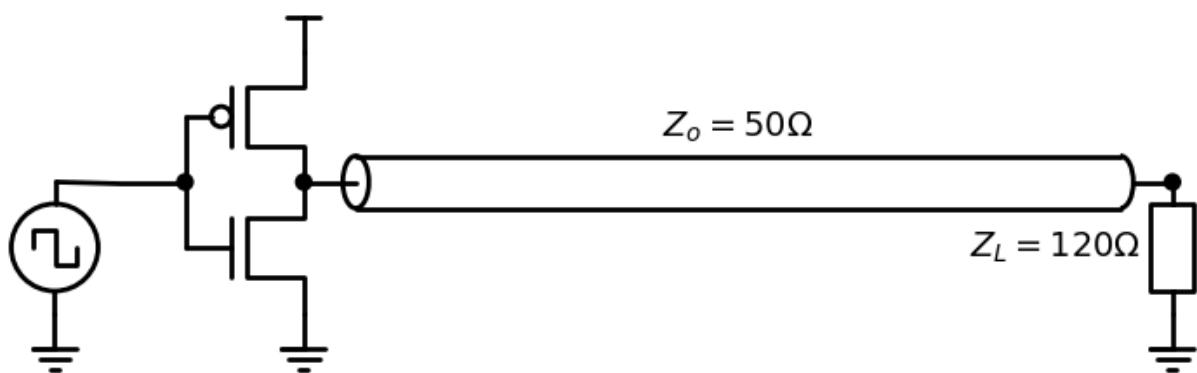
We simuleren dit schema ook aan de hand van spice (zie Spice Listing 10.2) en dit aan de hand van 3 gevallen:



Figuur 10.5: Spice simulatie van een transmissielijn bij een stijgtijd 1 ns. De belasting is 120 Ohm load



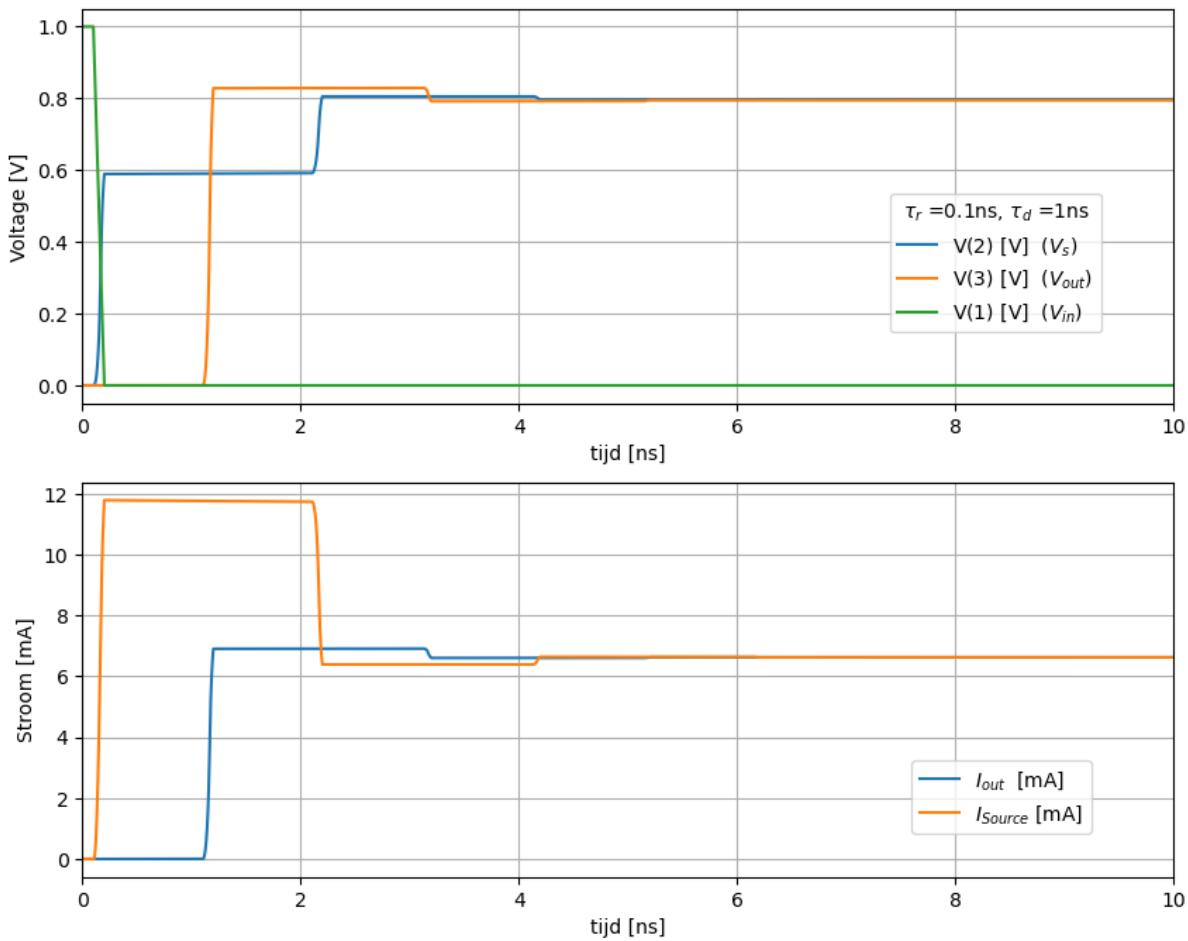
Figuur 10.6: Spice simulatie van een transmissielijn bij een stijgtijd 6 ns. De belasting is 120 Ohm load



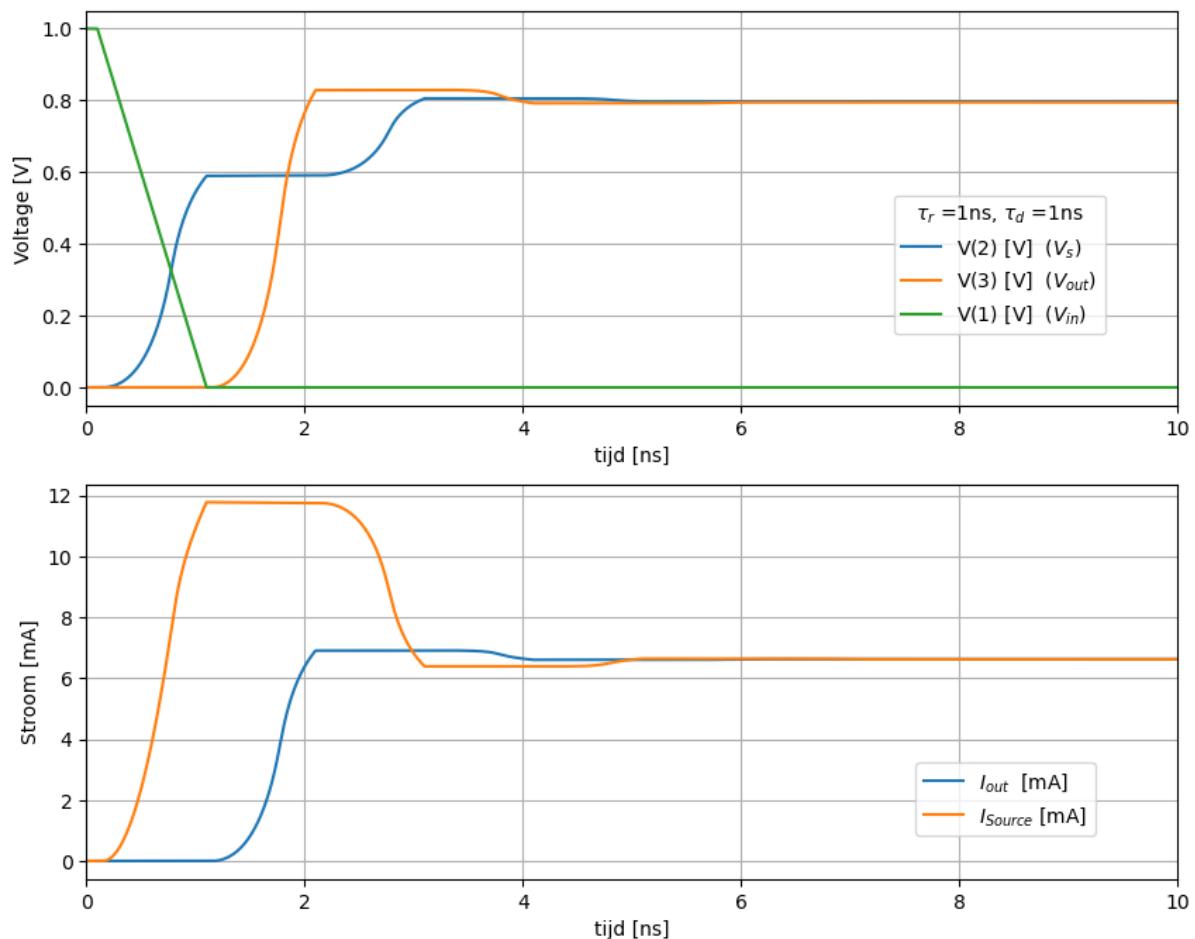
- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 0.1$  ns) is veel korter dan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.7](#).
- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 1$  ns) is gelijk aan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.8](#).
- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 6$  ns) is veel langer dan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.9](#).

Spice Listing 10.2: Transmissielijn met 120 Ohm als belasting en CMOS driver

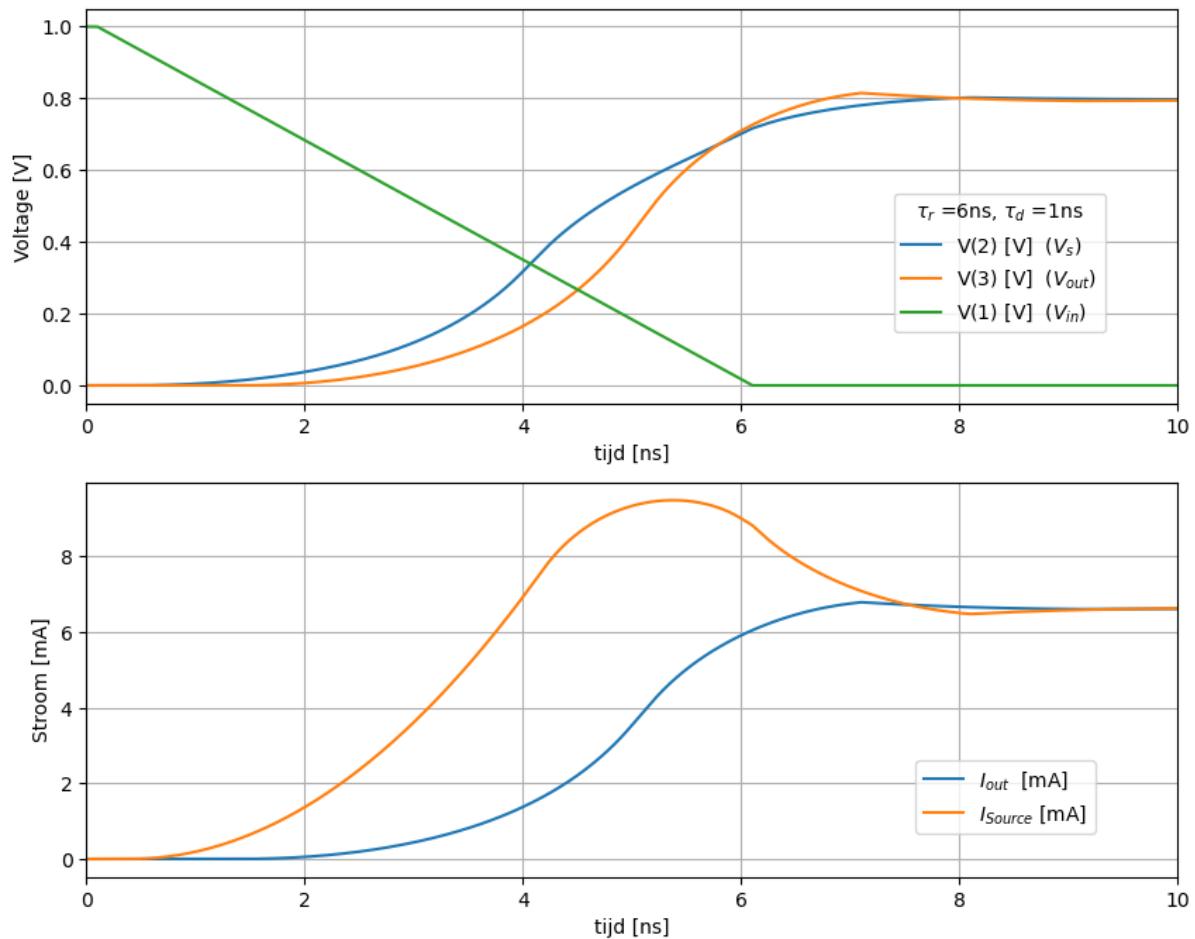
```
.TITLE Transmission Line with driver
MN1 0 1 2 0 NMOS w=150u L=0.50u
MP1 4 1 2 4 PMOS w=350u L=0.50U
VDD 4 0 1
O1 2 0 3 0 LOSSYMOD TD=2n
RL 3 0 120
.model LOSSYMOD ltra r=5.14 g=0 l=615E-9 c=246e-12 len=0.0812
.MODEL NMOS NMOS (LEVEL=1 VTO=0.05 KP=90.000E-6 LAMBDA=0.001)
.MODEL PMOS PMOS (LEVEL=1 VTO=-0.05 KP=55.000E-6 LAMBDA=0.001)
```



Figuur 10.7: Spice simulatie van een transmissielijn met driver bij een stijgtijd 100ps. De belasting is 120 Ohm load

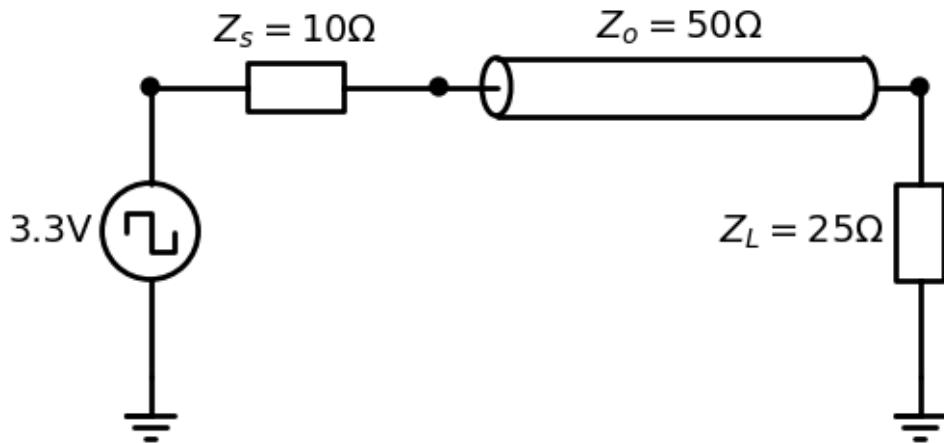


Figuur 10.8: Spice simulatie van een transmissielijn met driver bij een stijgtijd 1 ns. De belasting is 120 Ohm load



Figuur 10.9: Spice simulatie van een transmissielijn met driver bij een stijgtijd 6 ns. De belasting is 120 Ohm load

We kunnen het theoretisch ladderdiagramma ook uitwerken voor een praktische propagatievertraging van 1.5ns en een pulse gestuurd door een IC van met een voedingsspanning op de uitgangsbuffers van 3.3 V. De aan-weerstand van de uitgangsbuffers is 10 Ohm (de aanweerstand van de pMOS) en de terminatieweerstand van de lijn is 25 Ohm (zie ladder2schem). In dat geval verloopt de stijgende puls theoretisch zoals in [Figuur 10.10](#)



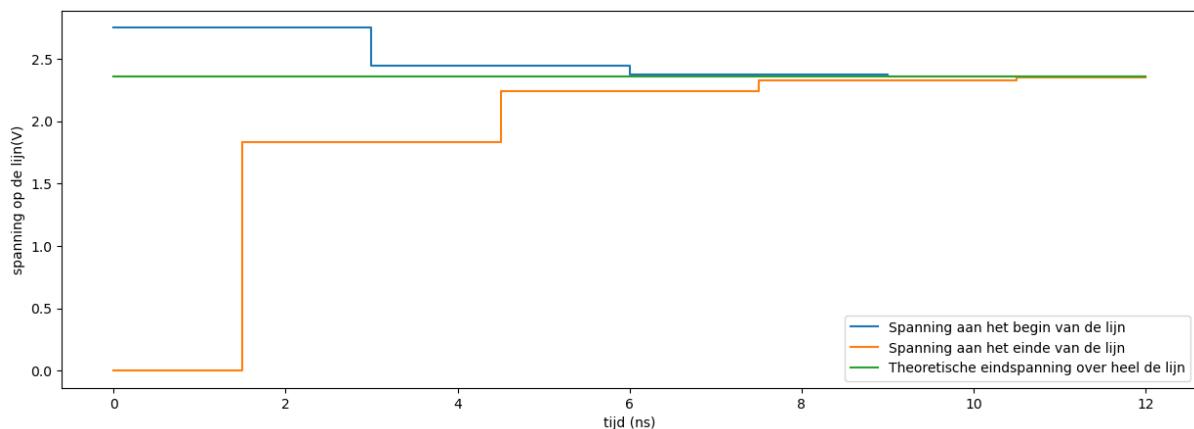
Ook hier rekenen we de reflectiecoëfficiënten uit.

$$\rho_{eind} = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} = \frac{25 - 50}{25 + 50} = -0.33$$

$$\rho_{begin} = \frac{Z_s - Z_o}{Z_s + Z_o} = \frac{10 - 50}{10 + 50} = -0.66$$

$$V_{pulsstart} = \frac{Z_o}{Z_s + Z_o} V_{bron} = \frac{50}{10 + 50} 3.3V = 2.75V$$

$$V_{eind} = \frac{Z_L}{Z_s + Z_L} V_{bron} = \frac{25}{10 + 25} 3.3V = 2.36V$$



Figuur 10.10: Verloop van een 3.3V positieve puls op een 50 Ohm transmissielijn met een terminatieweerstand van 25 Ohm. De bronweerstand is 10 Ohm.

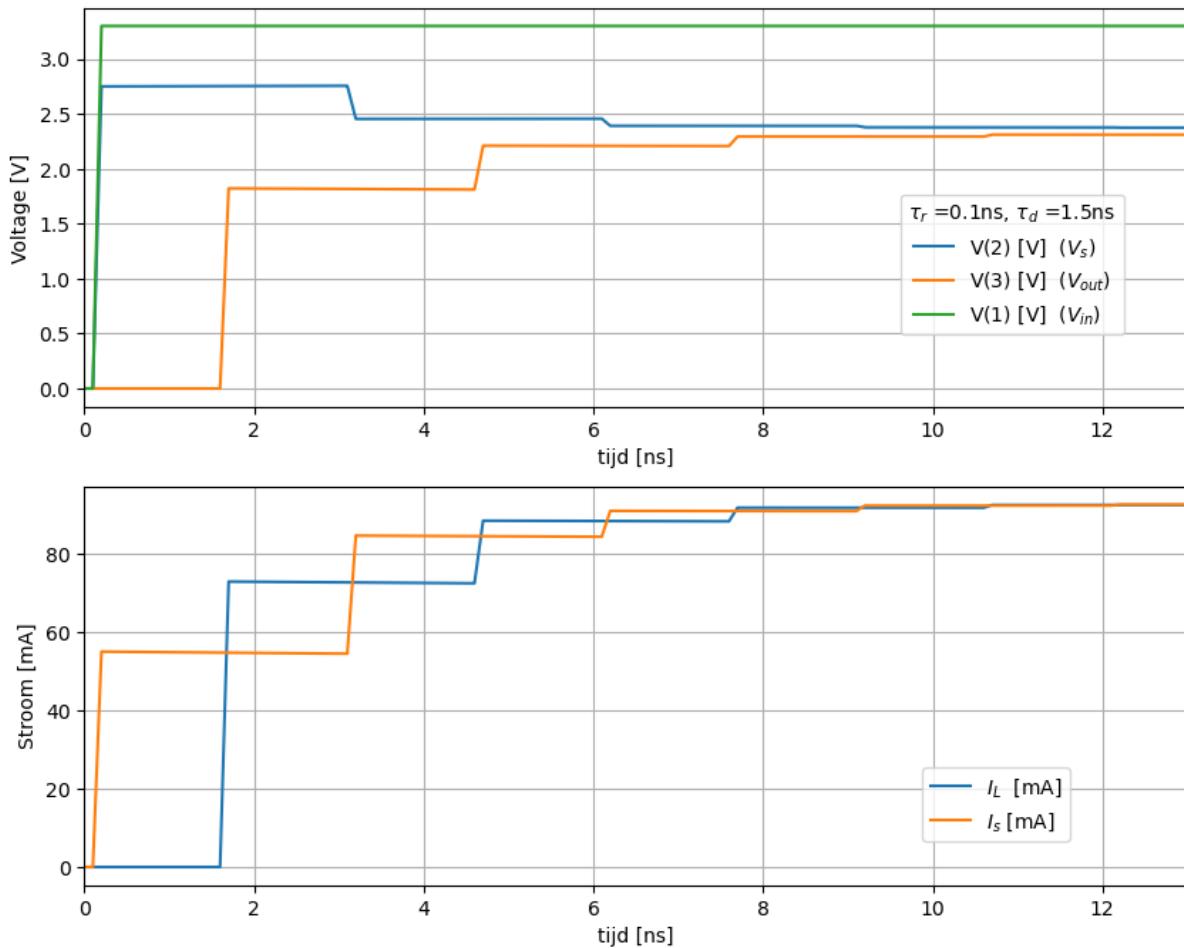
We simuleren dit schema ook aan de hand van spice (zie Spice Listing 10.3) en dit aan de hand van 3 gevallen:

- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 0.1$  ns) is veel korter dan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1.5$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.11](#).
- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 1$  ns) is gelijk aan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1.5$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.12](#).

- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 9$  ns) is veel langer dan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1.5$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.13](#).

Spice Listing 10.3: Transmissielijn met 10 Ohm aan de bron en 25 Ohm als belasting

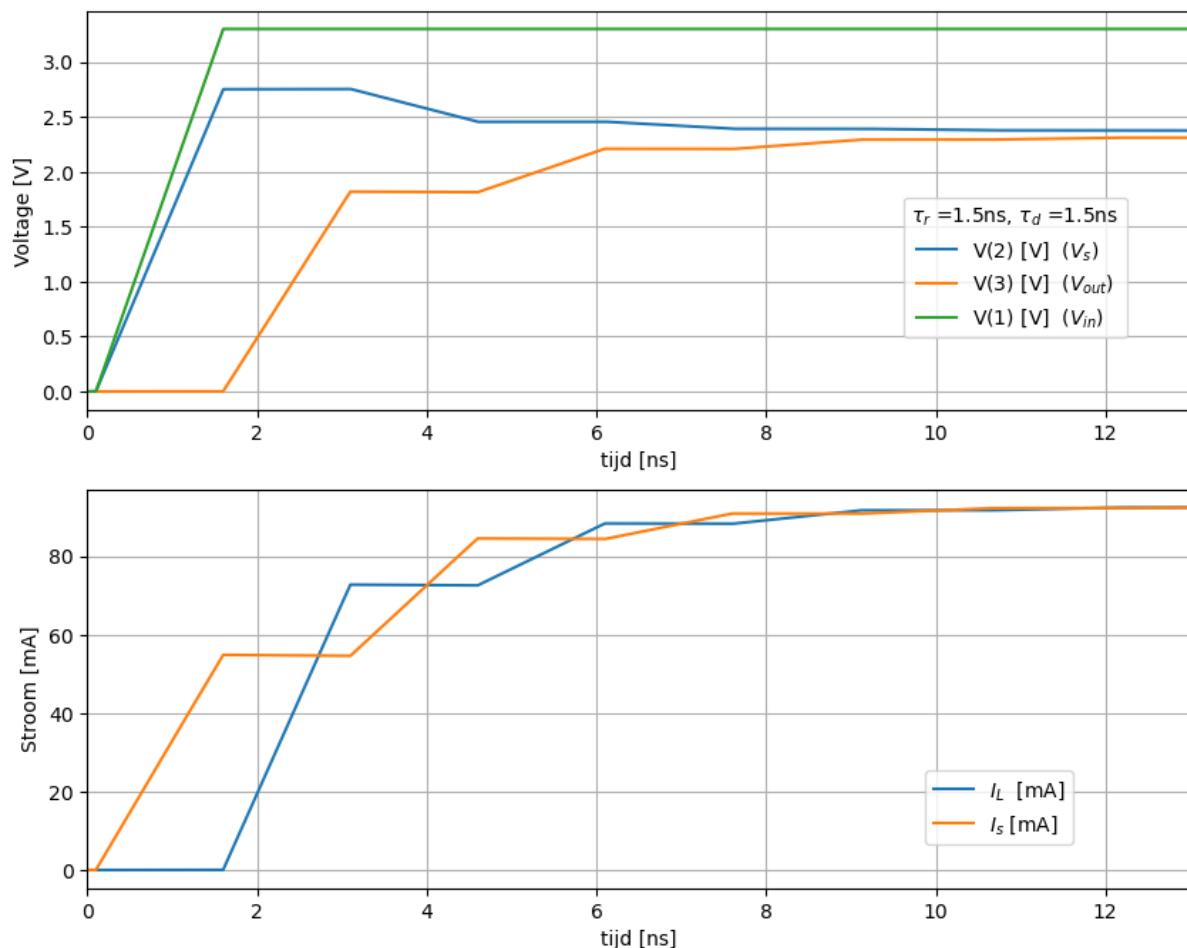
```
.TITLE Transmission Line Example
RS 1 2 10
O1 2 0 3 0 LOSSYMOD TD=2n
RL 3 0 25
.model LOSSYMOD ltra r=5.14 g=0 l=615E-9 c=246e-12 len=0.1219
```



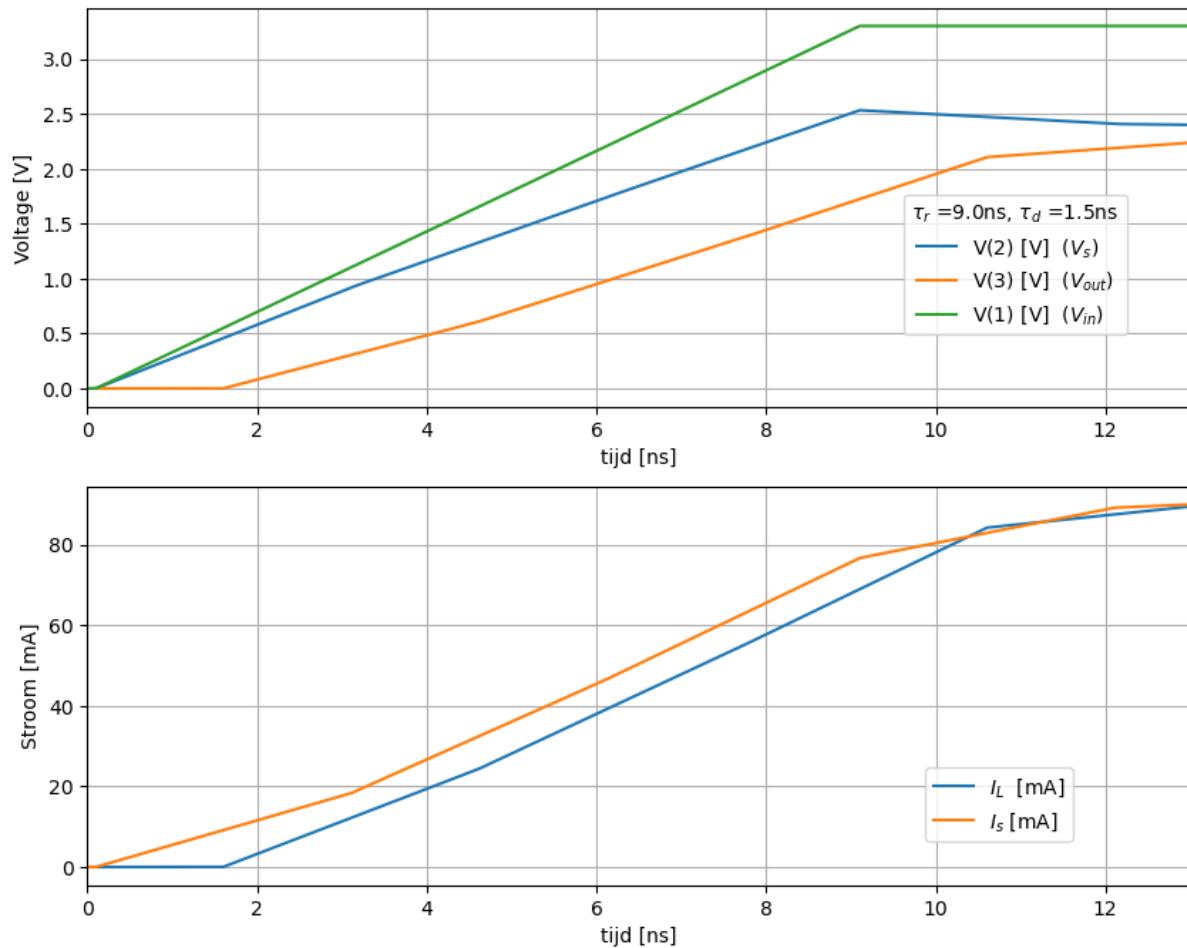
Figuur 10.11: Spice simulatie van een transmissielijn bij een stijgtijd 01ns. De belasting is 25 Ohm load

We simuleren dit schema ook aan de hand van spice (zie Spice Listing 10.4) en dit aan de hand van 3 gevallen:

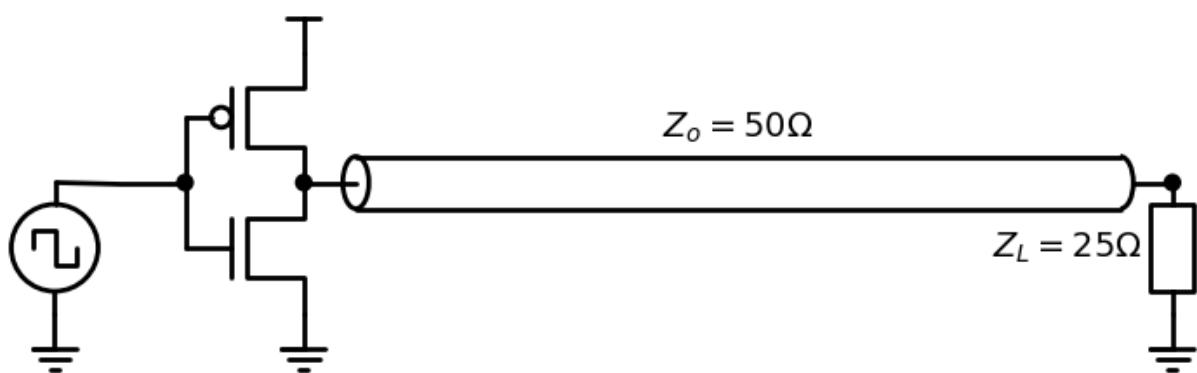
- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 0.1$  ns) is veel korter dan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1.5$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.14](#).
- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 1$  ns) is gelijk aan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1.5$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.15](#).



Figuur 10.12: Spice simulatie van een transmissielijn bij een stijgtijd 1.5ns. De belasting is 25 Ohm load



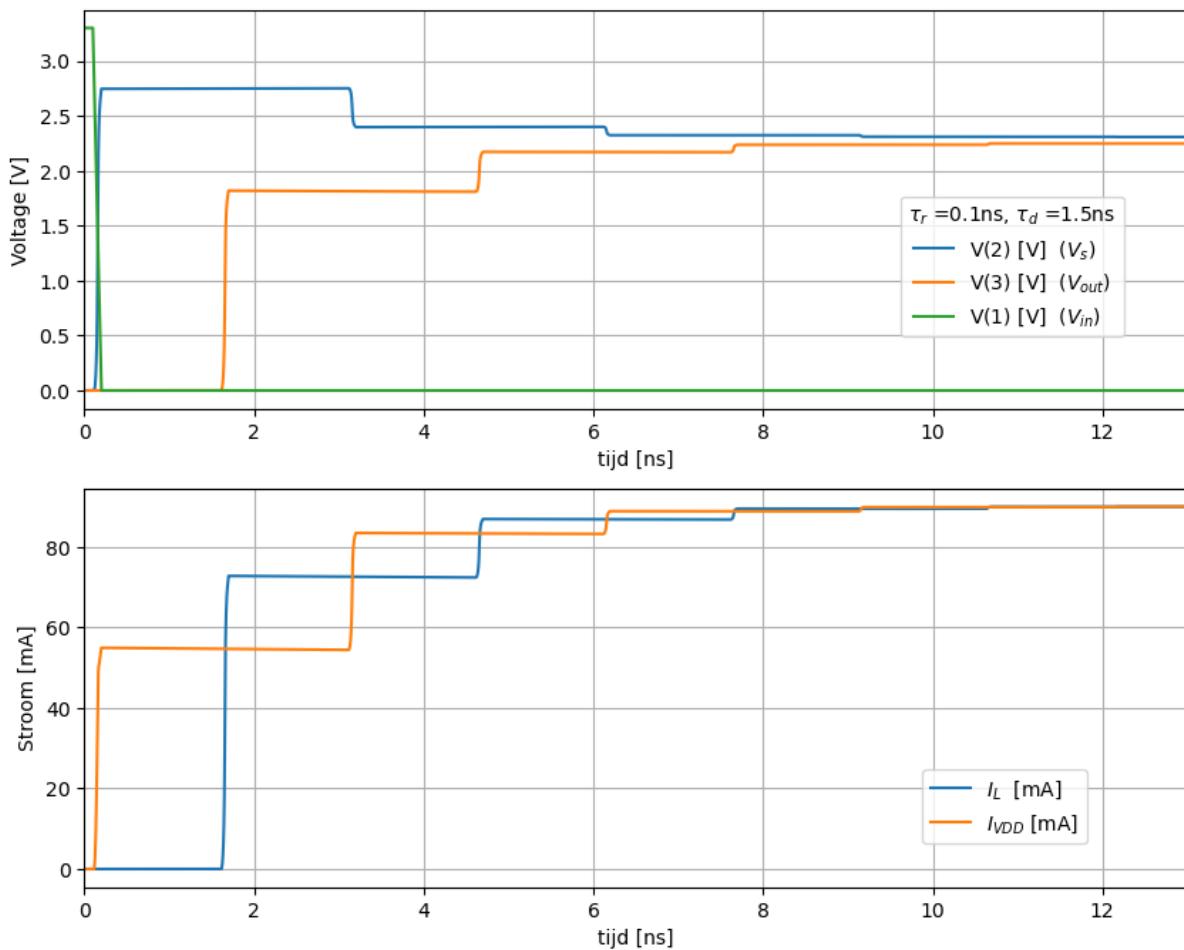
Figuur 10.13: Spice simulatie van een transmissielijn bij een stijgtijd 9ns. De belasting is 25 Ohm load



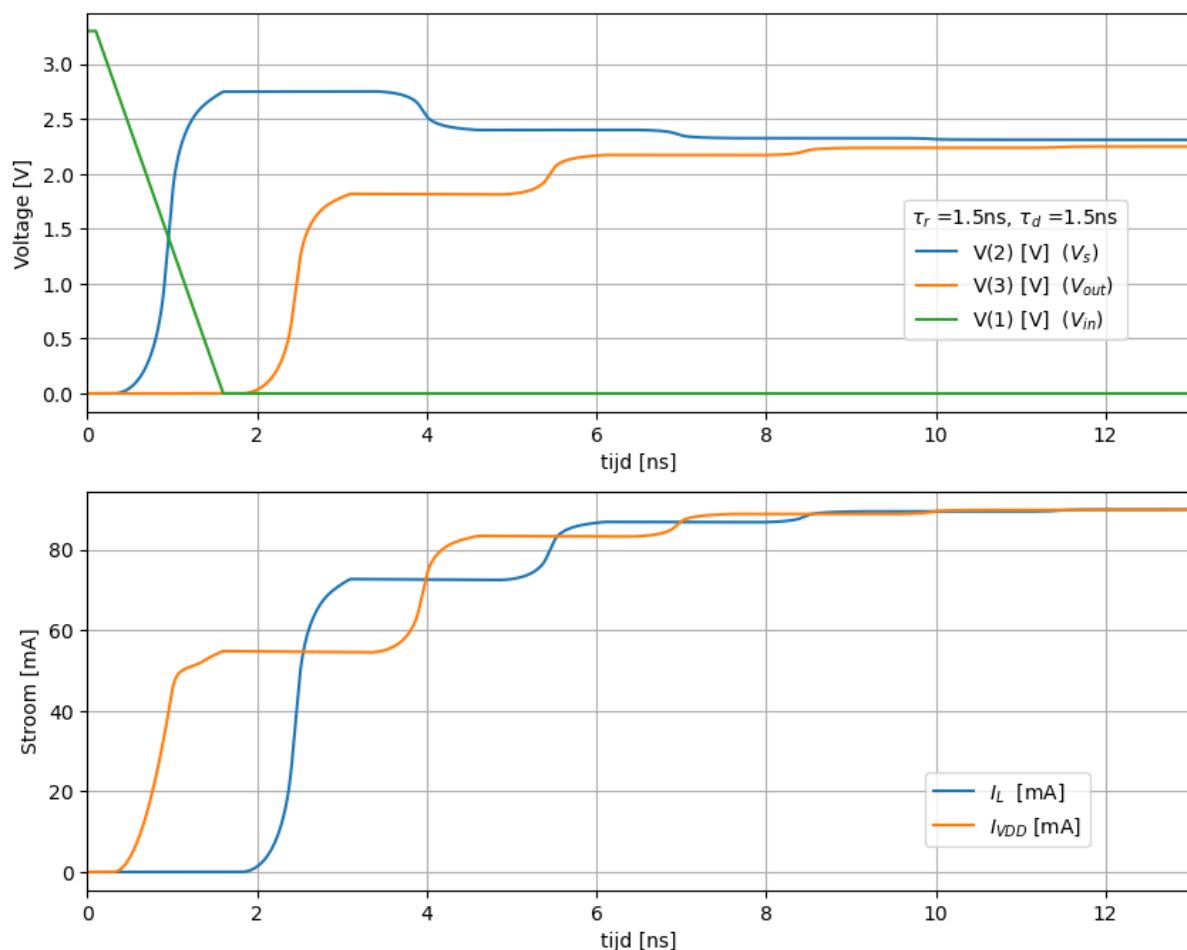
- De stijgtijd van de bron ( $\tau_r = 9$  ns) is veel langer dan de propagatietijd van de transmissielijn ( $\tau_d = 1.5$  ns). Het resultaat zien we in [Figuur 10.16](#).

Spice Listing 10.4: Transmissielijn met 25 Ohm als belasting en een CMOS driver

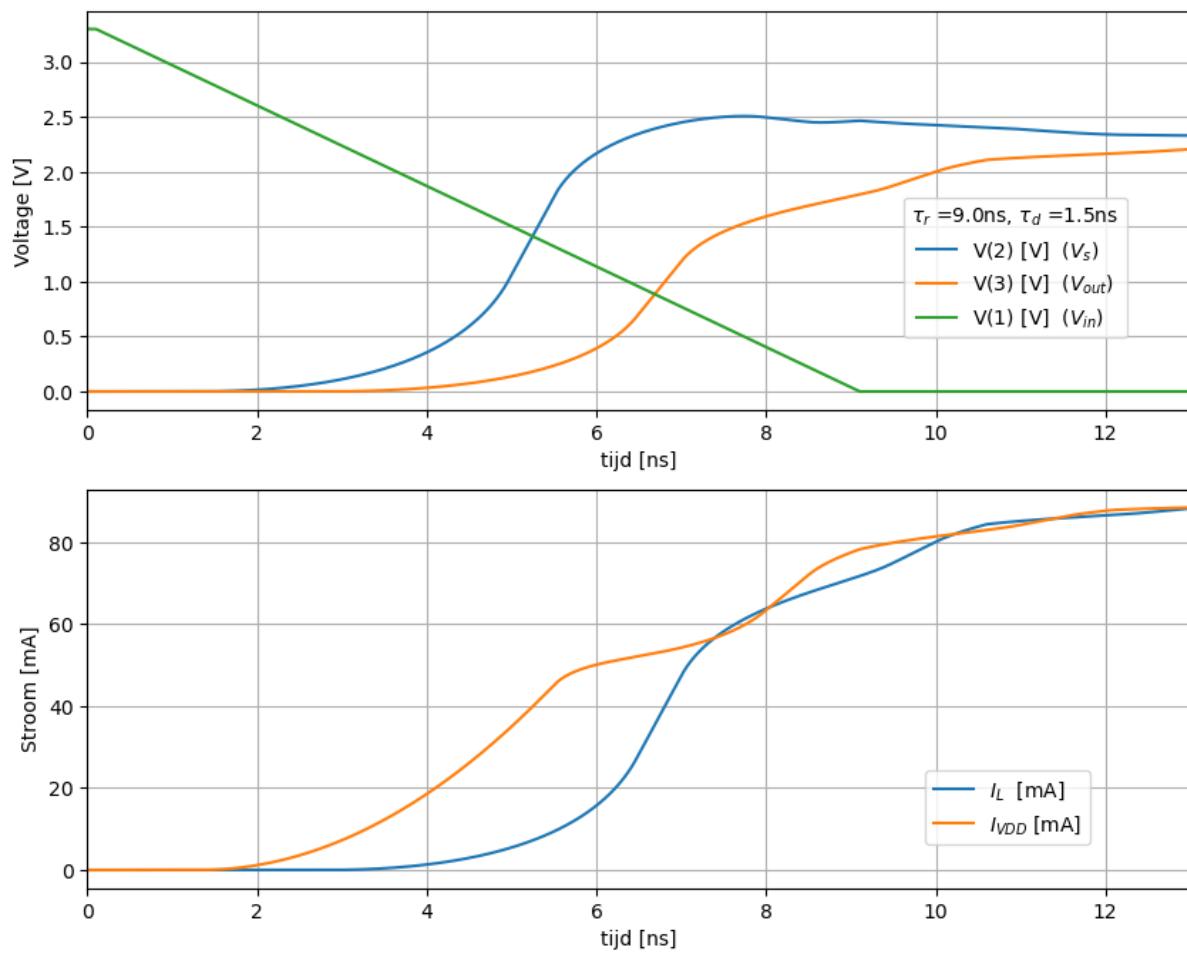
```
.TITLE Transmission Line with driver
MN1 0 1 2 0 NMOS w=150u L=0.50u
MP1 4 1 2 4 PMOS w=350u L=0.50u
VDD 4 0 3.3
O1 2 0 3 0 LOSSYMOD TD=2n
RL 3 0 25
.model LOSSYMOD ltra r=5.14 g=0 l=615E-9 c=246e-12 len=0.1219
.MODEL NMOS NMOS (LEVEL=1 VTO=0.50 KP=90.000E-6 LAMBDA=0.001)
.MODEL PMOS PMOS (LEVEL=1 VTO=-0.45 KP=55.000E-6 LAMBDA=0.001)
```



Figuur 10.14: Spice simulatie van een transmissielijn met driver bij een stijgtijd 100ps. De belasting is 25 Ohm load



Figuur 10.15: Spice simulatie van een transmissielijn met driver bij een stijgtijd 1.5ns. De belasting is 25 Ohm load



Figuur 10.16: Spice simulatie van een transmissielijn met driver bij een stijgtijd 9ns. De belasting is 25 Ohm load

# HOOFDSTUK 11

## Smith kaart

### 11.1 Wat is een Smith kaart?

Een Smith kaart is een voorstelling van een complexe impedantie of admittantie, die normaal steeds een positief reel deel heeft en ook een imaginair deel heeft dat zowel positief als negatief kan zijn. In een Smith kaart worden al deze impedanties of admittanties voorgesteld door een punt op een cirkel. Dit heeft als voordeel dat wanneer we ons verplaatsen langs een transmissielijn zonder verliezen, dat het punt dat deze impedantie of admittantie voorstelt ronddraait rond de oorsprong.

De klassieke voorstelling van een Smith kaart vinden we terug in [Figuur 11.1](#)

### 11.2 Smith Kaart Oefening 1

#### 11.2.1 Oefening 1

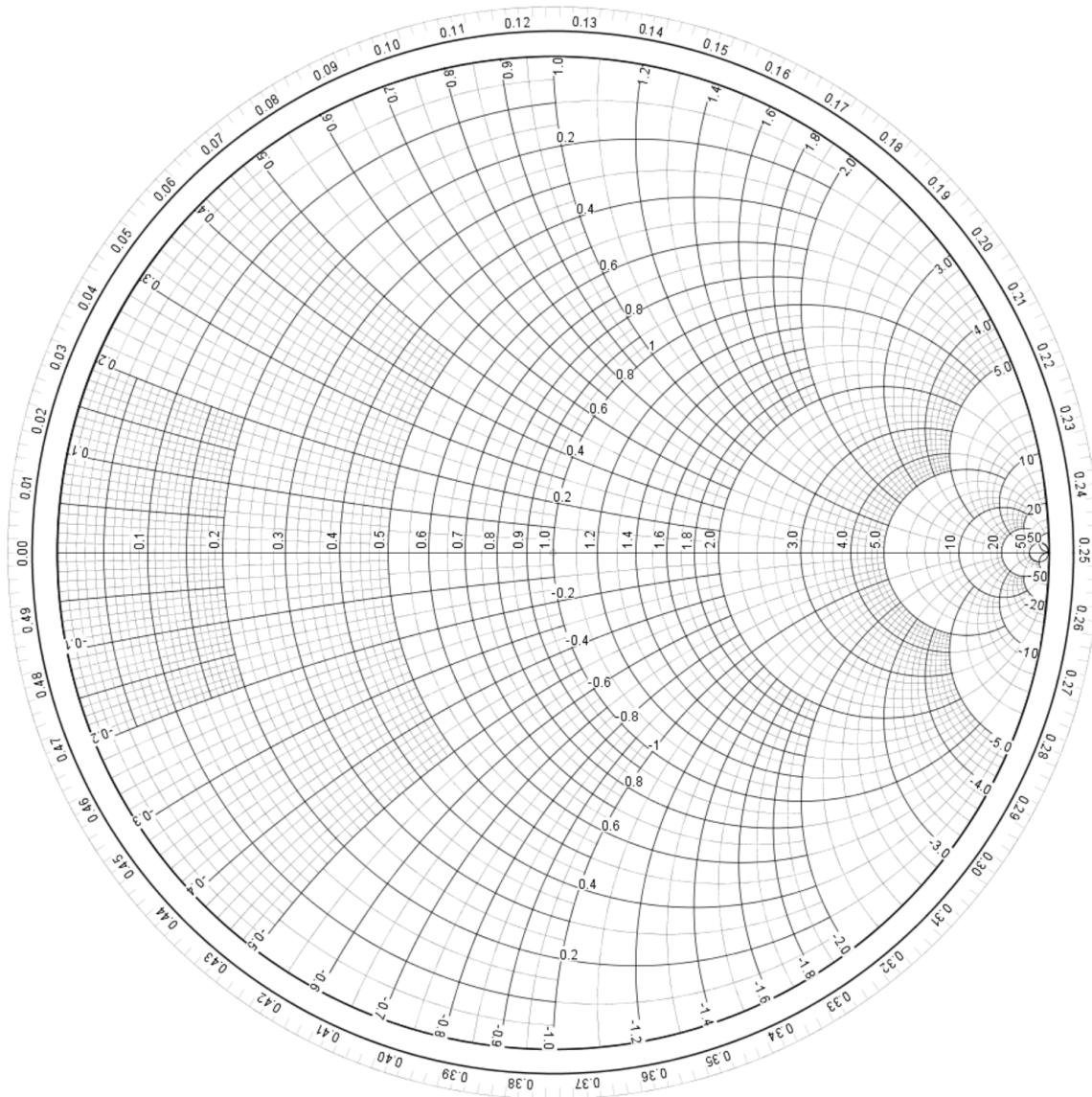
Pas aan de hand van een Smith kaart om een antenne van 128 Ohm aan aan een striplijn printbaan van 50 Ohm voor een frequentie van 1.2 GHz ( $\lambda = 12.5$  cm;  $\epsilon_r = 4$ ). Doe dit door een condensator in parallel op de 50 Ohm lijn te plaatsen. Waar moet deze condensator staan en hoe groot moet deze zijn? Wanneer 250 mW naar deze antenne gestuurd wordt, hoe groot is dan de maximale spanning aan de voet van de antenne? Hoe groot is de maximale spanning op de plaats waar de condensator is aangesloten?

##### deel A: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

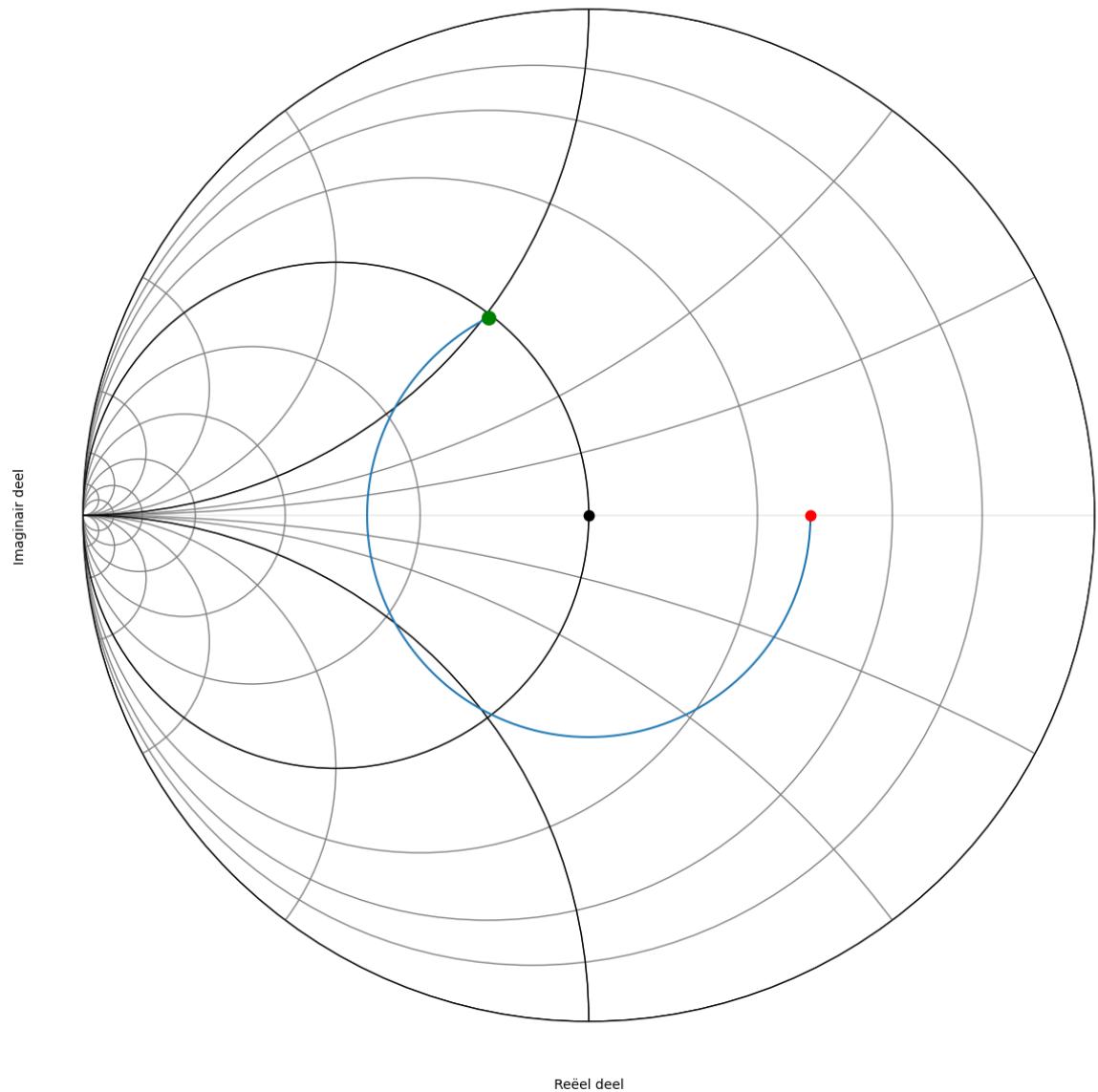
Om uiteindelijk een impedantie van 50 Ohm te bekomen, moet de parallel schakeling van het laatste stuk van de coax kabel met de bij te plaatsen condensator een uiteindelijke **admittantie** van 20 mS opleveren.

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.56$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

Echter de cirkels van constante admittantie staan niet op de klassieke Smith kaart, aangezien deze dan veel te druk wordt. Maar we weten dat deze cirkels steeds het spiegelbeeld zijn van de cirkels van constante impedantie. We

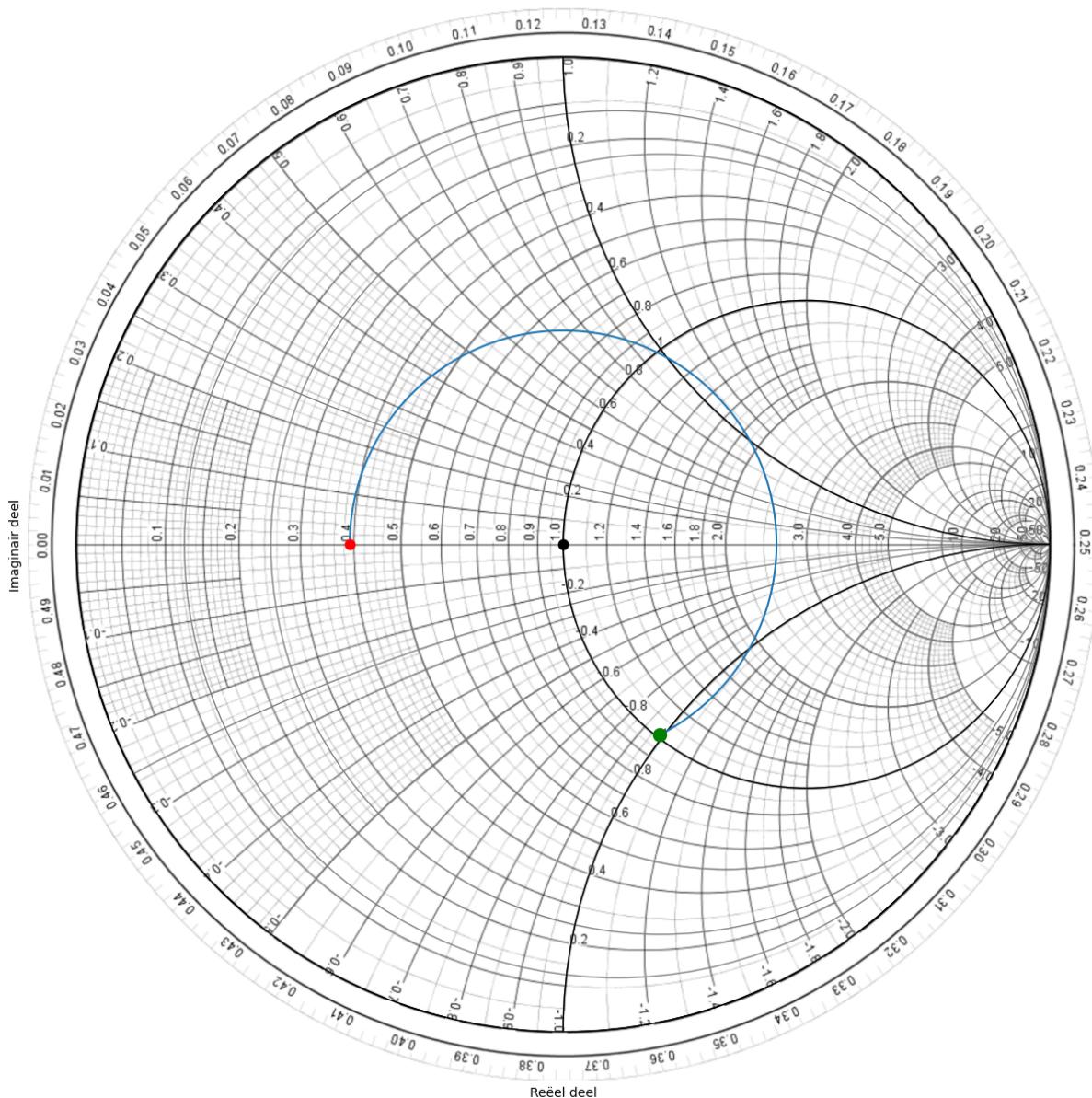


Figuur 11.1: Klassieke voorstelling van de Smith kaart



Figuur 11.2: Smith kaart van de impedantie  $Z$  waarop de cirkels van constant reeel en imaginair van de admittantie aangegeven zijn.

kunnen dan ook als vertrekpunt het spiegelbeeld nemen van de cirkel uit Figuur 11.2. Het resultaat zien we in Figuur 11.3. Figuur 11.4 toont dezelfde grafiek zonder de achtergrond.



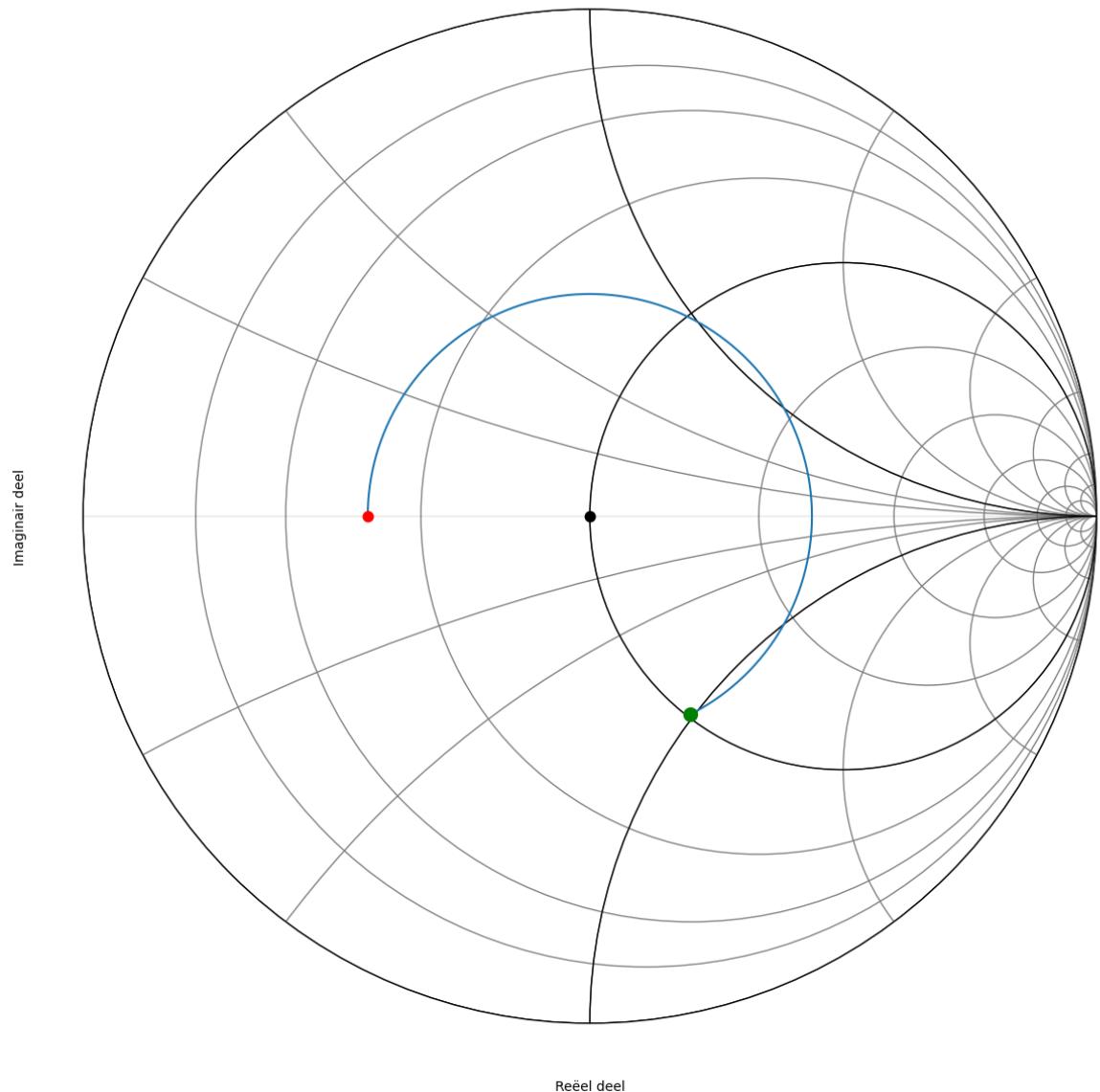
Figuur 11.3: Smith kaart van de admittantie waarop de cirkels van constant reeel en imaginair van de admittantie aangegeven zijn.

Manueel lezen we op de Smith kaart een waarde af van  $y \approx 1+1j$ . Als we dat dan herrekenen met de karakteristieke admittantie (20 mS) van de lijn bekomen we:  $Y= 20 \text{ mS} + 20 j \text{ mS}$ .

Met de code kunnen we dat veel nauwkeuriger doen. De tabel hieronder geeft aan voor de verschillende hoeken op de cirkel wel waarde van de admittantie we bekomen.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
242	$Y= 20.70-19.83j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm
243	$Y= 20.35-19.67j \text{ mS}$	lengte=4.22 cm
244	$Y= 20.00-19.50j \text{ mS}$	lengte=4.24 cm

(Vervolgt op volgende pagina)



Figuur 11.4: Smith kaart van de admittantie waarop de cirkels van constant reeel en imaginair van de admittantie aangegeven zijn (summiere weergave).

(Vervolg van vorige pagina)

245	$Y = 19.67 - 19.33j \text{ mS}$	$\text{length}=4.25 \text{ cm}$
246	$Y = 19.34 - 19.16j \text{ mS}$	$\text{length}=4.27 \text{ cm}$

De admittantie ter hoogte van waar we de condensator willen bijplaatsen is dus:  $20.00 - 19.50j \text{ mS}$

Om op  $20 \text{ mS}$  uit te komen tellen we hierbij  $19.50j \text{ mS}$  op

De nodige condensator is dus:

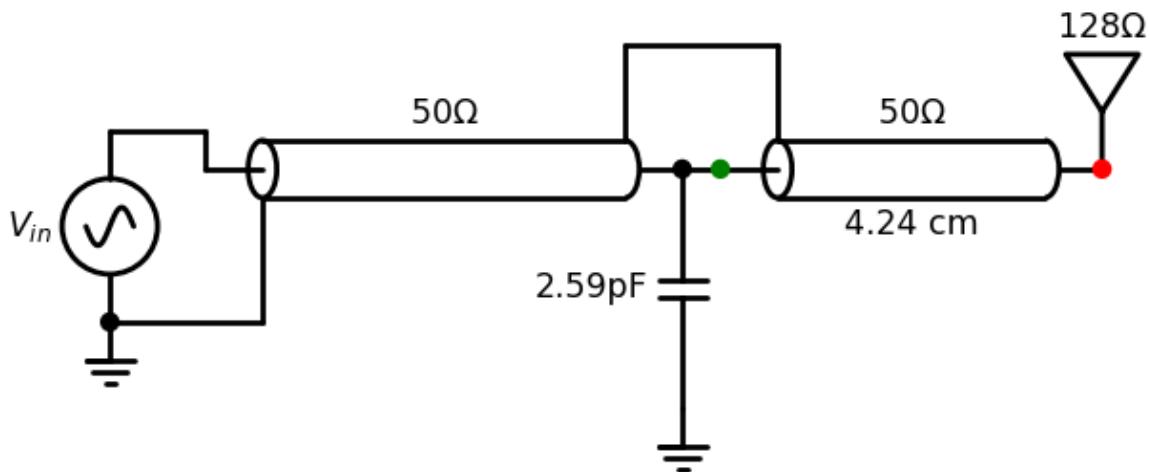
$$j\omega C = 0.0195j$$

$$C = \frac{0.0195}{2\pi \cdot 1.2 \times 10^9} = 2.59 \text{ pF}$$

De lengte van de coax tussen de capaciteit en de belasting wordt:

$$\frac{244 \lambda}{360 \cdot 2} = \frac{244}{360} \frac{12.5}{2} = 4.24 \text{ cm}$$

Het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.5: circuit van de gevraagde aanpassing.

### deel B: Spanning aan de voet van de antenne

Aangezien we een perfecte aanpassing hebben uitgevoerd, wordt het volledige vermogen dat op de kabel gestuurd wordt ook bekomen op de antenne. Derhalve kunnen we schrijven:

$$P_{in} = \frac{V_L^2}{2R_L}$$

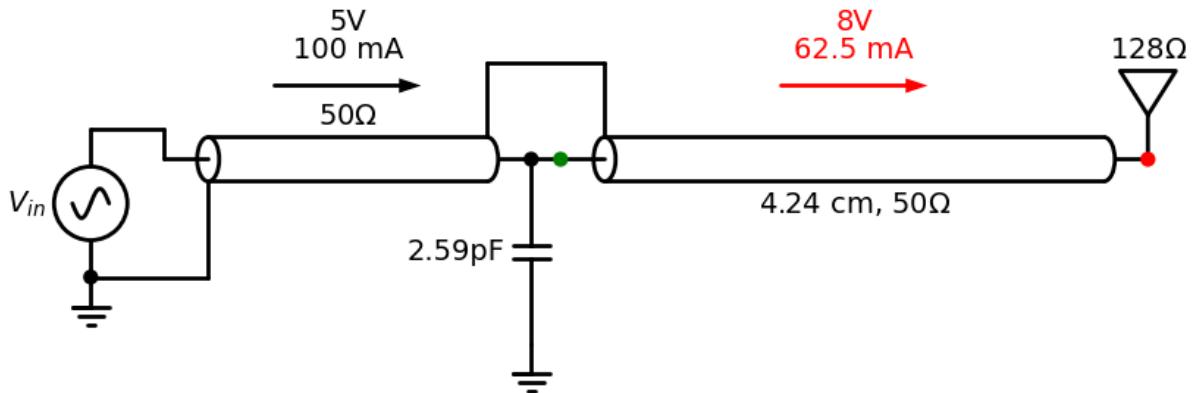
Waarbij  $P_{in}$  het vermogen is dat naar de antenne gestuurd wordt ( $250 \text{ mW}$ ),  $V_L$  de amplitude van de spanning op de antenne en  $R_L$  de impedantie van de antenne, i.e.  $128\Omega$ . Hieruit volgt dat de amplitude van de spanning die op de antenne bekomen wordt gelijk is aan  $8 \text{ V}$ .

### deel C: Maximale spanning op het gedeelte van de kabel voor de aansluiting van de condensator

De spanningsamplitude  $V_a$  op de kabel kunnen we afleiden uit he vermogen en de karakteristieke impedantie  $Z_o$ :

$$P_{in} = \frac{V_a^2}{2Z_o}$$

Hieruit volgt dat de amplitude op de kabel gelijk is aan 5 V.



Figuur 11.6: Spanningen en stromen op de verschillende delen van het circuit.

## 11.3 Smith Kaart Oefening 2

### 11.3.1 Opgave

Hoe gebruik je een Smith kaart om een antenne van 80 Ohm aan te passen aan een coax van 50 Ohm voor een frequentie van 300 MHz ( $\lambda= 50$  cm)?

#### Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

We plaatsen  $z = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.6$  op de Smith kaart (rode dotje) en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dotje).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van  $283^\circ$ . Dit geeft een afstand van  $\frac{283}{360} \lambda = 0.393 \lambda = 19.65\text{cm}$ . ( $\lambda= 50$  cm is gegeven)

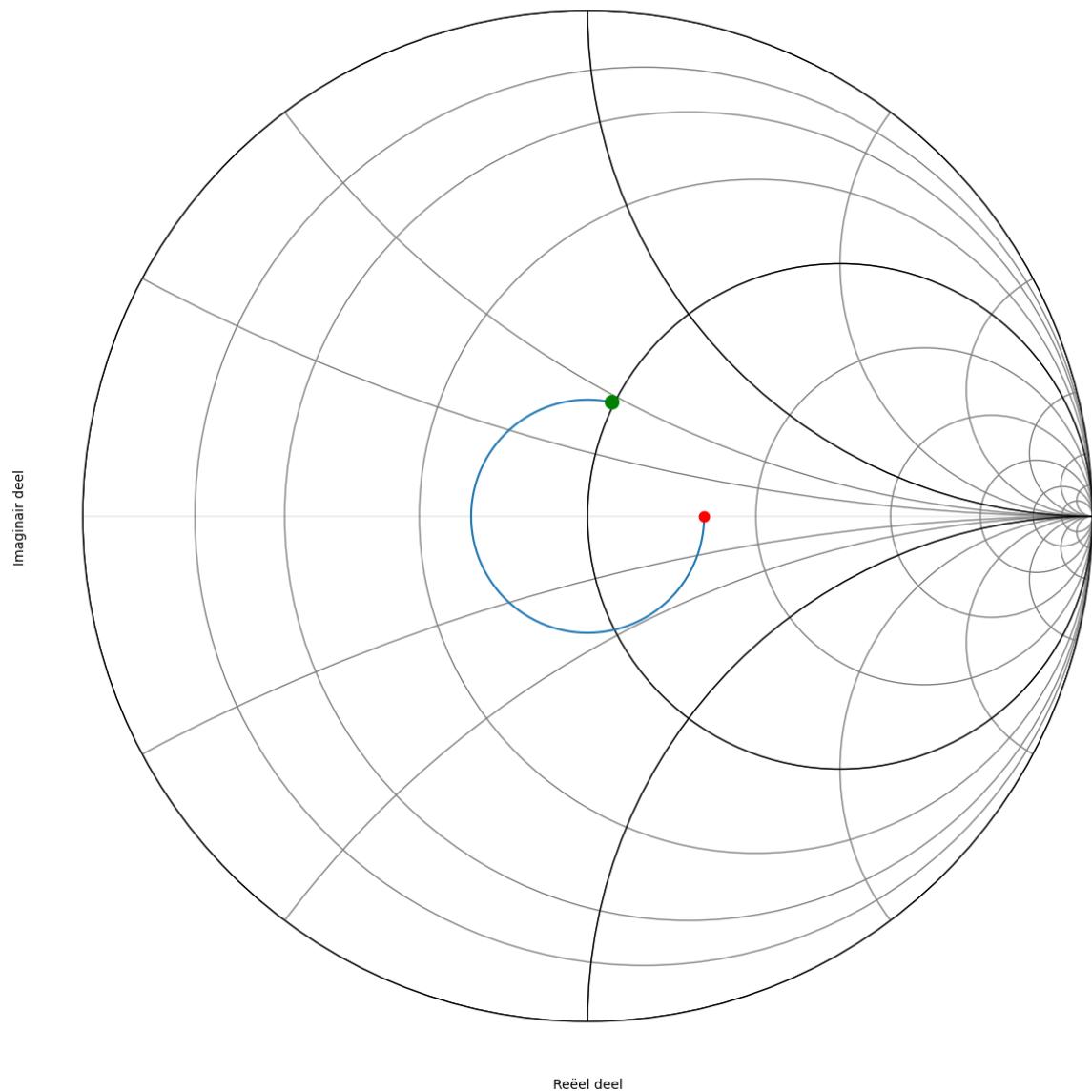
De nieuwe  $z = 1 + j 0.47$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \text{ Ohm} + j 23.68 \text{ Ohm}$  (zie Table 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer  $-j 23.68 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van de lijnimpedantie (zie Table 1) juist gaan kijken waar het reële deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j23.68\Omega$$

Als we vervolgens  $\omega$  invullen, wetende dat de frequentie  $f=300$  MHz:

$$\omega = 2\pi \cdot 300 \times 10^6$$

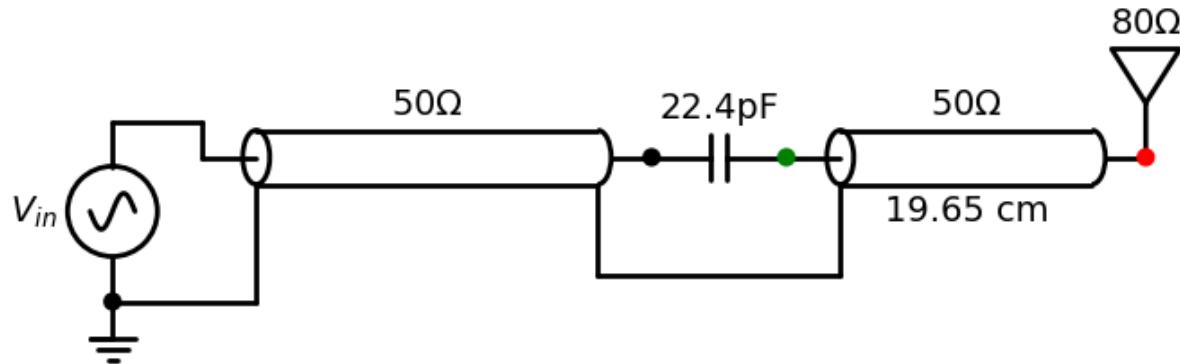
$$C = 22.4\text{pF}$$



Figuur 11.7: Smith kaart van de eerste oplossing.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
280	$Z = 48.65 + 23.35j \text{ Ohm}$	lengte=19.44 cm
281	$Z = 49.04 + 23.47j \text{ Ohm}$	lengte=19.51 cm
282	$Z = 49.45 + 23.58j \text{ Ohm}$	lengte=19.58 cm
283	$Z = 49.86 + 23.68j \text{ Ohm}$	lengte=19.65 cm
284	$Z = 50.27 + 23.78j \text{ Ohm}$	lengte=19.72 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.8: Circuit van de eerste oplossing.

### Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 1.6$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
75	$Z = 50.69 - 23.87j \text{ Ohm}$	lengte=5.21 cm
76	$Z = 50.27 - 23.78j \text{ Ohm}$	lengte=5.28 cm
77	$Z = 49.86 - 23.68j \text{ Ohm}$	lengte=5.35 cm
78	$Z = 49.45 - 23.58j \text{ Ohm}$	lengte=5.42 cm
79	$Z = 49.04 - 23.47j \text{ Ohm}$	lengte=5.49 cm

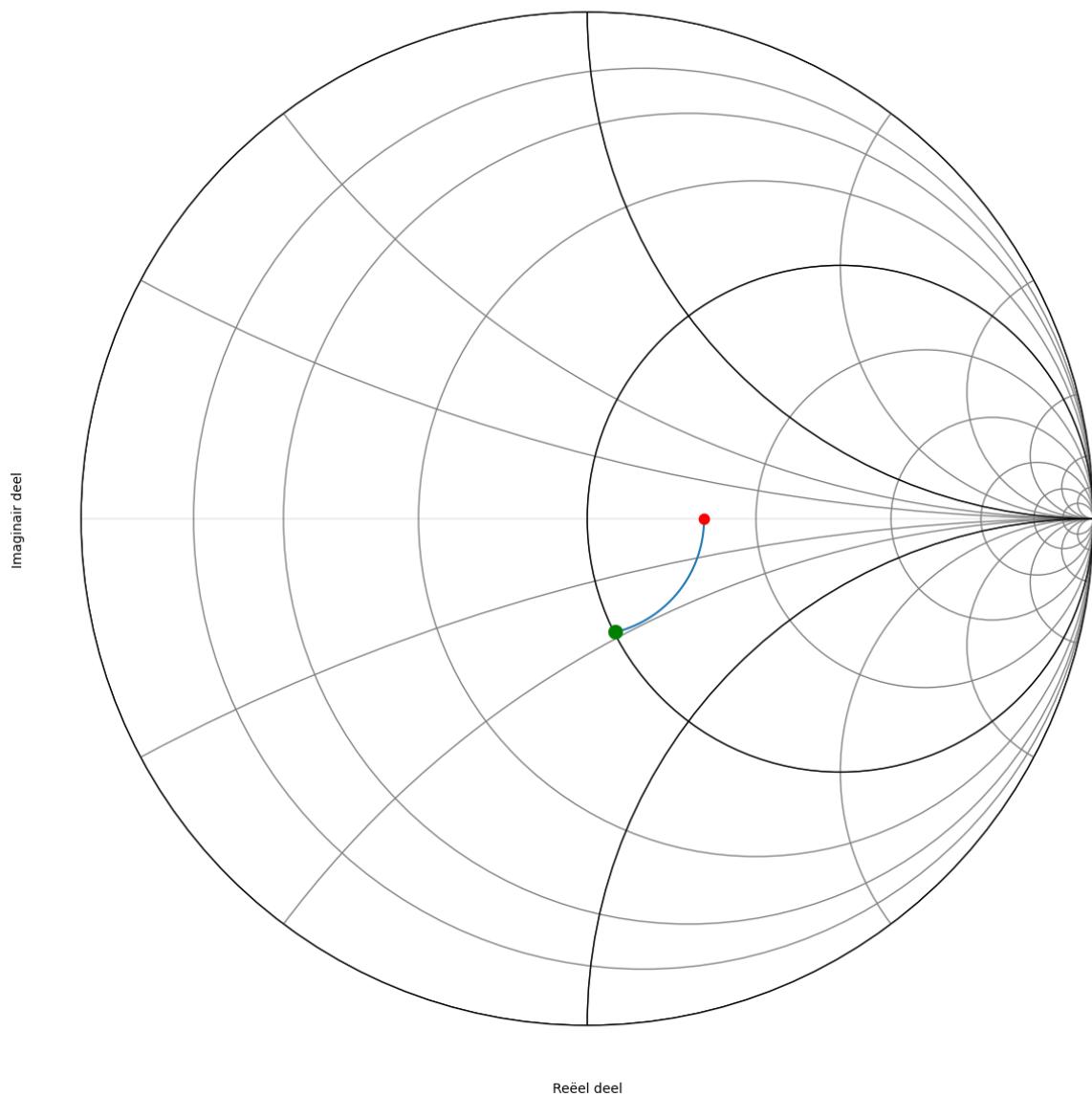
De nieuwe  $z = 1 - j 0.47$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \text{ Ohm} - j 23.68 \text{ Ohm}$ . Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer  $j 23.68 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reële deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j23.68\Omega$$

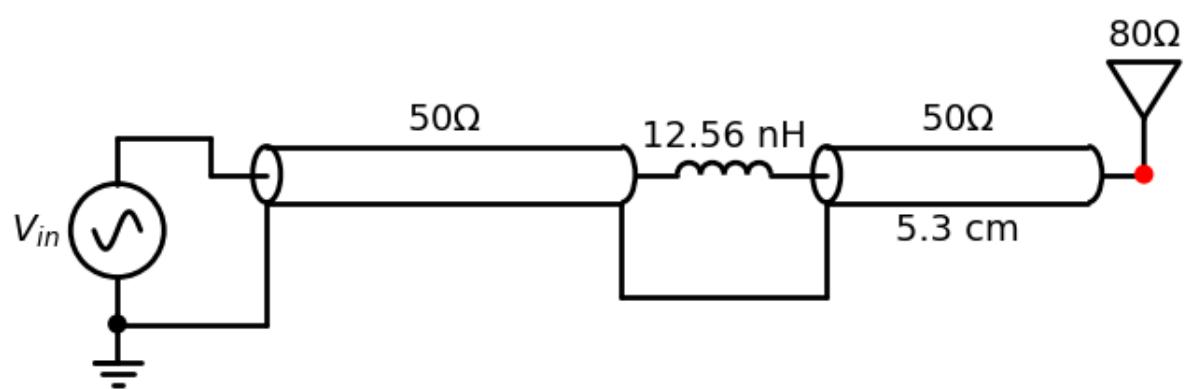
$$\omega = 2\pi \cdot 300 \times 10^6$$

$$L = 12.56nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:



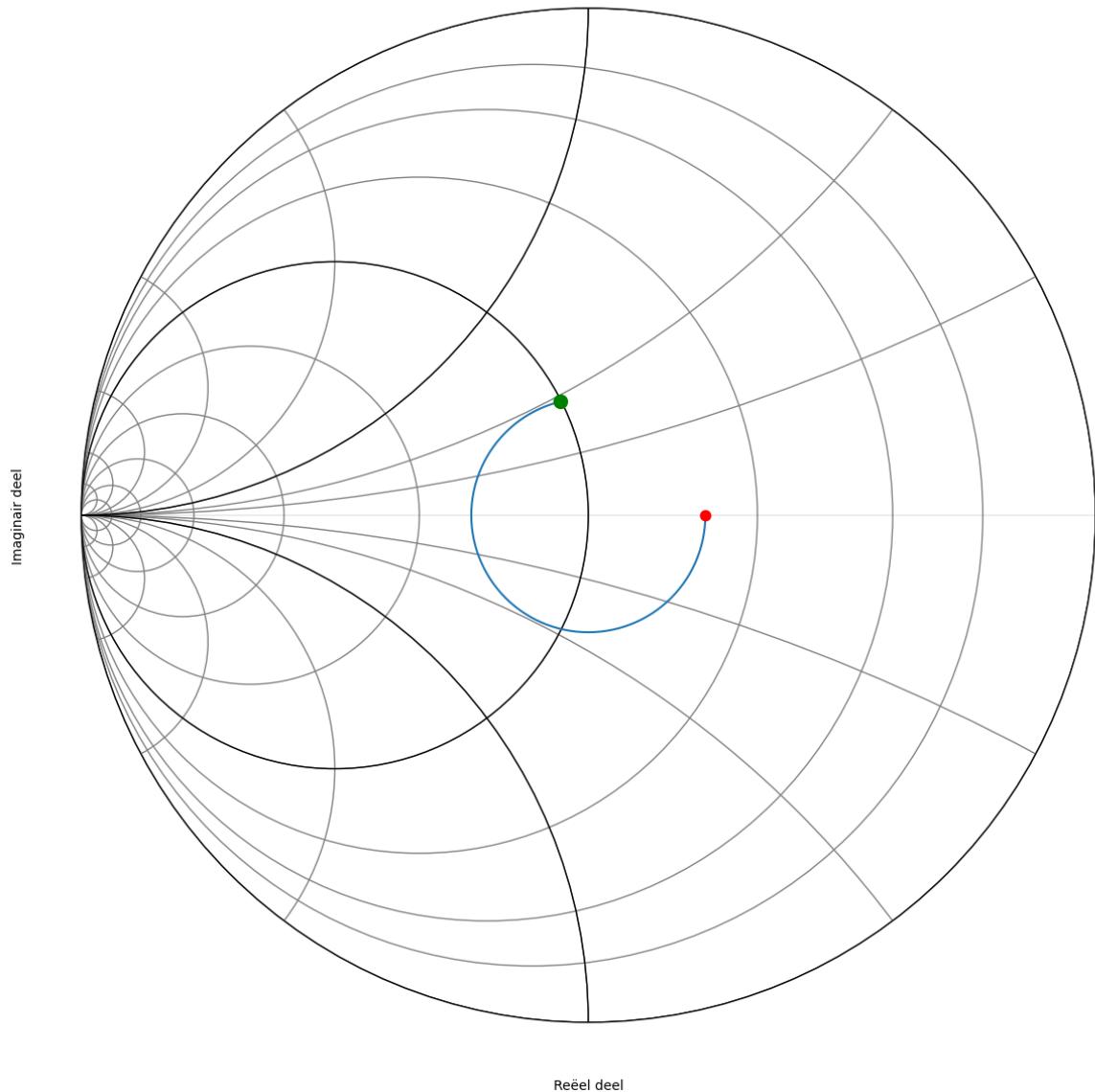
Figuur 11.9: Smith kaart van de tweede oplossing.



Figuur 11.10: Circuit van de tweede oplossing.

### Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

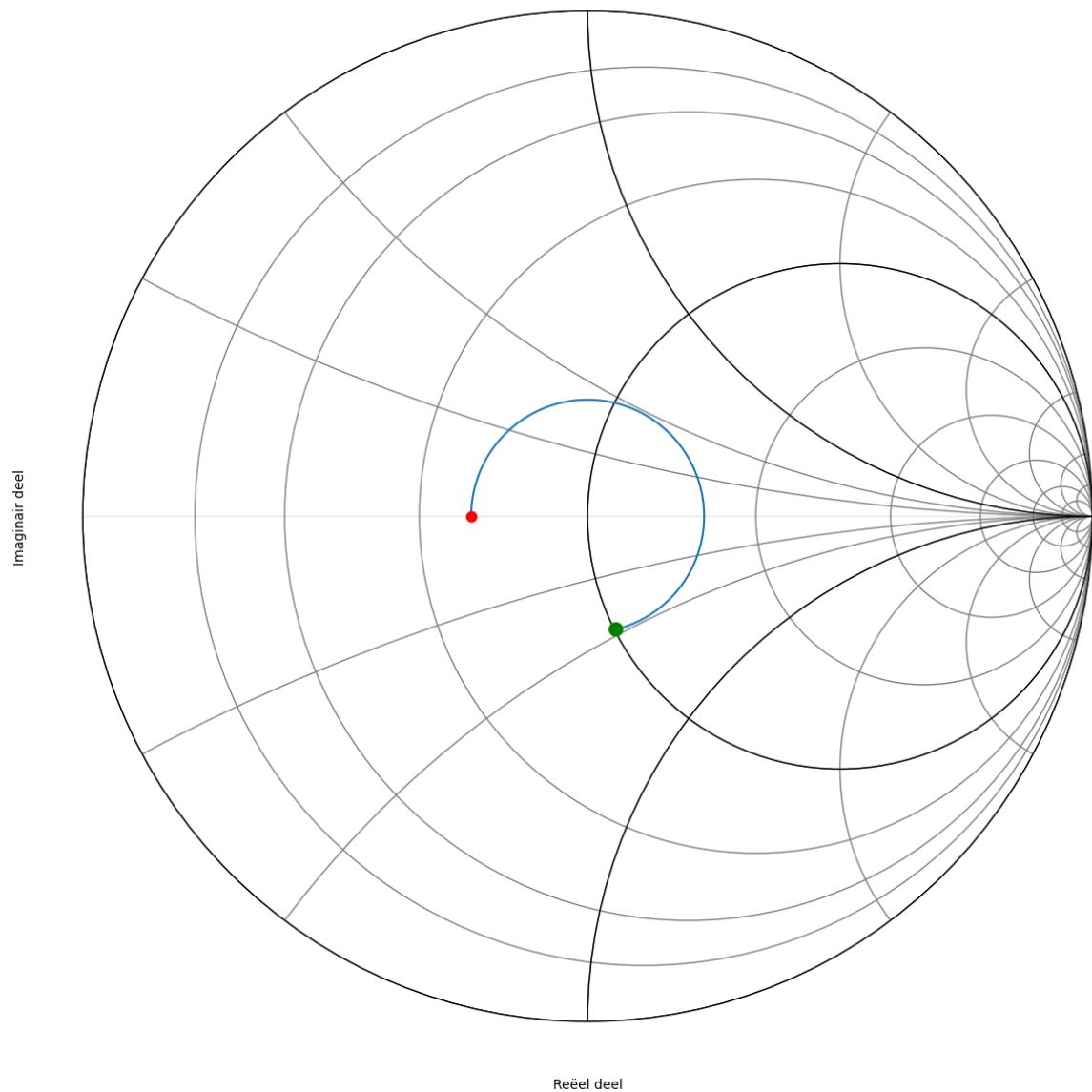
We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 1.6$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.



Figuur 11.11: Smith kaart van de derde oplossing.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedantie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y = 20.28 - 9.55j \text{ mS}$	lengte=17.71 cm
256	$Y = 20.11 - 9.51j \text{ mS}$	lengte=17.78 cm
257	$Y = 19.94 - 9.47j \text{ mS}$	lengte=17.85 cm
258	$Y = 19.78 - 9.43j \text{ mS}$	lengte=17.92 cm
259	$Y = 19.62 - 9.39j \text{ mS}$	lengte=17.99 cm

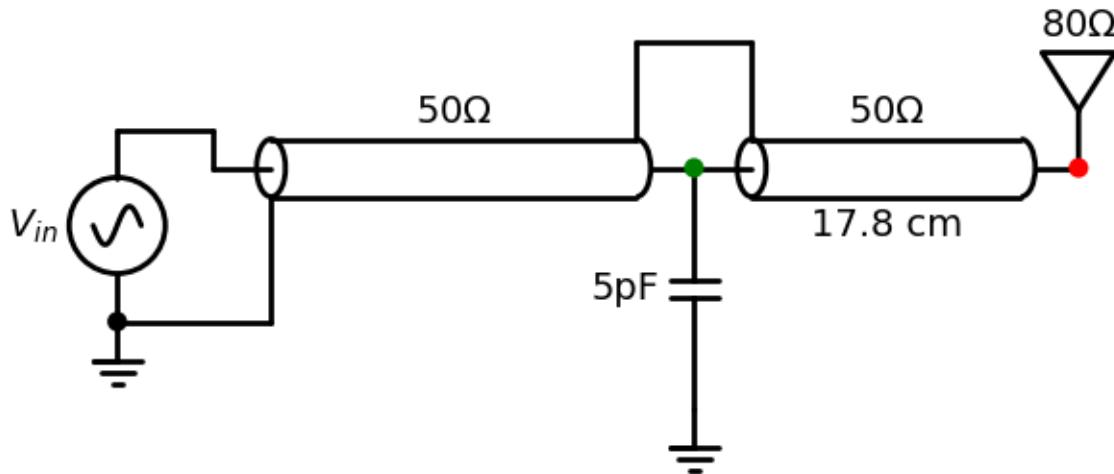


Figuur 11.12: Smith kaart van de derde oplossing als admittantie.

$$j\omega C = 0.00947j$$

$$C = \frac{0.00947}{2\pi \cdot 300 \times 10^6} = 5pF$$

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.13: Circuit van de derde oplossing.

#### Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

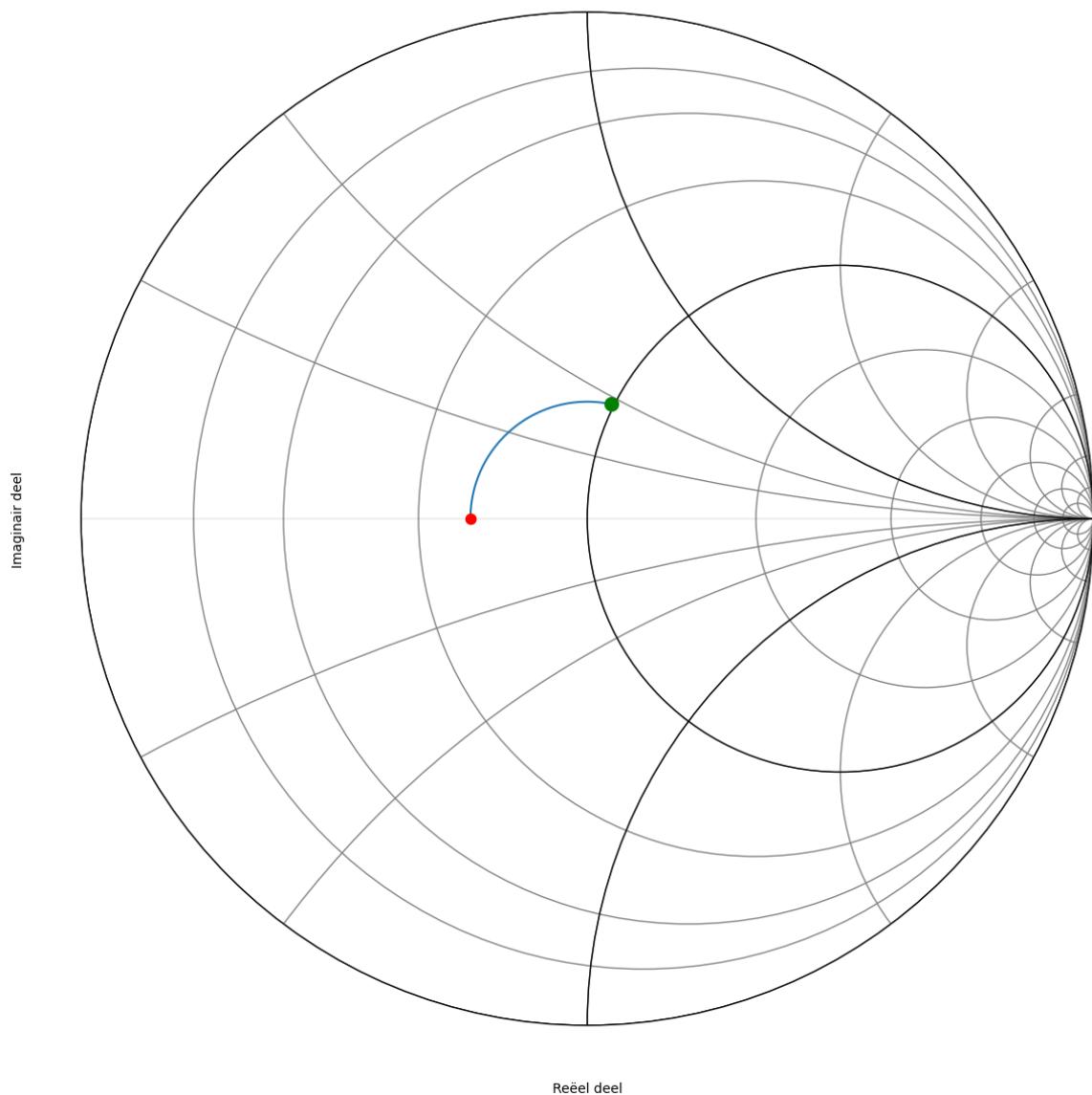
We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1}{1.6}$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = 19.46 + 9.34j \text{ mS}$	lengte=6.94 cm
101	$Y = 19.62 + 9.39j \text{ mS}$	lengte=7.01 cm
102	$Y = 19.78 + 9.43j \text{ mS}$	lengte=7.08 cm
103	$Y = 19.94 + 9.47j \text{ mS}$	lengte=7.15 cm
104	$Y = 20.11 + 9.51j \text{ mS}$	lengte=7.22 cm

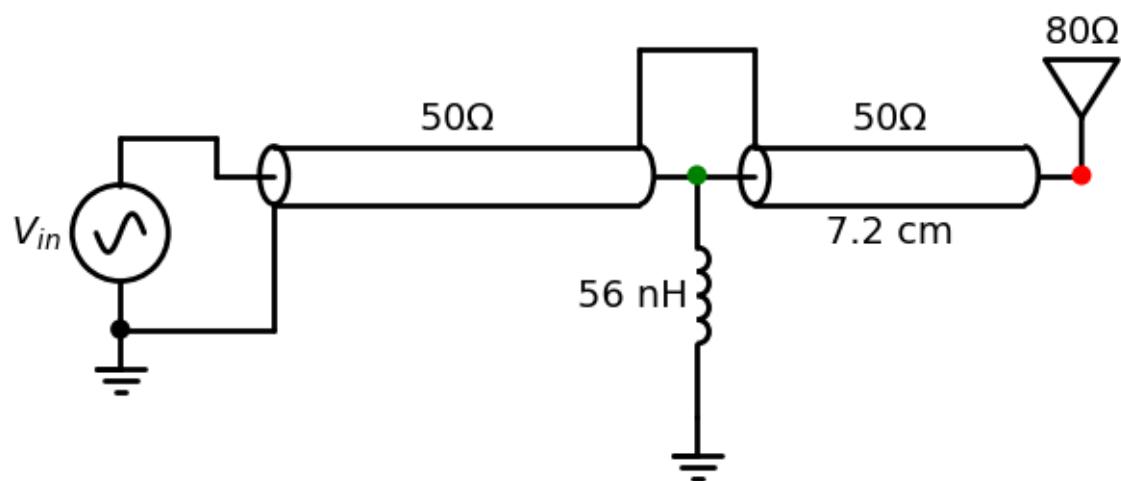
$$\frac{1}{j\omega L} = -0.00947j$$

$$L = \frac{1}{0.00947 \cdot 2\pi \cdot 300 \times 10^6} = 56nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:



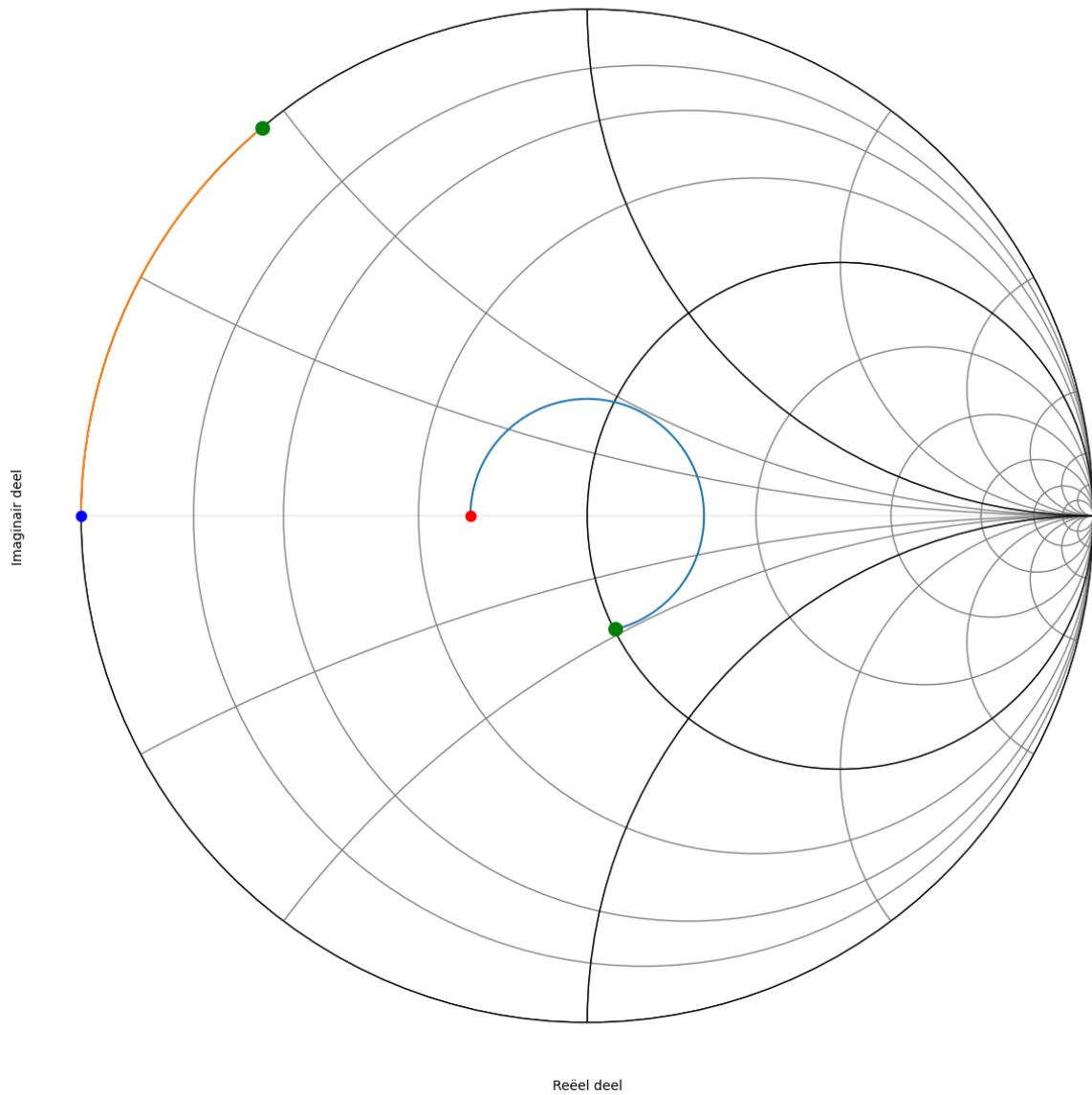
Figuur 11.14: Smith kaart van de vierde oplossing.



Figuur 11.15: Circuit van de vierde oplossing.

### Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

De  $y = 1 - j 0.47$  compenseren we door  $+j 0.47$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .



Figuur 11.16: Smith kaart van de vijfde oplossing.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y = 20.28 - 9.55j \text{ mS}$	lengte=17.71 cm
256	$Y = 20.11 - 9.51j \text{ mS}$	lengte=17.78 cm
257	$Y = 19.94 - 9.47j \text{ mS}$	lengte=17.85 cm
258	$Y = 19.78 - 9.43j \text{ mS}$	lengte=17.92 cm
259	$Y = 19.62 - 9.39j \text{ mS}$	lengte=17.99 cm

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
50	$Y = +9.33j \text{ mS}$	lengte=3.47 cm
51	$Y = +9.54j \text{ mS}$	lengte=3.54 cm
52	$Y = +9.75j \text{ mS}$	lengte=3.61 cm

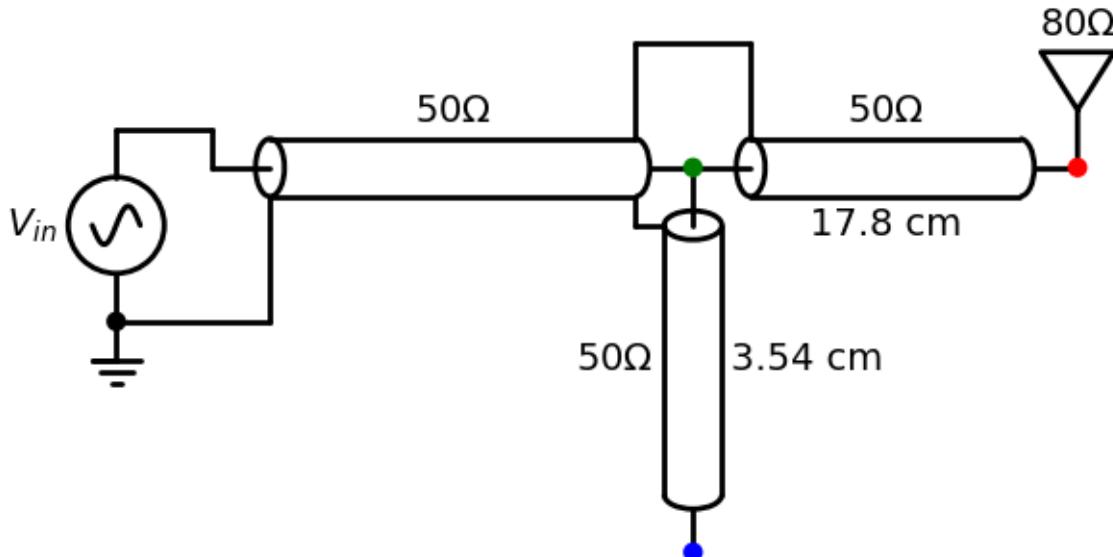
(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

53	$Y = +9.97j \text{ mS}$	lengte=3.68 cm
54	$Y = +10.19j \text{ mS}$	lengte=3.75 cm

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van  $\frac{51}{360} \frac{\lambda}{2}$  de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.17: Circuit van de vijfde oplossing.

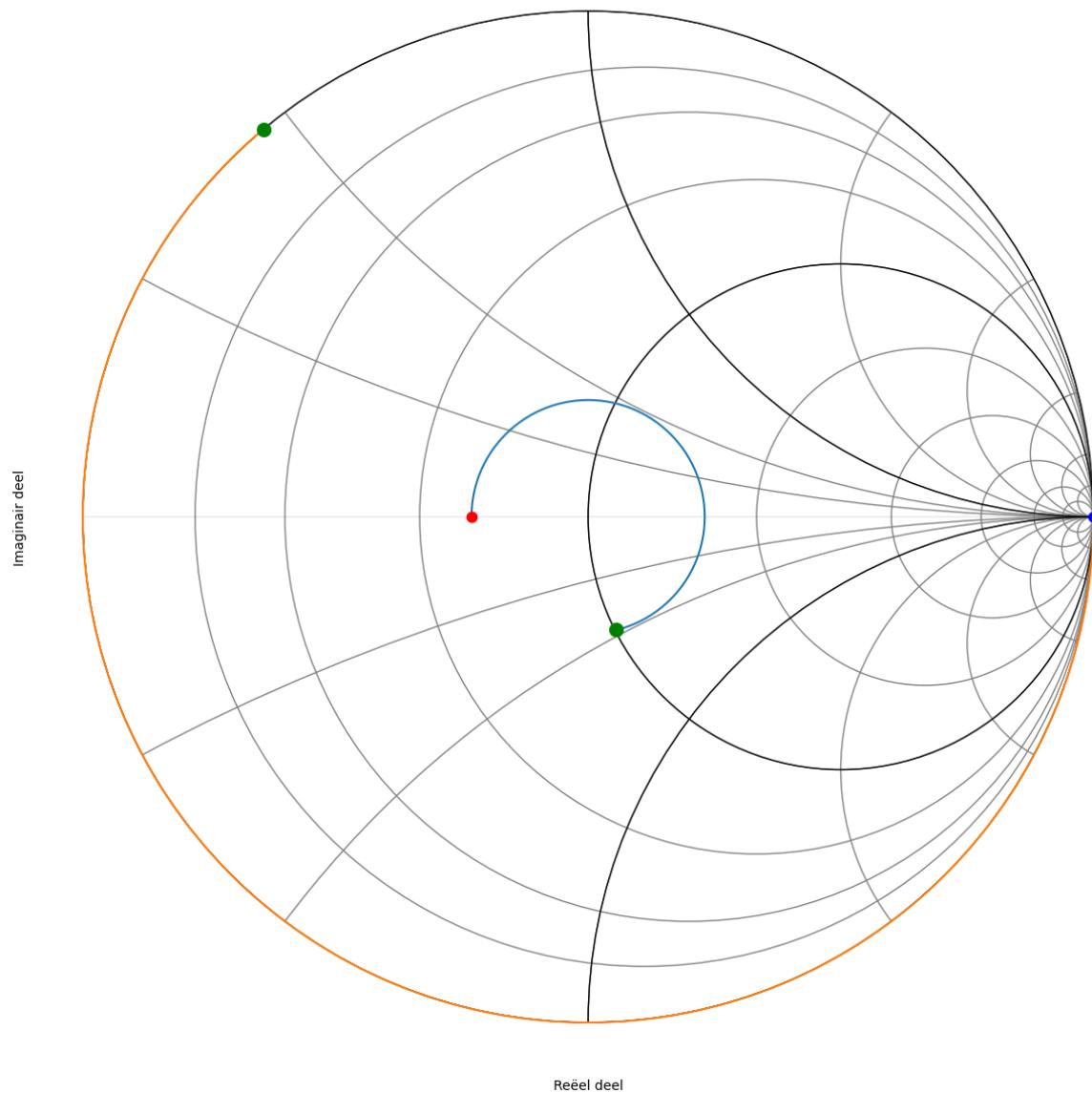
### Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 - j 0.47$  compenseren we door  $+j 0.47$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$

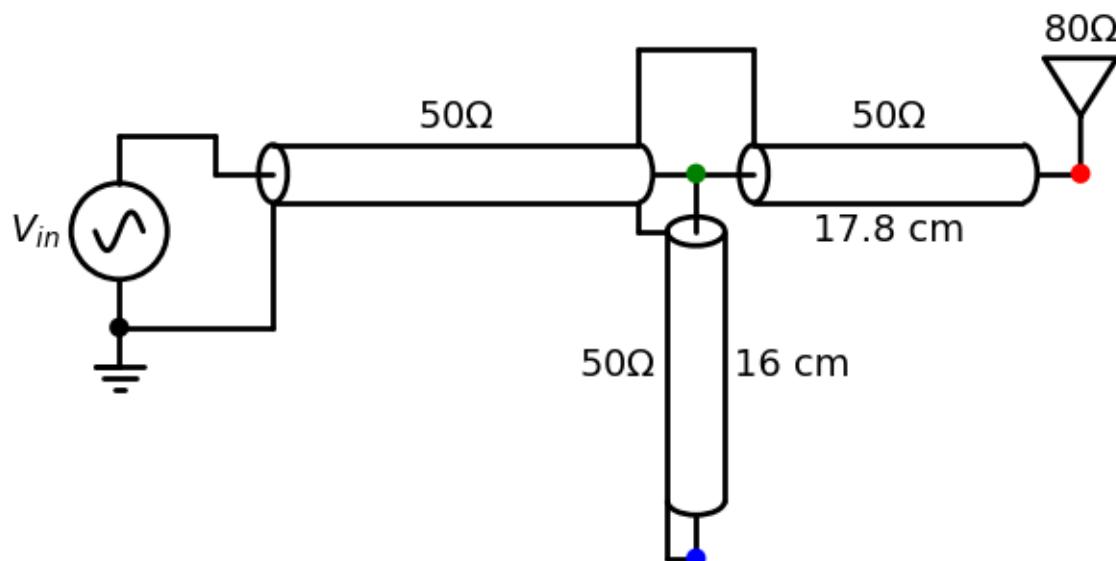
hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y = 20.28 - 9.55j \text{ mS}$	lengte=17.71 cm
256	$Y = 20.11 - 9.51j \text{ mS}$	lengte=17.78 cm
257	$Y = 19.94 - 9.47j \text{ mS}$	lengte=17.85 cm
258	$Y = 19.78 - 9.43j \text{ mS}$	lengte=17.92 cm
259	$Y = 19.62 - 9.39j \text{ mS}$	lengte=17.99 cm

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
230	$Y = +9.33j \text{ mS}$	lengte=15.97 cm
231	$Y = +9.54j \text{ mS}$	lengte=16.04 cm
232	$Y = +9.75j \text{ mS}$	lengte=16.11 cm
233	$Y = +9.97j \text{ mS}$	lengte=16.18 cm
234	$Y = +10.19j \text{ mS}$	lengte=16.25 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.18: Smith kaart van de zesde oplossing.



Figuur 11.19: Circuit van de zesde oplossing.

**Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.47$  compenseren we door  $-j 0.47$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = 19.46 + 9.34j \text{ mS}$	lengte=6.94 cm
101	$Y = 19.62 + 9.39j \text{ mS}$	lengte=7.01 cm
102	$Y = 19.78 + 9.43j \text{ mS}$	lengte=7.08 cm
103	$Y = 19.94 + 9.47j \text{ mS}$	lengte=7.15 cm
104	$Y = 20.11 + 9.51j \text{ mS}$	lengte=7.22 cm

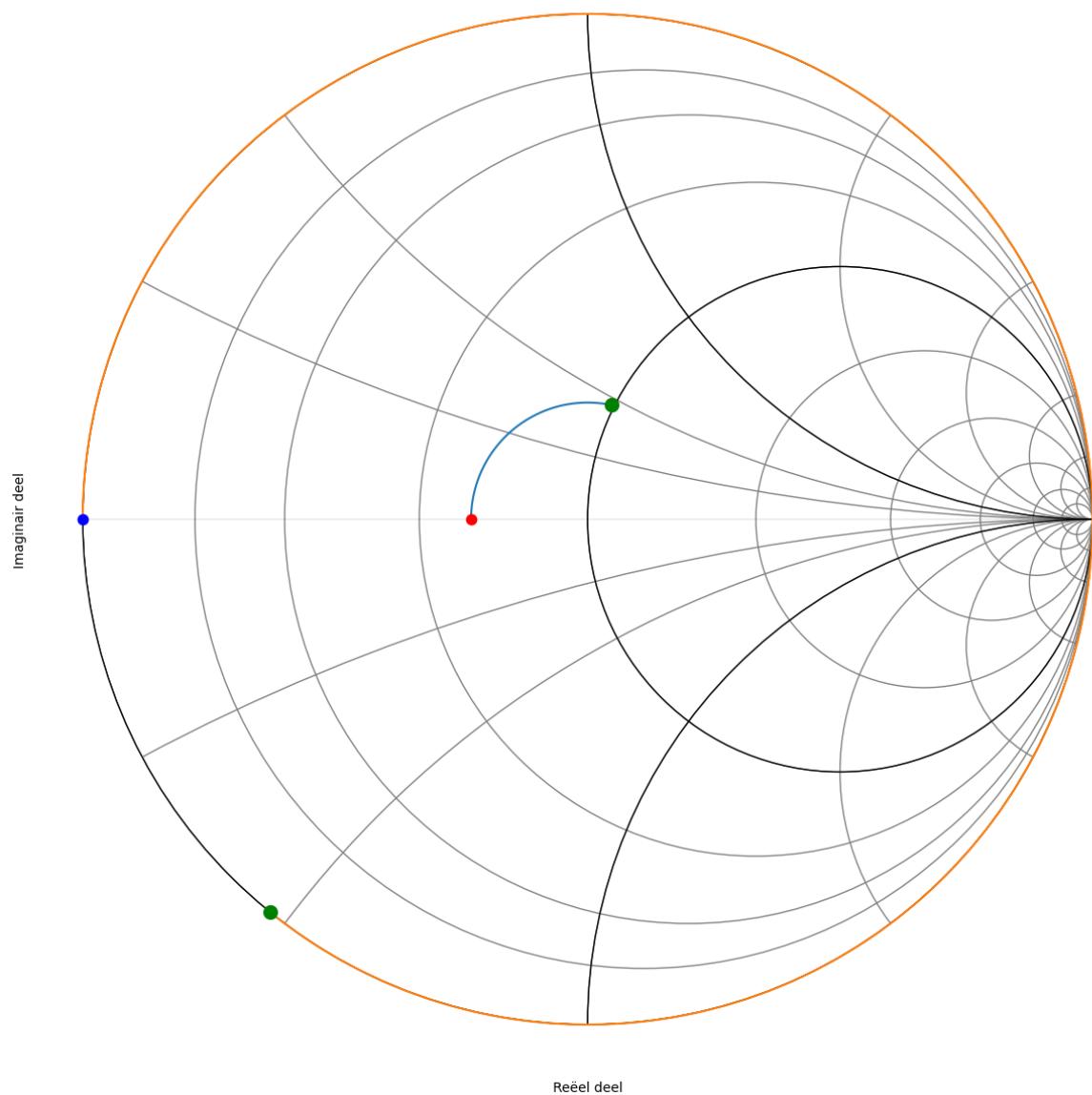
hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
305	$Y = -10.41j \text{ mS}$	lengte=21.18 cm
306	$Y = -10.19j \text{ mS}$	lengte=21.25 cm
307	$Y = -9.97j \text{ mS}$	lengte=21.32 cm
308	$Y = -9.75j \text{ mS}$	lengte=21.39 cm
309	$Y = -9.54j \text{ mS}$	lengte=21.46 cm
310	$Y = -9.33j \text{ mS}$	lengte=21.53 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

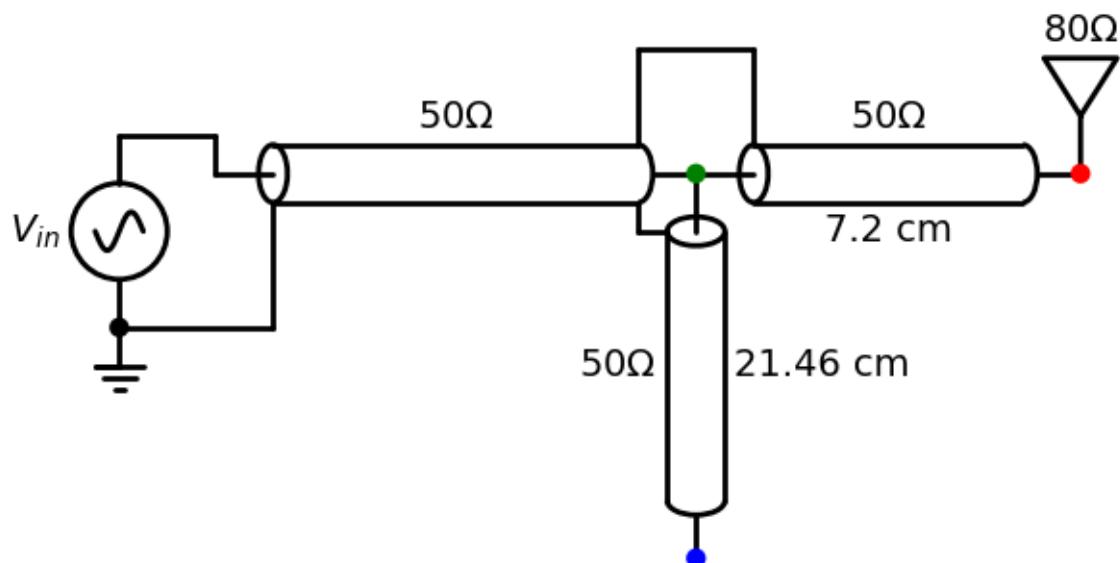
**Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.47$  compenseren we door  $-j 0.47$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = 19.46 + 9.34j \text{ mS}$	lengte=6.94 cm
101	$Y = 19.62 + 9.39j \text{ mS}$	lengte=7.01 cm
102	$Y = 19.78 + 9.43j \text{ mS}$	lengte=7.08 cm
103	$Y = 19.94 + 9.47j \text{ mS}$	lengte=7.15 cm
104	$Y = 20.11 + 9.51j \text{ mS}$	lengte=7.22 cm
105	$Y = 20.28 + 9.55j \text{ mS}$	lengte=7.29 cm



Figuur 11.20: Smith kaart van de zevende oplossing.



Figuur 11.21: Circuit van de zevende oplossing.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
125	$Y = -10.41j \text{ mS}$	lengte=8.68 cm
126	$Y = -10.19j \text{ mS}$	lengte=8.75 cm
127	$Y = -9.97j \text{ mS}$	lengte=8.82 cm
128	$Y = -9.75j \text{ mS}$	lengte=8.89 cm
129	$Y = -9.54j \text{ mS}$	lengte=8.96 cm
130	$Y = -9.33j \text{ mS}$	lengte=9.03 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

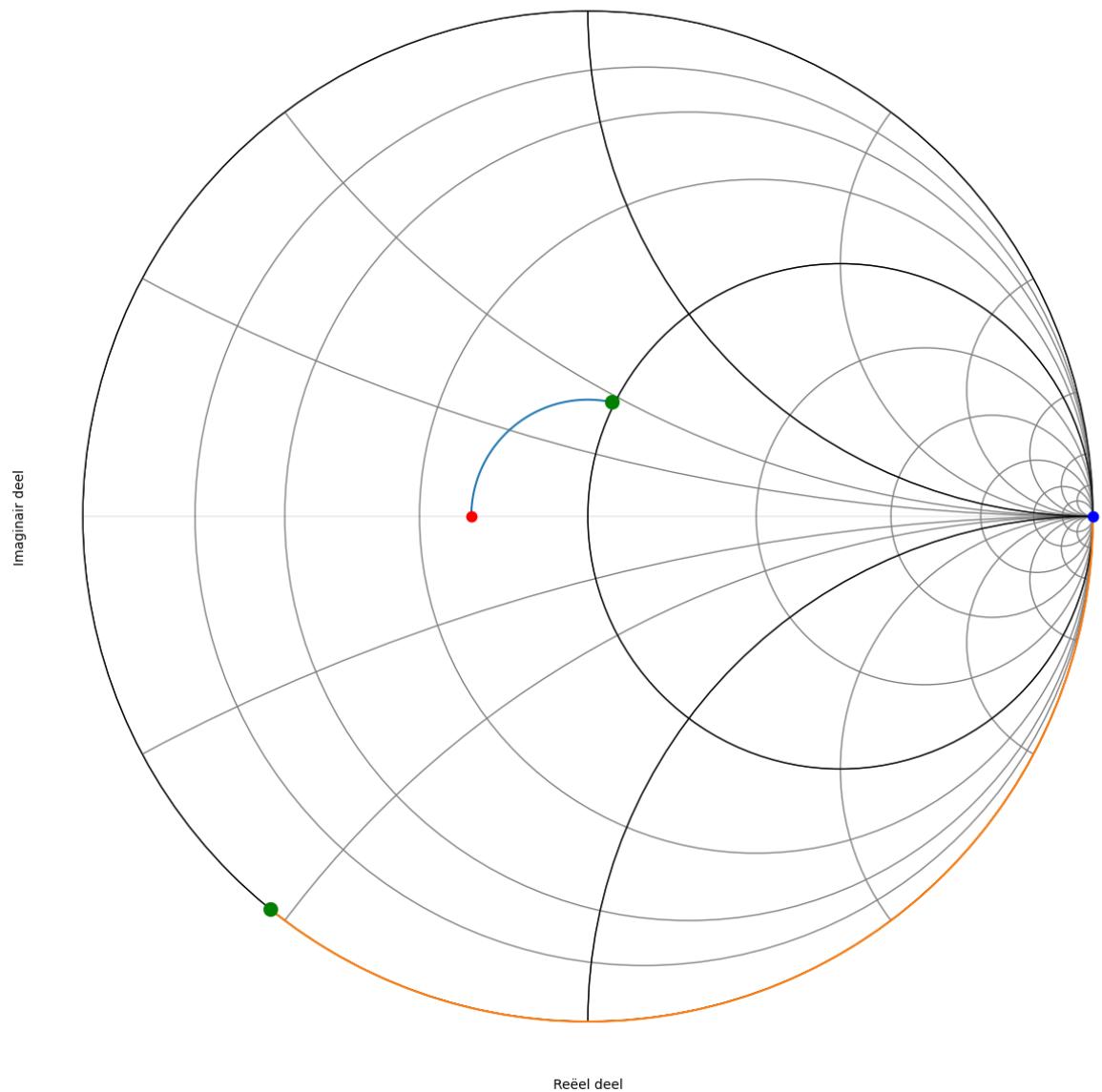
## 11.4 Smith Kaart Oefening 3

### 11.4.1 Opgave

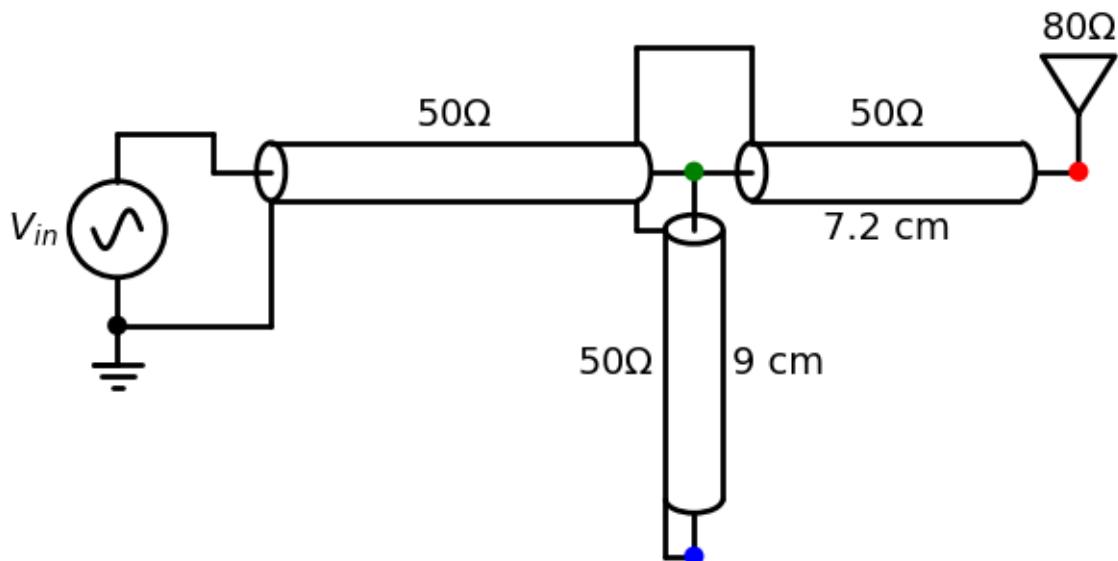
Wat is een Smith kaart? Welke waarde wordt er op deze kaart uitgezet? Hoe gebruik je een Smith kaart om een antenne van 30 Ohm aan te passen aan een printbaan van 60 Ohm voor een frequentie van 1.2 GHz ( $\lambda = 12.5 \text{ cm}$ )?

#### Notitie

Voor de theoretisch uitleg van de Smith kaart verwijzen we naar het betreffende hoofdstuk uit de cursus.



Figuur 11.22: Smith kaart van de achtste oplossing.



Figuur 11.23: Circuit van de achtste oplossing.

**Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie**

We plaatsen  $z = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1}{2}$  op de Smith kaart (rode dotje) en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dotje).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van  $110^\circ$ . Dit geeft een afstand van  $\frac{110}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.152 \lambda = 1.9\text{cm}$ . ( $\lambda = 12.5\text{ cm}$  is gegeven)

De nieuwe  $z = 1 + j 0.7$ . Daaruit volgt dat  $Z = 60\text{ Ohm} + j 42.4\text{ Ohm}$  (zie Table 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer  $-j 42.4\text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van de lijnimpedantie (zie Table 1) juist gaan kijken waar het reële deel 60 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j42.4\Omega$$

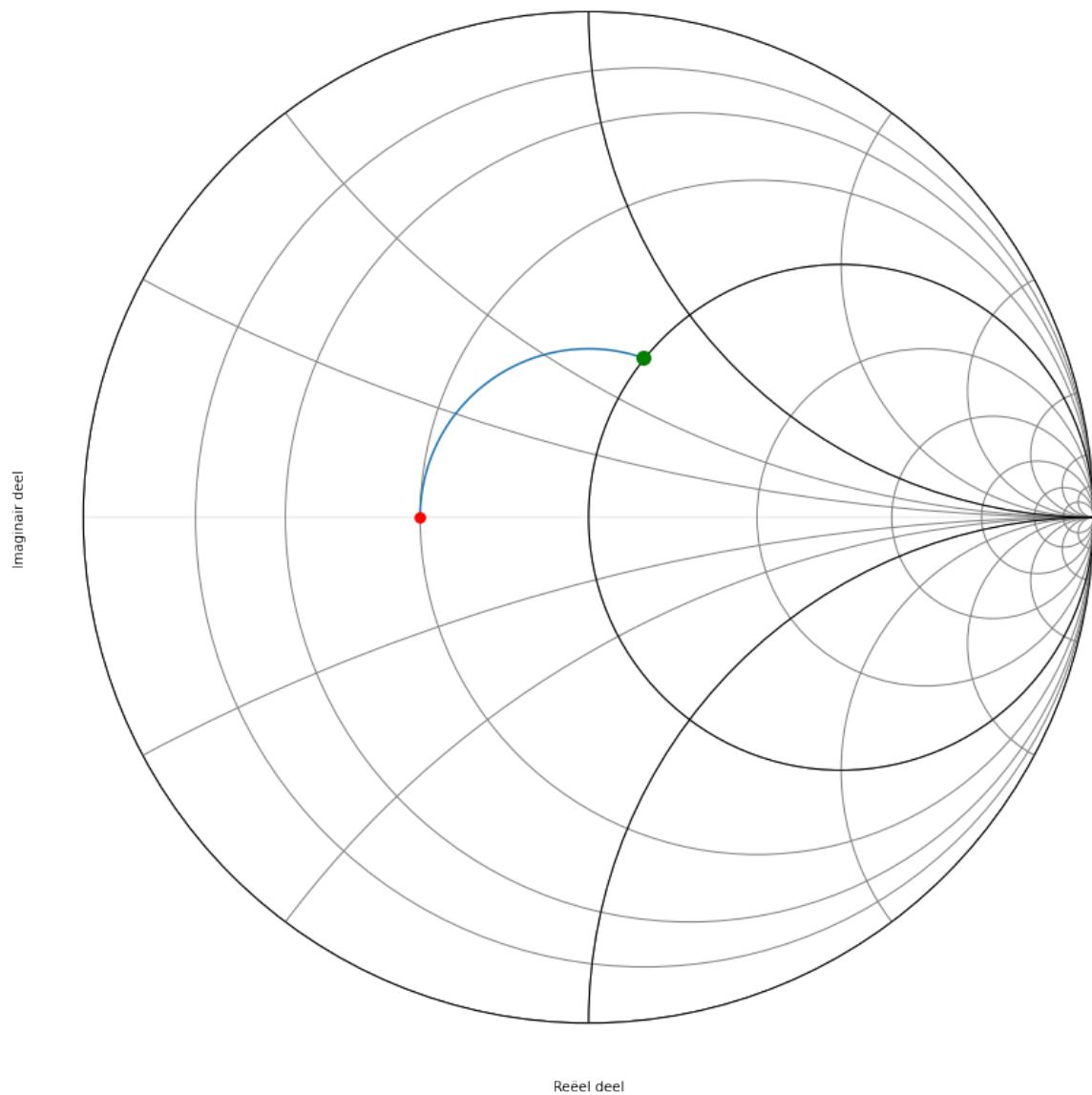
Als we vervolgens  $\omega$  invullen, wetende dat de frequentie  $f=1.2\text{GHz}$ :

$$\omega = 2\pi \cdot 1.2 \times 10^9$$

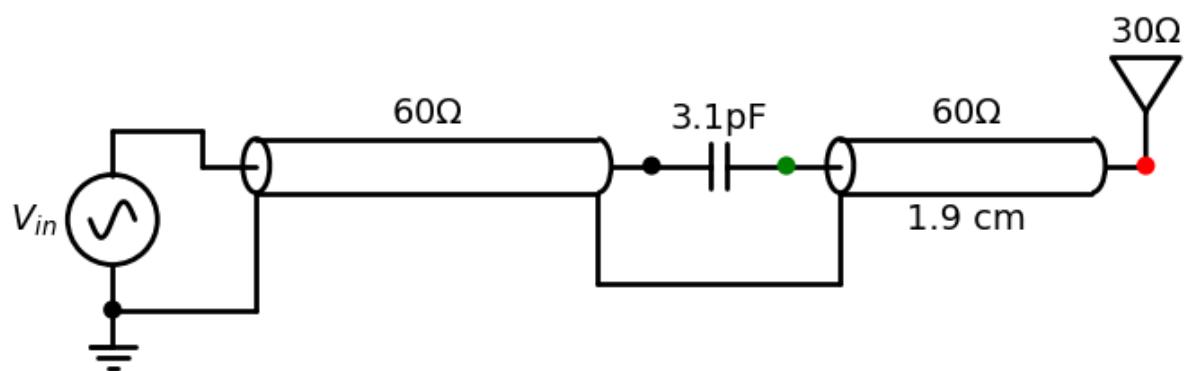
$$C = 3.1\text{pF}$$

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
105	$Z = 56.82+41.17j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.82\text{ cm}$
106	$Z = 57.51+41.46j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.84\text{ cm}$
107	$Z = 58.21+41.75j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.86\text{ cm}$
108	$Z = 58.93+42.03j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.88\text{ cm}$
109	$Z = 59.65+42.30j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.89\text{ cm}$
110	$Z = 60.39+42.56j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.91\text{ cm}$
111	$Z = 61.15+42.82j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.93\text{ cm}$
112	$Z = 61.92+43.06j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.94\text{ cm}$
113	$Z = 62.70+43.29j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.96\text{ cm}$
114	$Z = 63.50+43.50j\text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.98\text{ cm}$

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:



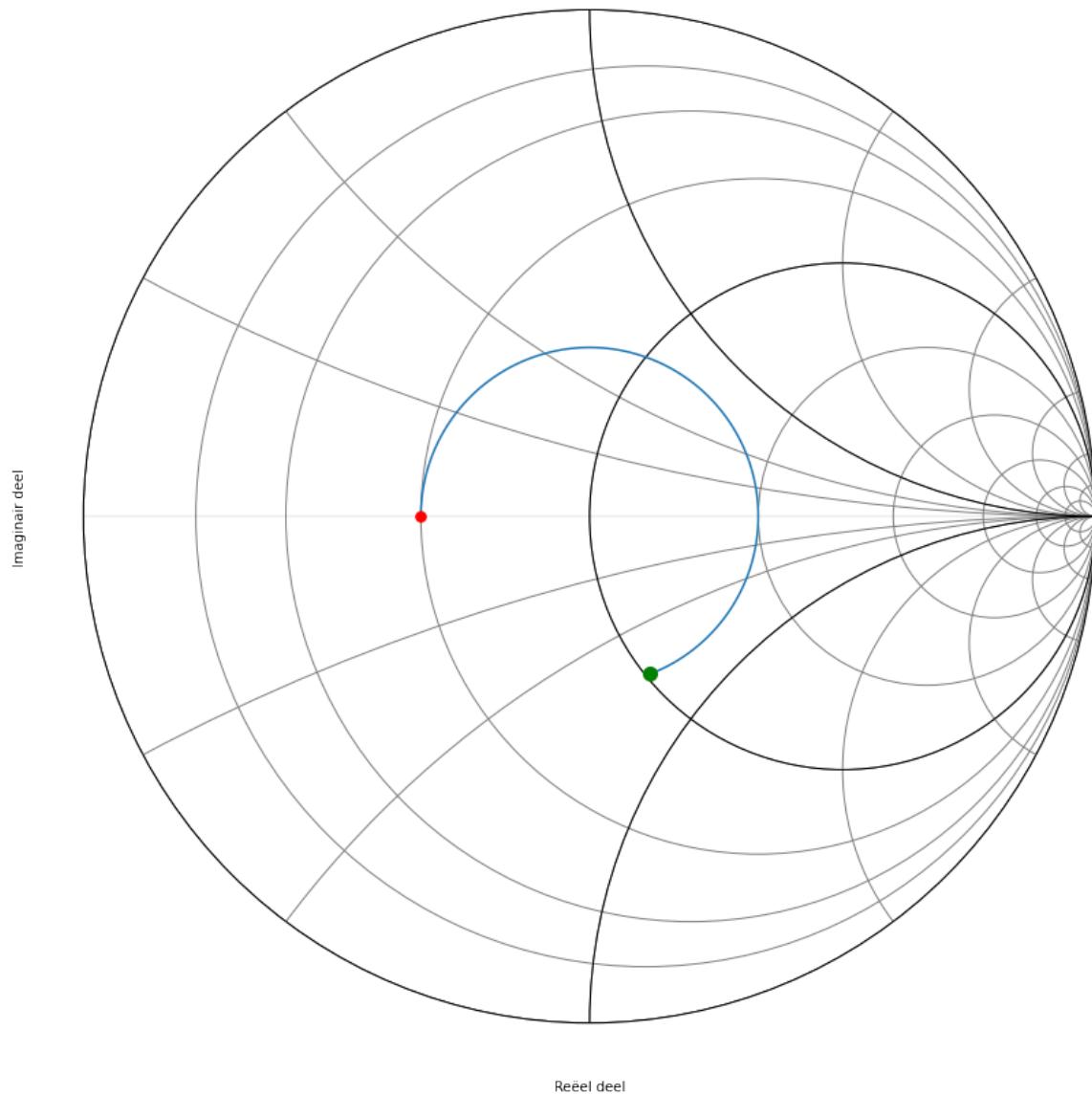
Figuur 11.24: Smith kaart van de eerste oplossing.



Figuur 11.25: circuit van de eerste oplossing.

### Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 0.5$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.



Figuur 11.26: Smith kaart van de tweede oplossing.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
245	$Z = 64.31 - 43.71j \text{ Ohm}$	lengte=4.25 cm
246	$Z = 63.50 - 43.50j \text{ Ohm}$	lengte=4.27 cm
247	$Z = 62.70 - 43.29j \text{ Ohm}$	lengte=4.29 cm
248	$Z = 61.92 - 43.06j \text{ Ohm}$	lengte=4.31 cm
249	$Z = 61.15 - 42.82j \text{ Ohm}$	lengte=4.32 cm
250	$Z = 60.39 - 42.56j \text{ Ohm}$	lengte=4.34 cm
251	$Z = 59.65 - 42.30j \text{ Ohm}$	lengte=4.36 cm
252	$Z = 58.93 - 42.03j \text{ Ohm}$	lengte=4.38 cm

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

253	$Z = 58.21 - 41.75j \text{ Ohm}$	lengte=4.39 cm
254	$Z = 57.51 - 41.46j \text{ Ohm}$	lengte=4.41 cm

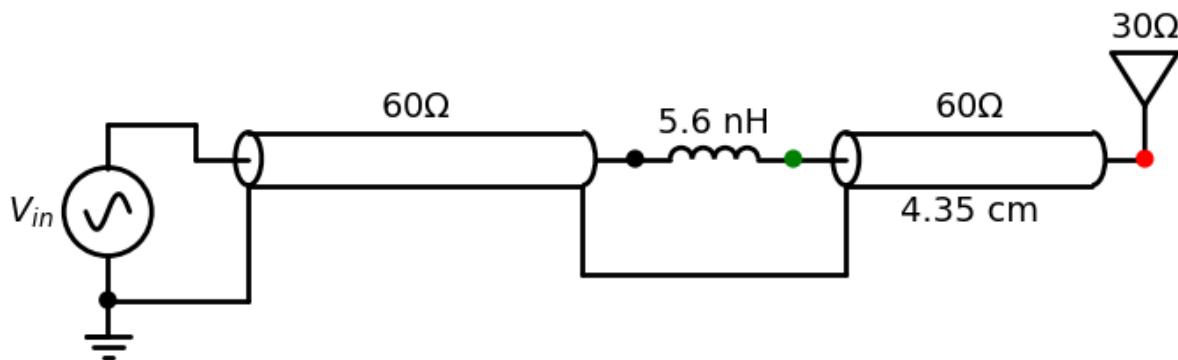
De nieuwe  $z = 1 - j 0.7$ . Daaruit volgt dat  $Z = 60 \text{ Ohm} - j 42.4 \text{ Ohm}$ . Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer  $j 42.4 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reële deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j42.4\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 1.2 \times 10^9$$

$$L = 5.6nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.27: circuit van de tweede oplossing.

### Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

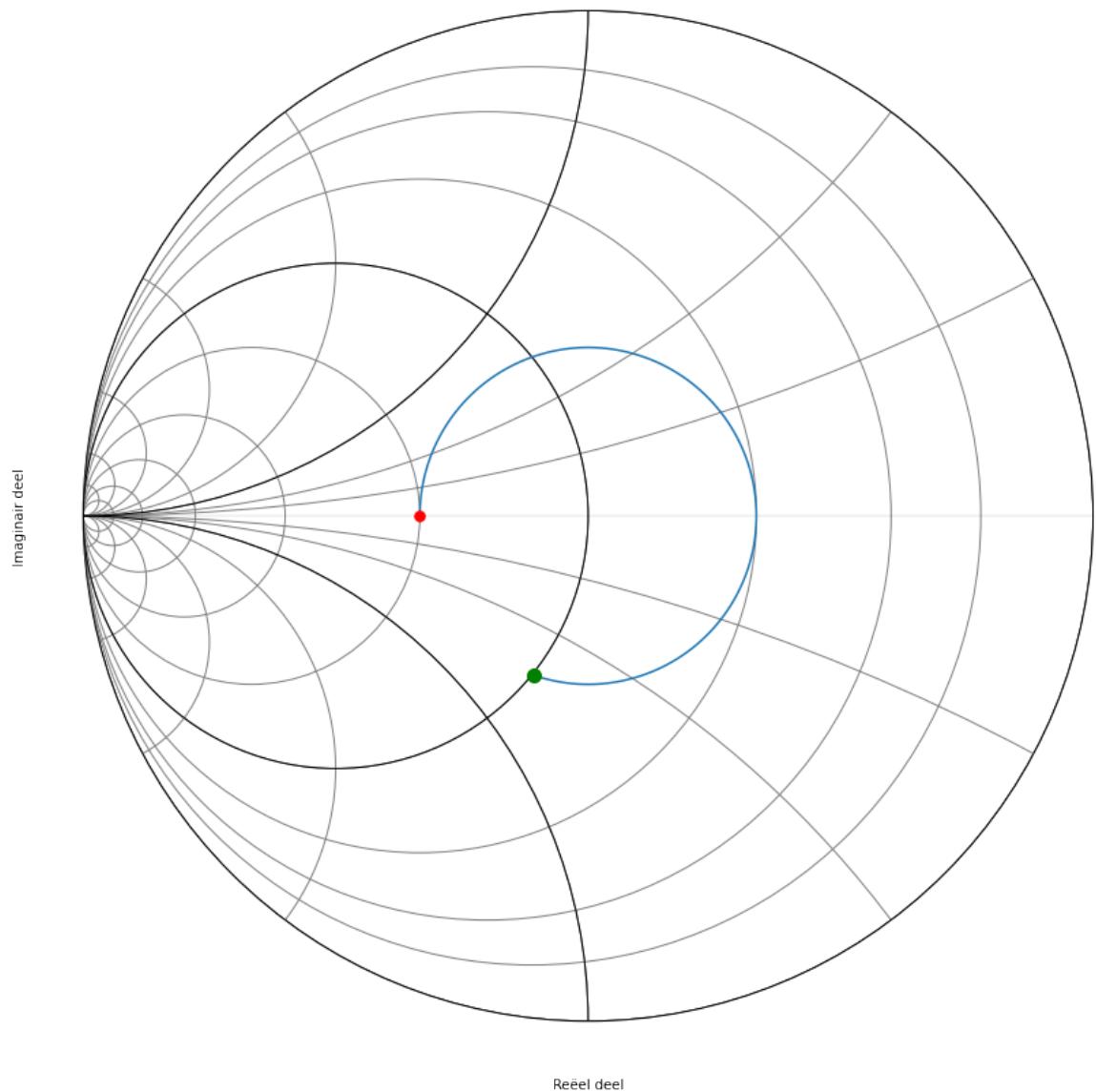
We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 0.5$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedantie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

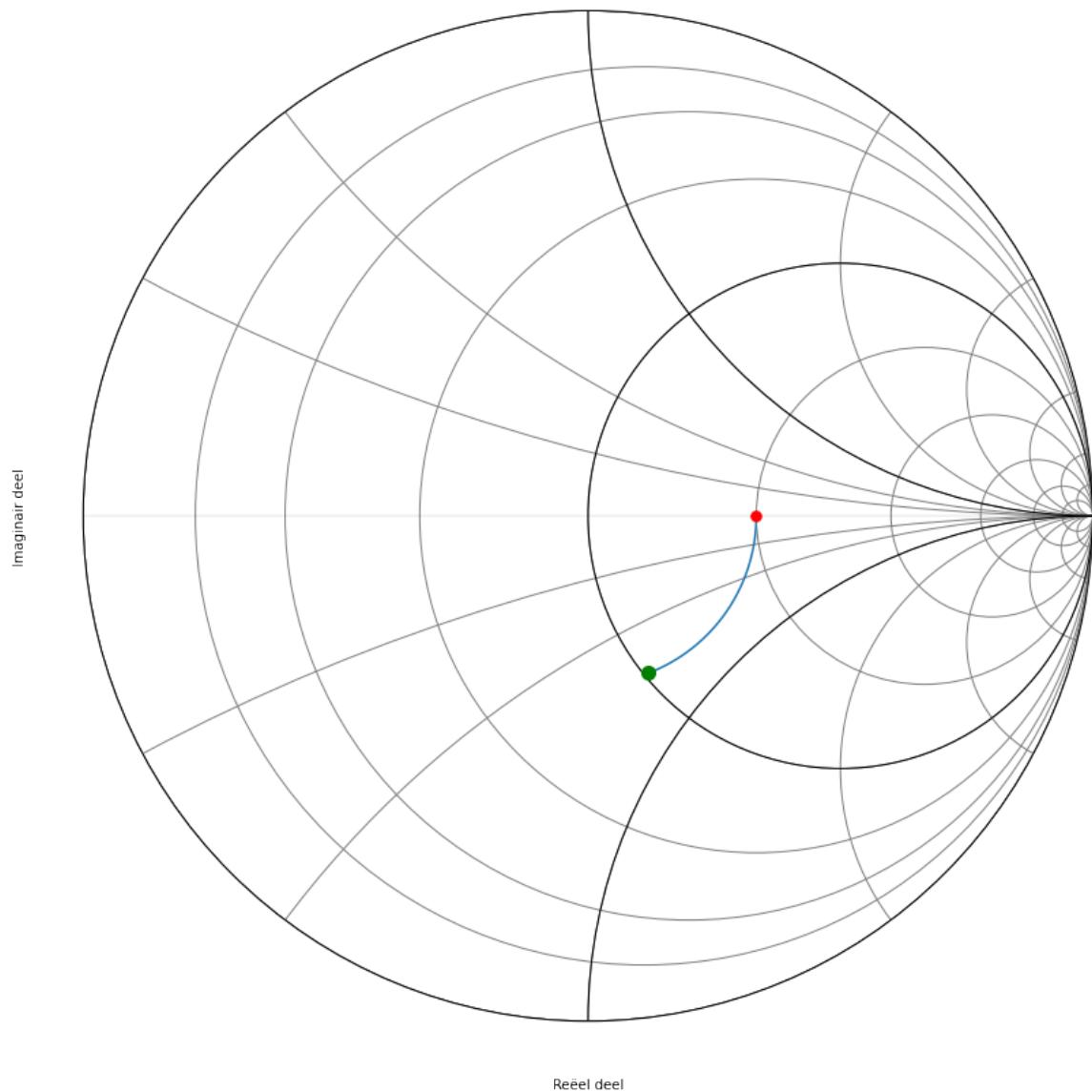
hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
65	$Y = 17.86 - 12.14j \text{ mS}$	lengte=1.13 cm
66	$Y = 17.64 - 12.08j \text{ mS}$	lengte=1.15 cm
67	$Y = 17.42 - 12.02j \text{ mS}$	lengte=1.16 cm
68	$Y = 17.20 - 11.96j \text{ mS}$	lengte=1.18 cm
69	$Y = 16.99 - 11.89j \text{ mS}$	lengte=1.20 cm
70	$Y = 16.78 - 11.82j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = 16.57 - 11.75j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = 16.37 - 11.68j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = 16.17 - 11.60j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = 15.98 - 11.52j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

we zoeken nu de hoek die overeenkomt met een reëel deel van de admittantie van  $16.66 \text{ mS}$

$$j\omega C = 0.0118j$$



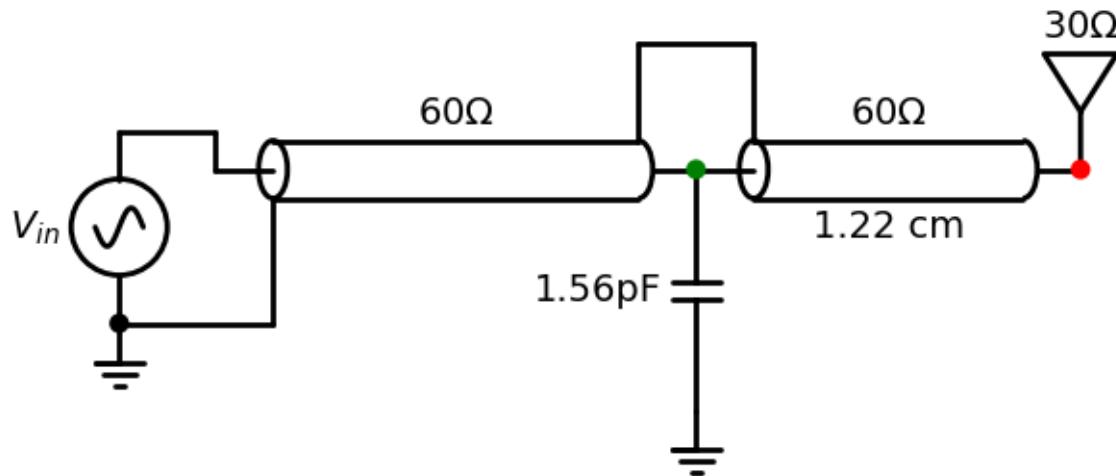
Figuur 11.28: Smith kaart van de derde oplossing.



Figuur 11.29: Smith kaart van de derde oplossing als admitantie.

$$C = \frac{0.0118}{2\pi \cdot 1.2 \times 10^9} = 1.56 \text{ pF}$$

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.30: circuit van de derde oplossing.

#### Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

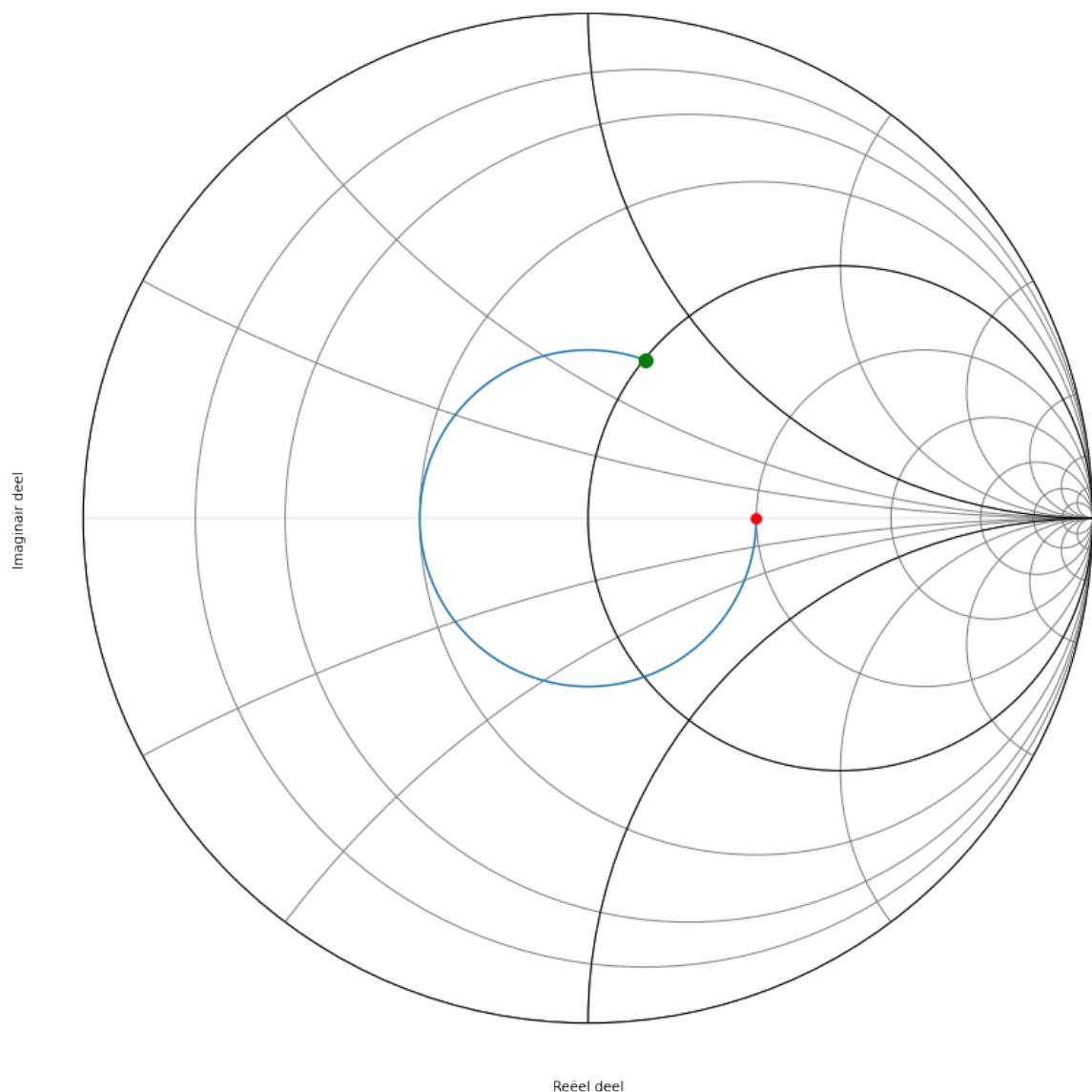
We plaatsen  $\frac{Z_0}{Z_L} = \frac{1}{2}$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = 15.78 + 11.44j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = 15.98 + 11.52j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = 16.17 + 11.60j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = 16.37 + 11.68j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = 16.57 + 11.75j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = 16.78 + 11.82j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

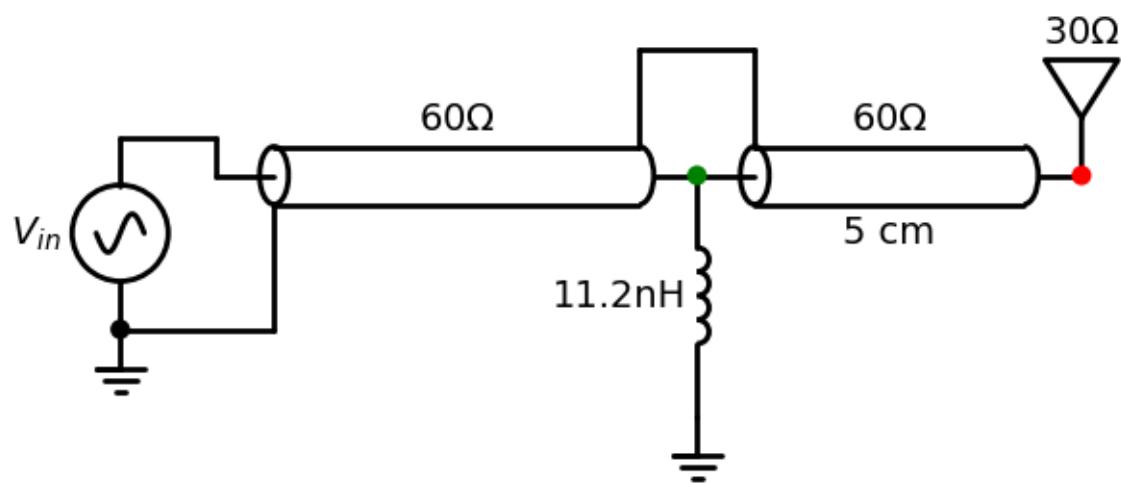
$$\frac{1}{j\omega L} = -0.0118j$$

$$L = \frac{1}{0.0118 \cdot 2\pi \cdot 1.2 \times 10^9} = 11.2nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:



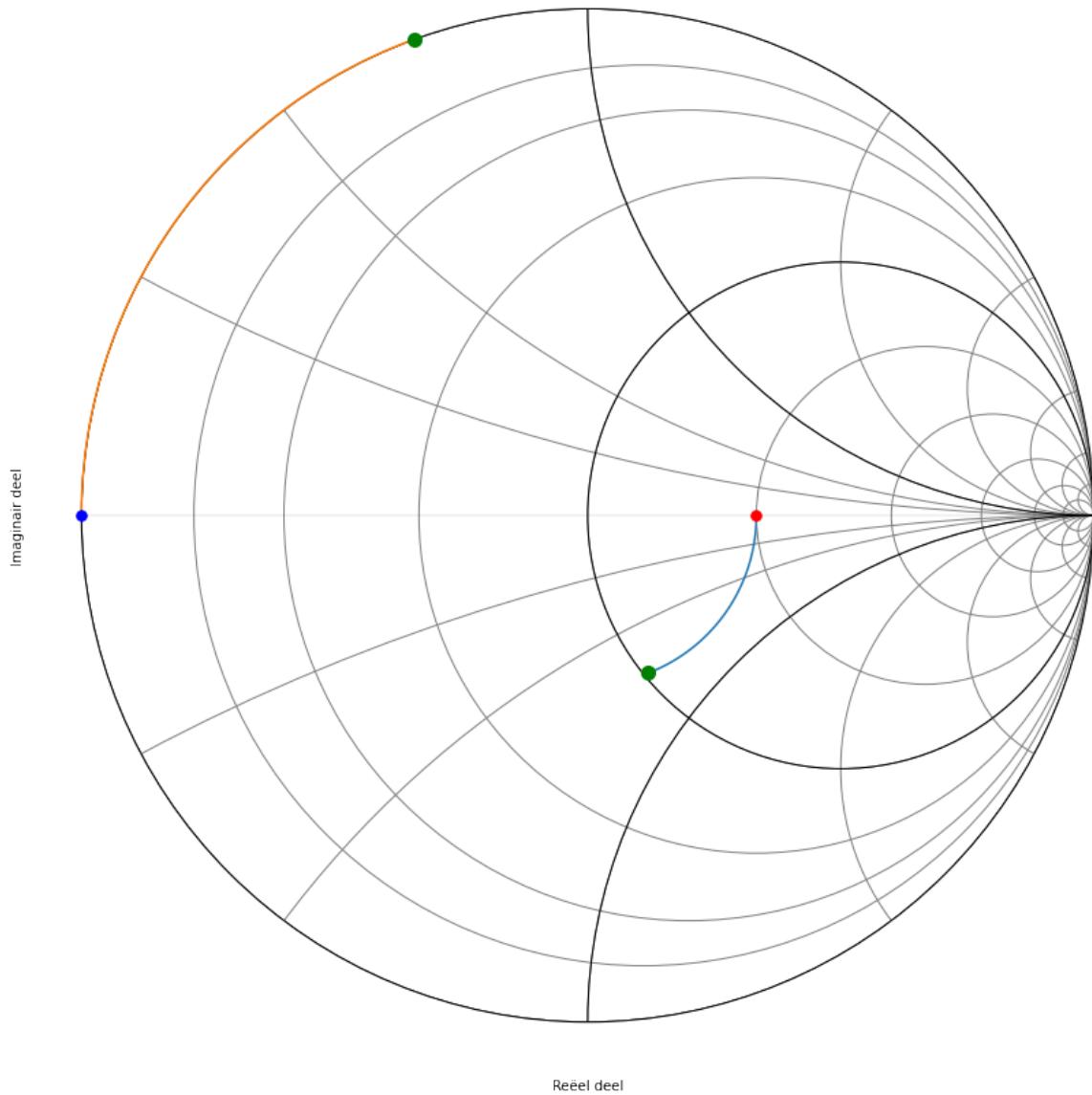
Figuur 11.31: Smith kaart van de vierde oplossing.



Figuur 11.32: circuit van de vierde oplossing.

### Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

De  $y = 1 - j 0.7$  compenseren we door  $+j 0.7$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .



Figuur 11.33: Smith kaart van de vijfde oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
70	$Y = 16.78 - 11.82j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = 16.57 - 11.75j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = 16.37 - 11.68j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = 16.17 - 11.60j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = 15.98 - 11.52j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
70	$Y = +11.67j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = +11.89j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = +12.11j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm

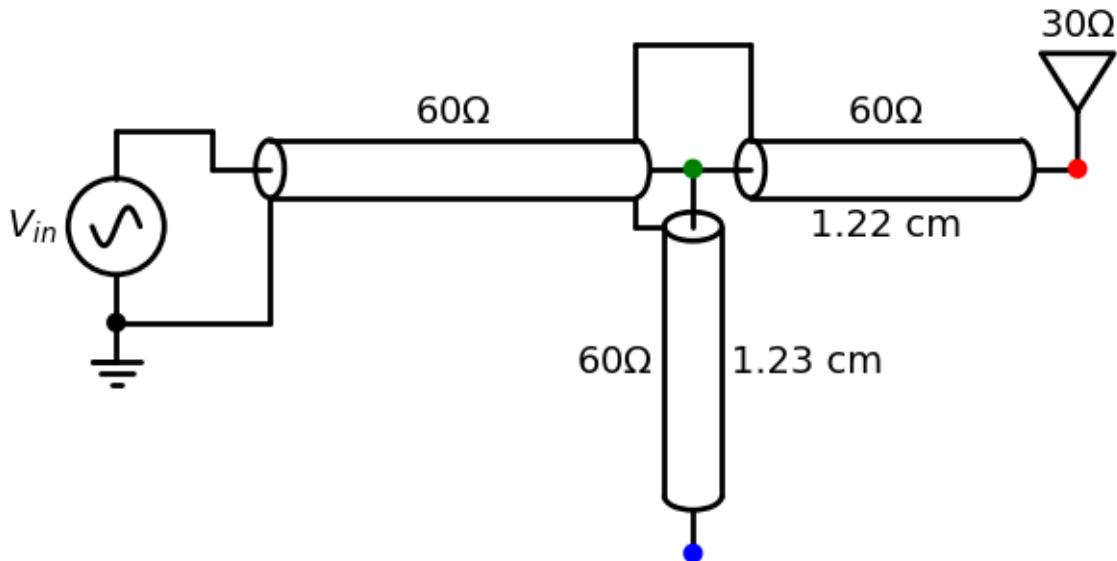
(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

73	$Y = +12.33j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = +12.56j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van  $\frac{71}{360} \frac{\lambda}{2}$  de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.34: circuit van de vijfde oplossing.

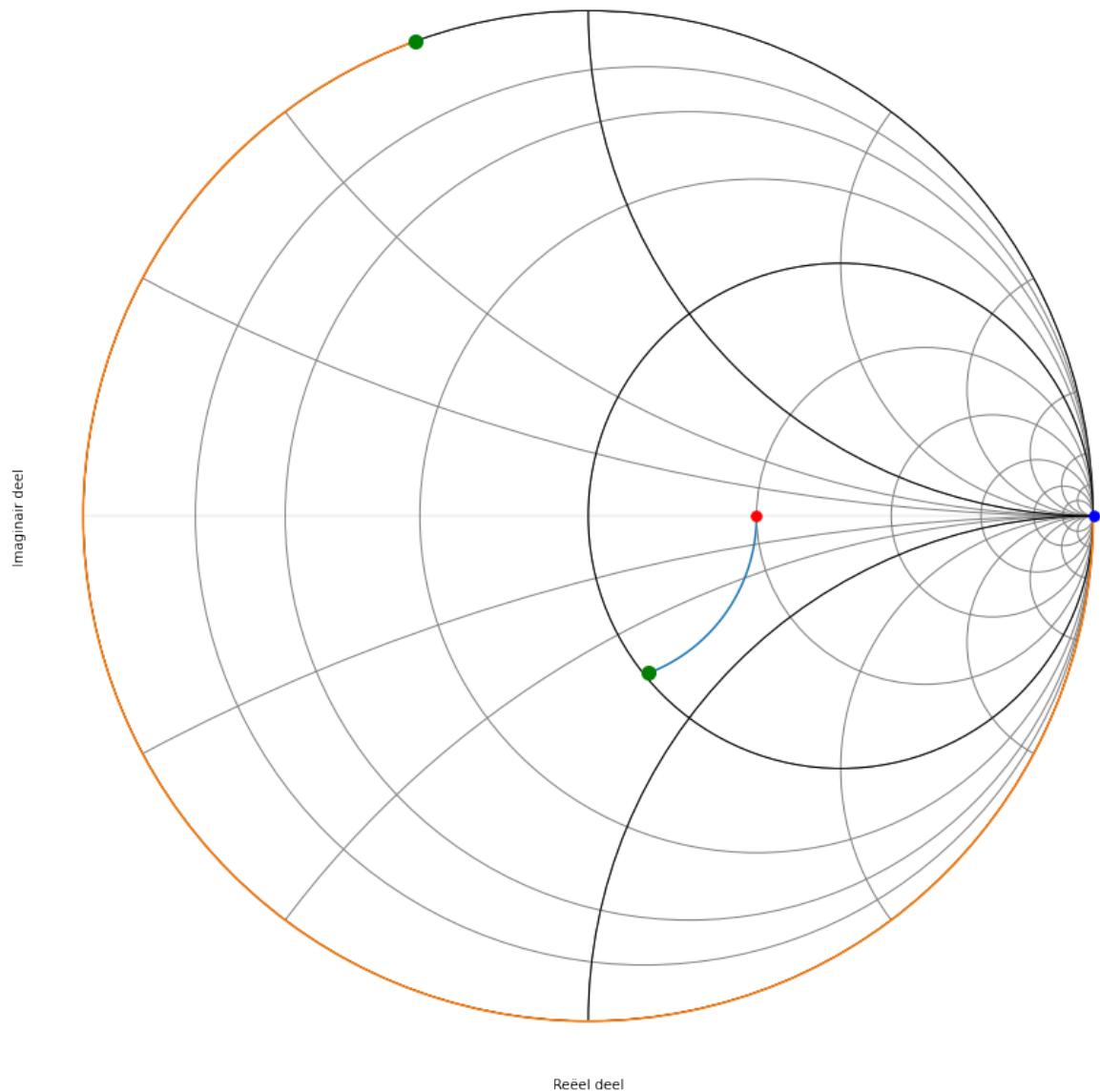
#### Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 - j 0.7$  compenseren we door  $+j 0.7$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$

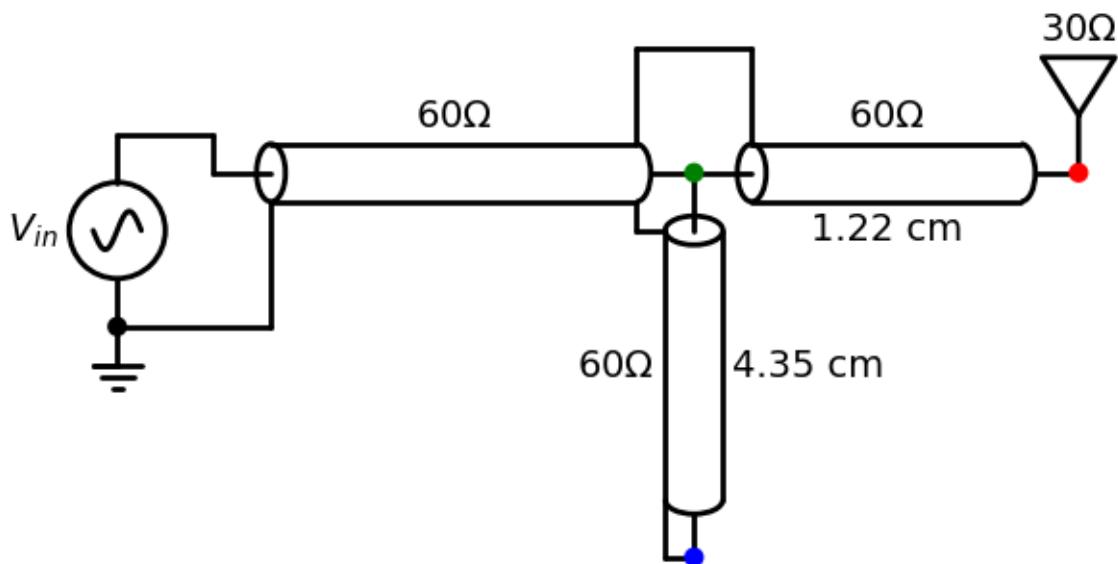
hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
70	$Y = 16.78 - 11.82j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = 16.57 - 11.75j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = 16.37 - 11.68j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = 16.17 - 11.60j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = 15.98 - 11.52j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
250	$Y = +11.67j \text{ mS}$	lengte=4.34 cm
251	$Y = +11.89j \text{ mS}$	lengte=4.36 cm
252	$Y = +12.11j \text{ mS}$	lengte=4.38 cm
253	$Y = +12.33j \text{ mS}$	lengte=4.39 cm
254	$Y = +12.56j \text{ mS}$	lengte=4.41 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.35: Smith kaart van de zesde oplossing.



Figuur 11.36: circuit van de zesde oplossing.

**Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.7$  compenseren we door  $-j 0.7$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = 15.78+11.44j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = 15.98+11.52j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = 16.17+11.60j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = 16.37+11.68j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = 16.57+11.75j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = 16.78+11.82j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

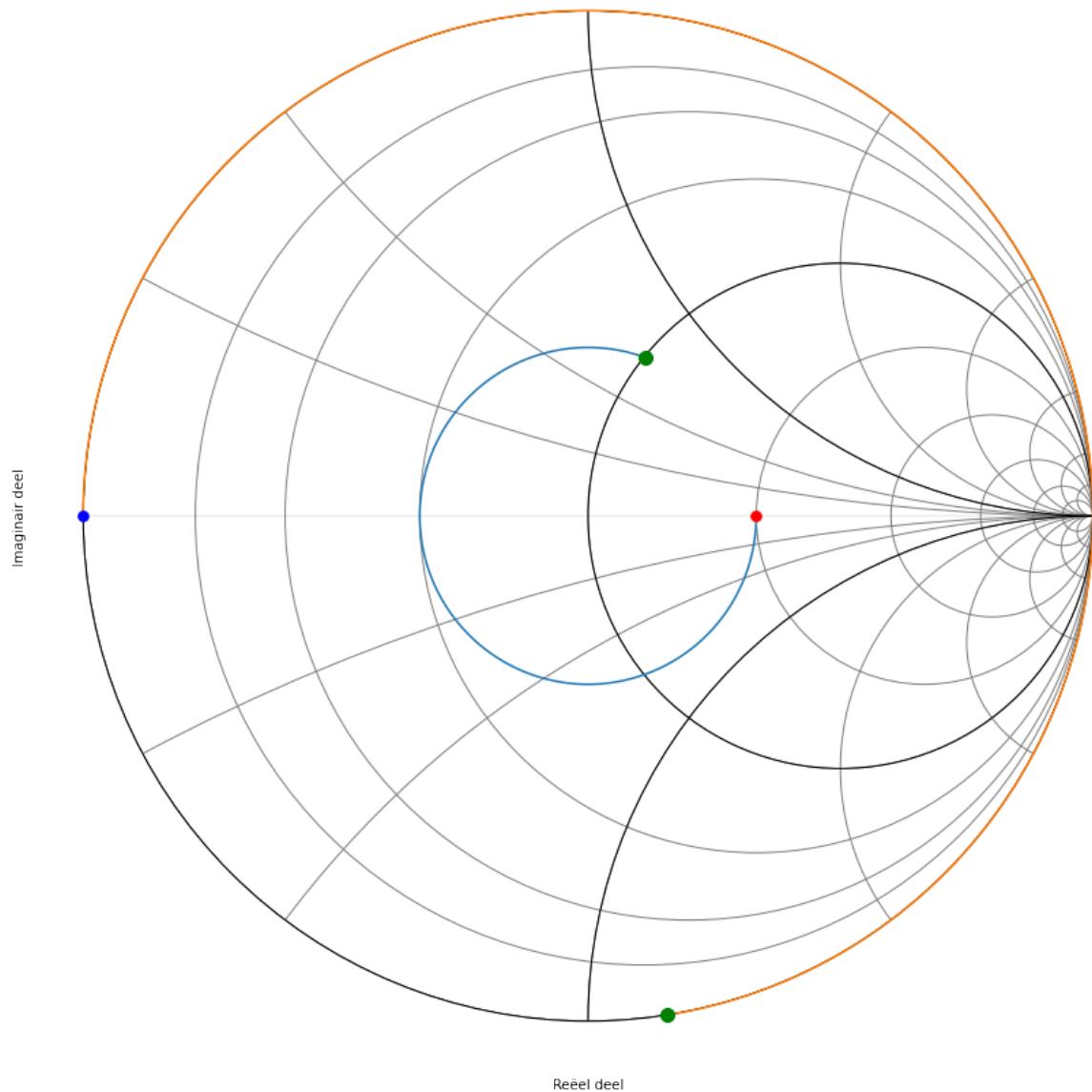
hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = -12.79j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = -12.56j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = -12.33j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = -12.11j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = -11.89j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = -11.67j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

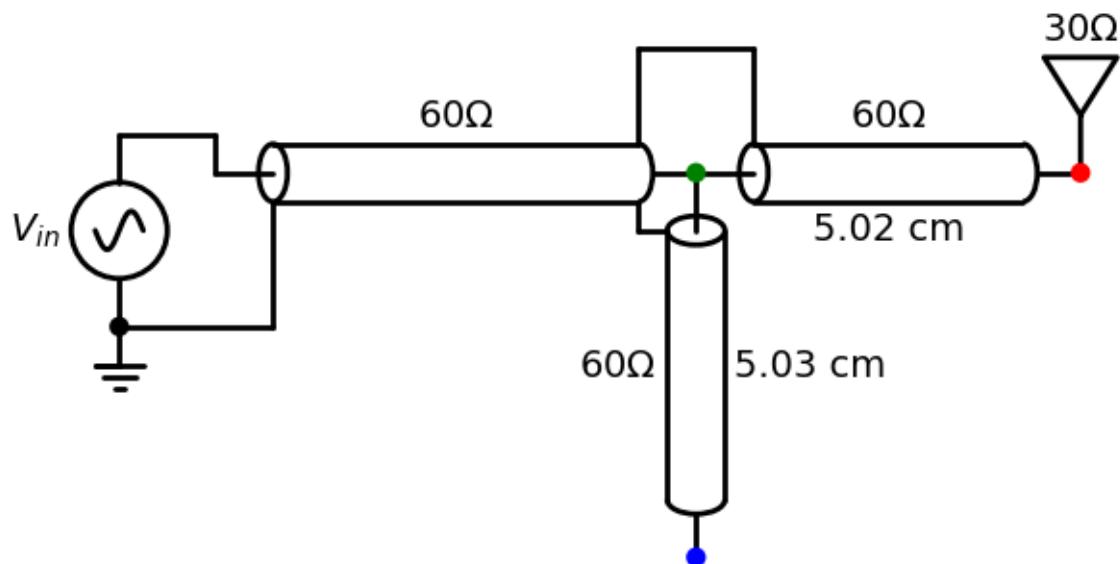
**Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn**

De  $y = 1 + j 0.7$  compenseren we door  $-j 0.7$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = 15.78+11.44j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = 15.98+11.52j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = 16.17+11.60j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = 16.37+11.68j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = 16.57+11.75j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = 16.78+11.82j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm



Figuur 11.37: Smith kaart van de zevende oplossing.



Figuur 11.38: circuit van de zevende oplossing.

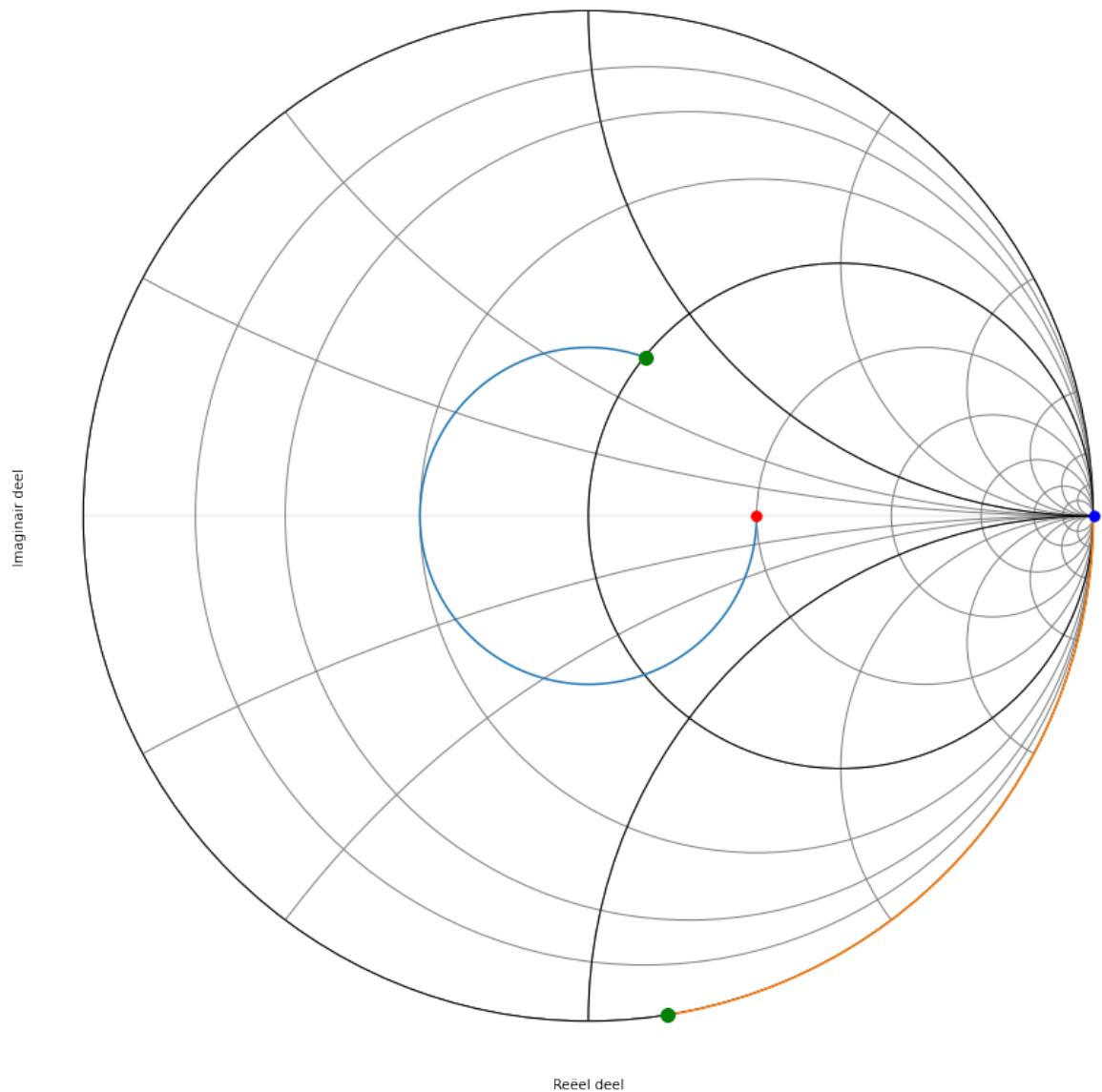
hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
105	$Y = -12.79j \text{ mS}$	lengte=1.82 cm
106	$Y = -12.56j \text{ mS}$	lengte=1.84 cm
107	$Y = -12.33j \text{ mS}$	lengte=1.86 cm
108	$Y = -12.11j \text{ mS}$	lengte=1.88 cm
109	$Y = -11.89j \text{ mS}$	lengte=1.89 cm
110	$Y = -11.67j \text{ mS}$	lengte=1.91 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

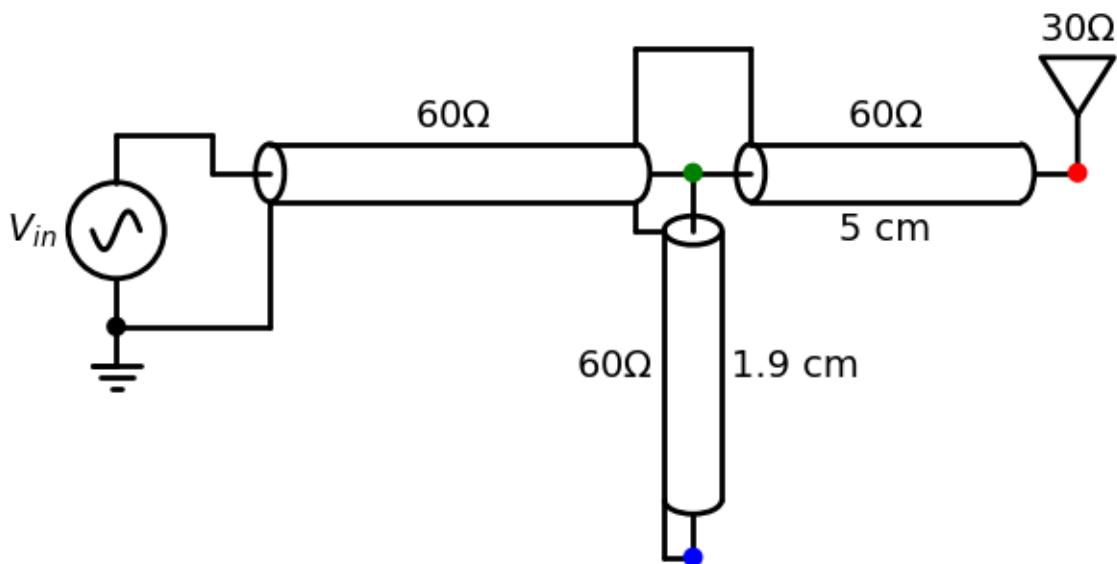
## 11.5 Smith Kaart Oefening 4

### 11.5.1 Opgave

Gebruik je Smith kaart om een antenne van 150 Ohm aan te passen aan een coax van 50 Ohm voor een frequentie van 600 MHz ( $\lambda = 25 \text{ cm}$ ;  $\epsilon_r = 4$ )? Welke verschillende oplossingen zijn er mogelijk?



Figuur 11.39: Smith kaart van de achtste oplossing.



Figuur 11.40: circuit van de achtste oplossing.

### 11.5.2 Oplossing

Er zijn hiervoor 8 oplossingen mogelijk.

We bespreken hieronder elk van deze 8 oplossing:

#### Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

We plaatsen  $z = \frac{Z_L}{Z_0} = 3$  op de Smith kaart (rode dotje) en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dotje).

Als we van de aanpassing (groene )) naar de belasting gaan (rode ), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van  $300^\circ$ . Dit geeft een afstand van  $\frac{300}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.416 \lambda = 10.41 \text{ cm}$ . ( $\lambda = 25 \text{ cm}$  is gegeven)

De nieuwe  $z = 1 + j 1.15$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \text{ Ohm} + j 57.5 \text{ Ohm}$  (zie Table 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer  $-j 57.5 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van de lijnimpedantie (zie Table 1) juist gaan kijken waar het reële deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j57.5 \Omega$$

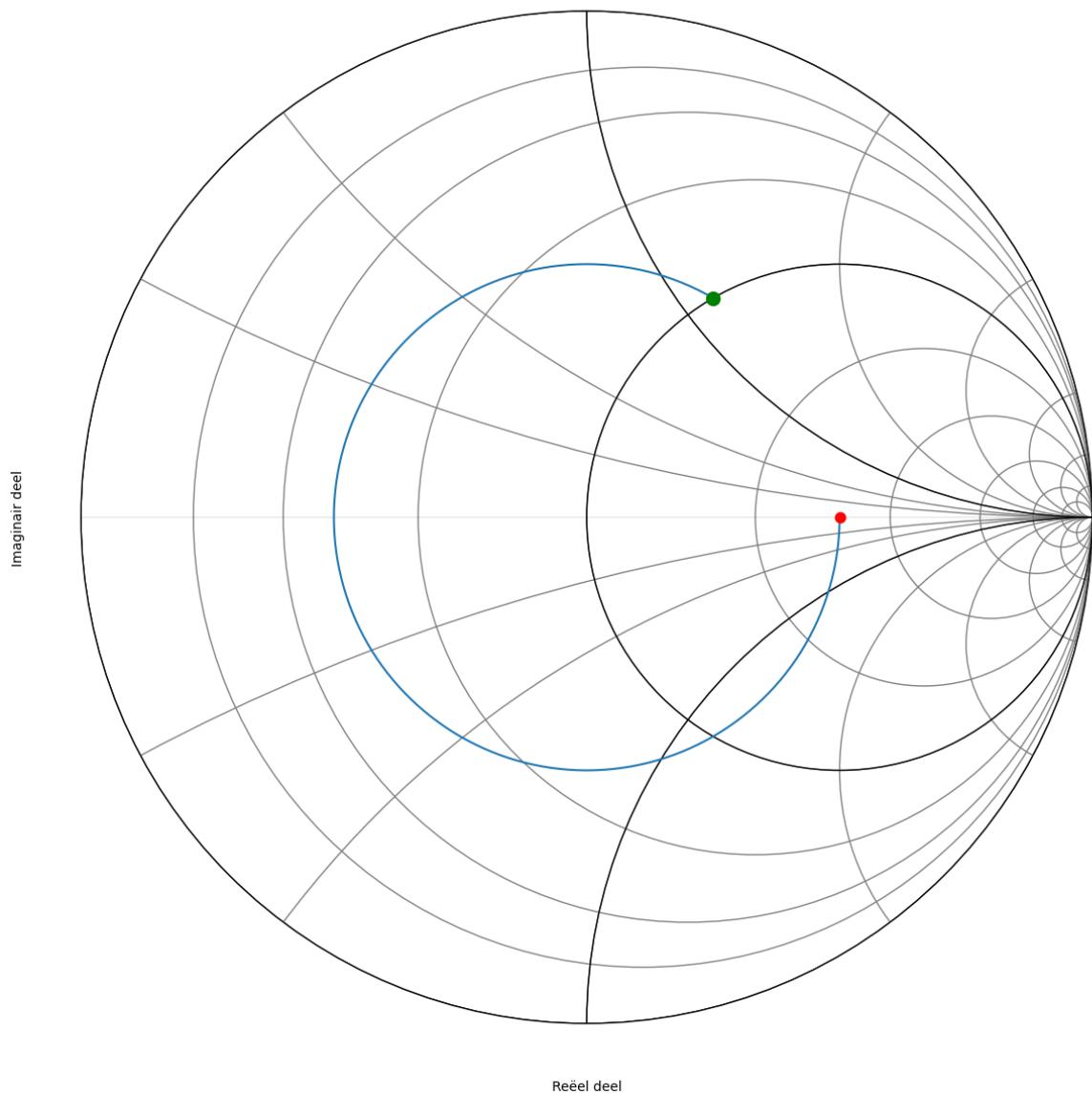
Als we vervolgens  $\omega$  invullen, wetende dat de frequentie  $f=600 \text{ MHz}$ :

$$\omega = 2\pi \cdot 600 \times 10^6$$

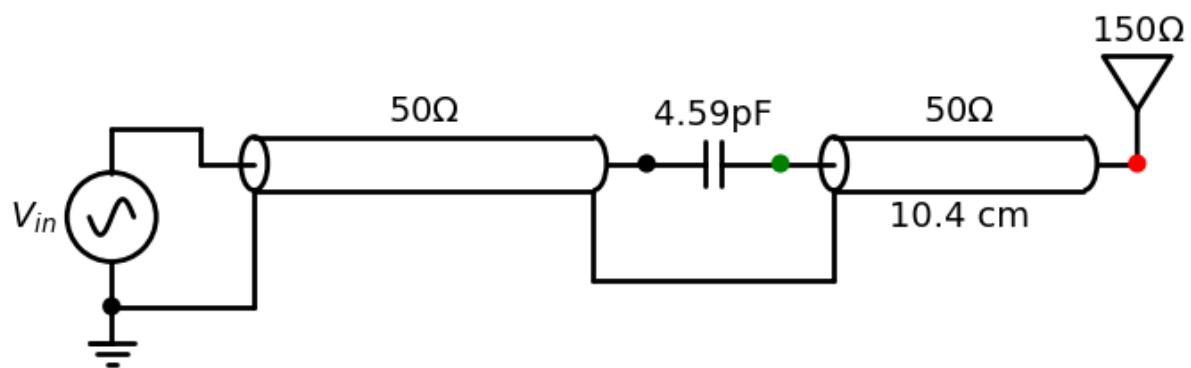
$$C = 4.59 \text{ pF}$$

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
297	$Z = 47.11 + 55.97j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.31 \text{ cm}$
298	$Z = 48.04 + 56.56j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.35 \text{ cm}$
299	$Z = 49.01 + 57.15j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.38 \text{ cm}$
300	$Z = 50.00 + 57.74j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.42 \text{ cm}$
301	$Z = 51.02 + 58.31j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.45 \text{ cm}$
302	$Z = 52.08 + 58.89j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.49 \text{ cm}$

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:



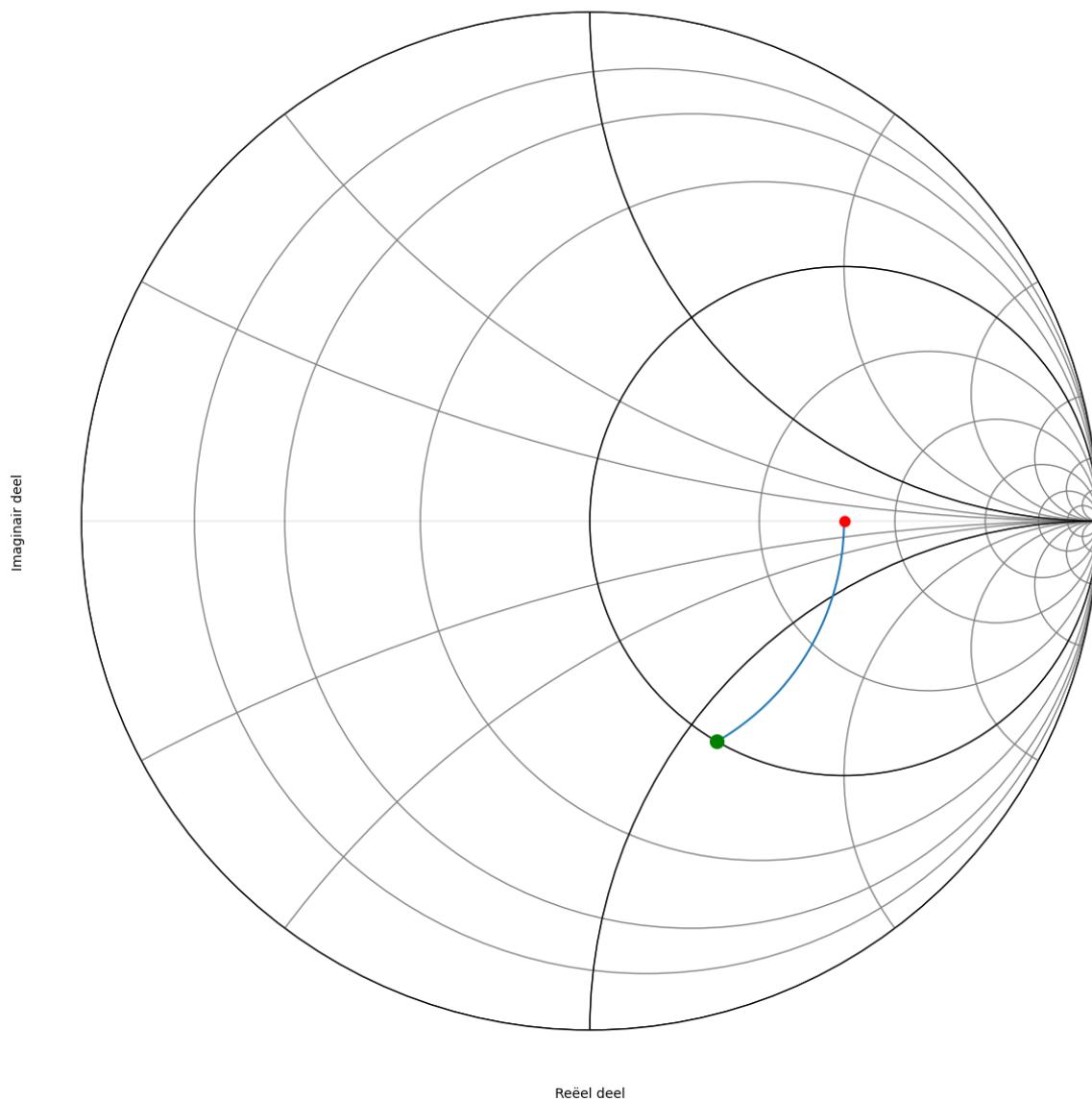
Figuur 11.41: Smith kaart van de eerste oplossing.



Figuur 11.42: circuit van de eerste oplossing.

### Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 3$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.



Figuur 11.43: Smith kaart van de tweede oplossing.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
57	$Z = 53.16 - 59.45j \text{ Ohm}$	lengte=1.98 cm
58	$Z = 52.08 - 58.89j \text{ Ohm}$	lengte=2.01 cm
59	$Z = 51.02 - 58.31j \text{ Ohm}$	lengte=2.05 cm
60	$Z = 50.00 - 57.74j \text{ Ohm}$	lengte=2.08 cm
61	$Z = 49.01 - 57.15j \text{ Ohm}$	lengte=2.12 cm

```
[ (np.int64(57), np.complex128(53.16426888011715-59.449743434788104j)),
  (np.int64(58), np.complex128(52.07749372723773-58.88562587730956j)),
  (np.int64(59), np.complex128(51.02305128991642-58.31372153035076j)),
```

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```
(np.int64(60), np.complex128(50.00000000000001-57.73502691896258j)),
(np.int64(61), np.complex128(49.00741173990236-57.15046413815093j))]
```

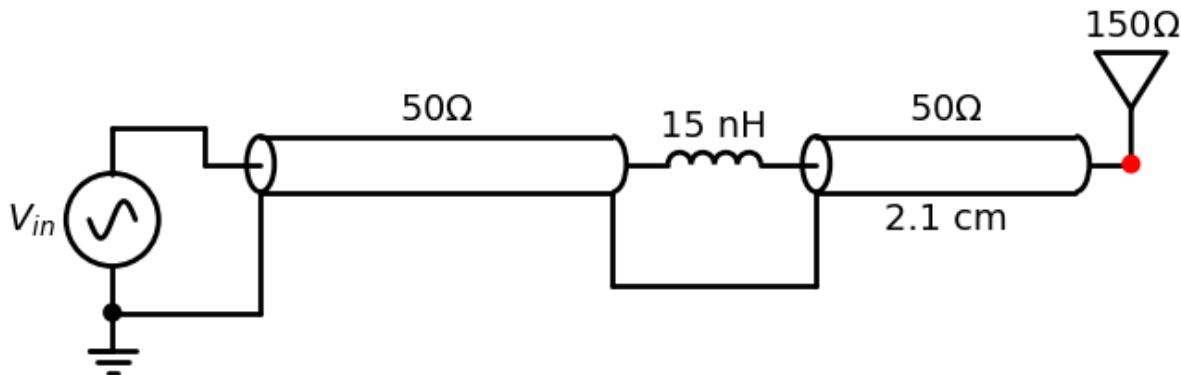
De nieuwe  $z = 1 - j 1.15$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \Omega - j 57.7 \Omega$ . Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer  $j 57.7 \Omega$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reële deel  $50 \Omega$  wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j57.7\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 600 \times 10^6$$

$$L = 15nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.44: circuit van de tweede oplossing.

### Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 3$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

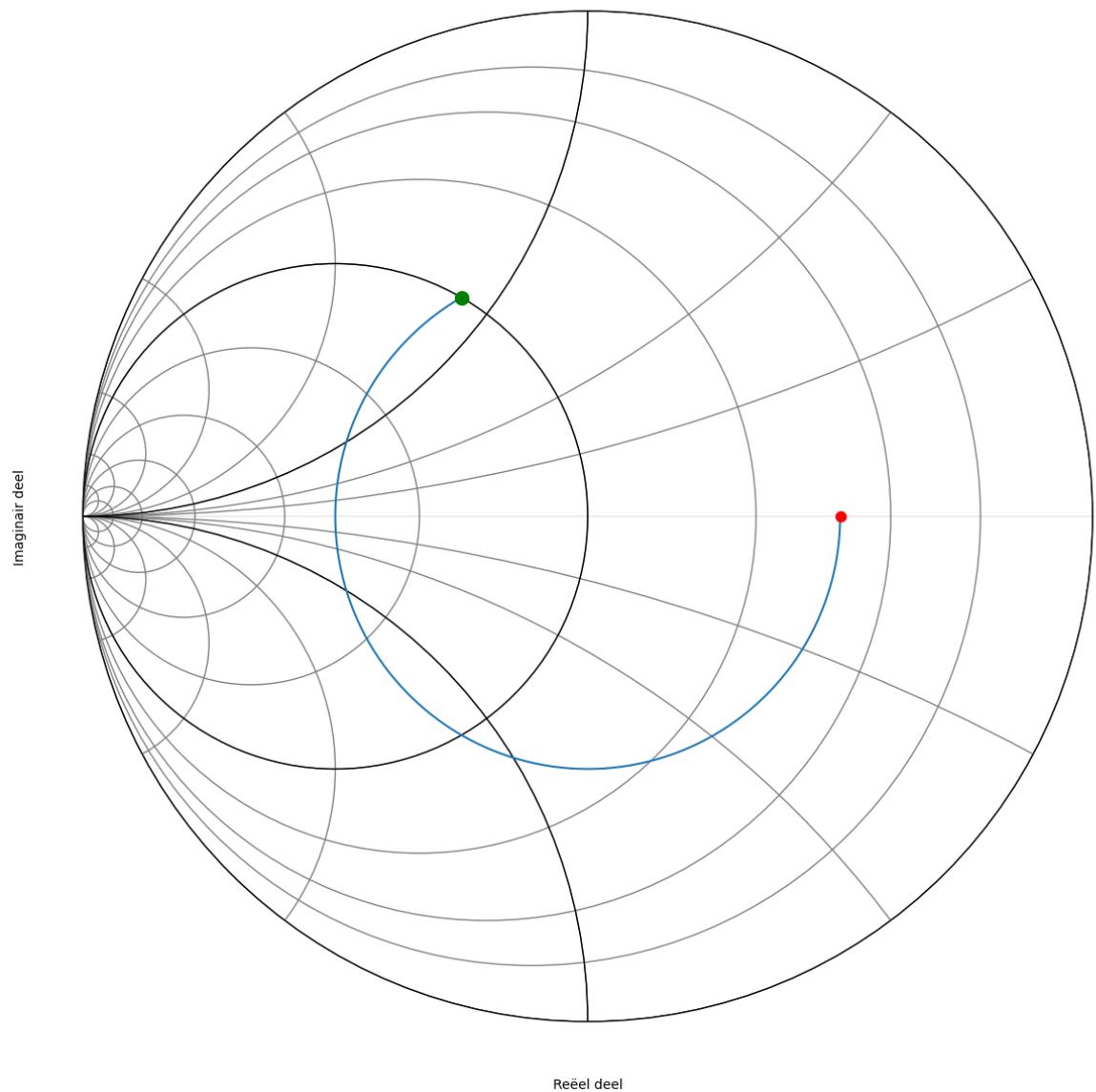
Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedantie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
237	$Y = 21.27-23.78j \text{ mS}$	$\text{lengte}=8.23 \text{ cm}$
238	$Y = 20.83-23.55j \text{ mS}$	$\text{lengte}=8.26 \text{ cm}$
239	$Y = 20.41-23.33j \text{ mS}$	$\text{lengte}=8.30 \text{ cm}$
240	$Y = 20.00-23.09j \text{ mS}$	$\text{lengte}=8.33 \text{ cm}$
241	$Y = 19.60-22.86j \text{ mS}$	$\text{lengte}=8.37 \text{ cm}$
242	$Y = 19.22-22.62j \text{ mS}$	$\text{lengte}=8.40 \text{ cm}$

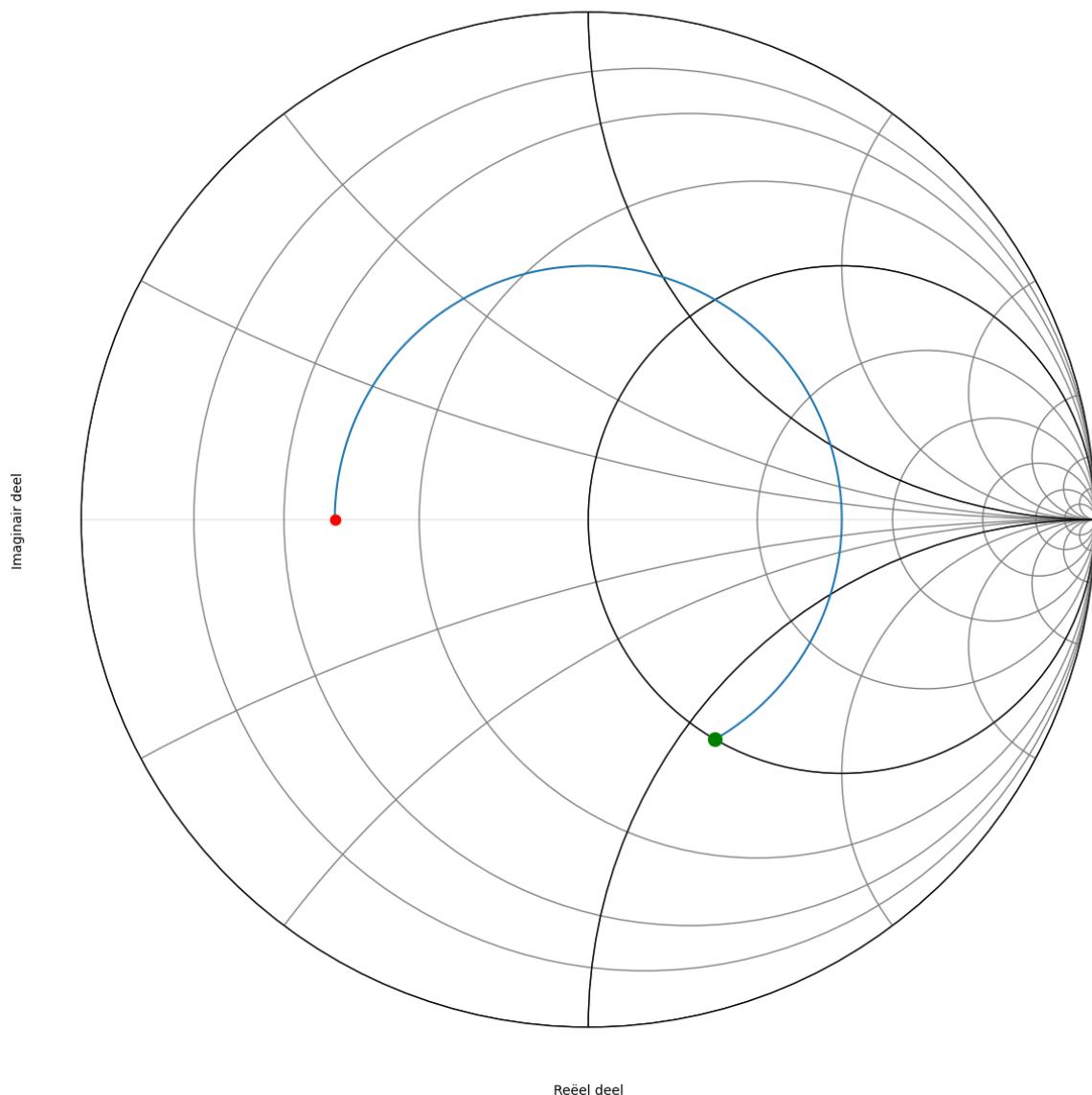
$$j\omega C = 0.023j$$

$$C = \frac{0.023}{2\pi \cdot 600 \times 10^6} = 6.12pF$$

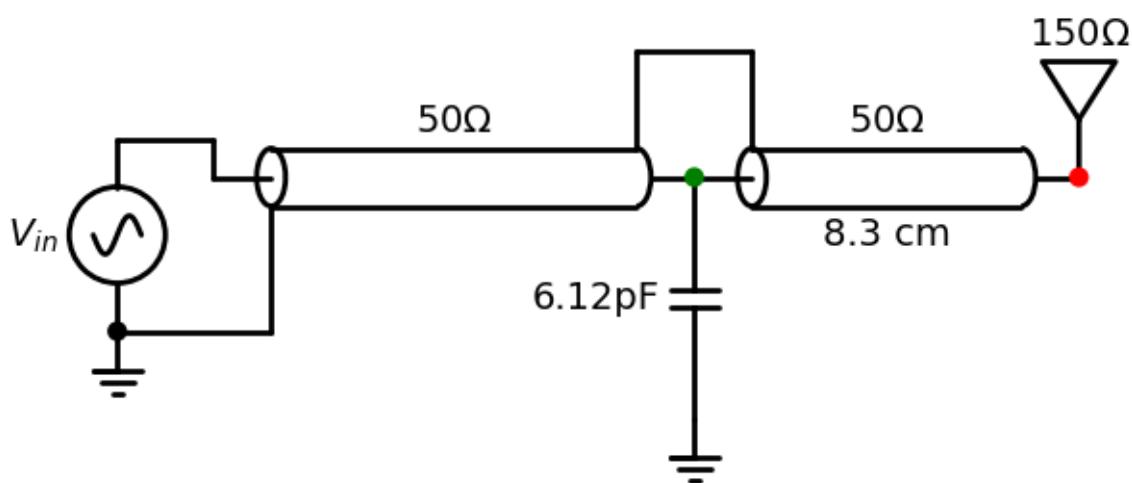
Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.45: Smith kaart van de derde oplossing.



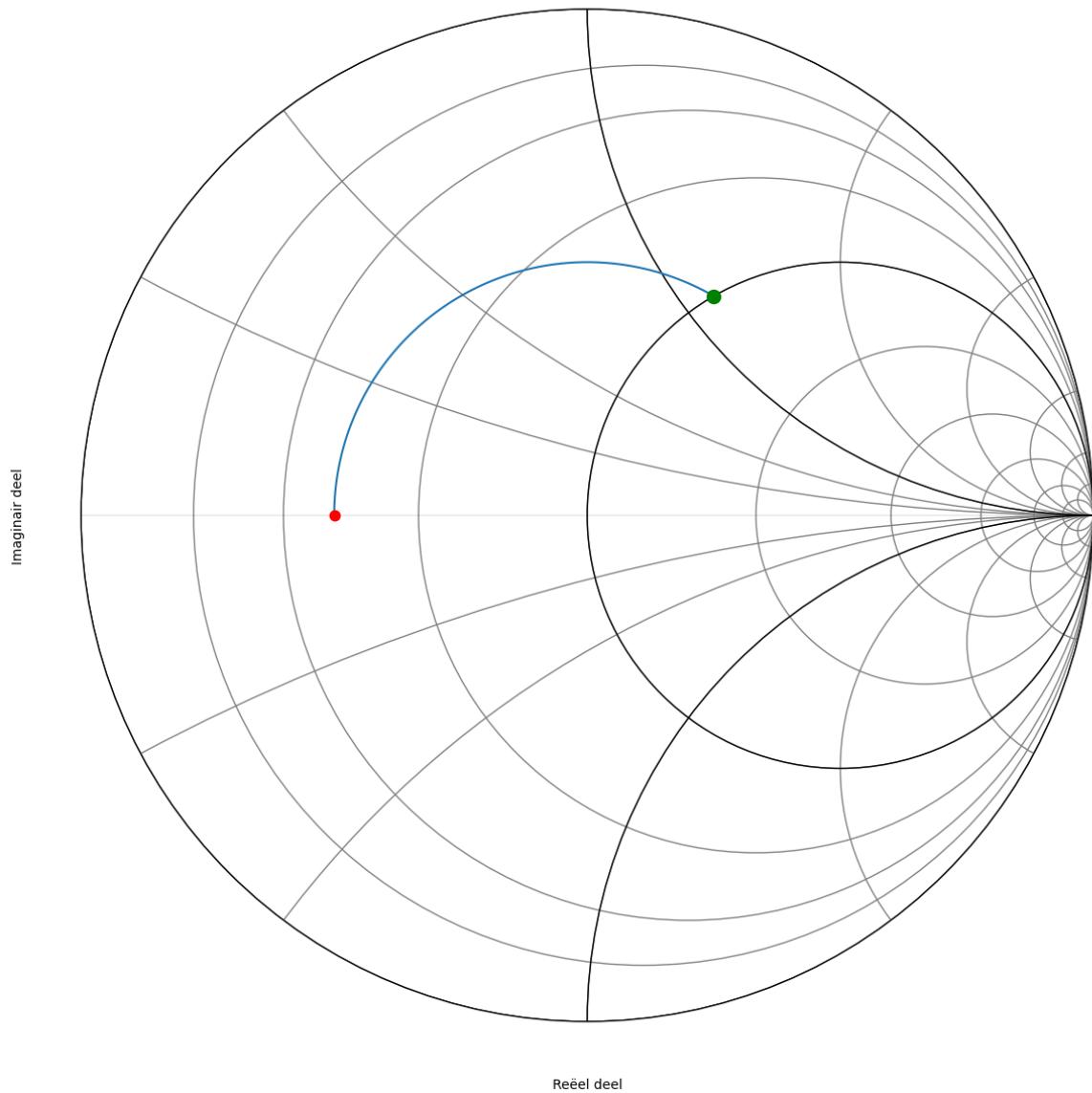
Figuur 11.46: Smith kaart van de derde oplossing als admitantie.



Figuur 11.47: circuit van de derde oplossing.

#### Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_0}{Z_L} = \frac{1}{3}$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.



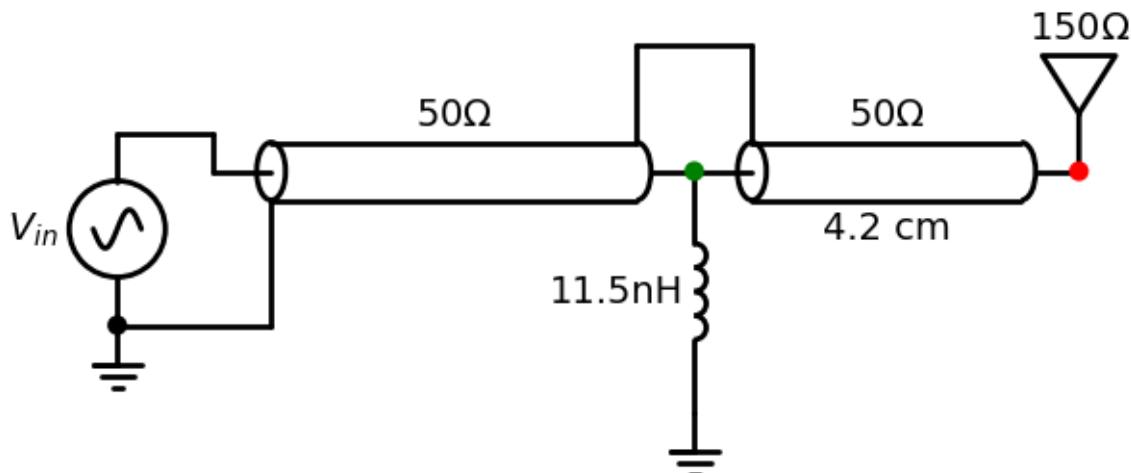
Figuur 11.48: Smith kaart van de vierde oplossing.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
118	$Y = 19.22 + 22.62j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
119	$Y = 19.60 + 22.86j \text{ mS}$	lengte=4.13 cm
120	$Y = 20.00 + 23.09j \text{ mS}$	lengte=4.17 cm
121	$Y = 20.41 + 23.33j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm

$$\frac{1}{j\omega L} = -0.023j$$

$$L = \frac{1}{0.023 \cdot 2\pi \cdot 600 \times 10^6} = 11.5nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.49: circuit van de vierde oplossing.

#### Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

De  $y = 1 - j 1.15$  compenseren we door  $+j 1.15$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
238	$Y = 20.83 - 23.55j \text{ mS}$	lengte=8.26 cm
239	$Y = 20.41 - 23.33j \text{ mS}$	lengte=8.30 cm
240	$Y = 20.00 - 23.09j \text{ mS}$	lengte=8.33 cm
241	$Y = 19.60 - 22.86j \text{ mS}$	lengte=8.37 cm

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
95	$Y = +21.83j \text{ mS}$	lengte=3.30 cm
96	$Y = +22.21j \text{ mS}$	lengte=3.33 cm
97	$Y = +22.61j \text{ mS}$	lengte=3.37 cm
98	$Y = +23.01j \text{ mS}$	lengte=3.40 cm
99	$Y = +23.42j \text{ mS}$	lengte=3.44 cm
100	$Y = +23.84j \text{ mS}$	lengte=3.47 cm

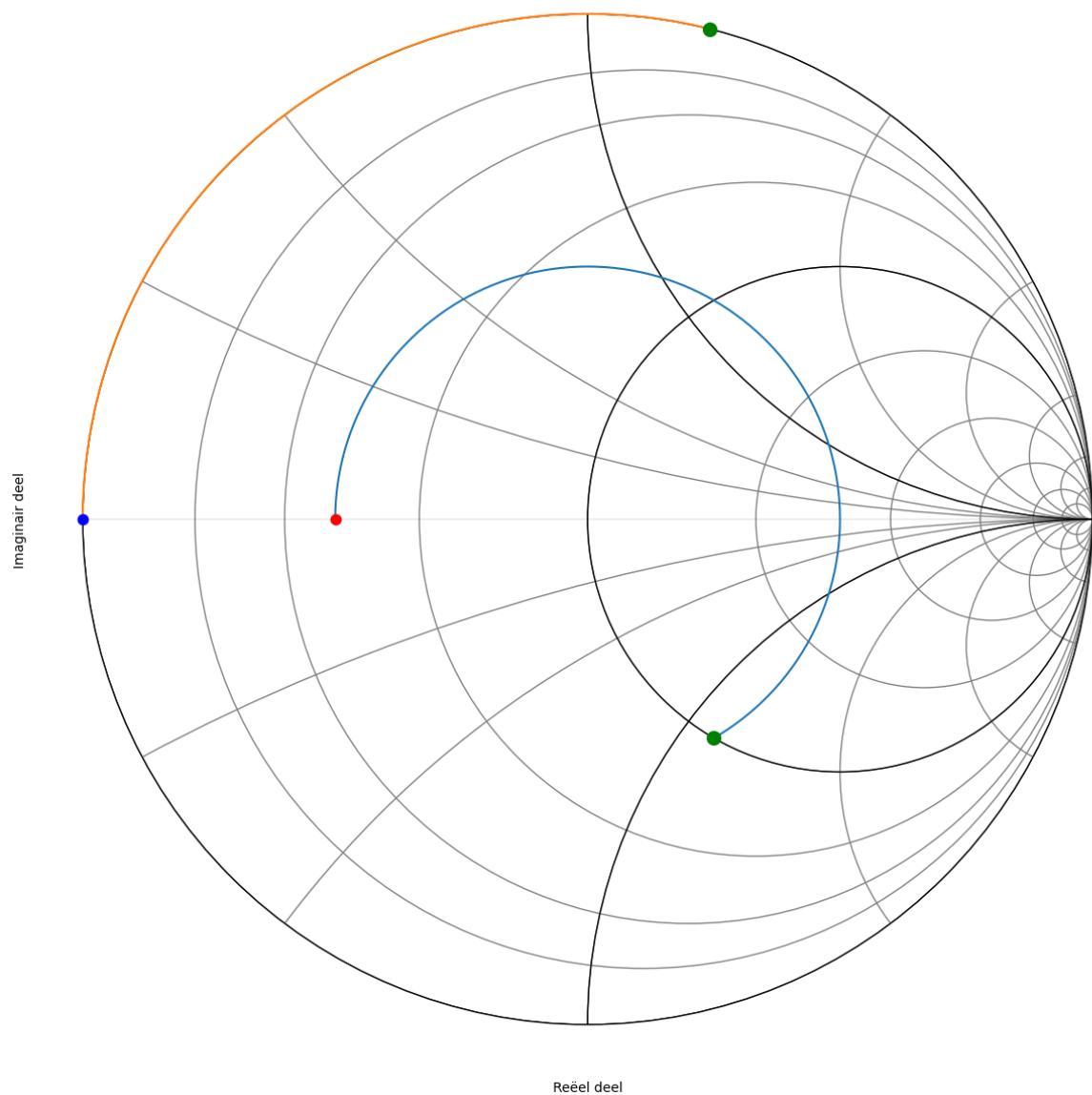
Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van  $\frac{98}{360} \frac{\lambda}{2}$  de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:

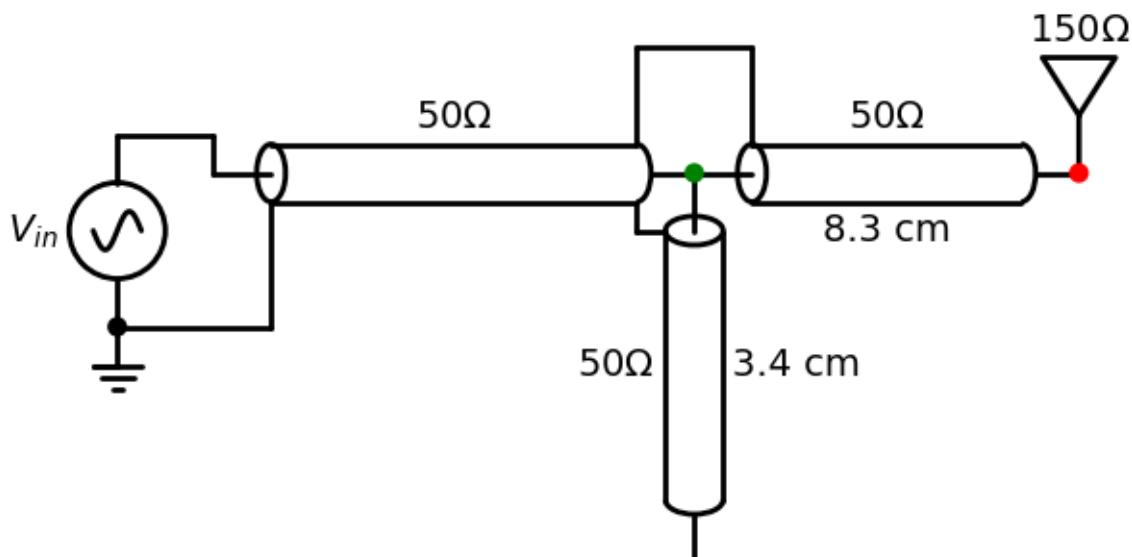
#### Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 - j 1.15$  compenseren we door  $+j 1.15$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
238	$Y = 20.83 - 23.55j \text{ mS}$	lengte=8.26 cm
239	$Y = 20.41 - 23.33j \text{ mS}$	lengte=8.30 cm
240	$Y = 20.00 - 23.09j \text{ mS}$	lengte=8.33 cm
241	$Y = 19.60 - 22.86j \text{ mS}$	lengte=8.37 cm



Figuur 11.50: Smith kaart van de vijfde oplossing.



Figuur 11.51: circuit van de vijfde oplossing.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
275	$Y = +21.83j \text{ mS}$	lengte=9.55 cm
276	$Y = +22.21j \text{ mS}$	lengte=9.58 cm
277	$Y = +22.61j \text{ mS}$	lengte=9.62 cm
278	$Y = +23.01j \text{ mS}$	lengte=9.65 cm
279	$Y = +23.42j \text{ mS}$	lengte=9.69 cm
280	$Y = +23.84j \text{ mS}$	lengte=9.72 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

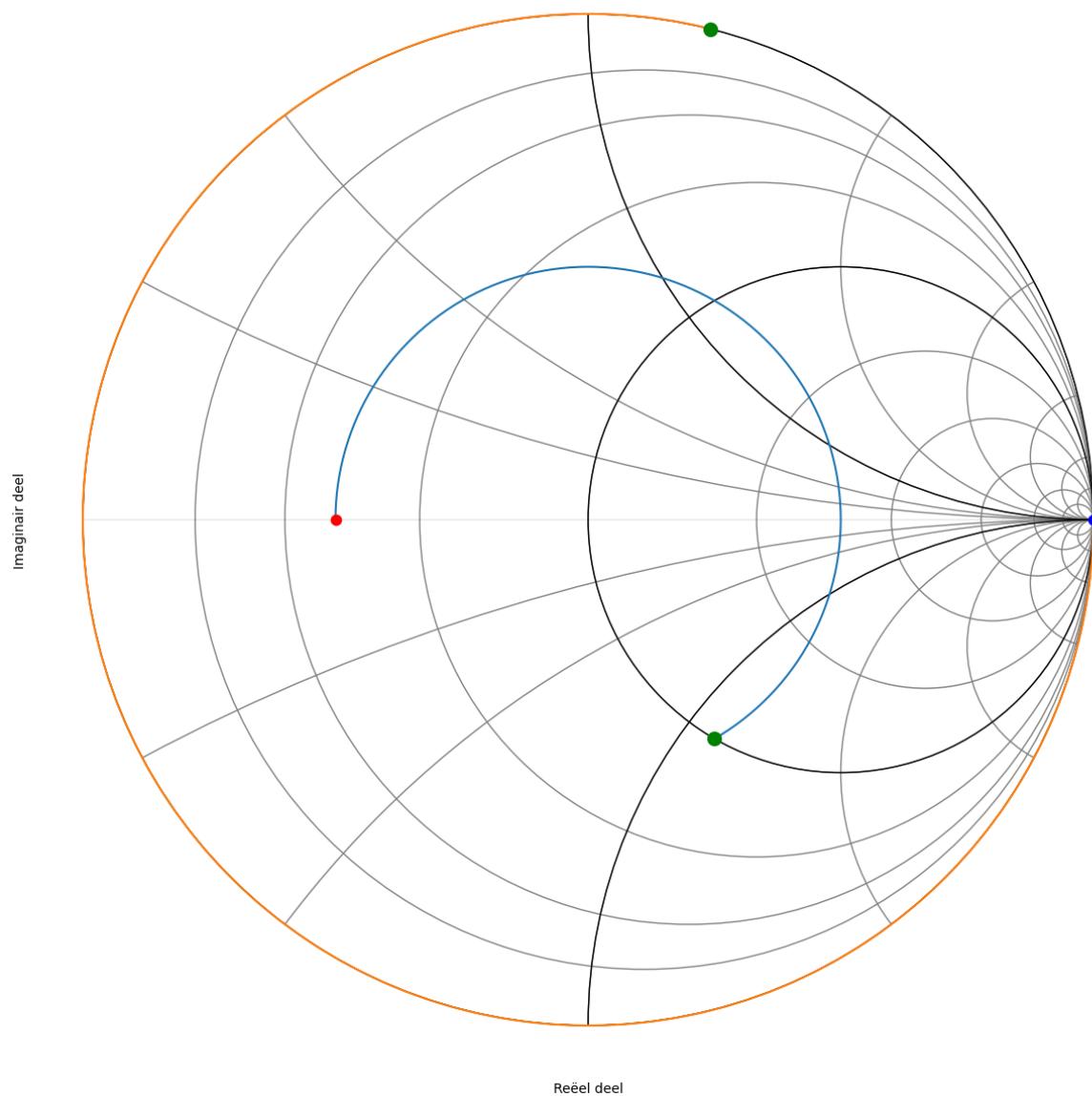
### Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn

De  $y = 1 + j 1.15$  compenseren we door  $-j 1.15$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

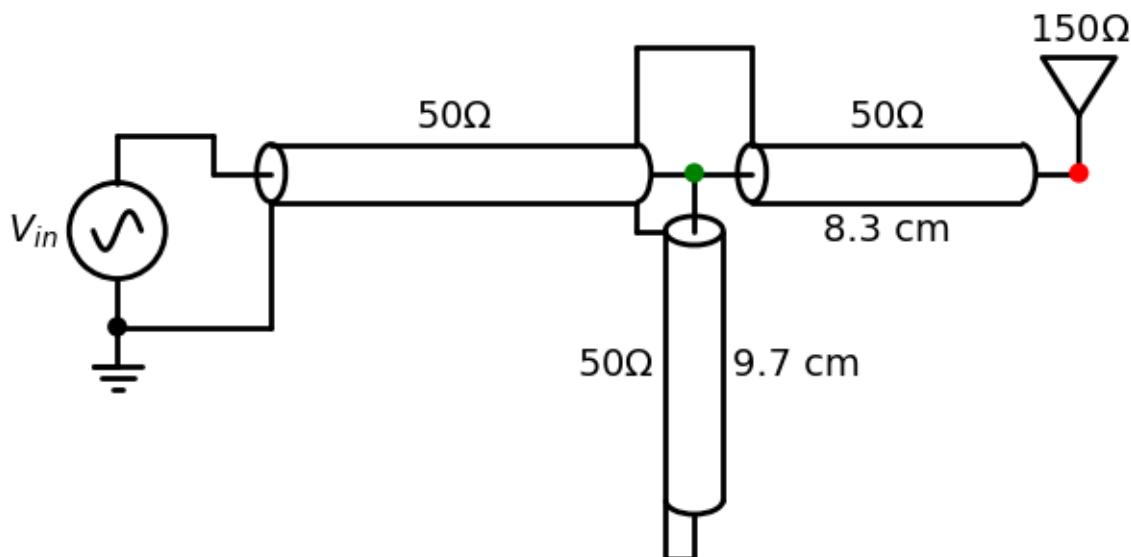
hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
118	$Y = 19.22+22.62j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
119	$Y = 19.60+22.86j \text{ mS}$	lengte=4.13 cm
120	$Y = 20.00+23.09j \text{ mS}$	lengte=4.17 cm
121	$Y = 20.41+23.33j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
260	$Y = -23.84j \text{ mS}$	lengte=9.03 cm
261	$Y = -23.42j \text{ mS}$	lengte=9.06 cm
262	$Y = -23.01j \text{ mS}$	lengte=9.10 cm
263	$Y = -22.61j \text{ mS}$	lengte=9.13 cm
264	$Y = -22.21j \text{ mS}$	lengte=9.17 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.52: Smith kaart van de zesde oplossing.



Figuur 11.53: circuit van de zesde oplossing.

### Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 + j 1.15$  compenseren we door  $-j 1.15$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
118	$Y= 19.22+22.62j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
119	$Y= 19.60+22.86j \text{ mS}$	lengte=4.13 cm
120	$Y= 20.00+23.09j \text{ mS}$	lengte=4.17 cm
121	$Y= 20.41+23.33j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm

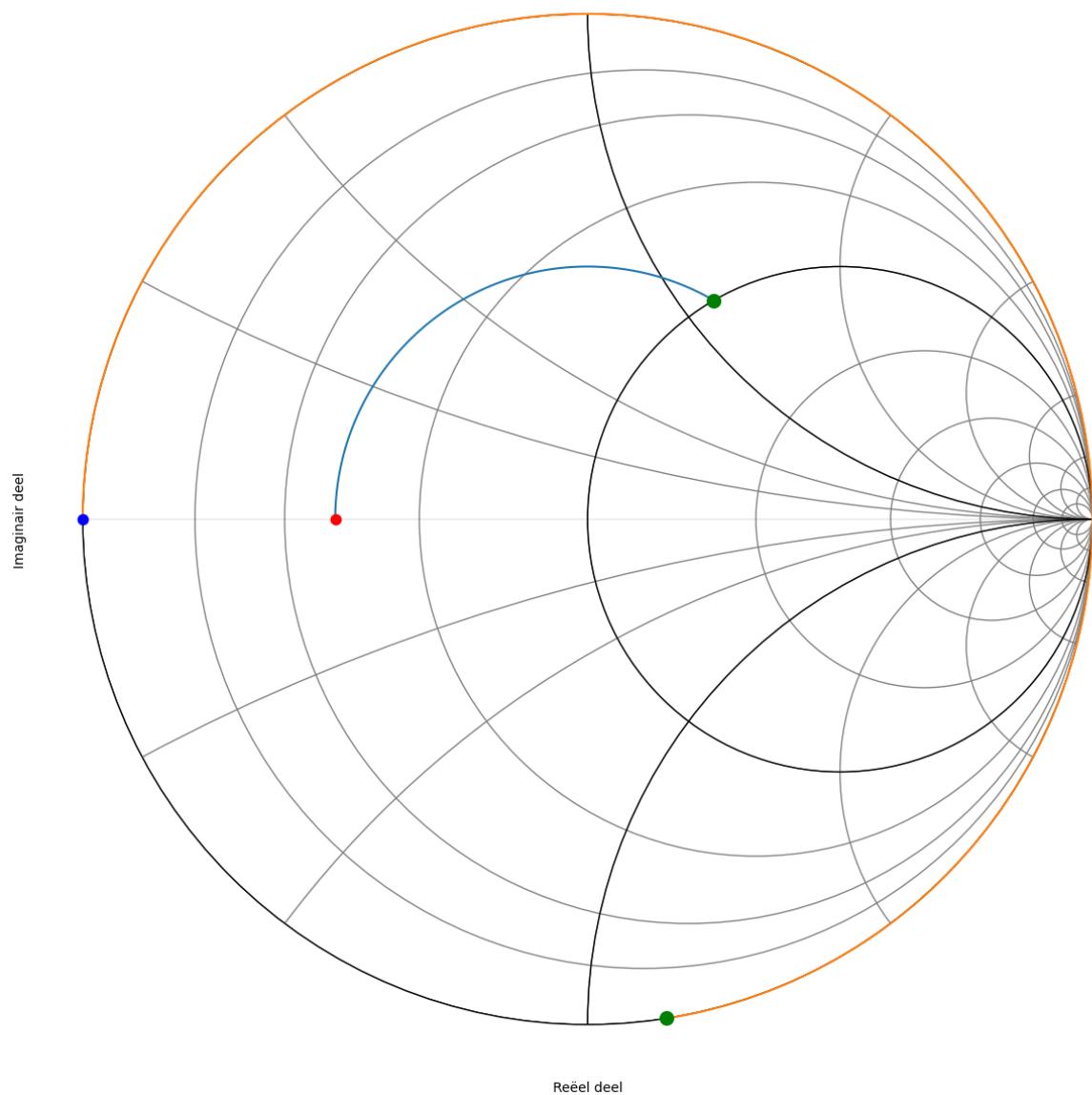
hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
80	$Y= -23.84j \text{ mS}$	lengte=2.78 cm
81	$Y= -23.42j \text{ mS}$	lengte=2.81 cm
82	$Y= -23.01j \text{ mS}$	lengte=2.85 cm
83	$Y= -22.61j \text{ mS}$	lengte=2.88 cm
84	$Y= -22.21j \text{ mS}$	lengte=2.92 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

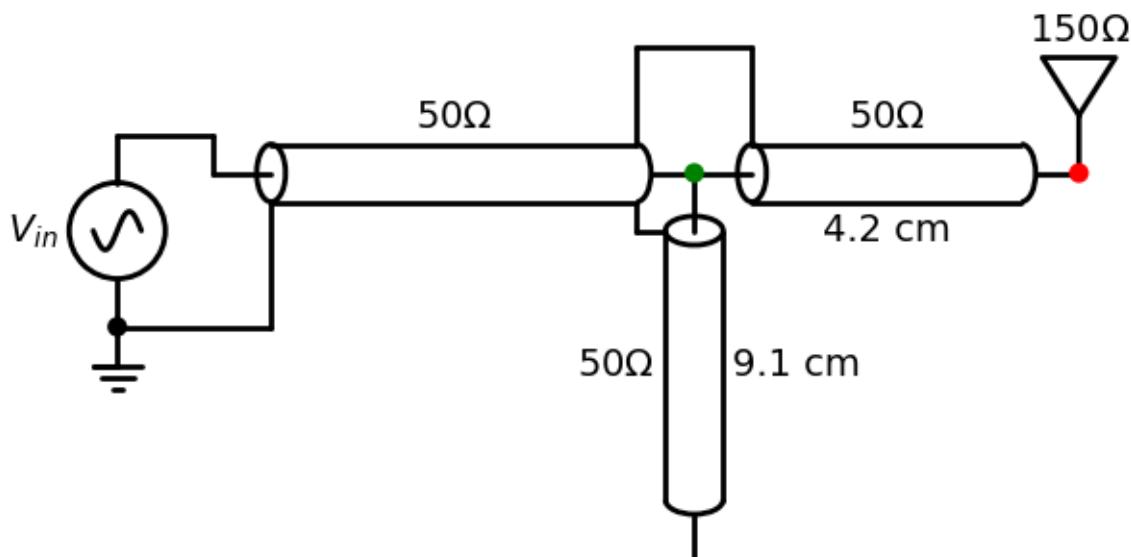
## 11.6 Smith Kaart Oefening 5

### 11.6.1 Opgave

Gebruik je Smith kaart om een antenne van 110 Ohm aan te passen aan een coax van 50 Ohm voor een frequentie van 600 MHz ( $\lambda= 25 \text{ cm}$ )? Welke verschillende oplossingen zijn er mogelijk?



Figuur 11.54: Smith kaart van de zevende oplossing.



Figuur 11.55: circuit van de zevende oplossing.

## 11.6.2 Oplossing

Er zijn hiervoor 8 oplossingen mogelijk.

We bespreken hieronder elk van deze 8 oplossing:

### Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

Het imaginair deel van de impedantie van een condensator is negatief. We kunnen een bijgeplaatste condensator dus gebruiken om een positief imaginair deel te compenseren.

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.2$  op de Smith kaart (rode dot) en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dot).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van  $292^\circ$ . Dit geeft een afstand van  $\frac{292}{360} \lambda = 0.406 \lambda = 10.1 \text{ cm}$ . ( $\lambda = 25 \text{ cm}$  is gegeven)

De nieuwe  $z = 1 + j 0.81$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \Omega + j 40.5 \Omega$  (zie Tabel 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer  $-j 57.5 \Omega$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reële deel  $50 \Omega$  wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j40.5\Omega$$

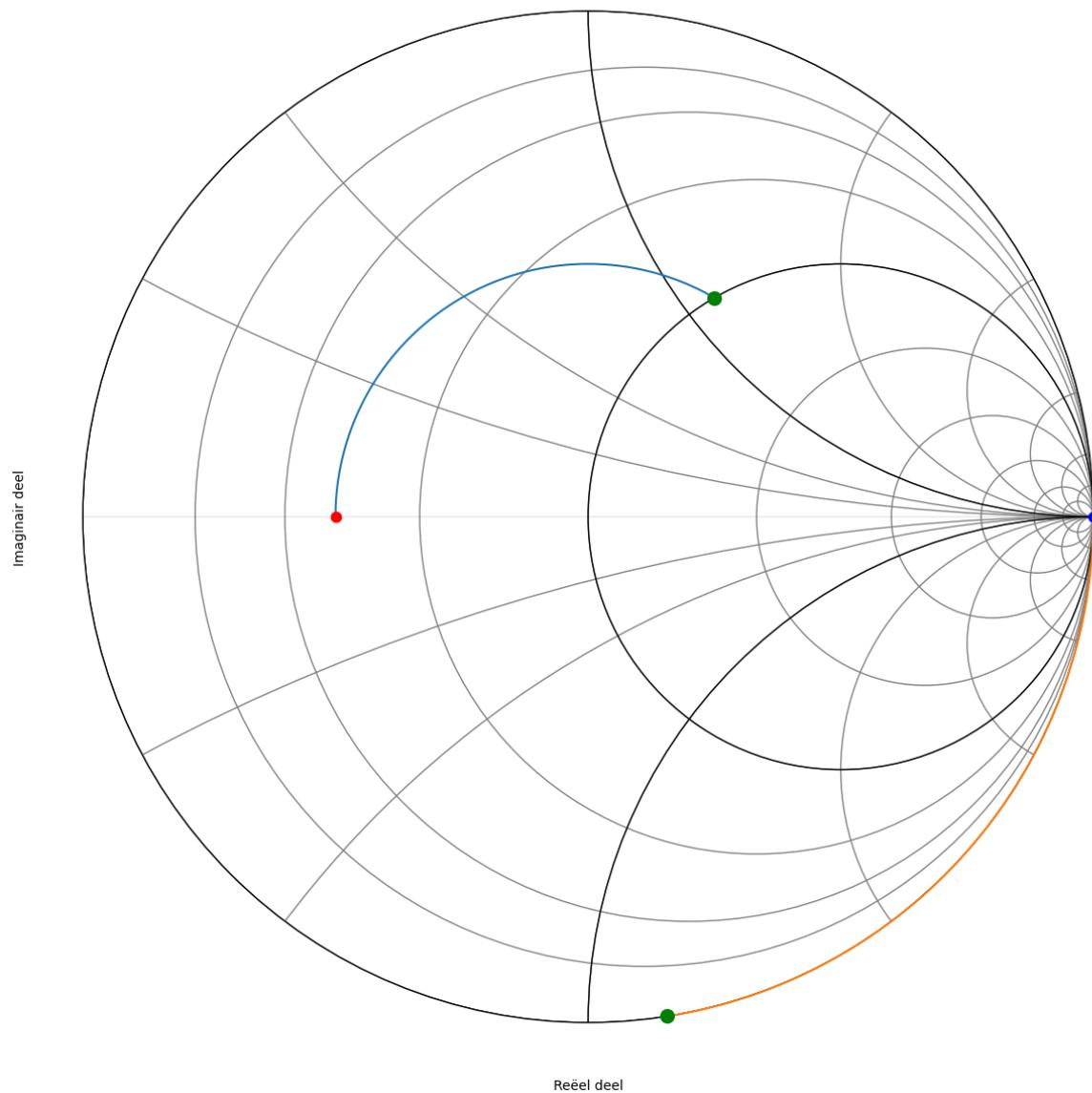
Als we vervolgens  $\omega$  invullen, wetende dat de frequentie  $f=600 \text{ MHz}$ :

$$\omega = 2\pi 600 10^6 \text{ Hz}$$

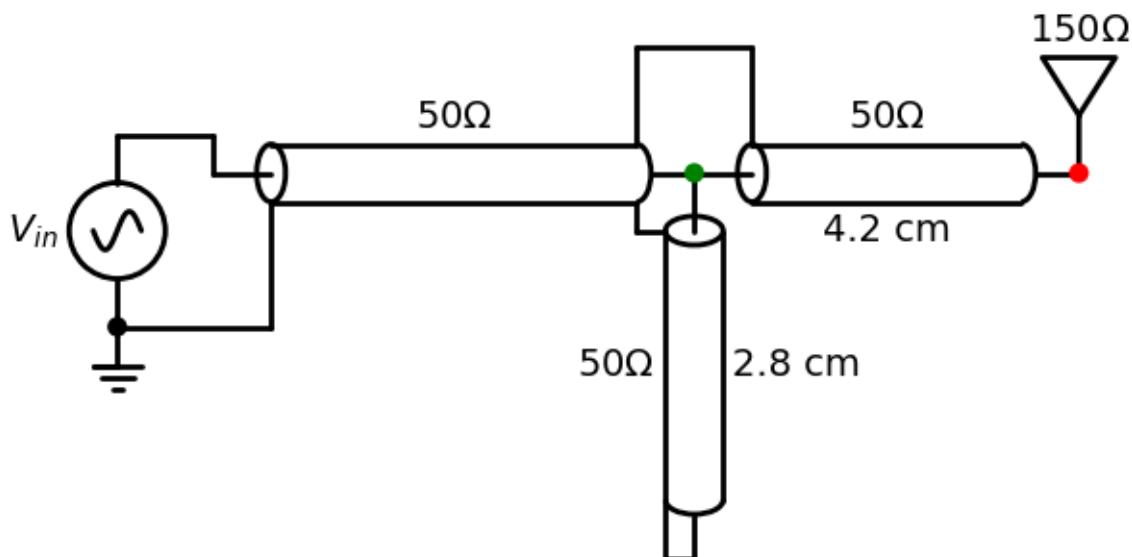
$$C = 6.54 \text{ pF}$$

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
290	$z = 48.60 + 39.86j \Omega$	lengte=10.07 cm
291	$z = 49.28 + 40.16j \Omega$	lengte=10.10 cm
292	$z = 49.98 + 40.45j \Omega$	lengte=10.14 cm
293	$z = 50.70 + 40.73j \Omega$	lengte=10.17 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.56: Smith kaart van de achtste oplossing.



Figuur 11.57: circuit van de achtste oplossing.

### Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.2$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $r=1$  cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
65	$Z = 52.17 - 41.26j$ Ohm	lengte=2.26 cm
66	$Z = 51.42 - 41.00j$ Ohm	lengte=2.29 cm
67	$Z = 50.70 - 40.73j$ Ohm	lengte=2.33 cm
68	$Z = 49.98 - 40.45j$ Ohm	lengte=2.36 cm
69	$Z = 49.28 - 40.16j$ Ohm	lengte=2.40 cm

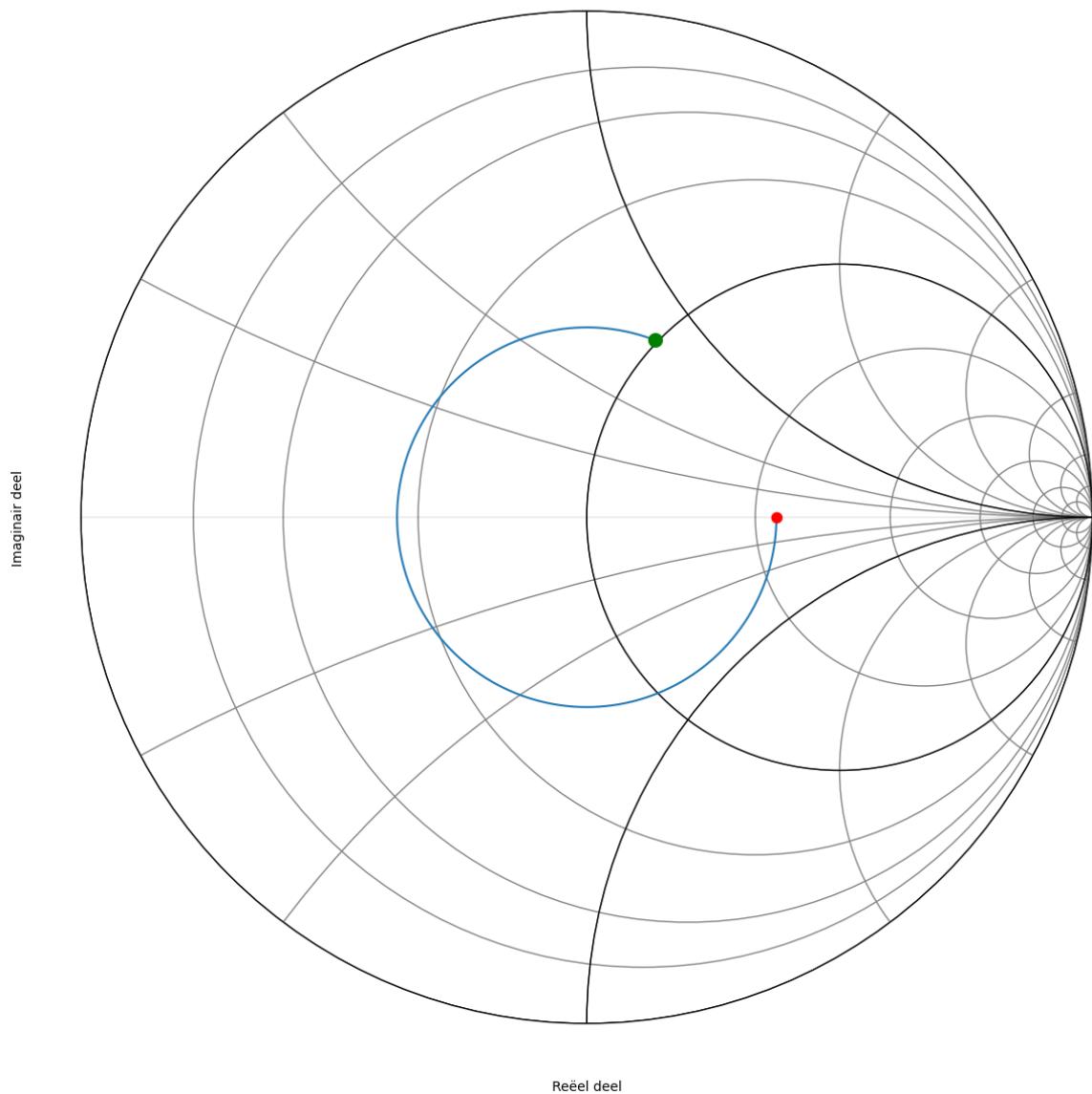
De nieuwe  $z = 1 - j 0.81$ . Daaruit volgt dat  $Z = 50 \text{ Ohm} - j 40.5 \text{ Ohm}$ . Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer  $j 40.5 \text{ Ohm}$  toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reële deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j40.5\Omega$$

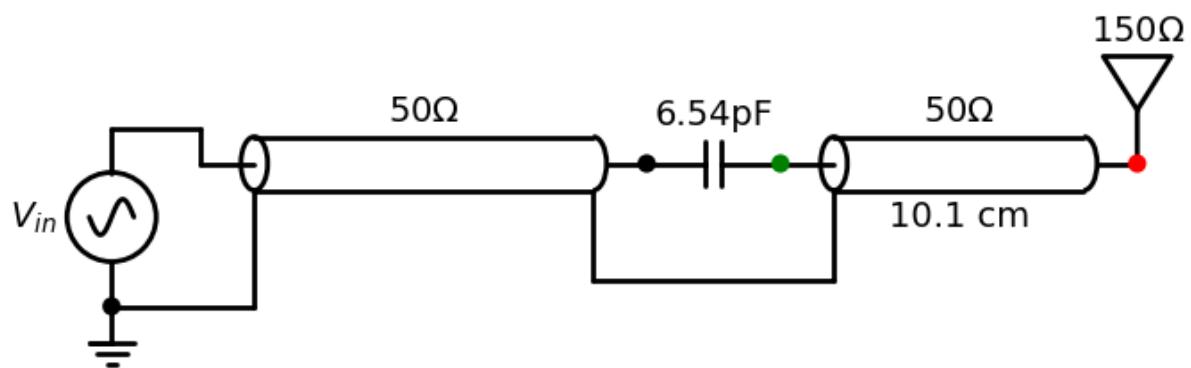
$$\omega = 2\pi \cdot 600 \times 10^6$$

$$L = 10.7nH$$

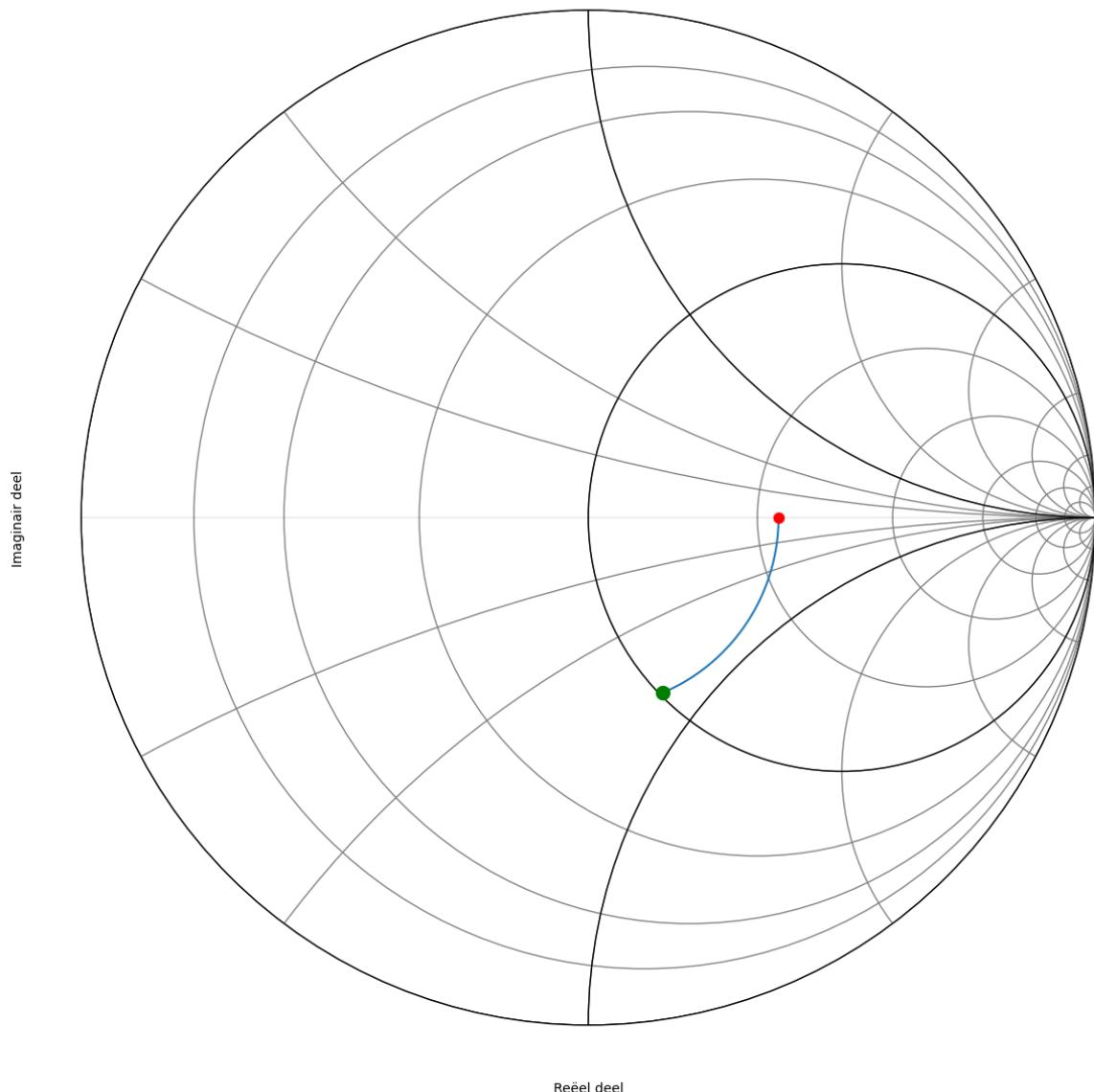
Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:



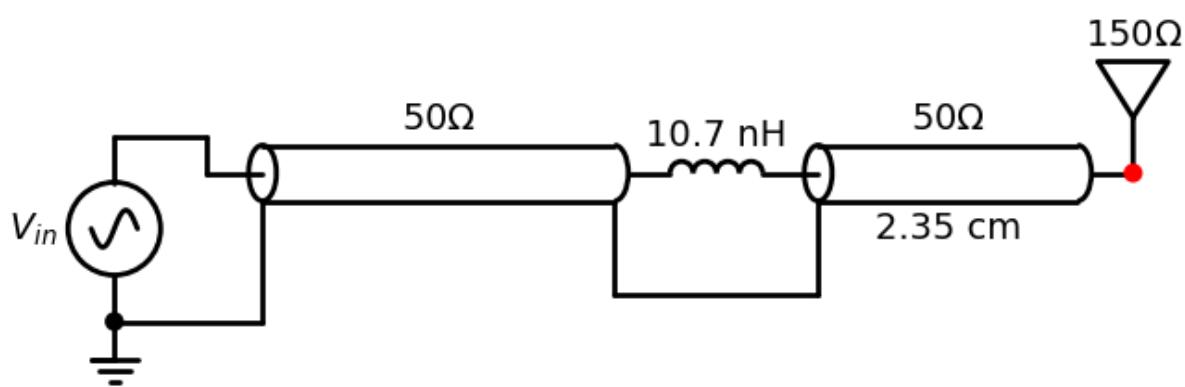
Figuur 11.58: Smith kaart van de eerste oplossing.



Figuur 11.59: circuit van de eerste oplossing.



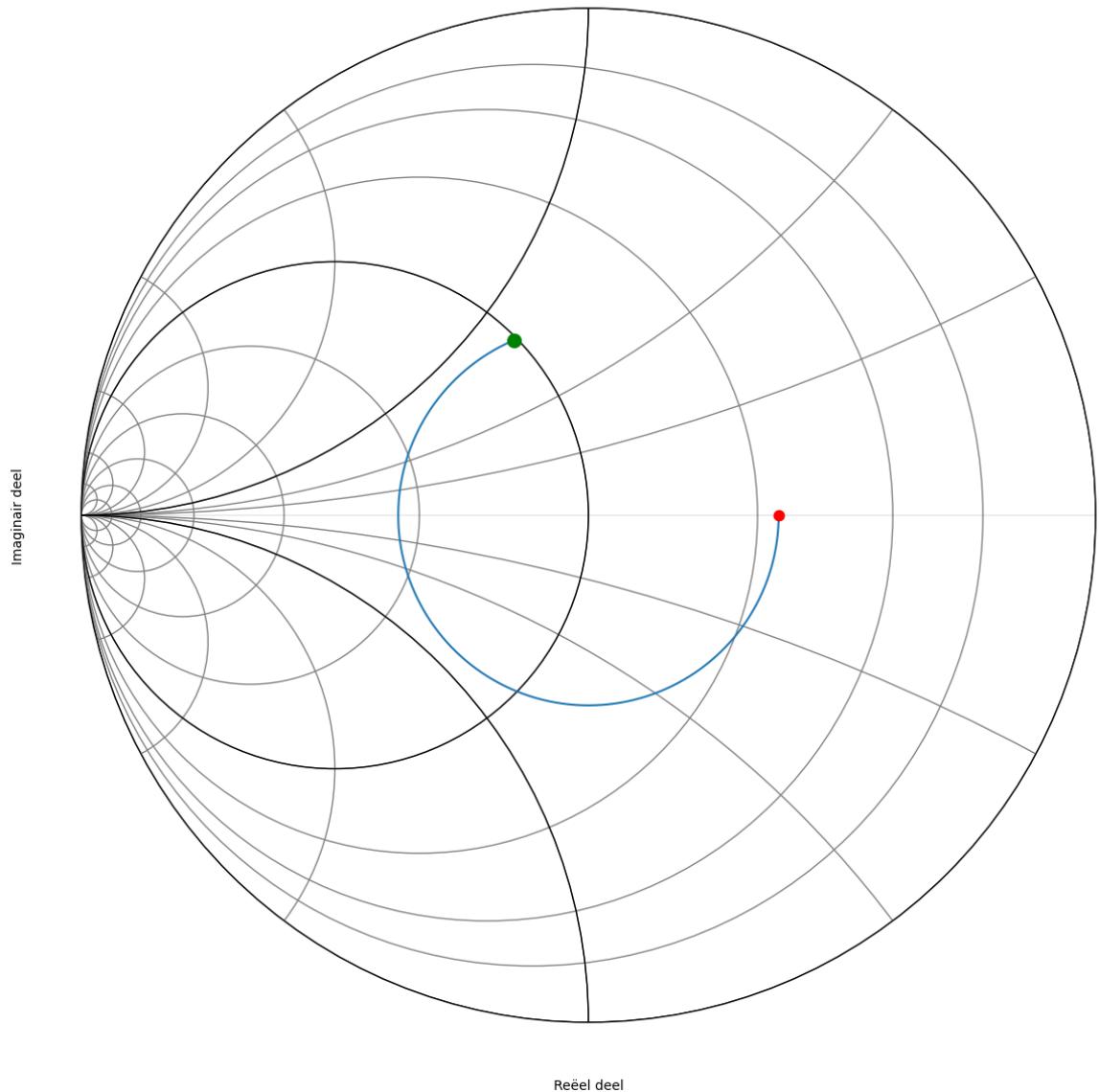
Figuur 11.60: Smith kaart van de tweede oplossing.



Figuur 11.61: circuit van de tweede oplossing.

### Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.2$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

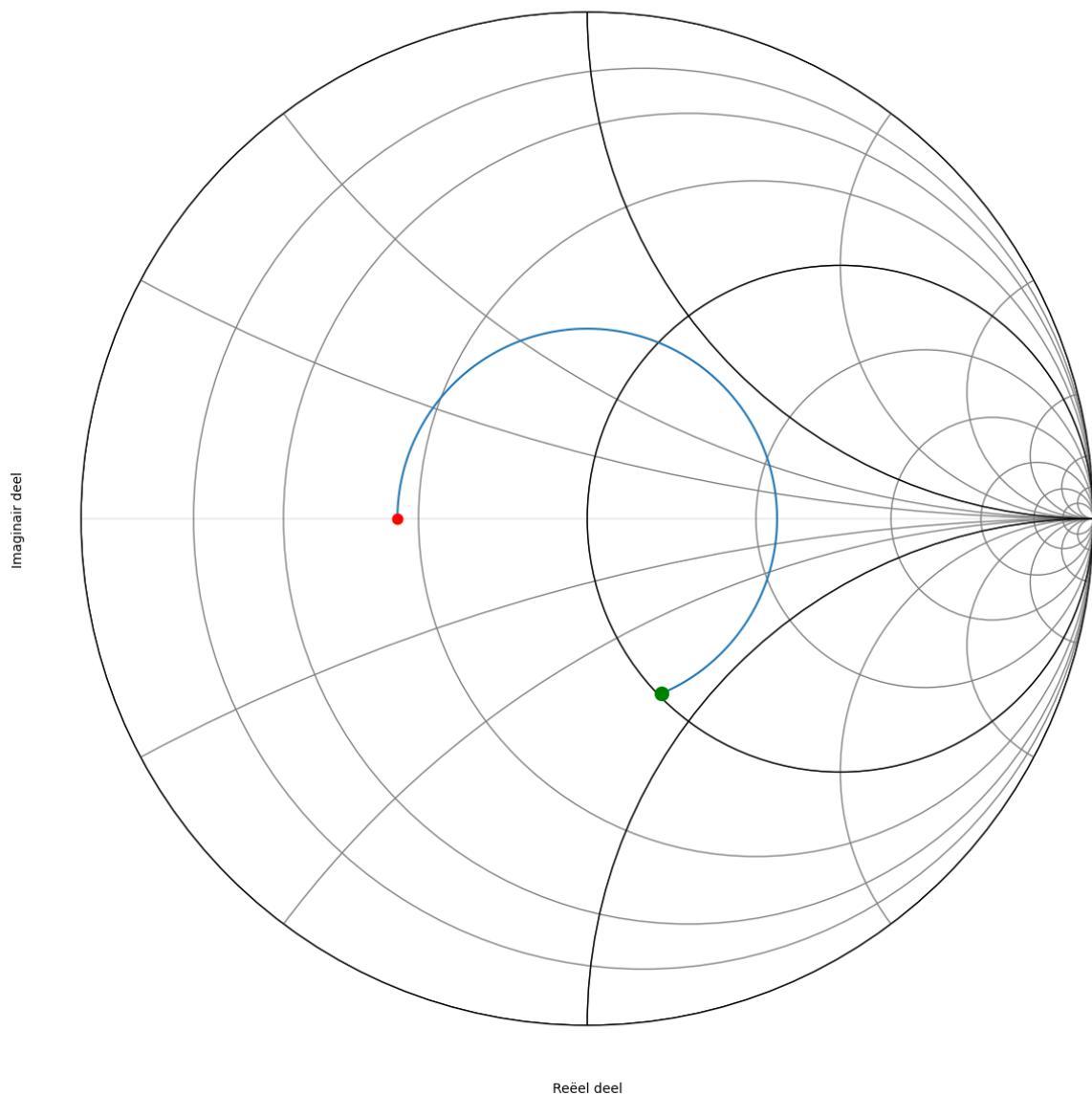


Figuur 11.62: Smith kaart van de derde oplossing.

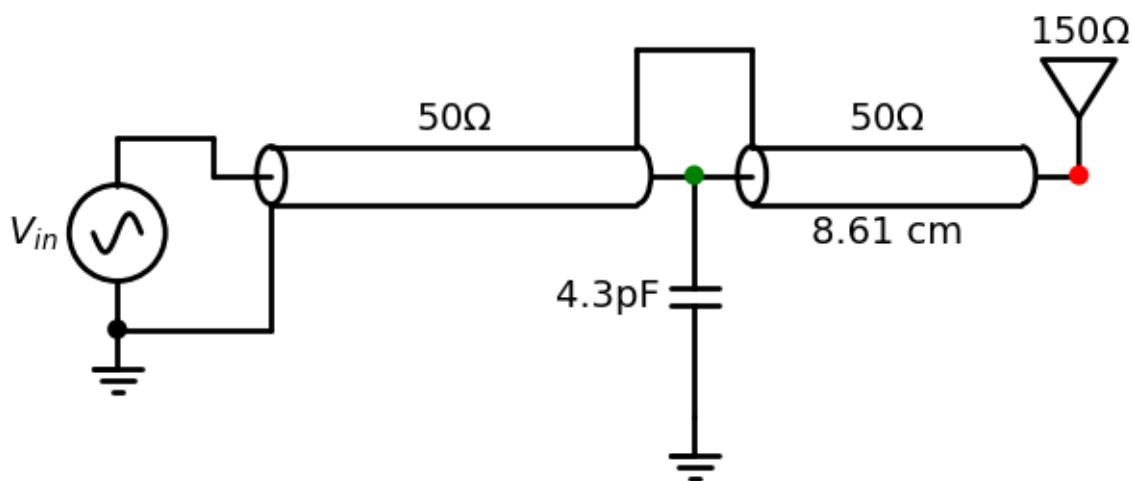
Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedantie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
245	$Y = 20.87 - 16.51j \text{ mS}$	lengte=8.51 cm
246	$Y = 20.57 - 16.40j \text{ mS}$	lengte=8.54 cm
247	$Y = 20.28 - 16.29j \text{ mS}$	lengte=8.58 cm
248	$Y = 19.99 - 16.18j \text{ mS}$	lengte=8.61 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:



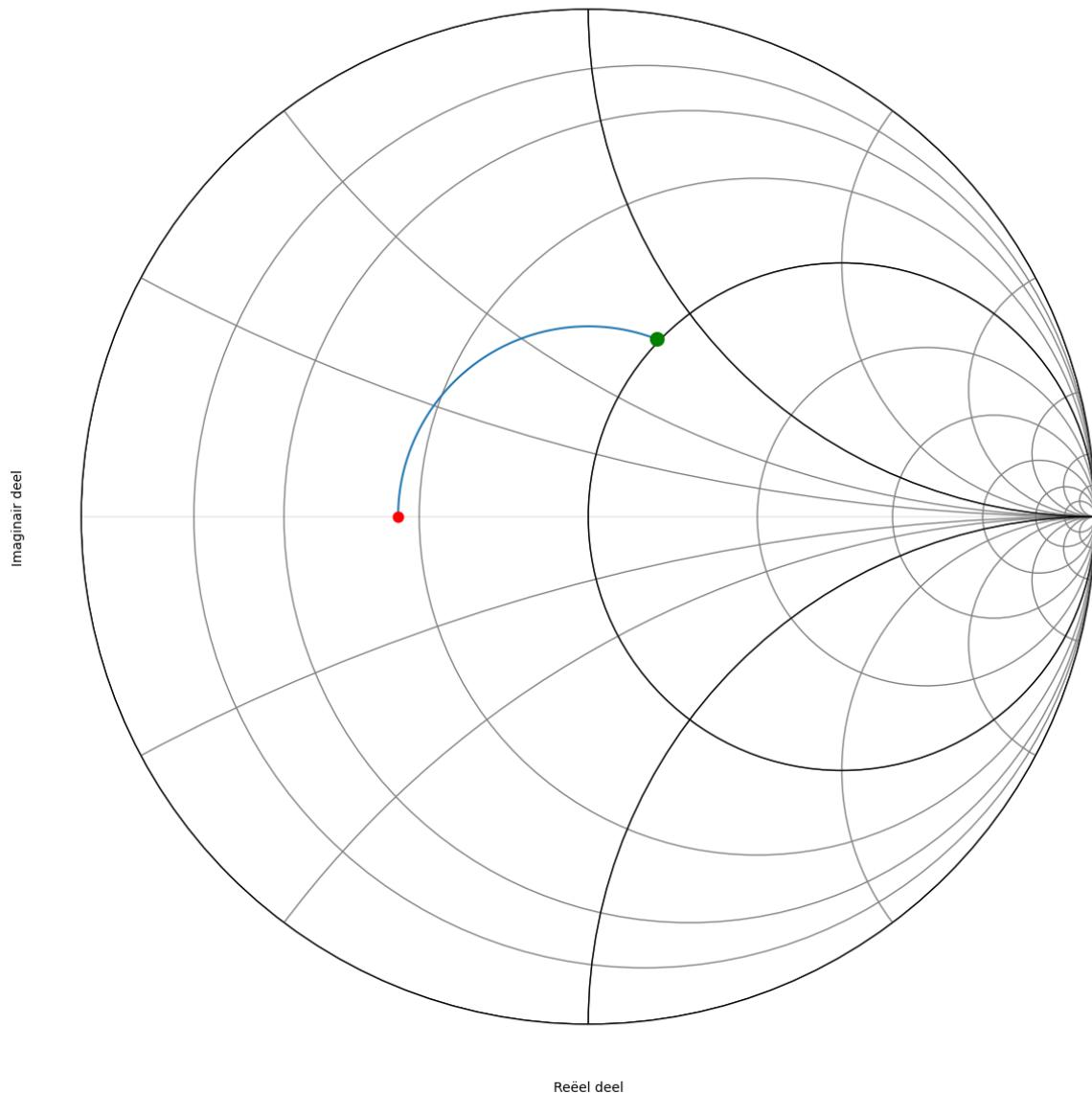
Figuur 11.63: Smith kaart van de derde oplossing als admitantie



Figuur 11.64: circuit van de derde oplossing.

#### Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

We plaatsen  $\frac{Z_0}{Z_L} = \frac{1}{2.2}$  op de Smith kaart en we zoeken waar we de  $y=1$  cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

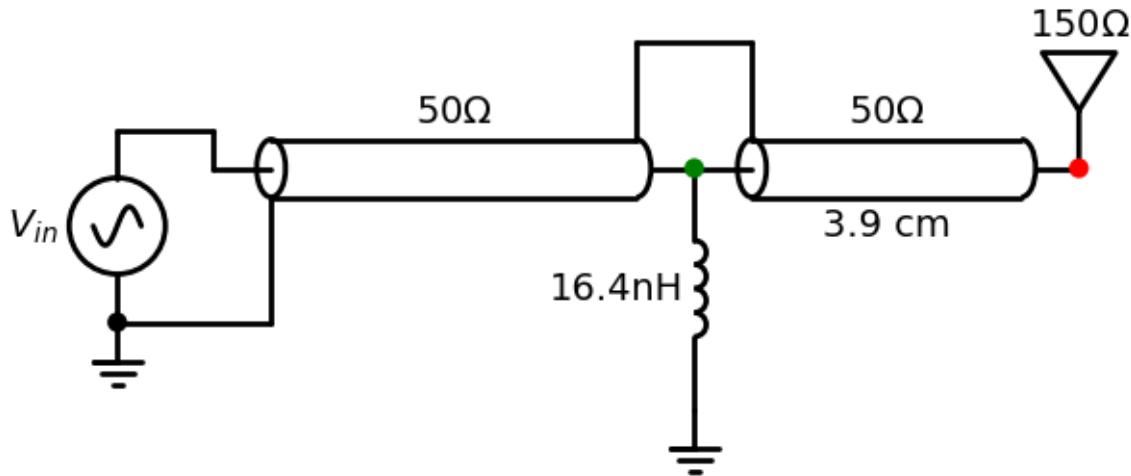


Figuur 11.65: Smith kaart van de vierde oplossing.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
110	$Y = 19.44 + 15.94j \text{ mS}$	lengte=3.82 cm
111	$Y = 19.71 + 16.06j \text{ mS}$	lengte=3.85 cm
112	$Y = 19.99 + 16.18j \text{ mS}$	lengte=3.89 cm
113	$Y = 20.28 + 16.29j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
114	$Y = 20.57 + 16.40j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm

1.6394205098052673e-08

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.66: circuit van de vierde oplossing.

### Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

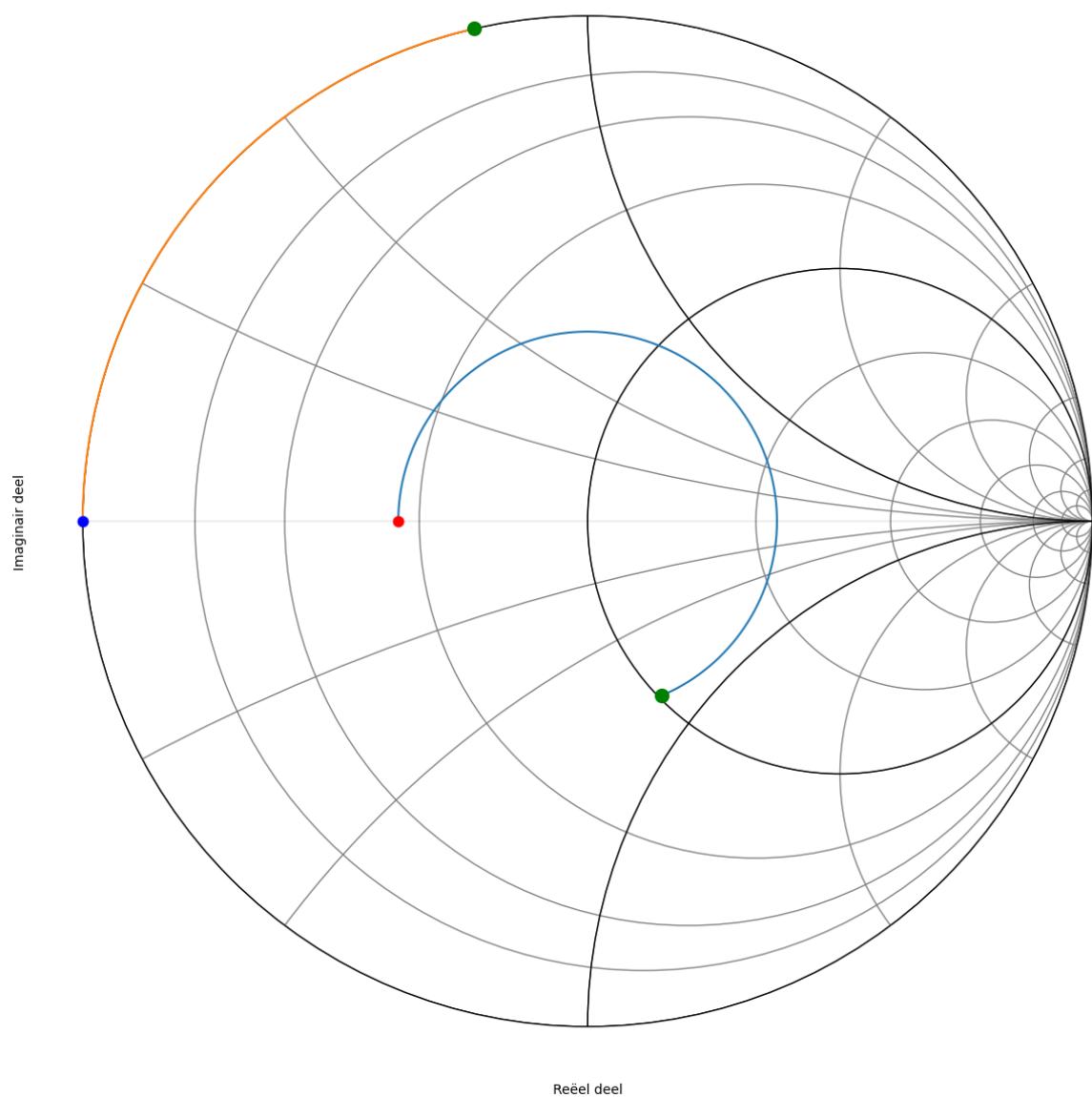
De  $y = 1 - j 0.85$  compenseren we door  $+j 0.85$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
245	$Y = 20.87 - 16.51j \text{ mS}$	lengte=8.51 cm
246	$Y = 20.57 - 16.40j \text{ mS}$	lengte=8.54 cm
247	$Y = 20.28 - 16.29j \text{ mS}$	lengte=8.58 cm
248	$Y = 19.99 - 16.18j \text{ mS}$	lengte=8.61 cm
249	$Y = 19.71 - 16.06j \text{ mS}$	lengte=8.65 cm

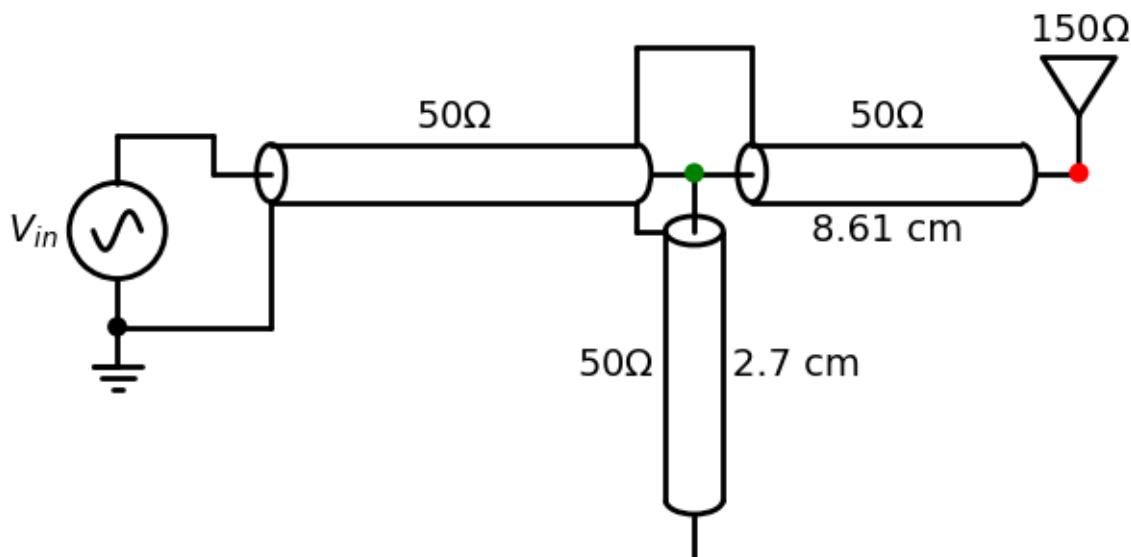
hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
75	$Y = +15.35j \text{ mS}$	lengte=2.60 cm
76	$Y = +15.63j \text{ mS}$	lengte=2.64 cm
77	$Y = +15.91j \text{ mS}$	lengte=2.67 cm
78	$Y = +16.20j \text{ mS}$	lengte=2.71 cm
79	$Y = +16.49j \text{ mS}$	lengte=2.74 cm

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van  $\frac{78}{360} \frac{\lambda}{2}$  de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.67: Smith kaart van de vijfde oplossing.



Figuur 11.68: circuit van de vijfde oplossing.

#### Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 - j 0.85$  compenseren we door  $+j 0.85$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
245	$Y= 20.87-16.51j \text{ mS}$	lengte=8.51 cm
246	$Y= 20.57-16.40j \text{ mS}$	lengte=8.54 cm
247	$Y= 20.28-16.29j \text{ mS}$	lengte=8.58 cm
248	$Y= 19.99-16.18j \text{ mS}$	lengte=8.61 cm

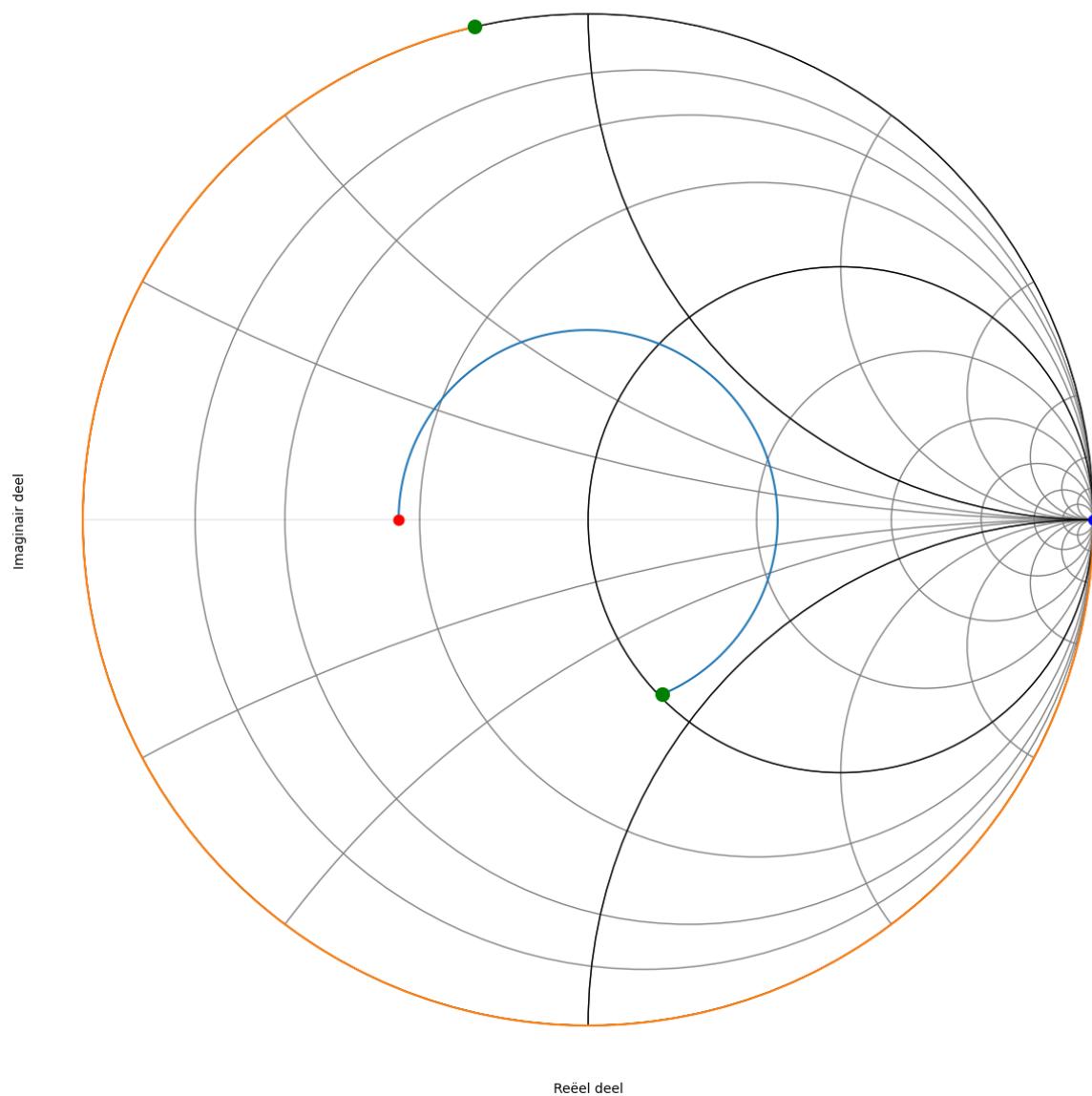
hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y= +15.35j \text{ mS}$	lengte=8.85 cm
256	$Y= +15.63j \text{ mS}$	lengte=8.89 cm
257	$Y= +15.91j \text{ mS}$	lengte=8.92 cm
258	$Y= +16.20j \text{ mS}$	lengte=8.96 cm
259	$Y= +16.49j \text{ mS}$	lengte=8.99 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

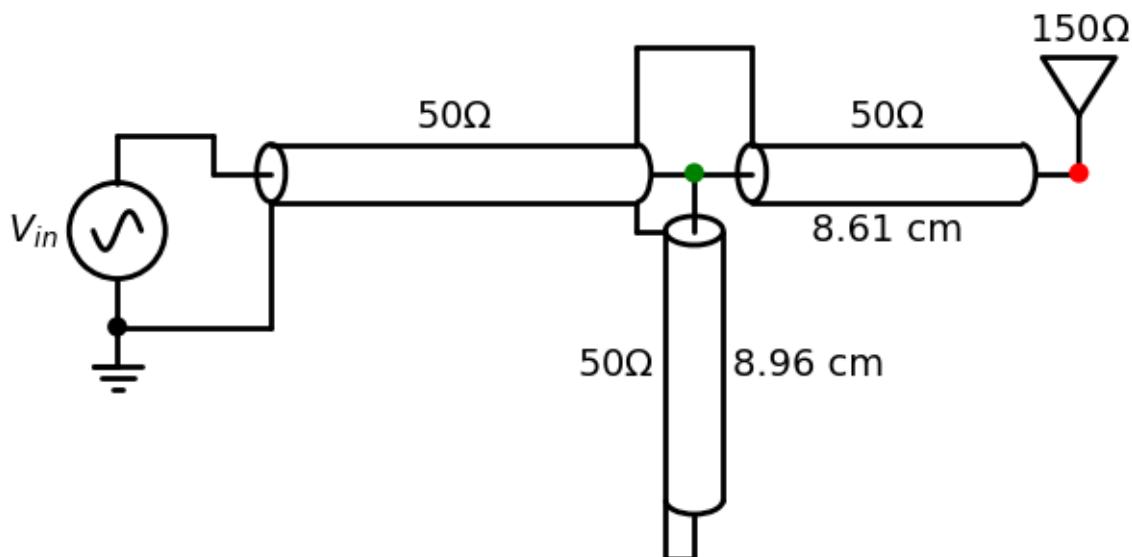
#### Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn

De  $y = 1 + j 0.85$  compenseren we door  $-j 0.85$  vertrekkende vanuit  $g=0$ .

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
110	$Y= 19.44+15.94j \text{ mS}$	lengte=3.82 cm
111	$Y= 19.71+16.06j \text{ mS}$	lengte=3.85 cm
112	$Y= 19.99+16.18j \text{ mS}$	lengte=3.89 cm
113	$Y= 20.28+16.29j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
114	$Y= 20.57+16.40j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm



Figuur 11.69: Smith kaart van de zesde oplossing.



Figuur 11.70: circuit van de zesde oplossing.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
280	$Y = -16.78j \text{ mS}$	lengte=9.72 cm
281	$Y = -16.49j \text{ mS}$	lengte=9.76 cm
282	$Y = -16.20j \text{ mS}$	lengte=9.79 cm
283	$Y = -15.91j \text{ mS}$	lengte=9.83 cm
284	$Y = -15.63j \text{ mS}$	lengte=9.86 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

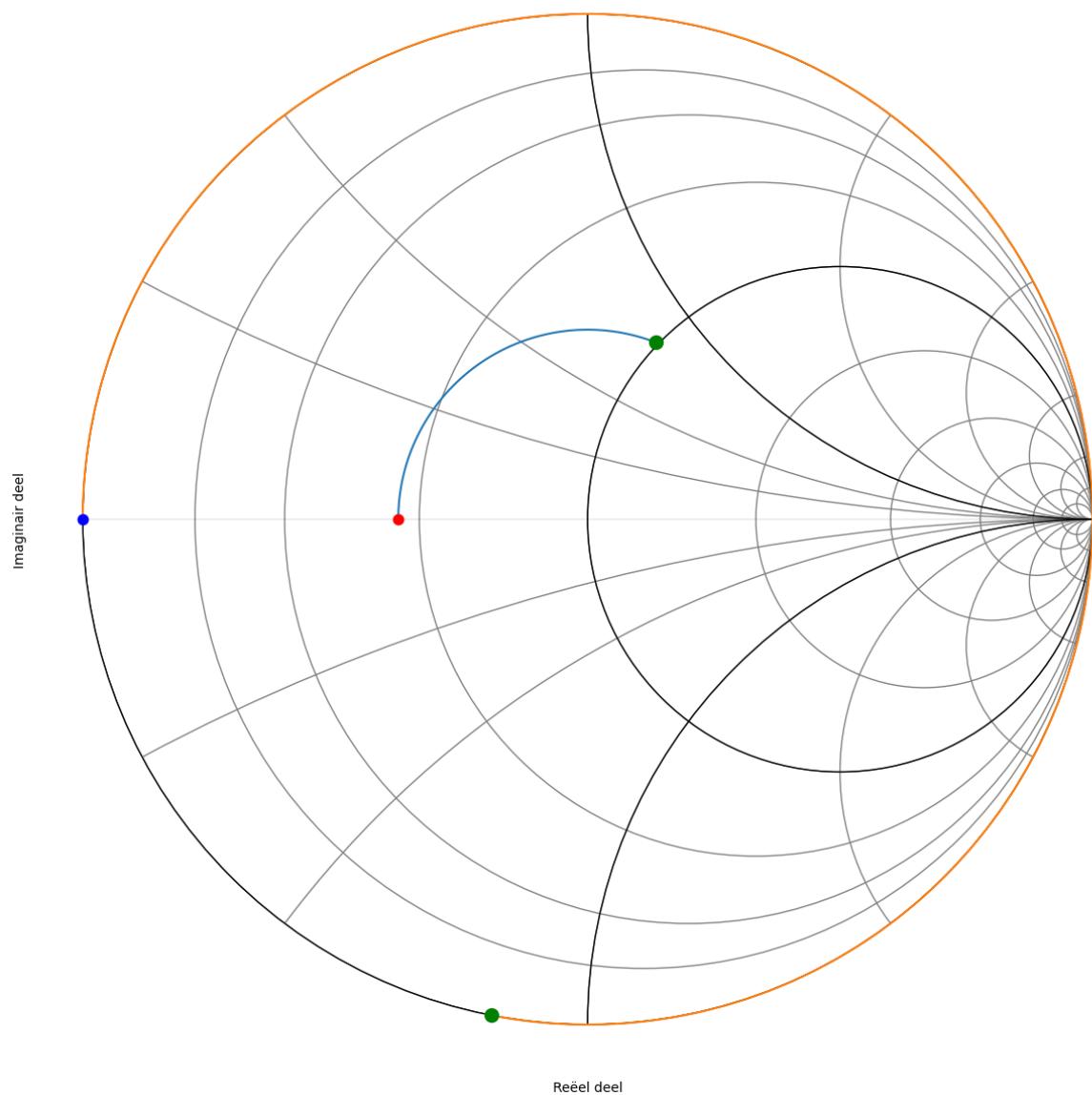
### Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De  $y = 1 + j 0.85$  compenseren we door  $-j 0.85$  vertrekkende vanuit  $g=\infty$ .

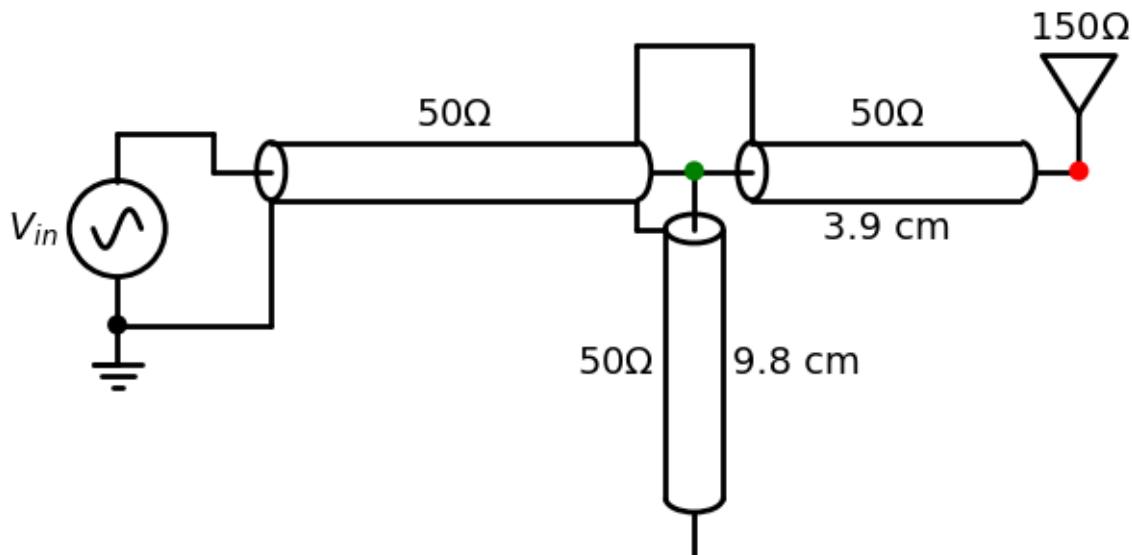
hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
110	$Y = 16.52+20.70j \text{ mS}$	lengte=3.82 cm
111	$Y = 16.82+20.94j \text{ mS}$	lengte=3.85 cm
112	$Y = 17.14+21.18j \text{ mS}$	lengte=3.89 cm
113	$Y = 17.46+21.43j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
114	$Y = 17.79+21.67j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = -16.78j \text{ mS}$	lengte=3.47 cm
101	$Y = -16.49j \text{ mS}$	lengte=3.51 cm
102	$Y = -16.20j \text{ mS}$	lengte=3.54 cm
103	$Y = -15.91j \text{ mS}$	lengte=3.58 cm
104	$Y = -15.63j \text{ mS}$	lengte=3.61 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:



Figuur 11.71: Smith kaart van de zevende oplossing.



Figuur 11.72: circuit van de zevende oplossing.

## 11.7 Smith Kaart Oefening 6

### 11.7.1 Opgave Oefening

Een [2.4 GHz yagi PCB antenne](#) heeft bij 2.4 GHz een impedantie van  $39.371 + j 9.5971 \text{ Ohm}$ . We willen deze antenne aanpassen aan een baantje van 50 Ohm op een PCB. De golflengte van dat baantje bij 2.4 GHz is 6.7 cm. Hiervoor willen we een zo kort mogelijk stukje open transmissielijn zo kort mogelijk bij het aansluitingspunt van de antenne. Welke oplossing kies je en waarom?

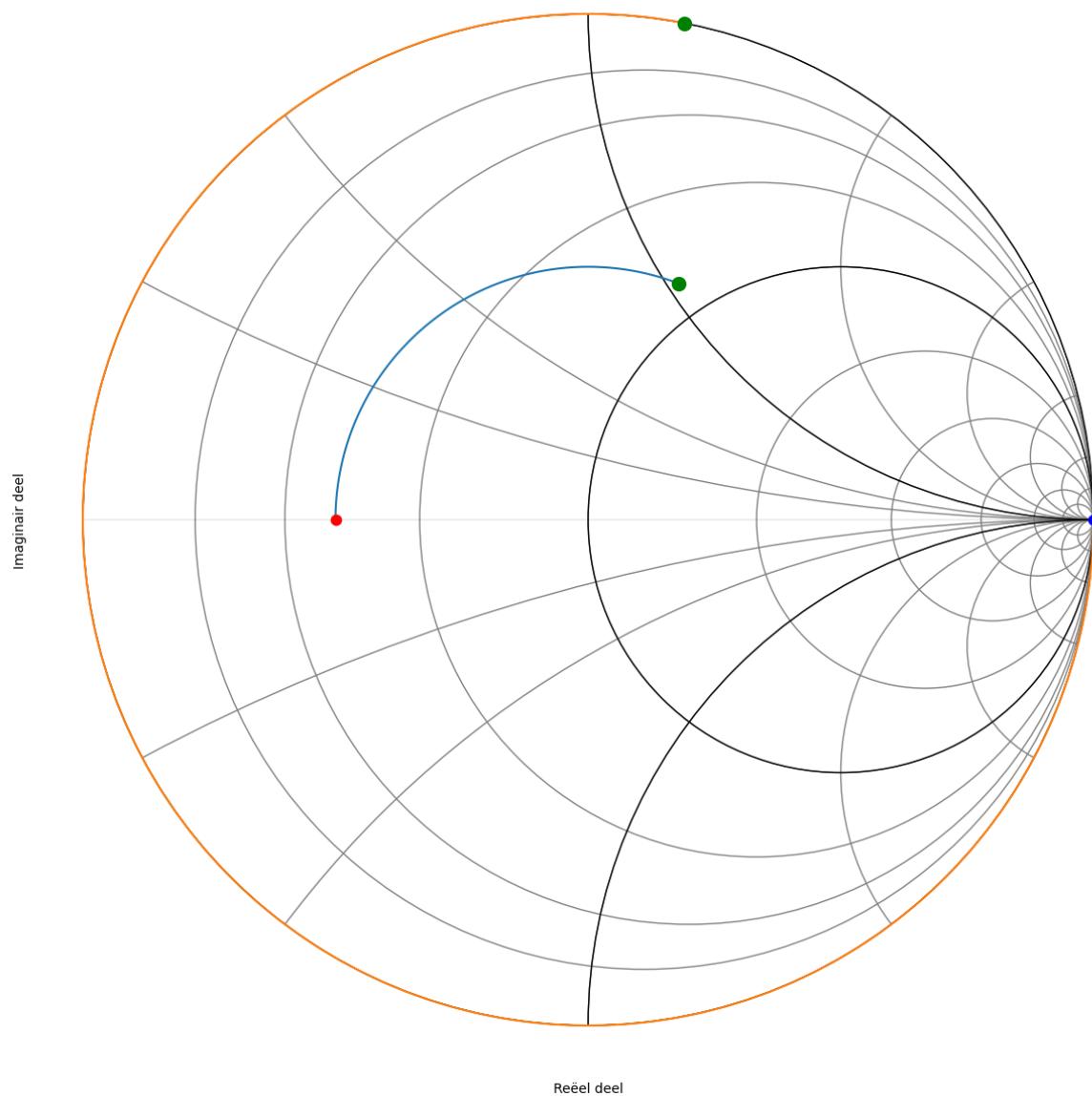
### 11.7.2 Oplossing

We plaatsen de waarde van  $Z_L/Z_o$  (dit is  $0.79 + j 0.19$ ) op de Smith kaart van de impedantie en we draaien tot we de cirkel waarbij het reële deel van admittantie 1 is tegenkomen. Dit ziet er uit als in [Figuur 11.75](#). Aangezien de cirkel met admittantie 1 niet aanwezig is op de Smith kaart van de impedantie, kunnen we beter het spiegelbeeld plotten op de Smith kaart van de admittantie. Dit zien we in [Figuur 11.76](#)

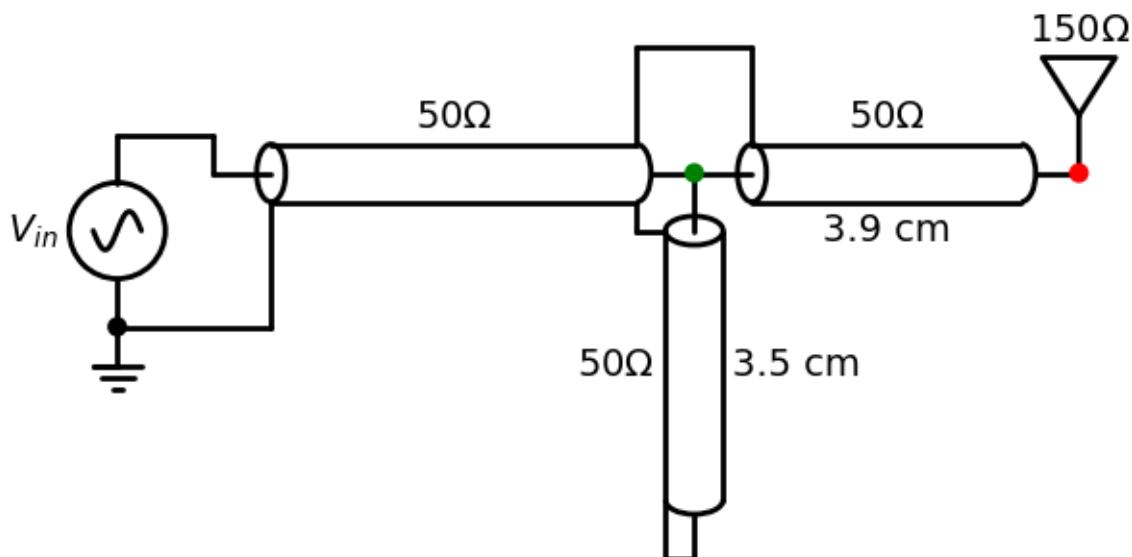
We kijken nu welke hoek we moeten draaien om deze cirkel te snijden. Aangezien de opgave was om dit zo kort mogelijk bij de belasting te doen, kiezen we voor het eerste snijpunt. Op de kaart lezen we af dat dit al ongeveer 30 na graden is. Dat is  $1/12$  van de volledige omtrek van de cirkel. Als een gevolg gaat de lengte van de transmissielijn  $1/24$  deel van de golflengte zijn. We hebben dus een stukje van 2.8 mm nodig. In de tabel hieronder zien we dit in meer detail uitgewerkt:

hoek	admittantie (Siemens)	lengte baantje op PCB (cm)
28	$Y = 20.26 - 6.49j \text{ mS}$	$\text{lengte} = 0.26 \text{ cm}$
29	$Y = 20.14 - 6.48j \text{ mS}$	$\text{lengte} = 0.27 \text{ cm}$
30	$Y = 20.01 - 6.46j \text{ mS}$	$\text{lengte} = 0.28 \text{ cm}$
31	$Y = 19.89 - 6.44j \text{ mS}$	$\text{lengte} = 0.29 \text{ cm}$

Het imaginair gedeelte van de  $y$  waarde die we op de kaart aflezen is  $y = -0.324 \text{ j}$ . We moeten dit dus compenseren door een imaginair deel van  $y = +0.324 \text{ j}$  van de open transmissielijn. We starten dus de cirkelboog bij  $y = 0$  (zie oranje lijn in [Figuur 11.77](#)) en kijken waar deze de waarde van  $y = +0.324 \text{ j}$  snijdt op de Smith kaart. De lengte van de boog die we hiervoor nodig hebben is 33 graden. Dit komt overeen met een lengte van 3.1 mm.



Figuur 11.73: Smith kaart van de achtste oplossing.



Figuur 11.74: circuit van de achtste oplossing.

We kunnen dit ook in tabelvorm uitwerken. Dit zie je dan hieronder weergegeven.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
30	$Y = +5.83j \text{ mS}$	lengte=0.28 cm
31	$Y = +6.04j \text{ mS}$	lengte=0.29 cm
32	$Y = +6.24j \text{ mS}$	lengte=0.30 cm
33	$Y = +6.45j \text{ mS}$	lengte=0.31 cm
34	$Y = +6.66j \text{ mS}$	lengte=0.32 cm

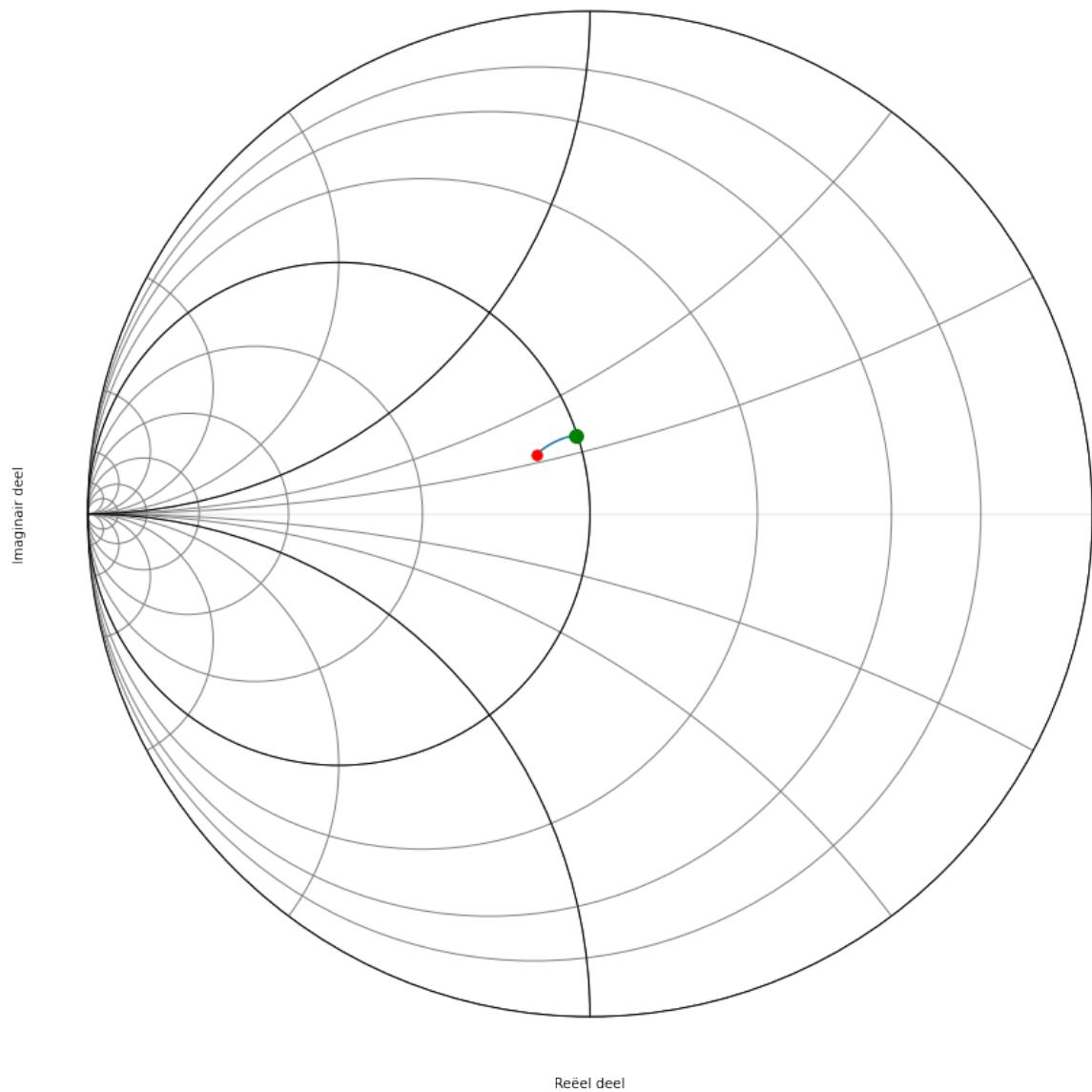
Figuur 11.78 toont het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren

## 11.8 Smith Kaart Oefening 7

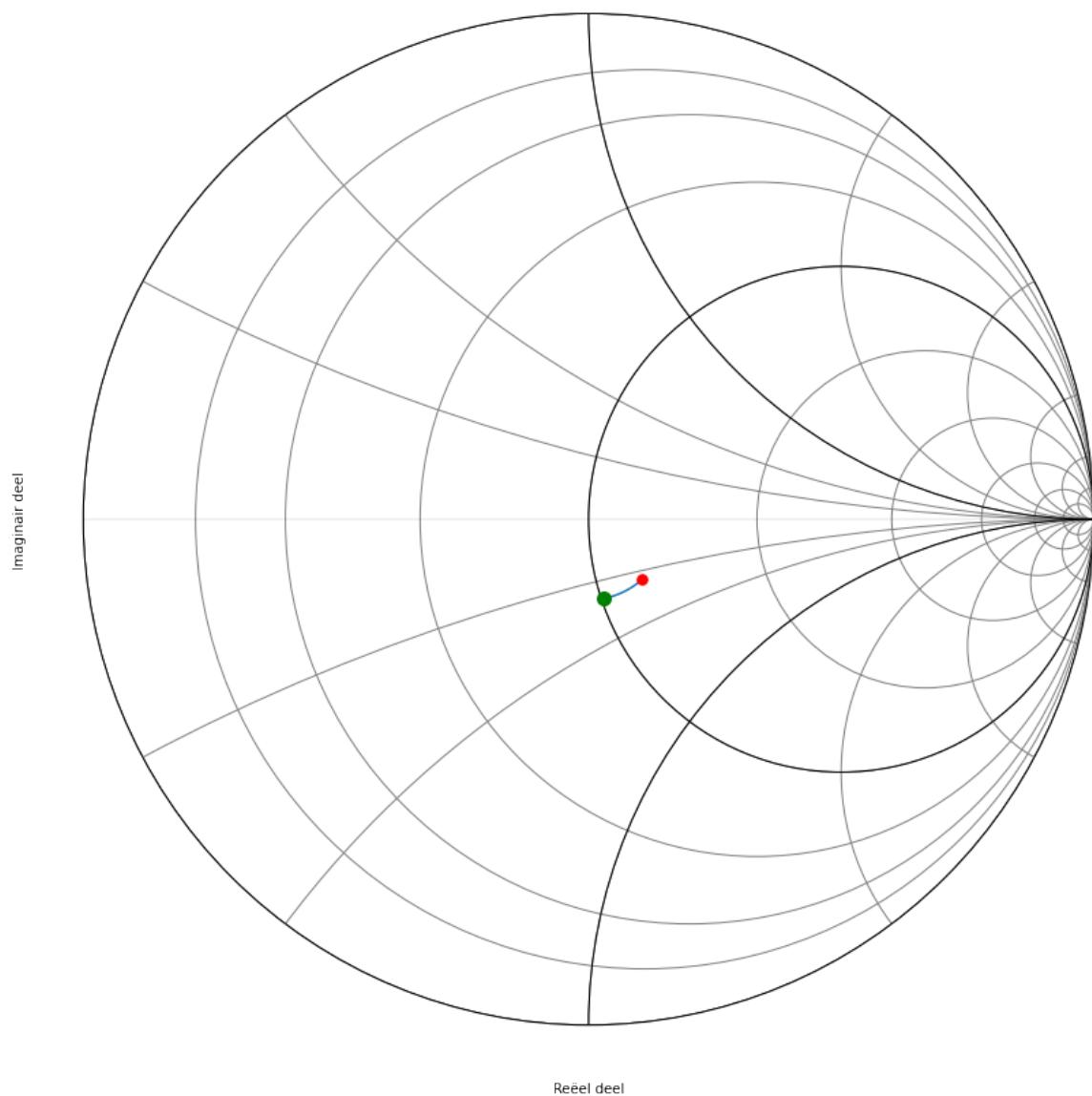
### 11.8.1 Opgave Oefening

Een baantje op een PCB heeft een karakteristieke impedantie van 64 Ohm. Gebruik je Smith kaart om een belasting bestaande uit een resistief deel van 32 Ohm en een capacitief deel van 5 pF in parallel, aan te passen aan dit baantje voor een frequentie van 500 MHz ( $\lambda_{PCB} = 328 \text{ mm}$ ) door het gebruik van een open stukje transmissielijn van de juiste lengte aangebracht op de juiste positie. Bereken deze lengte en positie.

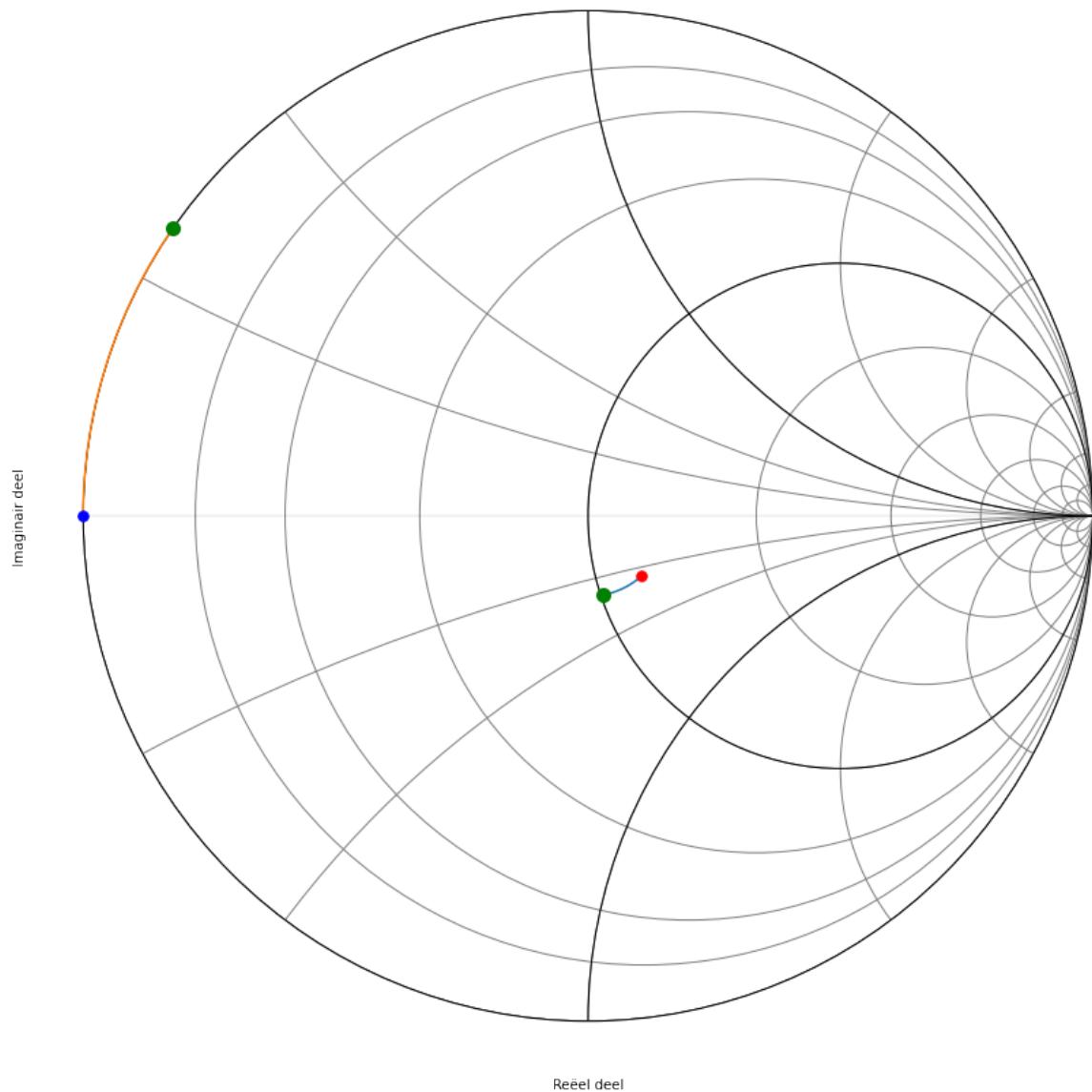
Wanneer het baantje aangepast is op 500 MHz, zullen we op 550 MHz wel reflectie hebben. Bereken hoe groot de reflectie is (ter hoogte van het stukje open transmissielijn) ten gevolge van een signaal van 550 MHz.



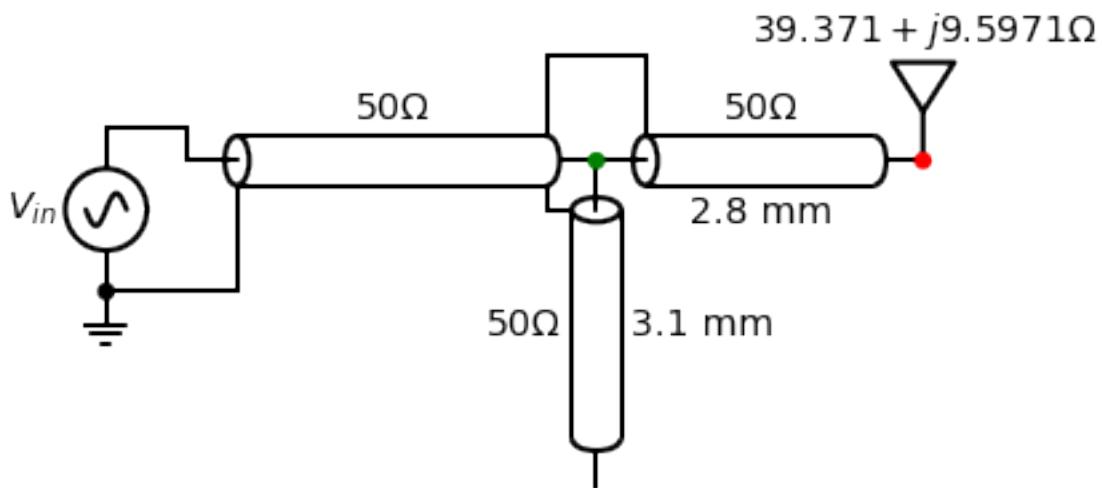
Figuur 11.75: Smith kaart van de impedantie



Figuur 11.76: Smith kaart van de admittantie.



Figuur 11.77: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn.

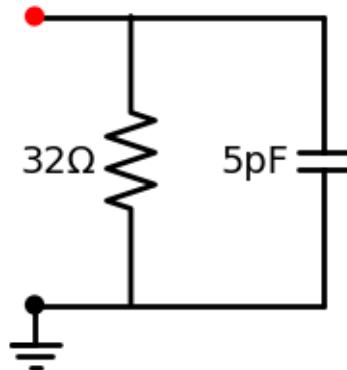


Figuur 11.78: circuit van de aangepaste antenne.

## 11.8.2 Oplossing

### Aanpassing van de transmissielijn op 500 MHz

We werken de oplossing uit op basis van [14]. De antenne die de belasting is van dit circuit modelleren we als in Figuur 11.79.



Figuur 11.79: circuit van de aangepaste antenne.

Dit geeft een admittantie van:

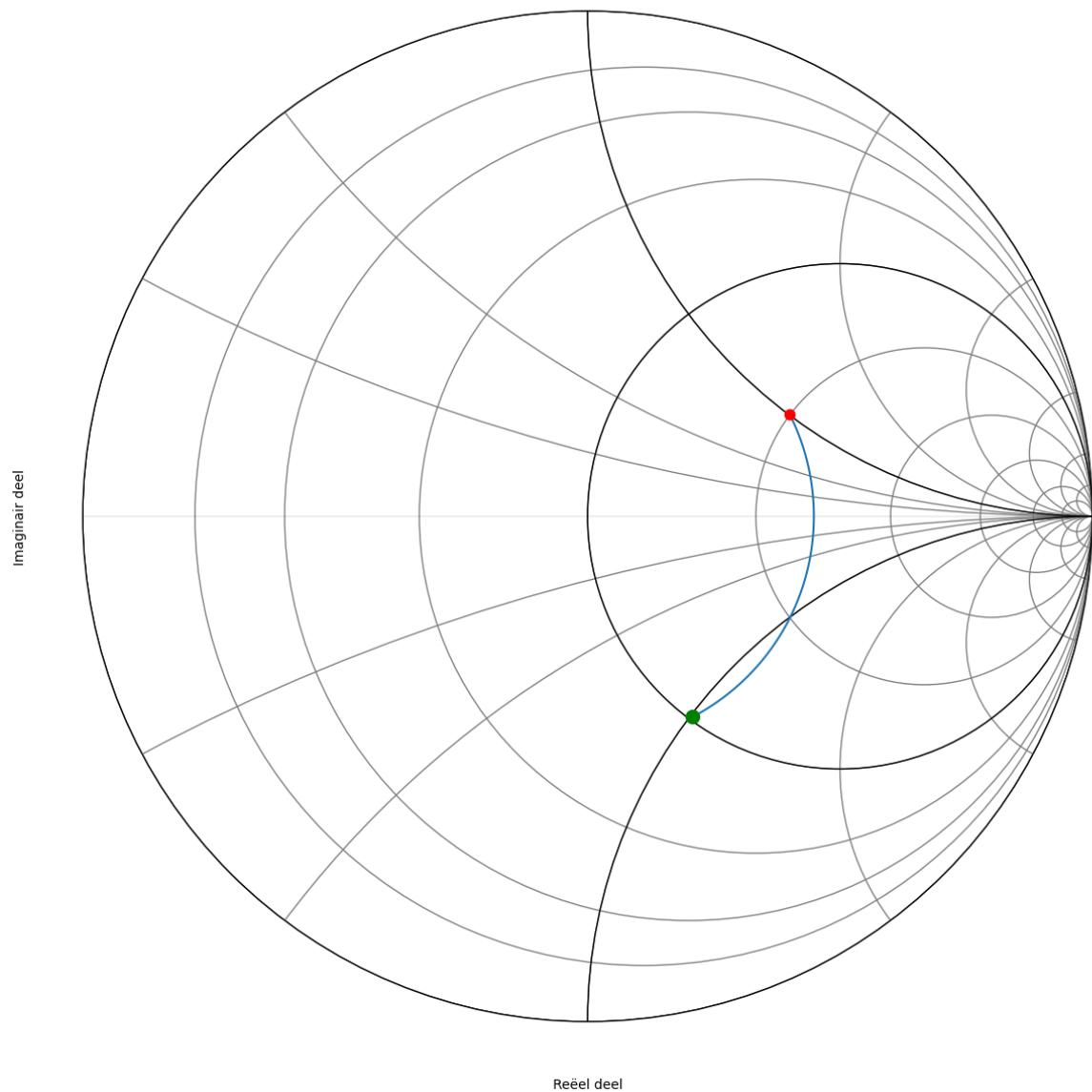
$$Y_L = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$Y_L = \frac{1}{32} + j 2\pi \cdot 500 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-12}$$

$$Y_L Z_o = 2 + j 1$$

We plaatsen de waarde van  $Y_L Z_o$  op de Smith kaart van de admittantie en we draaien tot we de cirkel waarbij het reële deel van admittantie 1 is tegenkomen. Dit ziet er uit als in Figuur 11.80.

(2+1.0053096491487337j)



Figuur 11.80: Smith kaart van de admitantie.

0.015625

We kijken nu welke hoek we moeten draaien om deze cirkel te snijden. Aangezien de opgave was om dit zo kort mogelijk bij de belasting te doen, kiezen we voor het eerste snijpunt. Op de kaart lezen we af dat dit na 90 graden is. We hebben dus een stukje van 41.0 mm nodig. In de tabel hieronder zien we dit in meer detail uitgewerkt. Hiervoor kijken we na wanneer de admittantie  $1/(64 \text{ Ohm})$  bereikt. Dit is bij 15.625 mS.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte baantje op PCB (cm)
88	$Y = 16.19 - 15.94j \text{ mS}$	lengte=4.01 cm
89	$Y = 15.90 - 15.80j \text{ mS}$	lengte=4.05 cm
90	$Y = 15.62 - 15.67j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
91	$Y = 15.36 - 15.53j \text{ mS}$	lengte=4.15 cm

-0.324

Het imaginair gedeelte van de  $y$  waarde die we op de kaart aflezen is  $y=-1 \text{ j}$ . We moeten dit dus compenseren door een imaginair deel van  $y=+1 \text{ j}$  van de open transmissielijn. We starten dus de cirkelboog bij  $y=0$  (zie oranje lijn in Figuur 11.81) en kijken waar deze de waarde van  $y=+1 \text{ j}$  snijdt op de Smith kaart. De lengte van de boog die we hiervoor nodig hebben is 90 graden. Dit komt ook overeen met een lengte van 41.0 mm.

We kunnen dit ook in tabelvorm uitwerken. Ook hier zoeken we een waarde van  $15.625j \text{ mS}$ . Dit zie je dan hieronder weergegeven.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
86	$Y = +14.57j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
87	$Y = +14.83j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm
88	$Y = +15.09j \text{ mS}$	lengte=4.01 cm
89	$Y = +15.35j \text{ mS}$	lengte=4.05 cm
90	$Y = +15.63j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
91	$Y = +15.90j \text{ mS}$	lengte=4.15 cm
92	$Y = +16.18j \text{ mS}$	lengte=4.19 cm
93	$Y = +16.47j \text{ mS}$	lengte=4.24 cm

Figuur 11.82 toont het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren

## Reflectie op 550 MHz

Om de reflectie van het signaal van 550 MHz te berekenen ter hoogte van het stukje open transmissielijn, berekenen we eerst de admittantie ( $Y_L$ ) van de belasting:

$$Y_L = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$Y_L = \frac{1}{32} + j \cdot 2\pi \cdot (550 \cdot 10^6) \cdot (5 \cdot 10^{-12})$$

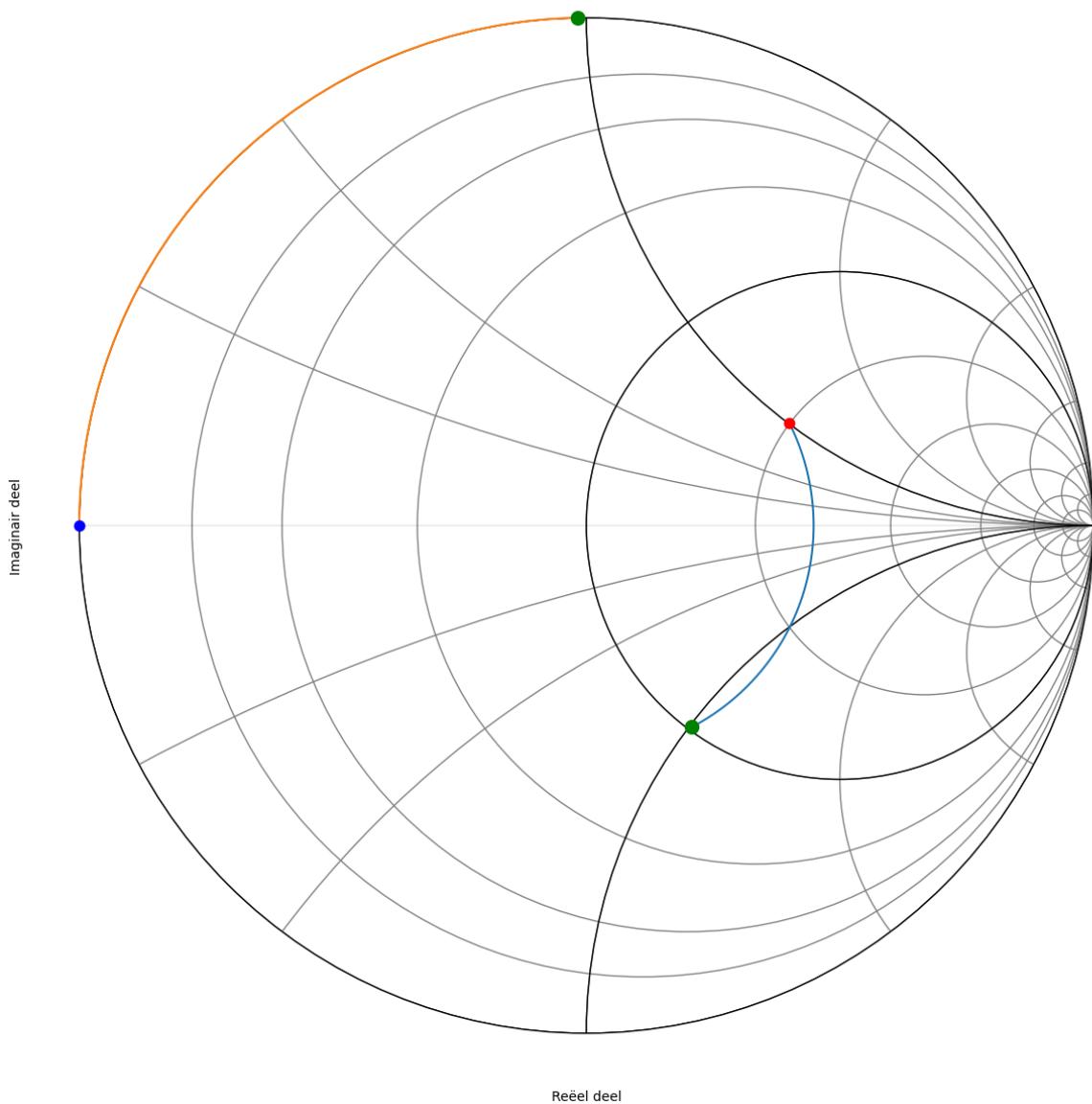
$$Y_L Z_o = 2 + j \cdot 1.1$$

$Y_L Z_o$  is dan de vertrekwaarde op de Smith kaart.

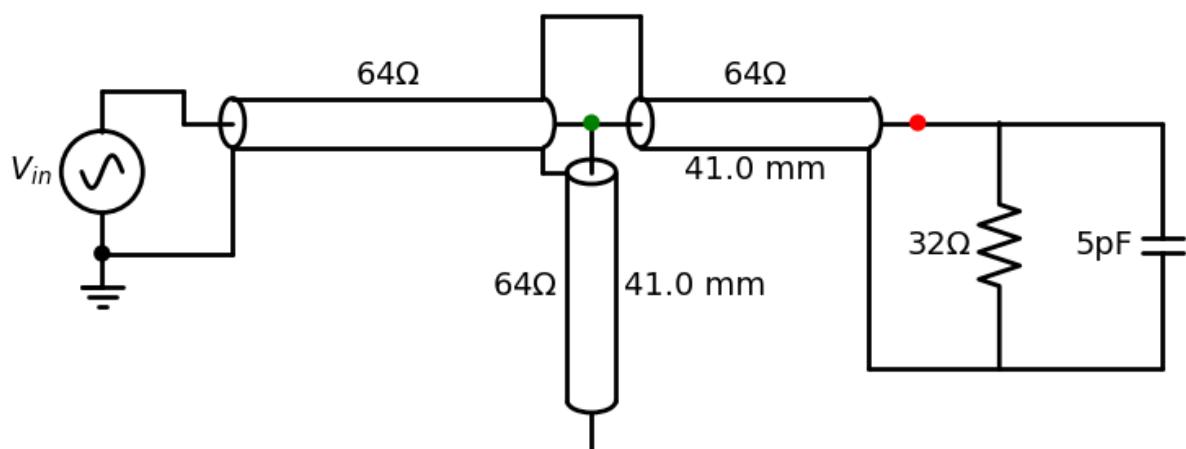
(2+1.1058406140636072j)

Vervolgens moeten we weten hoe groot de golflengte is voor een 550 MHz signaal. Vertrekkende van de gegeven golflengte  $\lambda_{PCB}$  voor het 500 MHz signaal kunnen we de golflengte van het 550 MHz signaal afleiden:

$$\lambda_{PCB,550} = \frac{500}{550} \lambda_{PCB,500}$$



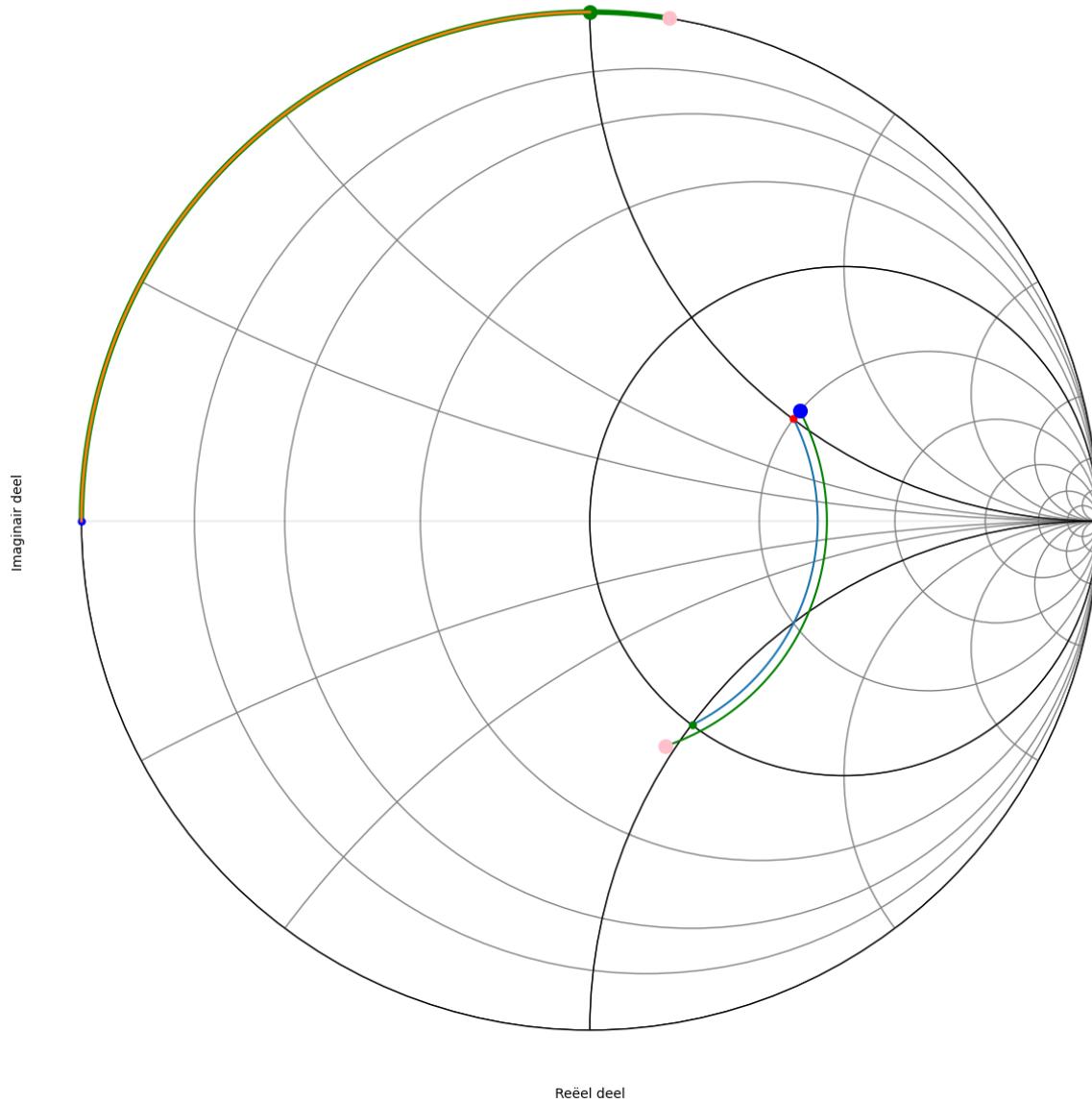
Figuur 11.81: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn.



Figuur 11.82: circuit van de aangepaste antenne.

We bekomen dus een golflengte van 298 mm. De 2 baantjes van 41 mm zijn dus 13.75 % van de golflengte en we moeten zowel vanuit het punt van de antenne als het punt van de open transmissielijn een hoek van 99 graden draaien op de Smith kaart.

```
(298.1818181818182, 0.13758389261744966, 99.06040268456375)
```



Figuur 11.83: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn. De groene dots geven een aangepaste belasting (500 MHz) en de rose dots de belasting aan 550 MHz

```
(np.complex128(64+0.16990877275945293j),
 np.complex128(70.88620602129248-17.455525948962876j),
 np.complex128(0.8512383848841492+0.20961502314900715j))
```

De Smithkaart in [Figuur 11.83](#) toont het verschil tussen de admittanties bekomen bekomen aan 500 MHz (groene dots) en de admittanties bekomen bekomen aan 550 MHz (roze dots). Wanneer we de op de Smithkaart afgelezen waardes van de 2 groene dots optellen bekomen we 1, wat overeenkomt met een belasting van 64 Ohm en een aangepaste transmissielijn. Wanneer we de op de smithkaart afgelezen waardes van de 2 roze dots optellen bekomen we 0.85 +0.2 j, wat overeenkomt met een belasting van 70.9-17.5 j Ohm.

```
np.complex128(0.06668201847465817-0.12078000208989162j)
```

De reflectiecoëfficiënt die we dan bekomen op 550 MHz is:

$$\rho = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0.07 - 0.12j$$

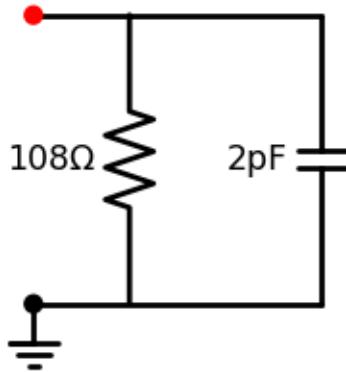
## 11.9 Smith Kaart Oefening 8

### 11.9.1 Opgave Oefening

Een baantje op een PCB heeft een karakteristieke impedantie van 36 Ohm. De belasting bestaat uit een resistief deel van 108 Ohm en een capacitatief deel van 2 pF beide in parallel geschakeld. Gebruik je Smith kaart om aan te passen aan dit baantje voor een frequentie van 2 GHz. ( $\lambda_{PCB} = 80$  mm) door het gebruik van een open stukje transmissielijn van de juiste lengte aangebracht op de juiste positie. Bereken deze lengte en positie.

### 11.9.2 Oplossing

De antenne die de belasting is van dit circuit modelleren we als in Figuur 11.84.



Figuur 11.84: circuit van de aangepaste antenne.

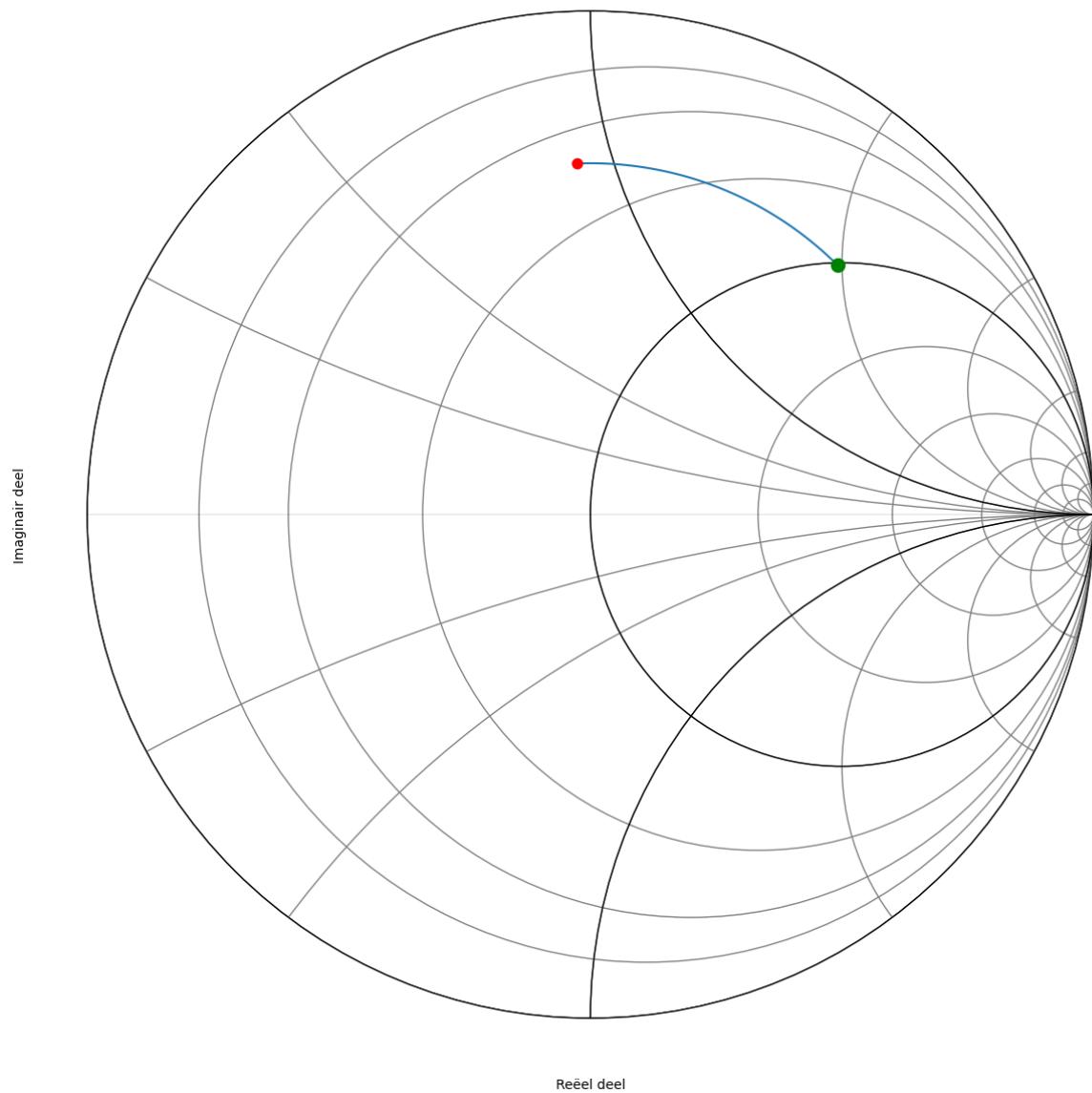
Dit geeft een admittantie van:

$$Y_L = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$Y_L = \frac{1}{108} + j 2\pi \cdot 2 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-12}$$

$$Y_L Z_o = \frac{1}{3} + j 0.9$$

We plaatsen de waarde van  $Y_L Z_o$  op de Smith kaart van de admittantie en we draaien tot we de cirkel waarbij het reële deel van admittantie 1 is tegenkomen. Dit ziet er uit als in Figuur 11.85.



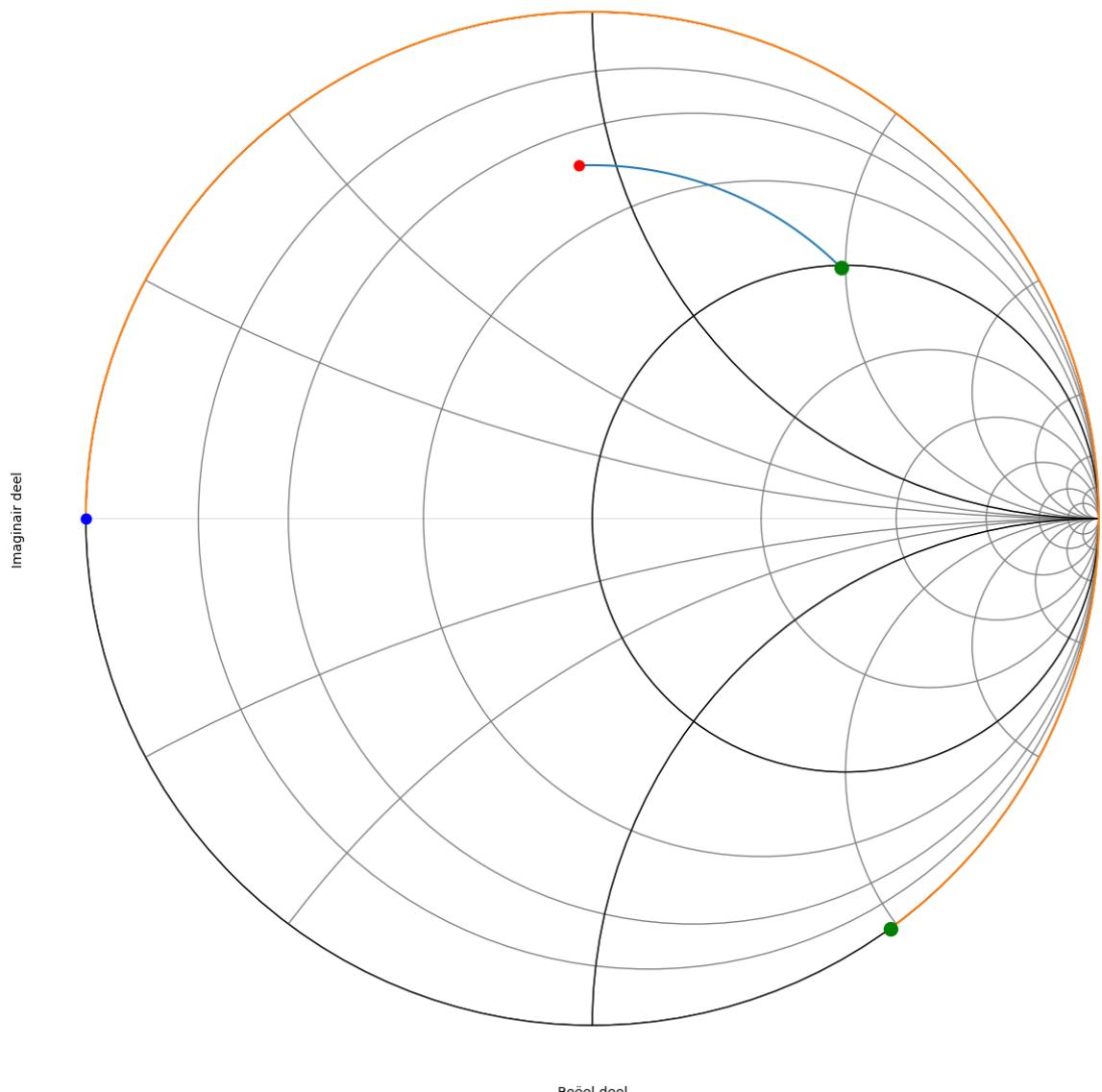
Figuur 11.85: Smith kaart van de admitantie.

### We kijken nu welke hoek we moeten draaien om deze cirkel te snijden.

Aangezien de opgave was om dit zo kort mogelijk bij de belasting te doen, kiezen we voor het eerste snijpunt. Op de kaart lezen we af dat dit na 46 graden is. We hebben dus een stukje van 5.1 mm nodig. In de tabel hieronder zien we dit in meer detail uitgewerkt. Hiervoor kijken we na wanneer de admittantie  $1/(36 \text{ Ohm})$  bereikt. Dit is bij 27.77 mS.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte baantje op PCB (cm)
45	$Y = 26.46 + 52.76j \text{ mS}$	lengte=0.50 cm
46	$Y = 27.36 + 53.66j \text{ mS}$	lengte=0.51 cm
47	$Y = 28.31 + 54.58j \text{ mS}$	lengte=0.52 cm
48	$Y = 29.30 + 55.51j \text{ mS}$	lengte=0.53 cm

Het imaginair gedeelte van de  $y$  waarde die we op de kaart aflezen is  $y=1.94 \text{ j}$ . We moeten dit dus compenseren door een imaginair deel van  $y=-1.94 \text{ j}$  van de open transmissielijn. We starten dus de cirkelboog bij  $y=0$  (zie oranje lijn in Figuur 11.86) en kijken waar deze de waarde van  $y=+1 \text{ j}$  snijdt op de Smith kaart. De lengte van de boog die we hiervoor nodig hebben is 235 graden. Dit komt ook overeen met een lengte van 26.0 mm.

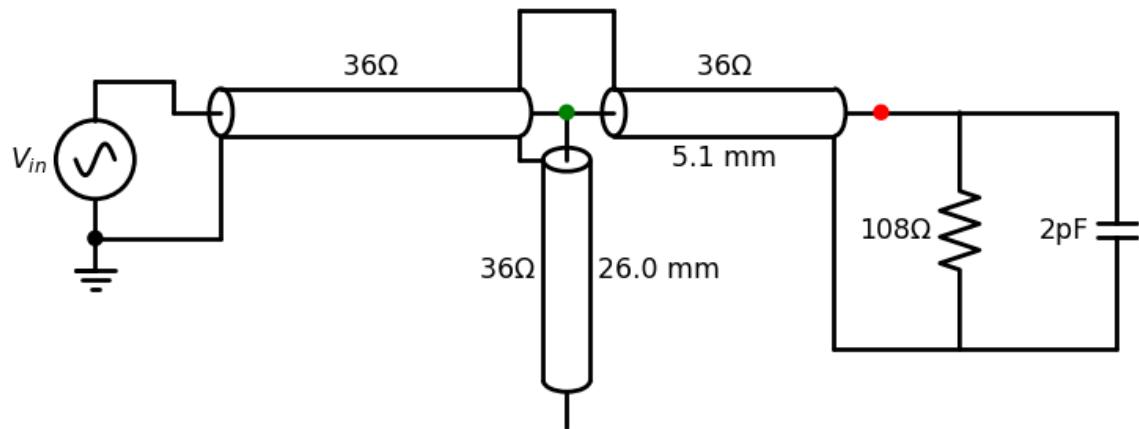


Figuur 11.86: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn.

We kunnen dit ook in tabelvorm uitwerken. Ook hier zoeken we een waarde van  $15.625j \text{ mS}$ . Dit zie je dan hieronder weergegeven.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
233	$Y = -55.71j \text{ mS}$	lengte=2.59 cm
234	$Y = -54.52j \text{ mS}$	lengte=2.60 cm
235	$Y = -53.36j \text{ mS}$	lengte=2.61 cm
236	$Y = -52.24j \text{ mS}$	lengte=2.62 cm

Figuur 11.87 toont het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren



Figuur 11.87: circuit van de aangepaste antenne.

# HOOFDSTUK 12

---

## Referenties

---

---

## Bibliografie

---

- [1] John W. Wood. High efficiency class c amplifier. February 1969.
- [2] B. Schmukler and J. Jorgenson. Design of a 3-Volt HBT power amplifier for DCS. *Applied Microwave and wireless*, pages 116–125, June 2000.
- [3] Jeffrey S. Walling, Hasnain Lakdawala, Yorgos Palaskas, Ashoke Ravi, Ofir Degani, Krishnamurthy Soumyanath, and David J. Allstot. A Class-E PA With Pulse-Width and Pulse-Position Modulation in 65 nm CMOS. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 44(6):1668–1678, June 2009. doi:[10.1109/JSSC.2009.2020205](https://doi.org/10.1109/JSSC.2009.2020205).
- [4] Nathan O. Sokal and A. D. Sokal. Class E-A new class of high-efficiency tuned single-ended switching power amplifiers. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 10(3):168–176, June 1975. doi:[10.1109/JSSC.1975.1050582](https://doi.org/10.1109/JSSC.1975.1050582).
- [5] N. O. Sokal. Class E high-efficiency power amplifiers, from HF to microwave. In *1998 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (Cat. No.98CH36192)*, volume 2, 1109–1112 vol.2. June 1998. doi:[10.1109/MWSYM.1998.705187](https://doi.org/10.1109/MWSYM.1998.705187).
- [6] Nathan O Sokal. Class-E RF Power Amplifiers. *QEX*, pages 9–20, Jan/Feb 2001.
- [7] Arturo Mediano and Nathan O. Sokal. A Class-E RF Power Amplifier With a Flat-Top Transistor-Voltage Waveform. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(11):5215–5221, November 2013. doi:[10.1109/TPEL.2013.2242097](https://doi.org/10.1109/TPEL.2013.2242097).
- [8] King-Chun Tsai and P.R. Gray. A 1.9-GHz, 1-W CMOS class-E power amplifier for wireless communications. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 34(7):962–970, July 1999. doi:[10.1109/4.772411](https://doi.org/10.1109/4.772411).
- [9] Che-Hao Yeh, Yen-Ting Lin, Chun-Chieh Kuo, Chao-Jen Huang, Cheng-Yu Xie, Shen-Fu Lu, Wen-Hau Yang, Ke-Horng Chen, Kuo-Chi Liu, and Ying-Hsi Lin. A 70W and 90% GaN-based class-E wireless-power-transfer system with automatic-matching-point-search control for zero-voltage switching and zero-voltage-derivative switching. In *2018 IEEE International Solid-State Circuits Conference - (ISSCC)*, 138–140. February 2018. doi:[10.1109/ISSCC.2018.8310222](https://doi.org/10.1109/ISSCC.2018.8310222).
- [10] Cheng-Yu Xie, Shang-Hsien Yang, Shen-Fu Lu, Fa-Yi Lin, Yen-An Lin, You-Zheng Ou-Yang, Ke-Horng Chen, Kuo-Chi Liu, and Yin-Hsi Lin. 15.3 A 100W and 91% GaN-Based Class-E Wireless-Power-Transfer Transmitter with Differential-Impedance-Matching Control for Charging Multiple Devices. In *2019 IEEE International Solid-State Circuits Conference - (ISSCC)*, 242–244. February 2019. doi:[10.1109/ISSCC.2019.8662535](https://doi.org/10.1109/ISSCC.2019.8662535).
- [11] Fangyu Mao, Rui Martins, and Yan Lu. 27.1 A Differential Hybrid Class-ED Power Amplifier with 27W Maximum Power and 82% Peak E2E Efficiency for Wireless Fast Charging To-Go. In *2024 IEEE International Solid-State Circuits Conference (ISSCC)*, volume 67, 444–446. February 2024. doi:[10.1109/ISSCC49657.2024.10454369](https://doi.org/10.1109/ISSCC49657.2024.10454369).
- [12] Xiaofei Ma, Wing-Hung Ki, and Yan Lu. A 27 W Wireless Power Transceiver With Compact Single-Stage Regulated Class-E Architecture and Adaptive ZVS Control. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 59(6):1782–1793, June 2024. doi:[10.1109/JSSC.2023.3333196](https://doi.org/10.1109/JSSC.2023.3333196).

- [13] Yuhao Xiong, Wenxing Cao, Xihao Liu, Shangzhou Zhao, Zhongming Xue, Zhuoqi Guo, and Li Geng. A 6.78MHz 94.2% Peak Efficiency Class-E Transmitter with Adaptive Real-Part Impedance Matching and Imaginary-Part Phase Compensation Achieving a 33W Wireless-Power-Transfer System. In *2025 IEEE International Solid-State Circuits Conference (ISSCC)*, volume 68, 190–192. February 2025. doi:[10.1109/ISSCC49661.2025.10904755](https://doi.org/10.1109/ISSCC49661.2025.10904755).
- [14] Alexander Arsenovic, Julien Hillairet, Jackson Anderson, Henrik Forsten, Vincent Ries, Michael Eller, Noah Sauber, Robert Weikle, William Barnhart, and Franz Forstmayr. Scikit-rf: An Open Source Python Package for Microwave Network Creation, Analysis, and Calibration [Speaker's Corner]. *IEEE Microwave Magazine*, 23(1):98–105, January 2022. doi:[10.1109/MMM.2021.3117139](https://doi.org/10.1109/MMM.2021.3117139).