



Toegepaste Analoge Elektronica

Jan Genoe (jan.genoe@kuleuven.be)

Inleiding

I Inleiding	2
1 Spice simulatie	3
II Versterkers	7
2 Klasse C Versterkers	8
2.1 basisprincipe van de werking	8
2.2 Alternatieve schema's van de klasse C versterker.	28
2.3 Meerdere versterkingstrappen	32
2.4 Plaatmodulatie	37
3 Klasse F Verstekers	38
4 Klasse D resonante Versterkers	44
4.1 Basischema met spanningssturing	44
4.2 Aansturing van de seriekring aan de hand van 2 NPN transistors	54
4.3 Aansturing met transformator aan de kant van de belasting	56
4.4 Klasse D met stroomsturing	58
5 Klasse E Versterkers	60
5.1 Werking van de Klasse E versterker (verklaring van de werking stap voor stap)	60
5.2 Ontwerpen van enkele voorbeelden	63
5.3 VB2: Een 50W versterker of 137.77 kHz	69
5.4 Flat top	72
5.5 On-chip 2GHz Klasse E versterker voor GSM toepassingen	72
III Filters	76
6 Filter Design	77
6.1 Aanpak en algemeen perspectief	77
6.2 Specifieke filter blokken	77
6.3 Frequentietransformaties	83
6.4 Butterworth filters	86
6.5 Chebyshev filters	100
6.6 Bessel Thomson filters	108
6.7 Toleranties	109

IV	transmissielijnen	110
7	Transmissie lijnen	111
7.1	Transmissie lijn model	111
7.2	Coax kabel	112
7.3	Twisted pair kabel	114
7.4	striplijn	114
7.5	Microstriplijn	114
7.6	Microstrip Analyse Plots	115
7.7	Microstrip Design Plots	115
8	Reflecties	118
8.1	Uitwerken van een ladderdiagram	118
9	Smith kaart	120
9.1	Wat is een Smith kaart?	120
9.2	Smith Kaart Oefening 1	120
9.3	Smith Kaart Oefening 2	124
9.4	Smith Kaart Oefening 3	137
9.5	Smith Kaart Oefening 4	152
9.6	Smith Kaart Oefening 5	167
9.7	Smith Kaart Oefening 6	181
9.8	Smith Kaart Oefening 7	187
9.9	Smith Kaart Oefening 8	190
10	Referenties	194
Bibliografie		195

Introductie

Welkom bij het jupyterbook van het vak Toegepaste Analoge Elektronica. Deze notebooks bevatten materiaal en oefeningen, in het formaat van Jupyter notebooks, ontwikkeld als aanvullingen bij het vak [Toegepaste Analoge Elektronica](#) aan de [KU Leuven](#), campus Diepenbeek. Dit is momenteel nog ‘werk in progress’. De cursus zoals aanwezig op Toledo blijft het voornaamste leerinstrument. Dit boek is enkel een hulpmiddel.

Deel I

Inleiding

HOOFDSTUK 1

Spice simulatie

In deze cursus bestuderen we elektronische circuits. Hiervoor is het belangrijk dat we deze elektronische circuits ook in detail en correct kunnen simuleren. Hiervoor gebruiken we een implementatie van SPICE. SPICE staat voor *Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*. SPICE is in de jaren 1960 ontwikkeld door het [Department of Electrical Engineering and Computer Sciences in UC Berkeley, California, USA](#) en toen reeds vrijgegeven als een eerste soort open source avant la lettre.

Ondertussen zijn er al meer dan 100 verschillende implementaties van spice. [Hier](#) vind je een overzicht van een aantal implementaties. De motor van deze implementaties is nog steeds zo goed als dezelfde van deze van de originele implementaties, namelijk de modified nodale analyse ([MNA](#)). De verschillen tussen deze implementaties zijn in eerste instantie de user interface en de manier waarop de verschillende modellen geïmplementeerd zijn.

In dit jupyterbook gebruik ik [PySpice](#). Dit is een python interface naar [ngspice](#). Als je [conda](#) en [git](#) geïnstalleerd hebt en de github repository van [dit boek](#) lokaal gecloned hebt, kan je de volledige PySpice omgeving die in dit boek gebruikt wordt installeren door de volgende commandos uit te voeren in de directory van deze repository:

```
git clone https://github.com/jangenoe/InteractieveCursus
cd InteractieveCursus
conda env update -f ./binder/environment.yml
conda activate KULeuven
ipython kernel install --user --name=KULeuven
pyspice-post-installation --install-ngspice-dll
```

Vervolgens kan je aan de hand van het commando `jupyter lab` de verschillende notebooks openen aanpassen en simuleren.

Om aan te geven hoe we gebruik maken van spice voor de circuit simulatie, kijken we naar een voorbeeld van een verschilversterker op IC. Het basisschema van deze versterker is aangegeven in [Fig. 1.1](#). Het eerste wat we moeten doen in dit circuit is de verschillende knopen een nummer (of een naam) te geven. Het resultaat waarbij elke knoop een naam gekregen heeft zien we in [Fig. 1.2](#).

De overeenkomende SPICE code voor dit circuit zie je in [spiceverschilversterker1](#). Het eerste deel van deel beschrijving beschrijft de externe aangelegde spanningsbronnen. De naam van elke spanningsbron in SPICE begint met een V. We hebben de voedingsspanning (VDD) van 5 Volt tussen knoop 1 en knoop 0, de spanningsbronnen aan de positieve (10) en de negatieve (11) ingangsklem en tenslotte een biasspanning (VB) aan klem 9.

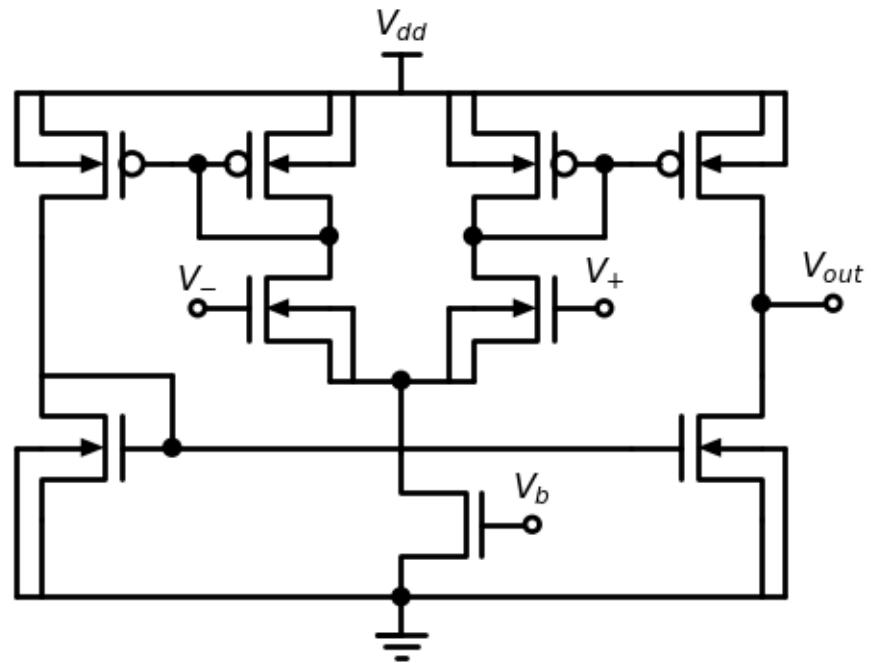


Fig. 1.1: Basisschema van de verschilversterker.

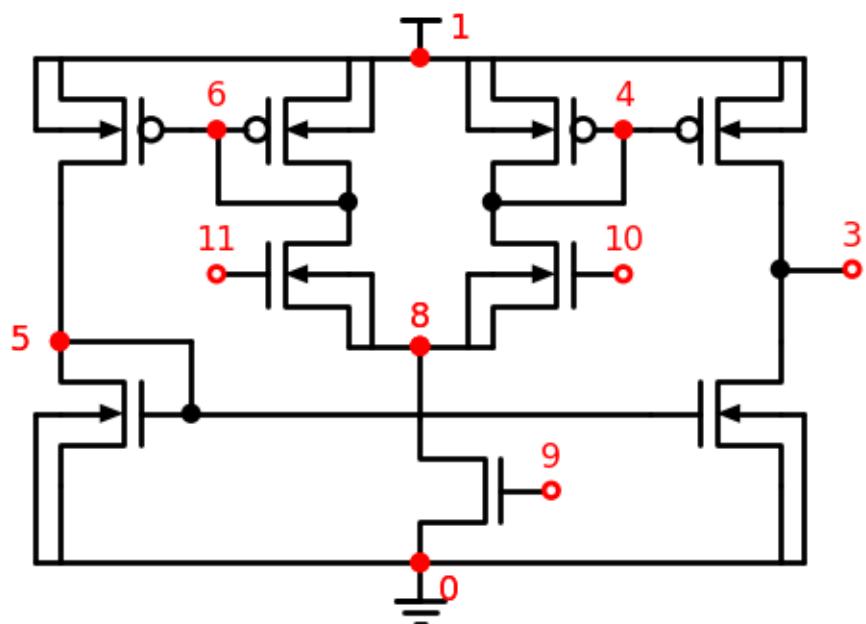


Fig. 1.2: Basisschema van de verschilversterker, waarbij de knopen genummerd zijn.

Vervolgens vinden we in de SPICE listing de capaciteiten (C) van alle knopen ten opzichte van de grondknoop (0) terug. De waarde van deze condensatoren is bekomen nadat de volledige lay-out van het chipontwerp is getekend. Daarna is er door een extractfunctie de overlap van de metaisatie van elk van deze knopen met het grondvlak bepaald, en op basis hiervan is de condensatorwaarde bepaald. We vinden ook een parasitaire condensator terug ten opzichte van de voeding, i.e. C25 die staat tussen knoop 5 en de voeding. Eigenlijk zijn deze condensatorwaarden voor een eerste simulatie van de versterking niet belangrijk. Deze waarden worden enkel belangrijk als je een exacte waarde wil uitrekenen tijdens een simulatie bij hogere frequentie.

Opdracht 1 (Begrijp de parasitaire capaciteiten van dit ontwerp)

In de spice code `spiceverschilversterker1` werden de parasitaire capaciteiten ge-extraheerd op basis van een werkelijke lay-out van het circuit. Voeg alle capaciteiten toe op het schema van Fig. 1.2

Vervolgens hebben we de nMOS transistors van dit circuit. Deze zijn:

We kunnen deze nMOS transistors op het schema lokaliseren (zie Fig. 1.3).

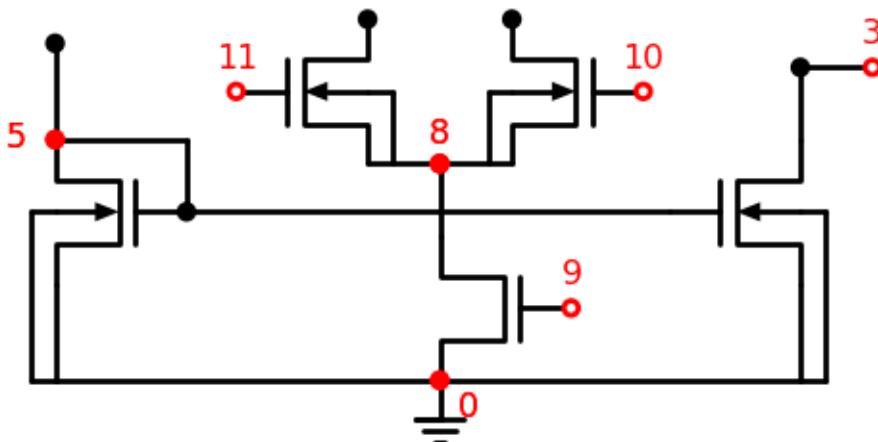


Fig. 1.3: nMOS transistors van de verschilversterker

Daarna volgen de pMOS transistors van dit circuit. Deze zijn:

Ook deze transistor kunnen we op het schema lokaliseren (zie Fig. 1.4). We herkennen hierin 2 stroomspiegels die de stromen uit de knopen 6 en 4 respectievelijk omzetten in stromen uit de knopen 5 en 3.

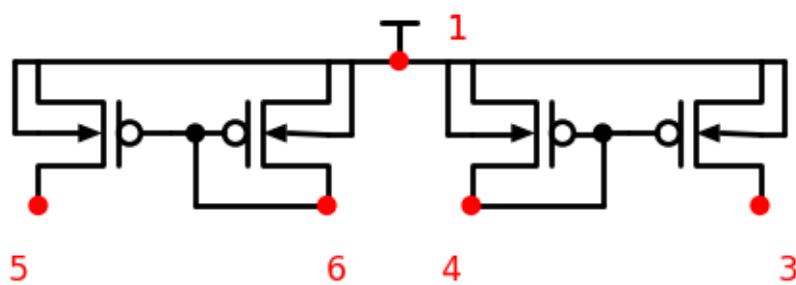


Fig. 1.4: pMOS transistors van de verschilversterker

Tenslotte hebben we ook de transistormodellen nodig van de NMOS en de PMOS. Deze kan je zien in de model kaarten gegeven in `spiceverschilversterker4`

Wanneer we nu een simulatie uitvoeren met een signaal van $50 \mu V$ aan de ingangsklem 11, krijgen we een signaal van meer dan $40 mV$ aan de uitgangsklem 3 (zie Fig. 1.5). Dit geeft dus een versterking van meer dan 800.

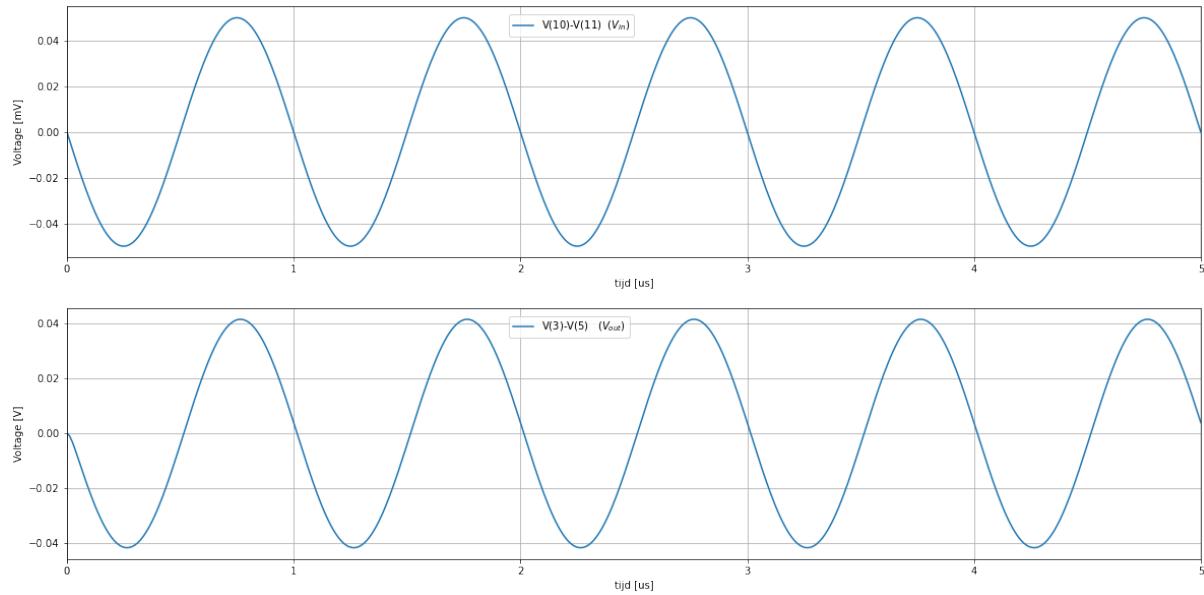


Fig. 1.5: Bekomen spanningen aan de ingang (boven) en de uitgang (onder) van de verschilversterker.

Deel II

Versterkers

HOOFDSTUK 2

Klasse C Versterkers

In de vorige hoofdstukken hebben we de laagfrequent versterkers besproken. Dit zijn versterkers met typisch een relatief grote bandbreedte. Verder hebben we de laagfrequent versterkers verder opgedeeld in de versterkers met 1 vermogen transistor in de vermogentrap (Klasse A) en de versterkers met 2 of meer vermogentransistors in de vermogentrap (Klasse B en Klasse G). In dit hoofdstuk bestuderen we de klasse C versterker. Beide versterkers zijn resonante versterkers die bestaat uit een LRC trilkring (of meerdere LC kringen) die aangestuurd wordt door een enkele transistor. Als een gevolg hiervan werkt deze versterker op een vaste frequentie of binnen een zeer beperkte bandbreedte rond deze centrale frequentie. Deze bandbreedte is typisch maximaal 1% van de resonantie frequentie. In Tabel 2.1 geven we een overzicht van deze verschillende versterkers.

Tabel 2.1: Indeling van de vermogenversterkers

	laagfrequent of breedband	hoogfrequent of resonant
1 transistor in de vermogentrap	Klasse A	Klasse C Klasse F Klasse E
2 of meer transistors in de vermogentrap	Klasse B Klasse G	Klasse D

De toepassingen liggen in de eerste plaats in het domain van de telecommunicatie waar de Klasse C versterker gebruikt wordt om signalen door te sturen, gemoduleerd op de draaggolf van de zender. Deze draaggolf heeft typisch een vaste frequentie. Daarnaast zijn er nog industriële toepassingen mogelijk, zoals bijvoorbeeld het inductief verwarmen (zoals in smeltovens) of het dielectrisch verwarmen (voor het drogen, bakken en polymeriseren).

2.1 basisprincipe van de werking

Het basisprincipe is steeds als het volgt: We gebruiken de eigenfrequentie van een resonante kring om de oscillatie op de juiste frequentie te genereren en om harmonischen weg te filteren. Deze resonante kring vormt de belasting van de vermogentransistor. De vermogentransistor levert het vermogen dat verloren/uitgestraald wordt door de resonante kring.

Fig. 2.1 toont het basisschema van de klasse C versterker.

We maken gebruik van de eigenfrequentie van de resonante kring om de oscillatie op de juiste frequentie te genereren en om de harmonischen weg te filteren. De resonante kring verliest vermogen tijdens de trilling en de vermogentransistor zal dit vermogen terug toevoegen aan de kring. Dit gebeurt door korte stroompulsen te leveren.

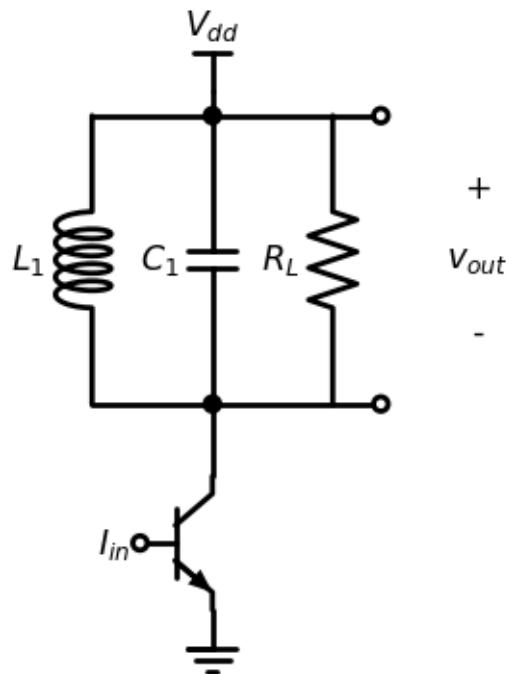


Fig. 2.1: Basisschema van de Klasse C versterker.

2.1.1 Differentiaalvergelijking van de trilkring

Voordat we de werking van de versterker bekijken, bestuderen we in meer detail de trilkring en de bekomen trilling die we bekomen indien de trilling spontaan verloopt (i.e. niet aangestuurd door de transistor). Het schema dat we hiervoor bestuderen kan je zien in Fig. 2.2

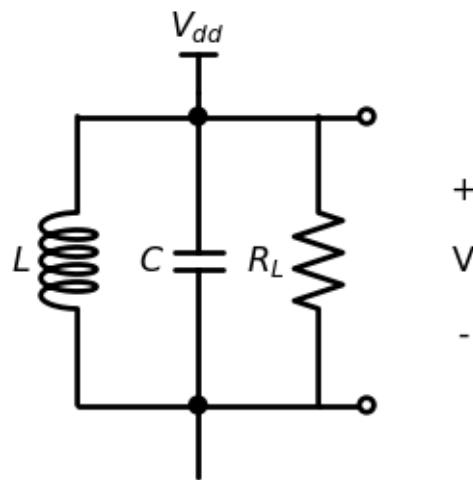


Fig. 2.2: Trilkring van de Klasse C versterker.

Om de werking van dit schema te berekenen schrijven we de [eerste wet van Kirkhoff](#) op in de gemeenschappelijke knoop en de stroom-spanningsvergelijkingen op voor elk element. Deze vergelijkingen zijn:

$$I_C + I_R + I_L = 0$$

$$Q_C = CV$$

$$I_R R_L = V$$

$$L \frac{dI_L}{dt} = V$$

De stroom naar de condensator (I_C) kunnen we door de lading van de condensator (Q_C) af te leiden naar de tijd, dus $I_C = \frac{dQ_C}{dt}$. Hierdoor hebben we alle vergelijkingen reeds als functie van de stroom, namelijk:

$$I_C + I_R + I_L = 0$$

$$I_C = C \frac{dV}{dt}$$

$$I_R R_L = V$$

$$L \frac{dI_L}{dt} = V$$

Aangezien de stroom-spanningsvergelijking van het spoel de afgeleide van de stroom bevat, kunnen we de [eerste wet van Kirchhoff](#) niet onmiddellijk gebruiken, maar we kunnen wel de afgeleide van deze wet gebruiken. De vergelijkingen worden dan:

$$\frac{dI_C}{dt} + \frac{dI_R}{dt} + \frac{dI_L}{dt} = 0$$

$$\frac{dI_C}{dt} = C \frac{d^2V}{dt^2}$$

$$\frac{dI_R}{dt} = \frac{1}{R_L} \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{1}{L} V$$

Invullen geeft dan:

$$C \frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{R_L} \frac{dV}{dt} + \frac{1}{L} V = 0$$

Deze vergelijking kunnen we oplossen door de [Laplace transformatie](#) te nemen van de functie $V(t)$. De bekomen oplossing is dan:

$$V(t) = V_o \cos(\omega t + \phi) \exp(-\beta t)$$

$$\beta = \frac{1}{2R_L C}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \beta^2}$$

Waarbij V_o en ϕ de integratieconstanten zijn. Fig. 2.3 toont deze oplossing voor een uitdempende trilling van 50 V rond een spanning van 80 V. In het rood is de spanning aangegeven die we elke periode verliezen en die dus moet gecompenseerd worden om de trilling op gang te houden.

2.1.2 Keuze van de parameters van de resonante kring

Om een vermogenversterker te ontwerpen die actief is bij een bepaalde frequentie moeten in eerste instantie de parameters van de resonante kring gekozen worden, namelijk L_1 en C_1 . Deze parameters kunnen we bepalen op basis van de gegevens die de ingenieur normaal in een ontwerp opgave ter beschikking krijgt, namelijk de impedantie van de belasting R_L en het maximum vermogen P_{AC} dat moet geleverd kunnen worden op de frequentie ω . Het is belangrijk dat we $\beta \ll \omega$ kiezen. In eerste instantie kunnen we bijvoorbeeld vertrekken van $\beta = 0.1\omega$, waarna we dan

$$\beta = \frac{1}{2R_L C_1}$$

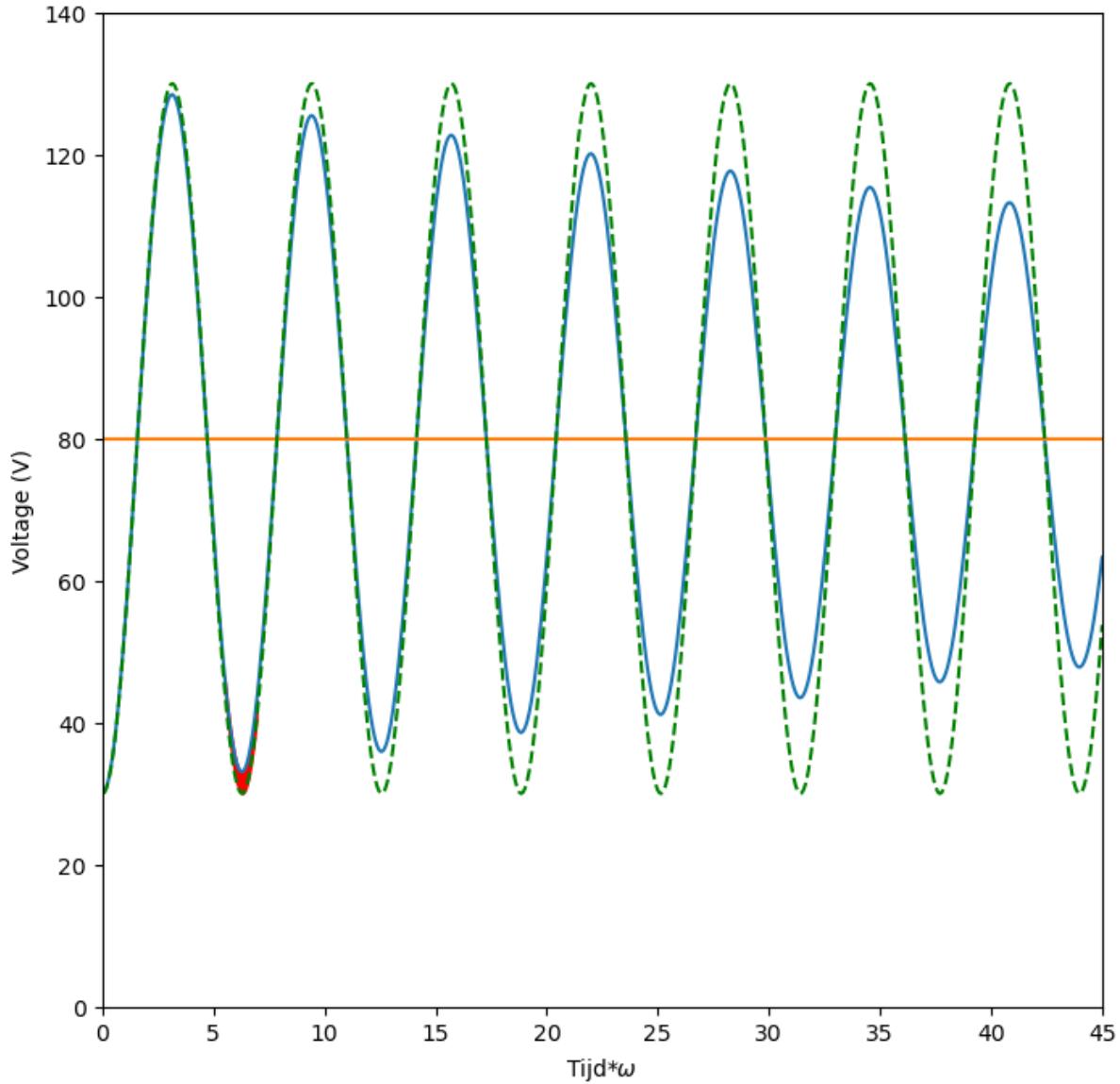


Fig. 2.3: Voorbeeld van een gedempte trilling van 50V rond een referentiespanning van 80V

gebruiken om de condensator C_1 te kiezen. Vervolgens gebruiken we

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1} - \beta^2}$$

om de waarde van de spoel L_1 te kiezen.

Merk op:

Aangezien we in de meeste gevallen $\beta \ll \omega$ kunnen we in deze gevallen vaak de resonantiefrequentie benaderen als:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}}$$

Vervolgens gebruiken we de formule

$$P_{AC} = \frac{V_{AC}^2}{2R_L}$$

om de spanningsamplitude te V_{AC} te berekenen en dus daaruit ook de nodige voedingsspanning V_{DD} .

2.1.3 Aansturingsprincipe van de versterker

Het basis werkingsprincipe van de Klasse C versterker is als het volgt: We leggen een sinusvormige spanning met een negatieve offset aan de hand van een serieweerstand aan aan de basis van de bipolaire transistor. De ingang van de bipolaire transistor vormt een diode naar de emitter en als gevolg hiervan loopt er enkel een basisstroom wanneer de ingangsspanning positief is. Deze basisstroom wordt dan een factor β_F versterkt in de collectorstroom. Deze gepulste collectorstroom wordt dan aangelegd aan de LRC trilkring.

De originele beschrijving van dit aansturingsprincipe kan je vinden in [1].

De onderstaande Widget laat toe te kijken wat de impact is van de instellingen aan de basis op de bekomen collector stroom. We leggen aan V_{in} een negatieve DC spanning aan en een iets grotere AC spanningsamplitude. Dit heeft tot gevolg dat de spanning aan V_{in} slechts een beperkt deel van de periode boven de 0.6V komt, wat de spanning is die nodig is om de basis-emitter junctie van de bipolaire transistor in geleiding te brengen. De hoeveelheid stroom die we krijgen wordt bepaald door R_{in} en deze stroom wordt dan vervolgens versterkt met een factor β_F wat dan de collectorstroom oplevert.

De LRC kring is een parallel LRC kring. Een parallel LRC kring heeft de eigenschap dat hij een aangelegde gepulste stroomsingaal gaat omzetten in een sinusvormige spanning op de resonantiefrequentie. Aangezien de spanning over de belasting (R_L) dan sinusvormig is, gaat de stroom door de belasting ook sinusvormig zijn.

De overeenkomende SPICE code voor dit circuit is:

In de .model kaart zien we dat we voor de bipolaire transistor een model gebruiken dat we Q2 hebben genoemd. Dit zijn bipolaire transistors waar we een $\beta_{Forward}$ hebben gelijk aan 200.

Het circuit waarbij we de knoopnummers een rood label gegeven hebben wordt dan:

Een spice simulatie van het bovenstaande circuit levert hetvolgende op:

We merken op dat het ongeveer een 5-tal periodes duurt eer de een AC zwaai bekomen wordt die gelijk is aan de voedingsspanning (i.e. 11V). Dit aantal periodes is sterk afhankelijk van de gekozen trilkring.

We kunnen ook de collectorstroom plotten na dezelfde simulatie.

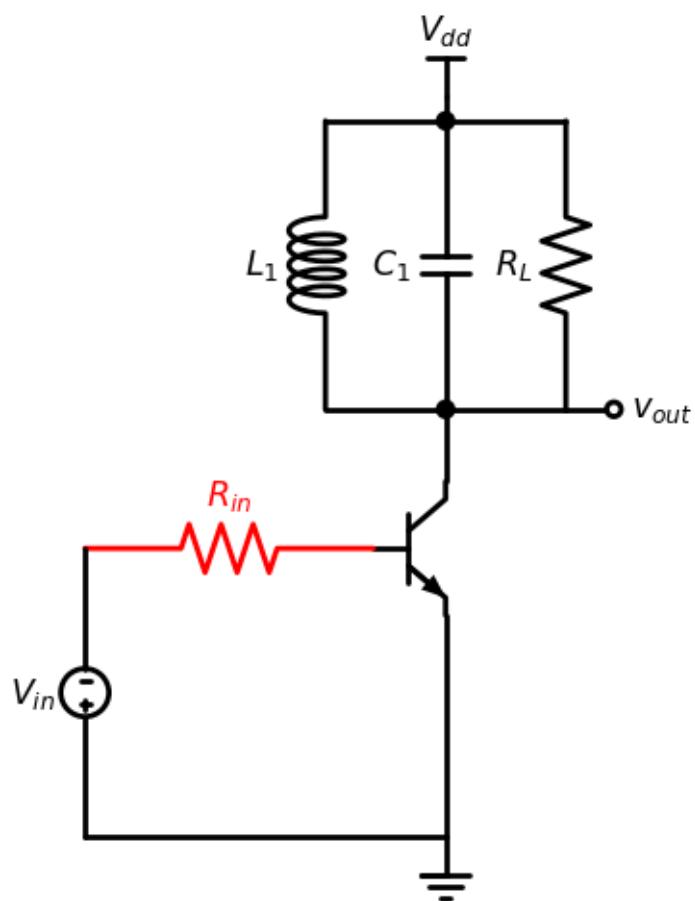


Fig. 2.4: Basisschema van de Klasse C versterker met een eenvoudig schema om de versterker aan te sturen.

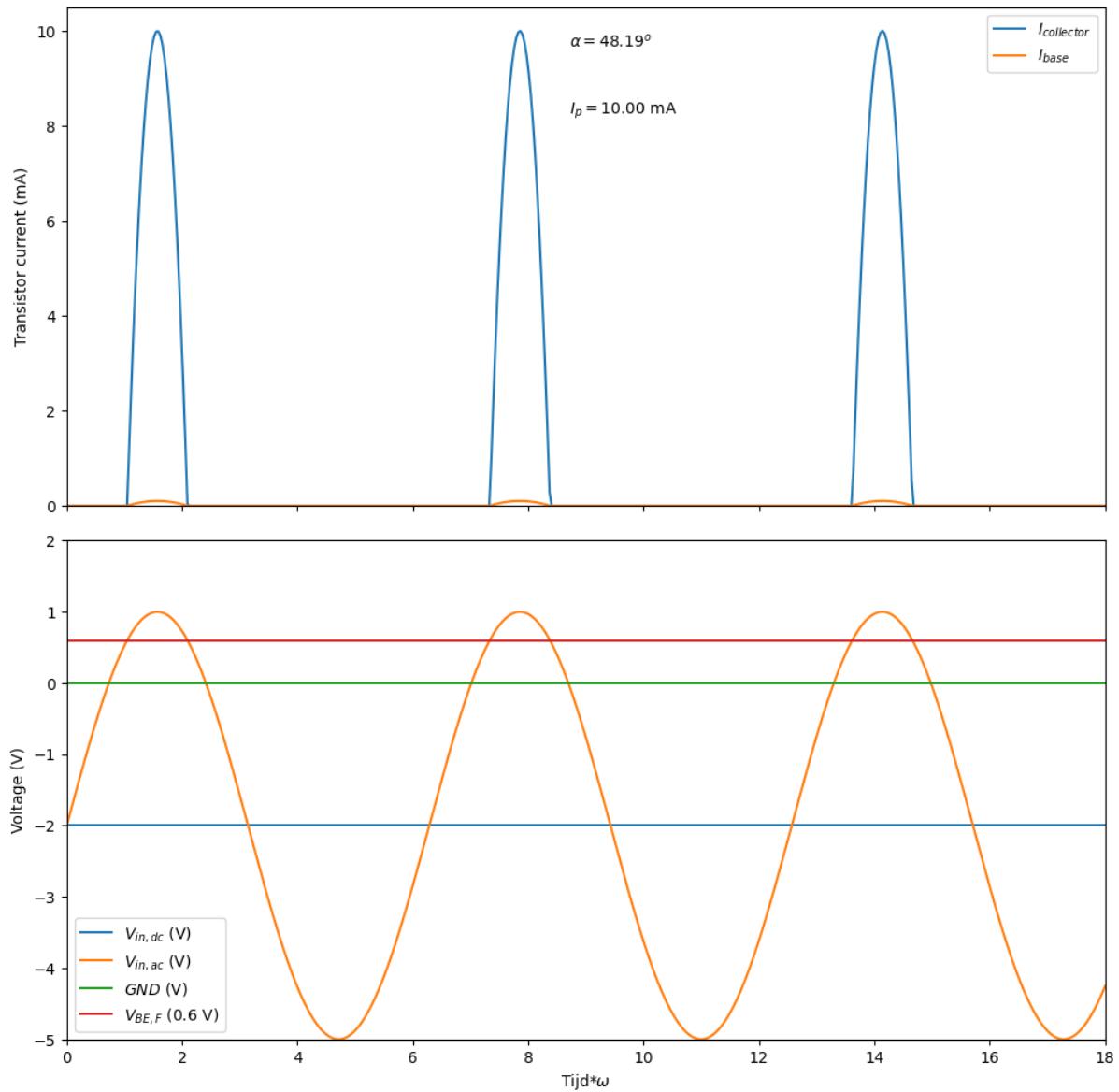


Fig. 2.5: Instelling van de basisstroom om de gepaste geleidingshoek en piekstroom te krijgen.

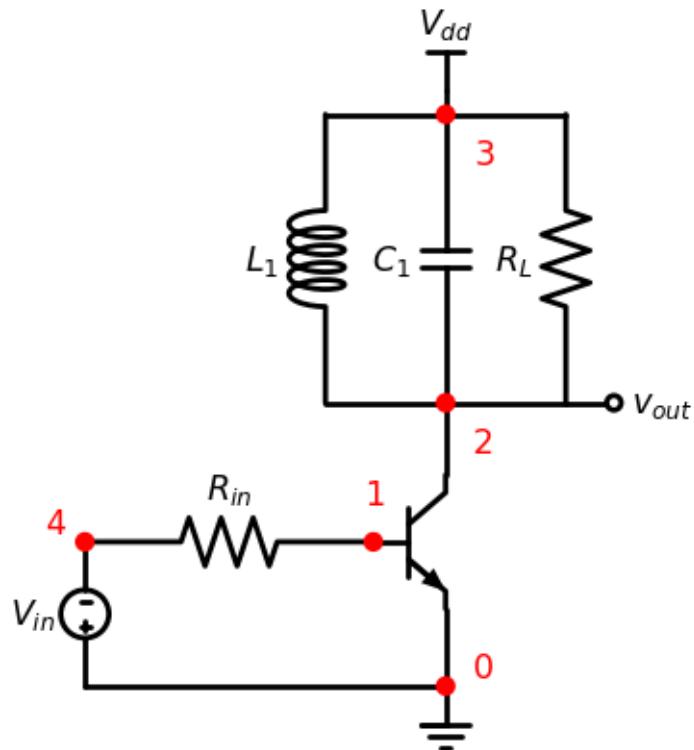


Fig. 2.6: Basisschema waarbij we de knopen genummerd hebben overeenkomende met de spice code.

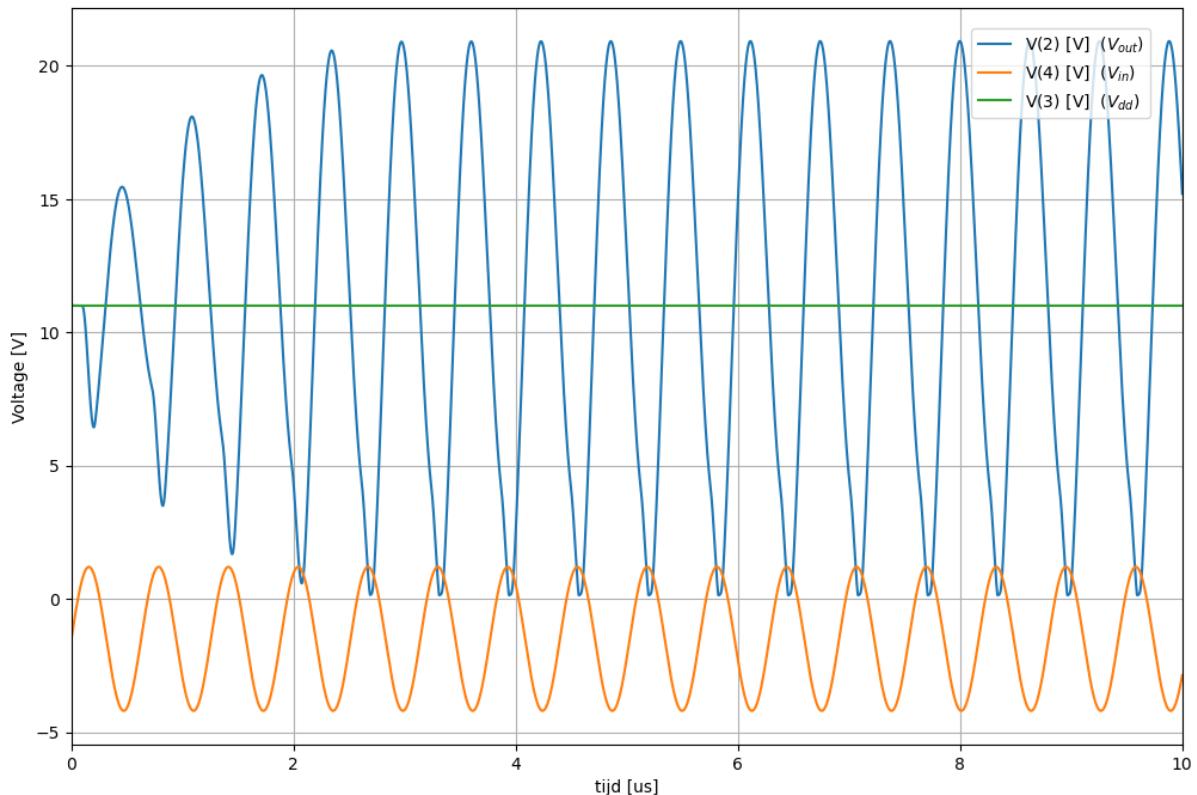


Fig. 2.7: Spanningen bekomen na een spice simulatie van de klasse C versterker.

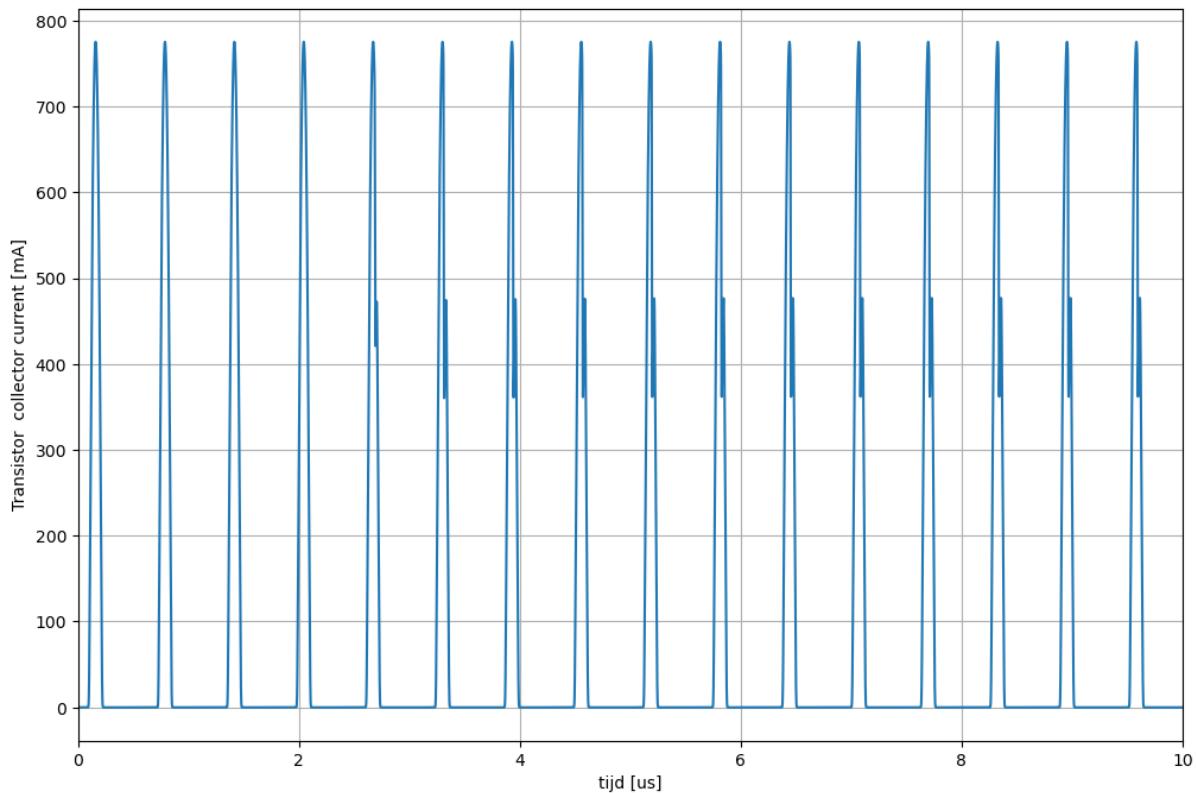


Fig. 2.8: Stromen bekomen na een spice simulatie van de klasse C versterker.

Dit circuit werd ontworpen voor een collector piekstroom van 600 mA. We merken op dat de collectorstromen bij het starten van de oscillatie eventjes boven de ontwerplimiet komen. Wanneer dit een probleem vormt moet de geleidingshoek groter gemaakt worden. We merken ook op dat de stroom terug daalt wanneer de bipolaire transistor in verzadiging geraakt. Dit is ook logisch. Als de spanning tussen de collector en de emitter te klein wordt, kan er geen stroom meer lopen.

We kunnen ook een Lissajous figuur plotten van de uitgangsspanning ten opzichte van de ingangsspanning. We merken dat er een toenemend faseverschil is dat tijdens de periode dat de transistor in geleiding is terug wegwerkert wordt.

Wanneer we kijken naar het basis circuit van de klasse C versterker hebben we 2 elementen die voornamelijk bijdragen tot het bepalen van de oscillatiefrequentie, namelijk:

- L_1
- C_1

en 4 elementen die bijdragen tot het optimaliseren van et bekomen vermogen, namelijk:

- De belastingsweerstand R_L
- De voedingsspanning V_{dd}
- De piekstroom van de transistor I_p
- Het gedeelte van de periode dat de transistor aangestuurd wordt : 2α

In wat volgt zullen we eerst exploreren welke van de 4 bovenstaande parameters het bekomen vermogen bepalen. Vervolgens zullen we een methodologie uitwerken om de optimale parameters te selecteren. In het volgende deel gaan we dan verder met de selectie van L_1 en C_1

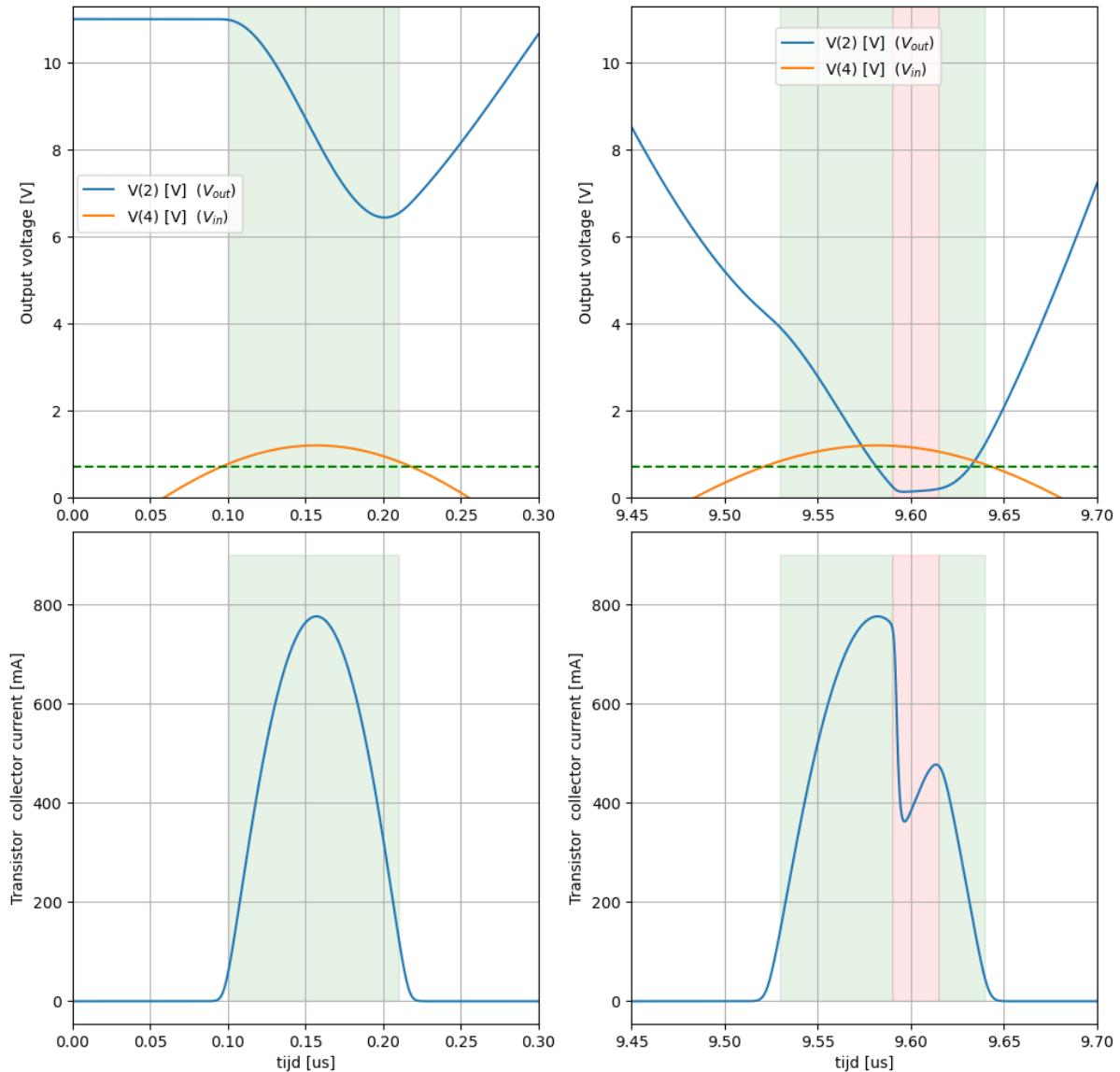


Fig. 2.9: Detail van de spanningen en stromen (spice simulatie) van de klasse C versterker: (links) opstart van de oscillatie (rechts) stuurperiode waarbij de bipolaire transistor gedurende een deel van de stuurperiode in verzadiging komt (in het rood aangegeven).

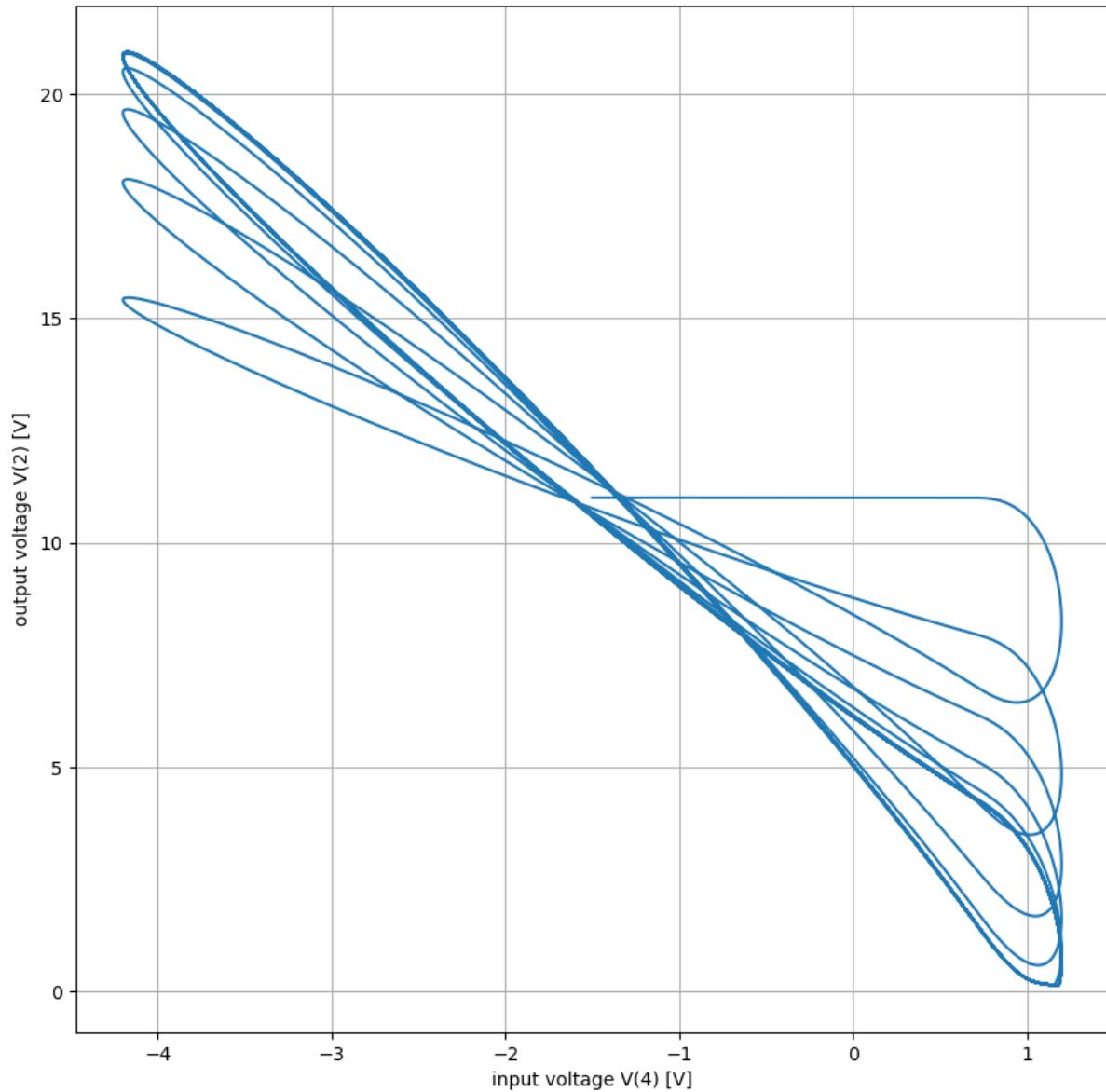


Fig. 2.10: Lissajous figuur van de spanning op knoop 2 als functie van de spanning op knoop 4.

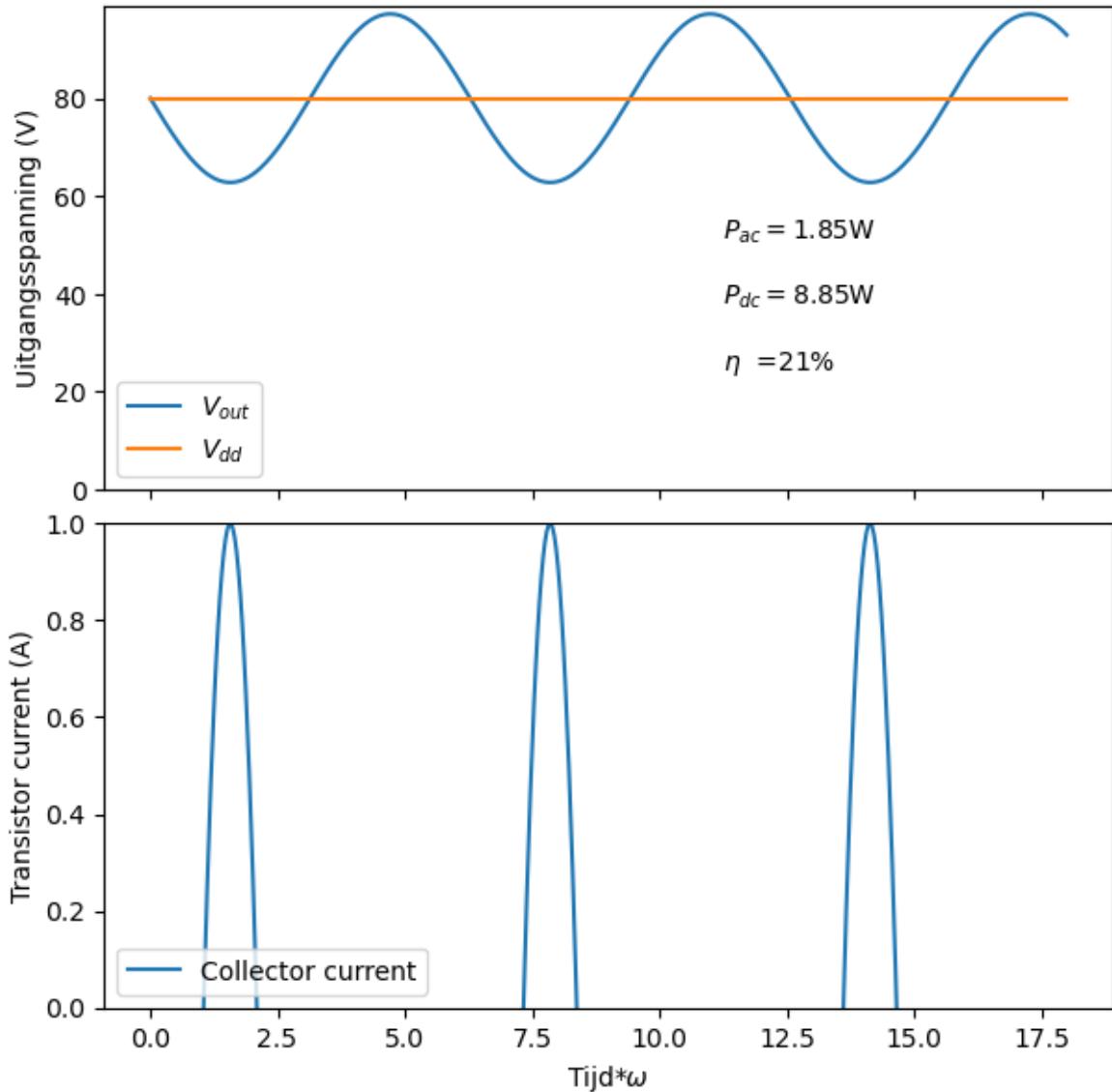


Fig. 2.11: Bekomen oscillatie bij de gekozen ontwerpparameters.

In de bovenstaande grafiek is de uitgangsspanning V_{out}

$$V_{out}(t) = V_{dd} - V_a \cos(\omega t) \quad (2.1)$$

en is de collector current van de transistor I_c

$$I_c(t) = \begin{cases} \frac{\cos(\omega t) - \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} I_p & \text{wanneer } |\omega t| < \alpha \\ 0 & \text{wanneer } |\omega t| > \alpha \end{cases} \quad (2.2)$$

Hoe we aan de waarde van V_a komen, volgt in de afleiding hieronder.

Op basis van de hierboven gegeven stromen en spanningen kunnen we de verschillende vermogens uitrekenen (met $u = \omega t$):

$$P_{ac} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(V_a \sin(u))^2}{R_L} du = \frac{V_a^2}{2R_L} \quad (2.3)$$

$$P_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} V_{dd} I_c(u) du = \frac{V_{dd} I_p}{\pi} \frac{\sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} \quad (2.4)$$

$$P_T = \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} V_{out}(u) I_c(u) du = \frac{V_{dd} I_p}{\pi} \frac{\sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} - \frac{I_p V_a}{4\pi} \frac{(2\alpha - \sin(2\alpha))}{(1 - \cos(\alpha))} \quad (2.5)$$

Nu is het totale DC vermogen (P_{dc}) de som van het in de transistor gedisipeerde vermogen (P_T) en het bekomen nuttige vermogen (P_{ac}):

$$P_{ac} = P_{dc} - P_T \quad (2.6)$$

Op basis van vergelijkingen (2.3), (2.4) en (2.5) bekomen we:

$$\frac{V_a^2}{2R_L} = \frac{I_p V_a}{4\pi} \frac{(2\alpha - \sin(2\alpha))}{(1 - \cos(\alpha))} \quad (2.7)$$

De bekomen amplitude van oscillatie is:

$$V_a = \frac{I_p R_L}{2\pi} \frac{2\alpha - \sin(2\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} \quad (2.8)$$

Het is goed om voor al deze 4 parameters ook eens de instantane bekomen power en het instantane ingangsvermogen te bekijken.

Vervolgens kijken we naar het instantane vermogenverlies in de transistor:

Voor het bepalen van het verlies in de transistor plotten we bij voorkeur de relatie tussen de spanning over de transistor en de stroom door de transistor.

opmerking:

- De grafiek in deze jupyter notebook geeft de maximale oscillatiespanning V_{max} weer die bekomen wordt in de resonante kring in functie van de geleidingshoek (α) ten opzichte van het product van de piekstroom I_p en de weerstand R_L . Dus de plot geeft dus de waarde van $u = \frac{V_{max}}{I_p R_L}$
- De grafiek in de powerpoint slides van de les geeft het maximale vermogen P_{max} dat bekomen wordt in functie van de geleidingshoek ten opzichte van het product van de piekstroom I_p en de voedingsspanning. $P_{max} = \frac{V_{max} I_{max}}{2}$. Dus de plot is $w = \frac{P_{max}}{V_{DD} I_p} = \frac{\frac{V_{max} I_{max}}{2}}{V_{DD} I_p} = \frac{V_{max} \frac{V_{max}}{2 R_L}}{V_{DD} I_p}$. Bovendien weten we dat $V_{max} < V_{DD}$ en in het beste geval (= verzadiging) V_{max} gelijk wordt aan V_{DD} . Dus bij verzadiging geldt $w = \frac{V_{max}}{2 R_L I_p}$

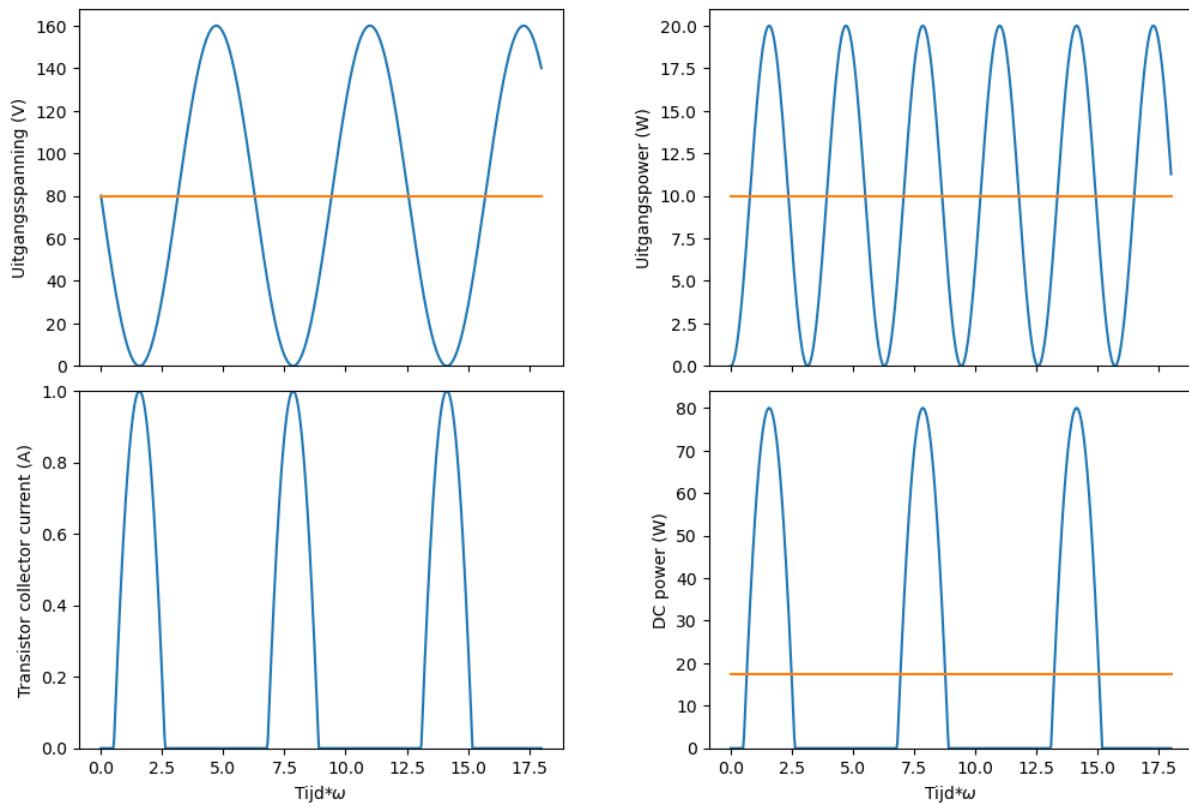


Fig. 2.12: Uitgangspower en DC power als functie van de tijd en de verschillende signalen.

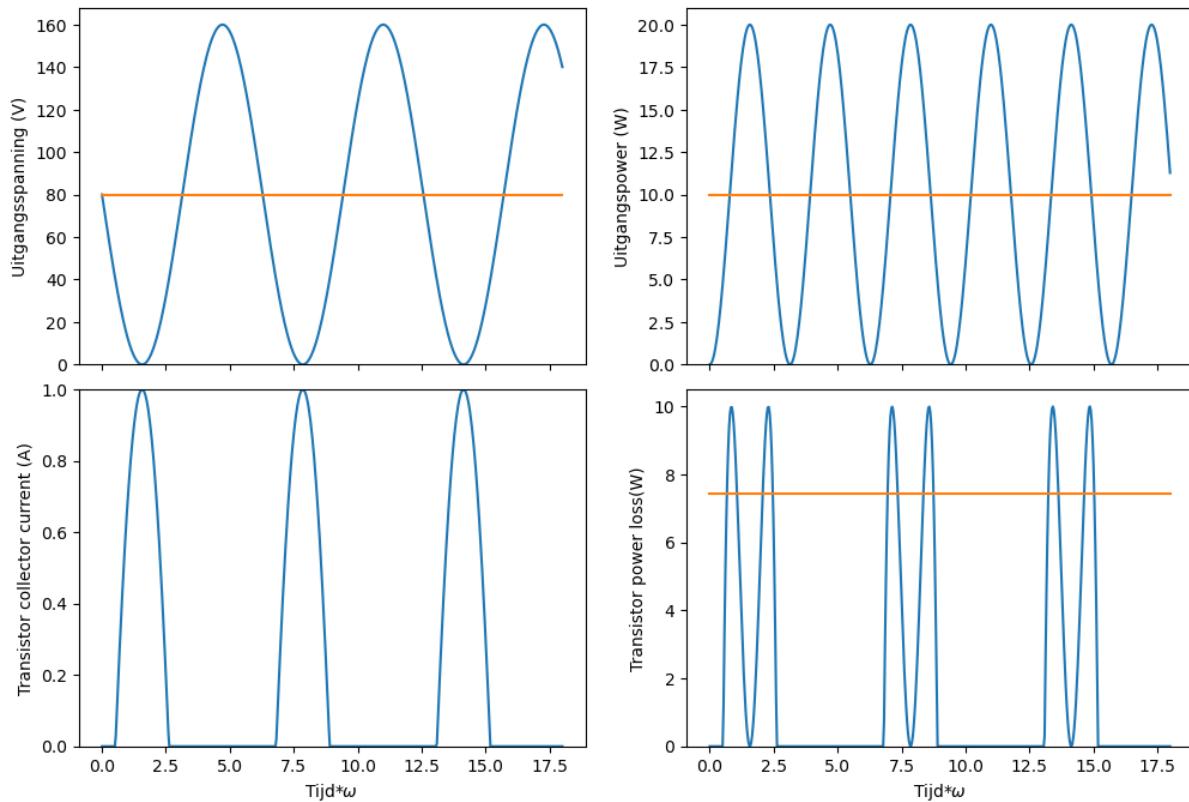


Fig. 2.13: Transistor power verlies als functie van de tijd en de verschillende signalen.

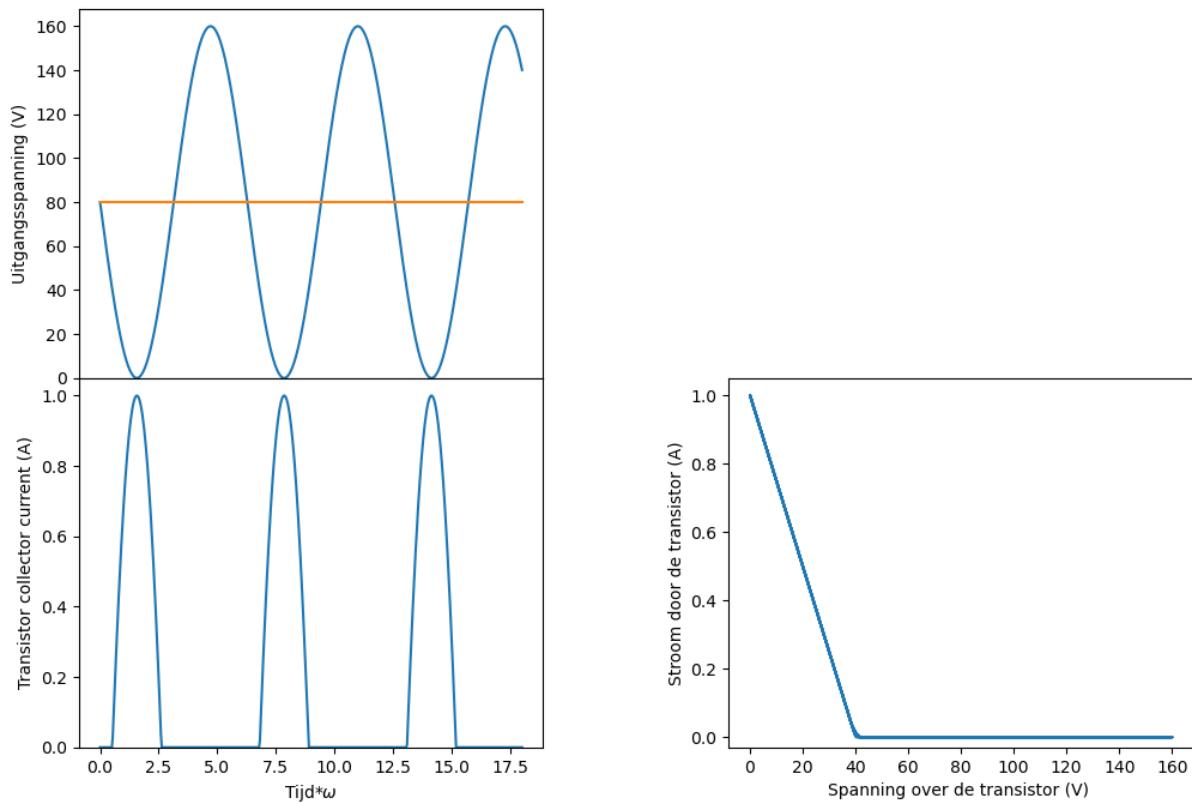


Fig. 2.14: De stroom door de transistor als functie van spanning over de transistor bij de verschillende instellingen.

In de meeste gevallen willen we V_{DD} als oscillatie amplitude. Daarom zullen we I_p kiezen als:

$$I_{p,max} = 2\pi \frac{V_{DD}}{R_L} \frac{1 - \cos(\alpha)}{2\alpha - \sin(2\alpha)}$$

$$P_{ac} = I_p^2 R_L \frac{(2\alpha - \sin(2\alpha))^2}{8\pi^2(1 - \cos(\alpha))^2}$$

$$P_{dc} = \frac{V_{dd} I_p \sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha)}{\pi (1 - \cos(\alpha))}$$

Het rendement wordt dan, rekening houdende met dat I_p niet groter mag worden dan $I_{p,max}$

$$\eta = \frac{I_p R_L}{V_{dd}} \frac{(2\alpha - \sin(2\alpha))^2}{8\pi(1 - \cos(\alpha))(\sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha))}$$

2.1.4 Maximale uitsturing

Omdat we het maximale rendement gaan bekomen bij maximale uitsturing kunnen we voor I_p de bekomen waarde van $I_{p,max}$ invullen:

$$\eta = \frac{2\alpha - \sin(2\alpha)}{4(\sin(\alpha) - \alpha \cos(\alpha))}$$

En als bekomen vermogen bekomen we:

$$P_{ac,max}(\alpha) = \frac{V_{dd}^2}{2R_L}$$

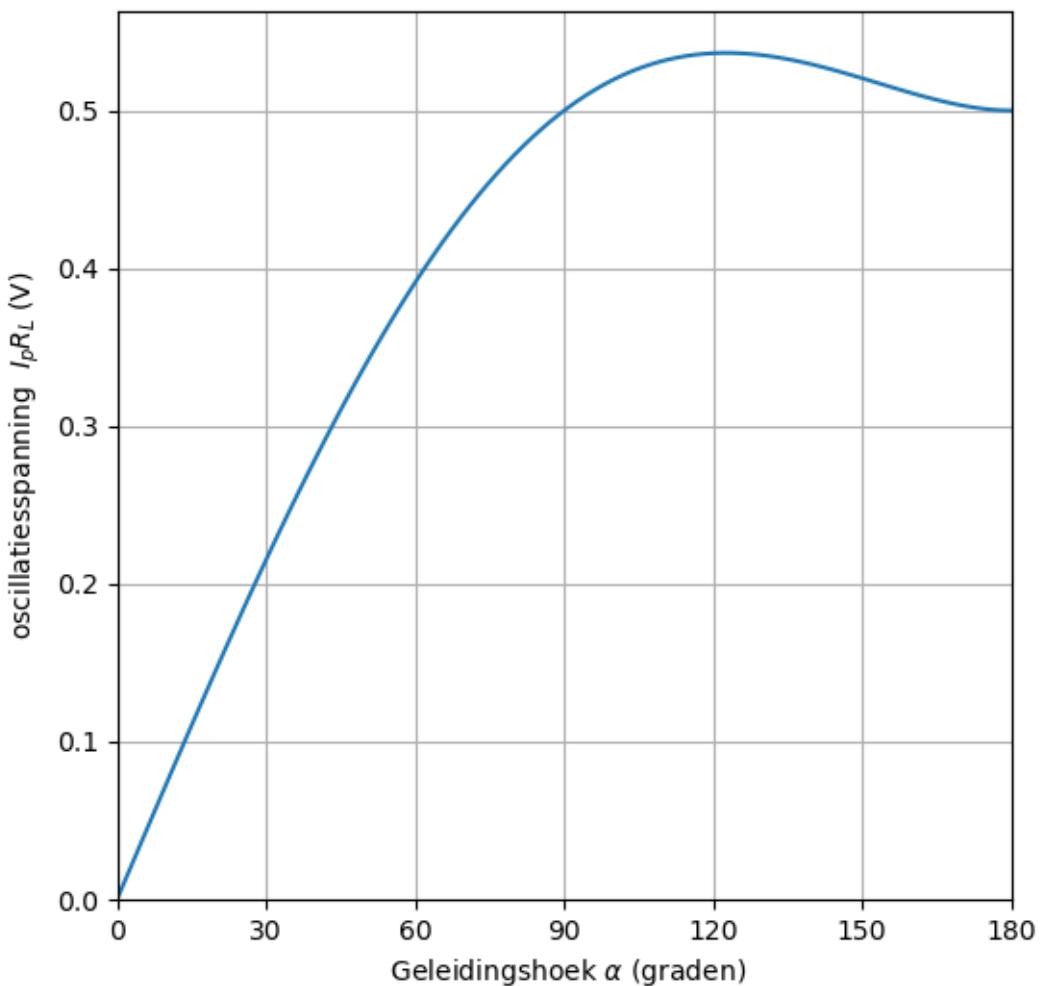


Fig. 2.15: bekomen oscillatiespanning als functie van de geleidingshoek.

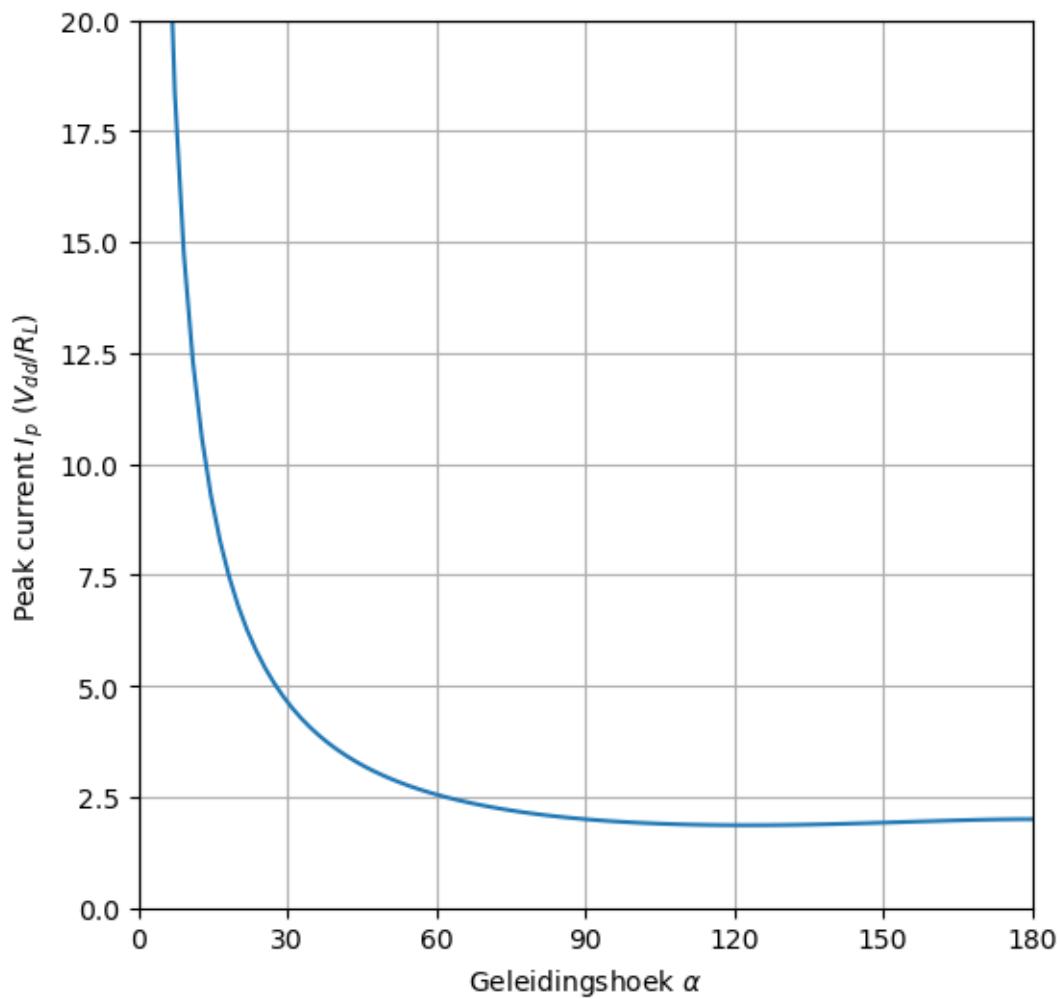


Fig. 2.16: De nodige piekstroom om een amplitude te bekomen die gelijk is aan de voedingsspanning als een functie van de geleidingshoek.

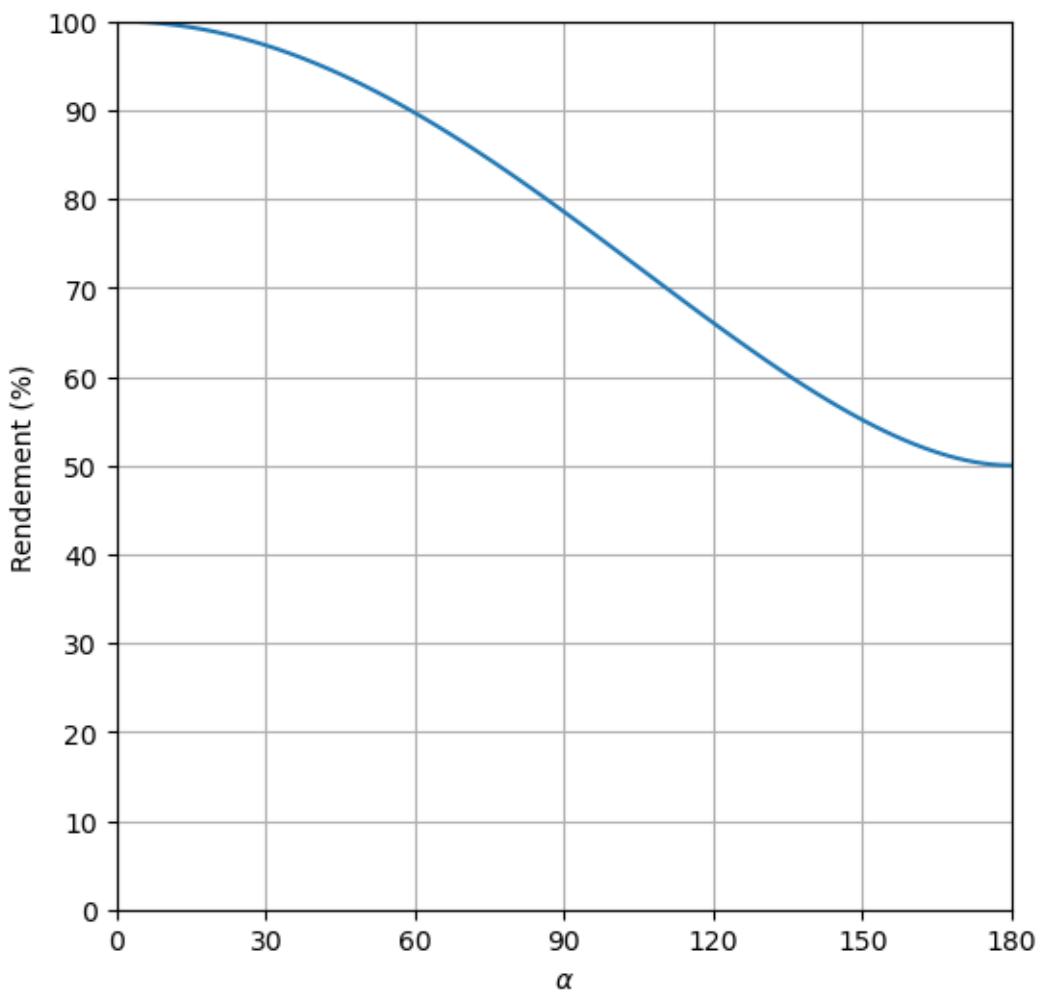


Fig. 2.17: Bekomen rendement bij maximale uitsturing.

2.1.5 De LRC kring als functie van de frequentie

De klasse C versterker legt stroompulsen aan over een RLC parallel-kring. Als gevolg hiervan worden sinusvormige spanningen bekomen. Hiervoor splitsen we de aangelegde stroompulsen op in al zijn frequentiecomponenten en voor elke component bepalen we dan de overeenkomende spanning aan de hand van de impedantie $Z(\omega)$: $V(\omega) = Z(\omega) * I(\omega)$. De formule voor $Z(\omega)$ is:

$$Z(\omega) = \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{R_L} + \frac{1}{j\omega L}}$$

De onderstaande figuur toont $Z(\omega)$ als functie van de frequentie. L en C bepalen de frequentie. Er is een kleine invloed van R_L op de frequentie. De invloed van R_L op de bandbreedte en op hoe snel de trilling uitdempft is echter veel groter.

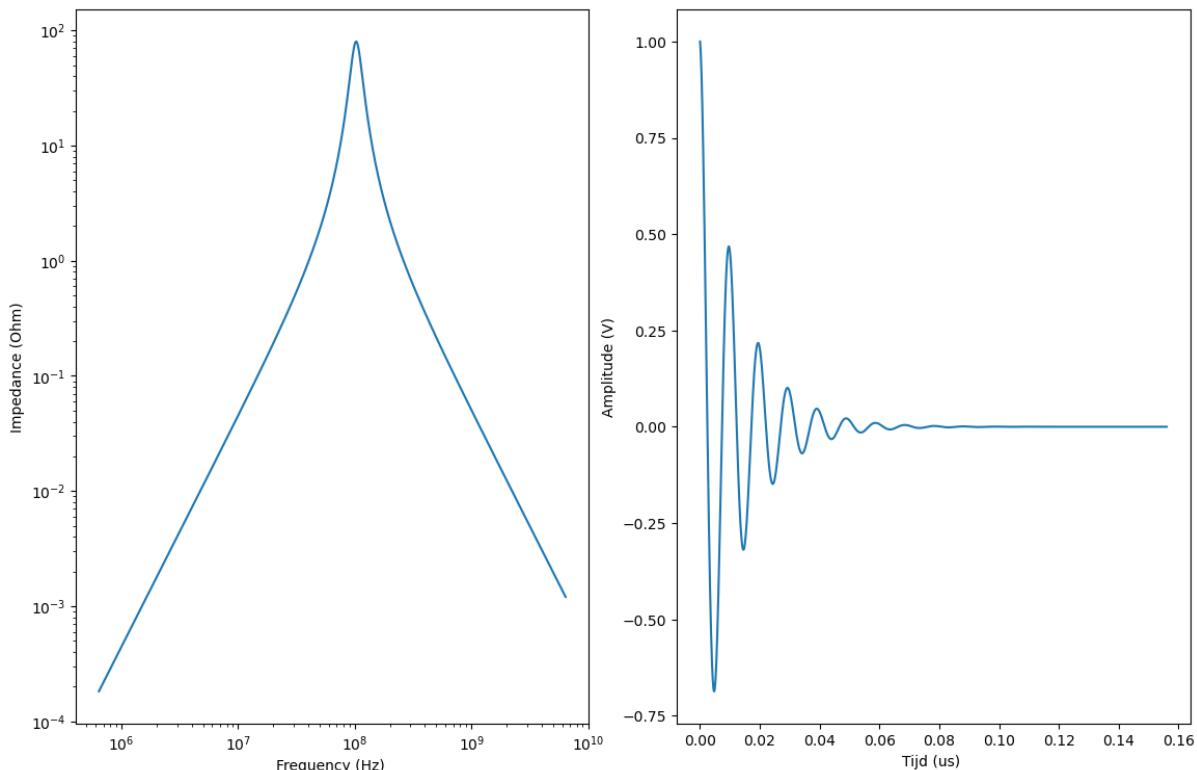


Fig. 2.18: (links) impedantie van de LRC-kring als functie van de frequentie (rechts) het uitdempen van deze kring als functie van de tijd.

Het is ook zinvol om een simulatie te doen van de amplitude van het signaal als functie van de frequentie van de aansturing. Op het eerste zicht lijkt het `.ac` commando in SPICE hier de aangeweze methode. Dit is echter niet het geval. Het `.ac` commando in SPICE doet een klein signaal simulatie, en hierbij wordt aangenomen dat een volledig sinusvormig signaal zich doorheen het circuit beweegt van de ingang naar de uitgang. Dat is voor een klasse C versterker zeker niet het geval. Eigenlijk is het enige werkingsregime waar we een kleinsignaalsimulatie zouden kunnen uitvoeren het instelpunt waarbij $\alpha = \pi$, met andere woorden de klasse-A modus.

Het is duidelijk uit de bovenstaande figuur dat de amplitude respons van een klasse C versterker is heel gelijkaardig aan de berekende impedantie $Z(\omega)$ van de trilkring. Dit is ook logisch aangezien

$$V(\omega) = Z(\omega) * I(\omega)$$

en de stroompuls $I(\omega)$ hetzelfde blijft wanneer de frequentie hetzelfde bij alle frequenties.

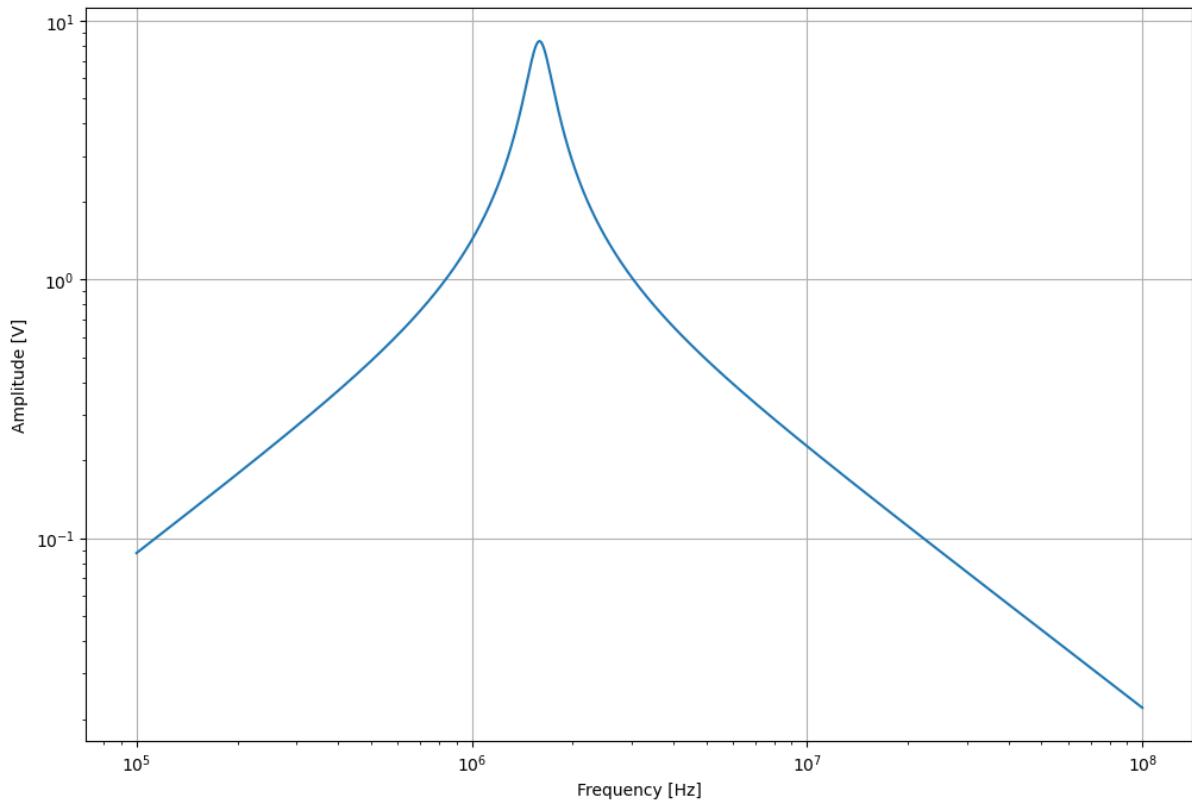


Fig. 2.19: Amplitude van de spanning op knoop 2 (spice simulatie) als functie van de frequentie van aansturing.

2.1.6 Alternatieve berekening van V_a

In vergelijking (2.8) werd V_a berekend op basis van een vermogenevenwicht, namelijk het totale vermogen dat in de trilkring gaat, is ook het totale vermogen dat in de belasting wordt bekomen. Hierbij werd echter verondersteld dat alle vermogen in de eerste harmonische van de trilkring terechtkomt. Dat hoeft natuurlijk niet helemaal het geval te zijn. Een alternatieve berekening voor V_a is het opsplitsen van de aangelegde stroompulsen in een fourier reeks en elk van de sinusfucties die dan bekomen wordt leggen we dan aan aan de LRC kring. Hierdoor krijgen we de amplitude van alle harmonischen $V_{a,n}$. Het is natuurlijk wel zo dat de impedantie van de LRC kring off-resonance groot is (zie bovenstaande grafiek), wat maakt dat $V_{a,n}$ voor $n > 1$ klein zal zijn.

$$V_{a,1} = \frac{R_L}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(u) I_c(u) du = \frac{R_L}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos(u) \frac{\cos(u) - \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} I_p du = \frac{I_p R_L}{2\pi} \frac{2\alpha - \sin(2\alpha)}{1 - \cos(\alpha)}$$

2.1.7 Berekening van de harmonische componenten

$$\begin{aligned} V_{a,n} &= \frac{Z_L(n\omega_c)}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(nu) I_c(u) du \\ V_{a,n} &= \frac{Z_L(n\omega_c)}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos(nu) \frac{\cos(u) - \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} I_p du \\ V_{a,n} &= \frac{2I_p Z_L(n\omega_c)}{\pi} \frac{\cos(\alpha) \sin(n\alpha) - n \sin(\alpha) \cos(n\alpha)}{n(n^2 - 1)(1 - \cos(\alpha))} \end{aligned}$$

We merken op dat wanneer $\alpha = 90^\circ$, we dan geen even harmonischen krijgen. Dat is hetzelfde als bij de klasse B. Ook het rendement is gelijkaardig als de klasse B. Het gebrek aan even harmonischen is relevant voor een aantal toepassingen.

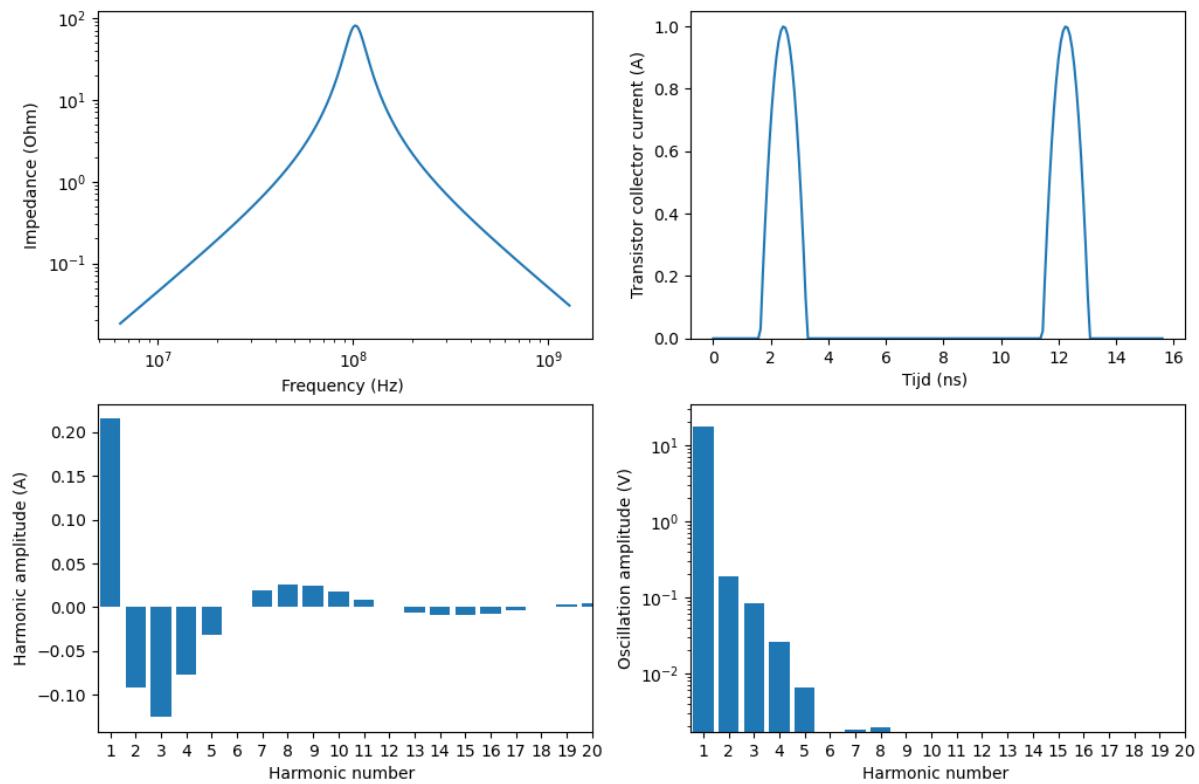


Fig. 2.20: De contributies van de verschillende harmonischen in het aanstuursignaal en de impact hiervan op de bekomen oscillatie amplitude.

2.1.8 FM modulatie

We kunnen ook dezelfde berekeningsmethode gebruiken om de effecten van off-resonant aan te sturen uit te rekenen, bijvoorbeeld in geval van FM modulatie.

2.1.9 Andere aanstuurvormen dan een sinus: blokgolf en driehoek

2.2 Alternatieve schema's van de klasse C versterker.

2.2.1 Gebruik makende van een transformator

Een van de belangrijke issues met betrekking van het basisschema van de klasse C versterkers is dat de reference van het outputsignaal is de voedingsspanning in plaats van de grond. Een van de opties om de reference van de voeding naar de grond te brengen, is het vervangen van de spoel door een transformator, want hierdoor kunnen we de referentiespanning verleggen naar de grond. De figuur hieronder geeft aan hoe dit kan gerealiseerd worden.

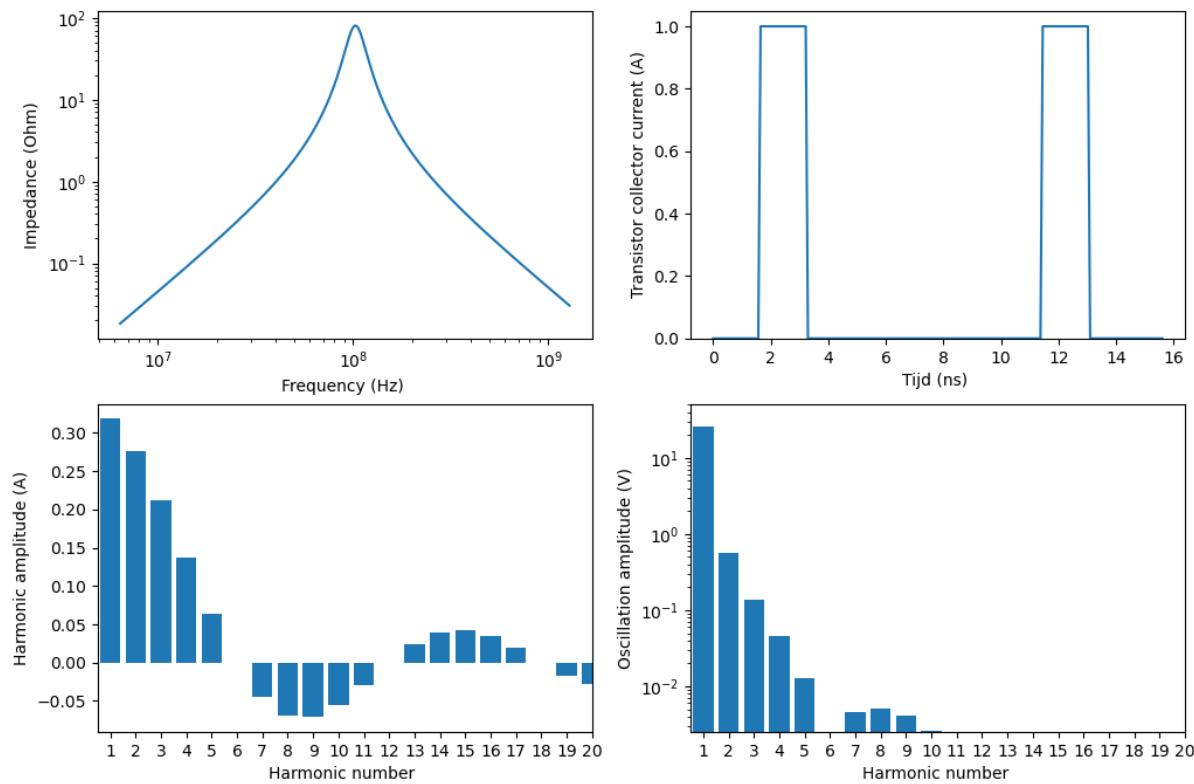


Fig. 2.21: De contributies van de verschillende harmonischen in een blokgolf aanstuursignaal en de impact hiervan op de bekomen oscillatie amplitude.

2.2.2 Gebruik makende van een LC kring aan de ingang

Dit heeft als voordeel dat er geen resistieve verliezen zijn de de R_{in} weerstand aan de ingang.

2.2.3 Uitgangsspanning oscillatie rond de grond

Voor een aantal toepassingen is het niet goed dat de AC uitgangsspanning een DC offset heeft. We kunnen dit oplossen door het gebruik van de transformator (zie boven) maar ook aan de hand van een extra spoel L_2 en condensator C_2 . Het is belangrijk dat de resonantiefrequentie die bepaald wordt door L_2 en C_2 *minstens* een factor 10 lager is dan de resonantiefrequentie van de versterker.

Wanneer we het bovenstaand circuit simuleren in spice, krijgen we het volgende resultaat.

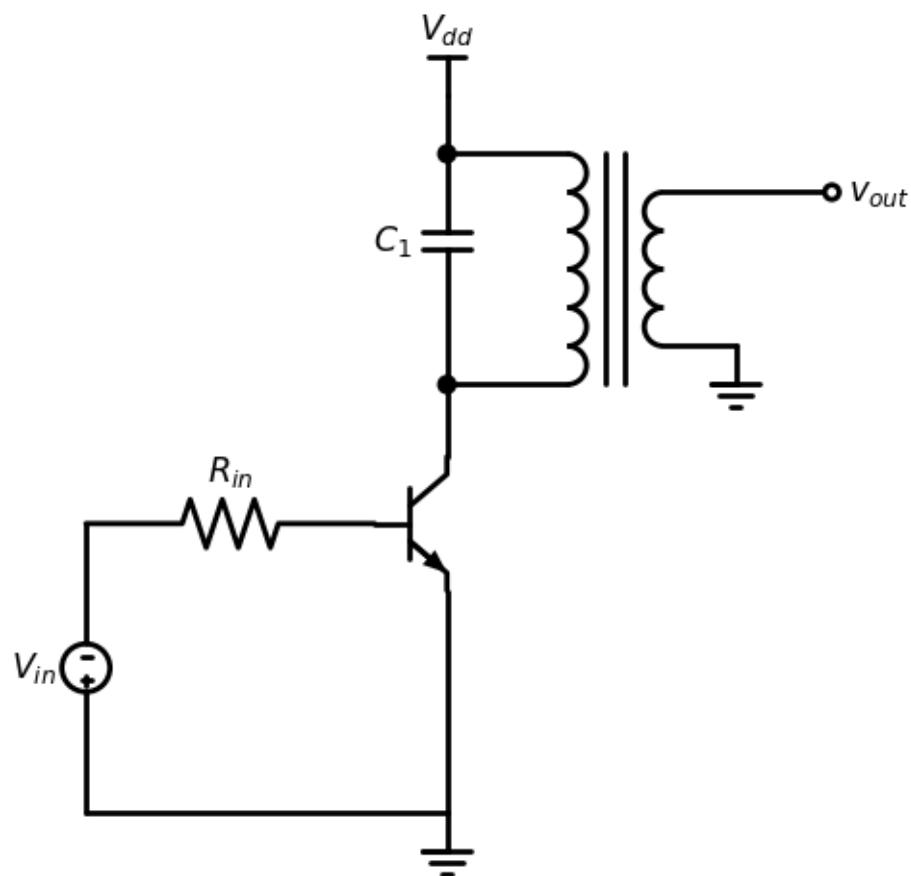


Fig. 2.22: Klasse C versterker met een transformator in de resonante kring.

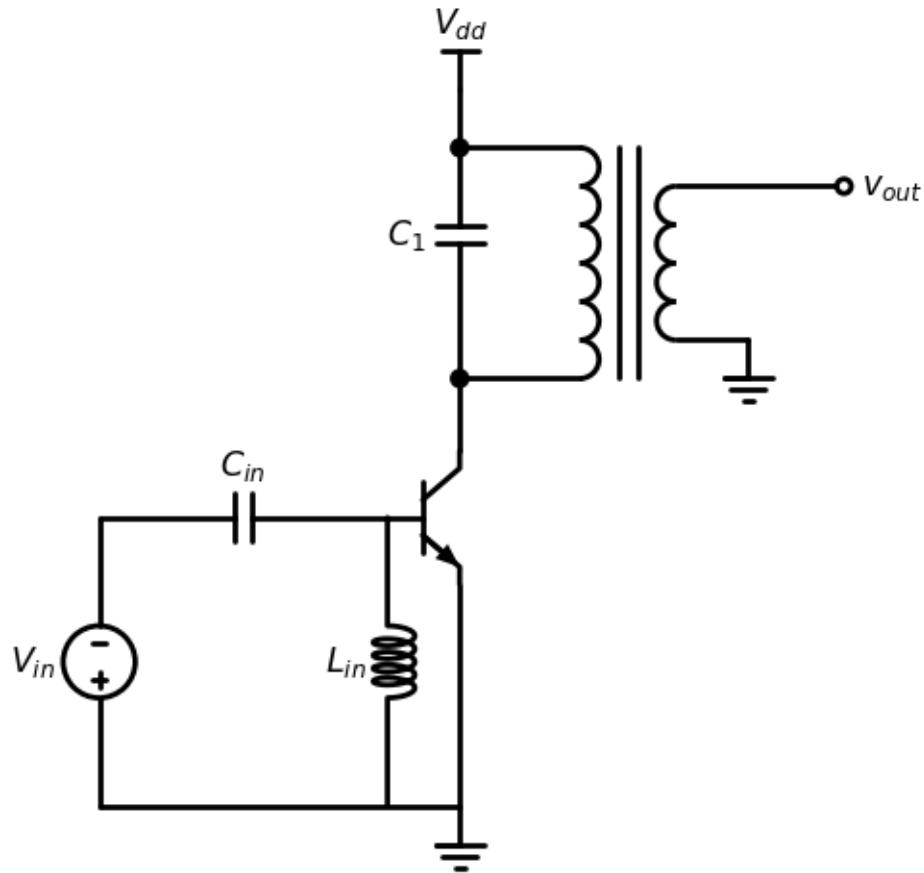


Fig. 2.23: Klasse C versterker met een LC kring aan de ingang van de transistor.

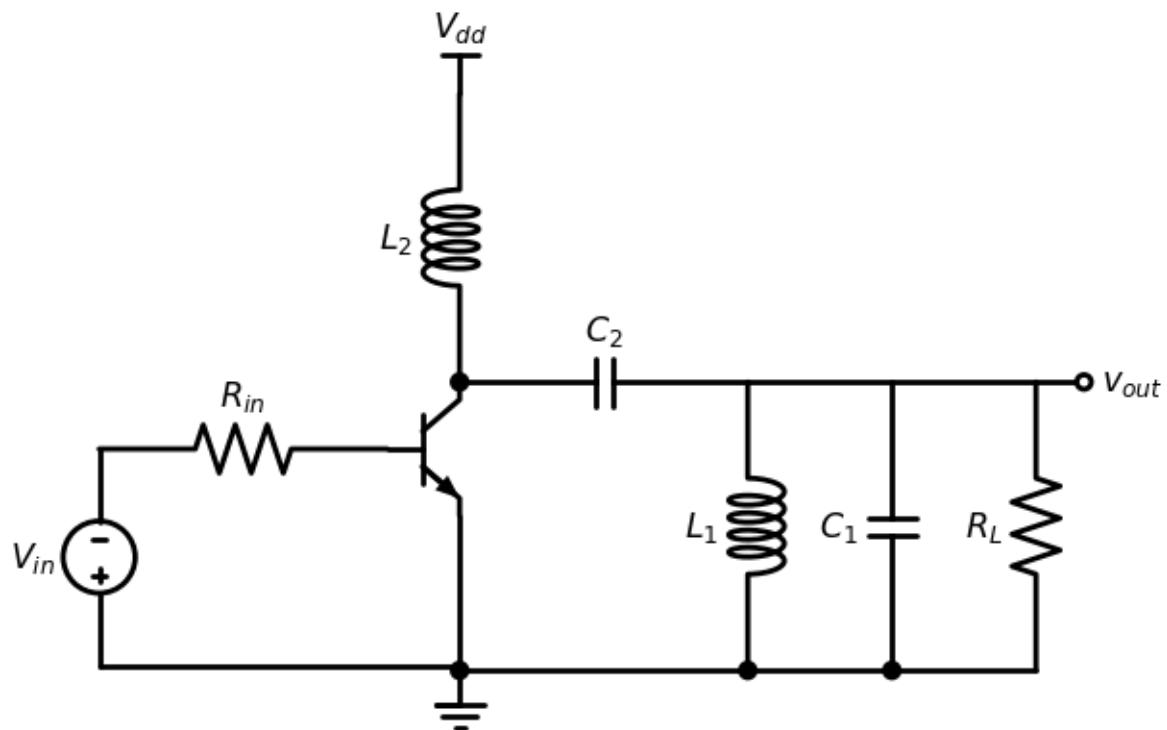


Fig. 2.24: Basisschema van de klasse C versterker waarbij de uitgangsspanning oscilleert rond de grond.

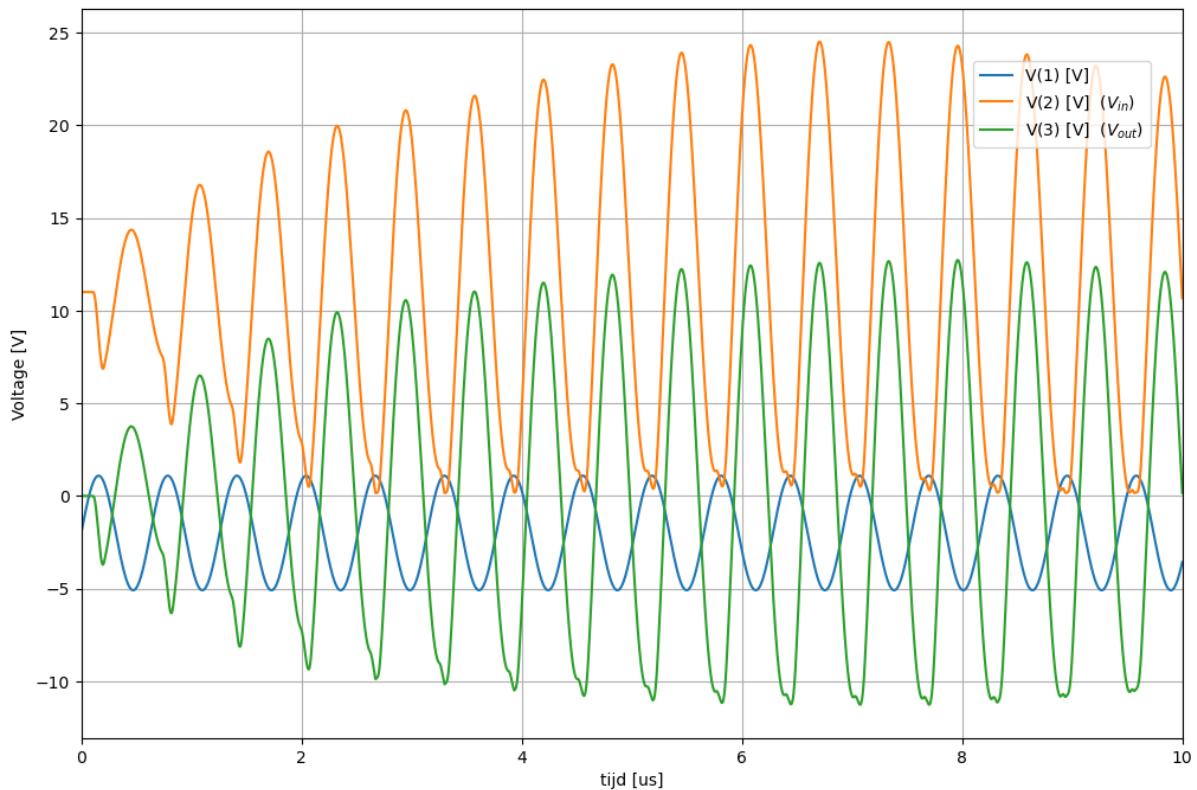


Fig. 2.25: Resultaat van de spice simulatie van het bovenstaande circuit.

2.3 Meerdere versterkingstrappen

In praktijk is het vaak zo dat een klasse C versterker gebruikt wordt om een klein ingangssignaal om te zetten naar een uitgangssignaal dat veel vermogen aan de belasting kan leveren. Vaak is echter een versterkertrap niet voldoende om van het klein ingangssignaal naar het groot uitgangssignaal te gaan, zowel in spanning als in stroom. Om dit te bekomen maken we meestal gebruik van meerdere versterkertrappen.

Hieronder bouwen we stap voor stap op van het hierboven besproken schema naar een schema met 3 achtereenvolgende klasse C versterkertrappen. Dit schema met 3 versterkertrappen sluit aan bij een schema dat gebruikt wordt voor mobiele communicatie. Als voorbeeld nemen we [2].

2.3.1 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 1

We vertrekken van het schema van de klasse C versterker zoals gegeven in Fig. 2.1. We laten in dit schema de belasting R_L voorlopig eventjes weg. De vergelijking die we hierboven gebruikt hebben om de stroom naar C_1 uit te rekenen is $I_C = C \frac{dV}{dt}$. We merken op dat deze stroom I_C niet verandert als we een extra DC spanning over C_1 zetten. We kunnen het schema in Fig. 2.1 dus aanpassen met een extra spanning over de condensator C_1 . Dit levert ons het schema op in Fig. 2.26.

De werking van dit schema blijft intact gelijk. Als we kijken naar de spanning over C_1 merken we wel op dat er naast een AC spanning ook een DC component van de spanning is. Daardoor neemt de piekspanning toe en zal C_1 sneller doorslagen. We moeten bij de selectie van C_1 dus de keuze maken voor een condensator die een iets hogere spanning aankan. Normaal zal dat betekenen een iets dikker dielectricum en dus een iets hogere prijs.

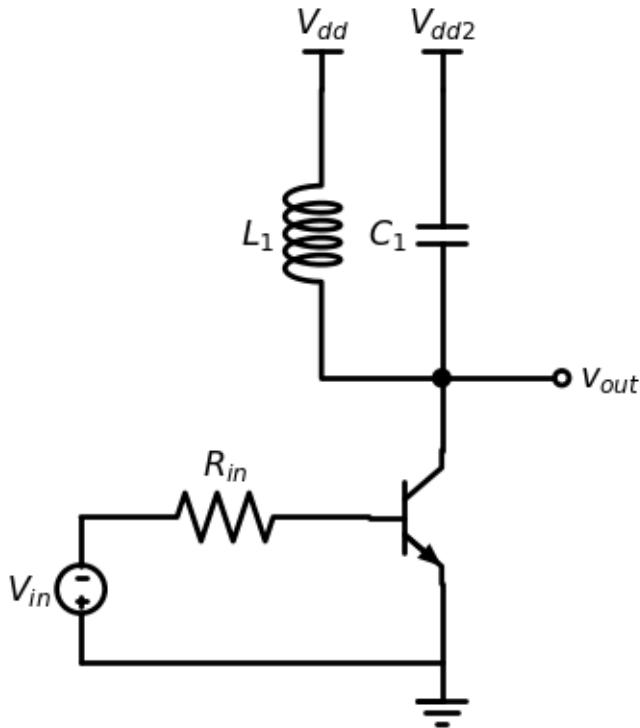


Fig. 2.26: Klasse C versterker waarbij de spoel en de condensator aan een verschillende voedingsspanning verbonden zijn.

2.3.2 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 2

Een volgende stap naar een meertraps klasse C versterker is de uitvoering van V_{dd2} op basis van een spanningsdeling vanuit V_{dd} . Dit schema kan je zien in Fig. 2.27. Hiervoor gebruiken we de 2 weerstanden R_L en R_{L2} . Een gevolg hiervan gaat zijn dat de AC-stroom die door de condensator C_1 loopt ook door de weerstanden R_L of R_{L2} gaat lopen (i.e. verdeeld proportioneel met de geleidbaarheden van R_L en R_{L2}). Hierdoor voeren we terug de belastingsweerstand in die we in de vorige stap weggelaten hebben.

2.3.3 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 3

De belastingsweerstand R_{L2} kunnen we vervangen door een (voorwaarts gebiaste) diode (D_L). Dit schema zie je in Fig. 2.28. Aangezien een voorwaarts gebiaste diode een lage aanweerstand heeft (of dus een hoge geleidbaarheid), zal de meerderheid van de stroom tijdens het voorwaarts gedeelte van de swing door de diode gaan.

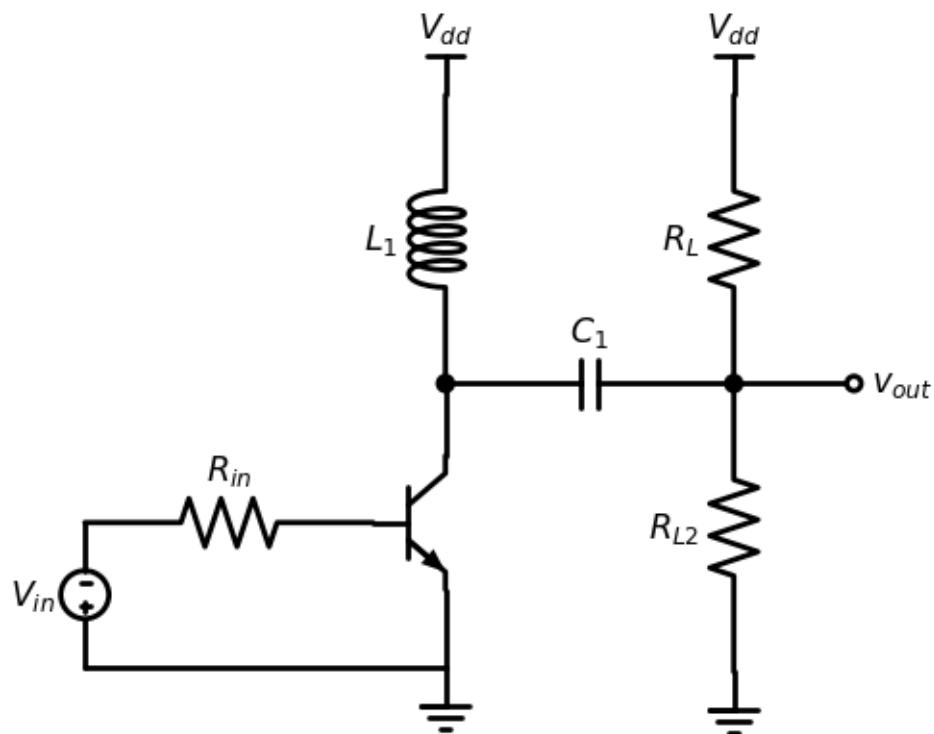


Fig. 2.27: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij V_{dd2} opgebouwd is aan de hand van een spanningsdeling.

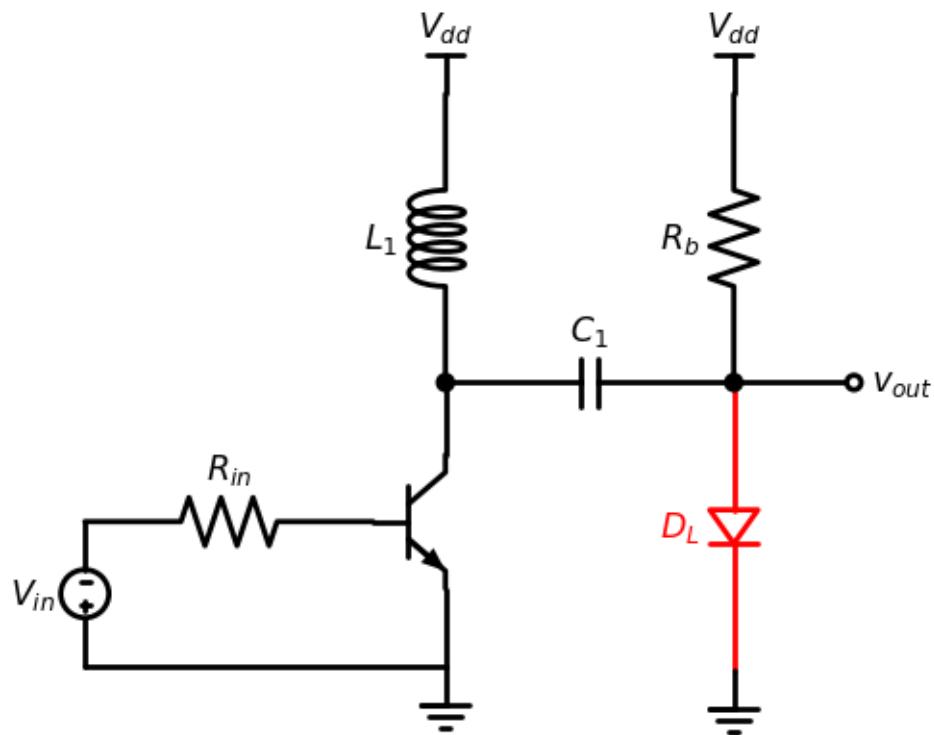


Fig. 2.28: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij een diode gebruikt wordt als actieve belasting.

2.3.4 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 4

In een volgende stap versterken we de stroom door de last diode D_L met een factor β_F van een transistor. De werking blijft hetzelfde, maar in R_L krijgen we een factor β_F meer stroom. Dit schema zie je in Fig. 2.29.

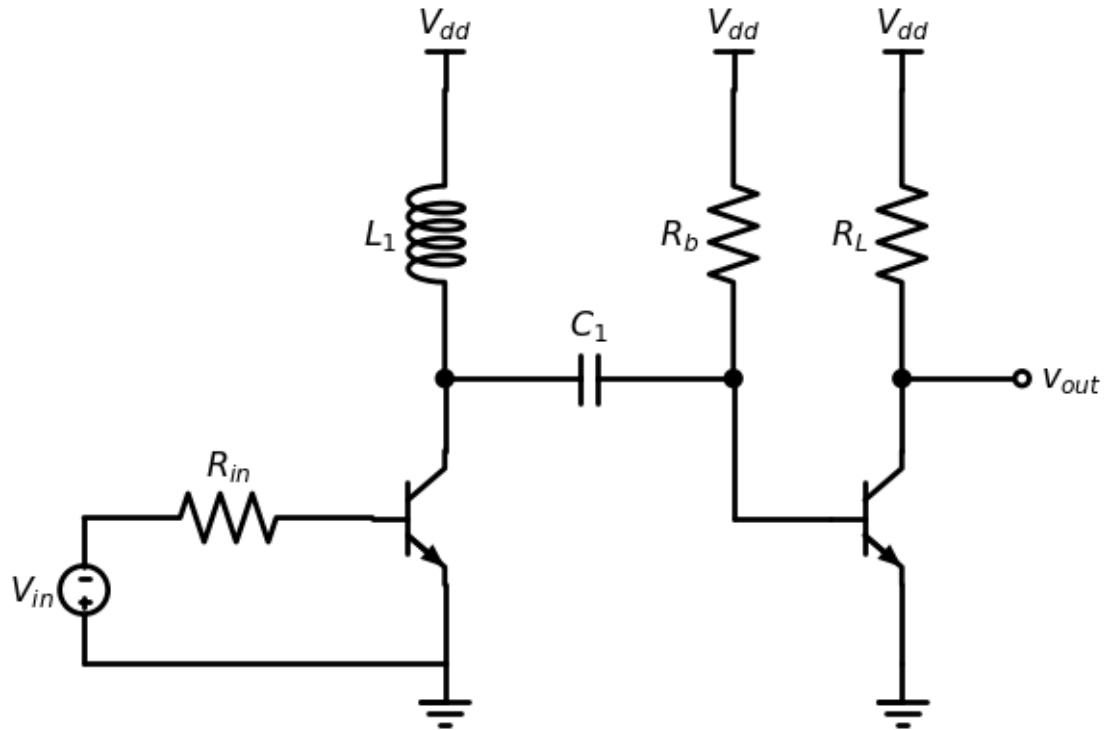


Fig. 2.29: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij de diode vervangen is door een transistor.

2.3.5 Versterker met 2 Klasse C trappen: stap 5

De belasting R_L in Fig. 2.29 kan nu terug resonant gemaakt worden door het invoeren van de 2de trilkring op basis van L_2 en C_2 . We hebben nu een 2-trap klasse C versterker met 2 resonante kringen. Dit schema zie je in in Fig. 2.30. Het spreekt vanzelf dat we hier

$$\frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_2 C_2}$$

moeten kiezen.

2.3.6 Versterker met 3 Klasse C trappen

Volgens de zelfde redenering kunnen we ook een derde klasse C versterkertrap toevoegen. Dit schema zie je in Fig. 2.31. Hier geldt:

$$\frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_2 C_2} = \frac{1}{L_3 C_3}$$

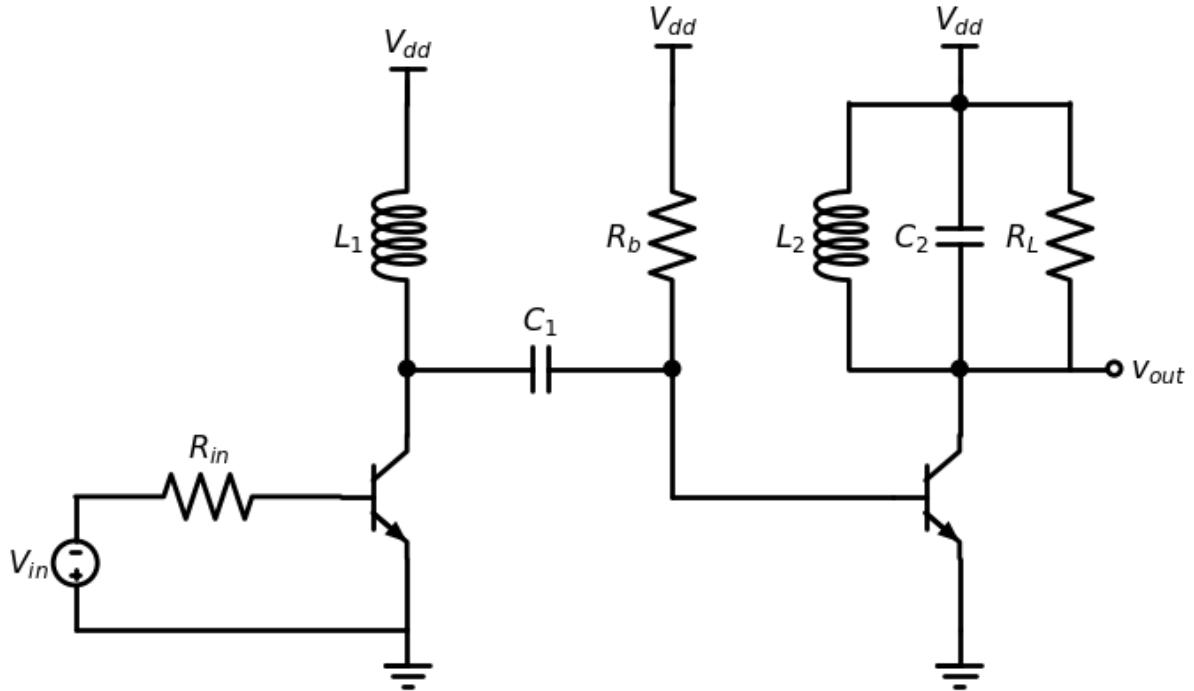


Fig. 2.30: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij de tweede transitor belast wordt door een tweede resonante kring aan dezelfde frequentie.

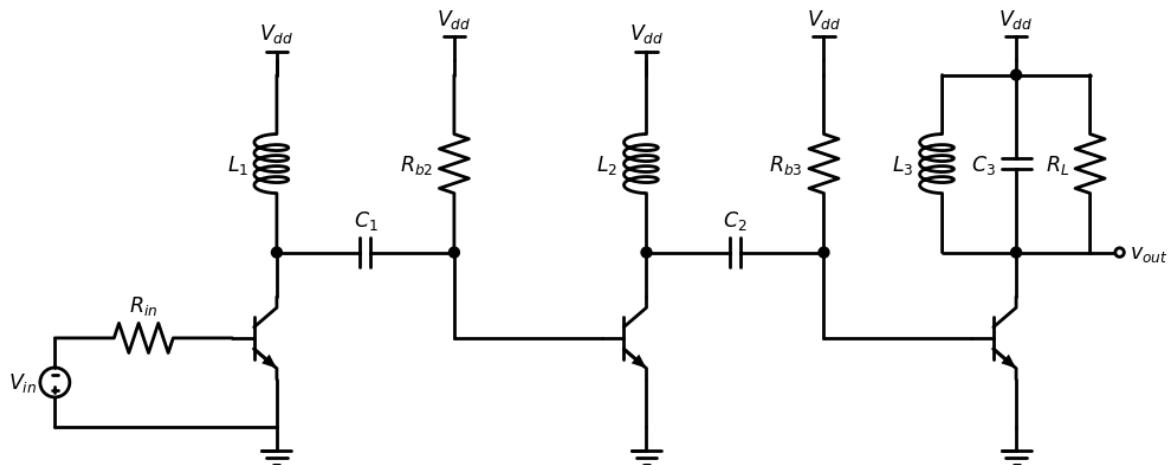


Fig. 2.31: Een andere versie van bovenstaand schema waarbij een derde trap toegevoegd werd aan de versterker.

Het circuit in Fig. 2.31 wordt ook gebruikt in de GSM transmitter ICs RFMD RF2140 en RF2174. Deze ICs werken tussen 1710 en 1785 MHz, gebruiken een voedingsspanning van 3.2V en bekomen en zendvermogen van 32.7 dBm (ongeveer 2 W) met een efficiëntie van 50.6%.

De spoelen (L_1, L_2 en L_3) en de condensator C_3 worden wel extern uitgevoerd en zitten dus niet in de IC [2].

We herkennen L_1 tussen $VCC1$ (Pin 5) en V_{dd} , L_2 tussen $VCC2$ (Pinnen 14,15, en 16) en V_{dd} en L_3 tussen $RF\ OUT$ (Pinnen 10,11 en 12) en V_{dd} .

2.4 Plaatmodulatie

Wanneer we **amplitude modulatie** willen bekomen op hoge frequentie, kunnen we dit bekomen door de amplitude aan te passen bij een vaste voedingsspanning. Dit kan door ofwel de amplitude van de stroomimpulsen (I_p) aan te passen of door de geleidingshoek (α) aan te passen.

Echter, zoals we uit de berekeningen van het rendement (η) bij niet-volleldige uitsturing en ook uit simulaties zoals bijvoorbeeld aan de hand van widgets kunnen uitgevoerd worden zoals in Fig. 2.11 kunnen afleiden, is het rendement (η) van een klasse C versterker die niet volledig uitgestuurd wordt tot een amplitude lager dan de voedingsspanning, altijd lager dan wanneer dat wel het geval is. Daarom verkiezen we steeds de klasse C versterker te gebruiken met een amplitude die overeenkomt met de voedingsspanning.

Hoe kunnen we dan die amplitude aanpassen, wel door een klasse B versterker te gebruiken om de voedingsspanning van een klasse C versterker aan te sturen. Dit concept noemen we plaatmodulatie.

Fig. 2.32 toont schematisch aan hoe zo een plaatmodulatie kan gerealiseerd worden.

In dit geval levert de voeding (V_{dd}) het DC vermogen en dus ook de DC stroom die naar de voeding van klasse C versterker gaat. De spoel L moet dan voldoende groot zijn om deze DC stroom nauwkeurig constant te houden. De klasse B versterker moet dan enkel het vermogen leveren om de veranderingen van voedingsspanningen van de klasse C te kunnen bekomen. De condensator C moet derhalve ook groot genoeg zijn om snel genoeg de AC stroom te kunnen leveren die de aanpassingen van de voeding mogelijk maakt.

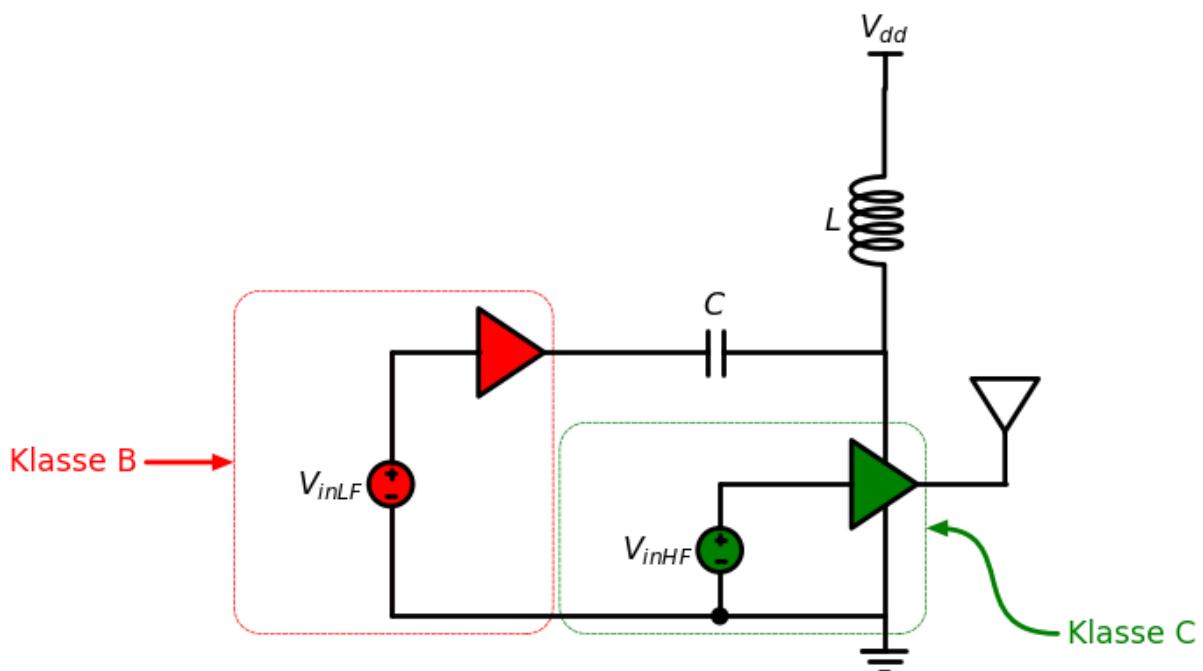


Fig. 2.32: Amplitude modulatie bekomen door een klasse B versterker te gebruiken om de voeding van de klasse C versterker aan te sturen.

HOOFDSTUK 3

Klasse F Verstekers

In dit hoofdstuk bestuderen we de klasse F versterker als een uitbreiding van de klasse C versterker. Beide versterkers zijn resonante versterkers die bestaat uit een LRC trilkring (of meerdere LC kringen) die aangestuurd wordt door een enkele transistor. Als een gevolg hiervan werkt deze versterker op een vaste frequentie of binnen een zeer beperkte bandbreedte rond deze centrale frequentie. Deze bandbreedte is typisch maximaal 1% van de resonantie frequentie. In Tabel 3.1 geven we een overzicht van deze verschillende versterkers.

Tabel 3.1: Indeling van de vermogenversterkers

	laagfrequent of breedband	hoogfrequent of resonant
1 transistor in de vermogentrap	Klasse A	Klasse C Klasse F Klasse E
2 of meer transistors in de vermogentrap	Klasse B Klasse G	Klasse D

Wanneer de gelijkaardige stroompulsen aangelegd worden op 2 parallelle LRC kringen in serie, zal dezelfde stroom door de kringen lopen, maar zullen de spanningen over beide kringen opgeteld worden.

Spice Listing 3.1: basis Klasse F circuit spice file

```
* klasse F basiscircuit
Q_Q1      2 1 0 Q2
L_L1      5 3  1uH
C_C1      5 3  10n
R_R1      5 3  60
V_V3      3 0  11V
V_V5      1 0  sin(0.7 0.8 1591500) DC=0.7
C_C3      5 2  10n
L_L3      5 2  0.111uH
.model Q2 NPN(Is=14.34f BF=200 RB=200 )
```

Wanneer we op basis van de spanningen bekomen in de bovenstaande figuur de spanningen over de trilkring van de eerste harmonische en de spanningen over de trilkring van de derde harmonische plotten, zien we dat op moment dat de eerste harmonische een minimum bereikt, de derde harmonische piekt. Dit heeft een belangrijk voordeel, namelijk de spanning over het totale circuit wordt kleiner of er kan met dezelfde spanning een veel grotere swing bekomen worden.

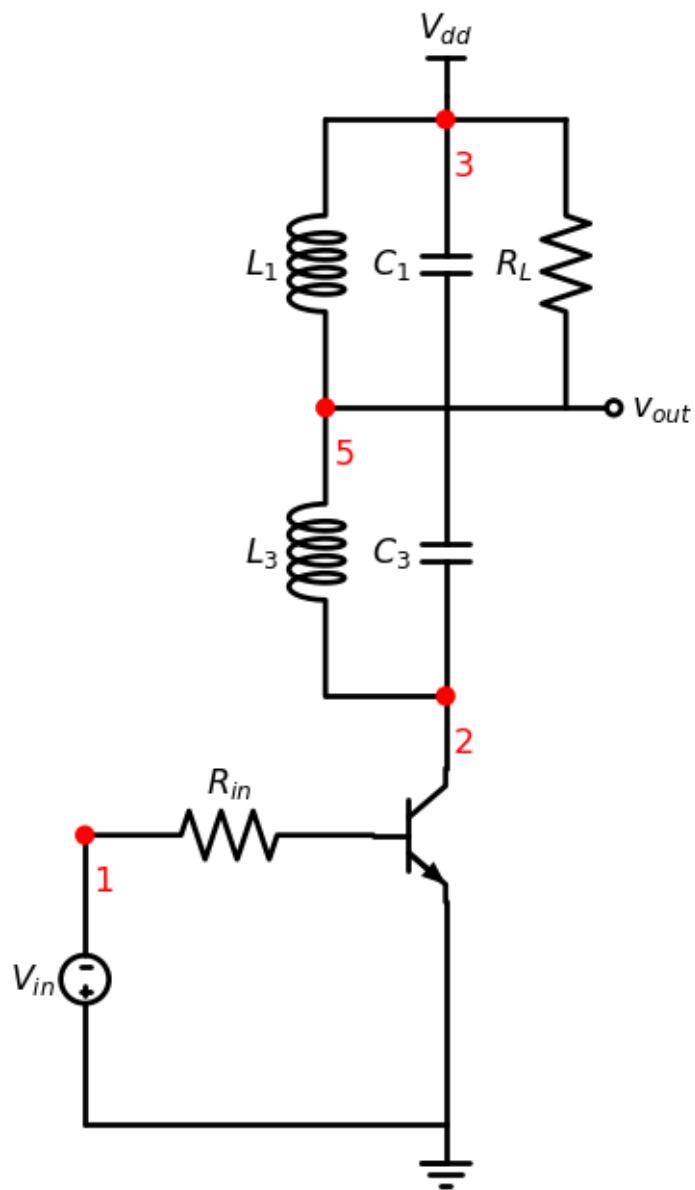


Fig. 3.1: Basisschema van de klasse F versterker.

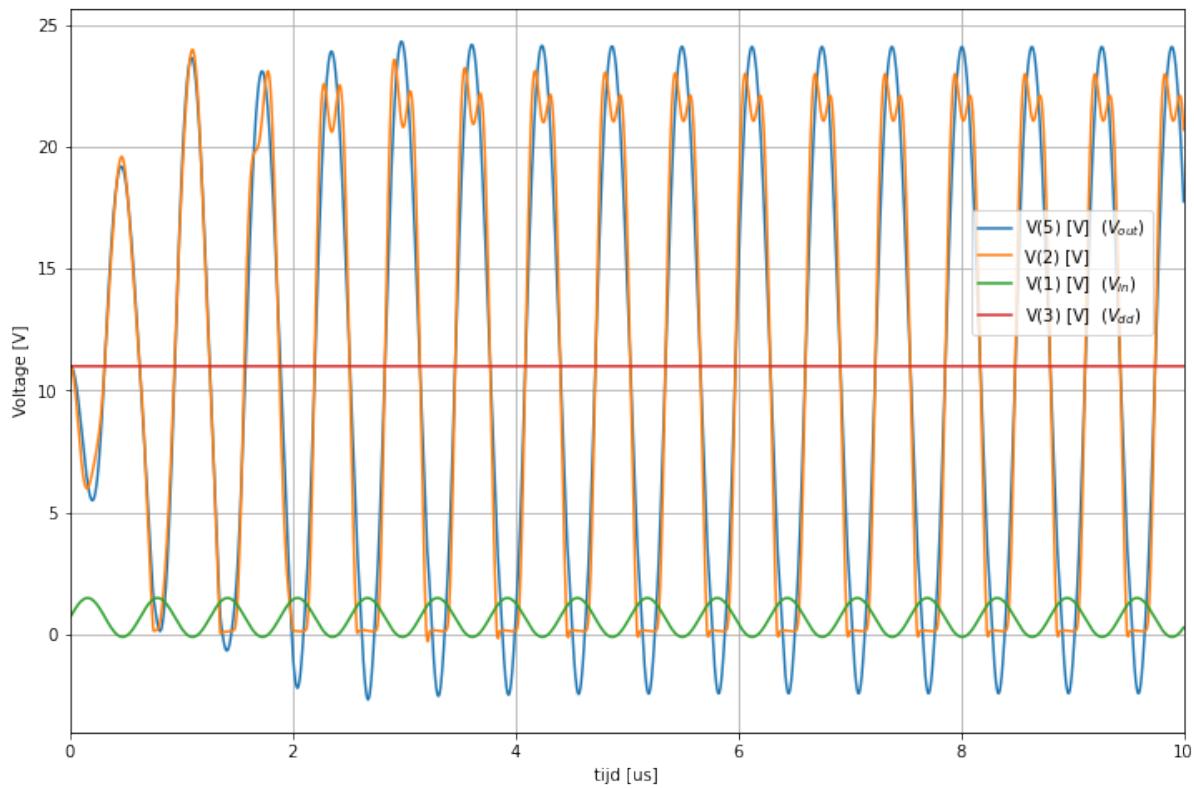


Fig. 3.2: Spanningen op de verschillende knopen van de klasse F versterker.

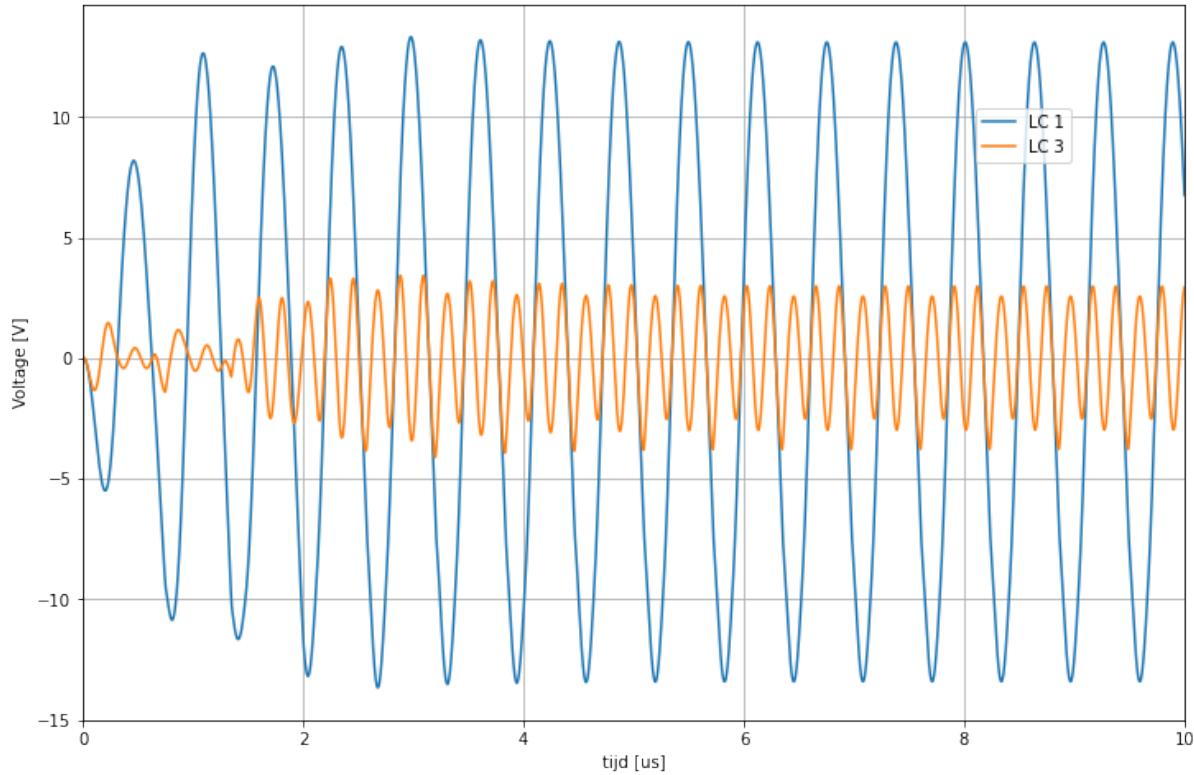


Fig. 3.3: Verloop van de spanning over de eerste (LC1) en over de derde (LC3) harmonische.

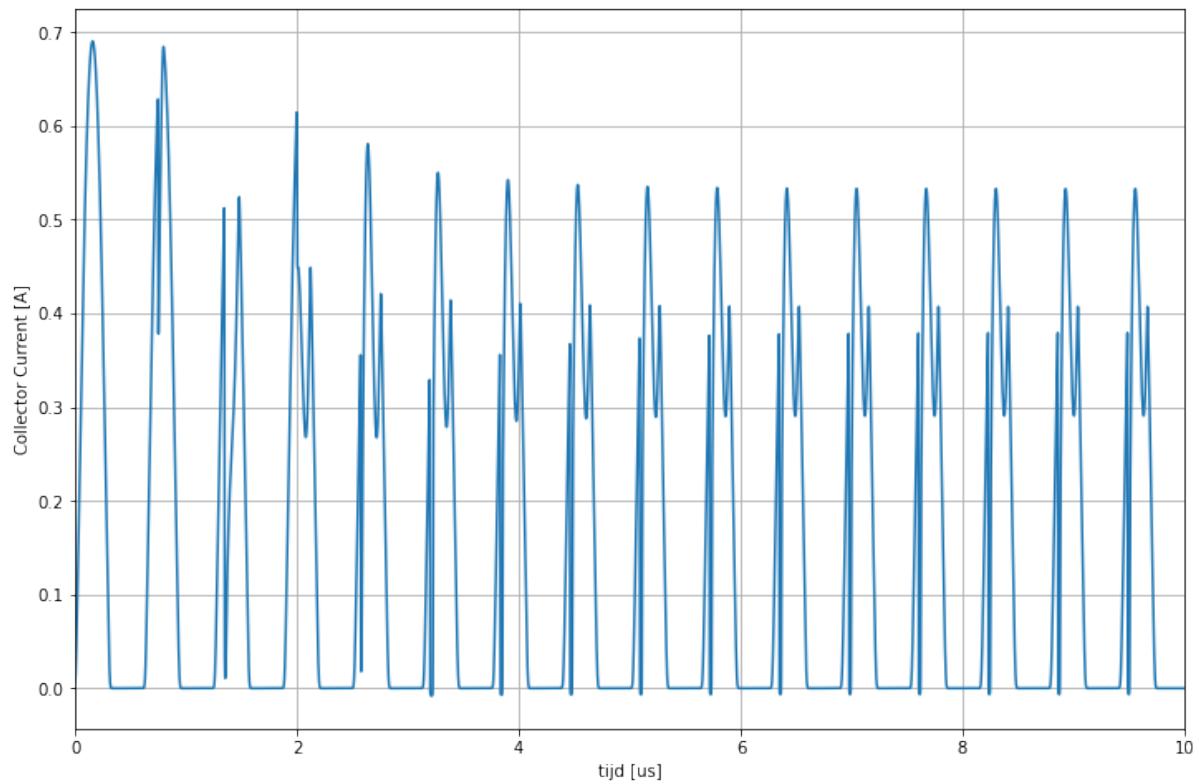


Fig. 3.4: Verloop van de collector current.

Spice Listing 3.2: Klasse F circuit waarbij de uitgang oscilleert rond de grond

```
* klasse F basiscircuit
Q_Q1      2 1 0 Q2
L_L1      5 3   1uH
C_C1      5 3   10n
R_R1      5 3   60
V_V3      3 0   11V
V_V5      1 0   sin(0.7 0.8 1591500) DC=0.7
C_C3      5 2   10n
L_L3      5 2   0.111uH
.model Q2 NPN(Is=14.34f BF=200 RB=200 )
```

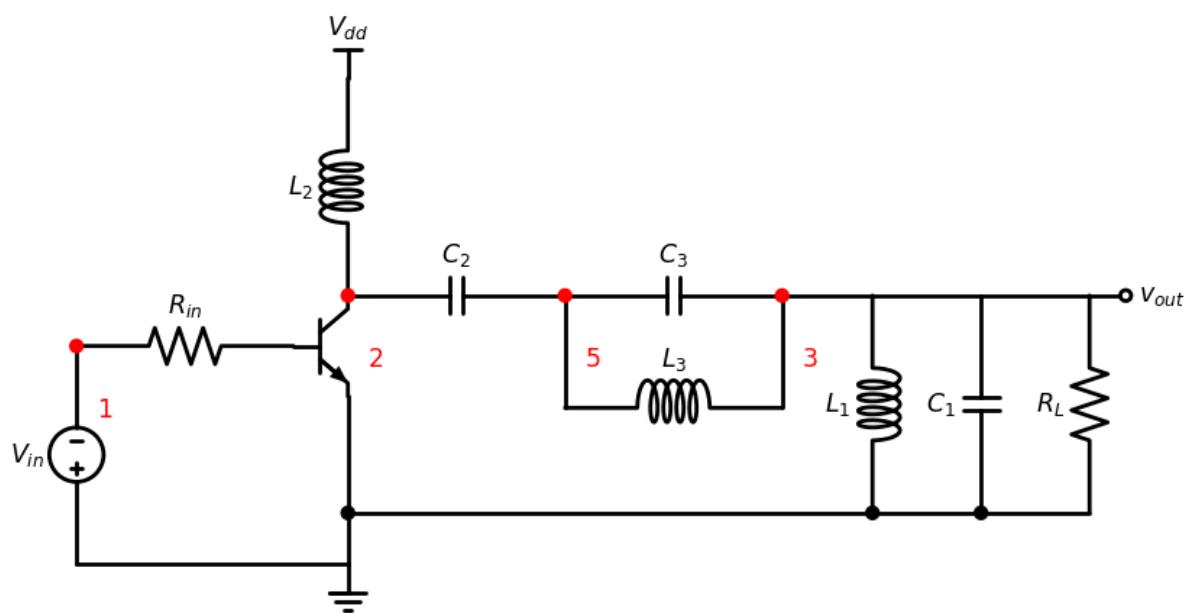


Fig. 3.5: Basisschema van de klasse F versterker waarbij de uitgang oscilleert rond de grond.

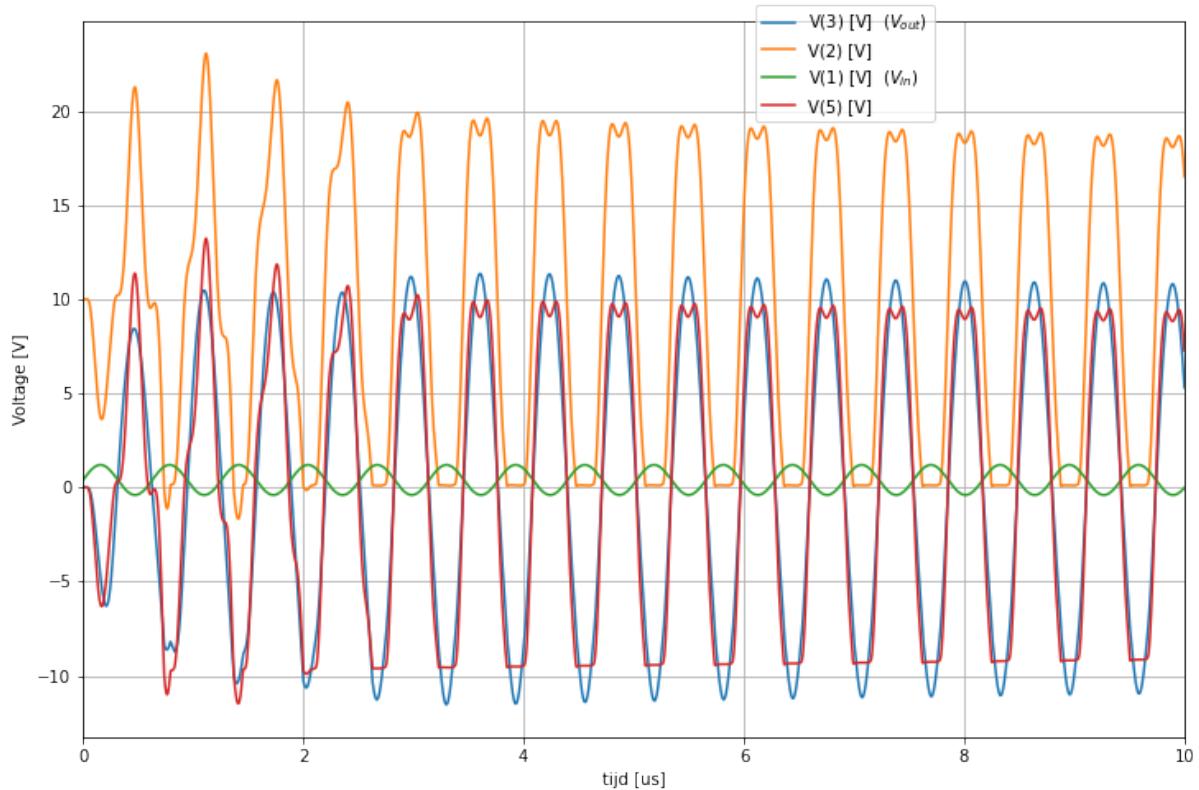


Fig. 3.6: Spice simulatie van de Klasse F waarbij de uitgang oscilleert rond de grond.

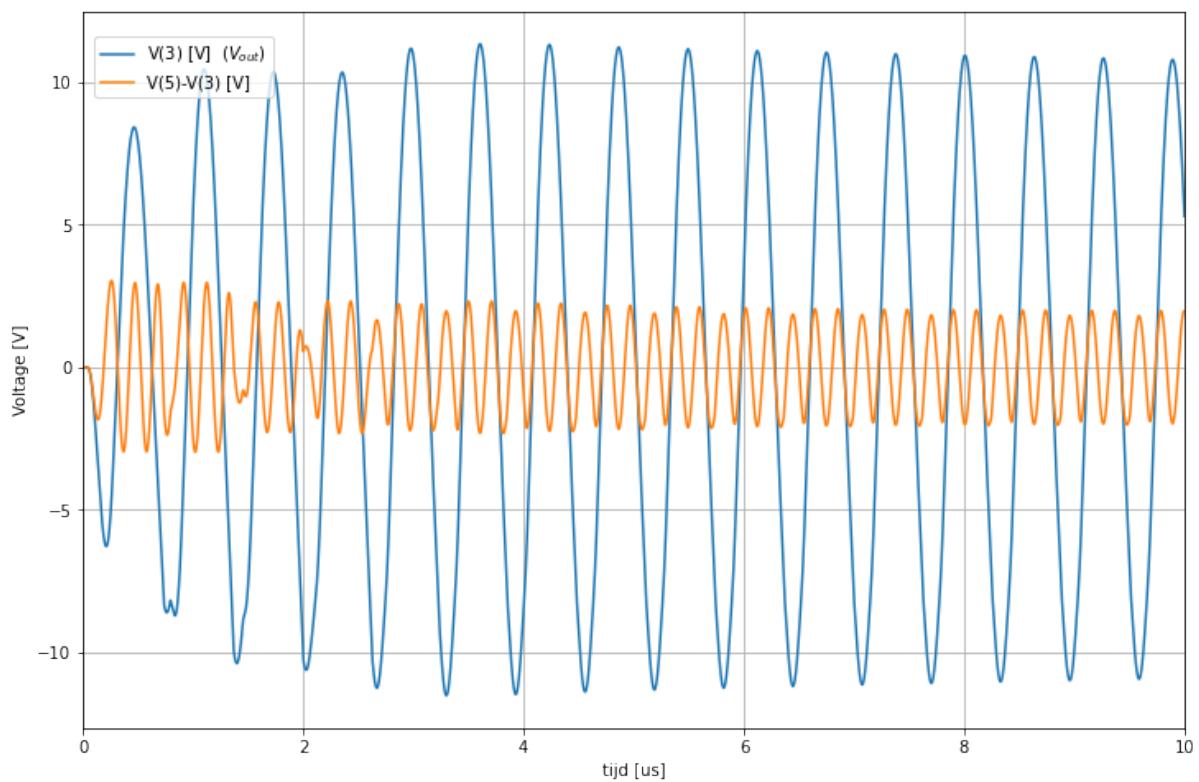


Fig. 3.7: Spice simulatie van de Klasse F waarbij de uitgang oscilleert rond de grond. Verloop van de spanning over de eerste (LC1) en over de derde (LC3) harmonische.

HOOFDSTUK 4

Klasse D resonante Versterkers

In dit hoofdstuk bespreken we de klasse D resonante hoogfrequent versterkers. Hierbij gebruiken we 2 vermogentransistors die een resonante kring aan hoge frequentie aanstuurt. Het ontwerp van de kring is dusdanig dat enkel maar de component op resonantie door de resonante kring doorgelaten wordt naar de belasting. In die optiek kunnen we ook de resonante kring beschouwen als een banddoorlaatfilter.

Het is belangrijk hierin een verschil te maken met de klasse D audio versterkers. Hierin worden beide vermogentransistors ook aan hoge frequenties geschakeld maar dient het LRC filtercircuit dat erachter hangt als een laagdoorlaatfilter, zodat de belasting enkel maar de laagfrequente component van het stuursignaal ziet.

In Tabel 4.1 situeren we de klasse D versterkers tussen de andere vermogenversterkers.

Tabel 4.1: Indeling van de vermogenversterkers

	laagfrequent of breedband	hoogfrequent of resonant
1 transistor in de vermogentrap	Klasse A	Klasse C Klasse F Klasse E
2 of meer transistors in de vermogentrap	Klasse B Klasse G	Klasse D

4.1 Basisschema met spanningssturing

Fig. 4.1 toont het basisschema van de klasse D versterker met spanningssturing. Hiervoor gebruiken we een serie-resonante kring. Deze serie-resonante kring zal de opgelegde spanningspulsen (wat ook de vorm van deze pulsen is) omzetten in een sinusoidale stroom doorheen de kring. Aangezien deze sinusoidale stroom ook door de belasting R_L loopt, zullen we over de belasting R_L ook een sinusoidale spanning krijgen. Op deze manier hebben we zowel een sinusoidale spanning over als een sinusoidale stroom door de belasting R_L .

De aansturing gebeurt aan de hand van een blokgolf en bij de klasse D versterker gebruiken we hiervoor 2 vermogentransistors, een pull-up transistor en een pull down transistor. In Fig. 4.1 is het de bedoeling dat deze transistors gewoon de blokgolf aan de ingang volgen maar wel meer stroom kunnen leveren dan de ingang normaal levert. Daarom worden de transistors hier in [gemeenschappelijke collector schakeling](#) (in het geval van bipolaire transistors) of [gemeenschappelijke drain schakeling](#) (in het geval van MOS transistors) gebruikt. Hierdoor volgt de uitgang de ingang op een vaste offset na.

In Fig. 4.1 is er gekozen voor een implementatie met bipolaire transistors. Het gebruik van de gemeenschappelijke collector schakeling wil zeggen dat we voor de pull-up transistor hier steeds een npn transistor gaan gebruiken en voor de pull-down transistor een pnp-transistor. De stroom aan de ingang zal een factor β_F lager liggen dan de stroom die naar de trilkring loopt.

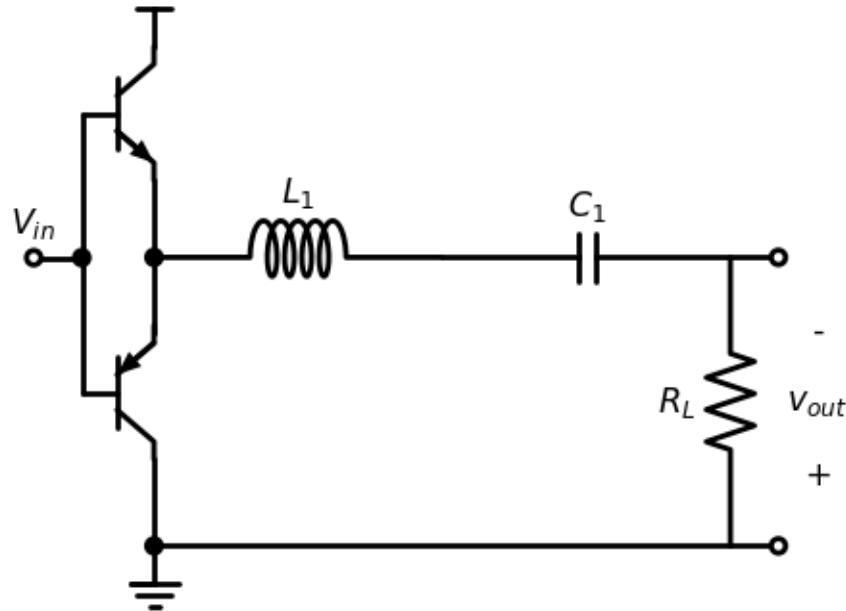


Fig. 4.1: Basisschema van de klasse D versterker.

In de literatuur vinden we ook de Klasse D versterker vaak terug met MOS transistors in de gemeenschappelijke source schakeling (GSS). Een voorbeeld hiervan zien we in Fig. 4.2. In dit geval werken de 2 vermogentransistors als een inverter.

In Fig. 4.3 hebben we de verschillende knopen van Fig. 4.1 een nummer gegeven om tot een spice-simulatie te kunnen komen.

De overeenkomende SPICE code voor dit circuit is kan je zien in Spice Listing 4.1. We werken hier met een voedingsspanning V_{dd} van 20V en we leggen ook pulsen aan van 20V aan de ingangsknoop 1. De spanning op knoop 2 zal dan typisch 0.6V tot 0.7V verschillen van de ingangsspanning.

Spice Listing 4.1: Basis Klasse D circuit

```
* Class D amp 1
Q_Q1      3 1 2 Q2
Q_Qp      0 1 2 Qp
L_L1      5 2 1uH
C_C1      5 6 10n
R_RL      6 0 6
V_Vdd    3 0 20V
R_Rin    4 1 1
V_Vin    4 0 PULSE(0 20 0 20ns 20ns 294ns 628ns) DC=0
.model Q2 NPN(Is=14.34f BF=200)
.model Qp PNP(Is=5.34f BF=100)
```

In Fig. 4.4 tonen we de spanningen die we bekomen uit de SPICE simulatie.

We merken op dat de spanning aan knoop 5 een veel grotere swing heeft dan de uitgangsspanning over R_L (i.e. knoop 6). De spanning op knoop 2 is typisch de verzadigingsspanning van Q1 lager dan de voedingsspanning (hier 20V) of de verzadigingsspanning van Qp hoger dan de grond.

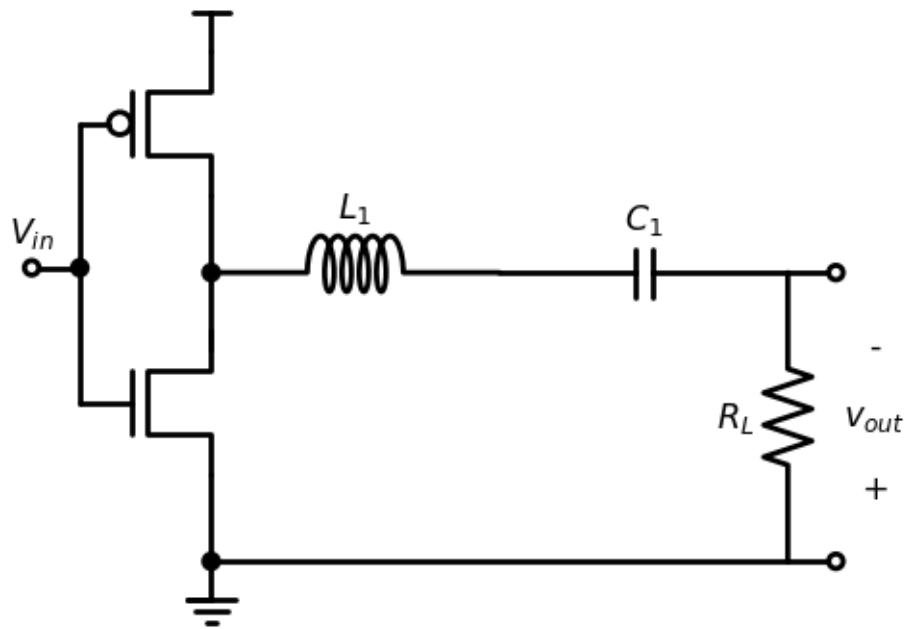


Fig. 4.2: Klasse D versterker met MOS transistors in Gemeenschappelijke Source Schakeling (GSS).

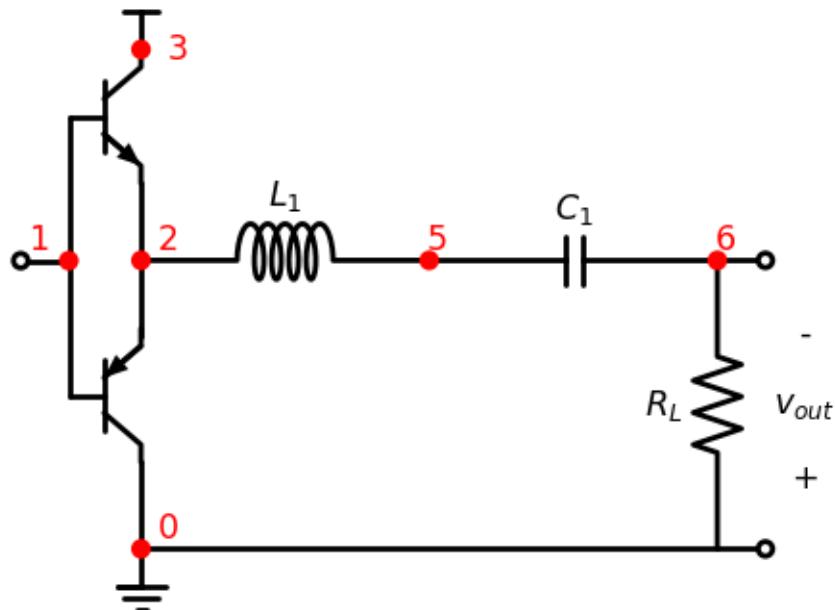


Fig. 4.3: Basisschema van de klasse D versterker, met nummering van de knopen overeenkomende met de onderstaande SPICE file.

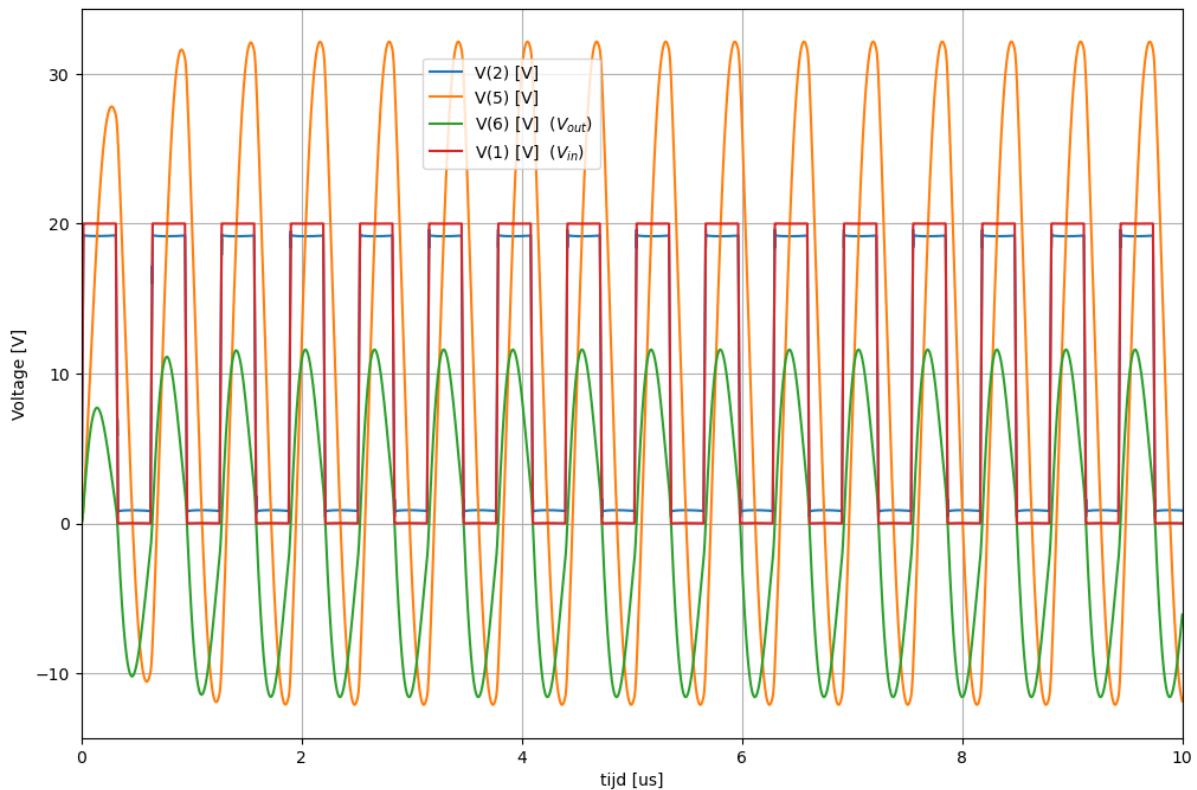


Fig. 4.4: Bekomen spanningen op de verschillende knopen in het hierboven aangegeven schema van de Klasse D versterker.

In Fig. 4.5 tonen we de stromen die we bekomen uit de SPICE simulatie. De pull-up transistor levert alle positieve stromen en de pulldown transistor levert alle negatieve stromen. Dit is hier enkel maar zo omdat de aansturing perfect op de resonantiefrequentie gedaan wordt.

4.1.1 Harmonische componenten

De spanning aan knoop 2 is de uitgang van de vermogentransistors. Deze spanning kunnen we, na een overgangsverschijnsel (in Fig. 4.4 is dit ongeveer $2\mu s$), benaderen als een blokgolf. De Fourrier reeks van deze blokgolf is:

$$V[2] = \frac{V_{dd}}{2} + \frac{2V_{dd}}{\pi} \left(\sin(\omega t) + \frac{\sin(3\omega t)}{3} + \frac{\sin(5\omega t)}{5} + \dots \right)$$

In Fig. 4.6 tonen we de verschillende componenten van de spanning op knoop 2.

In praktijk zal de amplitude van de eerste harmonische op knoop 2 (iets) lager zijn dan $\frac{2V_{dd}}{\pi}$ omdat we over de vermogentransistors een spanning verliezen. In het geval van het gebruik van de vermogentransistors in de gemeenschappelijke collector schakeling (zoals boven) verliezen we typisch de diode spanning tussen basis en emitter (hier ongeveer 0.7 V). In andere gevallen is het vaak de saturatie spanning van de bipolaire transistor of de spanning over de aan weerstand in het geval van een MOS transistor. We zien in Fig. 4.6 dat deze overeenkomt met $\frac{2(V_{dd}-1.4V)}{\pi} = 11.84V$. Dit is ook de spanningspiek die we zien op knoop 6 (V_{out}) in Fig. 4.4 wanneer de steady-state oscillatie bekomen wordt.

```
(PeriodValue(3.9650000000000475e-07 s),
 PeriodValue(1.990500000000066e-06 s),
 UnitValue(0.8640144704168158 V),
```

(Vervolgt op volgende pagina)

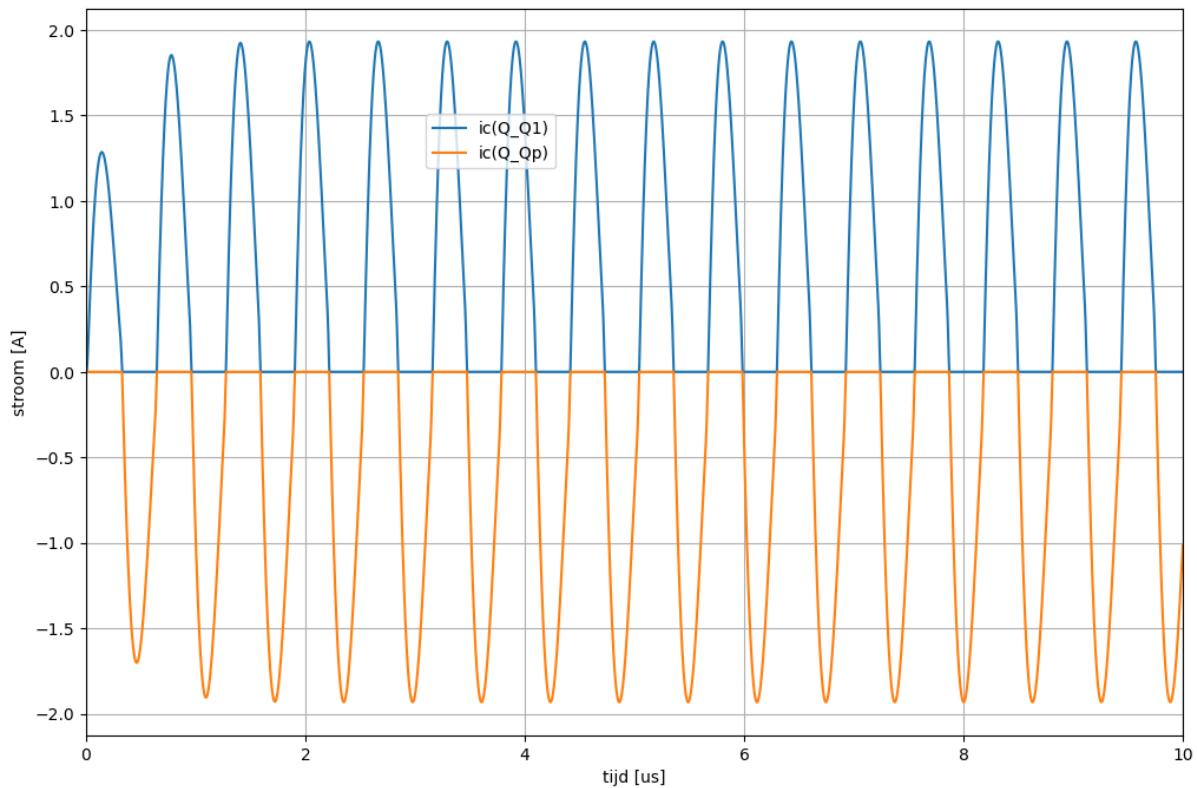


Fig. 4.5: Stromen in de NPN en de PNP transistor van het hierboven aangegeven schema van de Klasse D versterker.

(Vervolg van vorige pagina)

```
UnitValue(19.158670636509783 V),
UnitValue(18.294656166092967 V))
```

4.1.2 Impedantie van de trilkring

De impedantie van de serie trilkring is:

$$Z(\omega) = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + R_L$$

Elk van de harmonische componenten $V(\omega)$ uit Fig. 4.6 levert dus een $I(\omega)$ die overeenkomt met

$$I(\omega) = \frac{V(\omega)}{Z(\omega)}$$

of meer in detail uitgewerkt:

$$I(\omega) = \frac{V(\omega)}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + R_L}$$

Bij de resonantiefrequentie $\omega_c = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1}}$ wordt

$$j\omega L_1 = -\frac{1}{j\omega C_1}$$

waardoor $Z(\omega_c) = R_L$ en we dus een hoge stroom harmonische $I(\omega_c) = \frac{V(\omega_c)}{R_L}$ krijgen. Bij alle andere frequenties wordt de stroom $I(\omega)$ veel kleiner. Fig. 4.7 toont de amplitude van de stroom bij de verschillende harmonische frequenties. We herkennen de stroomamplitude van bijna 2A die we ook in de simulatie van Fig. 4.5 terugvinden.

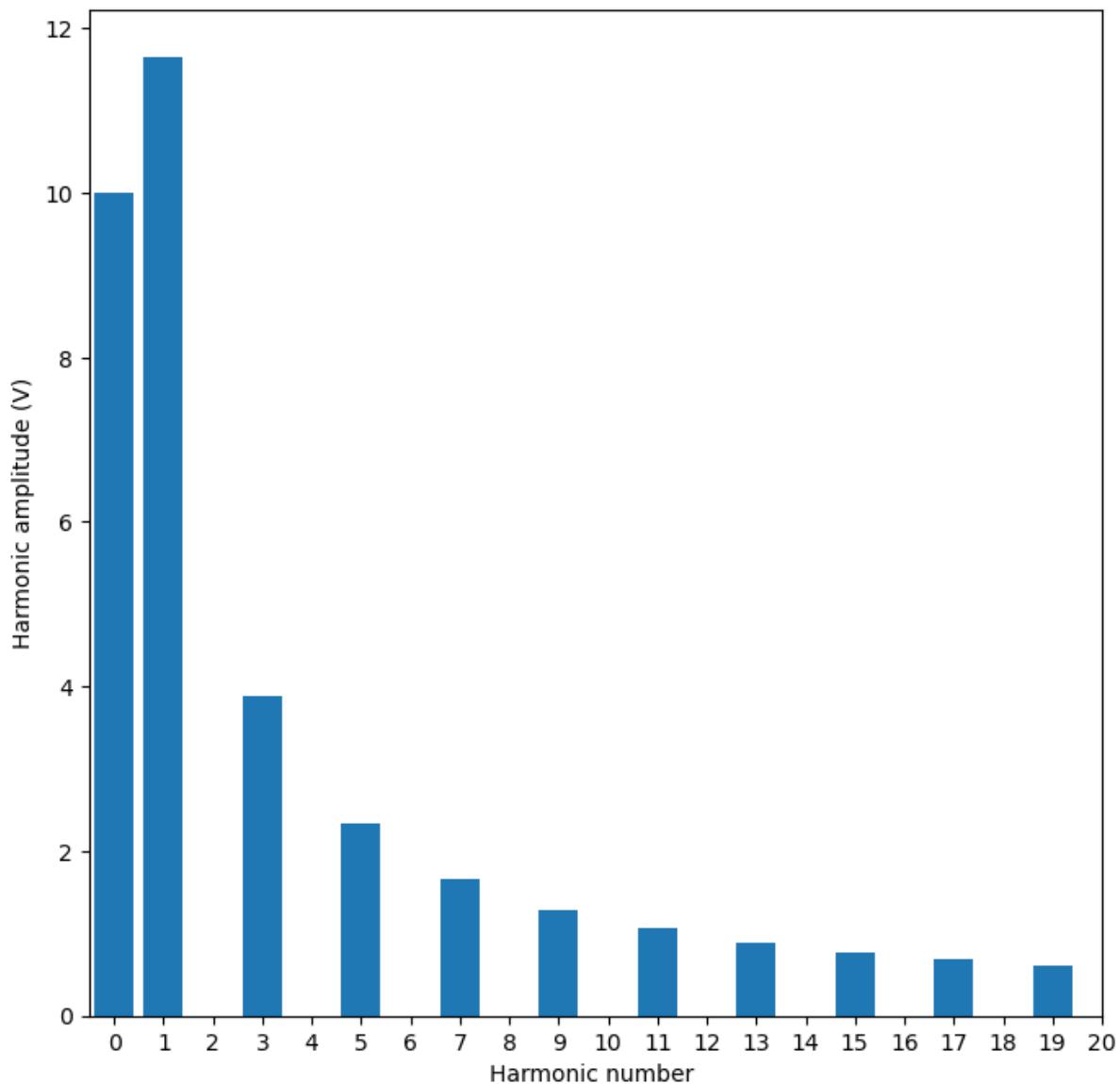


Fig. 4.6: Harmonische componenten in de spanning van knoop 2 van de Klasse D versterker.

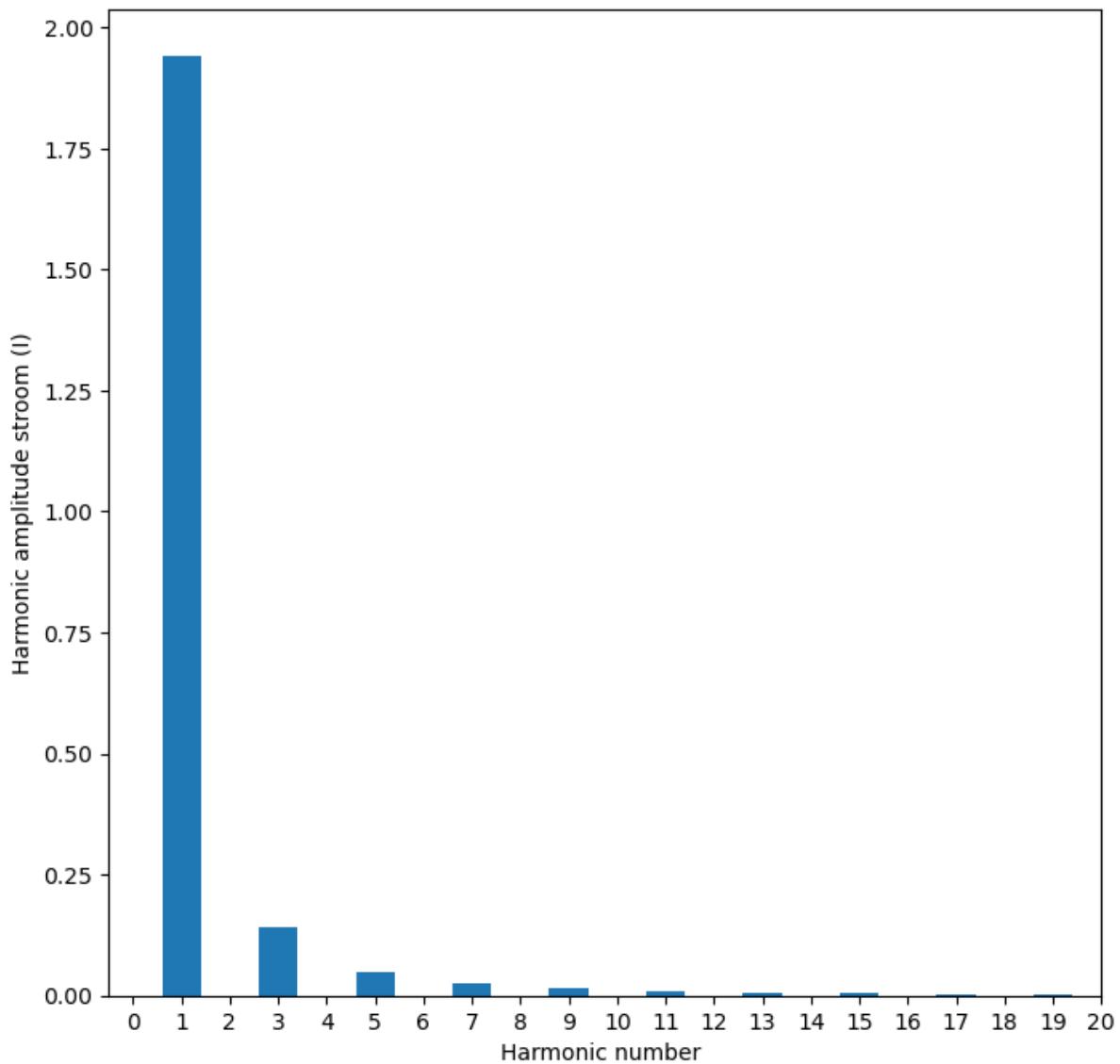


Fig. 4.7: Harmonische componenten van de uitgangsstroom van de Klasse D versterker.

Aangezien de stroomamplitudes in Fig. 4.7 stel heel klein worden voor de hogere harmonischen plotten we ditzelfde nogmaals op een log-schaal (zie Fig. 4.8).

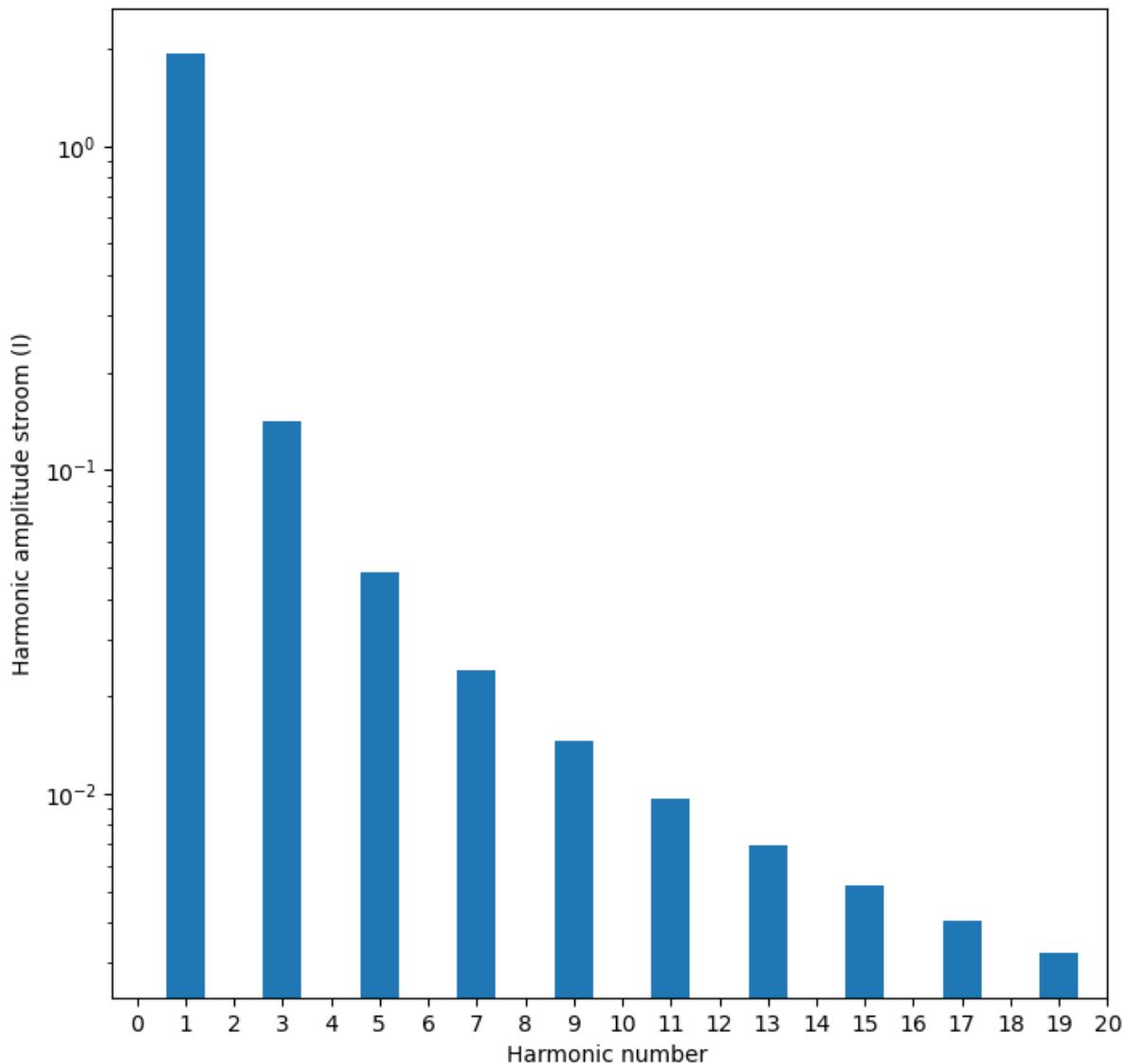


Fig. 4.8: Harmonische componenten van de uitgangsstroom van de Klasse D versterker.

4.1.3 Simulatie met aansturing off-resonantie

Wanneer het mogelijk is dat de aansturing van de klasse D versterker niet helemaal exact gelijk met de resonantie frequentie gebeurt, moeten we het schema van Fig. 4.1 uitbreiden met diodes om een omgekeerde stroom door de transistors mogelijk te maken. Het nieuwe schema zien we in Fig. 4.9 .

Spice Listing 4.2: Basis Klasse D circuit met diodes

```
* Class D amp 1
Q_Q1      3 1 2 Q2
```

(Vervolgt op volgende pagina)

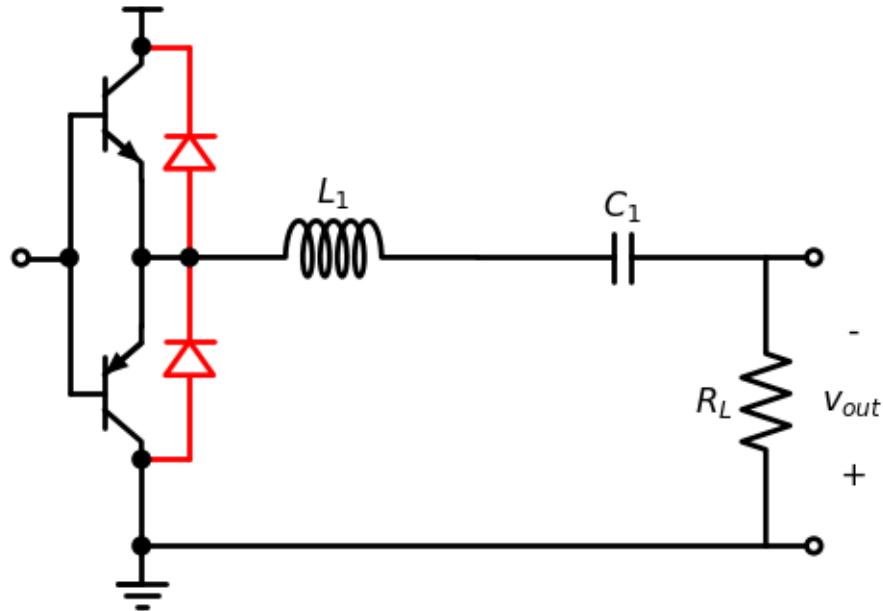


Fig. 4.9: Basisschema van de klasse D versterker met beschermdiodes.

(Vervolg van vorige pagina)

```

Q_Qp      0 1 2 Qp
D_D1      2 3 DD
D_D2      0 2 DD
L_L1      5 2 1uH
C_C1      5 6 10n
R_RL      6 0 6
V_Vdd     3 0 20V
R_Rin     4 1 1
V_Vin     4 0 PULSE(0 20 0 20ns 20ns 280ns 600ns) DC=0
.model Q2 NPN (Is=14.34f BF=200)
.model Qp PNP (Is=5.34f BF=100)
.model DD  D ( IS=2p RS=0.000005 CJO=5e-12 )

```

In Fig. 4.10 tonen we de spanningen die we bekomen uit de SPICE simulatie.

We stellen vast in Fig. 4.11 dat de spanning op knoop 2 buiten de voedingsspanning komt te liggen als een van de diodes geleidt en binnen de voedingsspanning ligt als een van de transistors geleidt.

In Fig. 4.12 tonen we de stromen die we bekomen uit de SPICE simulatie.

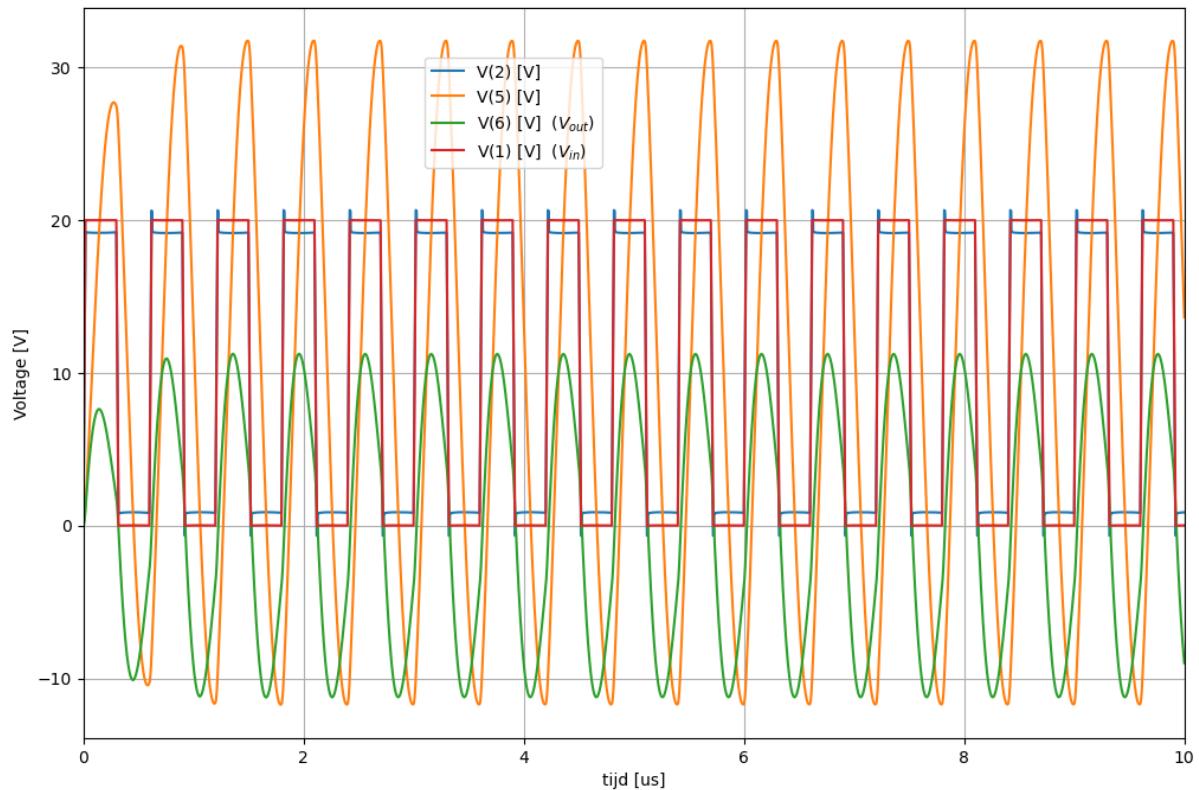


Fig. 4.10: Bekomen spanningen in de Klasse D versterker met diodes.

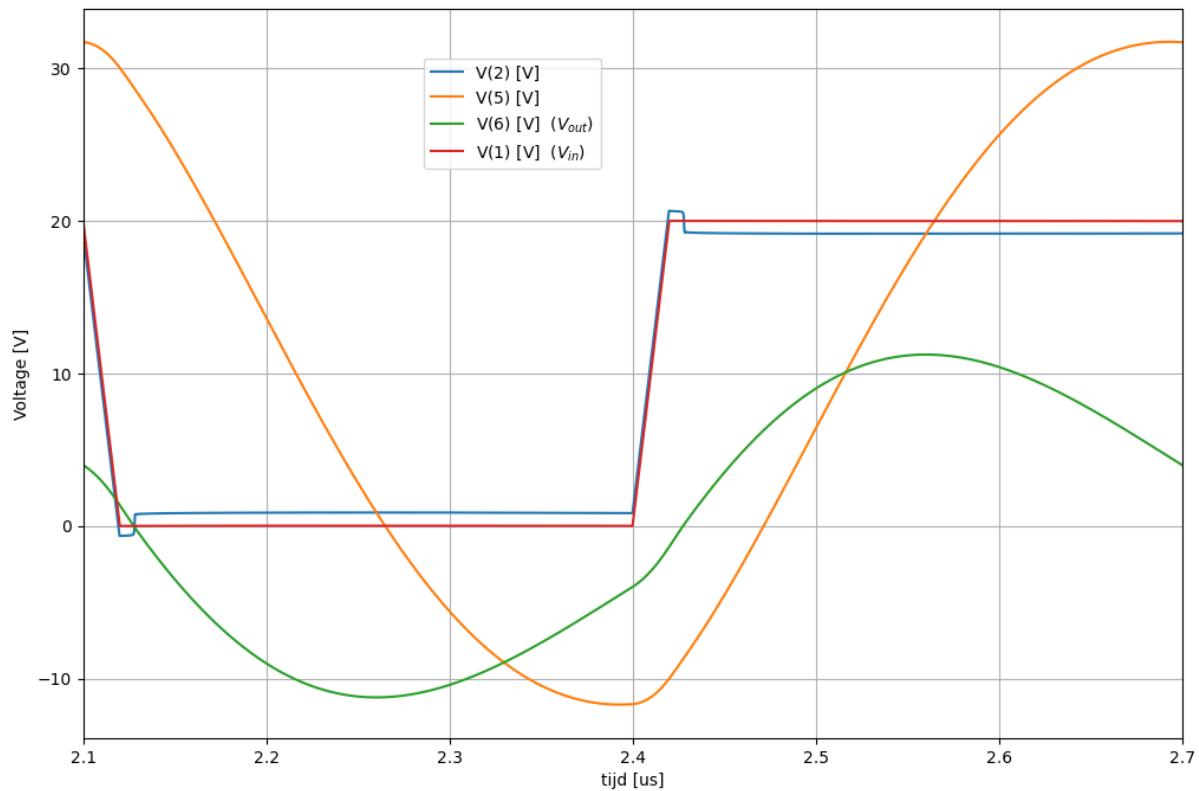


Fig. 4.11: Detail van de spanningen gedurende 1 periode van de Klasse D versterker.

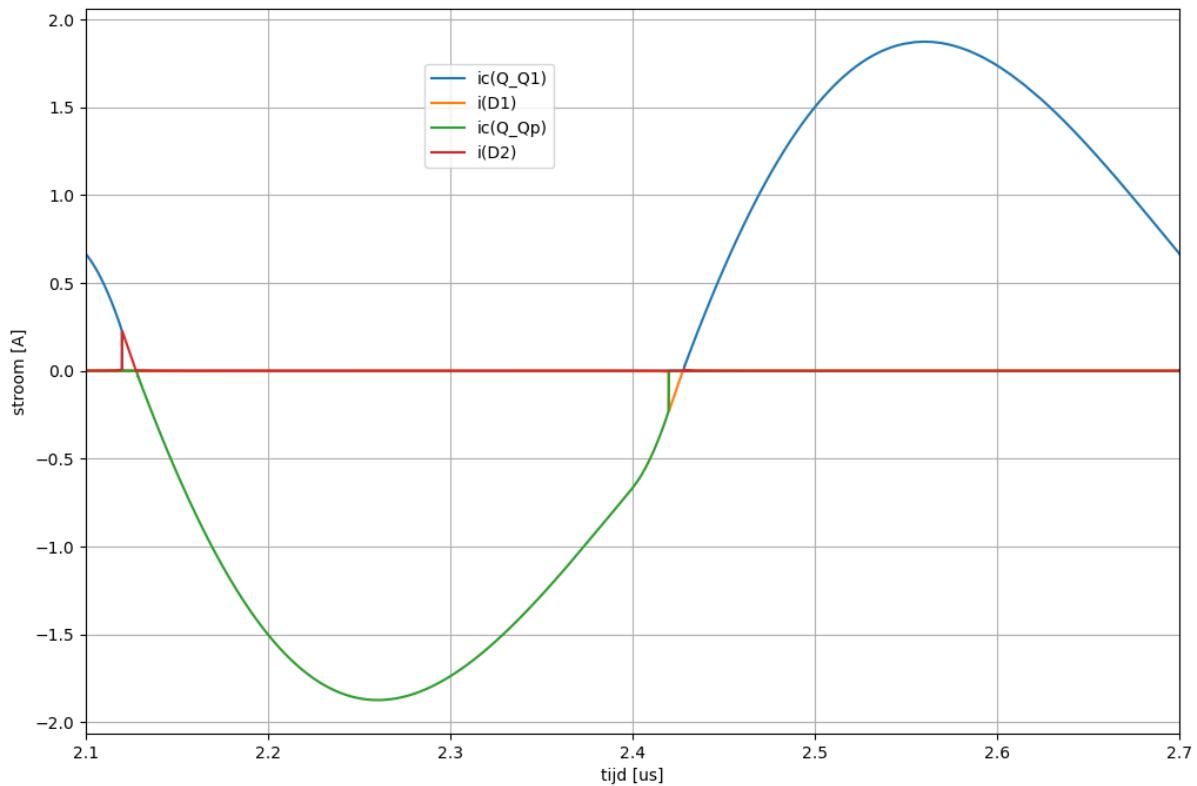


Fig. 4.12: Stromen in de NPN en de PNP transistor van het hierboven aangegeven schema van de Klasse D versterker.

4.2 Aansturing van de seriekring aan de hand van 2 NPN transistors

Aangezien de stroomversterking β_F van NPN transistors typisch groter is dan deze van PNP transistors, is het vaak interessant om een schema uit te werken waarin er enkel NPN transistors gebruikt worden. Fig. 4.13 toont hiervan de meest eenvoudige implementatie.

4.2.1 Aanpassing voor de aansturing off-resonantie

Het schema in Fig. 4.13 kan ook verder aangepast worden om aansturing toe te laten op frequenties die een klein beetje verschillen van de resonantiefrequentie. Hiervoor is het nodig dat we diodes toevoegen die stroom toelaten die in de omgekeerde richting loopt dan deze van de vermogentransistors. Fig. 4.14 toont het aangepaste schema.

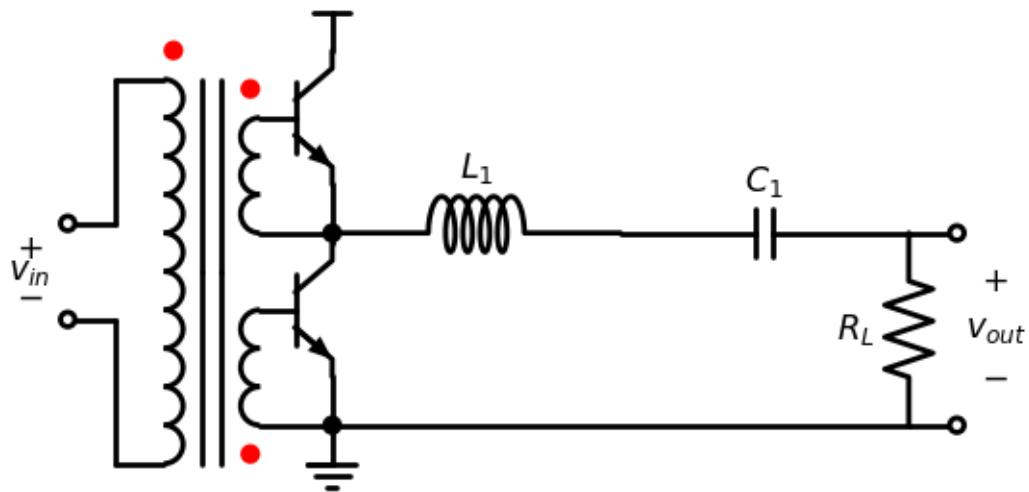


Fig. 4.13: Schema van de klasse D versterker met enkel NPN transistors.

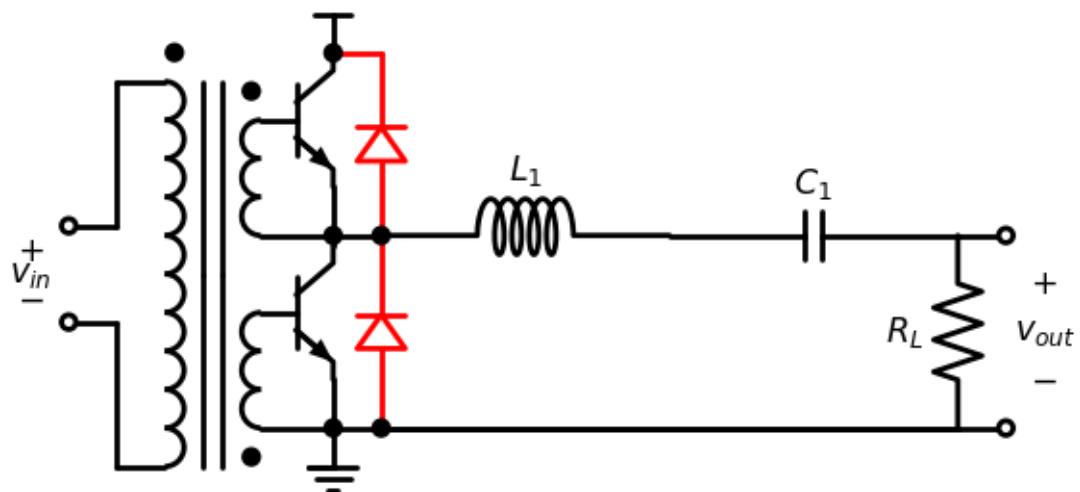


Fig. 4.14: Schema van de klasse D versterker met enkel NPN transistors.

4.3 Aansturing met transformator aan de kant van de belasting

Het schema in Fig. 4.13 heeft de transformator aan de kant van de bron. Doordat de NPN transistors moeten aangestuurd worden door een verschil tussen basis en emitter is het hiervoor nodig dat een verschil tussen 2 spanning moet aangelegd worden aan deze transistor, en er dus moet gebruik gemaakt worden van beide klemmen van de secundaire wikkelingen van de transformator.

We kunnen, als alternatief hiervoor, ook de transformator plaatsen aan de kant van de belasting. Fig. 4.15 toont hiervan de meest eenvoudige implementatie. De ingangsspanningen (V_{in+} en V_{in-}) kunnen hiervoor dan rechtstreeks komen van de aanstuurlogica en kunnen eventueel werken op een heel andere (eventueel lagere) spanning.

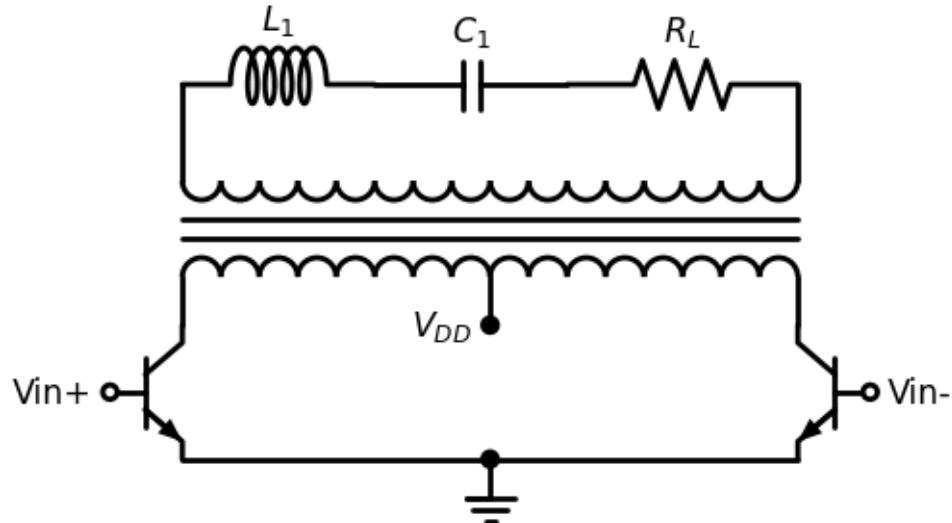


Fig. 4.15: Schema van de klasse D versterker met spanningssturing.

4.3.1 Keuze van de wikkelperhouding

Een bijkomend belangrijk voordeel van Fig. 4.15 is dat de wikkelperhouding van de transformator kan aangepast worden aan het gewenste vermogen (P_{ac}) en de beschikbare voedingsspanning.

$$P_{ac} = \frac{V_{ac}^2}{2R_L}$$

En in het schema van Fig. 4.1 wordt de V_{dd} vastgelegd uit de vergelijking:

$$V_{ac} = \frac{2V_{dd}}{\pi}$$

Als een gevolg hiervan wordt de voedingsspanning V_{dd} bepaald door het gewenste vermogen in Fig. 4.1. Echter in Fig. 4.16 kunnen we de wikkelperhouding tussen de primaire en de secundaire wikkeling $n_p:n_s$ aanpassen om overeen te komen met een vooraf gegeven voedingsspanning.

Opdracht 2 (Keuze van de wikkelperhouding)

De implementatie van Spice Listing 4.1 heeft een voedingsspanning V_{dd} van 20V nodig om een vermogen van 11.3 W te bekomen. We willen hetzelfde vermogen bekomen gebruikmakende van Fig. 4.16 en een voedingsspanning van $V_{dd}=6V$. De frequentie en alle elementen van de trilkring blijven hetzelfde. Wat moet de wikkelperhouding zijn?

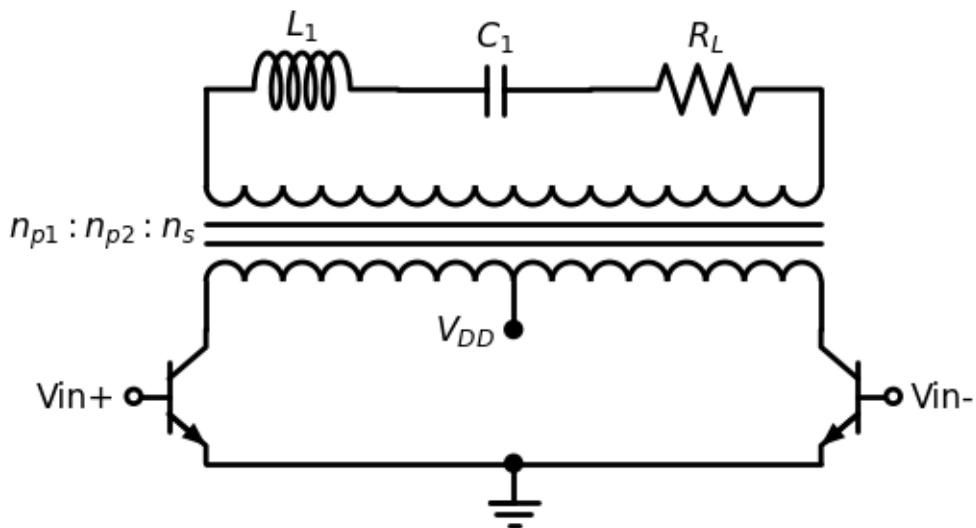


Fig. 4.16: Schema van de klasse D versterker met spanningssturing, met aanduiding van de wikkeldeling tussen beide primaire wikkelingen (n_{pi}) en de secundaire wikkeling (n_s)

4.3.2 Aanpassing voor de aansturing off-resonantie

Het schema in Fig. 4.15 kan ook verder aangepast worden om aansturing toe te laten op frequenties die een klein beetje verschillen van de resonantiefrequentie. Hiervoor is het nodig dat we diodes toevoegen die stroom toelaten die in de omgekeerde richting loopt dan deze van de vermogentransistors. Fig. 4.17 toont het aangepaste schema.

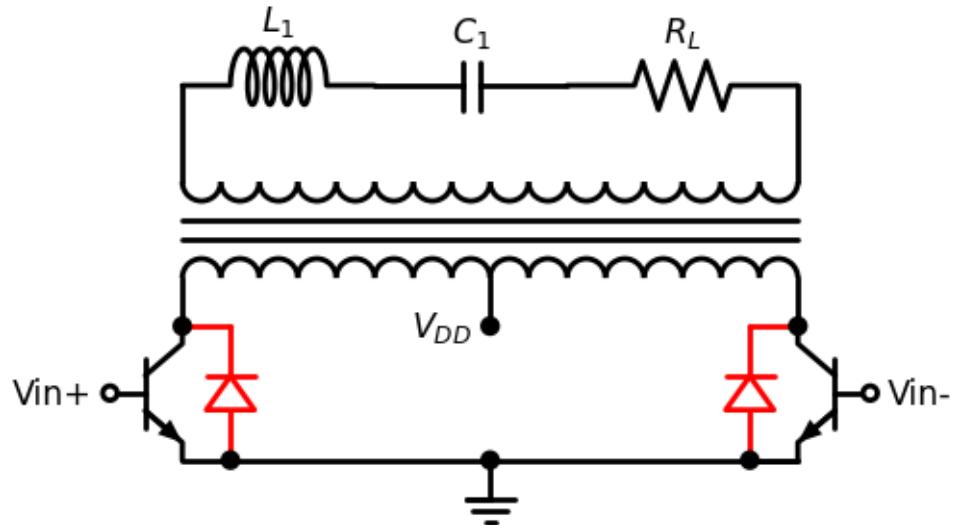


Fig. 4.17: Schema van de klasse D versterker met spanningssturing en beveiligingsdiodes.

4.4 Klasse D met stroomsturing

Alle bovenstaande implementaties toonden een klasse D versterker met spanningssturing. Een Klasse D versterker kan echter ook met stroomsturing worden uitgevoerd. Fig. 4.18 toont hiervan de meest eenvoudige implementatie. Het is hierbij belangrijk dat er pulsen met een constante stroom naar de parallelkring gestuurd worden. Daarom is er in Fig. 4.18 een grote spoel toegevoegd (L_{DC}). De grote waarde van deze spoel zal ervoor zorgen dat de stroom constant is. De richting van deze stroom door de primaire van de transformator (en dus ook richting van de magnetisatie van de transformator) wordt aangepast door afwisselend V_{in+} en V_{in-} aan te sturen.

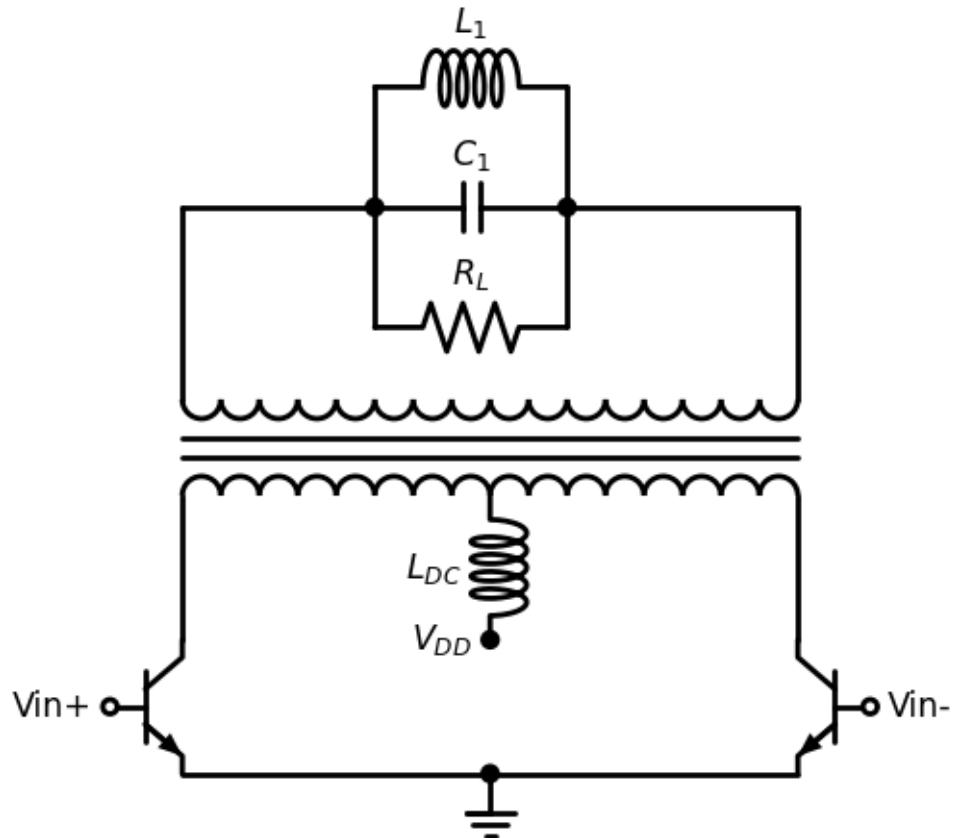


Fig. 4.18: Schema van de klasse D versterker met stroomsturing.

4.4.1 Aanpassing voor de aansturing off-resonantie

Het schema in Fig. 4.18 kan ook verder aangepast worden om aansturing toe te laten op frequenties die een klein beetje verschillen van de resonantiefrequentie. Hiervoor is het nodig dat we diodes toevoegen die stroom toelaten die in de omgekeerde richting loopt dan deze van de vermogentransistors. Fig. 4.19 toont het aangepaste schema.

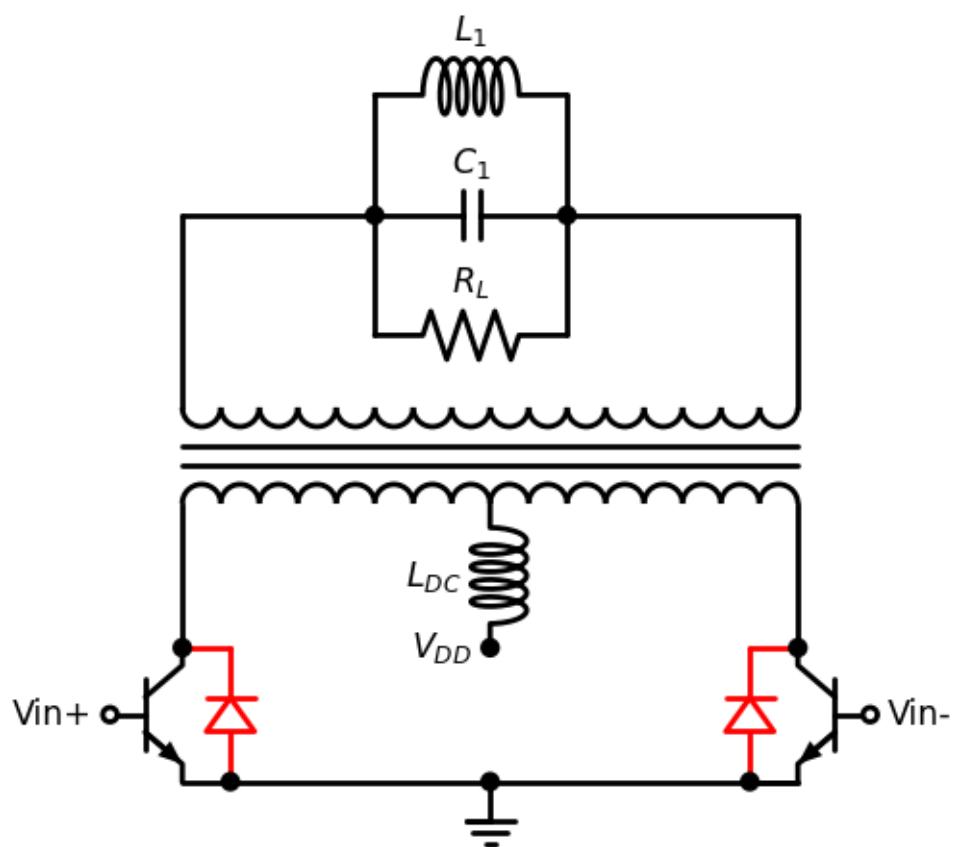


Fig. 4.19: Schema van de klasse D versterker met stroomsturing en beveiligingsdiodes.

HOOFDSTUK 5

Klasse E Versterkers

In de vorige hoofdstukken hebben we de C en F versterkers besproken. Dit zijn hoogfrequent versterkers met 1 vermogen transistor in de vermogentrap.

In dit hoofdstuk bestuderen we de klasse E versterker. Ook Klasse E versterkers zijn resonante versterkers die bestaan uit een LRC trilkring (of meerdere LC kringen) die aangestuurd wordt door een enkele transistor. Als een gevolg hiervan werkt deze versterker op een vaste frequentie of binnen een zeer beperkte bandbreedte rond deze centrale frequentie. Deze bandbreedte is typisch maximaal 1% van de resonantie frequentie. In [Tabel 5.1](#) geven we een overzicht van deze verschillende versterkers.

Tabel 5.1: Indeling van de vermogenversterkers

	laagfrequent of breedband	hoogfrequent of resonant
1 transistor in de vermogentrap	Klasse A	Klasse C Klasse F Klasse E
2 of meer transistors in de vermogentrap	Klasse B Klasse G	Klasse D

5.1 Werking van de Klasse E versterker (verklaring van de werking stap voor stap)

De klasse E versterkers zijn initieel uitgewerkt door Sokal and Sokal [3], [4] ,[5]

5.1.1 Serie resonante kring

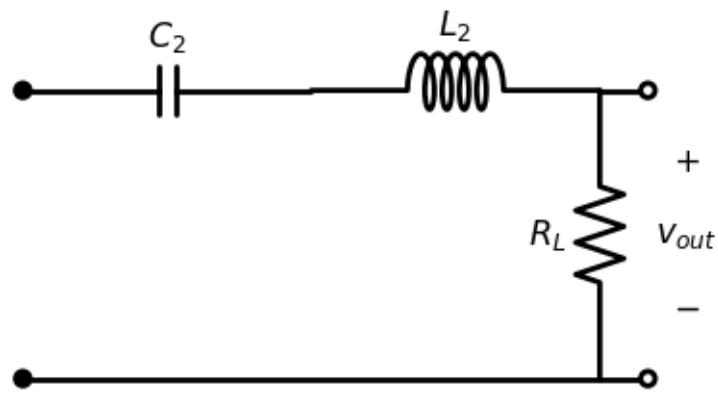


Fig. 5.1: Resonante seriekring van de klasse E versterker.

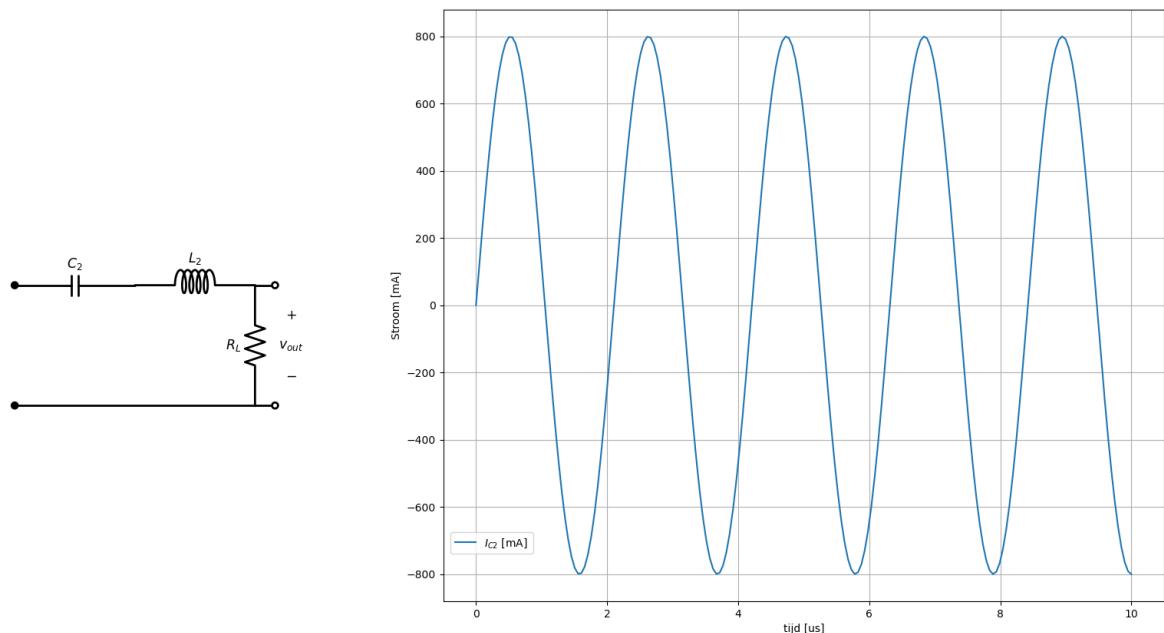
Stroom in de serie resonante kring (1)

Fig. 5.2: Stroomverloop in de resonante seriekring van de klasse E versterker.

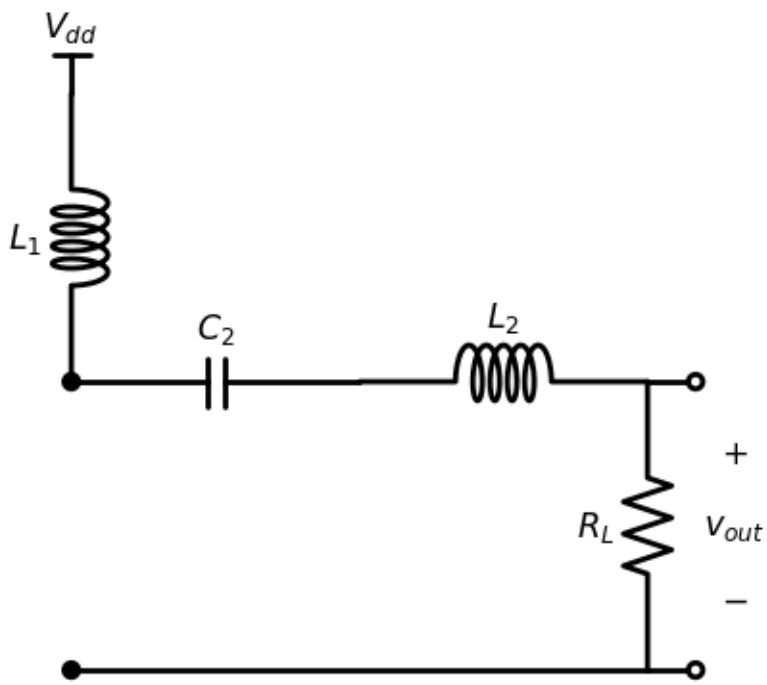


Fig. 5.3: Voeding van de resonante seriekring met een DC stroom aan de hand van het spoel L₁ van de klasse E versterker.

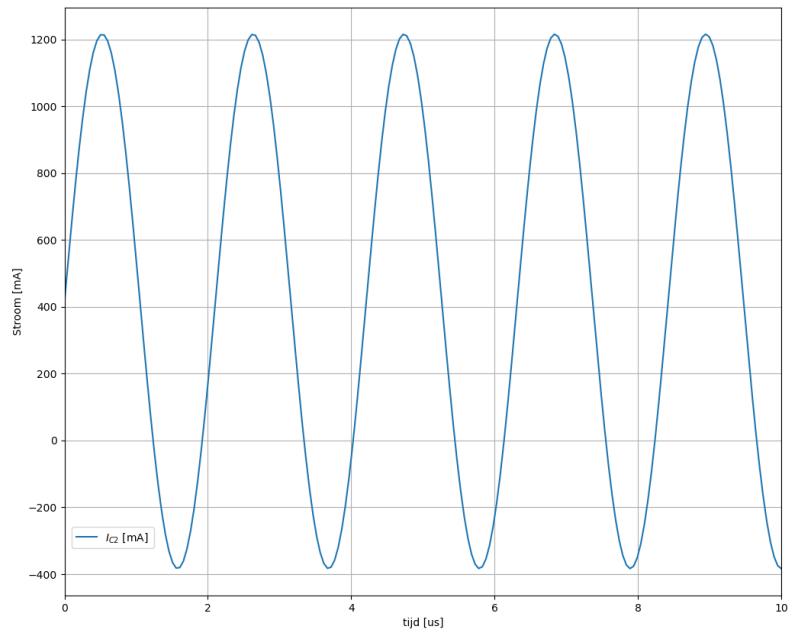
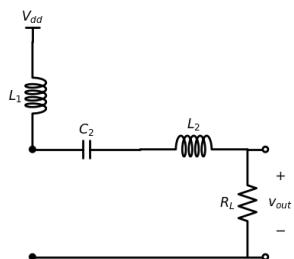


Fig. 5.4: Voeding van de resonante seriekring met een DC stroom aan de hand van het spoel L₁ van de klasse E versterker.

5.1.2 Integratie op een condensator C_1

De spanning die bekomen wordt ten gevolge van de integratie op een condensator is:

$$v = \frac{1}{C_1} \int_0^t i(t) dt$$

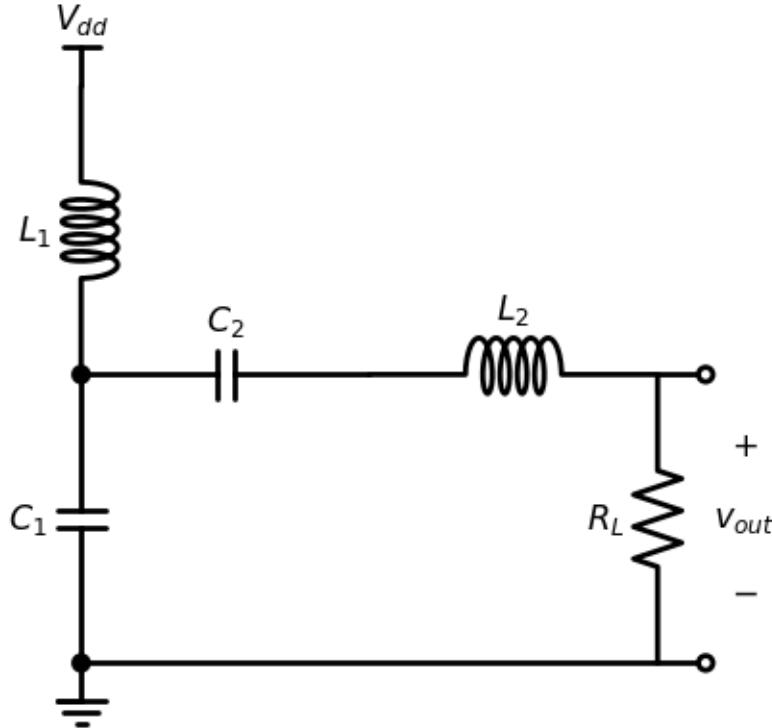


Fig. 5.5: Integratie van de stroom op de condensator C1.

5.1.3 Integratie van de stroom op een condensator van 4.7nF

5.2 Ontwerpen van enkele voorbeelden

Voor het ontwerpen van een aantal voorbeelden nemen we de vergelijkingen vanuit [3]. Deze ontwerpvergelijkingen zijn in eerste instantie aangepast aan de lagere frequenties. Voor MHz frequenties moet er in detail geanalyseerd en gesimuleerd worden.

$$\begin{aligned} R_L &= 0.576801 \frac{(V_{DD} - V_{sat})^2}{P} \left(1.0000086 - \frac{0.414396}{Q} - \frac{0.577501}{Q^2} + \frac{0.205967}{Q^3} \right) \\ C_1 &= \frac{1}{5.4466\omega R_L} \left(0.99866 + \frac{0.91424}{Q} - \frac{1.03175}{Q^2} \right) + \frac{0.6}{\omega^2 L_1} \\ C_2 &= \frac{1}{\omega R_L} \left(\frac{1}{Q - 0.104823} \right) \left(1.00121 + \frac{1.01468}{Q - 1.7879} \right) - \frac{0.2}{\omega^2 L_1} \end{aligned}$$

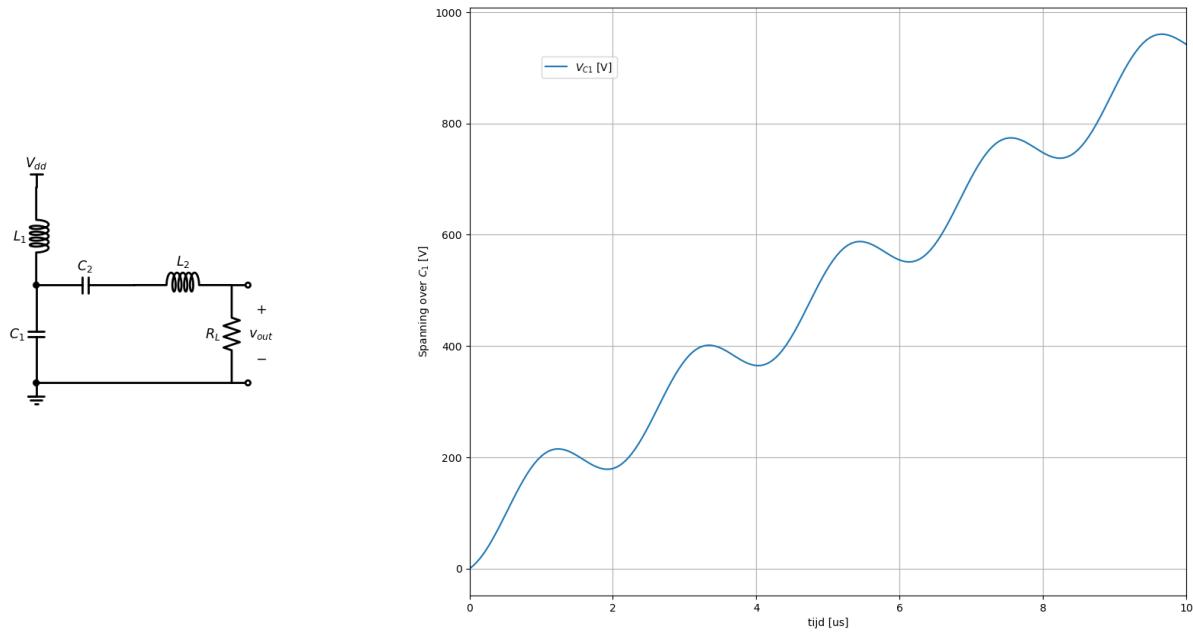


Fig. 5.6: Integratie van de stroom op de condensator C1.

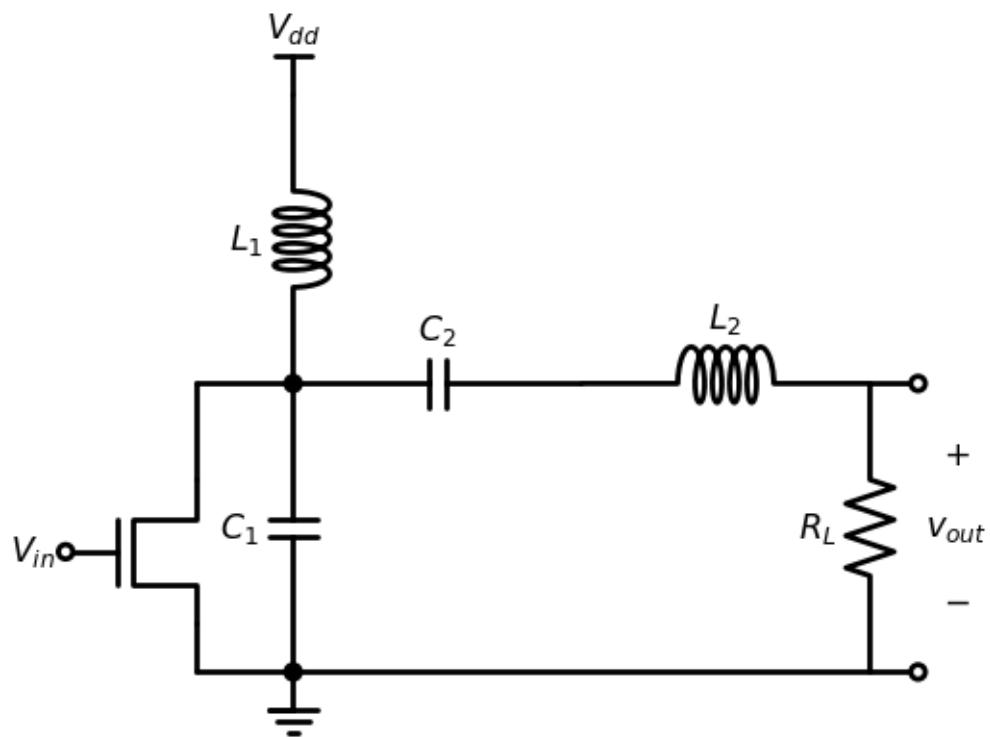


Fig. 5.7: Transistor om de spanning op 0 te houden.

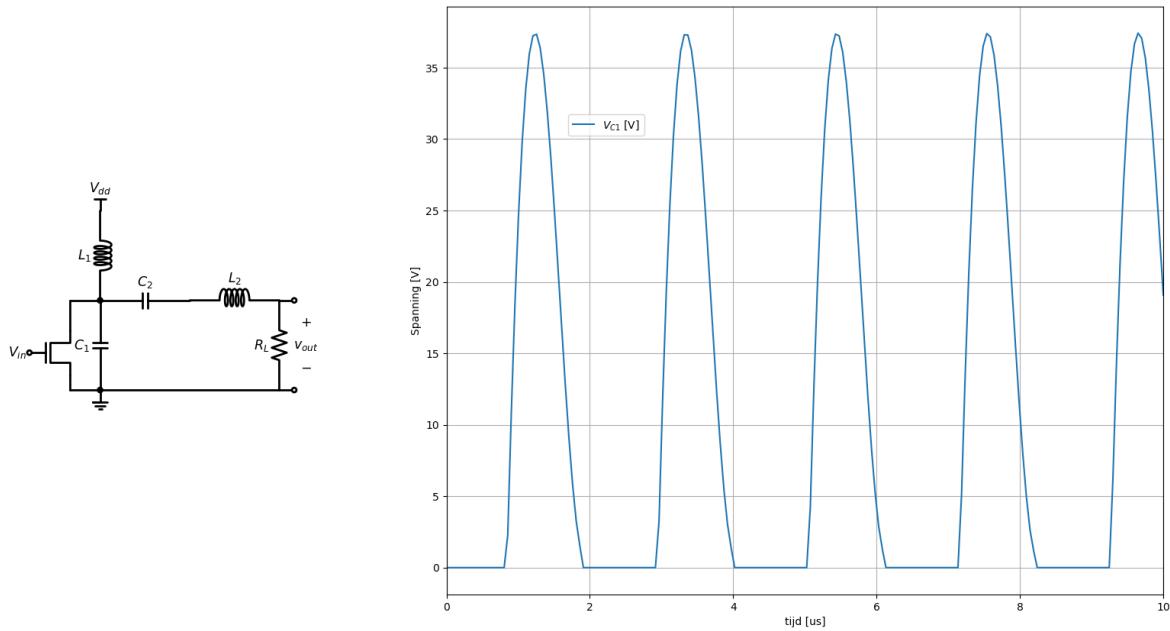


Fig. 5.8: Spanningsverloop na integratie van de stroom op de condensator C1.

$$L_2 = \frac{QR_L}{\omega}$$

met $\omega = 2\pi f$

5.2.1 VB1: een 475 kHz versterker

We ontwerpen een klasse E versterker die een vermogen van 5W moet kunnen leveren bij een frequentie van 475 kHz, bij een voedingsspanning van 12.5V, met een Q factor van 5 en een saturatie spanning van de bipolaire transistor van 0.5 V.

```

RL = 14.88 Ohm
C1 = 4.78 nF, wat overeenkomt met een complexe impedantie van -70.07 i Ohm
C2 = 6.04 nF, wat overeenkomt met een complexe impedantie van -55.50 i Ohm
L2 = 24.93 uH, wat overeenkomt met een complexe impedantie van 74.39 i Ohm
De totale complexe impedantie van de seriekring is 18.89 i Ohm
De maximale stroom uit de voeding is 416.67 mA
De maximale source-drain spanning over de transistor (inclusief ↗veiligheidsmarge 80 %) is 55.62 V
We kunnen de uitgang omwerken naar een impedantie van 50 Ohm door een ↗transformator met wikkelperhouding: 1.83

```

Spice Listing 5.1: Klasse E spice file

```

* Class E amp 1
M_M1      2 1 0 0 FDB33N25
L_L1      2 3 1000uH
C_C1      2 0 4.78nF
L_L2      4 5 24.93uH
C_C2      2 4 6.04nF
R_RL      5 0 14.88
V_Vdd      3 0 12.5V
V_Vin      1 0 PULSE(0 9 1.05u 20n 20n 1.05u 2.10526u) DC=0
.model FDB33N25 VDMOS (Rg=3 Rd=40m Rs=27m Vto=5.35 Kp=35 lambda=.05 Cgdmax=1.1n
.Cgdmin=25p Cgs=1.7n Cjo=800p Is=7.94p Rb=7m mfg=Fairchild Vds=250 Rds=94m Qds=27p)
(Vervolgt op volgende pagina)

```

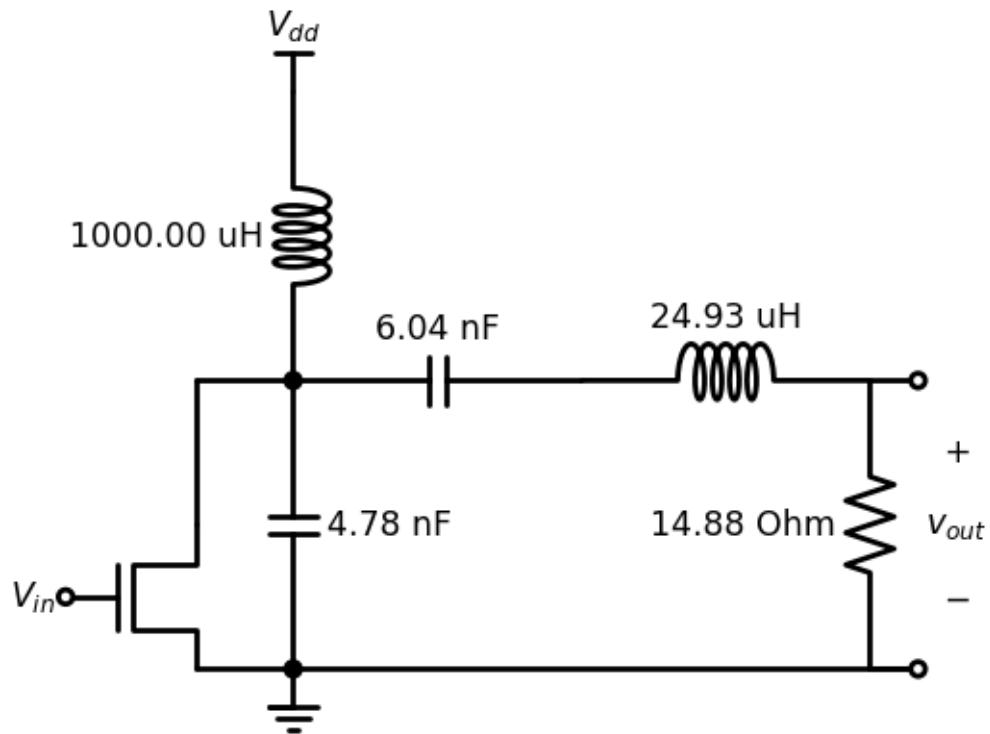


Fig. 5.9: .

(Vervolg van vorige pagina)

5.2.2 Detail van de opstartsequentie

5.2.3 1 periode van de Steady State

Rechts onder op Fig. 5.12 kan je ook het verloop van de stroom door de voeding zien bij de voedingsgspanning. Aangezien beiden nauwelijks veranderen is dit verloop bijna niet zichtbaar.

5.2.4 Aanpassing aan een 50 Ohm coax-lijn

We kunnen het vorig ontwerp aan de hand van een transformator met wikkelperhouding 1.83 ook aanpassen aan een coax lijn van 50 Ohm.

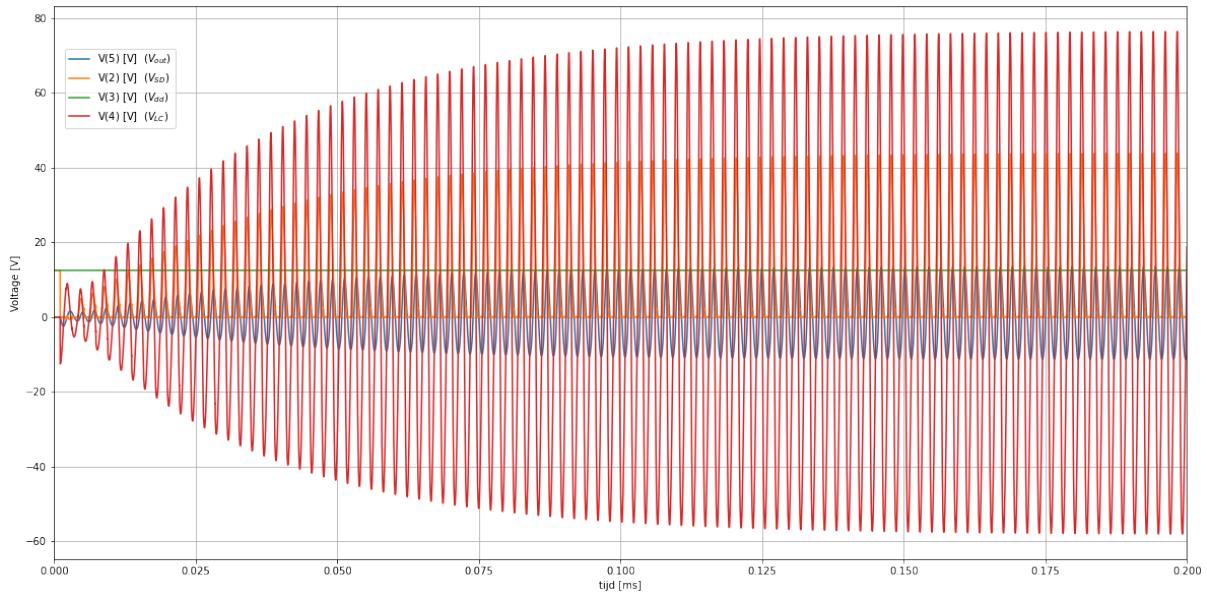


Fig. 5.10: Verloop van de spanningen bij het opstarten van de oscillatie.

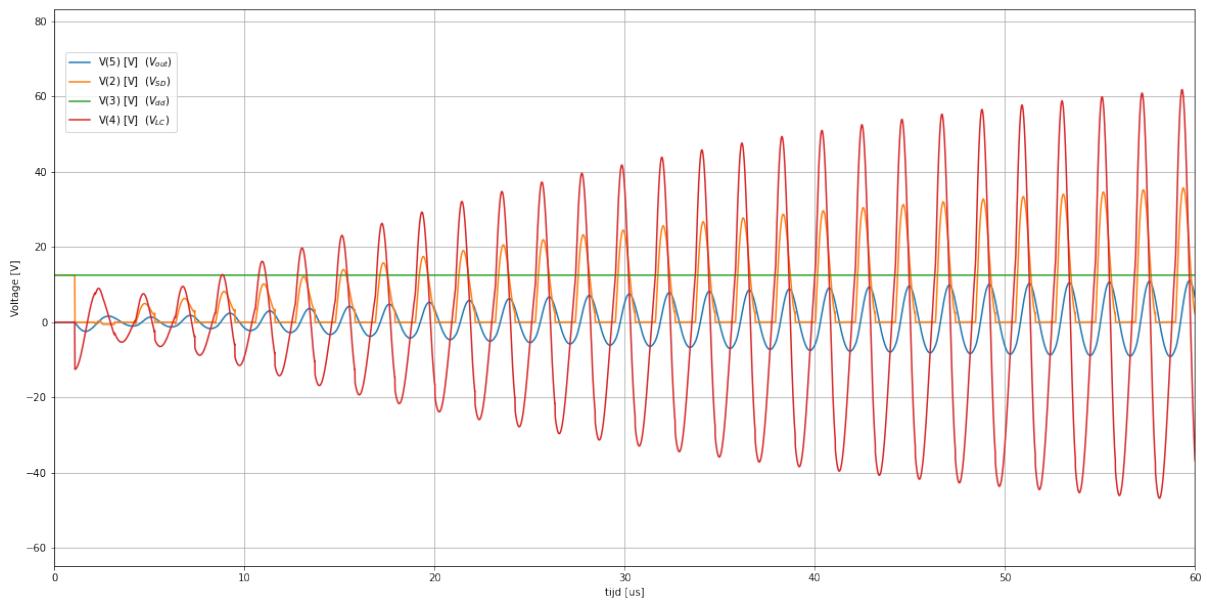


Fig. 5.11: Initieel verloop van de spanningen bij het opstarten van de oscillatie.

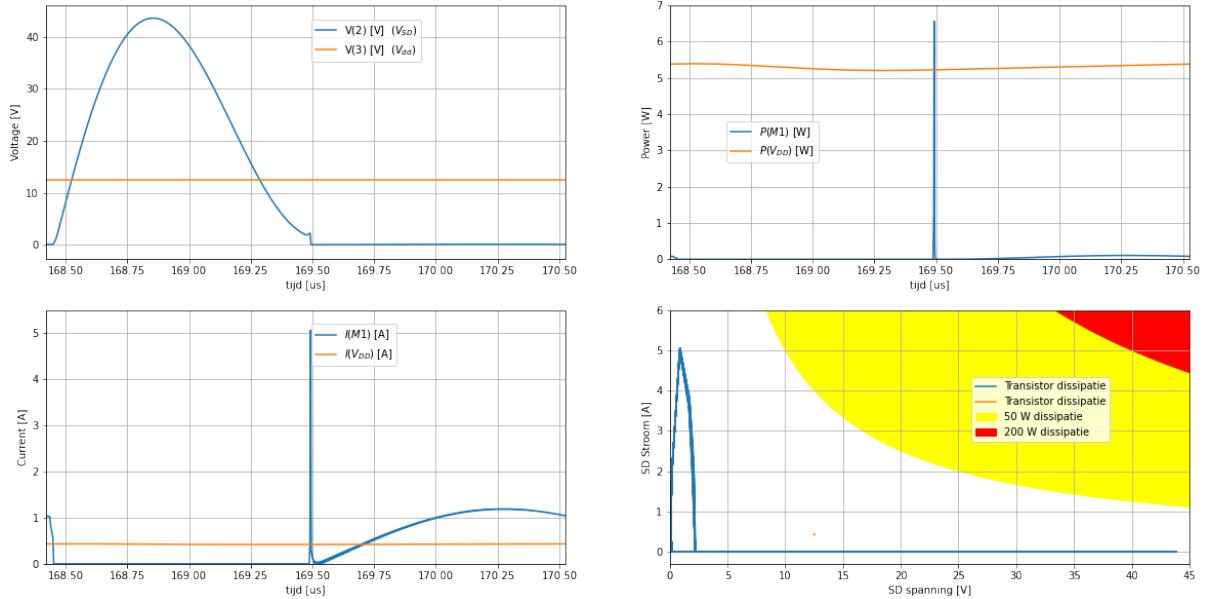


Fig. 5.12: (links) Spanningen over (boven) en stromen door (onder) de transistor en de voeding als functie van de tijd voor 1 periode van de oscillatie. (rechts boven) het bekomen vermogen van de voeding en het verloren vermogen in de transistor als functie van de tjd. (rechts onder) Stroom versus spanning.

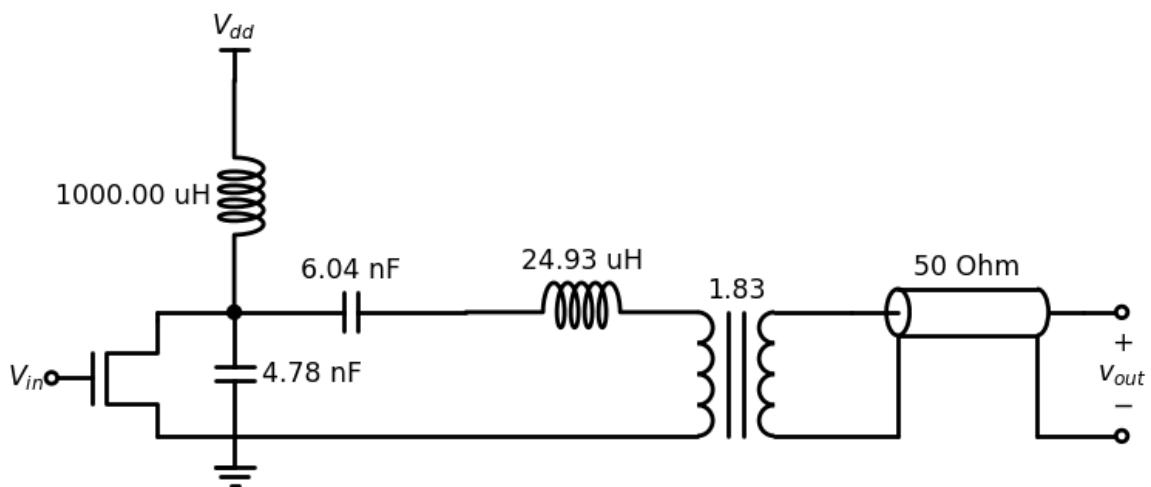


Fig. 5.13: .

5.3 VB2: Een 50W versterker of 137.77 kHz

Dit is een voorbeeld afkomstig van een driver voor amateur korte-golf zender

$RL = 1.39 \text{ Ohm}$
 $C_1 = 176.90 \text{ nF}$, wat overeenkomt met een complexe impedantie van 6.53 i Ohm
 $C_2 = 222.56 \text{ nF}$, wat overeenkomt met een complexe impedantie van -5.19 i Ohm
 $L_2 = 8.03 \mu\text{H}$, wat overeenkomt met een complexe impedantie van 6.95 i Ohm
 De totale complexe impedantie van de seriekring is 1.76 i Ohm
 De maximale stroom uit de voeding is 4310.34 mA
 De maximale source-drain spanning over de transistor (inclusief
 ↗veiligheidsmarge 80 %) is 55.62 V
 We kunnen de uitgang omwerken naar een impedantie van 50 Ohm door een
 ↗transformator met wikkelperhouding: 6.00

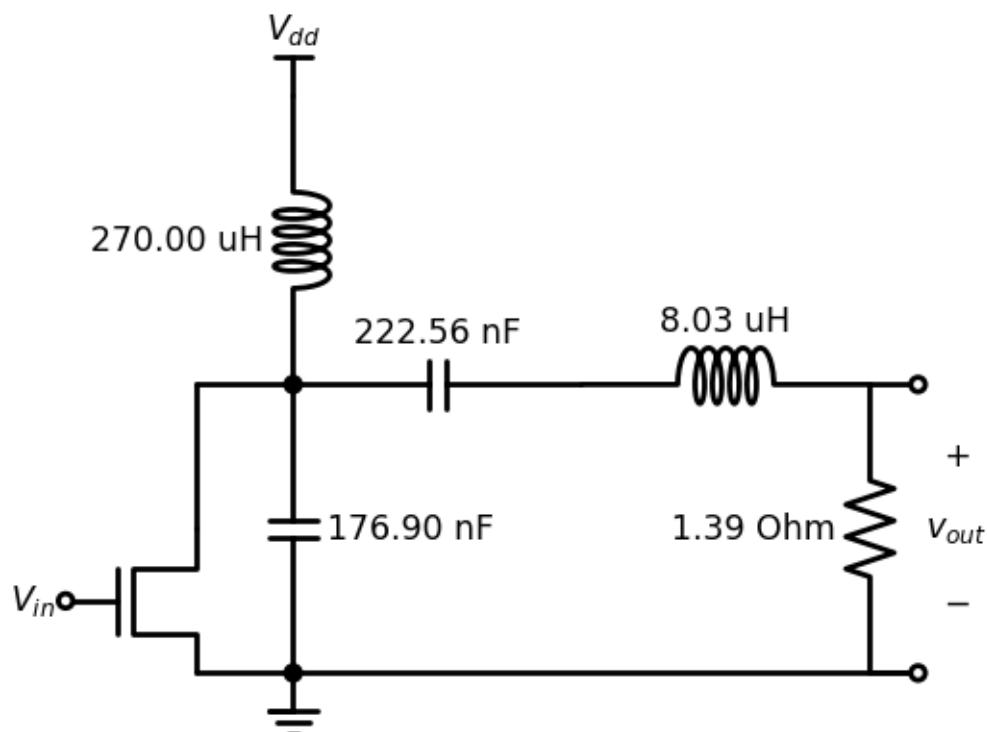


Fig. 5.14: .

Spice Listing 5.2: Klasse E spice file

```

* Class E amp 1
M_M1      2 1 0 0 FDB33N25
L_L1      2 3 270uH
C_C1      2 0 176.9nF
L_L2      4 5 8.03uH
C_C2      2 4 222.56nF
R_RL      5 0 1.39
V_Vdd    3 0 12.5V
V_Vin    1 0 PULSE(0 9 3.65u 20n 20n 3.65u 7.3u) DC=0
.model FDB33N25 VDMOS (Rg=3 Rd=40m Rs=27m Vto=5.35 Kp=35 lambda=.05 Cgdmax=1.1n
↪Cgdmin=25p Cgs=1.7n Cjo=800p Is=7.94p Rb=7m mfg=Fairchild Vds=250 Ron=94m Qg=37n)

```

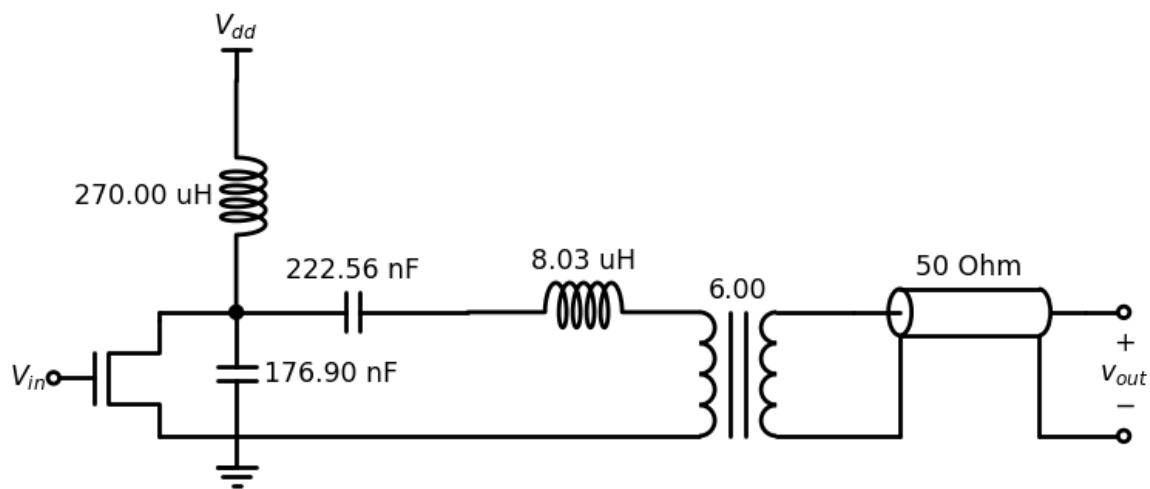


Fig. 5.15: .

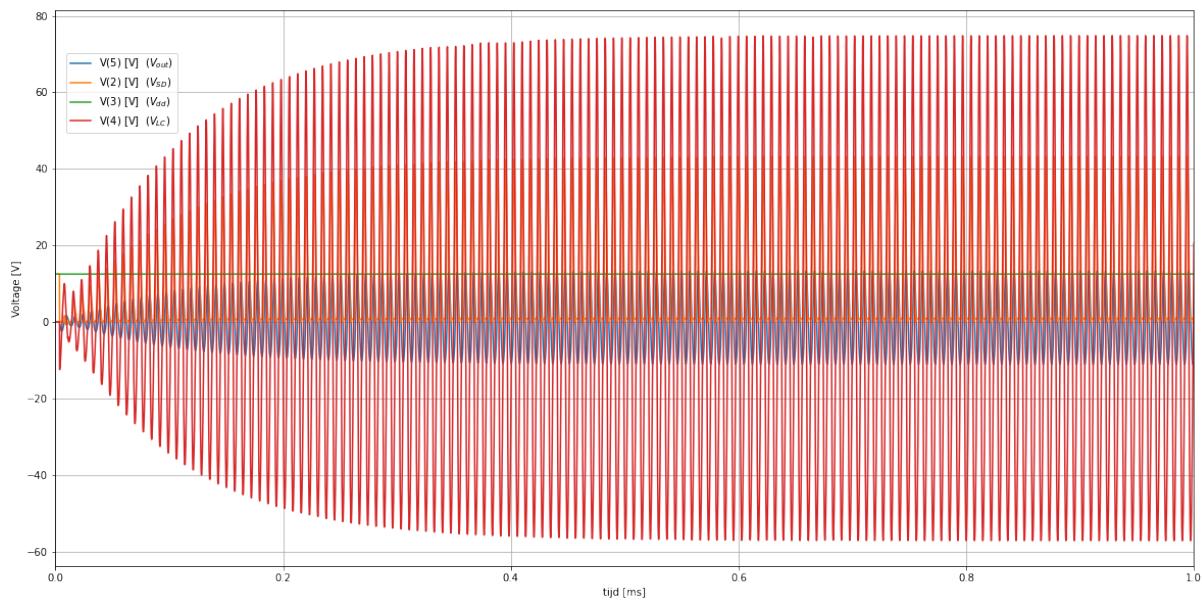


Fig. 5.16: .

5.3.1 detail van de opstartsequentie

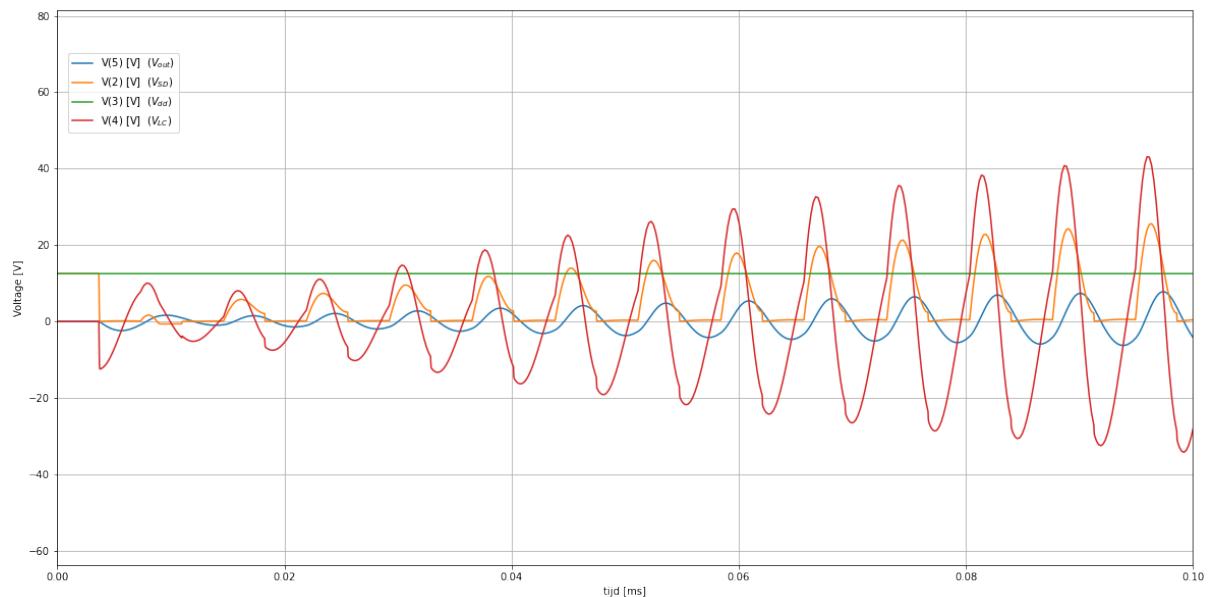


Fig. 5.17: .

5.3.2 1 periode van de Steady State

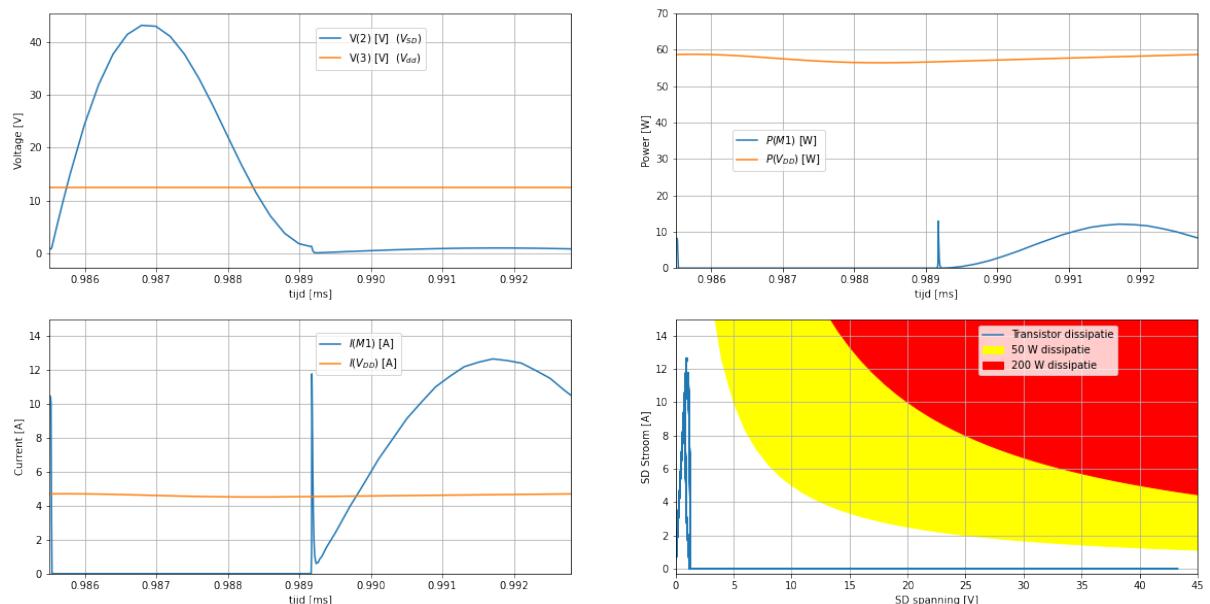


Fig. 5.18: .

5.3.3 2 W aan 1MHz

$R_L = 32.94 \text{ Ohm}$
 $C_1 = 1.63 \text{ nF}$, wat overeenkomt met een complexe impedantie van -97.84 i Ohm
 $C_2 = 4.71 \text{ nF}$, wat overeenkomt met een complexe impedantie van -33.82 i Ohm
 $L_2 = 13.11 \mu\text{H}$, wat overeenkomt met een complexe impedantie van 82.36 i Ohm
 De totale complexe impedantie van de seriekring is 48.54 i Ohm
 De maximale stroom uit de voeding is 162.60 mA
 De maximale source-drain spanning over de transistor (inclusief \hookrightarrow veiligheidsmarge 80 %) is 55.62 V
 We kunnen de uitgang omwerken naar een impedantie van 50 Ohm door een \hookrightarrow transformator met wikkelperverhouding: 1.23

5.4 Flat top

In 2013 werd het originele design uitgebreid door ook de derde harmonische weg te filteren [6].

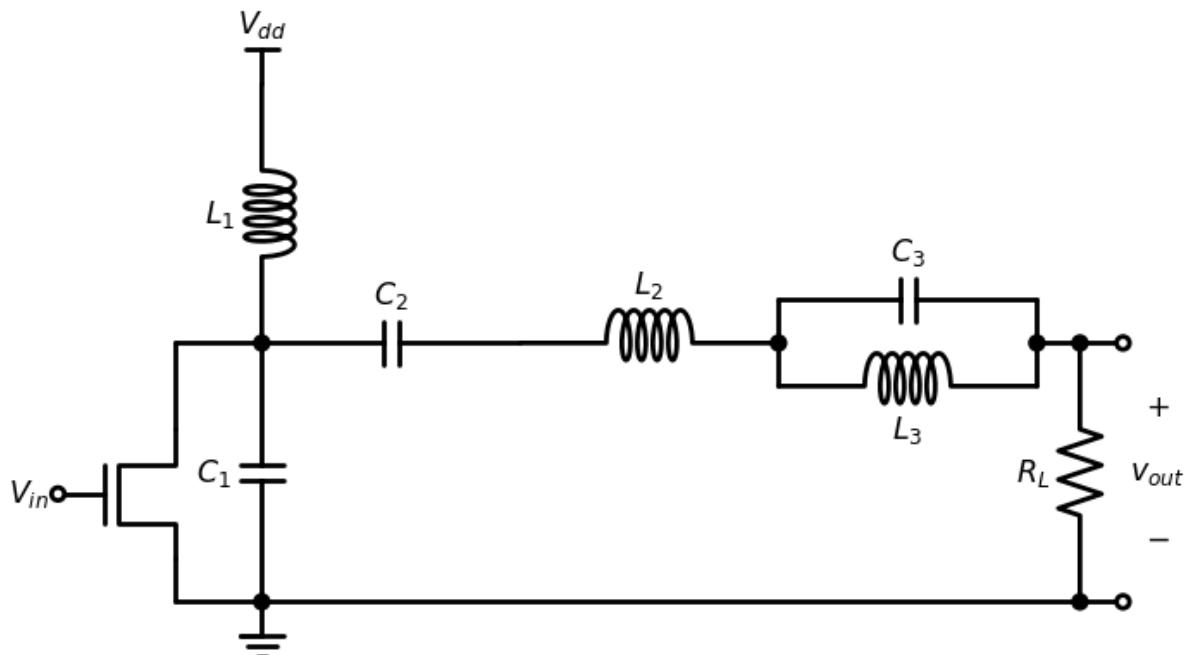


Fig. 5.19: .

5.5 On-chip 2GHz Klasse E versterker voor GSM toepassingen

In 1999 hebben King-Chun Tsai en Paul Gray een 1.9GHz klasse E versterker voor GSM en DECT telefoon toepassingen ontworpen [7]. De versterker bestaat uit 2 stages en elke stage is fully-differential uitgewerkt.

Het uiteindelijke schema zie je in [schema 5.20](#)

We kunnen dit schema uitwerken als een spice file (zie [Spice Listing 5.3](#)) en deze spice file simuleren.

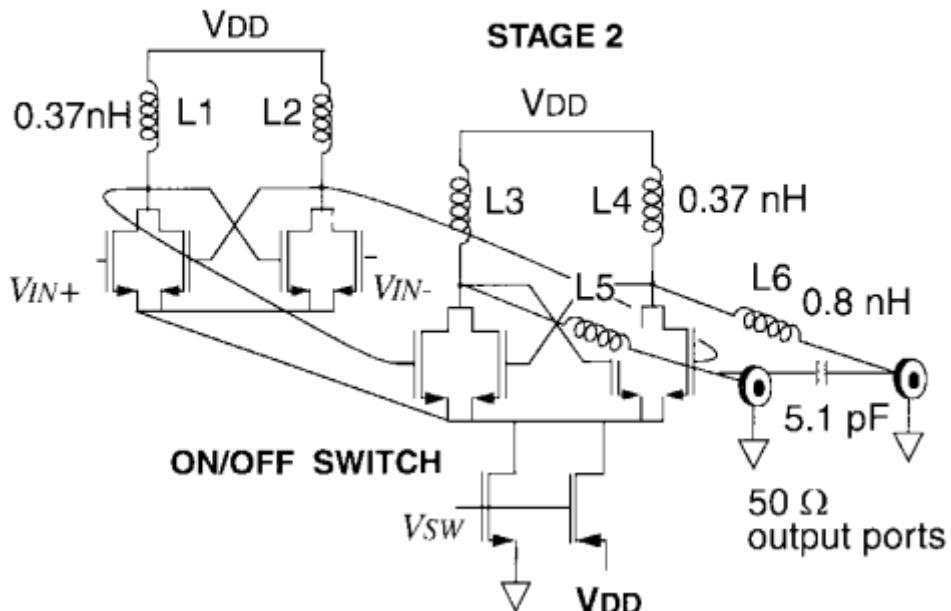
STAGE 1

Fig. 5.20: Schema van de klasse E versterker met injection locking.

Spice Listing 5.3: Klasse E spice file met injection locking

```

* Class E Tsai
M_SWn      0 11 10 0 nmos W=31580u L=0.35u
M_SWp      3 11 10 3 pmos W=500u L=0.35u
* stage 1
L_L1       3 6  0.37nH
L_L2       3 7  0.37nH
M_11       10 1 6 0 nmos W=980u L=0.35u
M_12       10 7 6 0 nmos W=980u L=0.35u
M_13       10 6 7 0 nmos W=980u L=0.35u
M_14       10 2 7 0 nmos W=980u L=0.35u
* stage 2
M_21       10 6 8 0 nmos W=3600u L=0.35u
M_22       10 9 8 0 nmos W=4800u L=0.35u
M_23       10 8 9 0 nmos W=4800u L=0.35u
M_24       10 7 9 0 nmos W=3600u L=0.35u
L_L3       3 8  0.37nH
L_L4       3 9  0.37nH
L_L5       8 4  0.8nH
L_L6       9 5  0.8nH
C_C1       4 5  5.1pF
* belasting
R_RL1      4 0  50
R_RL2      5 0  50
.include simul/berkeley35.lib

```

Het circuit is uitgevoerd in een $0.35 \mu\text{m}$ technologie. Normaal kan deze technologie gebruik maken van 5V voedingsspanning. Toch gebruiken we dit circuit met een voedingsspanning tussen de 1V en 2V. Dit is omdat er door de oscillatie hogere gate-spanningen worden bekomen en de maximale spanning over de gate is 5V.

Fig. 5.21 toont de eerste 20 perioden uit de simulatie van het circuit. We merken op dat na ongeveer 10 periodes de

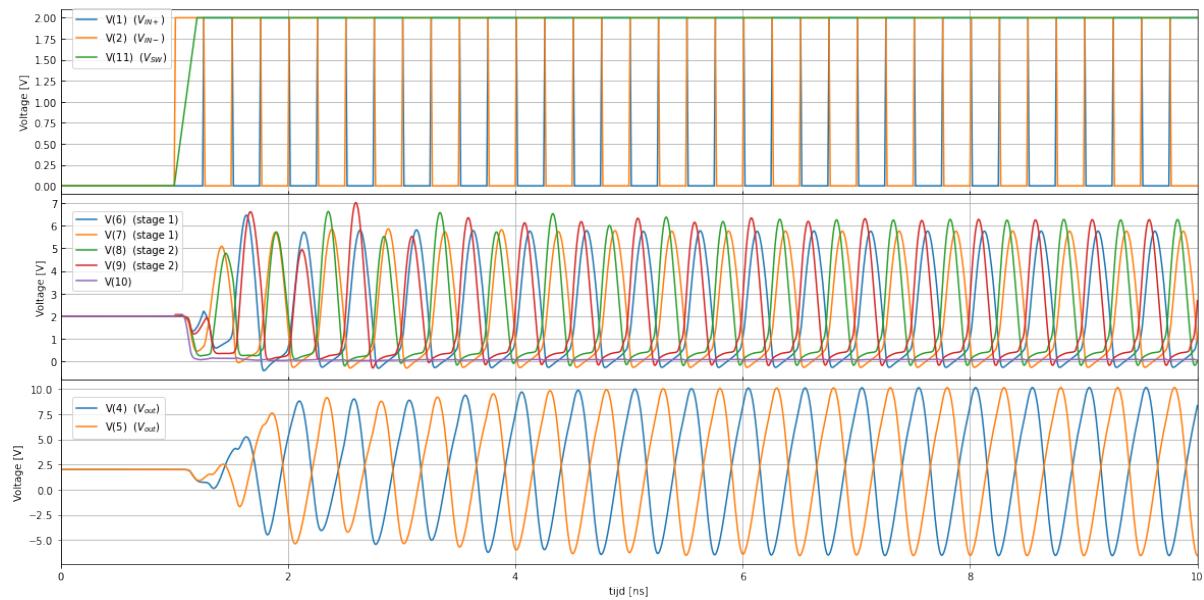


Fig. 5.21: (boven) aangelegde spanningen, (midden) spanning op de interne knopen en (onder) bekomen spanningen van het schema van Fig. 5.20.

uitgangssignalen in fase gaan lopen met de ingangssignalen.

Fig. 5.22 gaat dieper in op de input transistor (M21) van stage 2. We herkennen de gebieden zonder stroom en met veel spanning over de transistor (groene achtergrond) en de gebieden met veel stroom en een beperkte spanning over de transistor (rode achtergrond). Toch is er ook een gebied waarin we zowel hoge stromen als hoge spanningen bekomen (witte achtergrond). In dit gebied hebben we dus geen perfecte klasse E werking. De tweede input transistor van stage 2 (M24) gedraagt zich op dezelfde wijze. Fig. 5.23 toont hetzelfde voor de kruisgekoppelde transistor (M22) van stage 2. Hier kunnen we wel de totale periode opdelen in de 2 gebieden die de Klasse E kenmerken. De tweede kruisgekoppelde transistor van stage 2 (M23) gedraagt zich op dezelfde wijze.

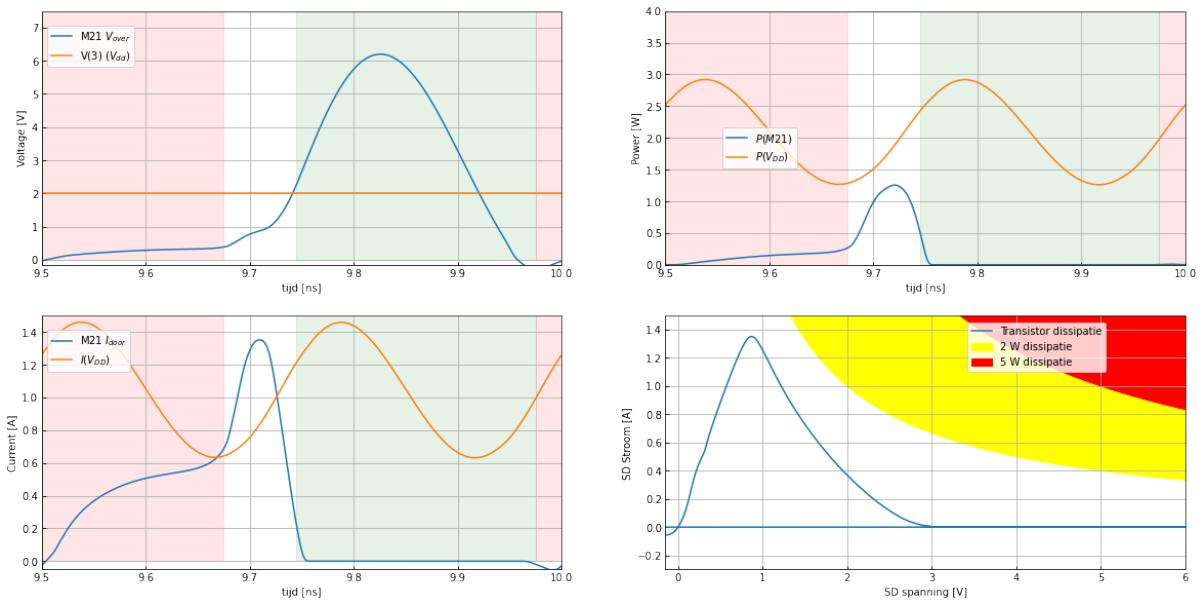


Fig. 5.22: Spanning over (linksboven), stroom door (linksonder) en vermogendissipatie (rechtsboven) van de input transistor van stage 2 (M21) als functie van de tijd.(rechtsonder) De stroomdoor als functie van de spanning over M21. De gebieden met hoge spanning zonder stroom zijn in het groen aangegeven. De gebieden met hoge stroom en een beperkte spanning zijn in het rood aangegeven.

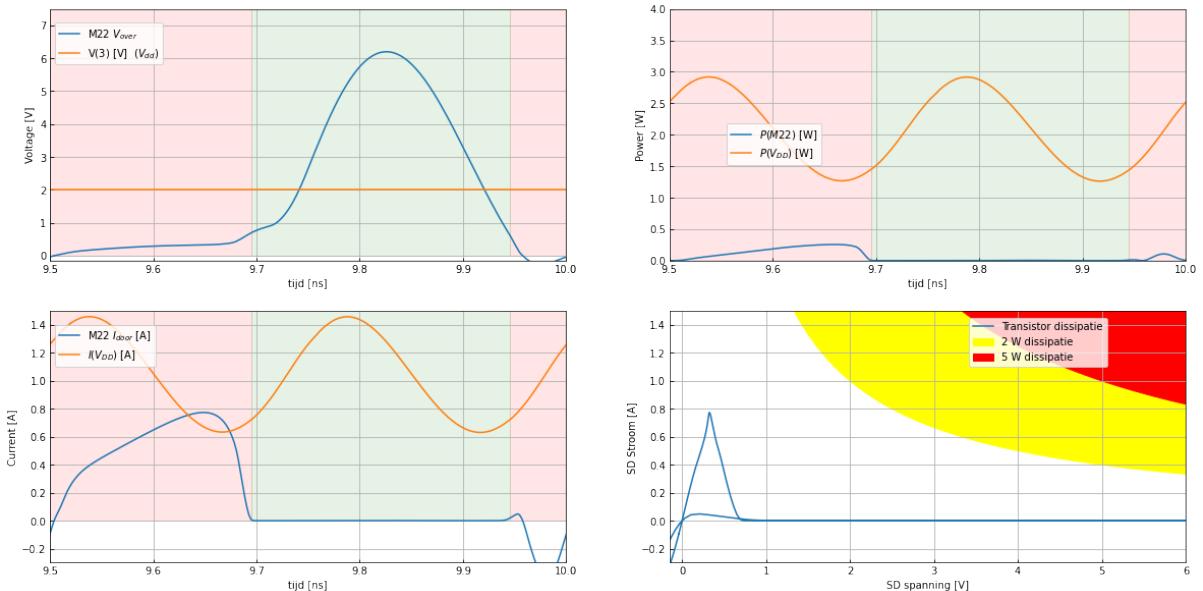


Fig. 5.23: Spanning over (linksboven), stroom door (linksonder) en vermogendissipatie (rechtsboven) van de koppeltransistor van stage 2 (M22) als functie van de tijd.(rechtsonder) De stroom door als functie van de spanning over M22. De gebieden met hoge spanning zonder stroom zijn in het groen aangegeven. De gebieden met hoge stroom en een beperkte spanning zijn in het rood aangegeven.

Deel III

Filters

HOOFDSTUK 6

Filter Design

In dit hoofdstuk werk ik een aantal voorbeelden uit van berekening van filters. Dit hoofdstuk is slechts ter illustratie van een aantal voorbeelden. De eigenlijke cursus blijft wat te vinden is op Toledo.

6.1 Aanpak en algemeen perspectief

Het ontwerp van een filter is eigenlijk het ontwerp van een zo compact mogelijk elektronisch circuit dat voldoet aan de vooraf opgelegde specificaties. In die zin is een filterontwerp een synthese oefening die het omgekeerde is van een analyse oefening.

6.2 Specifieke filter blokken

6.2.1 Eerste orde filter bouwblokken

De transfer functie van een eerste orde blok is:

$$V_{out} = -\frac{b_1(j\omega) + b_0}{a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

Fig. 6.1 toont een algemene bouwblok om een eerste orde filter mee te maken.

Om dit basisblok in detail te berekenen schrijven we dit eerst in functie van de 2 impedanties Z_1 en Z_2 (zie Fig. 6.2).

De uitgang V_{out} van dit bouwblok kunnen we schrijven als functie van de ingang V_{in} als het volgt:

$$V_{out} \approx -\frac{Z_2}{Z_1} V_{in}$$

met

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega C_1 + \frac{1}{R_1}$$

$$\frac{1}{Z_2} = j\omega C_2 + \frac{1}{R_2}$$

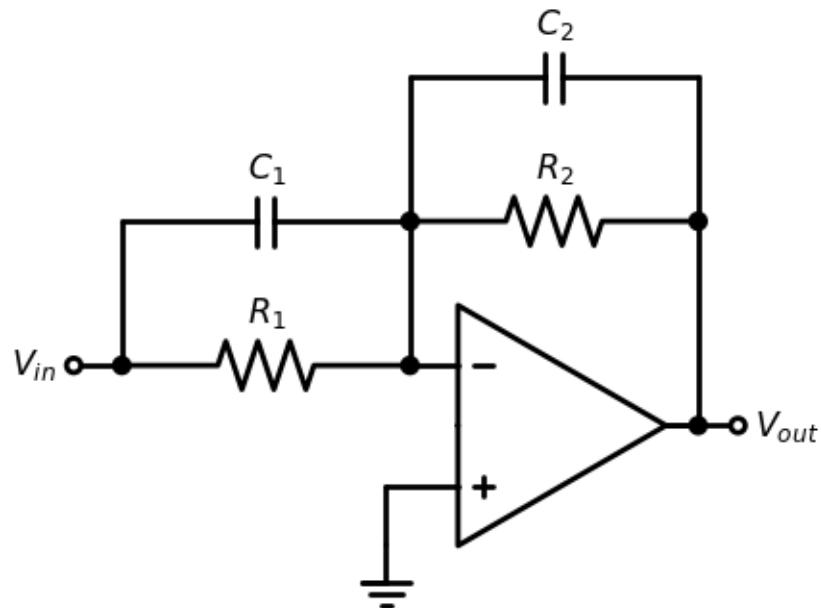


Fig. 6.1: Basisblok van een algemeen eerste orde filter.

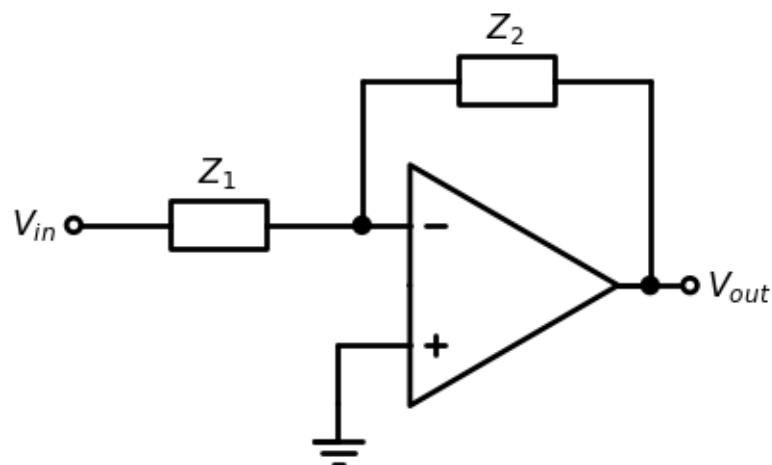


Fig. 6.2: Basisblok van een algemeen eerste orde filter, beschreven in functie van de impedanties.

Indien C_1 en C_2 niet nul zijn, kunnen we dit verder uitwerken als:

$$V_{out} \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{j\omega + \frac{1}{R_1 C_1}}{j\omega + \frac{1}{R_2 C_2}} V_{in}$$

$$V_{out} \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{j\omega - n_1}{j\omega - p_1} V_{in}$$

waarbij $n_1 = \frac{1}{R_1 C_1}$ en $p_1 = \frac{1}{R_2 C_2}$. Het bovenstaande bouwblok kunnen we in zijn algemene vorm gebruiken (met dus 2 weerstanden en 2 condensatoren), waarbij we zowel een pool als een nul bekomen. Voor heel wat toepassingen kunnen we echter een van de 4 elementen weglaten. Fig. 6.3 toont het circuit voor een eerste orde laagdoorlaat met transferfunctie:

$$V_{out} \approx -\frac{1}{R_1 C_2} \frac{1}{j\omega - p_1} V_{in}$$

wat bij voldoende lage frequentie $V_{out} \approx -\frac{R_2}{R_1} V_{in}$ geeft

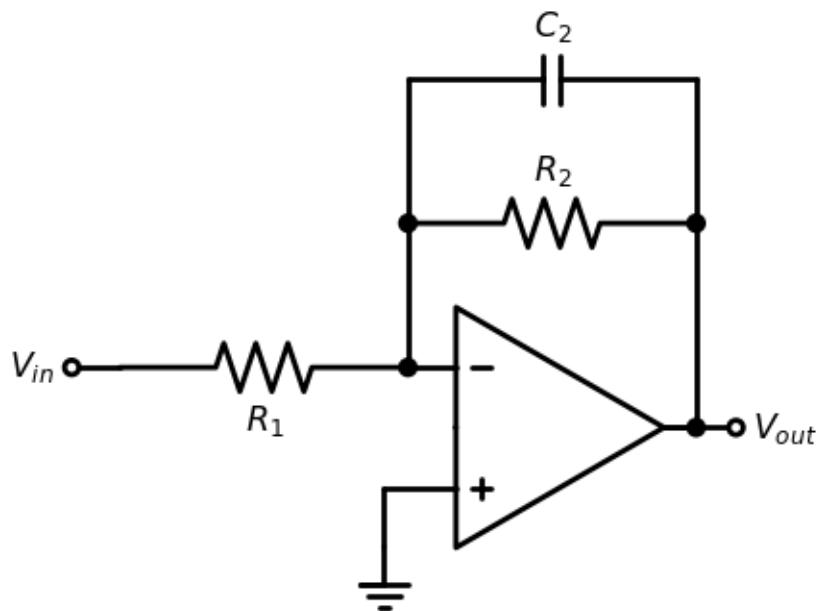


Fig. 6.3: eerste orde laagdoorlaatfilter.

Op een gelijkaardige wijze kunnen we uitrekenen dat het circuit in Fig. 6.4 ons een hoogdoorlaatfilter geeft met responsie:

$$V_{out} \approx -\frac{C_1}{C_2} \frac{j\omega}{j\omega - p_1} V_{in}$$

6.2.2 Tweede orde filter blokken

De transfer functie van een tweede orde blok is:

$$V_{out} = -\frac{b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

Dit algemene tweede orde blok kan uitgewerkt worden in een BiQuad filter. Maar het algemene BiQuad blok vereist 4 Opamps. Daarom is het voor de meeste toepassingen handig gebruik te maken van de Sallen en Key filter, die maar 1 opamp nodig heeft.

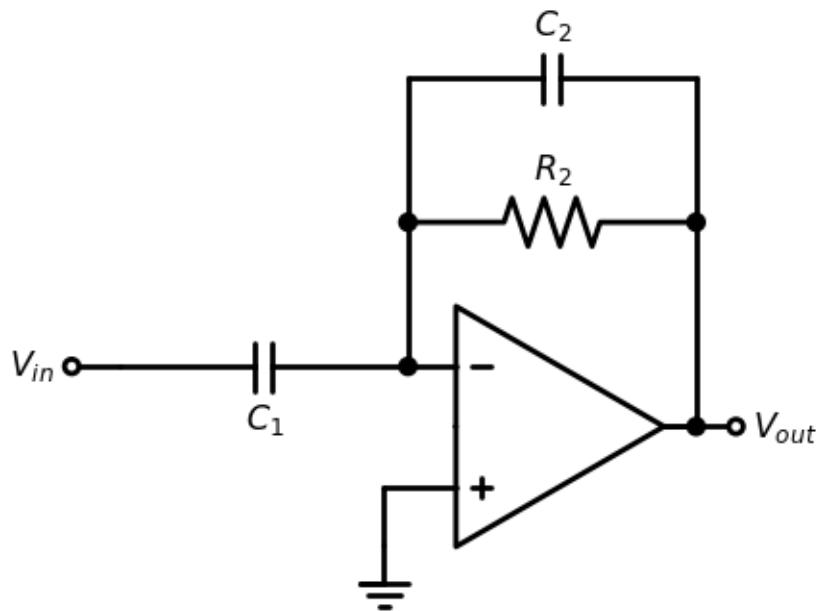


Fig. 6.4: eerste orde hoogdoorlaatfilter.

BiQuad filter

Het gedeelte van het biquad circuit dat de polen bepaalt

We werken hieronder het circuit uit in 2 stappen. We berekenen hiervoor eerst de spanningen uit op de knopen van het bovenste gedeelte van het BiQuad circuit dat we tonen in Fig. 6.5. Het doel van dit deel van het circuit is dit uit te rekenen als een universeel circuit voor:

$$V_{out*} = -\frac{1}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

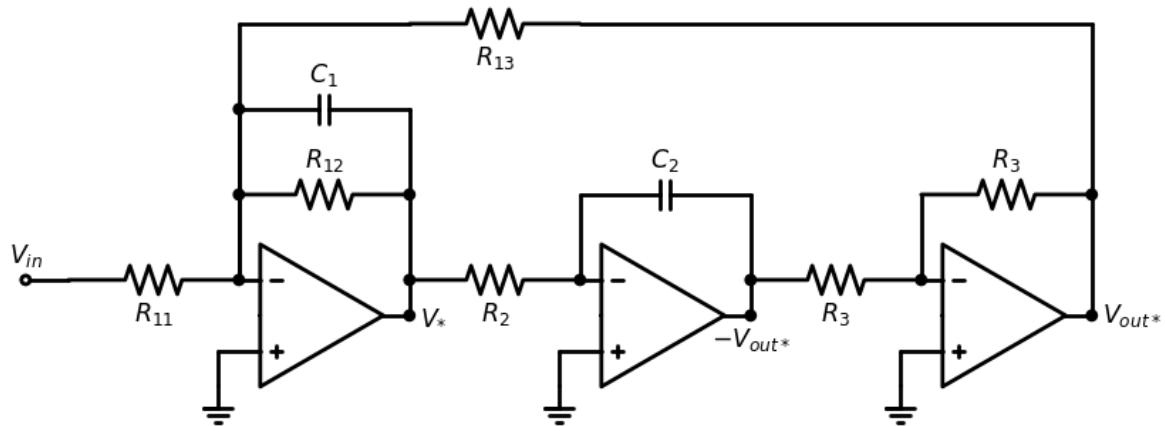


Fig. 6.5: Bovenste gedeelte van het BiQuad circuit.

Om het gedrag van het bovenste gedeelte van het BiQuad filter te beschrijven, werken we eerst de impedantie uit van de elementen die verschillen van de weerstanden, namelijk Z_1 en Z_2 :

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega C_1 + \frac{1}{R_{12}}$$

$$\frac{1}{Z_2} = j\omega C_2$$

Omdat we weten dat de derde opamp een eenvoudige inverterende opamp is, hoeven we enkel de relatie tussen in en out van de 2 eerste opamps uit te werken. We bekomen het stelsel:

$$V_* = -\frac{Z_1}{R_{11}} V_{in} - \frac{Z_1}{R_{13}} V_{out*}$$

$$-V_{out*} = -\frac{Z_2}{R_2} V_*$$

of

$$V_* = \frac{R_2}{Z_2} V_{out*}$$

wanneer we vervolgens V_* elimineren krijgen we de volgende vergelijking voor V_{out*}

$$\begin{aligned} \frac{R_2}{Z_2} V_{out*} &= -\frac{Z_1}{R_{11}} V_{in} - \frac{Z_1}{R_{13}} V_{out*} \\ \left(\frac{R_2}{Z_2} + \frac{Z_1}{R_{13}} \right) V_{out*} &= -\frac{Z_1}{R_{11}} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{Z_1}{R_{11} \left(\frac{R_2}{Z_2} + \frac{Z_1}{R_{13}} \right)} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{1}{R_{11} \left(\frac{R_2}{Z_2 Z_1} + \frac{1}{R_{13}} \right)} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{1}{R_{11} \left(R_2 j\omega C_2 (j\omega C_1 + \frac{1}{R_{12}}) + \frac{1}{R_{13}} \right)} V_{in} \\ V_{out*} &= -\frac{1}{R_{11} R_2 C_2 C_1 (j\omega)^2 + \frac{R_{11} R_2 C_2}{R_{12}} (j\omega) + \frac{R_{11}}{R_{13}}} V_{in} \end{aligned}$$

En V_* wordt dan:

$$V_* = -\frac{C_2 R_2 j\omega}{R_{11} R_2 C_2 C_1 (j\omega)^2 + \frac{R_{11} R_2 C_2}{R_{12}} (j\omega) + \frac{R_{11}}{R_{13}}} V_{in}$$

Dit kunnen we vervolgens herschrijven als

$$V_{out*} = -\frac{1}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in} \quad (6.1)$$

en

$$V_* = -\frac{C_2 R_2 (j\omega)}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0} V_{in}$$

met

$$a_2 = R_{11} C_1 R_2 C_2 \quad (6.2)$$

$$a_1 = \frac{R_{11}}{R_{12}} R_2 C_2 \quad (6.3)$$

$$a_0 = \frac{R_{11}}{R_{13}} \quad (6.4)$$

We zien dus inderdaad uit vergelijkingen ((6.1),(6.2),(6.3),(6.4)) dat we dit kunnen uitwerken als de gevraagde universele oplossing op voorwaarde dat de coeficiënten a_2, a_1 en a_0 allemaal positieve coeficiënten zijn.

Het volledige BiQuad circuit

Het hierboven aangegeven circuit kunnen we verder uitbreiden om ook nog 2 (complexen) nullen toe te voegen. Hiervoor combineren we de spanning op 3 knopen van het circuit in Fig. 6.5 , namelijk V_{in} , V_* en V_{out^*} . Dit geeft dan het circuit in Fig. 6.6 .

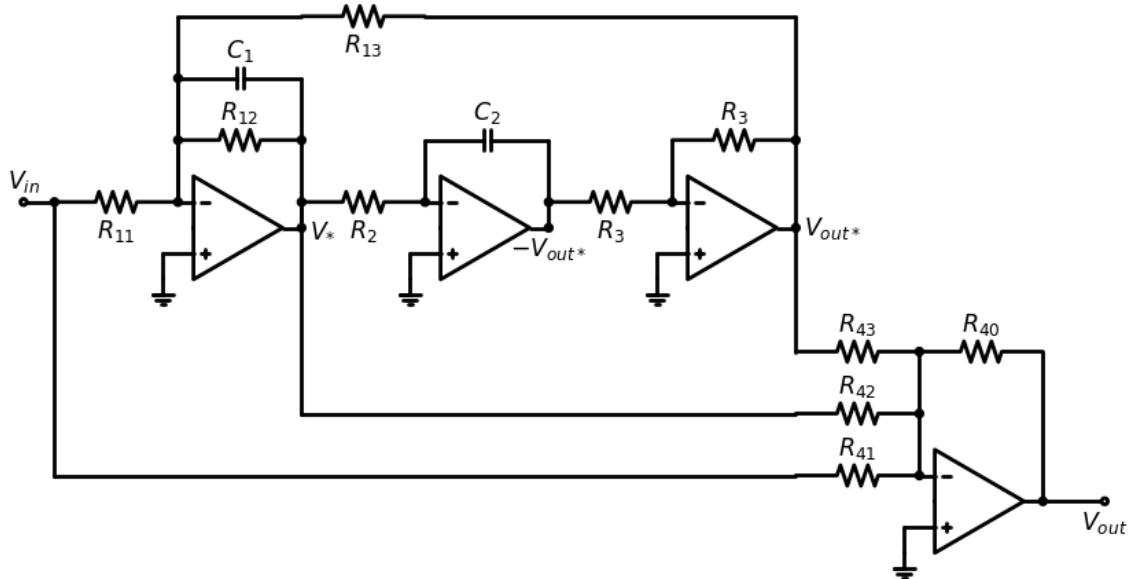


Fig. 6.6: Het volledige BiQuad circuit.

$$V_{out} = -\frac{R_{40}}{R_{41}}V_{in} - \frac{R_{40}}{R_{42}}V_* - \frac{R_{40}}{R_{43}}V_{out^*}$$

$$V_{out} = -\frac{\frac{R_{40}}{R_{41}}(a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0) - \frac{R_{40}}{R_{42}}C_2R_2(j\omega) - \frac{R_{40}}{R_{43}}}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0}V_{in}$$

$$V_{out} = -\frac{a_2\frac{R_{40}}{R_{41}}(j\omega)^2 + \left(a_1\frac{R_{40}}{R_{41}} - C_2R_2\frac{R_{40}}{R_{42}}\right)(j\omega) + \left(a_0\frac{R_{40}}{R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{43}}\right)}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0}V_{in}$$

Dit kan dan weer herschreven worden als:

$$V_{out} = -\frac{b_2(j\omega)^2 + b_1(j\omega) + b_0}{a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0}V_{in}$$

met

$$b_2 = a_2\frac{R_{40}}{R_{41}} = \frac{R_{40}}{R_{41}}R_{11}C_1R_2C_2$$

$$b_1 = a_1\frac{R_{40}}{R_{41}} - C_2R_2\frac{R_{40}}{R_{42}} = \left(\frac{R_{11}R_{40}}{R_{12}R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{42}}\right)R_2C_2$$

$$b_0 = a_0\frac{R_{40}}{R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{43}} = \frac{R_{11}R_{40}}{R_{13}R_{41}} - \frac{R_{40}}{R_{43}}$$

Sallen en Key Circuit

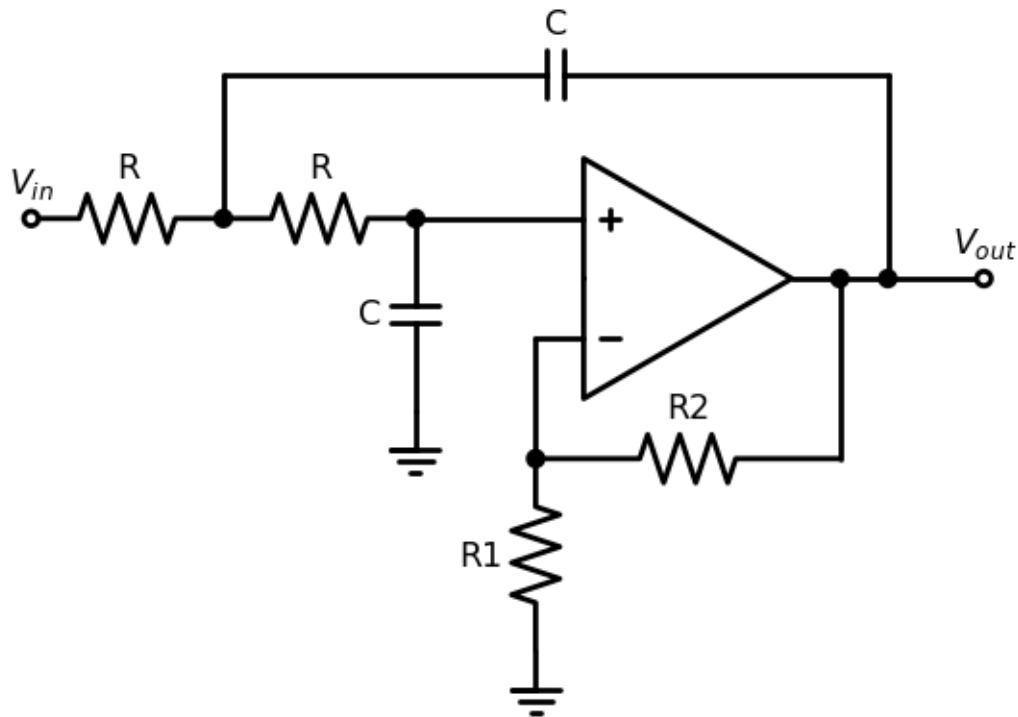


Fig. 6.7: Het Sallen en Key laagdoorlaat circuit.

6.3 Frequentietransformaties

In dit deel van het hoofdstuk over filters gaan we dieper in op de manier waarop het ontwerp van een laagdoorlaatfilter kan herschreven worden naar een hoogdoorlaatfilter, een banddoorlaatfilter of een bandsper filter.

Hiervoor gaan we typisch de transferfunctie herschrijven als functie van de parameter S , die gelijk is aan:

$$S = \frac{i\omega}{\omega_o}$$

Dit wil dan ook zeggen dat elke term met een pool of een nul in de vorm van $i\omega - p_i$ of $i\omega - n_i$ gelijk wordt aan

$$i\omega - p_i = \frac{i\omega}{\omega_o} - \frac{p_i}{\omega_o} = S - \frac{p_i}{\omega_o}$$

$$i\omega - n_i = \frac{i\omega}{\omega_o} - \frac{n_i}{\omega_o} = S - \frac{n_i}{\omega_o}$$

Het nu vervolgens de S in de bovenstaande termen die we gaan vervangen door een andere term en dan gaan bekijken waar de nieuwe polen en nullen komen te liggen.

6.3.1 Omrekenen van een laagdoorlaatfilter naar een hoogdoorlaatfilter

De frequentietransformatie die we hiervoor gebruiken is:

$$S = \frac{\omega_o}{i\omega}$$

De termen van de vorm $S - \frac{p_i}{\omega_o}$ kunnen we vervolgens herschrijven door de S in te vullen.

$$S - \frac{p_i}{\omega_o} = \frac{\omega_o}{i\omega} - \frac{p_i}{\omega_o} = \frac{\omega_o - \frac{p_i}{\omega_o} i\omega}{i\omega} = -\frac{\omega_o}{p_i} \frac{i\omega - \frac{\omega_o^2}{p_i}}{i\omega}$$

Na deze transformatie van laagdoorlaatfilter naar hoogdoorlaatfilter hebben we dus een nieuwe pool $\frac{\omega_o^2}{p_i}$ en een nieuwe nul (op 0) gekomen, maar in het geval van een Butterworth filter gaat dat niet het geval zijn, want we kunnen de polen van de Butterworth filter schrijven als:

$$p_i = \omega_o(\cos(\phi) + i \sin(\phi))$$

In dat geval gaat

$$\frac{\omega_o^2}{p_i} = \frac{\omega_o^2}{\omega_o(\cos(\phi) + i \sin(\phi))} = \omega_o(\cos(\phi) - i \sin(\phi))$$

wat dus de complex toegevoegde is van de originele pool. En aangezien de polen steeds in complex toegevoegde paren moeten voorkomen veranderen de polen van de Butterworth filter niet maar komen er wel nullen bij. Voor de Chebyshev filters veranderen de polen door deze transfromatie wel van plaats.

Hetzelfde kunnen we dan doen voor de eventuele termen van de vorm $S - \frac{n_i}{\omega_o}$

6.3.2 Omrekenen van een laagdoorlaatfilter naar een banddoorlaatfilter

De frequentietransformatie die we hiervoor gebruiken is:

$$S = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega}$$

Ook hier kunnen we de termen van de vorm $S - \frac{p_i}{\omega_o}$ en $S - \frac{n_i}{\omega_o}$ zoals hierboven herschrijven. We werken dat hieronder uit aan de hand van een voorbeeld.

6.3.3 Voorbeeld: Omrekenen van de polen van een 2de orde laagdoorlaatfilter naar een 2de orde banddoorlaatfilter

In deze paragraaf rekenen we de polen van een 2de orde banddoorlaatfilter uit op basis van een 2de orde laagdoorlaatfilter. Als vertrekbasis nemen we een 2de orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 50 kHz. De polen van deze Butterworth laagdoorlaatfilter zijn:

$$p_1 = -\omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$$

$$p_2 = -\omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$$

waarbij $\omega_o = 2\pi 50000$. En de transferfunctie is:

$$T(i\omega) = \frac{p_1 p_2}{(i\omega - p_1)(i\omega - p_2)}$$

Als een gevolg hiervan kunnen we de termen in de noemer van de transferfunctie als volgt weergeven:

$$i\omega - p_1 = i\omega + \omega_o \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) = \omega_o \left(\frac{i\omega}{\omega_o} + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) \right)$$

$$i\omega - p_2 = i\omega + \omega_o \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i) = \omega_o \left(\frac{i\omega}{\omega_o} + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i) \right)$$

Dit kunnen we nu uitdrukken als een functie van de parameter S waarbij

$$S = \frac{i\omega}{\omega_o}$$

Dit geeft dan:

$$i\omega - p_1 = \omega_o \left(S + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i) \right)$$

$$i\omega - p_2 = \omega_o \left(S + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i) \right)$$

Voor de overeenstemmende banddoorlaatfilter kunnen we stellen:

$$S = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega}$$

Wanneer we dit opnieuw inullen in de beide bovenstaande termen krijgen we:

$$\omega_o \left(\frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega} + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i) \right)$$

$$\omega_o \left(\frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{(i\omega)^2 + \omega_1 \omega_2}{i\omega} + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i) \right)$$

We kunnen nu beide termen op gelijke noemer brengen. Dit geeft ons:

$$\frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right)$$

$$\frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right)$$

De nieuwe transferfunctie wordt dan:

$$T(i\omega) = \frac{p_1 p_2}{\frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right) \frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{(i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2}{i\omega} \right)}$$

Dit kunnen we verder uitwerken als:

$$T(i\omega) = \frac{(\omega_2 - \omega_1)^2 (i\omega)^2}{((i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2)((i\omega)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1)(i\omega) + \omega_1 \omega_2)}$$

In de noemer zien we nu 2 kwadratische vergelijkingen in $i\omega$ staan. we kunnen voor elk van deze vergelijkingen de nulpunten uitrekenen. Dit levert ons de volgende 4 polen op:

$$p_{1,1} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1) + \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2}$$

$$p_{1,2} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1) - \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2}$$

$$p_{2,1} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1) + \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2}$$

$$p_{2,2} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1) - \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} (1 - i)(\omega_2 - \omega_1))^2 - 4\omega_1 \omega_2}}{2}$$

In het geval dat we nu $\omega_2 = 3\omega_o$ en $\omega_1 = \omega_o$ kunnen we dit verder vereenvoudigen.

$$p_{1,1} = \omega_o \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) + \sqrt{i-3} \right)$$

$$p_{1,2} = \omega_o \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) - \sqrt{i-3} \right)$$

$$p_{2,1} = \omega_o \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) + \sqrt{-i-3} \right)$$

$$p_{2,2} = \omega_o \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) - \sqrt{-i-3} \right)$$

Wanneer we deze polen in meer detail analyseren, stellen we vast dat we inderdaad 2 paren van complex toegevoegde polen krijgen, namelijk $(p_{1,1}, p_{2,1})$ en $(p_{1,2}, p_{2,2})$. Elk van deze paren kunnen we dan vervolgens met een Sallen en Key circuit uitwerken.

De numerieke waardes voor deze polen zijn:

p11 =	-132656.26200173897	+ j	329305.0471051497
p12 =	-132656.26200173897	- j	329305.0471051497
p21 =	-311632.0318140976	- j	773593.3409209863
p22 =	-311632.0318140976	+ j	773593.3409209863

We kunnen dit ook herschrijven als:

p11 =	355020.41898628714 * (-cos(68.05859933682078)+ j sin(68.05859933682078))
p12 =	355020.41898628714 * (-cos(68.05859933682078)+ j sin(68.05859933682078))
p21 =	834003.105731553 * (-cos(68.05859933682078)+ j sin(68.05859933682078))
p22 =	834003.105731553 * (-cos(68.05859933682078)+ j sin(68.05859933682078))

6.4 Butterworth filters

In dit hoofdstuk werken we een aantal concrete voorbeelden uit van Butterworth filters. We vergelijken hierbij de verschillende ordes en kijken hoe deze in praktijk worden geïmplementeerd in hardware circuits.

6.4.1 Butterworth laagdoorlaatfilter van de 3de orde

We ontwerpen een analoge 3de orde laagdoorlaatfilter van het type Butterworth met afsnijfrequentie 1 MHz. De transferfunktie $H(s)$ of $H(j\omega)$ die we bekomen is:

$$H(s) = \frac{\sum_{n=0}^M b_n s^n}{\sum_{n=0}^N a_n s^n}$$

a_n en b_n zijn de coëfficiënten van de veeltermen in de transferfunktie. Voor deze oefening zijn deze coëfficiënten:

Veelterm coëfficiënten teller: M= 0
b[0] = 2.4805021344239852e+20
Veelterm coëfficiënten noemer: N= 3
a[3] = 1.0
a[2] = 12566370.614359174
a[1] = 78956835208714.88
a[0] = 2.4805021344239852e+20

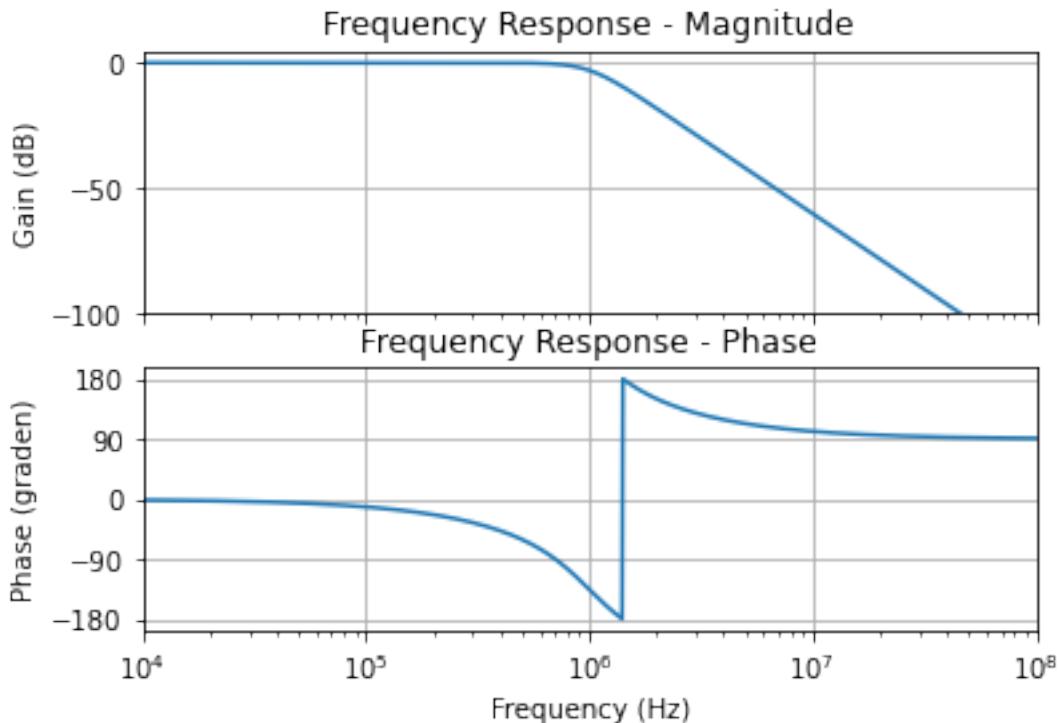


Fig. 6.8: Amplitude en fase van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

We kunnen ook schrijven als functie van polen en nulpunten:

$$H(s) = \frac{\prod_{n=1}^M (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - p_n)}$$

waarbij de positie van deze nulpunten en polen de volgende is:

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 3
p[ 1 ] = (-3141592.6535897935+5441398.092702653j)
p[ 2 ] = (-6283185.307179586-0j)
p[ 3 ] = (-3141592.6535897935-5441398.092702653j)
```

We merken op dat de drie polen die bekomen werden perfect op een cirkel liggen met straal $2\pi \cdot 10^6$.

We kunnen deze transferfunktie nu verder uitwerken in een product van meerdere transferfucties waarbij we de complex toegevoegde polen samennemen.

$$\begin{aligned} H(s) &= H_1(s)H_2(s) = \frac{1}{(s - p_1)(s - p_3)} \frac{1}{(s - p_2)} \\ H_1(s) &= \frac{1}{(s - p_1)(s - p_3)} \\ H_2(s) &= \frac{1}{(s - p_2)} \end{aligned}$$

De onderstaande figuur bekijkt deze opsplitsing in detail rond de afsnijfrequentie. Hier merken we dat de overshoot in de 2de orde filter $H_1(s)$ voor een deel het sneller dalen van de eerste orde filter $H_2(s)$ compenseert

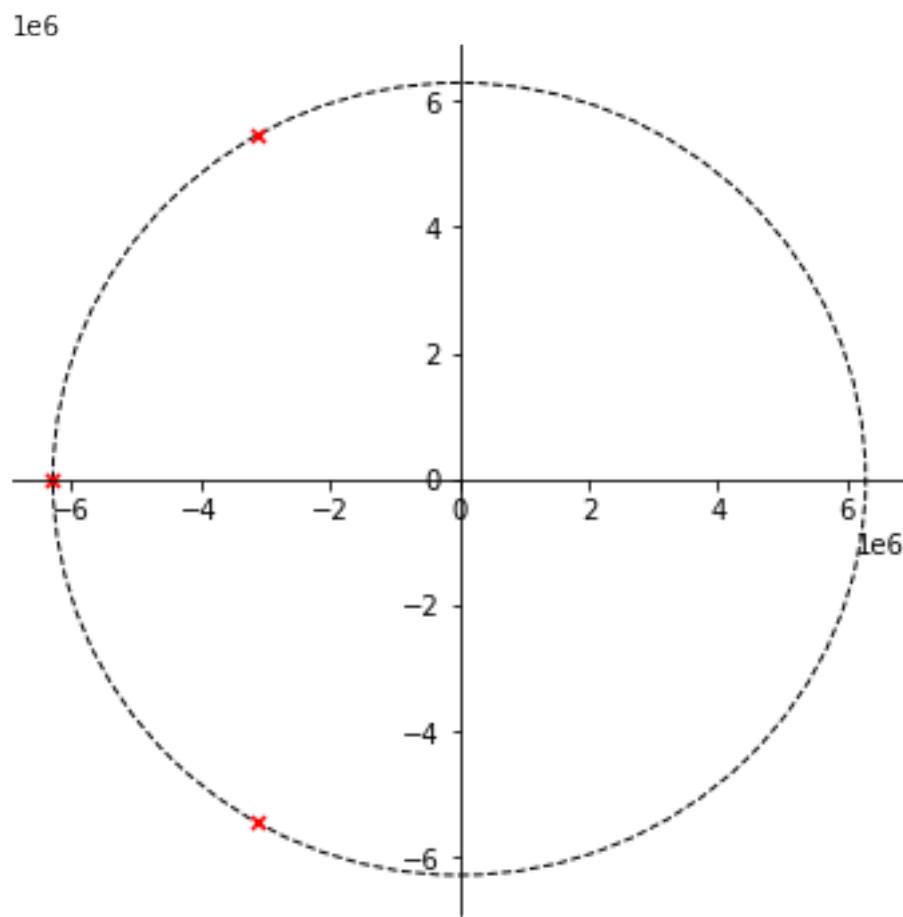


Fig. 6.9: Polen van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

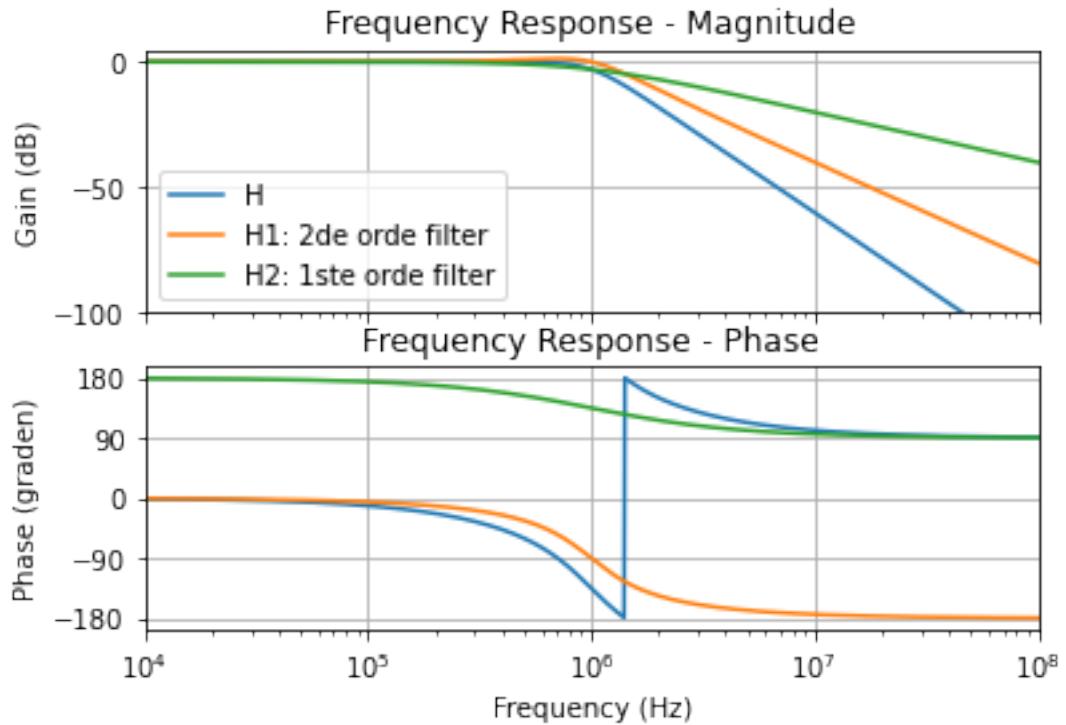


Fig. 6.10: Opsplitsing van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz in 2 transferfunkties H1 en H2.

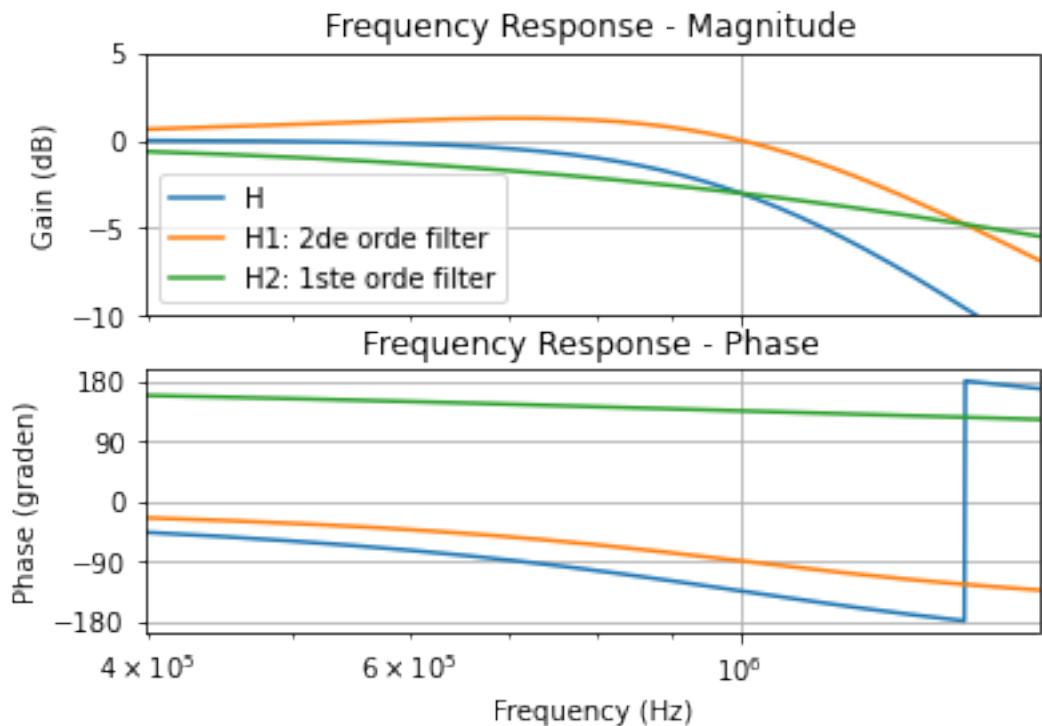


Fig. 6.11: Detail rond de afsnijfrequentie van de opsplitsing van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz in 2 transferfunkties H1 en H2.

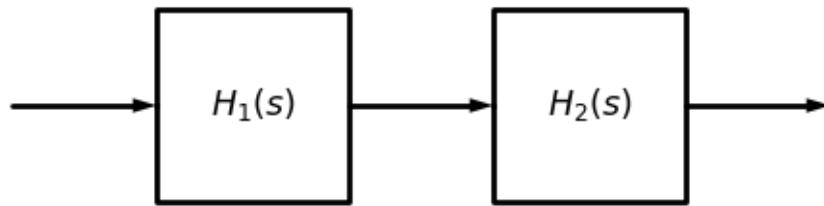


Fig. 6.12: Opsplitsing van een derde orde Butterworth laagdoorlaatfilter in de bouwblokken H_1 en H_2 .

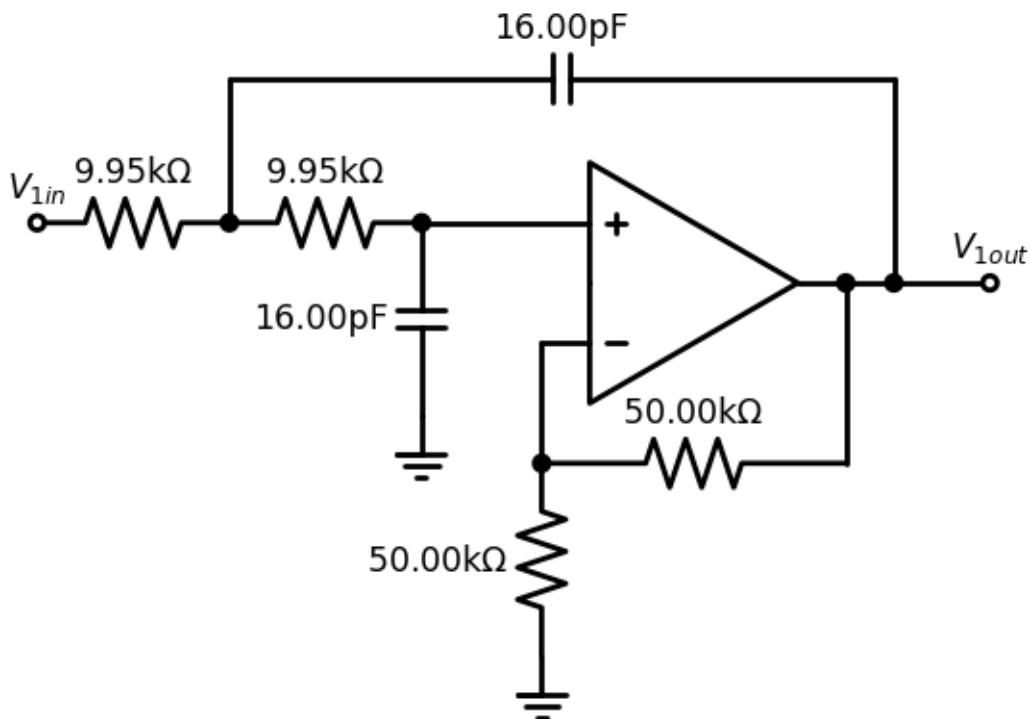


Fig. 6.13: concrete implementatie van het tweede orde filter H_1 .

De implementatie van H_2 kan er in dit geval als het volgt uitzien met $R_1 = R_2 = 9.947 \text{ k}\Omega$ en $C_2 = 16\text{pF}$

Een totale spice file van het gehele circuit ziet er dan als het volgt uit:

Notitie: Dit is momenteel nog werk in progress.

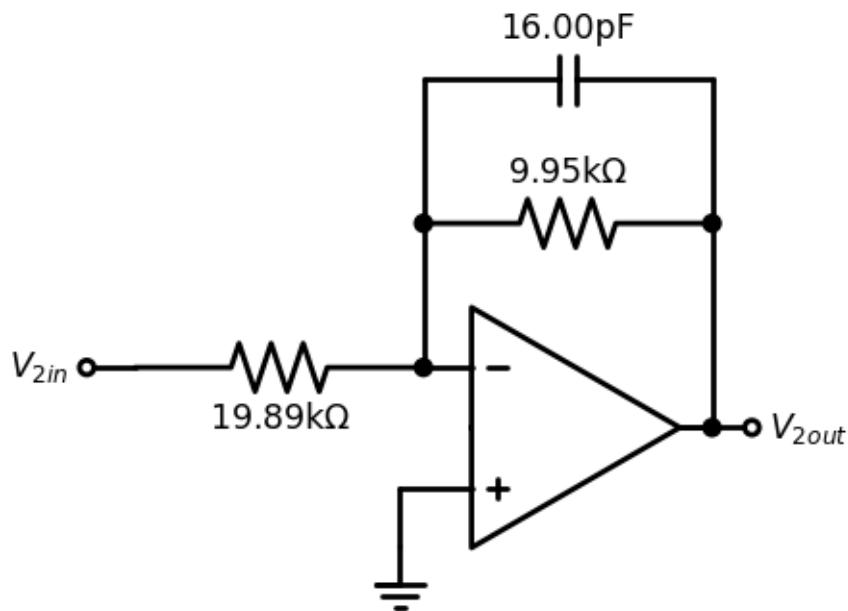


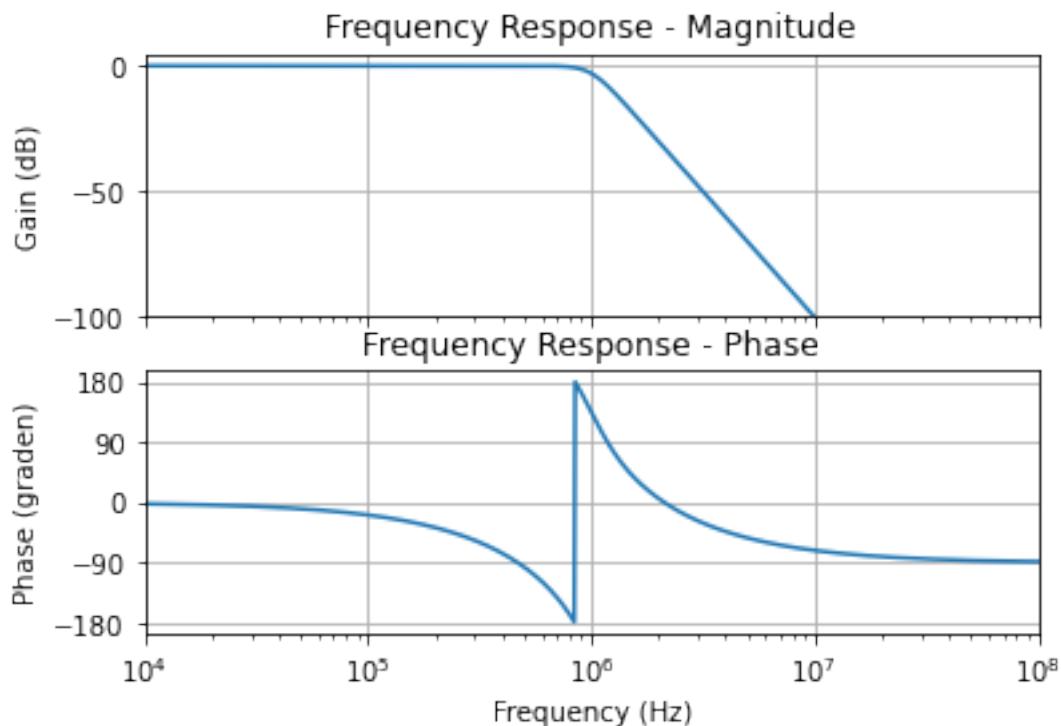
Fig. 6.14: concrete implementatie van het eerste orde filter H2.

6.4.2 Butterworth laagdoorlaatfilter van de 5de orde

```

Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 9.792629913129003e+33
Veelterm coefficienten noemer: N= 5
a[ 5 ] = 1.0
a[ 4 ] = 20332814.76926104
a[ 3 ] = 206711678220539.9
a[ 2 ] = 1.2988077794177306e+21
a[ 1 ] = 5.043559043399954e+27
a[ 0 ] = 9.792629913129004e+33

```



```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 5
p[ 1 ] = (-1941611.0387254667+5975664.329483111j)
p[ 2 ] = (-5083203.69231526+3693163.6609809133j)
p[ 3 ] = (-6283185.307179586-0j)
p[ 4 ] = (-5083203.69231526-3693163.6609809133j)
p[ 5 ] = (-1941611.0387254667-5975664.329483111j)
```

6.4.3 Vergelijking van de 3de en 5de orde Butterworth laagdoorlaatfilter

6.4.4 zevende orde banddoorlaatfilter van 10MHz tot 50MHz

In het eerste voorbeeld van een banddoorlaatfilter bekijken we een redelijk breedbandfilter: De bandbreedte(40 MHz) is in dit geval veel groter dan de laagste doorlaatfrequentie.

```
Veelterm coefficienten teller: M= 7
b[ 7 ] = 6.334013983218556e+58
b[ 6 ] = 0.0
b[ 5 ] = 0.0
b[ 4 ] = 0.0
b[ 3 ] = 0.0
b[ 2 ] = 0.0
b[ 1 ] = 0.0
b[ 0 ] = 0.0
Veelterm coefficienten noemer: N= 14
```

(Vervolgt op volgende pagina)

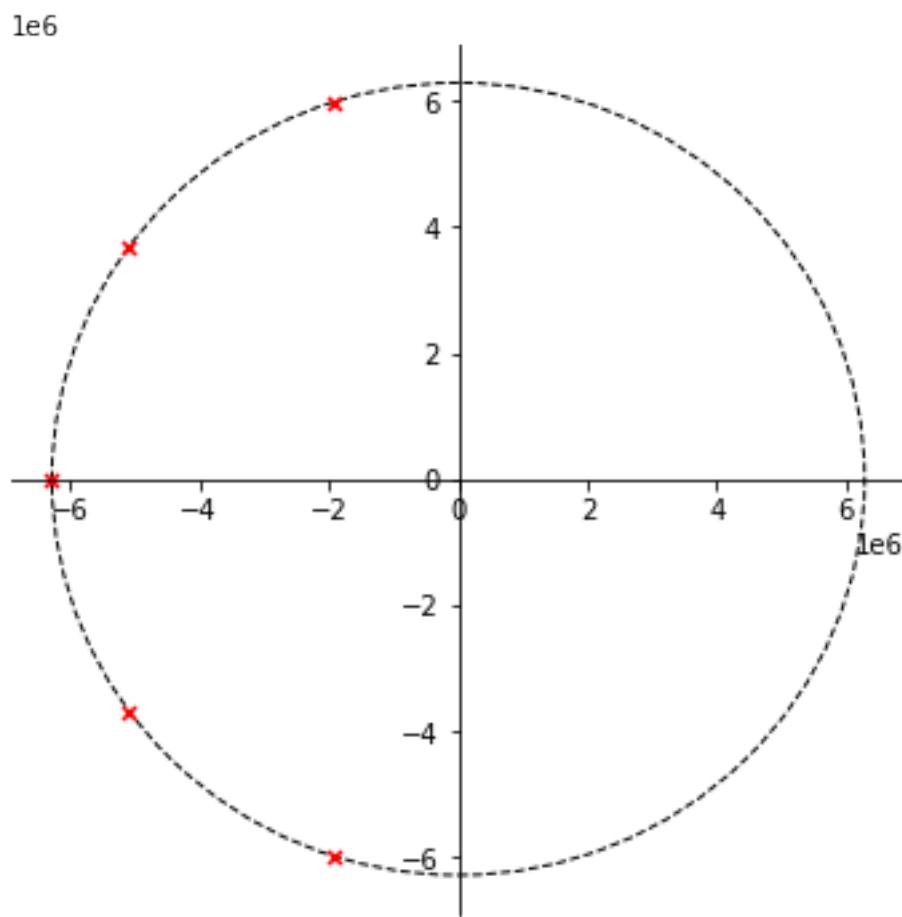


Fig. 6.15: Polen van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

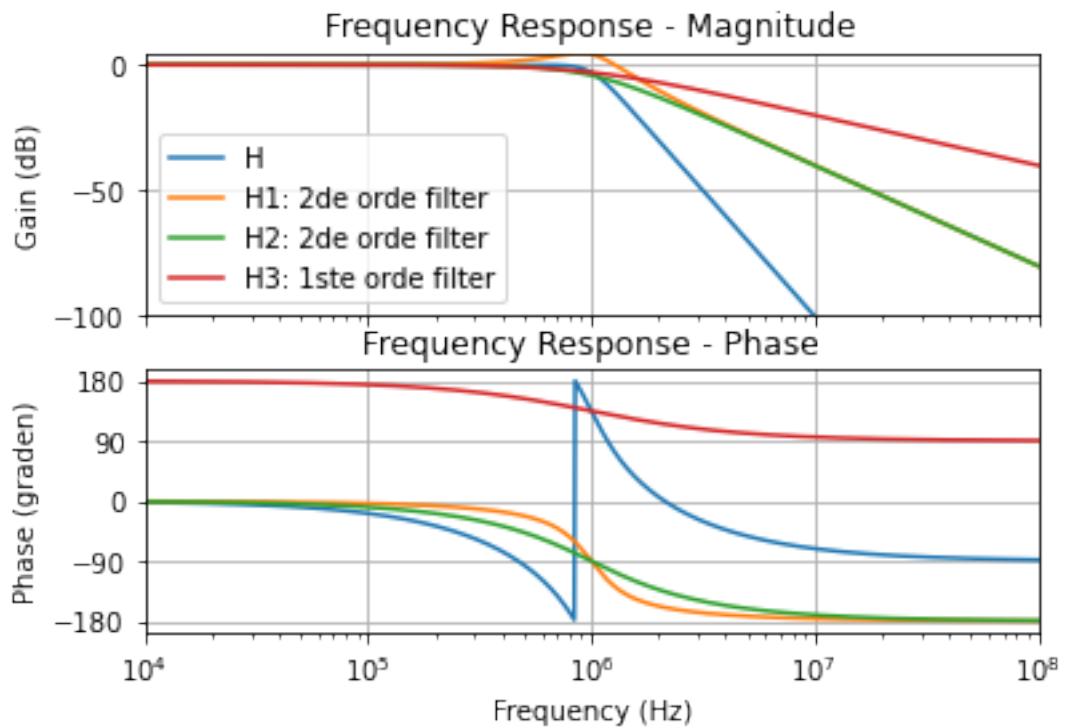


Fig. 6.16: Opsplitsing van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz in 3 transferfunkties.

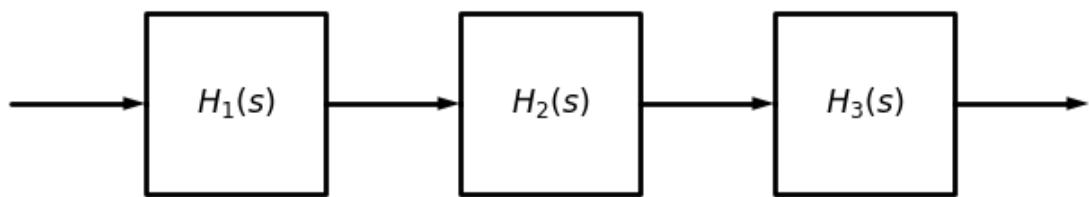


Fig. 6.17: Hardware implementatie van een vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter in 3 building blocks.

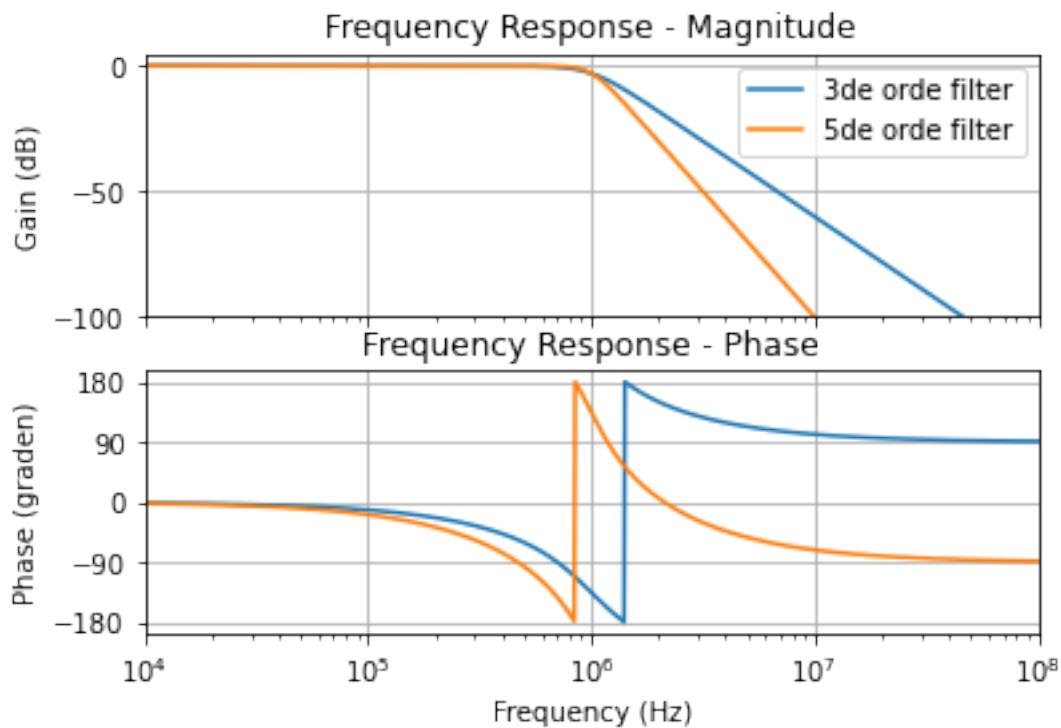
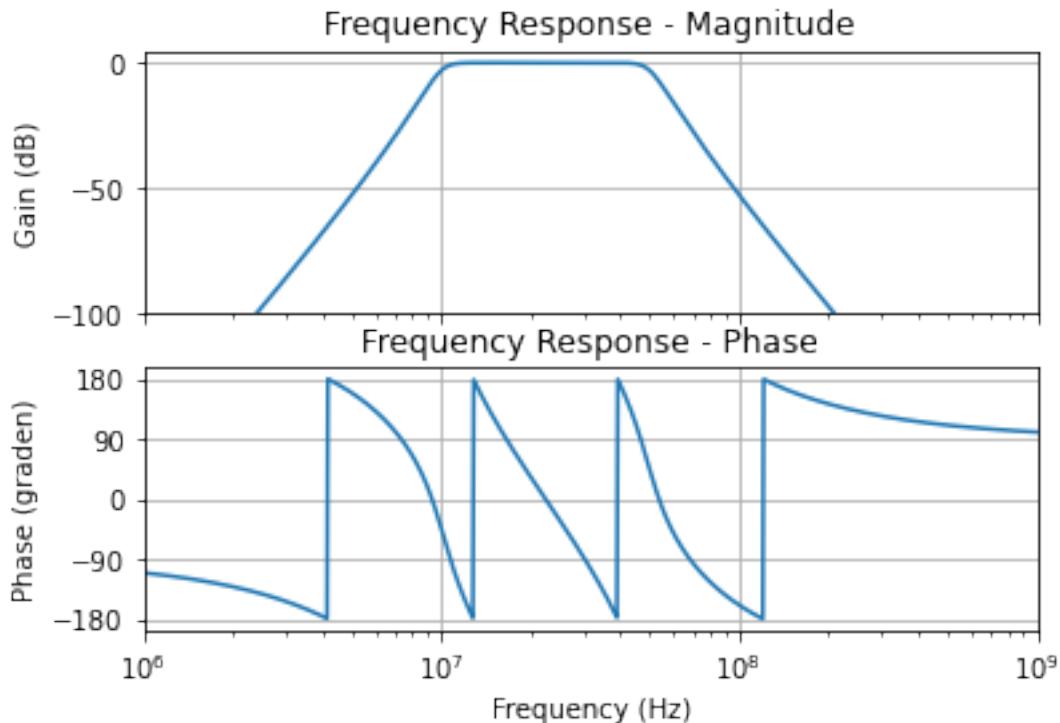


Fig. 6.18: Vergelijking van een derde en vijfde orde Butterworth laagdoorlaatfilter met afsnijfrequentie 1 MHz.

(Vervolg van vorige pagina)

```
a[ 14 ] = 1.0
a[ 13 ] = 1129455138.528784
a[ 12 ] = 7.760089165897884e+17
a[ 11 ] = 3.654151505077993e+26
a[ 10 ] = 1.293535546920629e+35
a[ 9 ] = 3.5017090931362664e+43
a[ 8 ] = 7.334620231296047e+51
a[ 7 ] = 1.1783749530590898e+60
a[ 6 ] = 1.4477960023023706e+68
a[ 5 ] = 1.3643931993116192e+76
a[ 4 ] = 9.948728770520122e+83
a[ 3 ] = 5.547604782936569e+91
a[ 2 ] = 2.325495035605259e+99
a[ 1 ] = 6.681091689314365e+106
a[ 0 ] = 1.1676379112645588e+114
```



Wanneer we de transferfunctie in detail analyseren, vinden we 7 nullen op frequentie 0, en 14 polen, namelijk:

```
Lijst der nullen: M= 7
z[ 1 ] = 0j
z[ 2 ] = 0j
z[ 3 ] = 0j
z[ 4 ] = 0j
z[ 5 ] = 0j
z[ 6 ] = 0j
z[ 7 ] = 0j
Lijst der polen: N= 14
p[ 1 ] = (-9467553.01746494-62713329.10036281j)
p[ 2 ] = (-30211474.606362037-61659756.49600357j)
p[ 3 ] = (-58777850.02496373-58866599.60061156j)
p[ 4 ] = (-125663706.14359173-62831853.07179589j)
p[ 5 ] = (-58777850.02496373+58866599.60061156j)
p[ 6 ] = (-30211474.606362037+61659756.49600357j)
p[ 7 ] = (-9467553.01746494+62713329.10036281j)
p[ 8 ] = (-46458057.493502825+307739438.435567j)
p[ 9 ] = (-126488603.88224223+258155439.82934594j)
p[ 10 ] = (-167660324.09626448+167913476.98651484j)
p[ 11 ] = (-125663706.14359173+62831853.07179589j)
p[ 12 ] = (-167660324.09626448-167913476.98651484j)
p[ 13 ] = (-126488603.88224223-258155439.82934594j)
p[ 14 ] = (-46458057.493502825-307739438.435567j)
```

Er is maar een enkele goede methode om van een laagdoorlaatfilter over te gaan naar een banddoorlaatfilter en dat is via de transformatie die aangegeven is op slide 44. Deze staat ook in je formularium. Het is natuurlijk ook belangrijk een goed gevoel te hebben van waar je verwacht uit te komen. Als je een banddoorlaatfilter hebt met een kleine bandbreedte B in vergelijking met de centrale frequentie f_0 , gaat dat ook redelijk goed kloppen (zoals in slide 46). Maar als B dezelfde grootteorde krijgt als f_0 , dan worden de polen meer en meer getrokken in de richting van de 2 afzonderlijke filters na elkaar. Om dat toe te lichten heb ik in de Jupyter een voorbeeldje gegeven van een zevende orde banddoorlaatfilter van 10MHz tot 50MHz. De centrale frequentie is 30MHz maar de bandbreedte B is 40MHz, dus groter dan de centrale frequentie. We zien hier dat de pole niet langer liggen op de 2 halve cirkels waarop we ze

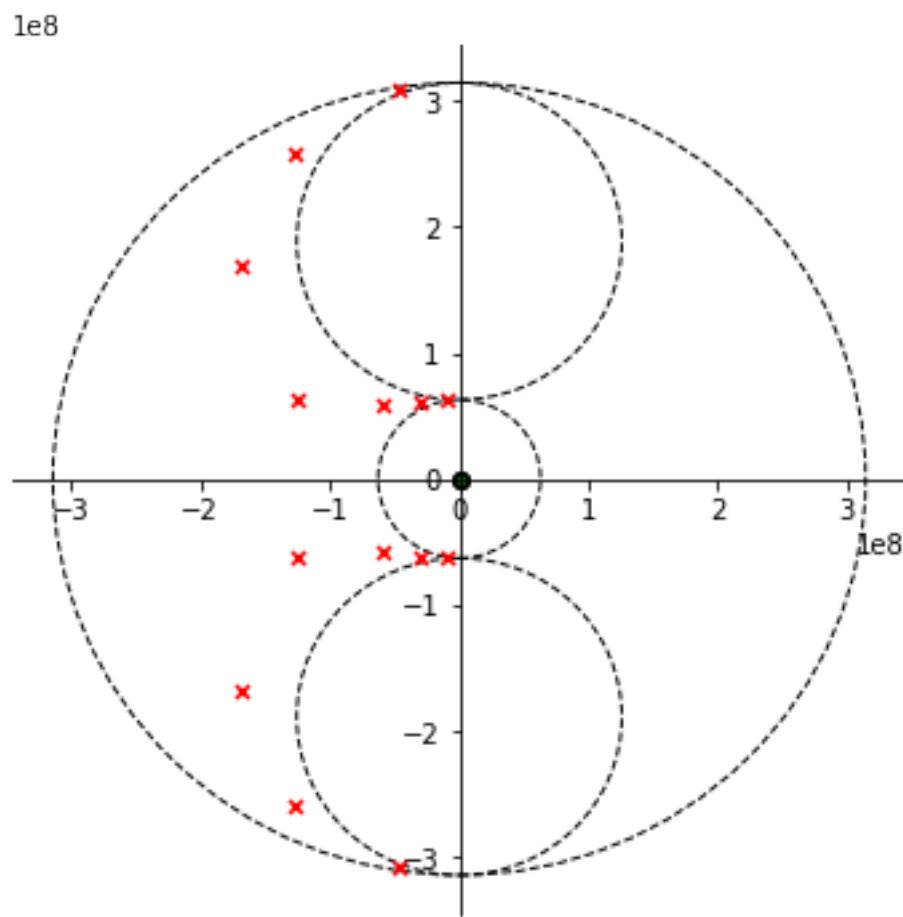


Fig. 6.19: polen van een 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter.

verwachten maar dat ze meer en meer getrokken worden in de richting van 2 andere cirkels namelijk de hoogdoorlaat van 10 MHz en de laagdoorlaat van 50 MHz.

Dit is wel een overdreven speciaal geval in de meeste gevallen is de bandbreedte B veel kleiner dan f, en dan lijkt het dat ze mooi op de kleine cirkel liggen. En dat is zeker goed als eerste benadering. Het is niet 100% exact. En dat is ook belangrijk als ingenieur om dat goed te weten.

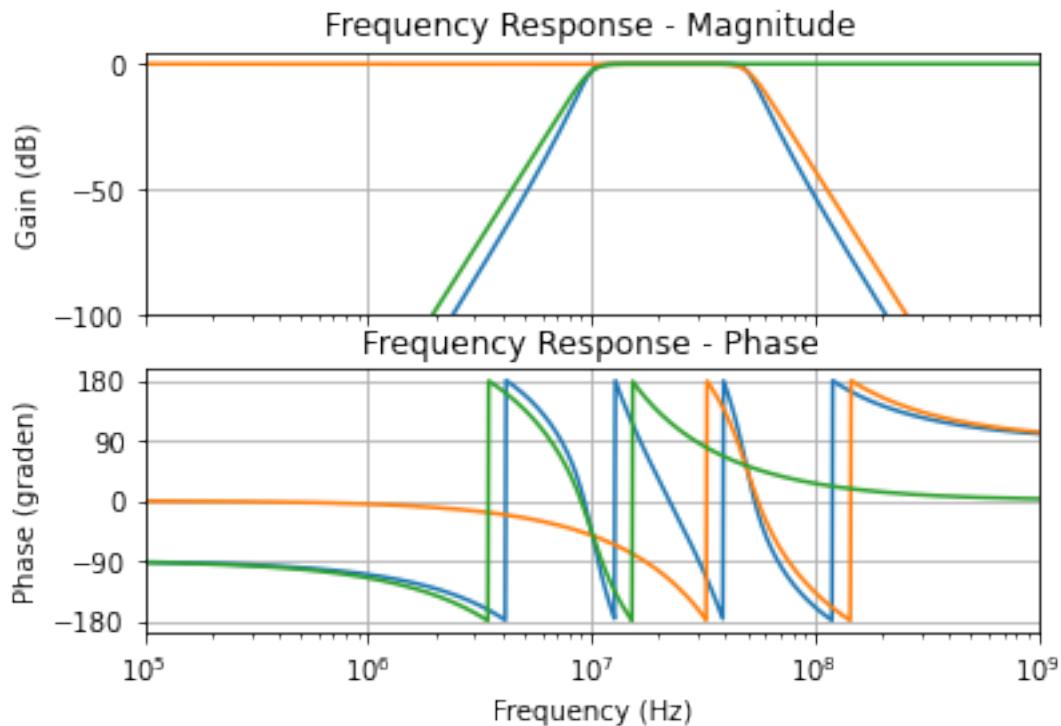


Fig. 6.20: Vergelijking tussen 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter en een opeenvolging van laagdoorlaatfilter en een hoogdoorlaatfilter.

6.4.5 7de orde banddoorlaatfilter tussen 47 en 53 MHz

```

Veelterm coefficienten teller: M= 7
b[ 7 ] = 1.082225670413975e+53
b[ 6 ] = 0.0
b[ 5 ] = 0.0
b[ 4 ] = 0.0
b[ 3 ] = 0.0
b[ 2 ] = 0.0
b[ 1 ] = 0.0
b[ 0 ] = 0.0
Veelterm coefficienten noemer: N= 14
a[ 14 ] = 1.0
a[ 13 ] = 169418270.77931747
a[ 12 ] = 7.027364430041076e+17
a[ 11 ] = 1.0074611841037228e+26
a[ 10 ] = 2.1017496540749808e+35
a[ 9 ] = 2.488471395316168e+43
a[ 8 ] = 3.4683129207221617e+52
a[ 7 ] = 3.2679992552874596e+60
a[ 6 ] = 3.4107645311434367e+69

```

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```
a[ 5 ] = 2.406576000783415e+77
a[ 4 ] = 1.998855398085796e+86
a[ 3 ] = 9.422413939327687e+93
a[ 2 ] = 6.463381596708082e+102
a[ 1 ] = 1.5323607880306775e+110
a[ 0 ] = 8.894760315452719e+118
```

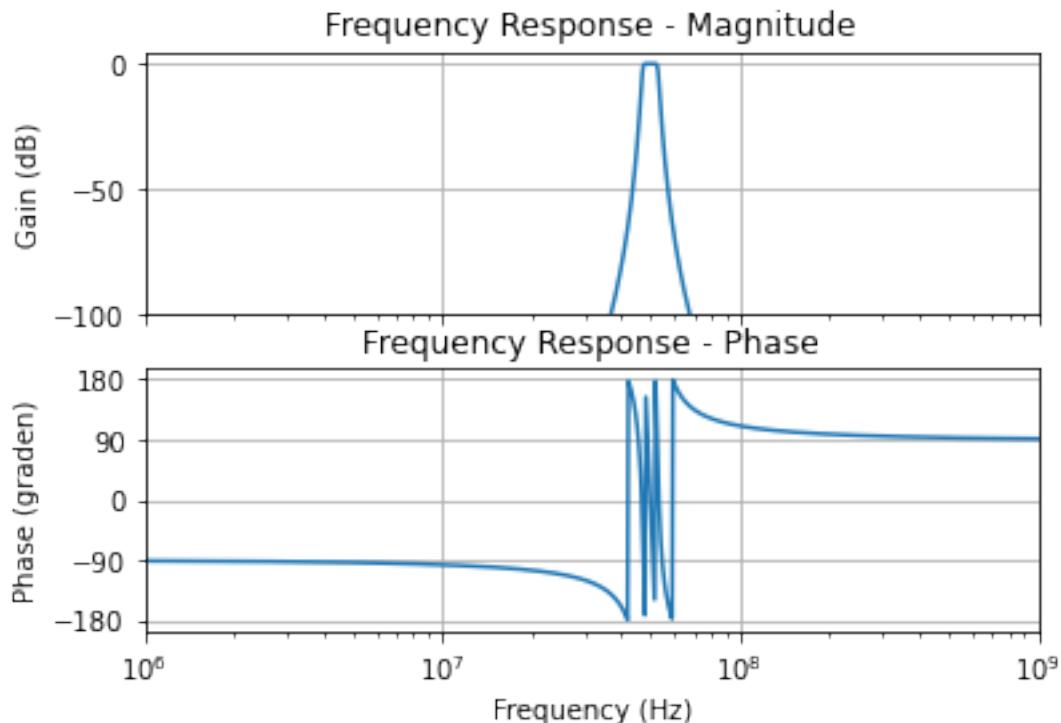


Fig. 6.21: Transfer functie van een 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter met beperkte bandbreedte.

Wanneer we de polen en de nullen plotten, bekomen we het volgende resultaat.

```
Lijst der nullen: M= 7
z[ 1 ] = 0j
z[ 2 ] = 0j
z[ 3 ] = 0j
z[ 4 ] = 0j
z[ 5 ] = 0j
z[ 6 ] = 0j
z[ 7 ] = 0j
Lijst der polen: N= 14
p[ 1 ] = (-3949021.641305336-295726397.242198j)
p[ 2 ] = (-11200424.836296545-298982612.7578789j)
p[ 3 ] = (-16539450.539423024-305061656.189032j)
p[ 4 ] = (-18849555.92153874-313026248.8897938j)
p[ 5 ] = (-16539450.539423024+305061656.189032j)
p[ 6 ] = (-11200424.836296545+298982612.7578789j)
p[ 7 ] = (-3949021.641305336+295726397.242198j)
p[ 8 ] = (-4439819.935339821+332480313.6424786j)
p[ 9 ] = (-12304586.93699407+328456965.2578802j)
p[ 10 ] = (-17426275.57876118+321418687.7969175j)
p[ 11 ] = (-18849555.92153874+313026248.8897938j)
```

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

```
p[ 12 ] = (-17426275.57876118-321418687.7969175j)
p[ 13 ] = (-12304586.93699407-328456965.2578802j)
p[ 14 ] = (-4439819.935339821-332480313.6424786j)
```

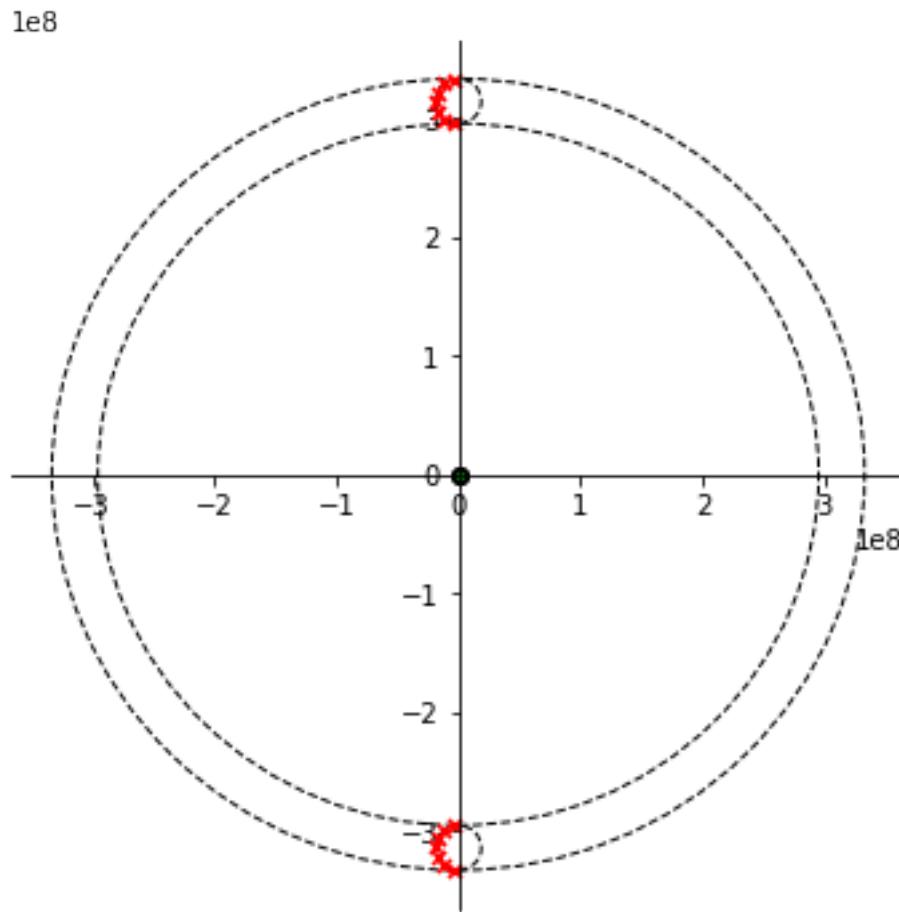


Fig. 6.22: Polen van een 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter met beperkte bandbreedte.

We merken op dat voor de heel nauwe banddoorlaat filters de polen wel op een cirkel liggen waarvan de straal overeenkomt met de bandbreedte van de filter. Het is ook zo dat het verschil tussen deze banddoorlaatfilter en een laagdoorlaatfilter gevuld door een hoogdoorlaatfilter nu wel enorm groot is. Dat zien we al op basis van de polen hierboven en ook op basis van de transferkarakteristieken hieronder.

6.5 Chebyshev filters

6.5.1 Chebyshev 40 MHz laagdoorlaatfilter van de 3de orde met 6dB maximale ripple

```
Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 2.298652790795694e+24
Veelterm coefficienten noemer: N= 3
a[ 3 ] = 1.0
```

(Vervolgt op volgende pagina)

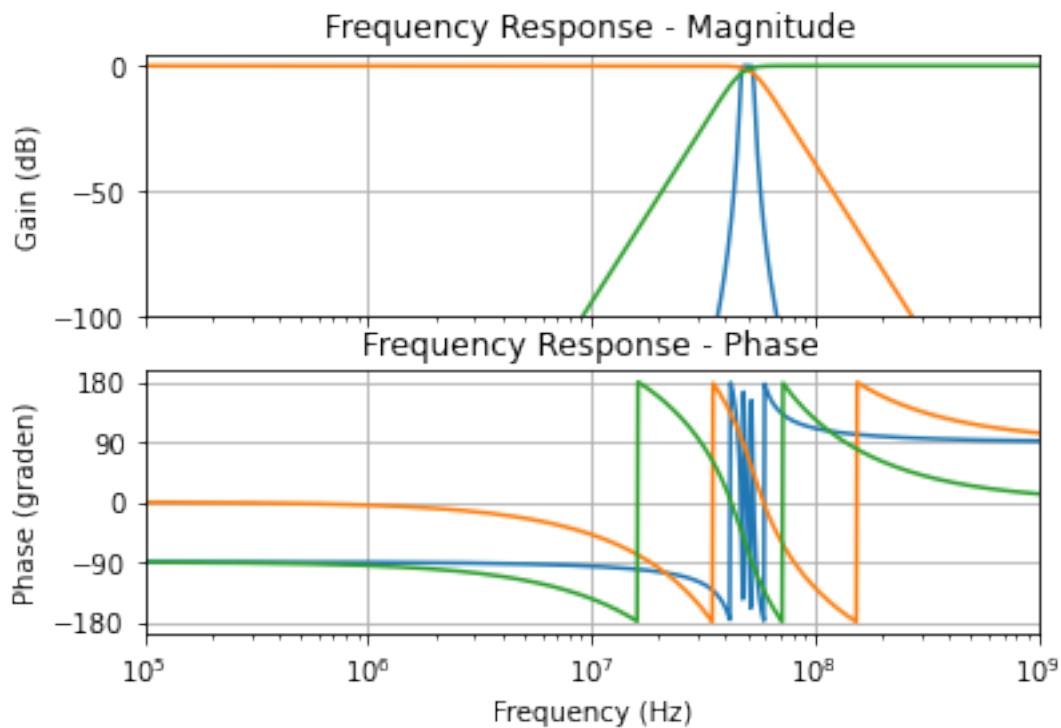


Fig. 6.23: Vergelijking tussen 7de orde Butterworth banddoorlaatfilter (met beperkte bandbreedte) en een opeenvolging van laagdoorlaatfilter en een hoogdoorlaatfilter.

(Vervolg van vorige pagina)

```
a[ 2 ] = 92822184.81844565
a[ 1 ] = 5.168208012246375e+16
a[ 0 ] = 2.298652790795694e+24
```

Aangezien de doorlaatband 6 dB is, is het interessant hierop eens in detail in te zoemen. Dit doen we aan de hand van de onderstaande figuur.

Bij een Chebyshev filter liggen de polen niet meer op een cirkel maar wel op een ellips. De onderstaande figuur geeft de ligging van deze polen aan.

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 3
p[ 1 ] = (-23205546.204611413+221335928.5095666j)
p[ 2 ] = (-46411092.40922282-0j)
p[ 3 ] = (-23205546.204611413-221335928.5095666j)
```

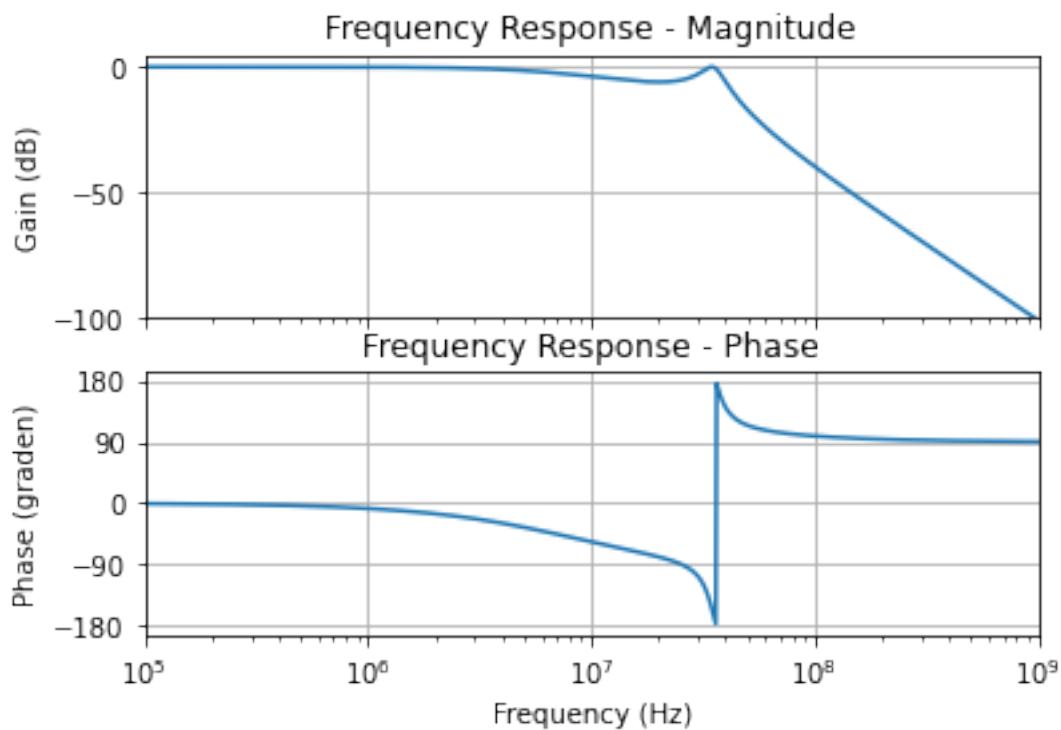


Fig. 6.24: 40 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de derde orde met een 6dB passband.

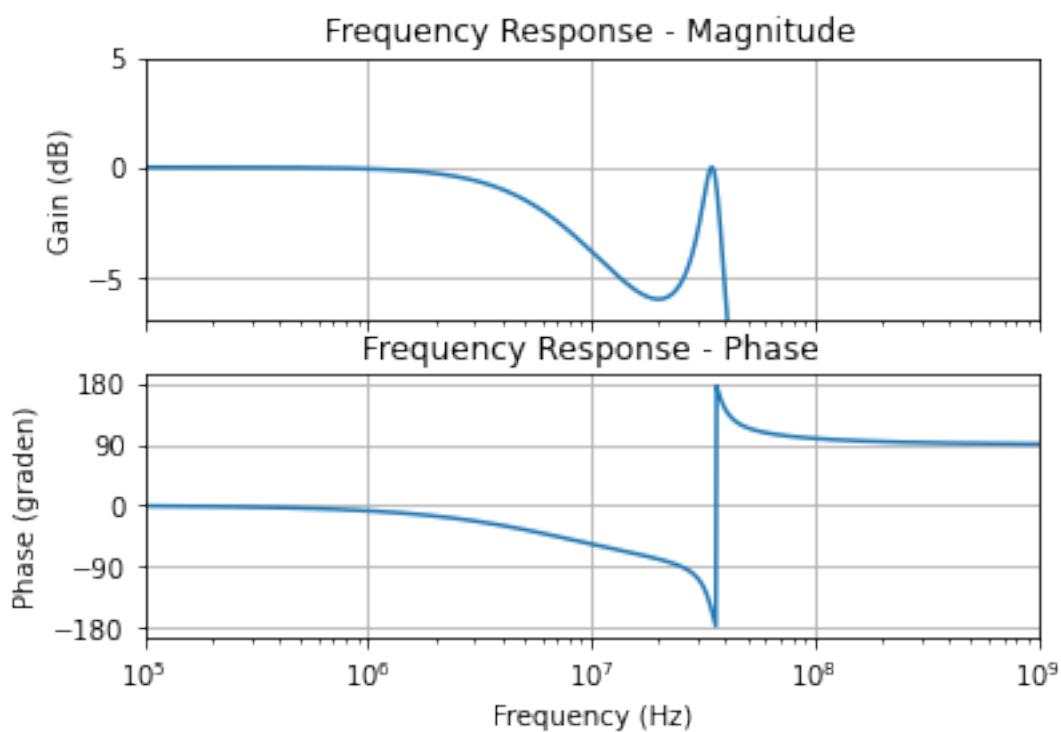


Fig. 6.25: detail van de 6dB passband van een 40 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de derde orde.

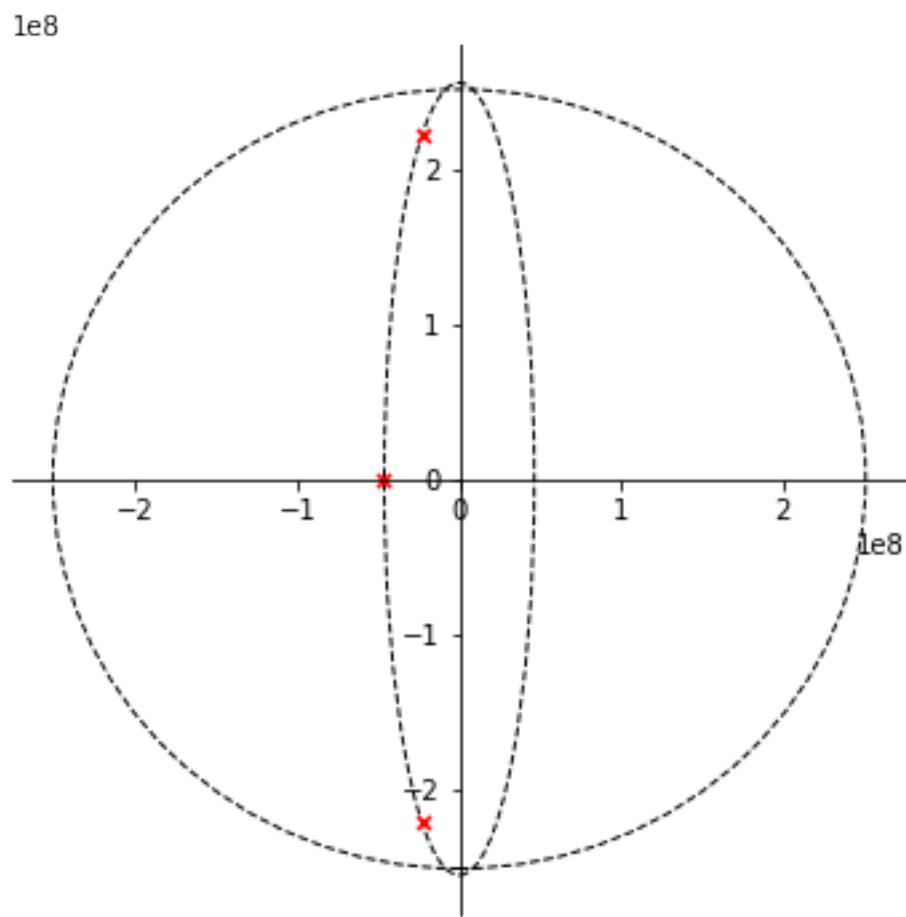


Fig. 6.26: ligging van de polen 40 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de derde orde met een 6dB passband.

6.5.2 Chebyshev 120 MHz laagdoorlaatfilter van de 8de orde met 2dB maximale ripple

```
Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 1.0669416336250132e+69
Veelterm coefficienten noemer: N= 8
a[ 8 ] = 1.0
a[ 7 ] = 524820305.9616953
a[ 6 ] = 1.2746966037803576e+18
a[ 5 ] = 5.1937707944741785e+26
a[ 4 ] = 5.104888759746549e+35
a[ 3 ] = 1.45769782715832e+44
a[ 2 ] = 6.590270478283454e+52
a[ 1 ] = 1.0103634193419598e+61
a[ 0 ] = 1.3431999354717115e+69
```

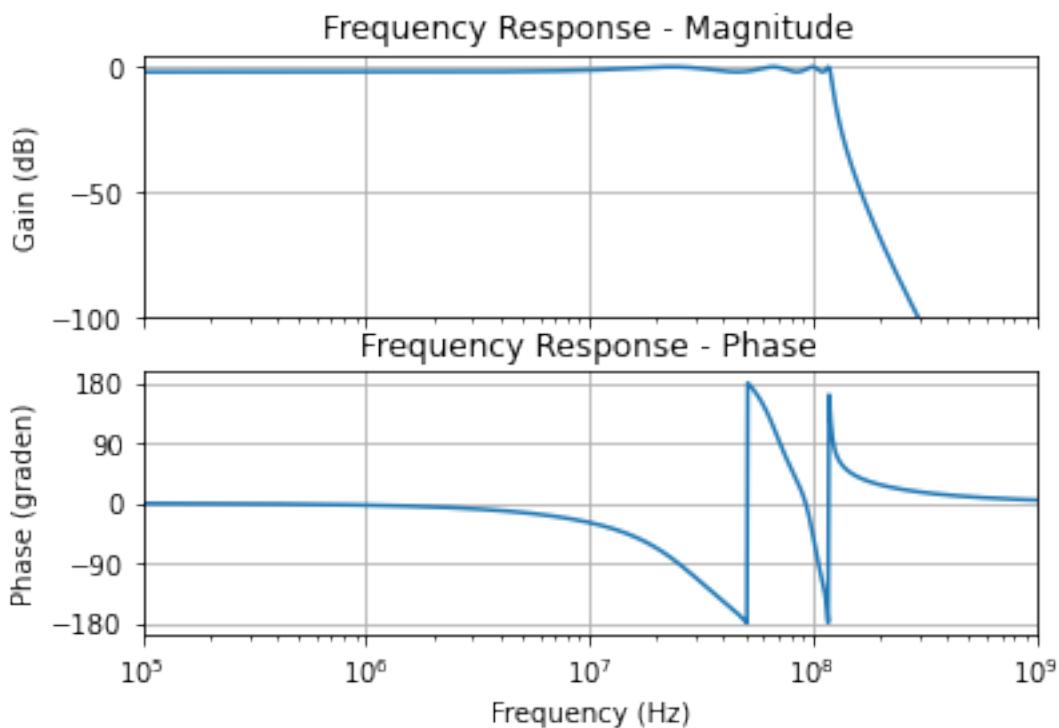


Fig. 6.27: 120 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de 8ste orde met een 2dB passband.

Ook voor de 8ste orde gaan we inzoomen op de doorlaatband. Hier vinden we dan ook een rimpel van 2 dB met 8 extremen terug.

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 8
p[ 1 ] = (-19974783.518686887+746281824.2305412j)
p[ 2 ] = (-56883370.83720408+632667181.5530242j)
p[ 3 ] = (-85131980.59479763+422734695.6263414j)
p[ 4 ] = (-100420018.03015907+148444684.39010677j)
p[ 5 ] = (-100420018.03015907-148444684.39010677j)
p[ 6 ] = (-85131980.59479763-422734695.6263414j)
p[ 7 ] = (-56883370.83720408-632667181.5530242j)
p[ 8 ] = (-19974783.518686887-746281824.2305412j)
```

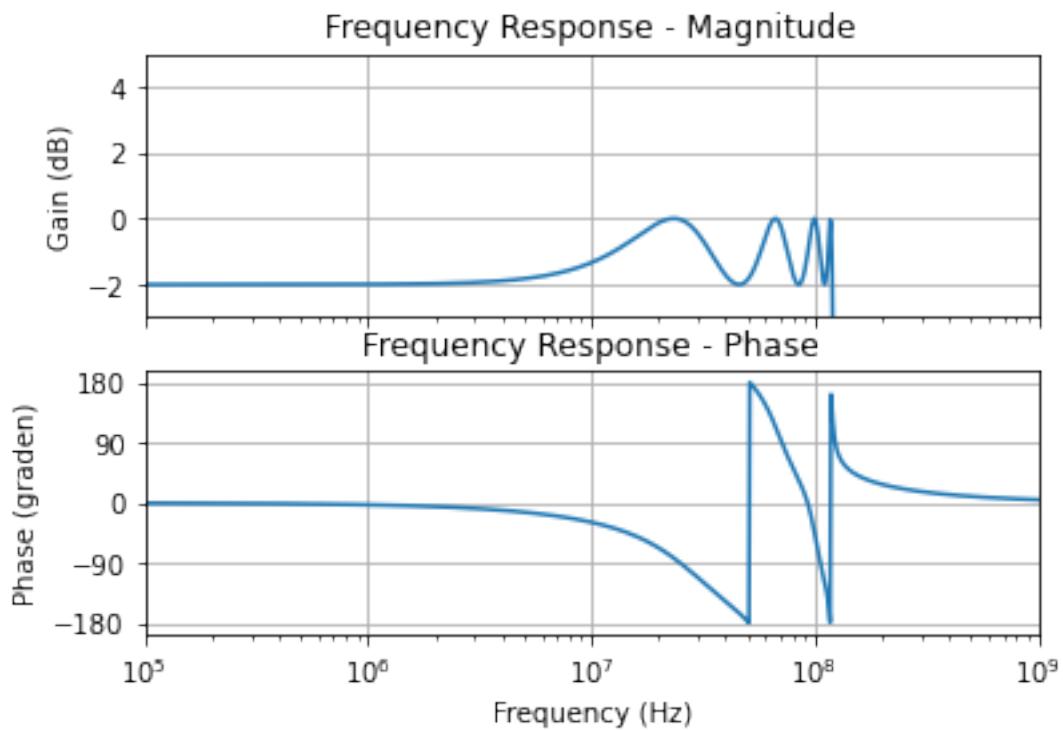


Fig. 6.28: detail van de 2dB passband van de 120 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de 8ste orde.

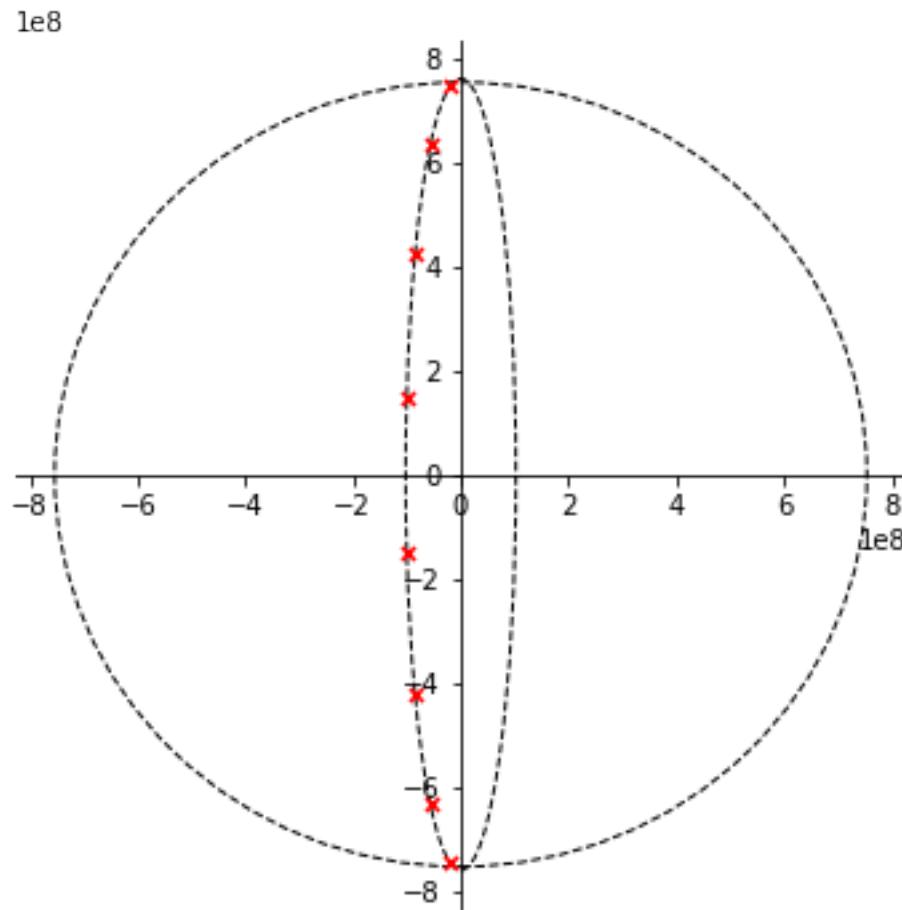


Fig. 6.29: ligging van de polen 120 MHz Chebyshev laagdoorlaatfilter van de 8ste orde met een 2dB passband.

Wanneer we de Butterworth met Chebychev vergelijken merken we dat hoe meer passband we toelaten, hoe stijler flank is aan het einde van de doorlaatband. Dit is dan ook het belangrijke ontwerpcompromis.

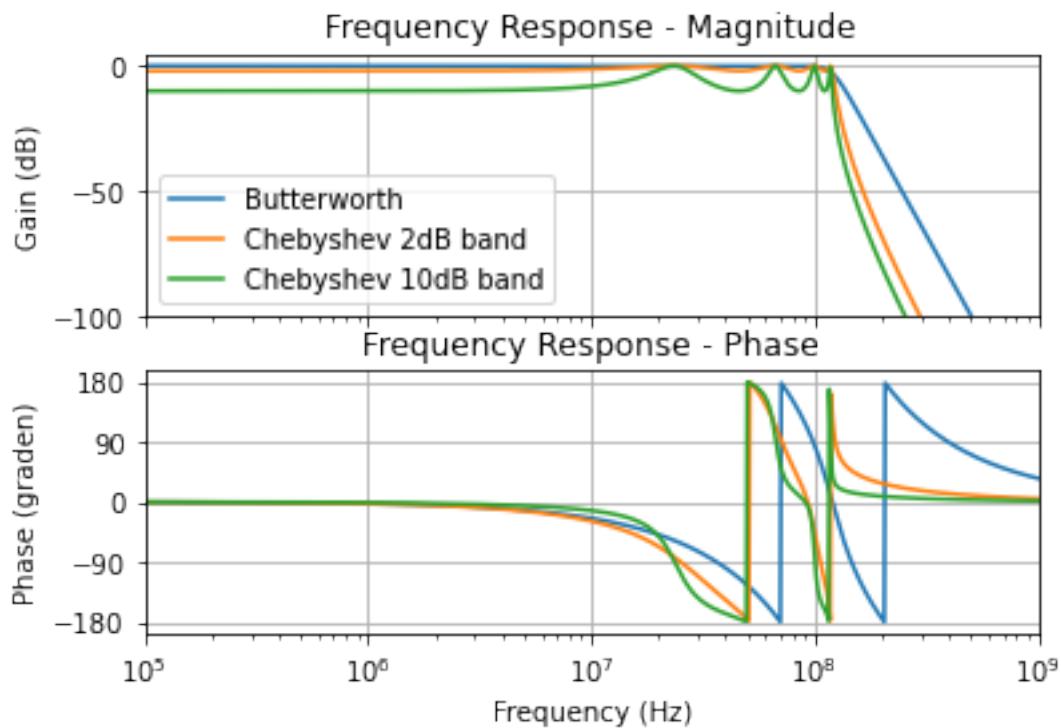


Fig. 6.30: vergelijking Butterworth en Chebyshev laagdoorlaatfilters van de 8ste orde.

6.5.3 Chebyshev 30 MHz laagdoorlaatfilter van de 2de orde met 6dB maximale ripple

```
Veelterm coefficienten teller: M= 0
b[ 0 ] = 1.780752121671573e+16
Veelterm coefficienten noemer: N= 2
a[ 2 ] = 1.0
a[ 1 ] = 121560720.41014235
a[ 0 ] = 2.5153792295277244e+16
```

```
Lijst der nullen: M= 0
Lijst der polen: N= 2
p[ 1 ] = (-60780360.20507117+146490750.93199244j)
p[ 2 ] = (-60780360.20507117-146490750.93199244j)
```

We kunnen deze 2de orde laagdoorlaatfilter ook maken met een Sallen en Key circuit als aangegeven in Fig. 6.7. we merken op dat de frequentie waarop dit circuit gaat afsnijden een stuk lager is dan de frequentie van het overeenkomende Butterworth circuit. De juiste afsnijfrequentie kunnen we uitrekenen op basis van de polen en deze is:

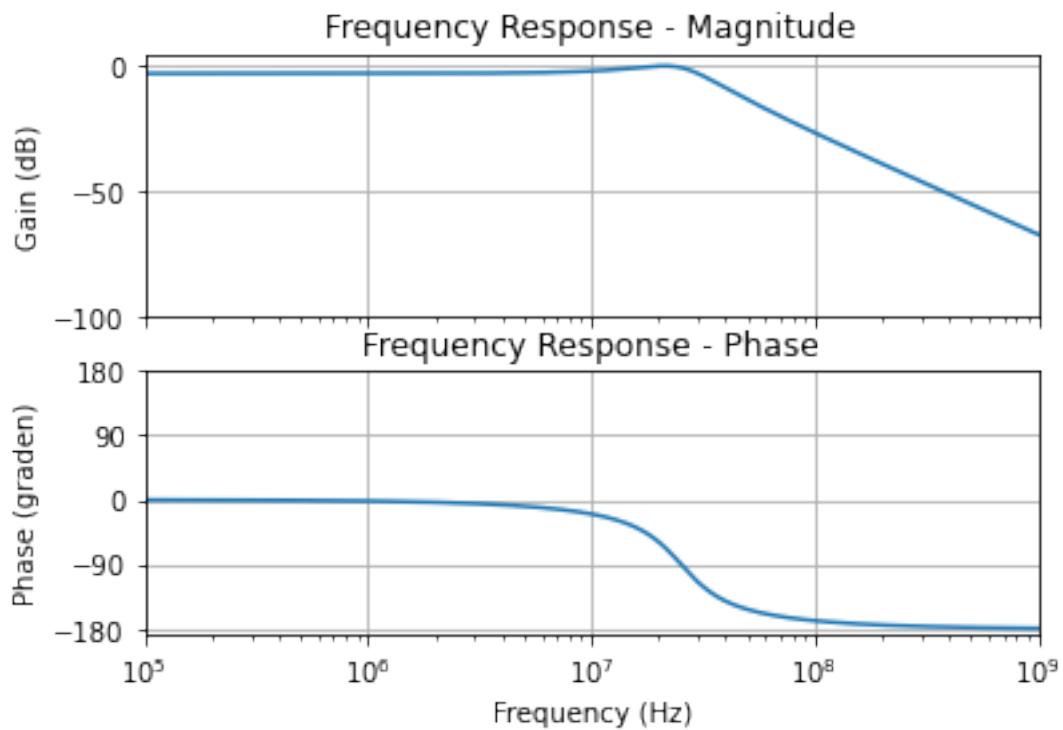


Fig. 6.31: Transferfunctie van de Chebyshev 30 MHz laagdoorlaatfilter van de 2de orde.

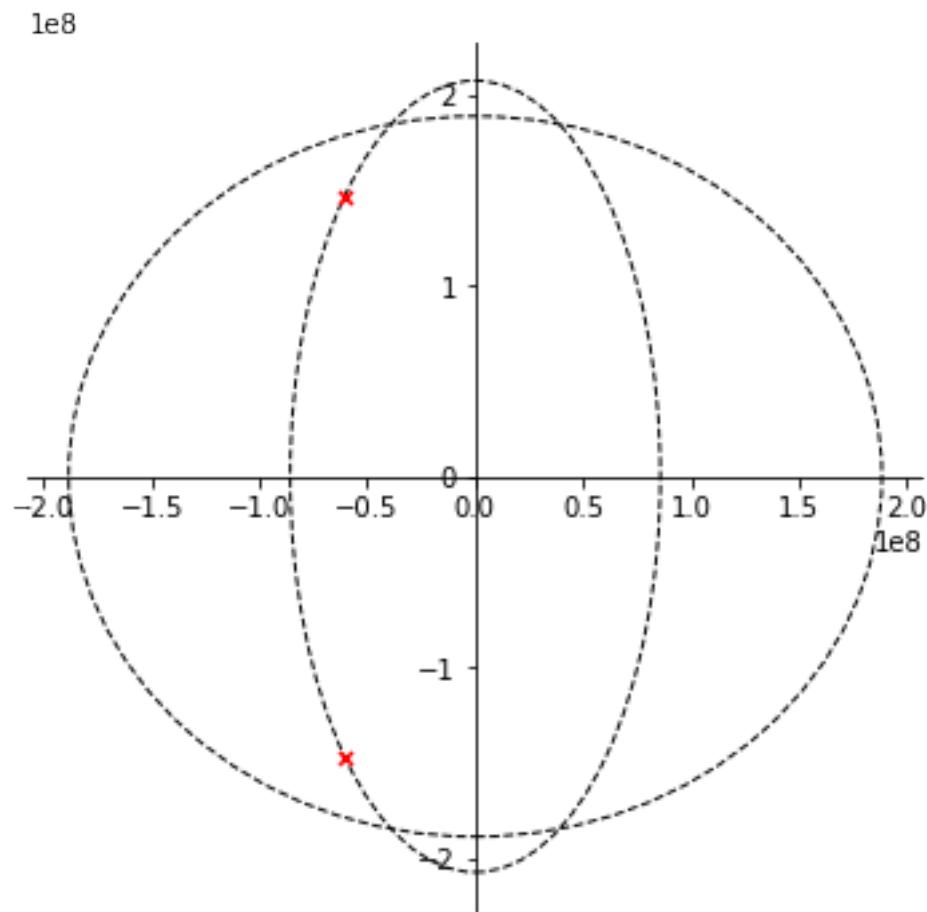


Fig. 6.32: Ligging van de polen van de Chebyshev 30 MHz laagdoorlaatfilter van de 2de orde.

25241889.828472663

Dit is dus afgerond iets in de buurt van 25 MHz. Van de andere kant gaat de hoek dat de polen maken met de x-as een stuk groter gaan zijn dan de 45 graden bij Butterworth. Ook dit kunnen we uitrekenen op basis van de polen en we komen hiervoor de volgende waarde uit:

67.46598822997034

Als een gevolg van deze hoek van 67 graden, zullen we als ratio tussen de 2 weerstanden R_1 en R_2 van het Sallen en Key circuit uit Fig. 6.7 een k-factor hebben die gelijk is aan:

1.23353640830558

6.6 Bessel Thomson filters

In dit vak zullen we de Bessel Thomson filters steeds met de computer uitrekenen. Hieronder vind je de berekening van de coëfficiënten van de transfer functie een 2de orde Bessel Thomson hoogdoorlaatfilter met afsnijfrequentie op 1 kHz.

In Fig. 6.33 zie je dan vervolgens de plot van de transferkarakteristiek een 2de orde Bessel Thomson hoogdoorlaatfilter

```
Veelterm coëfficiënten teller: M= 2
b[ 2 ] = 1.0
b[ 1 ] = 0.0
b[ 0 ] = 0.0
Veelterm coëfficiënten noemer: N= 2
a[ 2 ] = 1.0
a[ 1 ] = 10882.796185405305
a[ 0 ] = 39478417.60435742
```

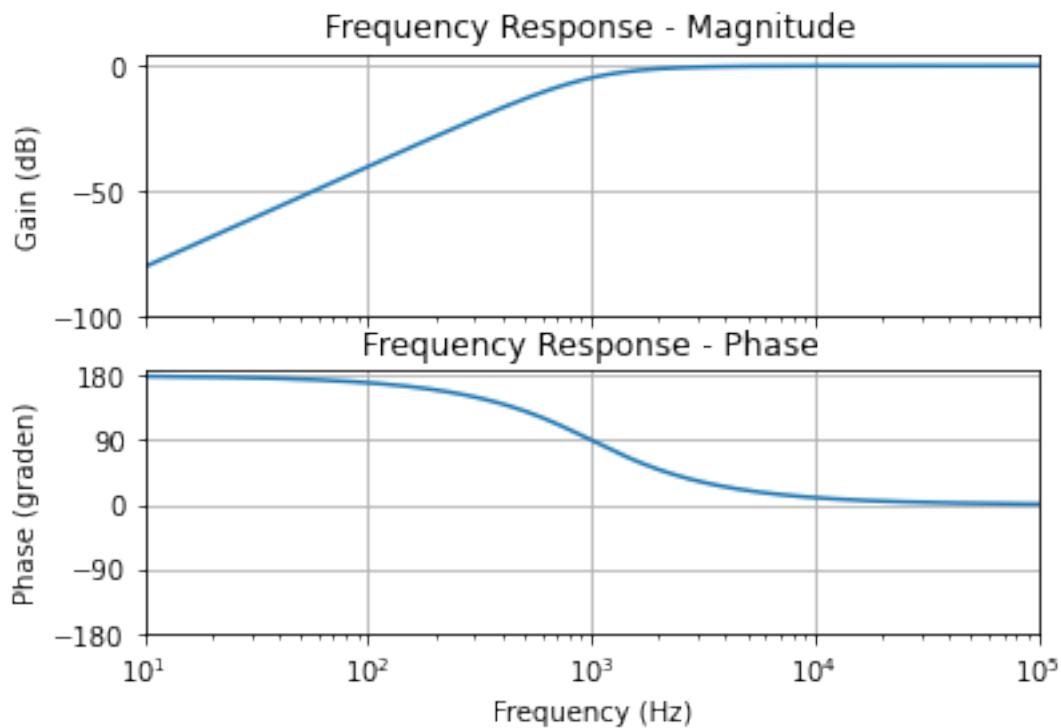


Fig. 6.33: Transfer functie van een Bessel Thomson hoogdoorlaatfilter met afsnijfrequentie op 1 kHz.

6.6.1 Analyse van deze coëfficiënten

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \frac{\omega_c}{Q} \text{ met } Q = 0.57735$$

$$a_2 = \omega_c^2$$

6.7 Toleranties

Zoals het in toleranties aangegeven is, is het heel erg belangrijk rekening te houden met de toleranties van de componenten die we hebben.

```
<IPython.core.display.HTML object>
```

```
<IPython.core.display.HTML object>
```

```
<IPython.core.display.Javascript object>
```

Deel IV

transmissielijnen

HOOFDSTUK 7

Transmissie lijnen

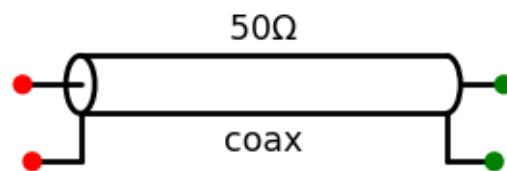


Fig. 7.1: Netwerk model van een 50 Ohm transmissielijn.

7.1 Transmissie lijn model

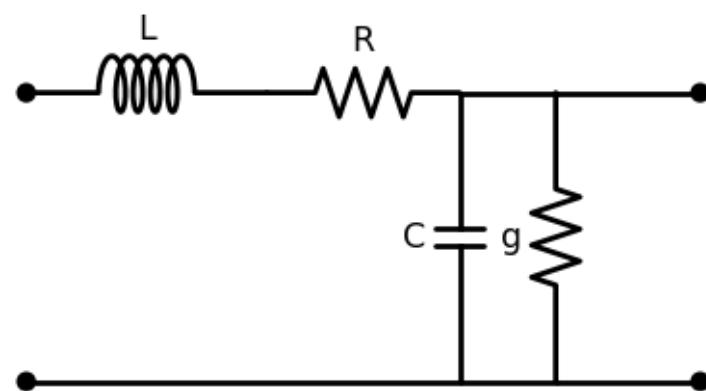


Fig. 7.2: Kleinsignaal model van een kort stuk

$$Z_o = \sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + g}}$$

waarbij L de inductantie per eenheid lengte is, C de capaciteit per eenheid lengte is, R de weerstand van de geleider en g de lekgeleidbaarheid van het dielectricum.

In het beste geval is de weerstand van de geleider nul ($R=0$) en de lek ook nul ($g=0$). Z_o wordt dan

$$Z_o \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

7.2 Coax kabel

Fig. 7.3 toont de doorsnede van een coax kabel met daarop de belangrijkste parameters voor het bepalen van de C per eenheid lengte en de L per eenheid lengte.

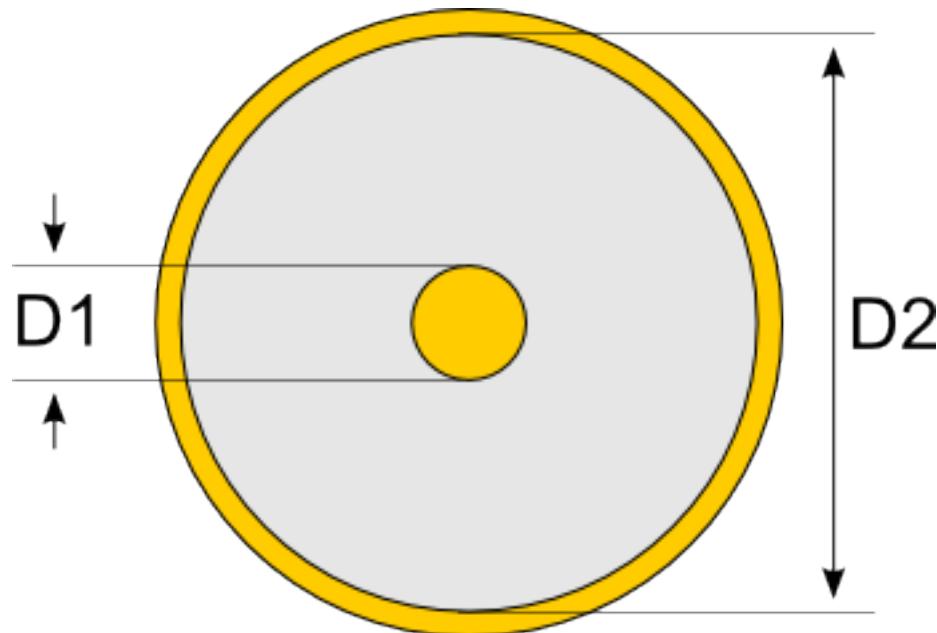


Fig. 7.3: Schematische cross-section van een coax kabel met de aanduiding van de belangrijkste parameters

Voor een typische **coax-kabel** met binnendiameter 1.2 mm en buiten diameter 2.8 mm bekomen we de volgende parameters:

$R = 0.09886 \text{ ohms/m}$
$L = 169.46 \text{ nH/m}$
$G = 7.416 \text{ S/m}$
$C = 65.63 \text{ pF/m}$
$Z_o = 50.81 \text{ Ohm}$

Het verloop van de karakteristieke impedantie ziet er voor deze coax kabel uit als aangegeven in Fig. 7.4

Uit Fig. 7.4 merken we dat bij lage frequenties deze karakteristieke impedantie in belangrijke mate verschilt van 50 Ohm. De negatieve fase geeft aan dat bij lage frequenties de lijn zich capacitief gedraagt.

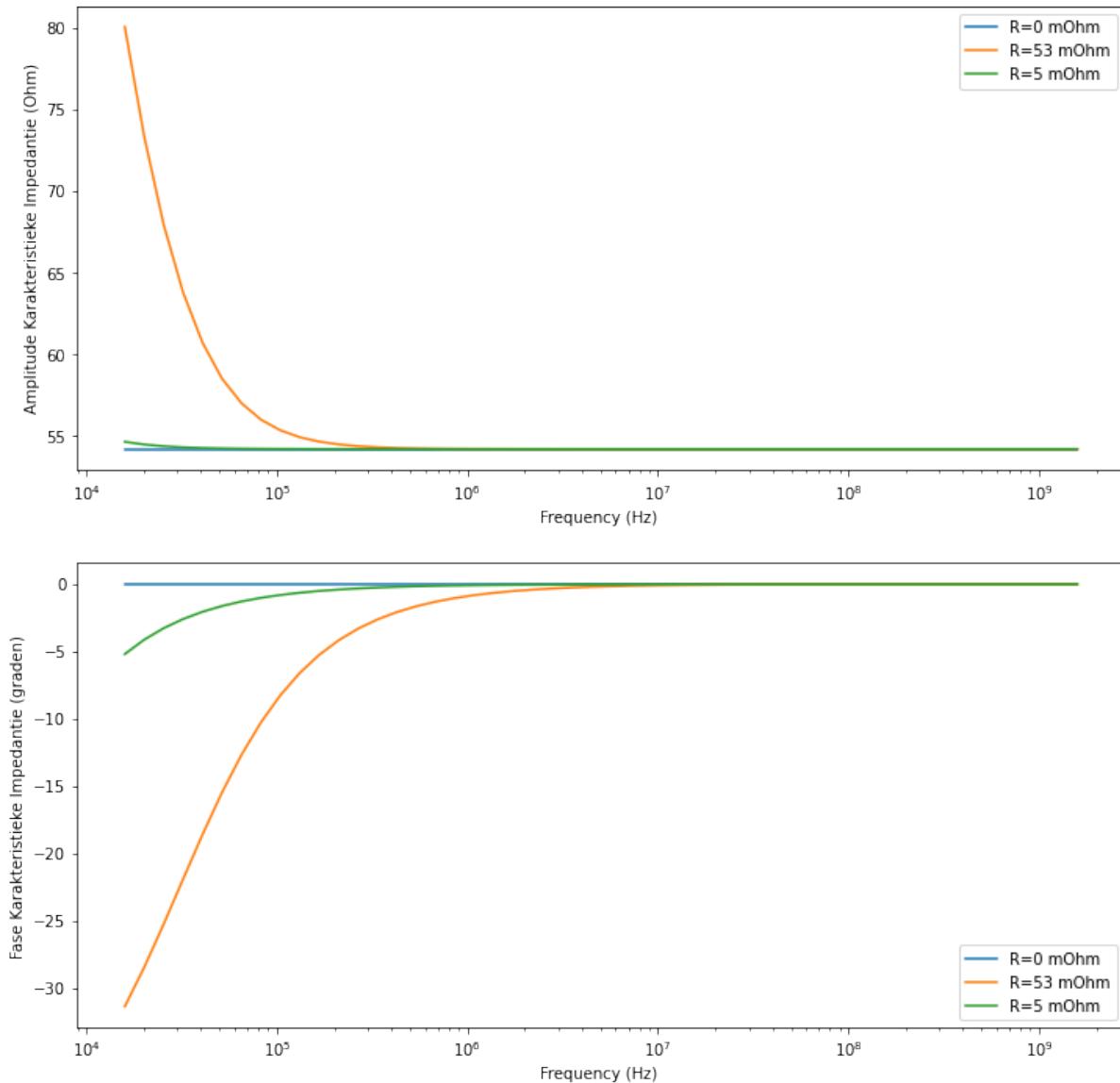


Fig. 7.4: Verloop van de karakteristieke impedantie van een RG-58 coax als functie van de frequentie.

7.3 Twisted pair kabel

Fig. 7.5 toont de doorsnede van een twisted pair kabel met daarop de belangrijkste parameters voor het bepalen van de C per eenheid lengte en de L per eenheid lengte.

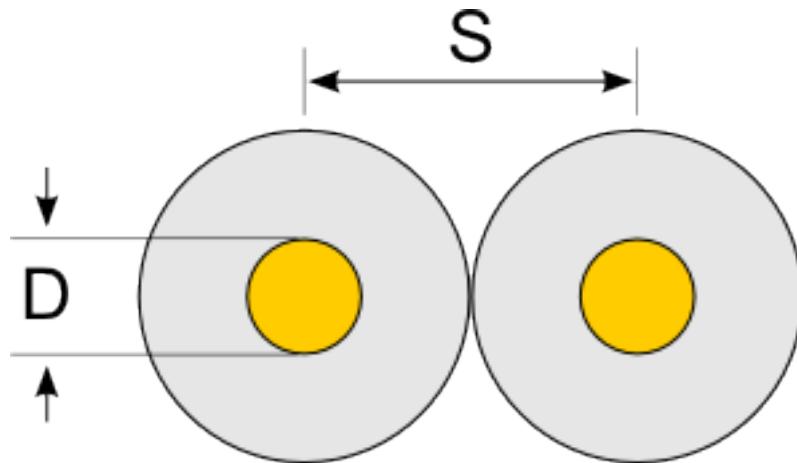


Fig. 7.5: Schematische cross-section van een twisted pair kabel met de aanduiding van de belangrijkste parameters

7.4 striplijn

7.5 Microstriplijn

De relevante parameters hier zijn de breedte van het baantje (w) en de dikte van het dielectricum (h). Natuurlijk speelt de relatieve permitiviteit van het dielectricum (ϵ_r) ook mee.

Een voorbeeld:

We willen een 50 Ohm transmissielijn bekomen voor een 2.4 GHz signaal op een PCB waarvan de relatieve permitiviteit van het dielectricum $\epsilon_r=4.6$. De dikte van het dielectricum is 1/16 inch

Breedte van het baantje $w = 2.931e+00$ mm, Rel. perm: $e_{eff} = 3.460$
Breedte van het baantje $w = 1.154e+02$ mils (vaak voorkomende PCB eenheid)

Weerstand per eenheid lengte: $R' = 0$ ohms/m
Inductantie per eenheid lengte: $L' = 3.100e+02$ nH/m
lek geleidbaarheid per eenheid lengte: $G' = 0$ S/n
Capaciteit per eenheid lengte: $C' = 1.240e+02$ pF/m

Golflengte in de vrije ruimte: $\lambda = 1.250e+01$ cm
Golflengte in het medium (guide): $\lambda_g = 6.720e+00$ cm

Quart golflengte bij 2.4 GHz = 1.680 cm

Breedte van het baantje $w = 1.884e+00$ mm, Rel. perm: $e_{eff} = 3.338$
Breedte van het baantje $w = 7.418e+01$ mils (vaak voorkomende PCB eenheid)

Weerstand per eenheid lengte: $R' = 0$ ohms/m
Inductantie per eenheid lengte: $L' = 3.898e+02$ nH/m
lek geleidbaarheid per eenheid lengte: $G' = 0$ S/n

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

Capaciteit per eenheid lengte: $C' = 9.516 \times 10^{-1} \text{ pF/m}$ Golflengte in de vrije ruimte: $\lambda = 6.000 \times 10^1 \text{ cm}$ Golflengte in het medium (guide): $\lambda_g = 3.284 \times 10^1 \text{ cm}$

7.6 Microstrip Analyse Plots

We vergelijken 3 types: Micro-fiber PTFE, FR4, en Ceramisch-gevulde PTFE voor een aantal waarden van w/h .

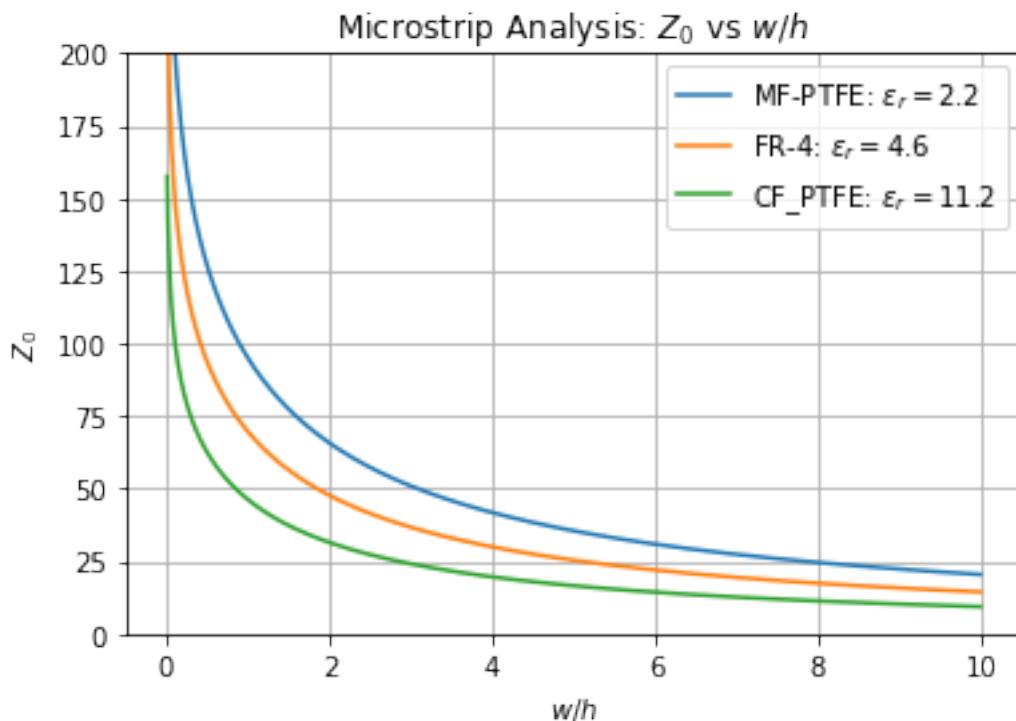


Fig. 7.6: Verloop van de karakteristieke impedantie van een microstriplijn als functie van de dimmensies.

7.7 Microstrip Design Plots

Voor het design doen we eigenlijk het omgekeerde van de analyse: we vertrekken van een gevraagde Z_o en we rekenen uit wat de w en h moeten zijn om dit te bekomen. We vergelijken 3 types: Micro-fiber PTFE, FR4, en Ceramisch-gevulde PTFE voor een aantal waarden van w/h .

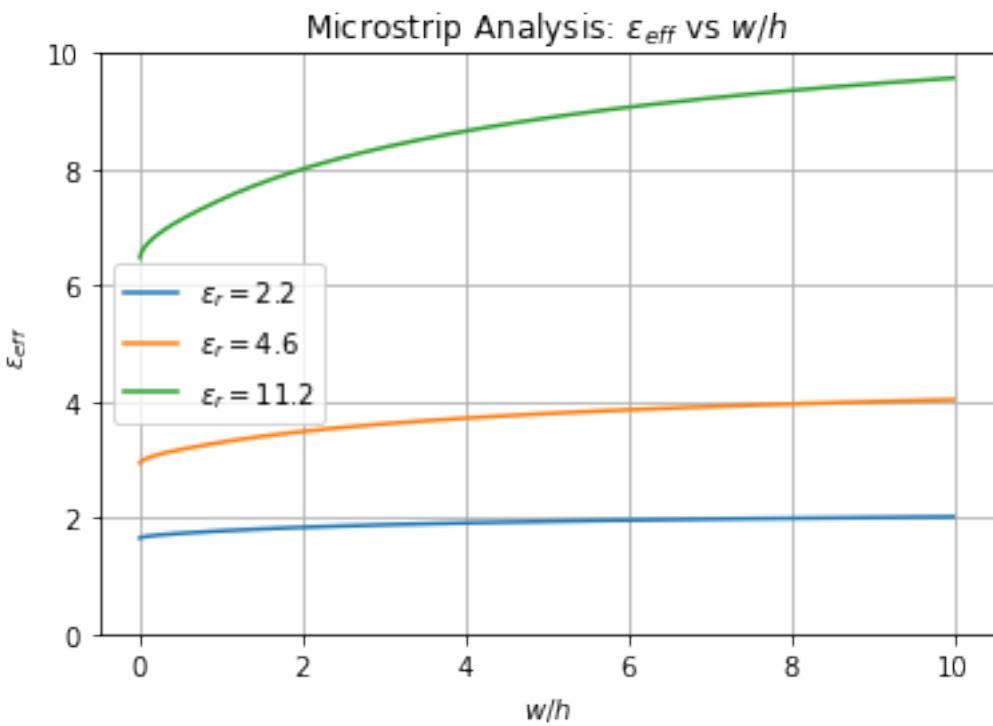


Fig. 7.7: Verloop van de dielectrische constante van een microstriplijn als functie van de dimmensenies.

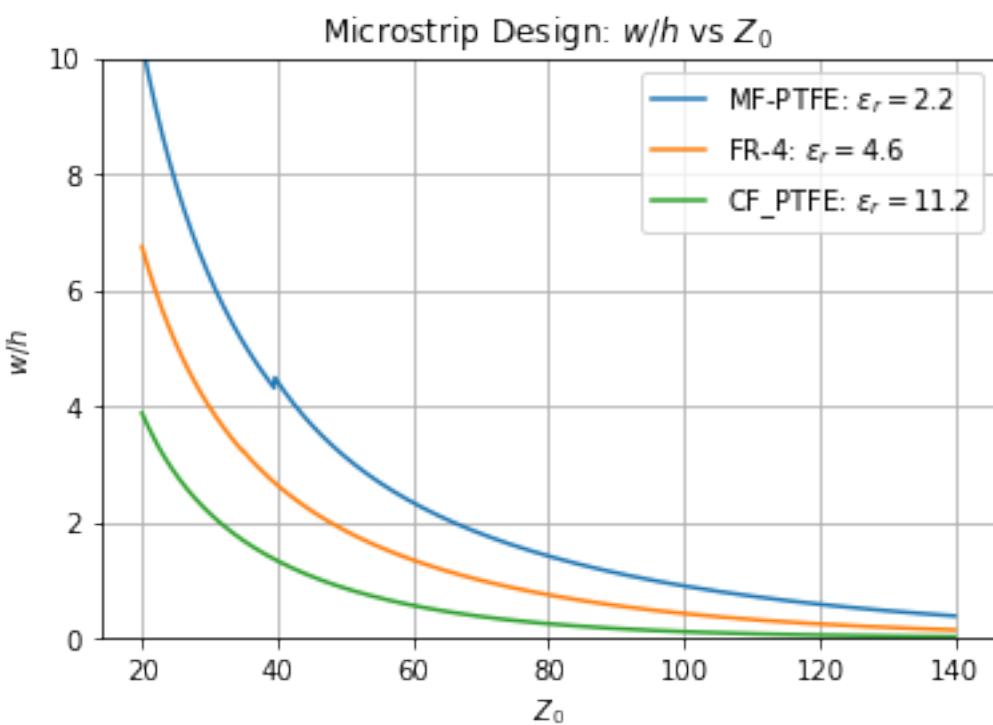


Fig. 7.8: dimmensenies om de vereiste karakteristieke impedantie van een microstriplijn te bekomen.

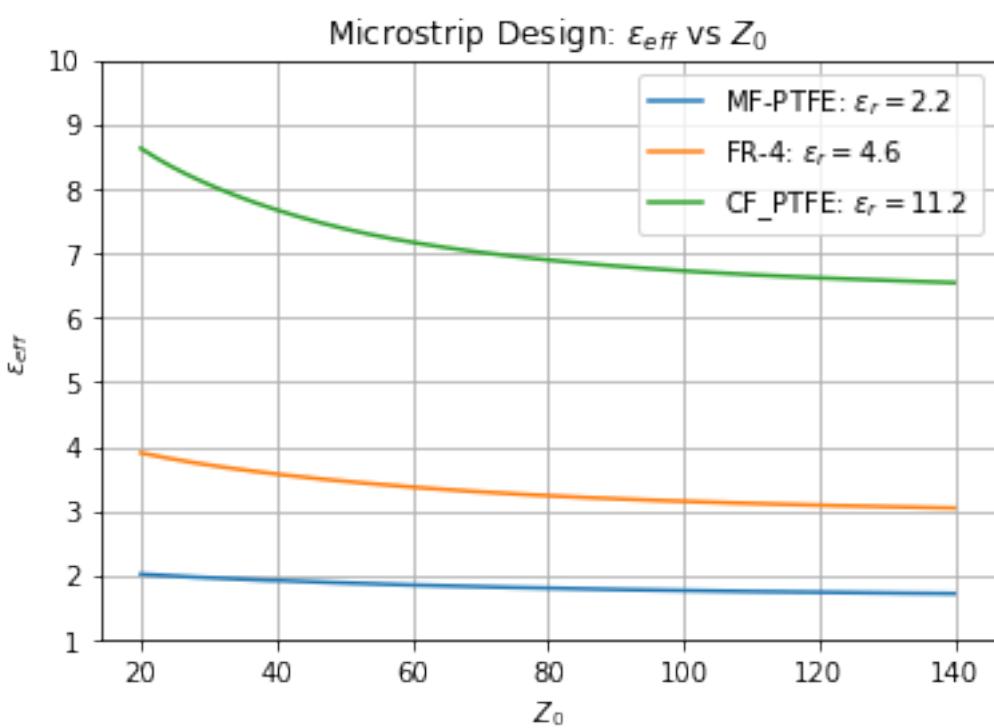


Fig. 7.9: De relatie tussen effectieve dielectrische constante en karakteristieke impedantie.

HOOFDSTUK 8

Reflecties

8.1 Uitwerken van een ladderdiagram

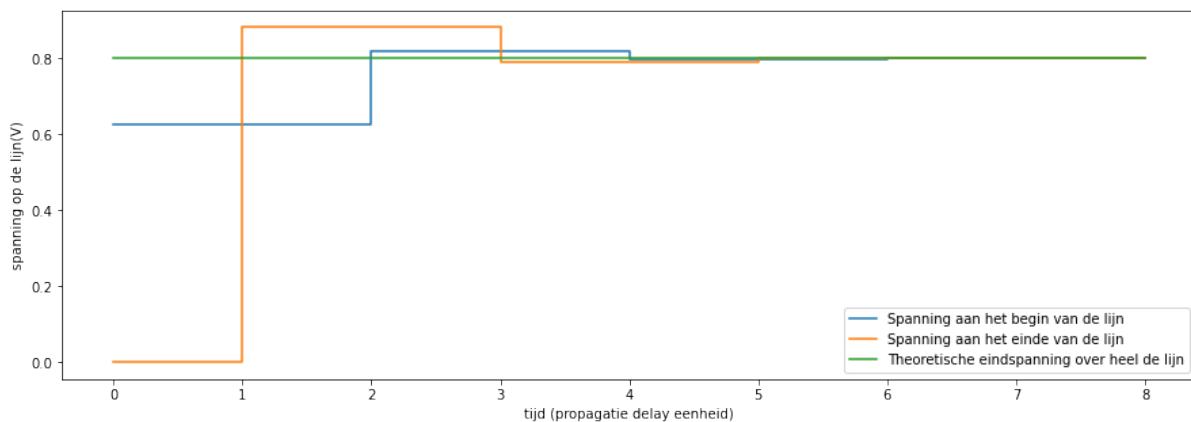


Fig. 8.1: Verloop van een 1V positieve puls op een 50 Ohm transmissielijn met een terminatieweerstand van 120 Ohm. De bronweerstand is 30 Ohm.

We kunnen het theoretisch ladderdiagramma ook uitwerken voor een praktische propagatievertraging van 1.5ns en een pulse gestuurd door een IC van met een voedingsspanning op de uitgangsbuffers van 3.3 V. De aan-weerstand van de uitgangsbuffers is 10 Ohm (de aanweerstand van de pMOS) en de terminatieweerstand van de lijn is 25 Ohm. In dat geval verloopt de stijgende puls theoretisch zoals in Fig. 8.2

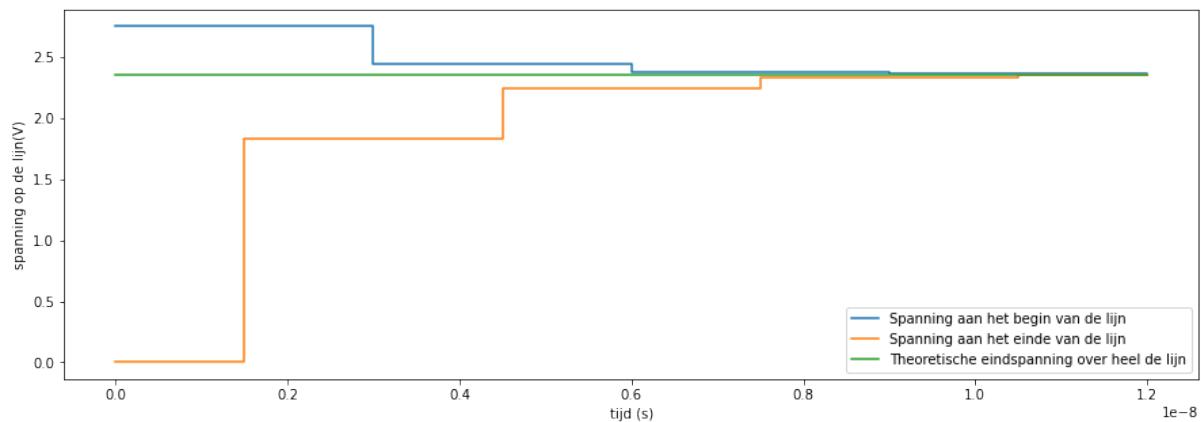


Fig. 8.2: Verloop van een 3.3V positieve puls op een 50 Ohm transmissielijn met een terminatieweerstand van 25 Ohm. De bronweerstand is 10 Ohm.

HOOFDSTUK 9

Smith kaart

9.1 Wat is een Smith kaart?

Een Smith kaart is een voorstelling van een complexe impedantie of admittantie, die normaal steeds een positief reel deel heeft en ook een imaginair deel heeft dat zowel positief als negatief kan zijn. In een Smith kaart worden al deze impedanties of admittanties voorgesteld door een punt op een cirkel. Dit heeft als voordeel dat wanneer we ons verplaatsen langs een transmissielijn zonder verliezen, dat het punt dat deze impedantie of admittantie voorstelt ronddraait rond de oorsprong.

De klassieke voorstelling van een Smith kaart vinden we terug in Fig. 9.1

```
<IPython.core.display.SVG object>
```

Fig. 9.1: Klassieke voorstelling van de Smith kaart

9.2 Smith Kaart Oefening 1

9.2.1 Oefening 1

Pas aan de hand van een Smith kaart om een antenne van 128 Ohm aan aan een striplijn printbaan van 50 Ohm voor een frequentie van 1.2 GHz ($\lambda = 12.5 \text{ cm}$; $\epsilon_r = 4$). Doe dit door een condensator in parallel op de 50 Ohm lijn te plaatsen. Waar moet deze condensator staan en hoe groot moet deze zijn? Wanneer 250 mW naar deze antenne gestuurd wordt, hoe groot is dan de maximale spanning aan de voet van de antenne? Hoe groot is de maximale spanning op de plaats waar de condensator is aangesloten?

deel A: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

Om uiteindelijk een impedantie van 50 Ohm te bekomen, moet de parallel schakeling van het laatste stuk van de coax kabel met de bij te plaatsen condensator een uiteindelijke admittantie van 20 mS opleveren.

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.56$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $y=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

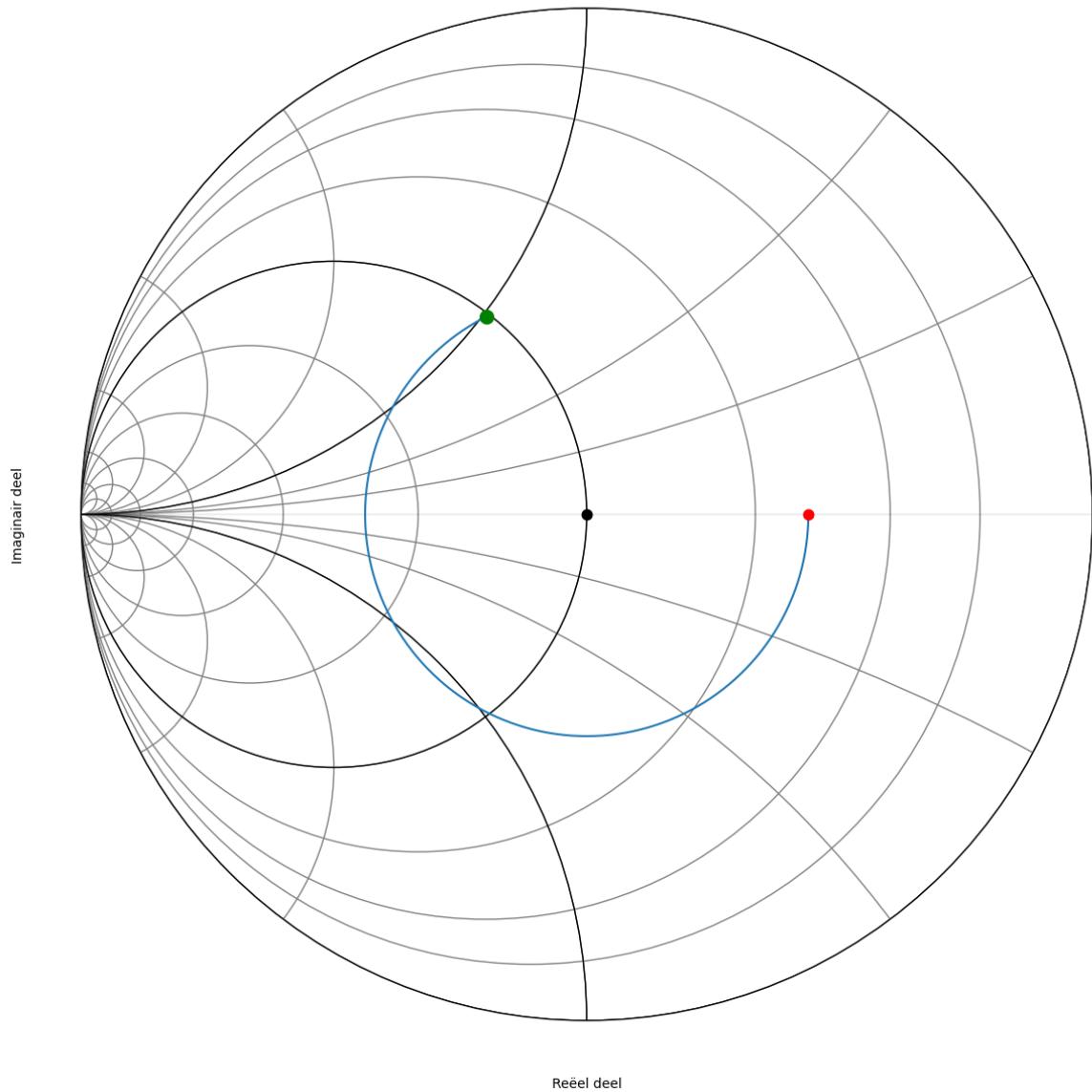


Fig. 9.2: Smith kaart van de impedantie Z waarop de cirkels van constant reeel en imaginair van de admittantie aangegeven zijn.

Echter de cirkels van constante admittantie staan niet op de klassieke Smith kaart, aangezien deze dan veel te druk wordt. Maar we weten dat deze cirkels steeds het spiegelbeeld zijn van de cirkels van constante impedantie. We kunnen dan ook als vertrekpunt het spiegelbeeld nemen van de cirkel uit Fig. 9.2. Het resultaat zien we in Fig. 9.3.

Manueel lezen we op de Smith kaart een waarde af van $y \approx 1+1j$. Als we dat dan herrekenen met de karakteristieke admittantie (20 mS) van de lijn bekomen we: $Y = 20 \text{ mS} + 20 j \text{ mS}$.

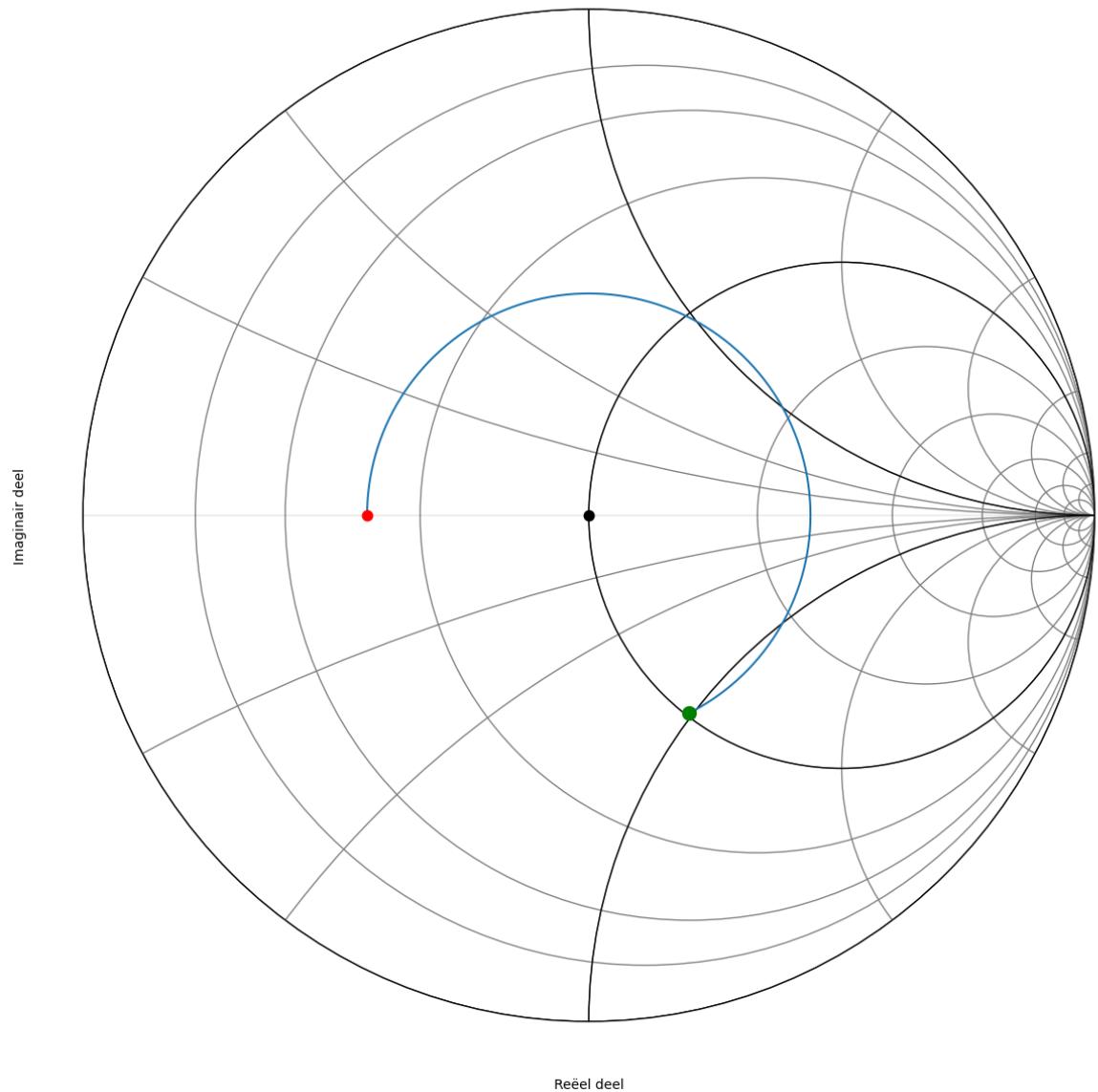


Fig. 9.3: Smith kaart van de admittantie waarop de cirkels van constant reeel en imaginair van de admittantie aangegeven zijn.

Met de code kunnen we dat veel nauwkeuriger doen. De tabel hieronder geeft aan voor de verschillende hoeken op de cirkel wel waarde van de admittantie we bekomen.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
242	$Y = 20.70 - 19.83j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm
243	$Y = 20.35 - 19.67j \text{ mS}$	lengte=4.22 cm
244	$Y = 20.00 - 19.50j \text{ mS}$	lengte=4.24 cm
245	$Y = 19.67 - 19.33j \text{ mS}$	lengte=4.25 cm
246	$Y = 19.34 - 19.16j \text{ mS}$	lengte=4.27 cm

$$j\omega C = 0.0195j$$

$$C = \frac{0.0195}{2\pi \cdot 1.2 \times 10^9} = 2.59pF$$

$$\frac{244 \lambda}{360} \frac{1}{2} = \frac{244}{360} \frac{12.5}{2} = 4.24 \text{ cm}$$

Het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren wordt dus:

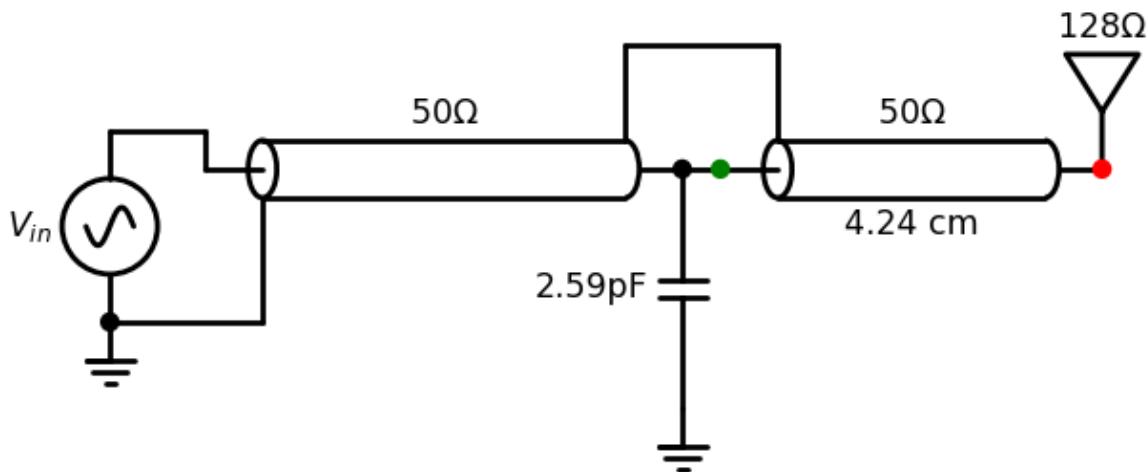


Fig. 9.4: circuit van de gevraagde aanpassing.

deel B: Spanning aan de voet van de antenne

Aangezien we een perfecte aanpassing hebben uitgevoerd, wordt het volledige vermogen dat op de kabel gestuurd wordt ook bekomen op de antenne. Derhalve kunnen we schrijven:

$$P_{in} = \frac{V_L^2}{2R_L}$$

Waarbij P_{in} het vermogen is dat naar de antenne gestuurd wordt (250 mW), V_L de amplitude van de spanning op de antenne en R_L de impedantie van de antenne, i.e. 128Ω . Hieruit volgt dat de amplitude van de spanning die op de antenne bekomen wordt gelijk is aan 8 V.

deel C: Maximale spanning op het gedeelte van de kabel voor de aansluiting van de condensator

De spanningsamplitude V_a op de kabel kunnen we afleiden uit he vermogen en de karakteristieke impedantie Z_o :

$$P_{in} = \frac{V_a^2}{2Z_o}$$

Hieruit volgt dat de amplitude op de kabel gelijk is aan 5 V.

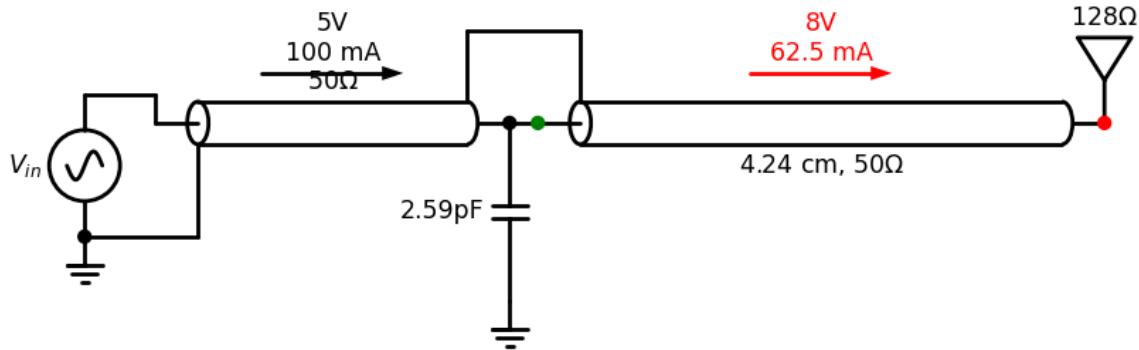


Fig. 9.5: Spanningen en stromen op de verschillende delen van het circuit.

9.3 Smith Kaart Oefening 2

9.3.1 Opgave

Hoe gebruik je een Smith kaart om een antenne van 80 Ohm aan te passen aan een coax van 50 Ohm voor een frequentie van 300 MHz ($\lambda= 50$ cm)?

Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

We plaatsen $z = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.6$ op de Smith kaart (rode dotje) en we zoeken waar we de $r=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dotje).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van 283° . Dit geeft een afstand van $\frac{283}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.393 \lambda = 19.65$ cm. ($\lambda= 50$ cm is gegeven)

De nieuwe $z = 1 + j 0.47$. Daaruit volgt dat $Z = 50 \text{ Ohm} + j 23.68 \text{ Ohm}$ (zie Table 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer $-j 23.68 \text{ Ohm}$ toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van de lijnimpedantie (zie Table 1) juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j23.68\Omega$$

Als we vervolgens ω invullen, wetende dat de frequentie $f=300$ MHz:

$$\omega = 2\pi \cdot 300 \times 10^6$$

$$C = 22.4 \text{ pF}$$

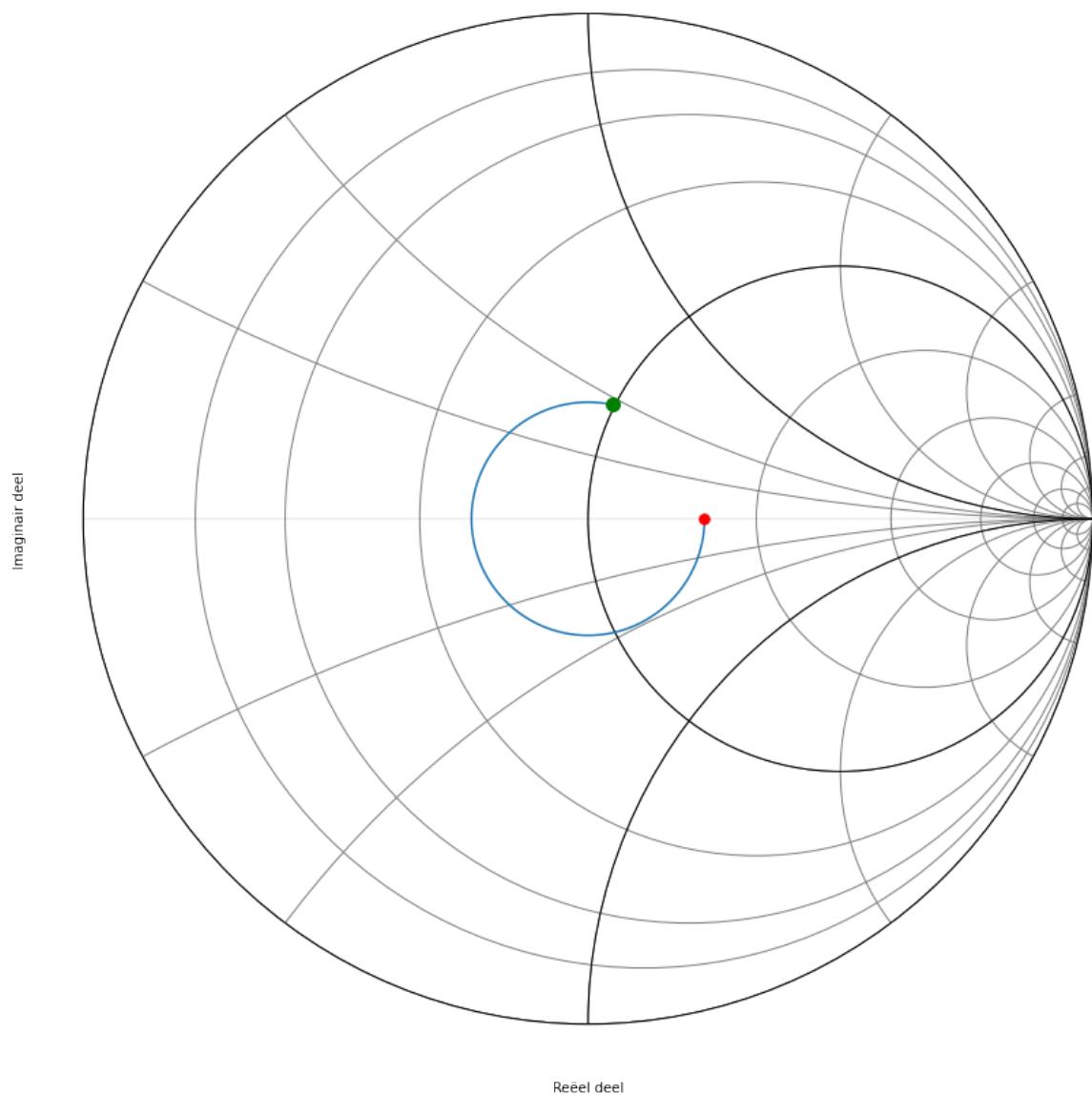


Fig. 9.6: Smith kaart van de eerste oplossing.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
280	$Z = 48.65 + 23.35j \text{ Ohm}$	lengte=19.44 cm
281	$Z = 49.04 + 23.47j \text{ Ohm}$	lengte=19.51 cm
282	$Z = 49.45 + 23.58j \text{ Ohm}$	lengte=19.58 cm
283	$Z = 49.86 + 23.68j \text{ Ohm}$	lengte=19.65 cm
284	$Z = 50.27 + 23.78j \text{ Ohm}$	lengte=19.72 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:

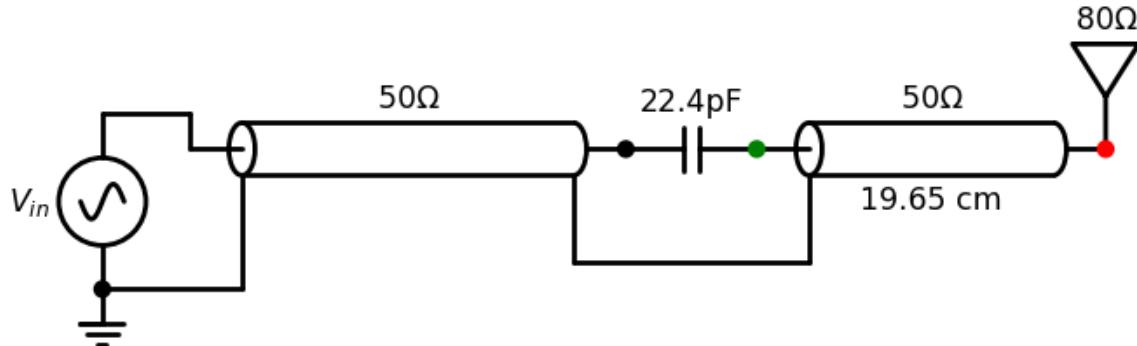


Fig. 9.7: circuit van de eerste oplossing.

Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 1.6$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $r=1$ cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
75	$Z = 50.69 - 23.87j \text{ Ohm}$	lengte=5.21 cm
76	$Z = 50.27 - 23.78j \text{ Ohm}$	lengte=5.28 cm
77	$Z = 49.86 - 23.68j \text{ Ohm}$	lengte=5.35 cm
78	$Z = 49.45 - 23.58j \text{ Ohm}$	lengte=5.42 cm
79	$Z = 49.04 - 23.47j \text{ Ohm}$	lengte=5.49 cm

De nieuwe $z = 1 - j 0.47$. Daaruit volgt dat $Z = 50 \text{ Ohm} - j 23.68 \text{ Ohm}$. Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer $j 23.68 \text{ Ohm}$ toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j23.68\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 300 \times 10^6$$

$$L = 12.56nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:

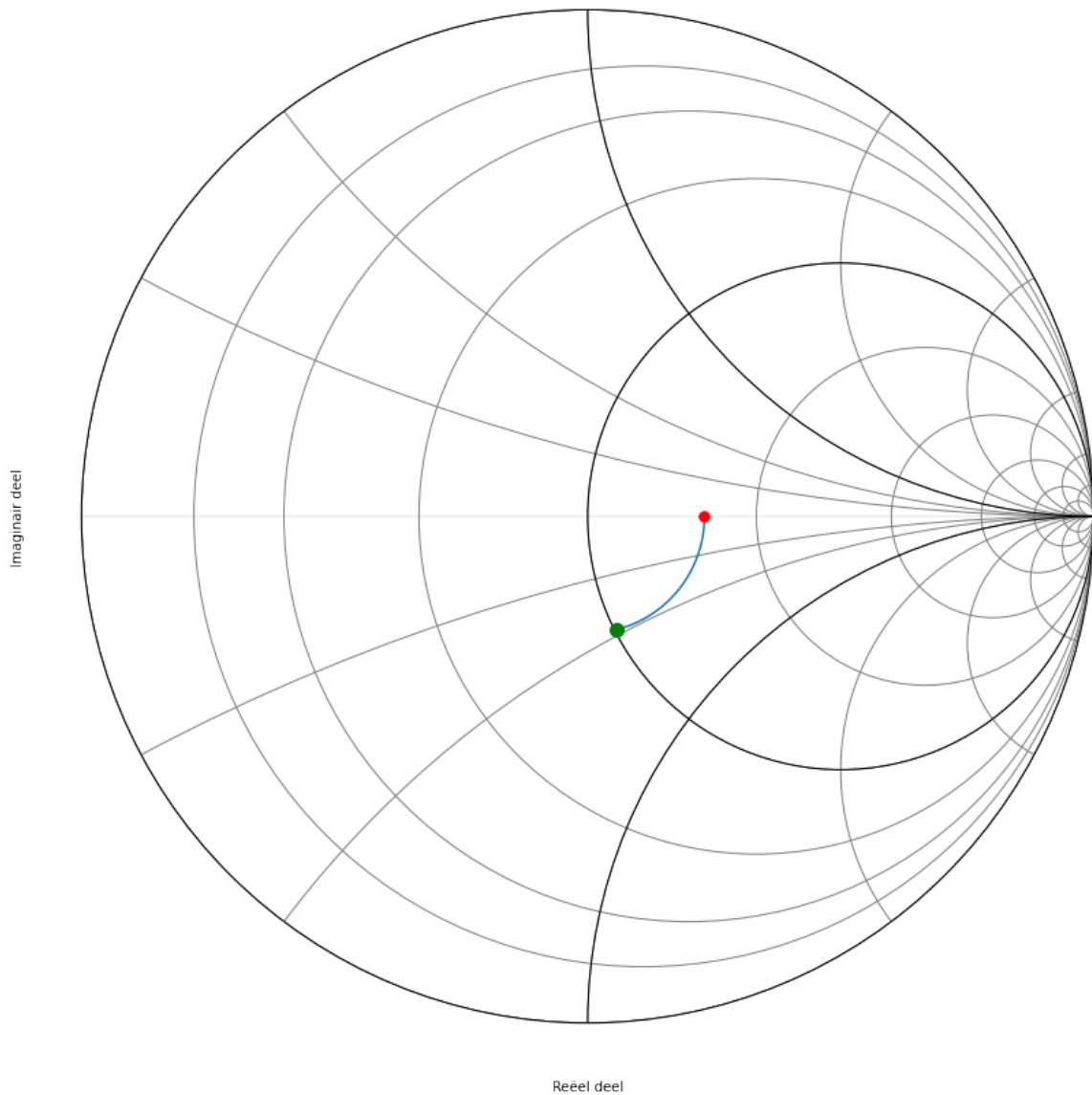


Fig. 9.8: Smith kaart van de tweede oplossing.

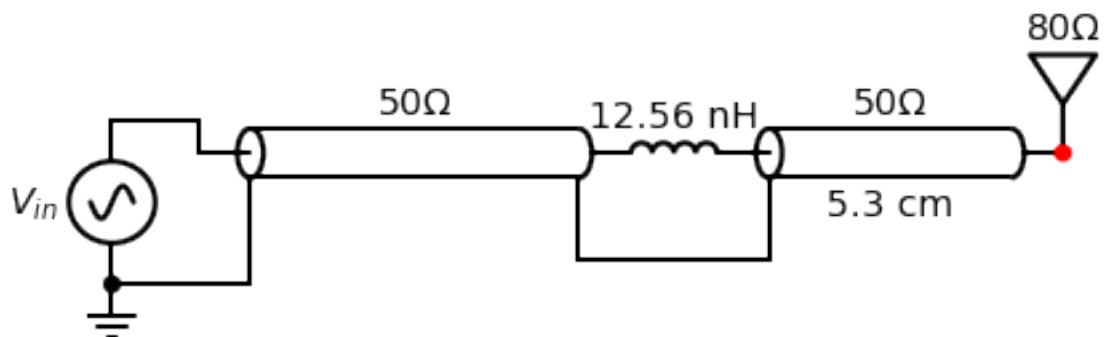


Fig. 9.9: circuit van de tweede oplossing.

Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 1.6$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $y=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

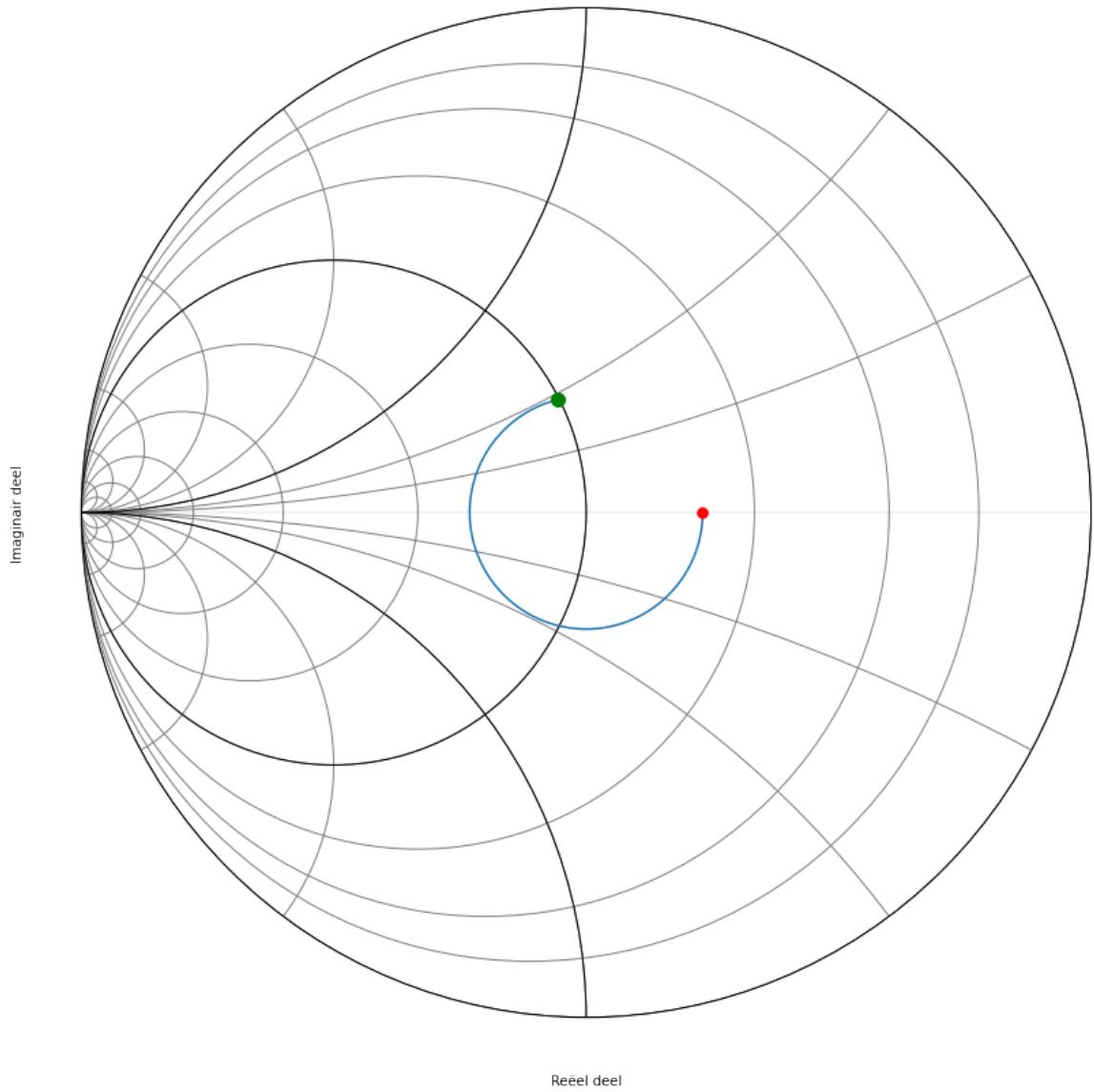


Fig. 9.10: Smith kaart van de derde oplossing.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedentie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y = 20.28 - 9.55j \text{ mS}$	lengte=17.71 cm
256	$Y = 20.11 - 9.51j \text{ mS}$	lengte=17.78 cm
257	$Y = 19.94 - 9.47j \text{ mS}$	lengte=17.85 cm
258	$Y = 19.78 - 9.43j \text{ mS}$	lengte=17.92 cm
259	$Y = 19.62 - 9.39j \text{ mS}$	lengte=17.99 cm

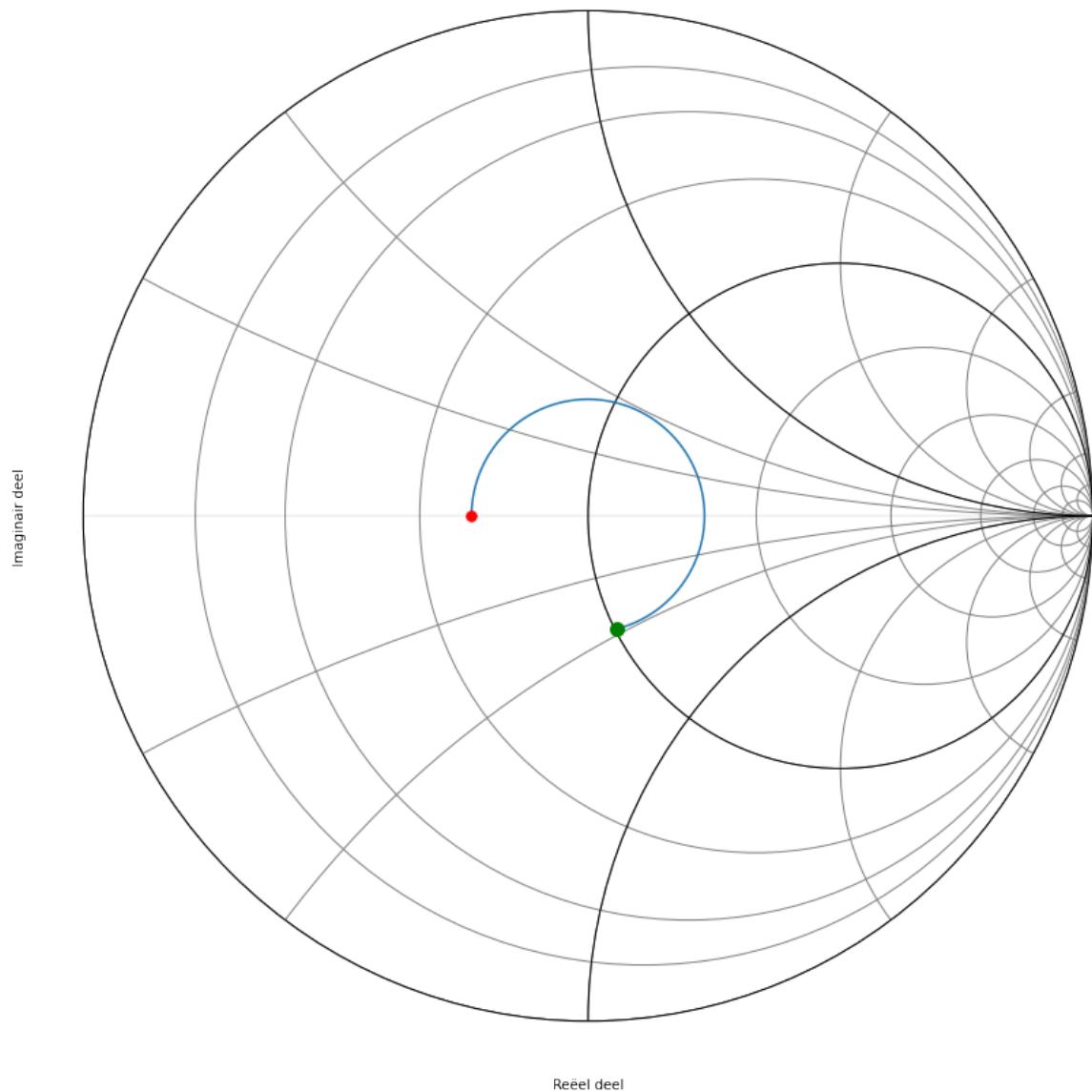


Fig. 9.11: Smith kaart van de derde oplossing als admittantie.

$$j\omega C = 0.00947j$$

$$C = \frac{0.00947}{2\pi \cdot 300 \times 10^6} = 5pF$$

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:

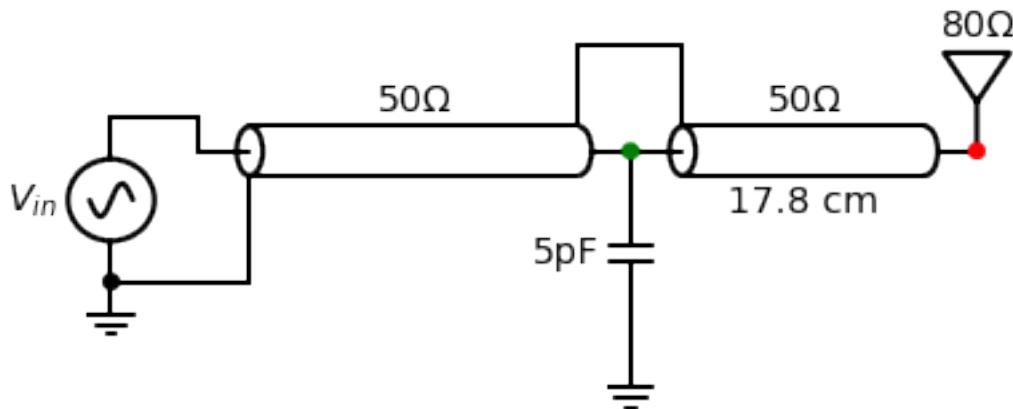


Fig. 9.12: circuit van de derde oplossing.

Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1}{1.6}$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $y=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = 19.46 + 9.34j \text{ mS}$	lengte=6.94 cm
101	$Y = 19.62 + 9.39j \text{ mS}$	lengte=7.01 cm
102	$Y = 19.78 + 9.43j \text{ mS}$	lengte=7.08 cm
103	$Y = 19.94 + 9.47j \text{ mS}$	lengte=7.15 cm
104	$Y = 20.11 + 9.51j \text{ mS}$	lengte=7.22 cm

$$\frac{1}{j\omega L} = -0.00947j$$

$$L = \frac{1}{0.00947 \cdot 2\pi \cdot 300 \times 10^6} = 56nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:

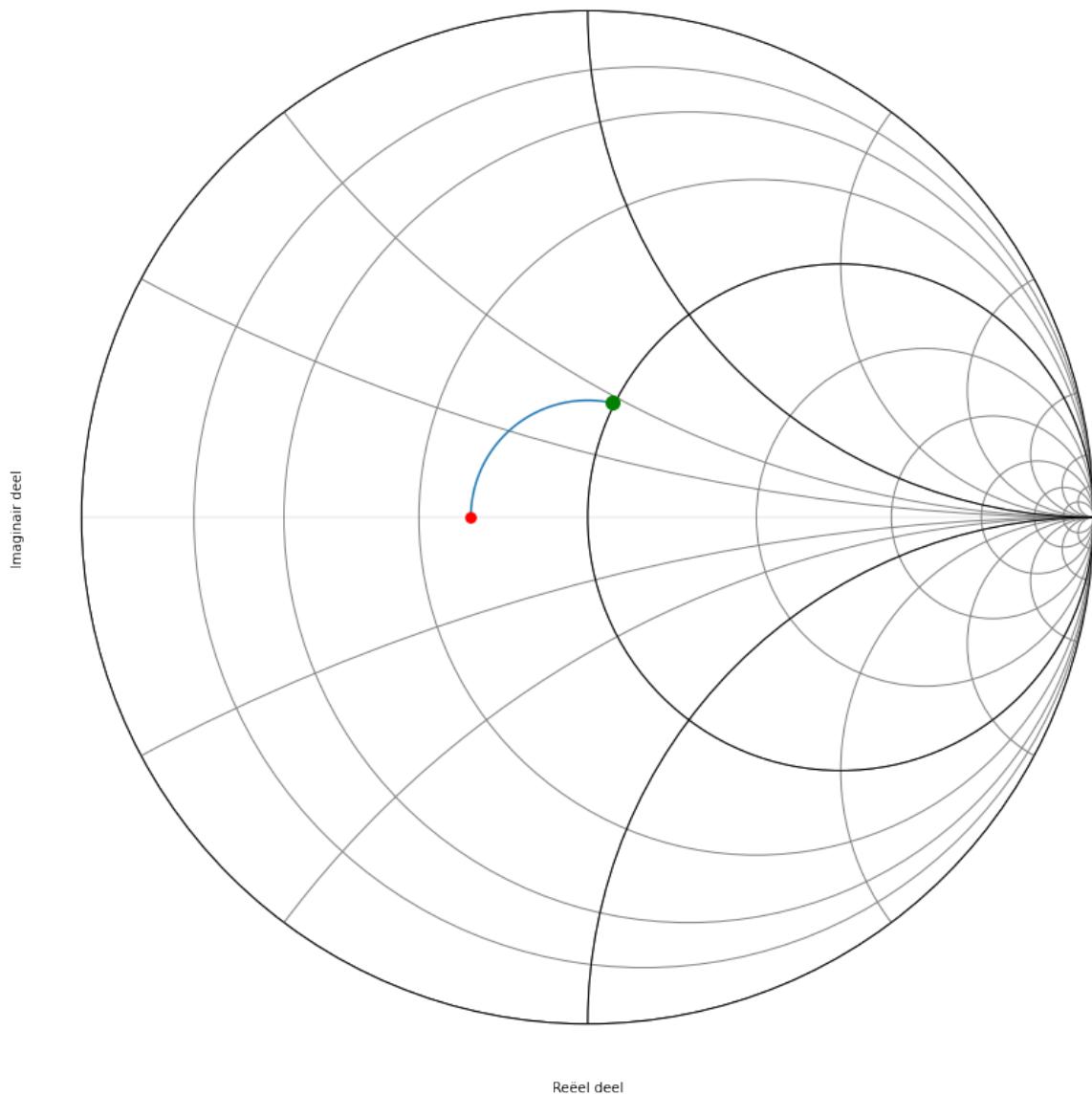


Fig. 9.13: Smith kaart van de vierde oplossing.

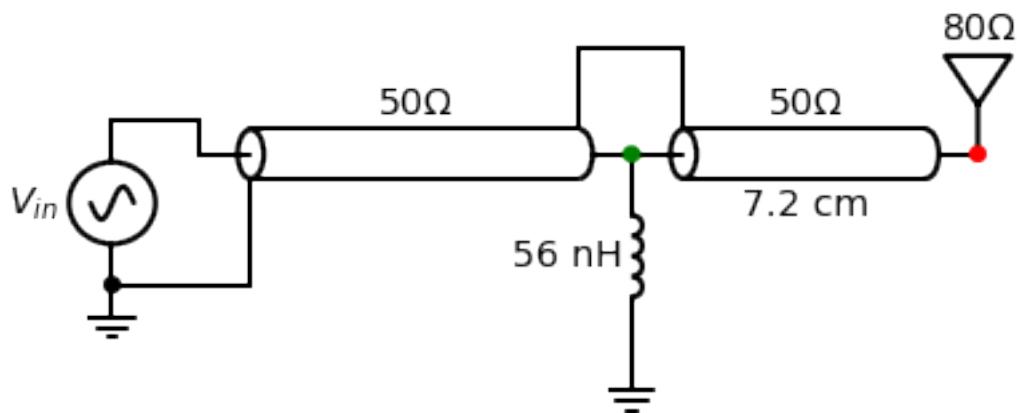


Fig. 9.14: circuit van de vierde oplossing.

Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

De $y = 1 - j 0.47$ compenseren we door $+j 0.47$ vertrekkende vanuit $g=0$.

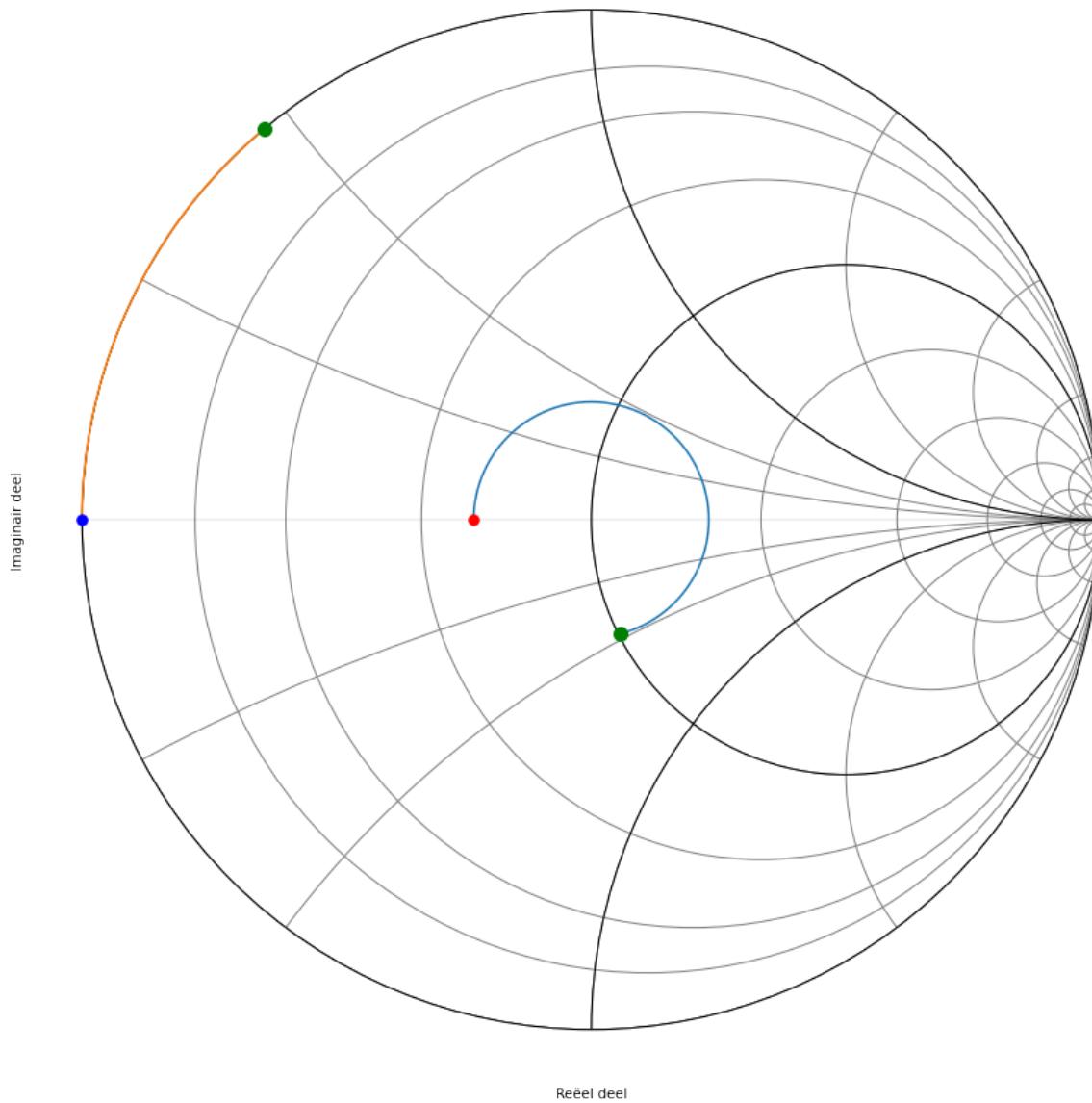


Fig. 9.15: Smith kaart van de vijfde oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y = 20.28 - 9.55j \text{ mS}$	lengte=17.71 cm
256	$Y = 20.11 - 9.51j \text{ mS}$	lengte=17.78 cm
257	$Y = 19.94 - 9.47j \text{ mS}$	lengte=17.85 cm
258	$Y = 19.78 - 9.43j \text{ mS}$	lengte=17.92 cm
259	$Y = 19.62 - 9.39j \text{ mS}$	lengte=17.99 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
50	$Y = +9.33j \text{ mS}$	lengte=3.47 cm
51	$Y = +9.54j \text{ mS}$	lengte=3.54 cm
52	$Y = +9.75j \text{ mS}$	lengte=3.61 cm

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

53	$Y = +9.97j \text{ mS}$	lengte=3.68 cm
54	$Y = +10.19j \text{ mS}$	lengte=3.75 cm

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van $\frac{51}{360} \frac{\lambda}{2}$ de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:

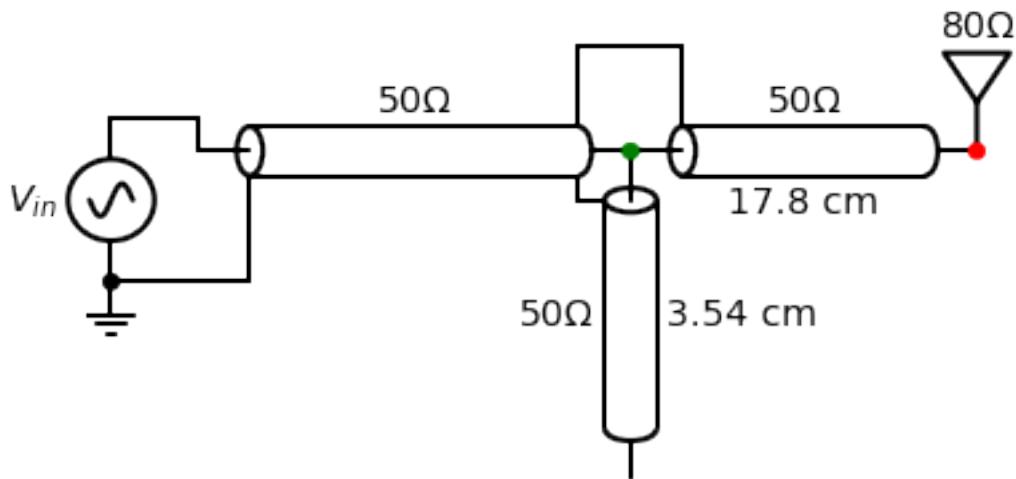


Fig. 9.16: circuit van de vijfde oplossing.

Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De $y = 1 - j 0.47$ compenseren we door $+j 0.47$ vertrekkende vanuit $g=\infty$

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y = 20.28 - 9.55j \text{ mS}$	lengte=17.71 cm
256	$Y = 20.11 - 9.51j \text{ mS}$	lengte=17.78 cm
257	$Y = 19.94 - 9.47j \text{ mS}$	lengte=17.85 cm
258	$Y = 19.78 - 9.43j \text{ mS}$	lengte=17.92 cm
259	$Y = 19.62 - 9.39j \text{ mS}$	lengte=17.99 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
230	$Y = +9.33j \text{ mS}$	lengte=15.97 cm
231	$Y = +9.54j \text{ mS}$	lengte=16.04 cm
232	$Y = +9.75j \text{ mS}$	lengte=16.11 cm
233	$Y = +9.97j \text{ mS}$	lengte=16.18 cm
234	$Y = +10.19j \text{ mS}$	lengte=16.25 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

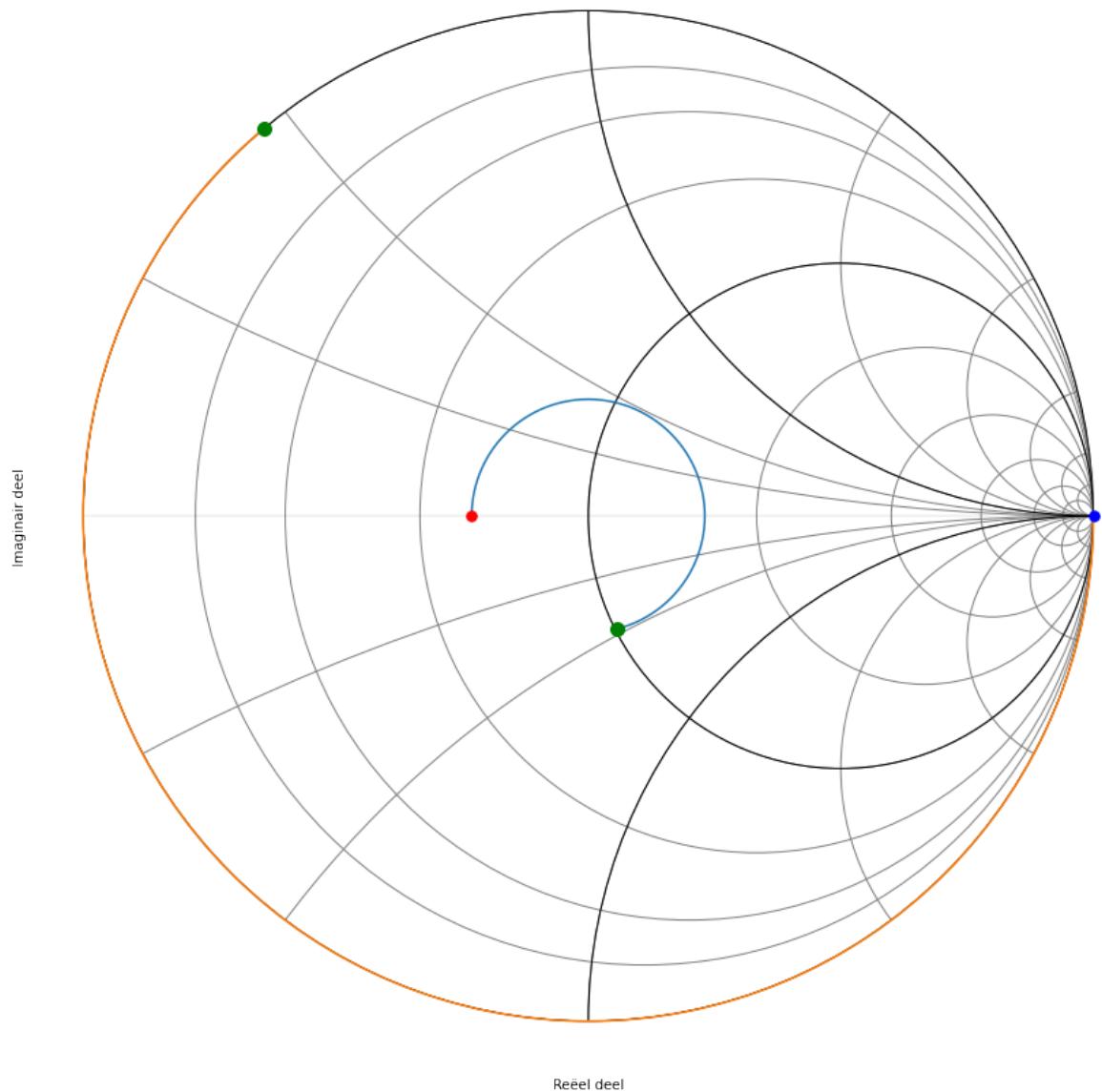


Fig. 9.17: Smith kaart van de zesde oplossing.

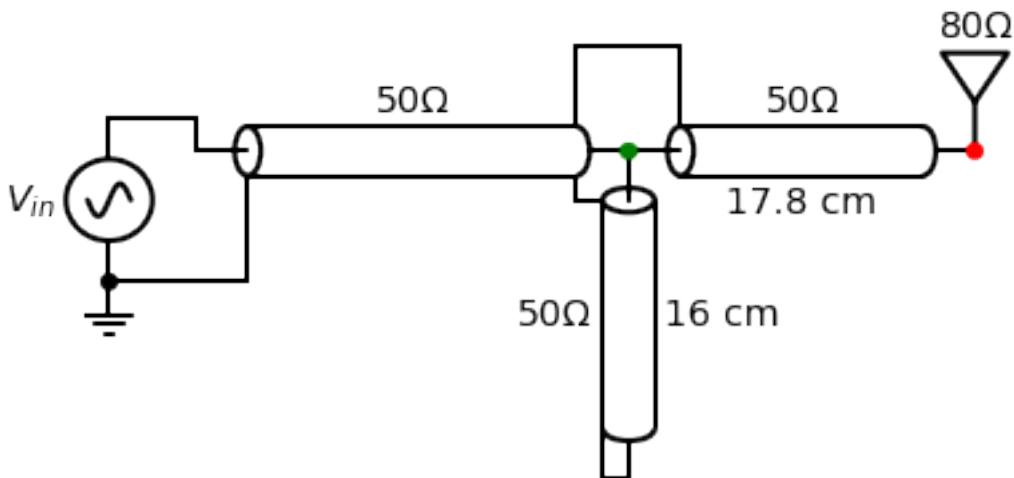


Fig. 9.18: circuit van de zesde oplossing.

Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn

De $y = 1 + j 0.47$ compenseren we door $-j 0.47$ vertrekkende vanuit $g=0$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = 19.46 + 9.34j \text{ mS}$	lengte=6.94 cm
101	$Y = 19.62 + 9.39j \text{ mS}$	lengte=7.01 cm
102	$Y = 19.78 + 9.43j \text{ mS}$	lengte=7.08 cm
103	$Y = 19.94 + 9.47j \text{ mS}$	lengte=7.15 cm
104	$Y = 20.11 + 9.51j \text{ mS}$	lengte=7.22 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
305	$Y = -10.41j \text{ mS}$	lengte=21.18 cm
306	$Y = -10.19j \text{ mS}$	lengte=21.25 cm
307	$Y = -9.97j \text{ mS}$	lengte=21.32 cm
308	$Y = -9.75j \text{ mS}$	lengte=21.39 cm
309	$Y = -9.54j \text{ mS}$	lengte=21.46 cm
310	$Y = -9.33j \text{ mS}$	lengte=21.53 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De $y = 1 + j 0.47$ compenseren we door $-j 0.47$ vertrekkende vanuit $g=\infty$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = 19.46 + 9.34j \text{ mS}$	lengte=6.94 cm
101	$Y = 19.62 + 9.39j \text{ mS}$	lengte=7.01 cm
102	$Y = 19.78 + 9.43j \text{ mS}$	lengte=7.08 cm
103	$Y = 19.94 + 9.47j \text{ mS}$	lengte=7.15 cm
104	$Y = 20.11 + 9.51j \text{ mS}$	lengte=7.22 cm
105	$Y = 20.28 + 9.55j \text{ mS}$	lengte=7.29 cm

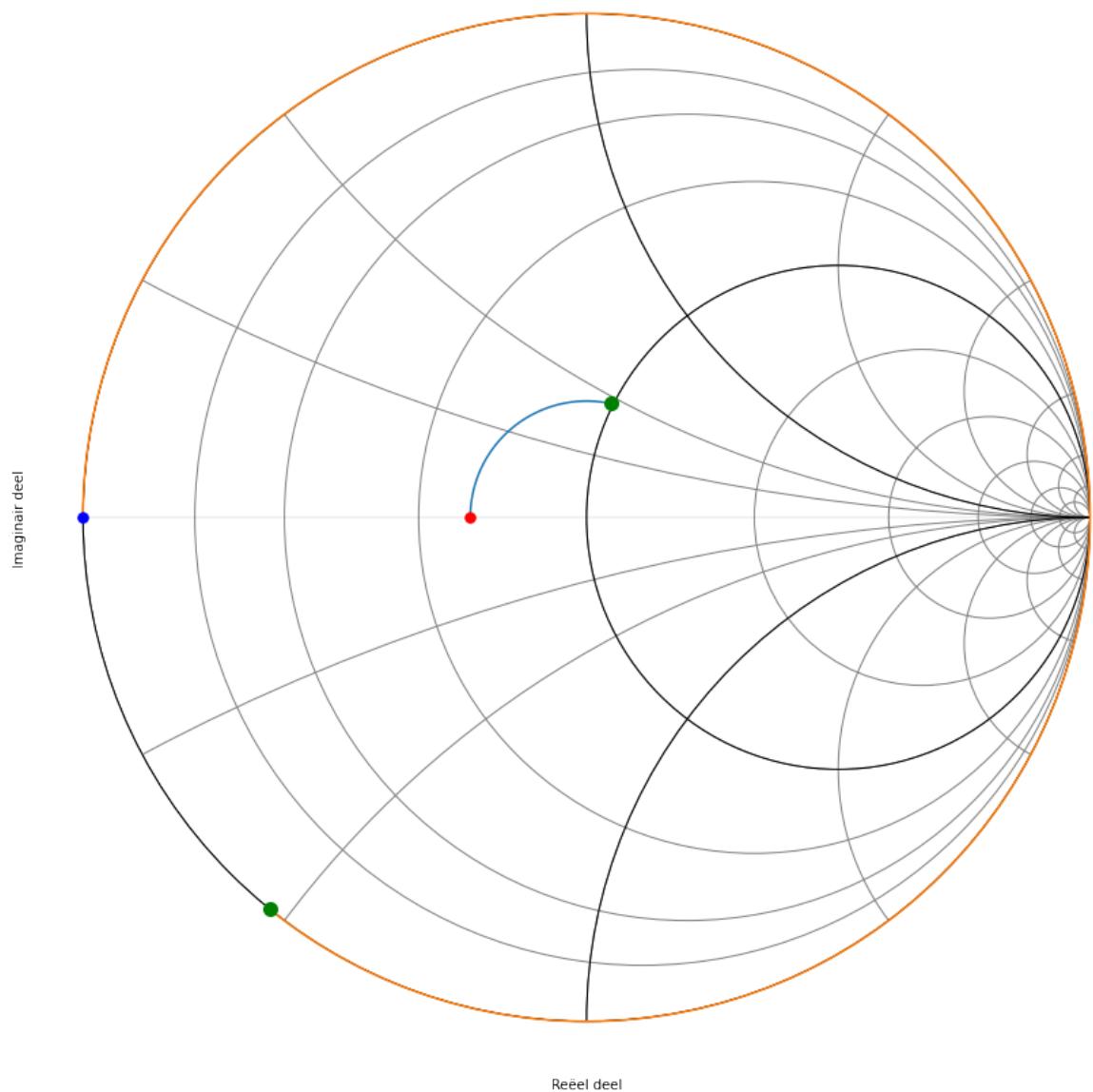


Fig. 9.19: Smith kaart van de zevende oplossing.

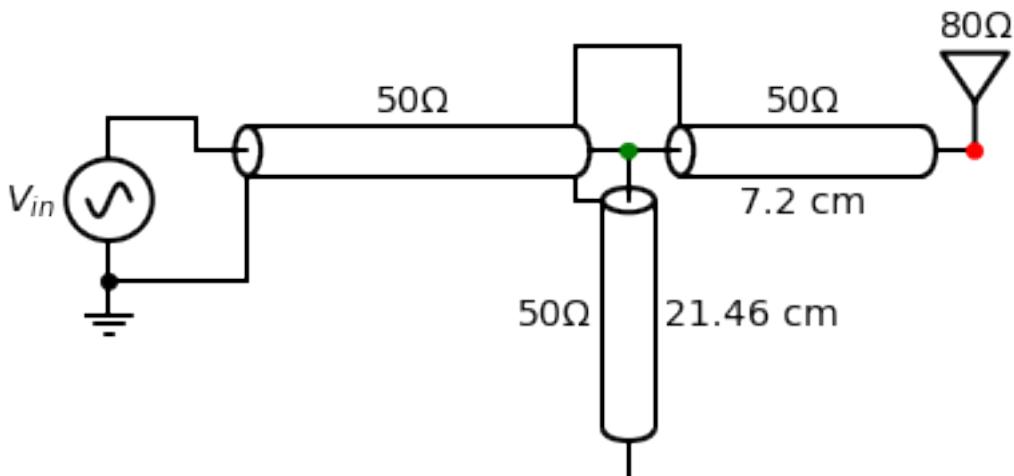


Fig. 9.20: circuit van de zevende oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
125	$Y = -10.41j \text{ mS}$	lengte=8.68 cm
126	$Y = -10.19j \text{ mS}$	lengte=8.75 cm
127	$Y = -9.97j \text{ mS}$	lengte=8.82 cm
128	$Y = -9.75j \text{ mS}$	lengte=8.89 cm
129	$Y = -9.54j \text{ mS}$	lengte=8.96 cm
130	$Y = -9.33j \text{ mS}$	lengte=9.03 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

9.4 Smith Kaart Oefening 3

9.4.1 Opgave

Wat is een Smith kaart? Welke waarde wordt er op deze kaart uitgezet?

Notatie: Hiervoor verwijzen we naar het betreffende hoofdstuk uit de cursus.

Hoe gebruik je een Smith kaart om een antenne van 30 Ohm aan te passen aan een printbaan van 60 Ohm voor een frequentie van 1.2 GHz ($\lambda = 12.5 \text{ cm}$)?

Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

We plaatsen $z = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1}{2}$ op de Smith kaart (rode dotje) en we zoeken waar we de $r=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dotje).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van 110° . Dit geeft een afstand van $\frac{110}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.152 \lambda = 1.9 \text{ cm}$. ($\lambda = 12.5 \text{ cm}$ is gegeven)

De nieuwe $z = 1 + j 0.7$. Daaruit volgt dat $Z = 60 \text{ Ohm} + j 42.4 \text{ Ohm}$ (zie Table 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer $- j 42.4 \text{ Ohm}$ toe te voegen.

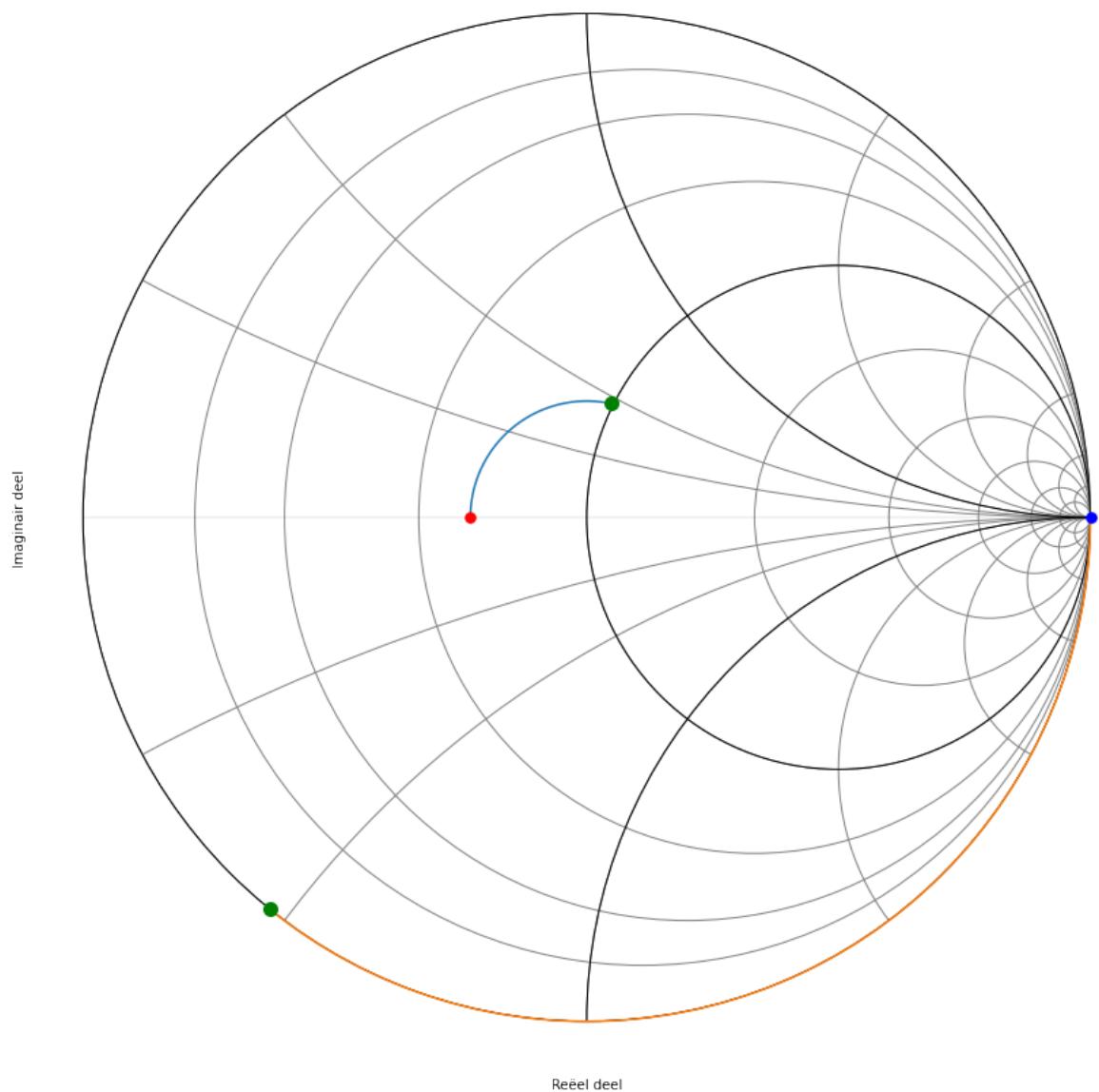


Fig. 9.21: Smith kaart van de achtste oplossing.

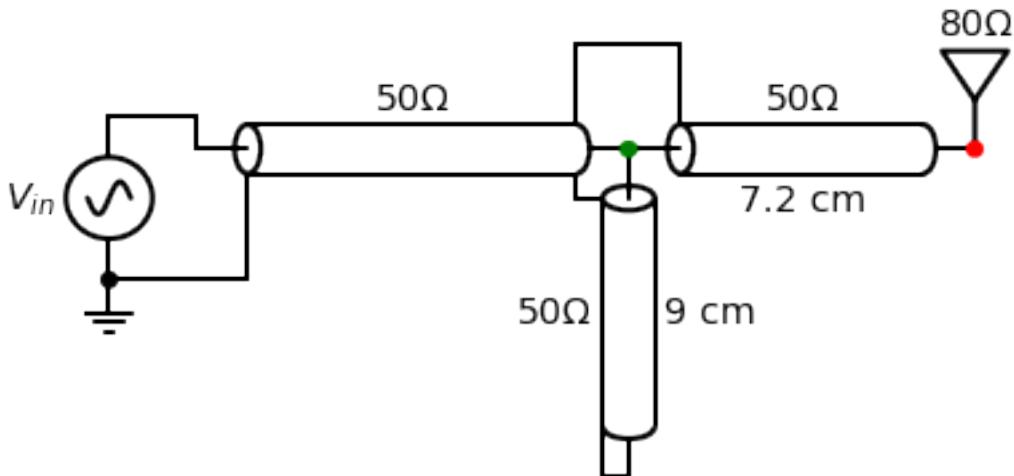


Fig. 9.22: circuit van de achtste oplossing.

Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van de lijnimpedantie (zie Table 1) juist gaan kijken waar het reele deel 60Ω wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j42.4\Omega$$

Als we vervolgens ω invullen, wetende dat de frequentie $f=1.2\text{GHz}$:

$$\omega = 2\pi \cdot 1.2 \times 10^9$$

$$C = 3.1\text{pF}$$

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
105	$Z = 56.82 + 41.17j\Omega$	lengte=1.82 cm
106	$Z = 57.51 + 41.46j\Omega$	lengte=1.84 cm
107	$Z = 58.21 + 41.75j\Omega$	lengte=1.86 cm
108	$Z = 58.93 + 42.03j\Omega$	lengte=1.88 cm
109	$Z = 59.65 + 42.30j\Omega$	lengte=1.89 cm
110	$Z = 60.39 + 42.56j\Omega$	lengte=1.91 cm
111	$Z = 61.15 + 42.82j\Omega$	lengte=1.93 cm
112	$Z = 61.92 + 43.06j\Omega$	lengte=1.94 cm
113	$Z = 62.70 + 43.29j\Omega$	lengte=1.96 cm
114	$Z = 63.50 + 43.50j\Omega$	lengte=1.98 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:

Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 0.5$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $r=1$ cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

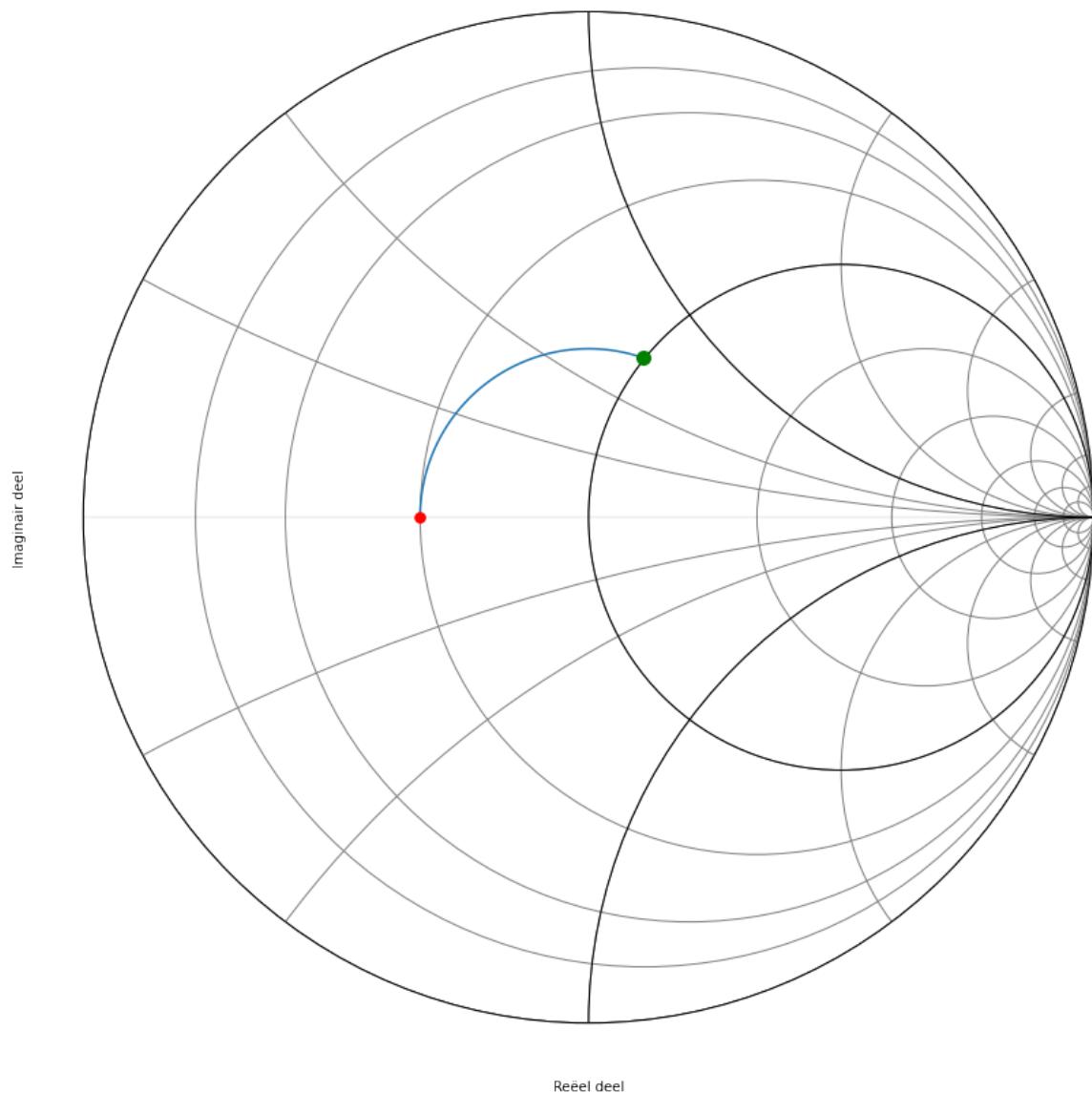


Fig. 9.23: Smith kaart van de eerste oplossing.

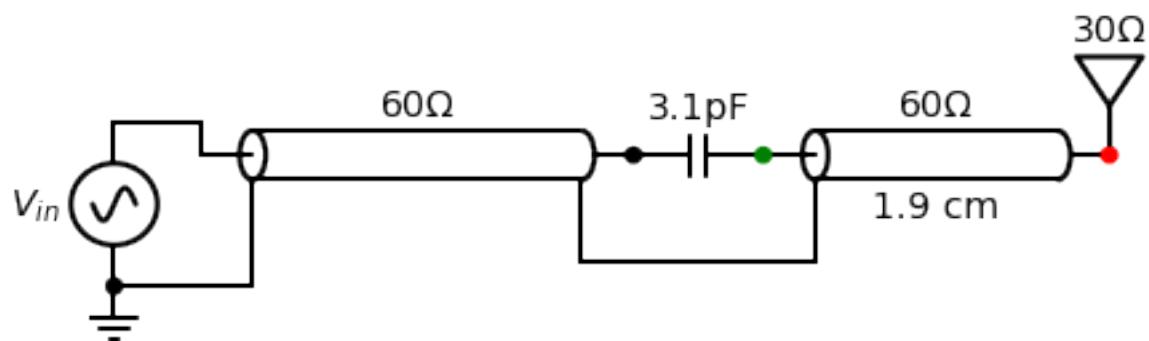


Fig. 9.24: circuit van de eerste oplossing.

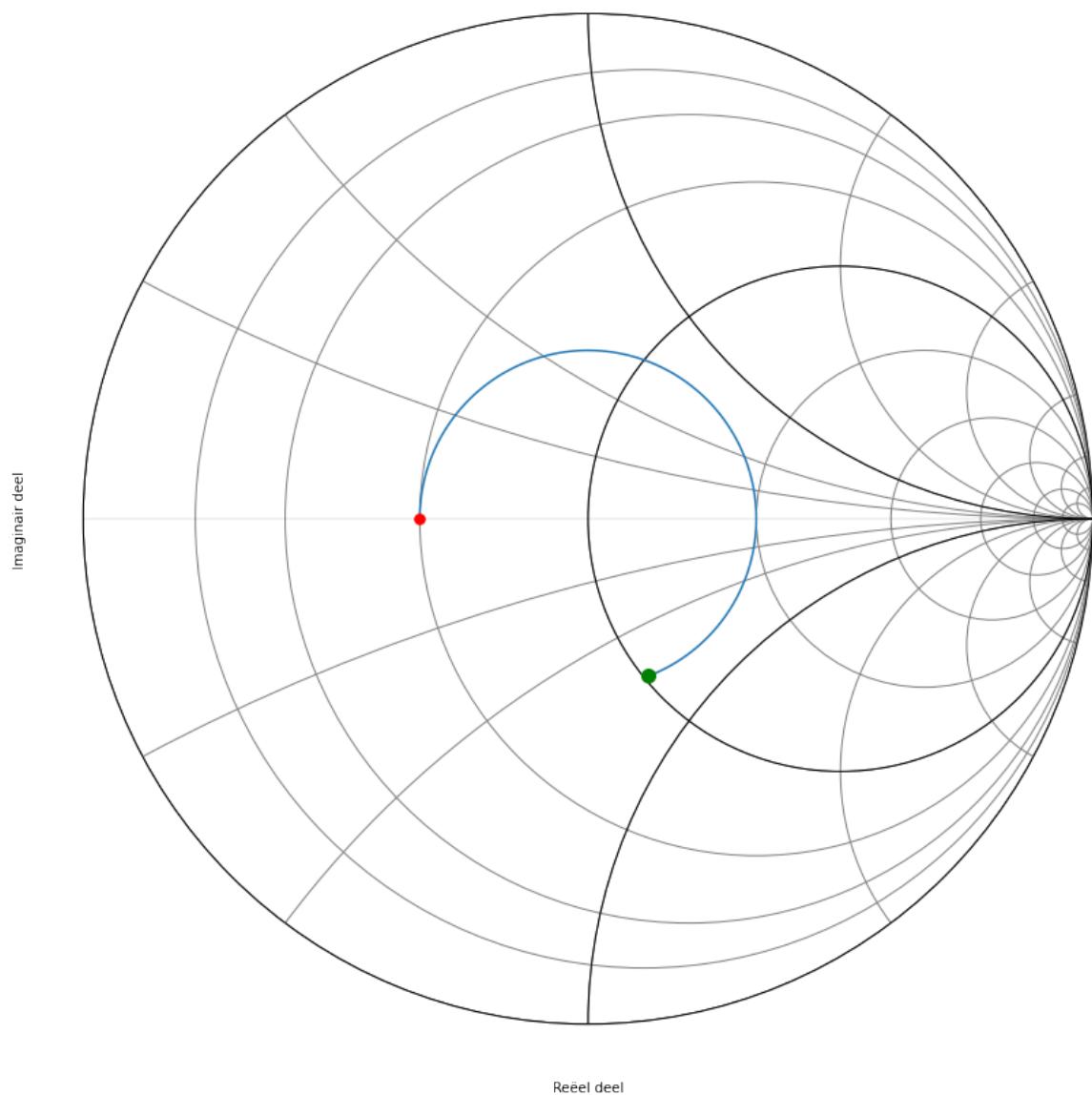


Fig. 9.25: Smith kaart van de tweede oplossing.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
245	$Z = 64.31 - 43.71j \text{ Ohm}$	lengte=4.25 cm
246	$Z = 63.50 - 43.50j \text{ Ohm}$	lengte=4.27 cm
247	$Z = 62.70 - 43.29j \text{ Ohm}$	lengte=4.29 cm
248	$Z = 61.92 - 43.06j \text{ Ohm}$	lengte=4.31 cm
249	$Z = 61.15 - 42.82j \text{ Ohm}$	lengte=4.32 cm
250	$Z = 60.39 - 42.56j \text{ Ohm}$	lengte=4.34 cm
251	$Z = 59.65 - 42.30j \text{ Ohm}$	lengte=4.36 cm
252	$Z = 58.93 - 42.03j \text{ Ohm}$	lengte=4.38 cm
253	$Z = 58.21 - 41.75j \text{ Ohm}$	lengte=4.39 cm
254	$Z = 57.51 - 41.46j \text{ Ohm}$	lengte=4.41 cm

De nieuwe $z = 1 - j 0.7$. Daaruit volgt dat $Z = 60 \text{ Ohm} - j 42.4 \text{ Ohm}$. Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer $j 42.4 \text{ Ohm}$ toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j42.4\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 1.2 \times 10^9$$

$$L = 5.6nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:

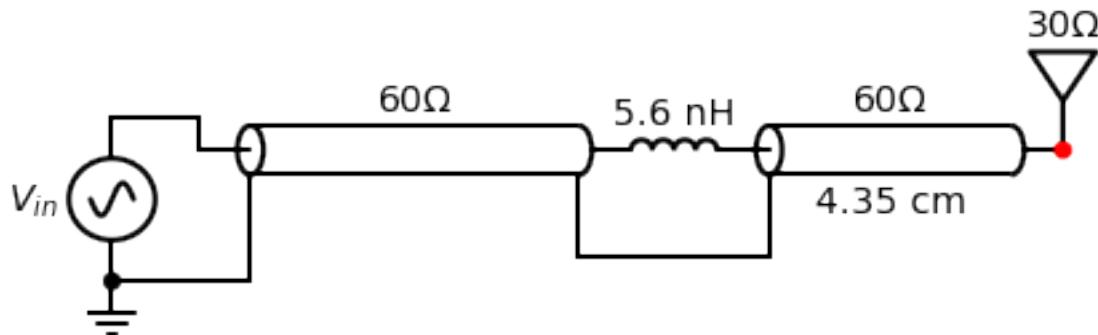


Fig. 9.26: circuit van de tweede oplossing.

Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 0.5$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $y=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedantie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
65	$Y = 17.86 - 12.14j \text{ mS}$	lengte=1.13 cm
66	$Y = 17.64 - 12.08j \text{ mS}$	lengte=1.15 cm
67	$Y = 17.42 - 12.02j \text{ mS}$	lengte=1.16 cm
68	$Y = 17.20 - 11.96j \text{ mS}$	lengte=1.18 cm

(Vervolgt op volgende pagina)

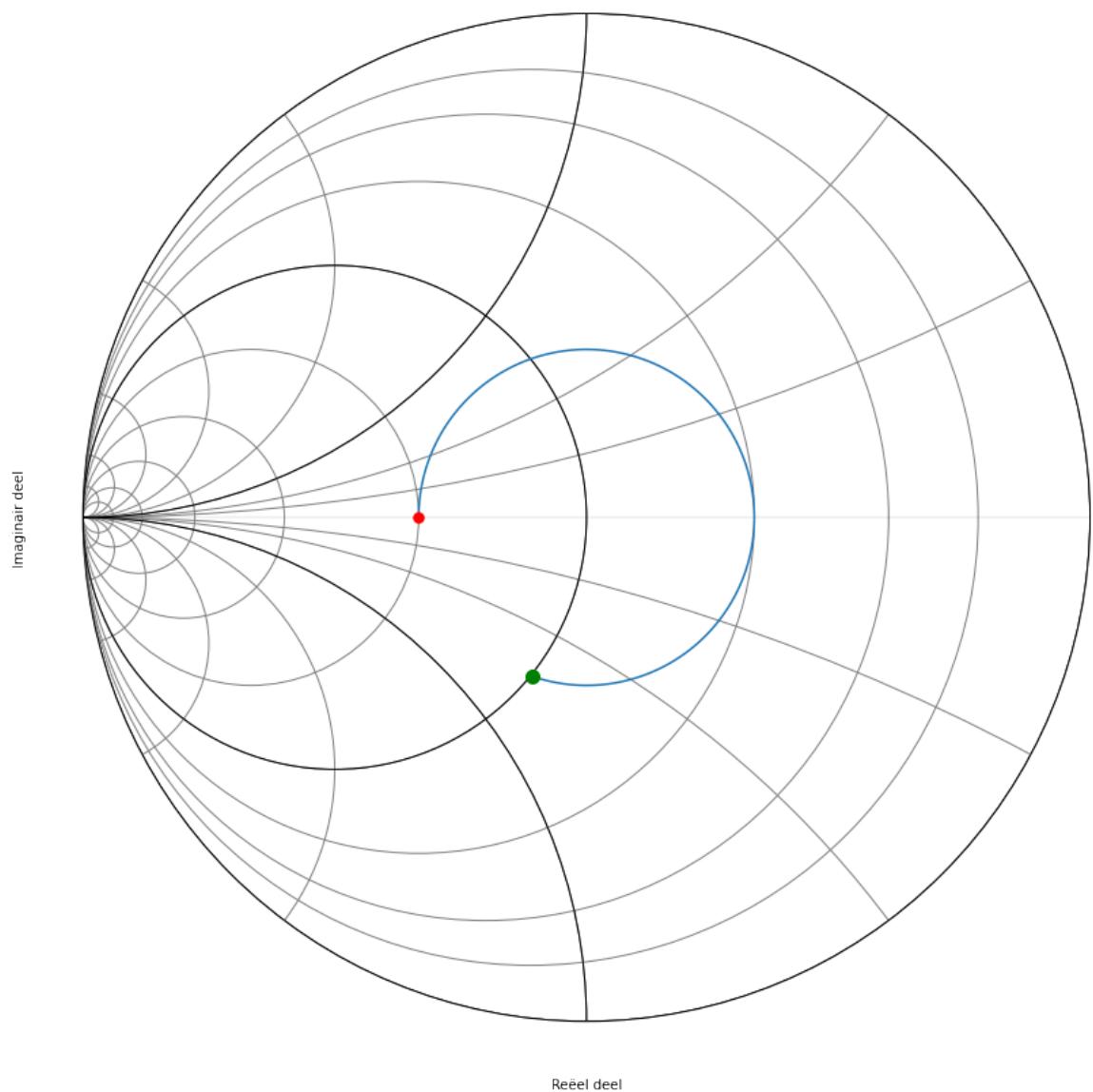


Fig. 9.27: Smith kaart van de derde oplossing.

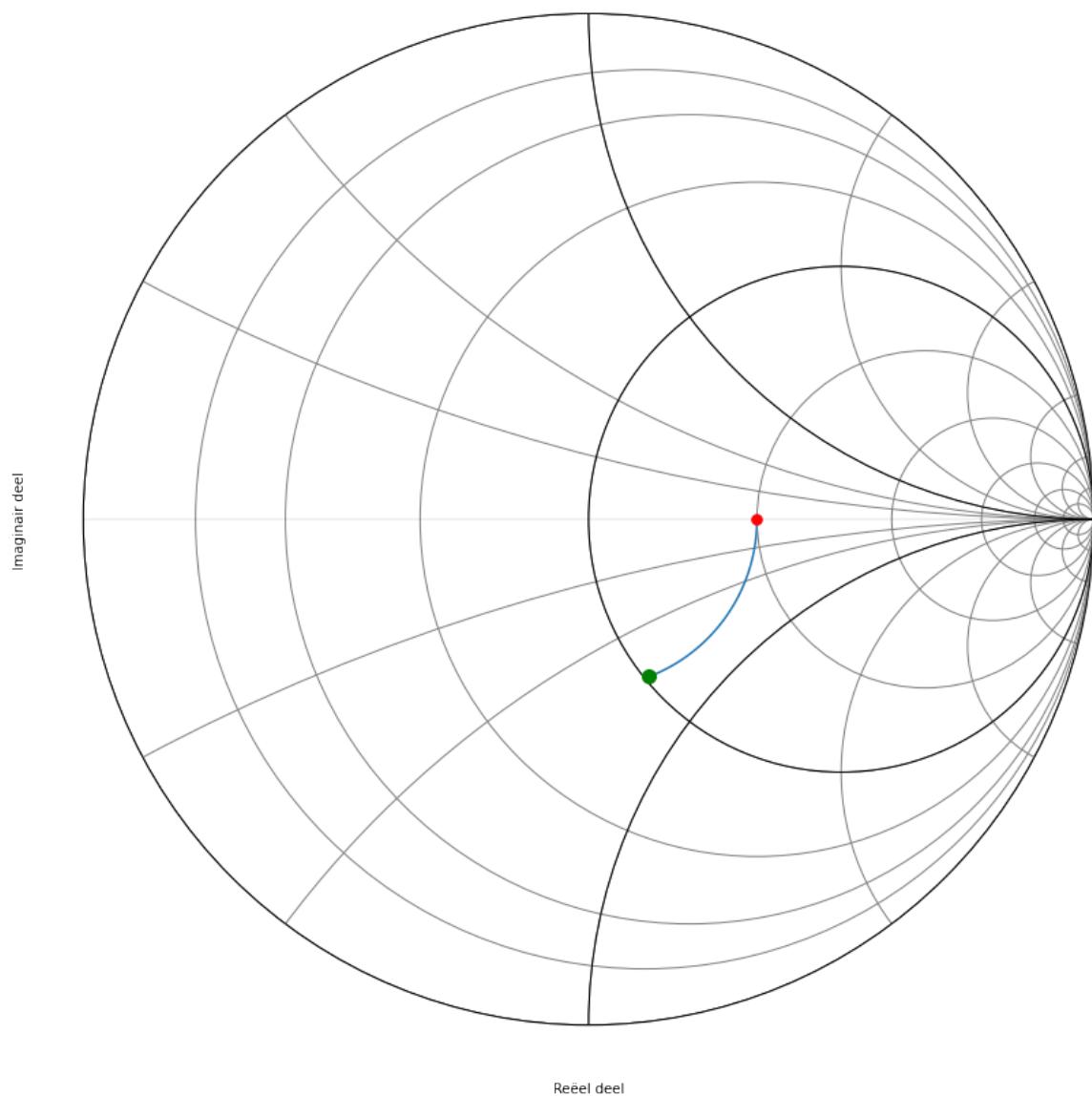


Fig. 9.28: Smith kaart van de derde oplossing als admitantie.

(Vervolg van vorige pagina)

69	$Y = 16.99 - 11.89j \text{ mS}$	lengte=1.20 cm
70	$Y = 16.78 - 11.82j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = 16.57 - 11.75j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = 16.37 - 11.68j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = 16.17 - 11.60j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = 15.98 - 11.52j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

we zoeken nu de hoek die overeenkomt met een reeel deel van de admitantie van 16.66 mS

$$j\omega C = 0.0118j$$

$$C = \frac{0.0118}{2\pi \cdot 1.2 \times 10^9} = 1.56pF$$

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:

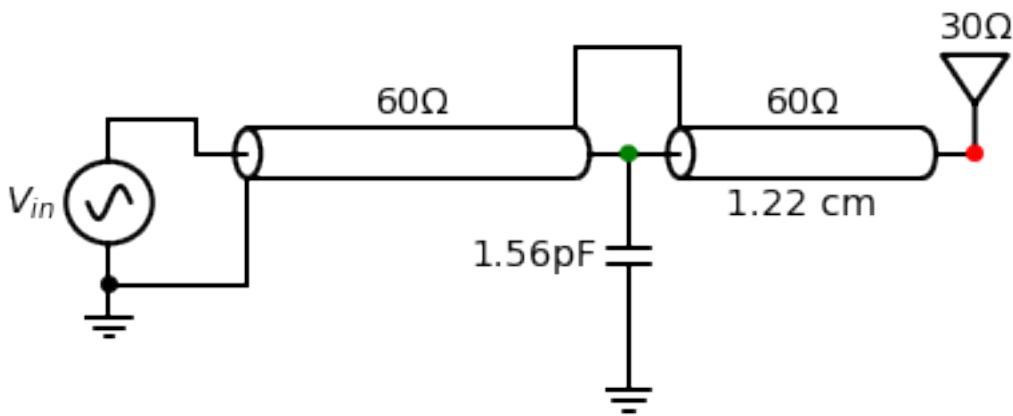


Fig. 9.29: circuit van de derde oplossing.

Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

We plaatsen $\frac{Z_0}{Z_L} = \frac{1}{2}$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $y=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = 15.78 + 11.44j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = 15.98 + 11.52j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = 16.17 + 11.60j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = 16.37 + 11.68j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = 16.57 + 11.75j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = 16.78 + 11.82j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

$$\frac{1}{j\omega L} = -0.0118j$$

$$L = \frac{1}{0.0118 \cdot 2\pi \cdot 1.6 \times 10^9} = 11.2nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:

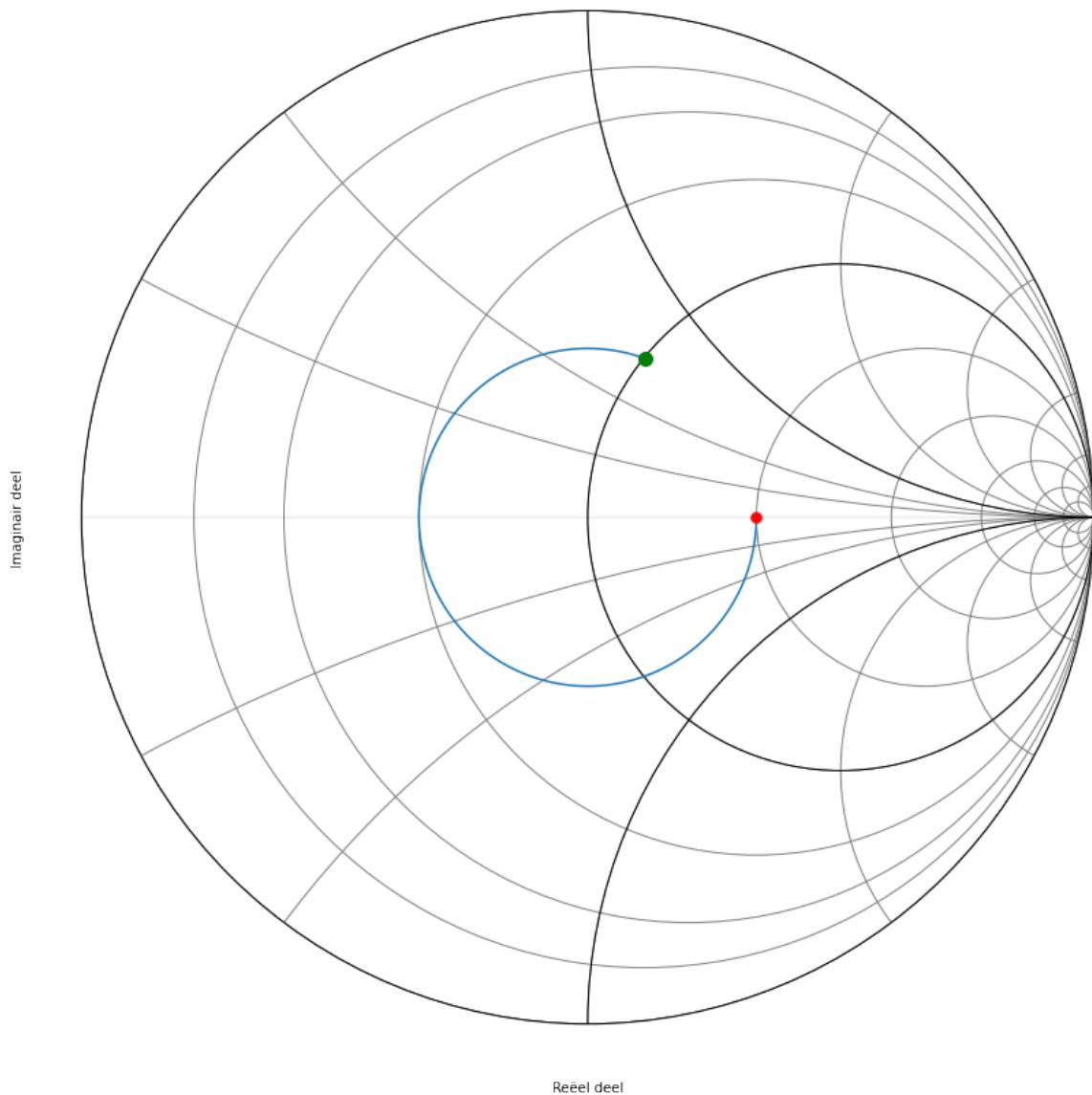


Fig. 9.30: Smith kaart van de vierde oplossing.

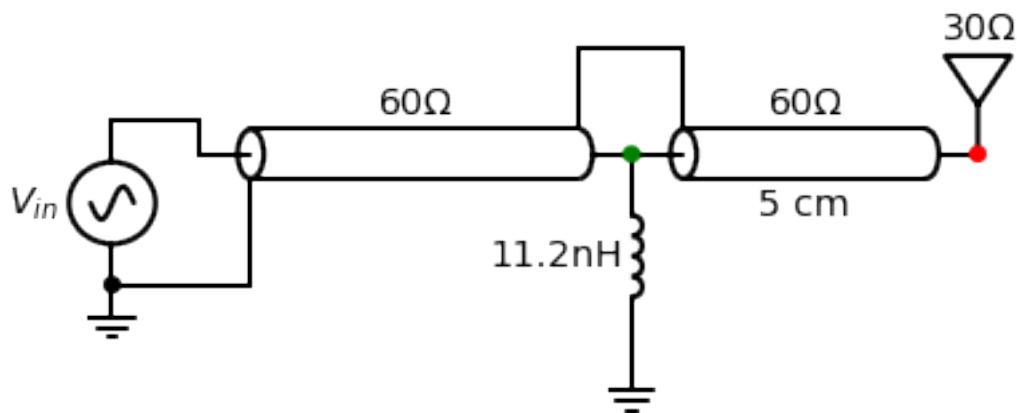


Fig. 9.31: circuit van de vierde oplossing.

Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

De $y = 1 - j 0.7$ compenseren we door $+j 0.7$ vertrekende vanuit $g=0$.

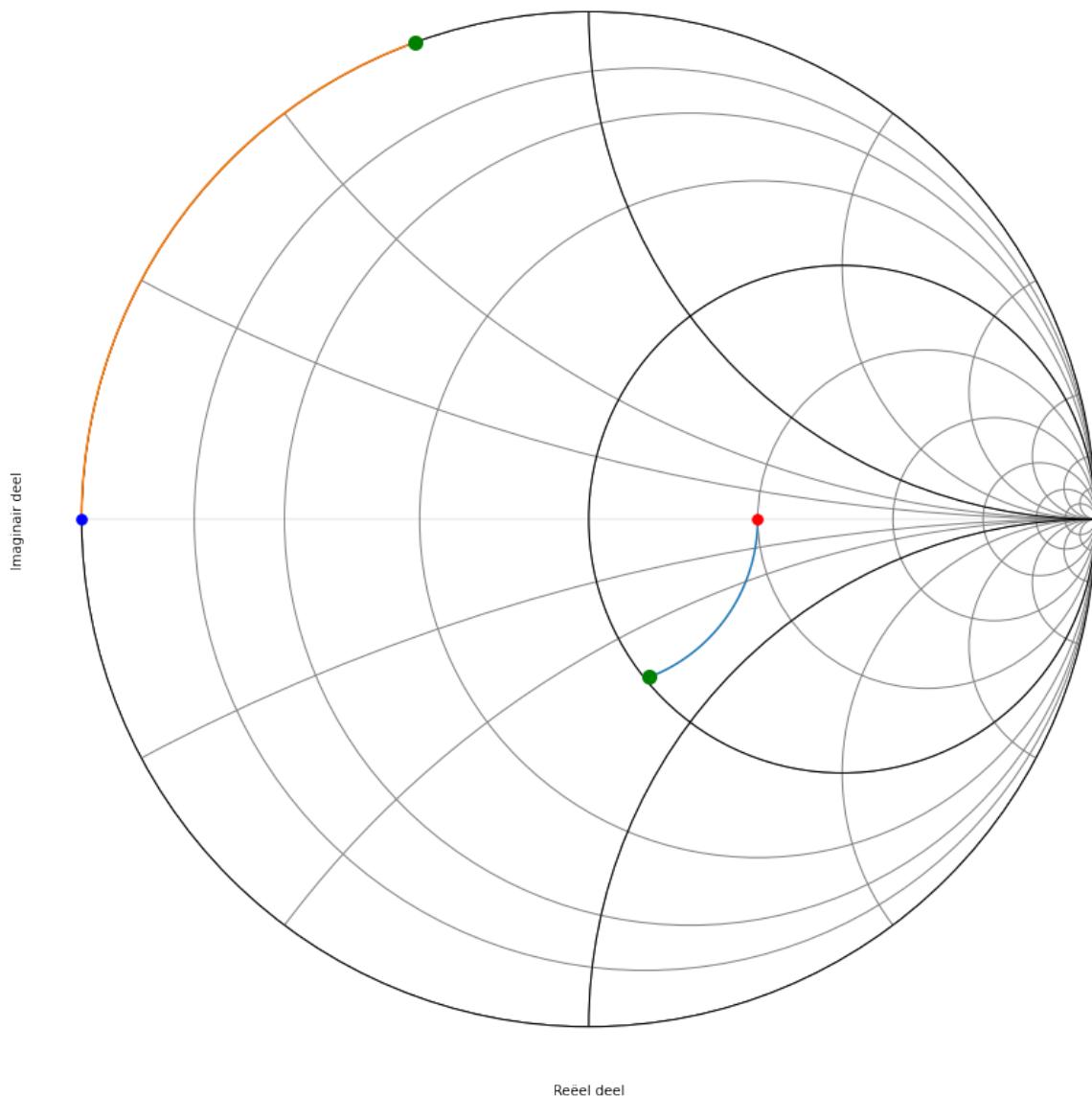


Fig. 9.32: Smith kaart van de vijfde oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
70	$Y = 16.78 - 11.82j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = 16.57 - 11.75j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = 16.37 - 11.68j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = 16.17 - 11.60j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = 15.98 - 11.52j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
70	$Y = +11.67j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = +11.89j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = +12.11j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = +12.33j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = +12.56j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van $\frac{71}{360} \frac{\lambda}{2}$ de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:

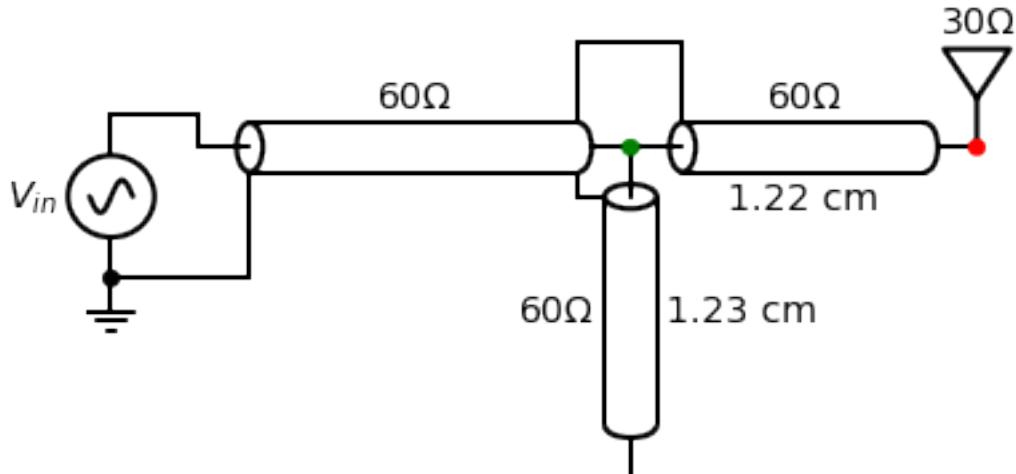


Fig. 9.33: circuit van de vijfde oplossing.

Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De $y = 1 - j 0.7$ compenseren we door $+j 0.7$ vertrekkende vanuit $g=\infty$

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
70	$Y = 16.78 - 11.82j \text{ mS}$	lengte=1.22 cm
71	$Y = 16.57 - 11.75j \text{ mS}$	lengte=1.23 cm
72	$Y = 16.37 - 11.68j \text{ mS}$	lengte=1.25 cm
73	$Y = 16.17 - 11.60j \text{ mS}$	lengte=1.27 cm
74	$Y = 15.98 - 11.52j \text{ mS}$	lengte=1.28 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
250	$Y = +11.67j \text{ mS}$	lengte=4.34 cm
251	$Y = +11.89j \text{ mS}$	lengte=4.36 cm
252	$Y = +12.11j \text{ mS}$	lengte=4.38 cm
253	$Y = +12.33j \text{ mS}$	lengte=4.39 cm
254	$Y = +12.56j \text{ mS}$	lengte=4.41 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

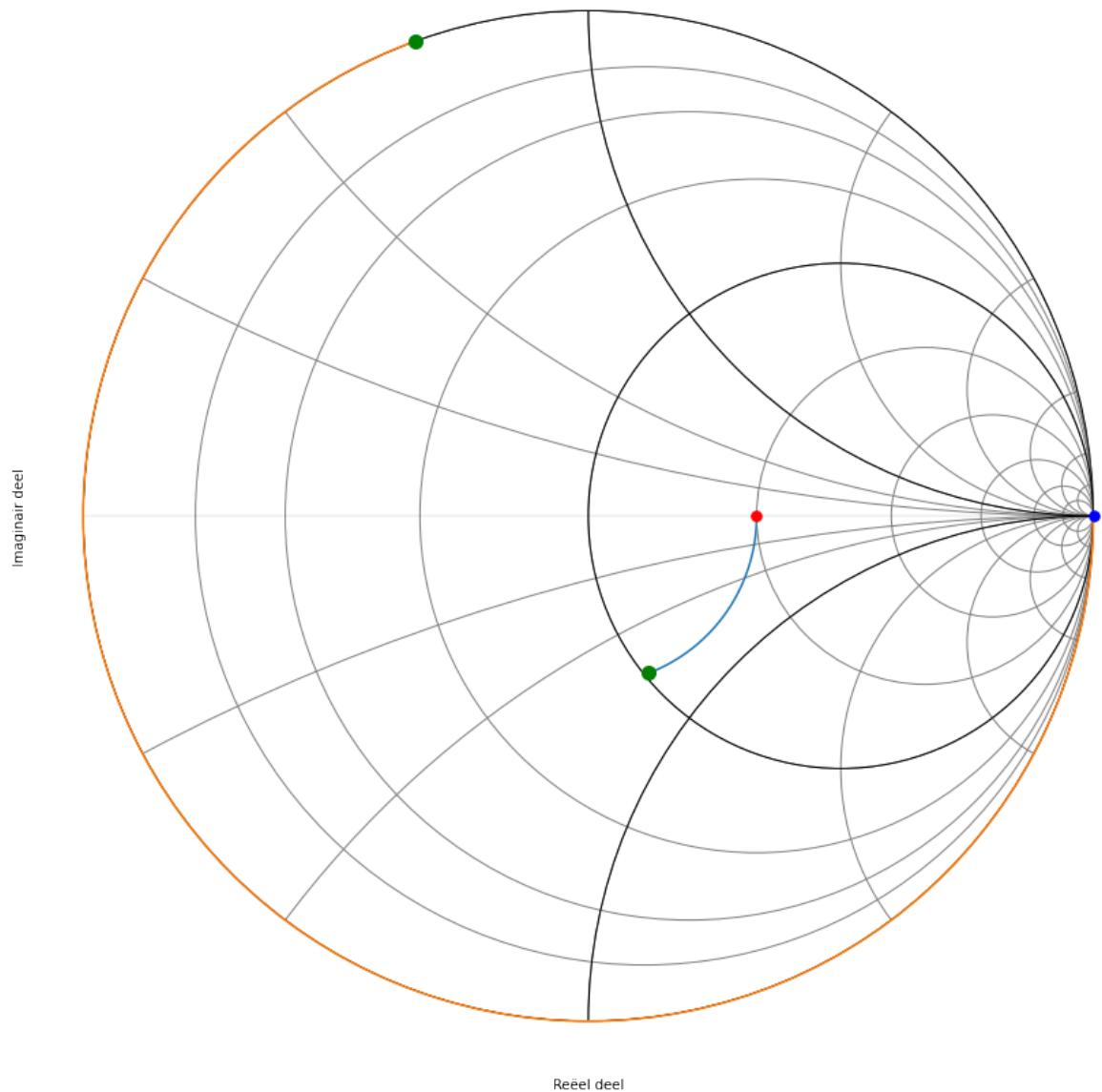


Fig. 9.34: Smith kaart van de zesde oplossing.

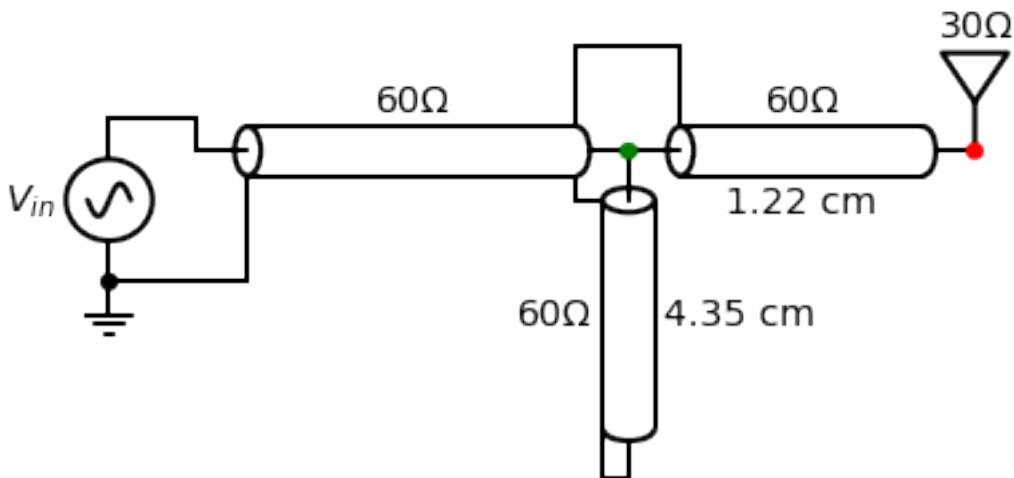


Fig. 9.35: circuit van de zesde oplossing.

Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn

De $y = 1 + j 0.7$ compenseren we door $-j 0.7$ vertrekkende vanuit $g=0$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = 15.78+11.44j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = 15.98+11.52j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = 16.17+11.60j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = 16.37+11.68j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = 16.57+11.75j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = 16.78+11.82j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = -12.79j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = -12.56j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = -12.33j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = -12.11j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = -11.89j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = -11.67j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De $y = 1 + j 0.7$ compenseren we door $-j 0.7$ vertrekkende vanuit $g=\infty$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
285	$Y = 15.78+11.44j \text{ mS}$	lengte=4.95 cm
286	$Y = 15.98+11.52j \text{ mS}$	lengte=4.97 cm
287	$Y = 16.17+11.60j \text{ mS}$	lengte=4.98 cm
288	$Y = 16.37+11.68j \text{ mS}$	lengte=5.00 cm
289	$Y = 16.57+11.75j \text{ mS}$	lengte=5.02 cm
290	$Y = 16.78+11.82j \text{ mS}$	lengte=5.03 cm

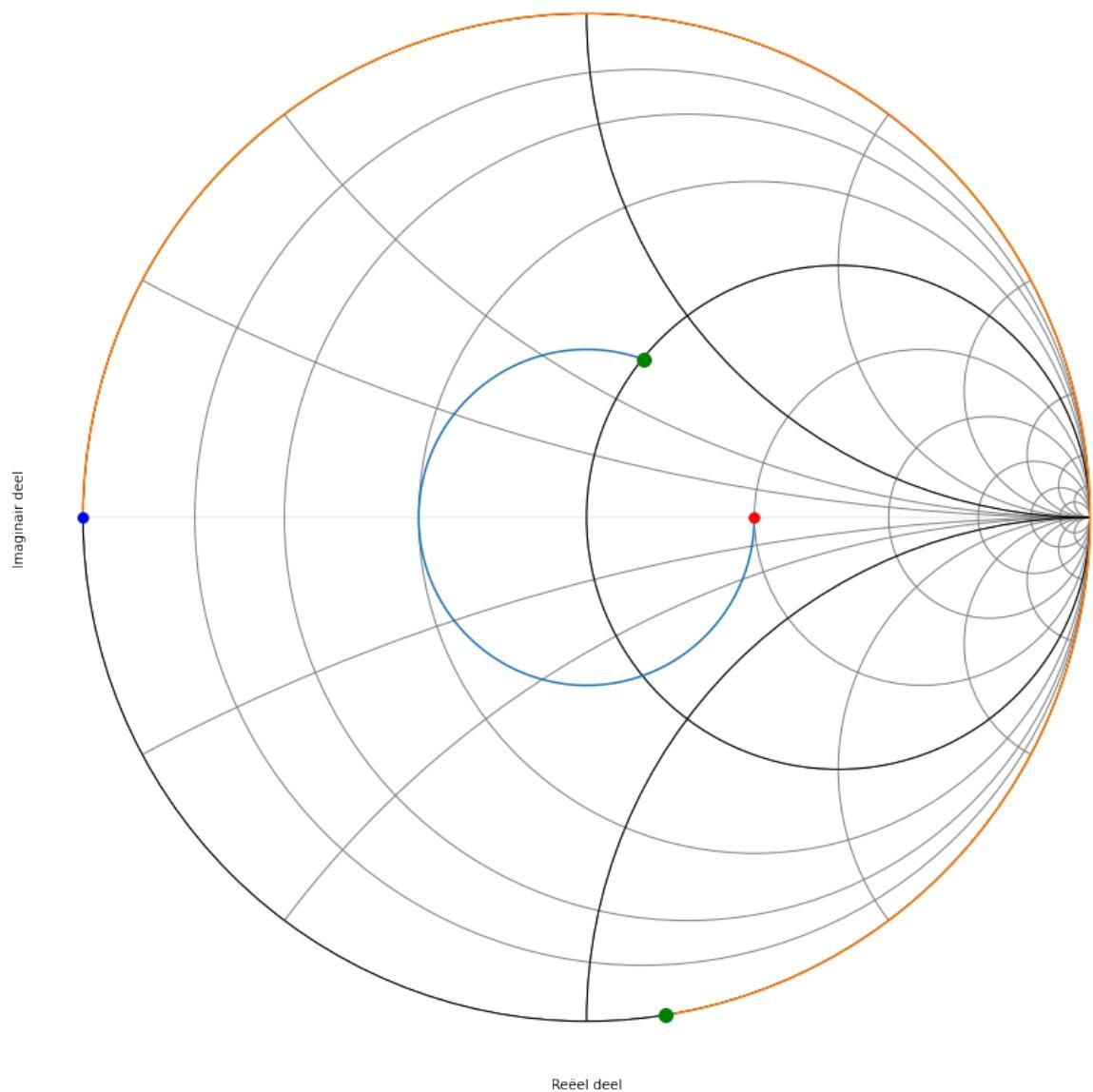


Fig. 9.36: Smith kaart van de zevende oplossing.

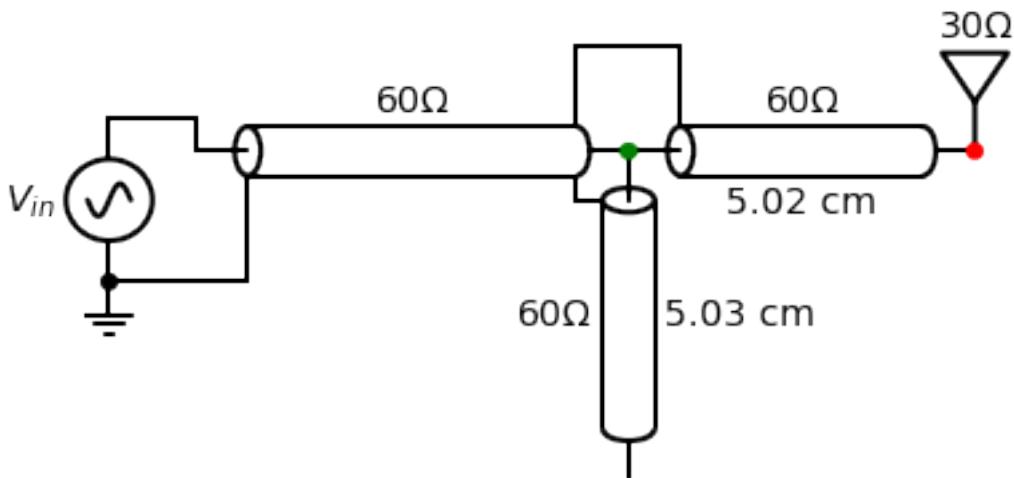


Fig. 9.37: circuit van de zevende oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
105	$Y = -12.79j \text{ mS}$	lengte=1.82 cm
106	$Y = -12.56j \text{ mS}$	lengte=1.84 cm
107	$Y = -12.33j \text{ mS}$	lengte=1.86 cm
108	$Y = -12.11j \text{ mS}$	lengte=1.88 cm
109	$Y = -11.89j \text{ mS}$	lengte=1.89 cm
110	$Y = -11.67j \text{ mS}$	lengte=1.91 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

9.5 Smith Kaart Oefening 4

9.5.1 Opgave

Gebruik je Smith kaart om een antenne van 150 Ohm aan te passen aan een coax van 50 Ohm voor een frequentie van 600 MHz ($\lambda = 25 \text{ cm}$; $\epsilon_r = 4$)? Welke verschillende oplossingen zijn er mogelijk?

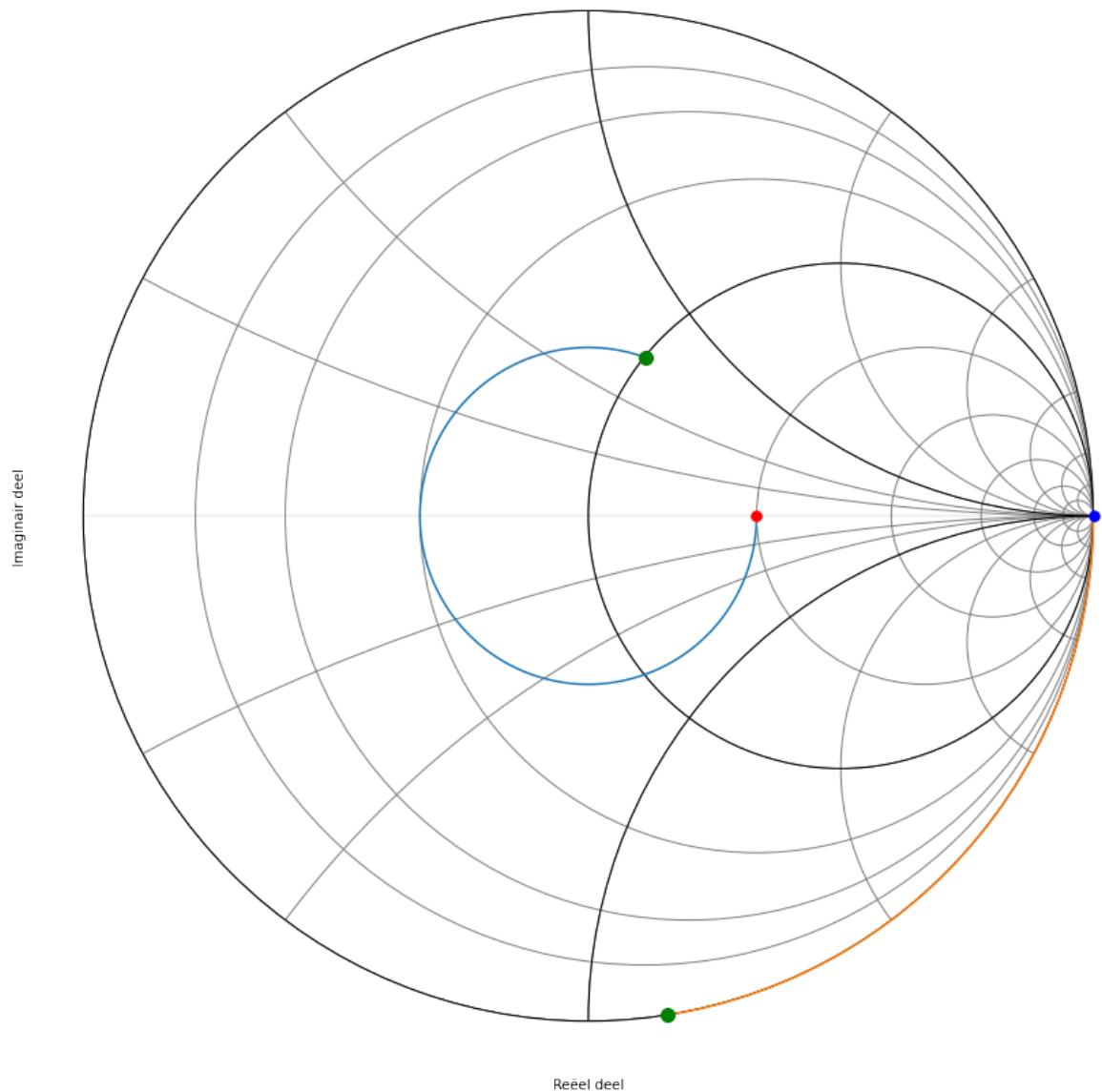


Fig. 9.38: Smith kaart van de achtste oplossing.

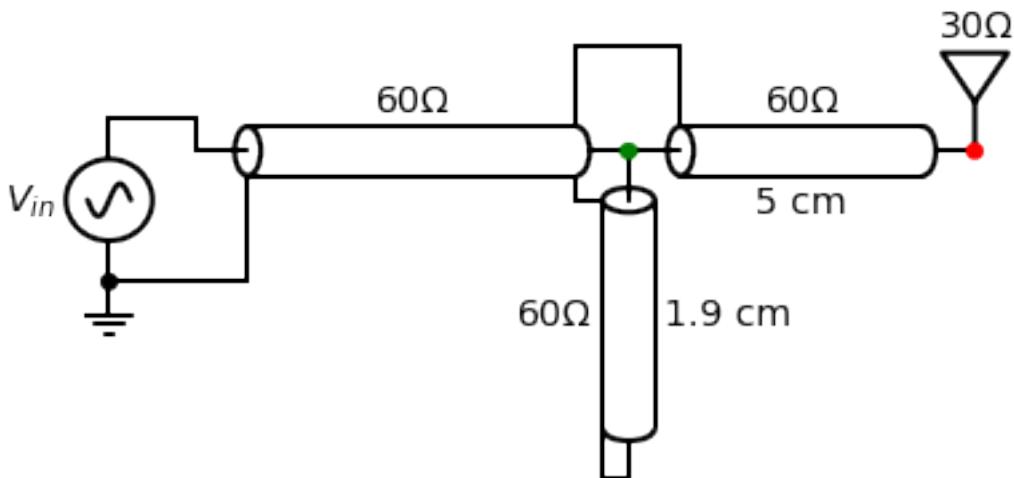


Fig. 9.39: circuit van de achtste oplossing.

9.5.2 Oplossing

Er zijn hiervoor 8 oplossingen mogelijk.

We bespreken hieronder elk van deze 8 oplossing:

Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

We plaatsen $z = \frac{Z_L}{Z_0} = 3$ op de Smith kaart (rode dotje) en we zoeken waar we de $r=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dotje).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van 300° . Dit geeft een afstand van $\frac{300}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.416 \lambda = 10.41 \text{ cm}$. ($\lambda = 25 \text{ cm}$ is gegeven)

De nieuwe $z = 1 + j 1.15$. Daaruit volgt dat $Z = 50 \text{ Ohm} + j 57.5 \text{ Ohm}$ (zie Table 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer $-j 57.5 \text{ Ohm}$ toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van de lijnimpedantie (zie Table 1) juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j57.5 \Omega$$

Als we vervolgens ω invullen, wetende dat de frequentie $f=600 \text{ MHz}$:

$$\omega = 2\pi \cdot 600 \times 10^6$$

$$C = 4.59 \text{ pF}$$

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
297	$Z = 47.11 + 55.97j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.31 \text{ cm}$
298	$Z = 48.04 + 56.56j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.35 \text{ cm}$
299	$Z = 49.01 + 57.15j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.38 \text{ cm}$
300	$Z = 50.00 + 57.74j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.42 \text{ cm}$
301	$Z = 51.02 + 58.31j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.45 \text{ cm}$
302	$Z = 52.08 + 58.89j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=10.49 \text{ cm}$

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:

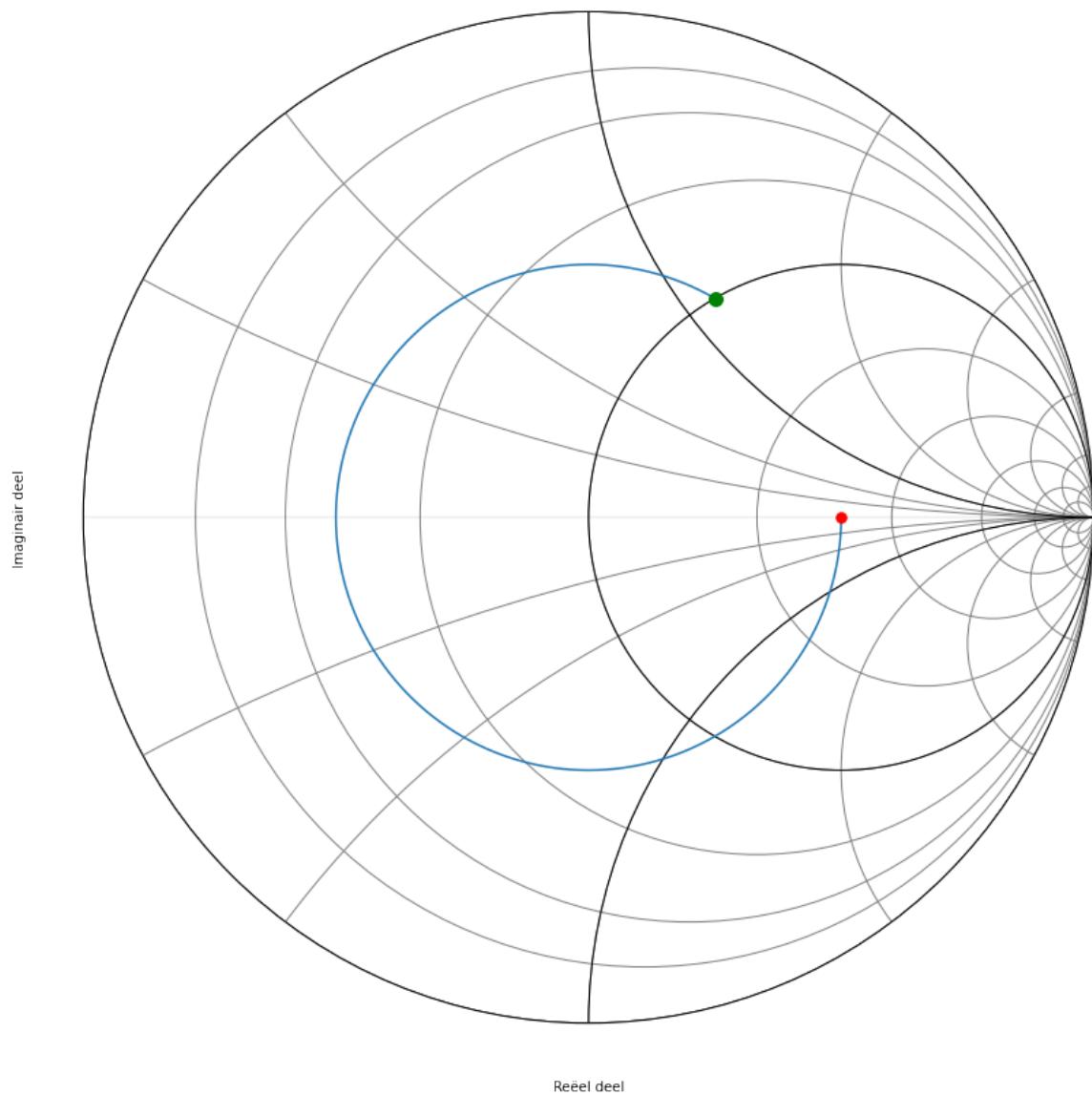


Fig. 9.40: Smith kaart van de eerste oplossing.

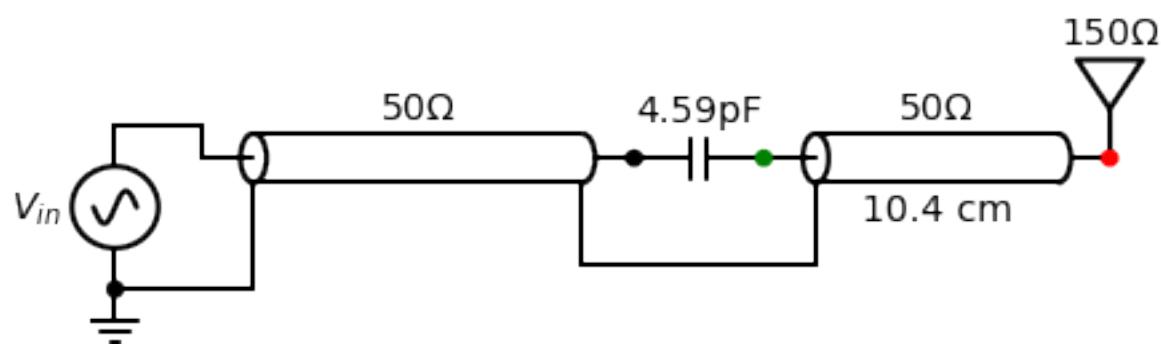


Fig. 9.41: circuit van de eerste oplossing.

Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 3$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $r=1$ cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

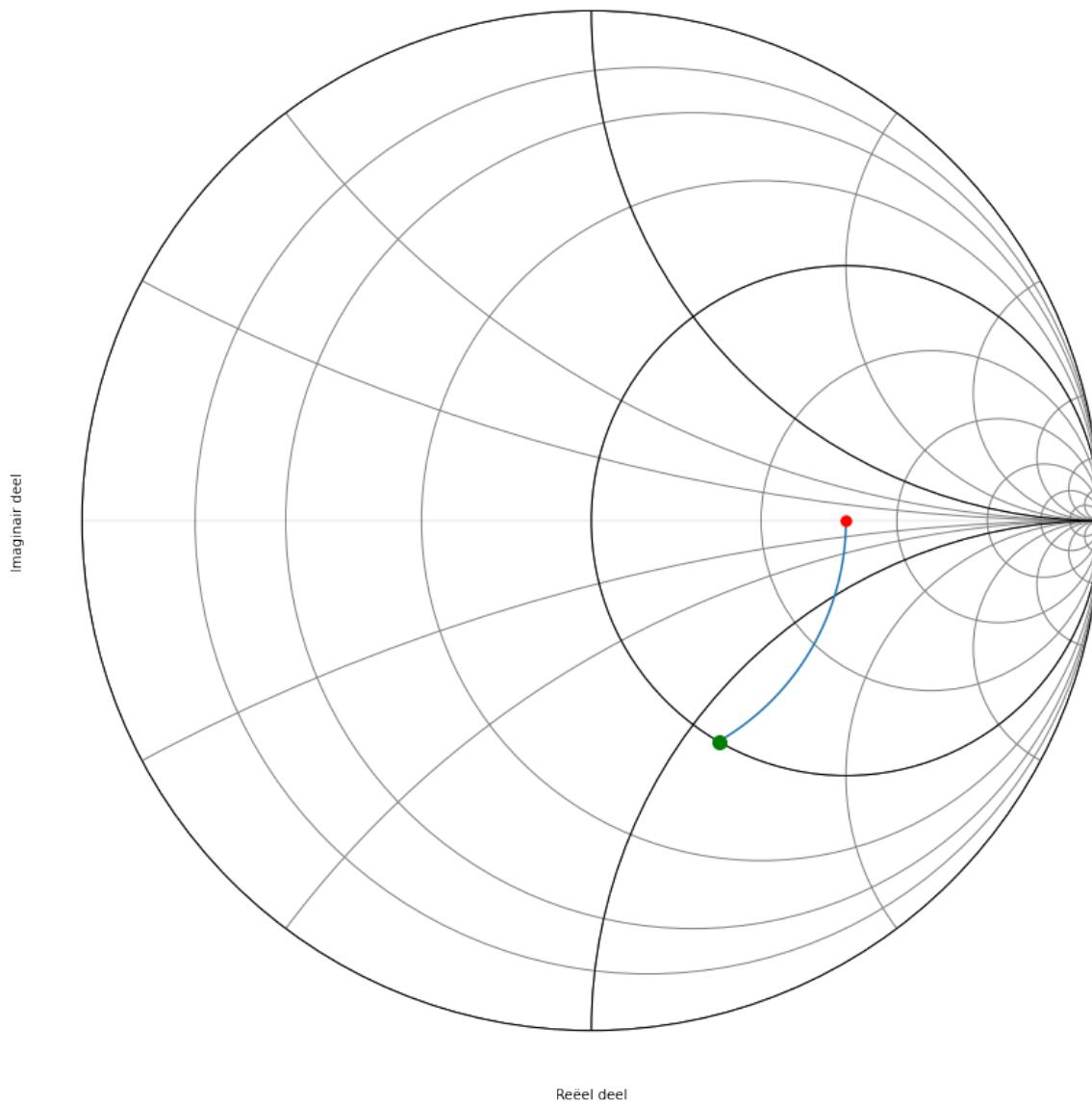


Fig. 9.42: Smith kaart van de tweede oplossing.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
57	$Z = 53.16 - 59.45j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=1.98 \text{ cm}$
58	$Z = 52.08 - 58.89j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=2.01 \text{ cm}$
59	$Z = 51.02 - 58.31j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=2.05 \text{ cm}$
60	$Z = 50.00 - 57.74j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=2.08 \text{ cm}$
61	$Z = 49.01 - 57.15j \text{ Ohm}$	$\text{lengte}=2.12 \text{ cm}$

De nieuwe $z = 1 - j 1.15$. Daaruit volgt dat $Z = 50 \text{ Ohm} - j 57.7 \text{ Ohm}$. Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer $j 57.7 \text{ Ohm}$ toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als

complex deel over houden.

$$j\omega L = j57.7\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 600 \times 10^6$$

$$L = 15nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:

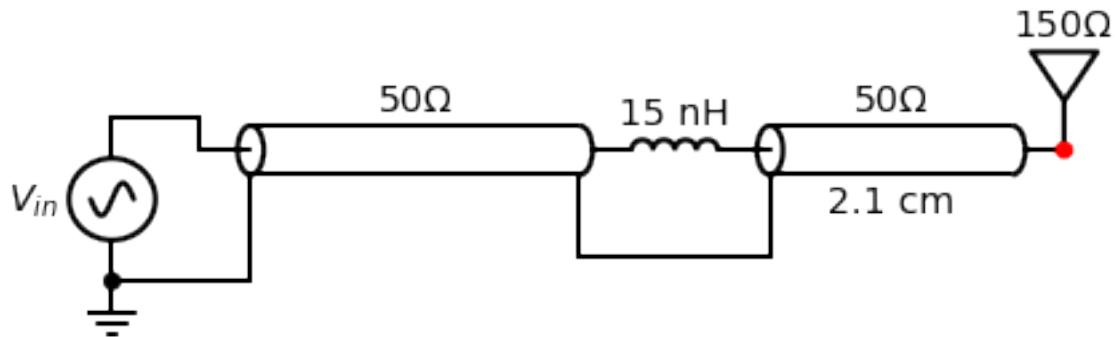


Fig. 9.43: circuit van de tweede oplossing.

Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 3$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $y=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedantie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
237	$Y = 21.27 - 23.78j \text{ mS}$	lengte=8.23 cm
238	$Y = 20.83 - 23.55j \text{ mS}$	lengte=8.26 cm
239	$Y = 20.41 - 23.33j \text{ mS}$	lengte=8.30 cm
240	$Y = 20.00 - 23.09j \text{ mS}$	lengte=8.33 cm
241	$Y = 19.60 - 22.86j \text{ mS}$	lengte=8.37 cm
242	$Y = 19.22 - 22.62j \text{ mS}$	lengte=8.40 cm

$$j\omega C = 0.023j$$

$$C = \frac{0.023}{2\pi \cdot 600 \times 10^6} = 6.12pF$$

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:

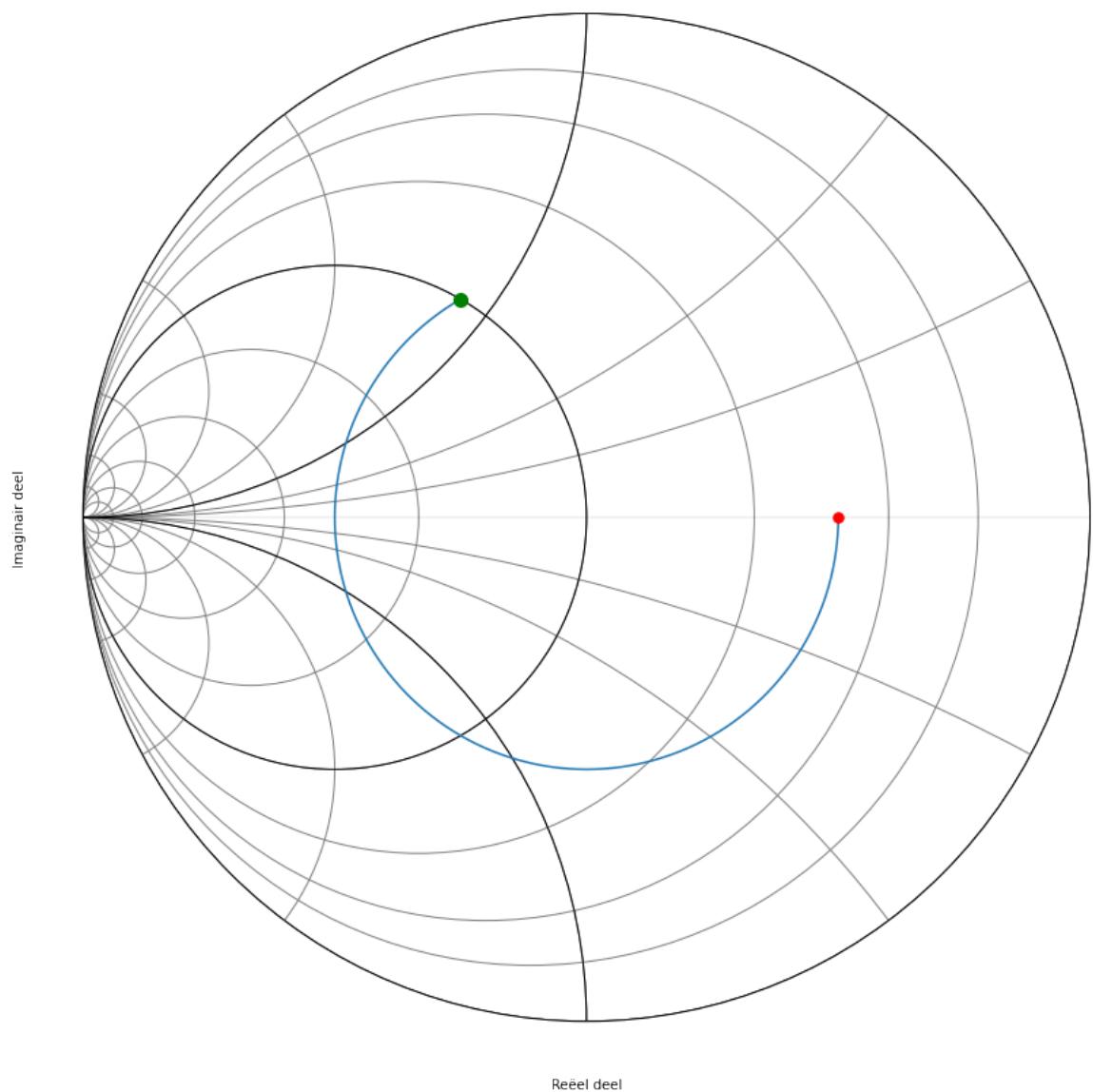


Fig. 9.44: Smith kaart van de derde oplossing.

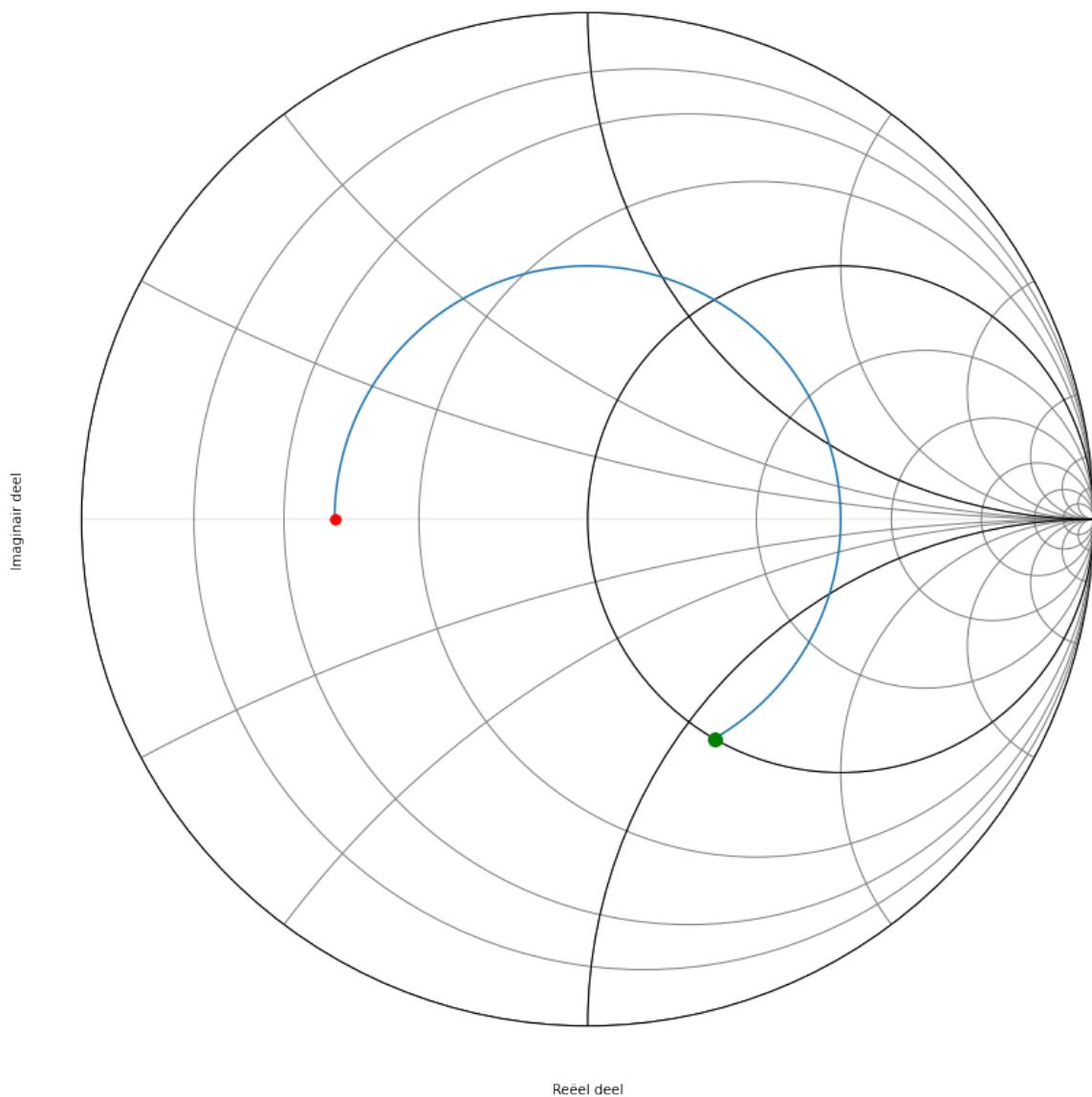


Fig. 9.45: cSmith kaart van de derde oplossing als admitantie.

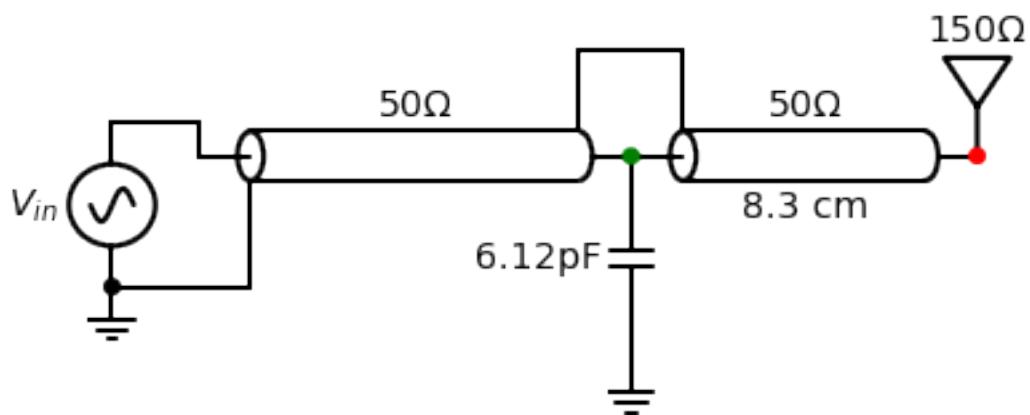


Fig. 9.46: circuit van de derde oplossing.

Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

We plaatsen $\frac{Z_0}{Z_L} = \frac{1}{3}$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $y=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

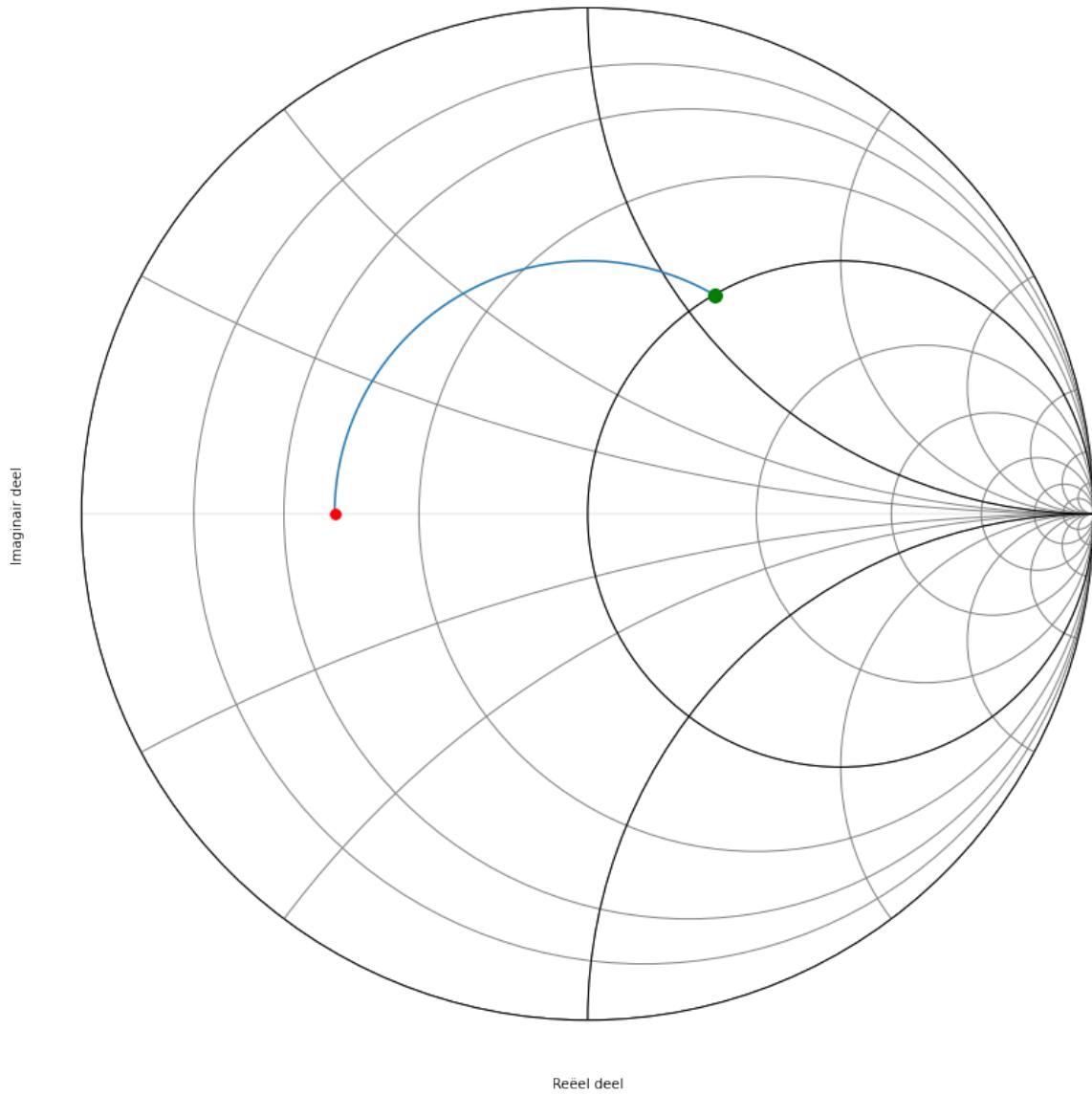


Fig. 9.47: Smith kaart van de vierde oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
118	$Y = 19.22 + 22.62j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
119	$Y = 19.60 + 22.86j \text{ mS}$	lengte=4.13 cm
120	$Y = 20.00 + 23.09j \text{ mS}$	lengte=4.17 cm
121	$Y = 20.41 + 23.33j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm

$$\frac{1}{j\omega L} = -0.023j$$

$$L = \frac{1}{0.023 \cdot 2\pi \cdot 600 \times 10^6} = 11.5nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:

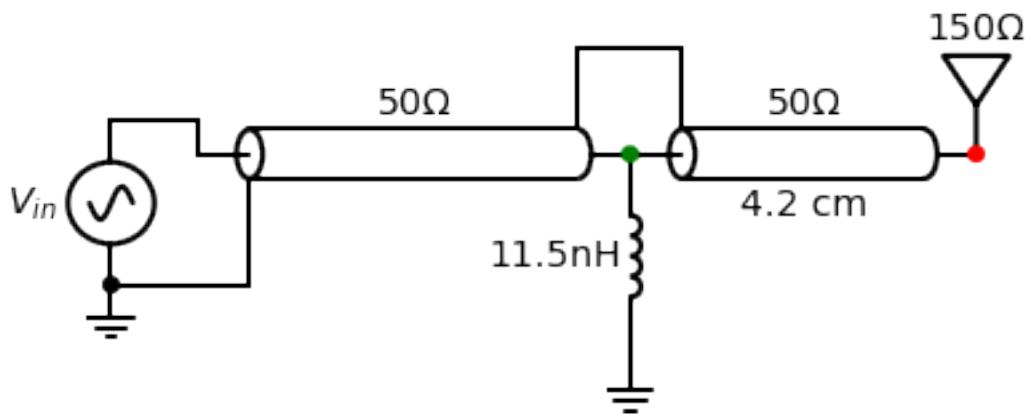


Fig. 9.48: circuit van de vierde oplossing.

Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

De $y = 1 - j 1.15$ compenseren we door $+j 1.15$ vertrekkende vanuit $g=0$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
238	$Y = 20.83 - 23.55j \text{ mS}$	lengte=8.26 cm
239	$Y = 20.41 - 23.33j \text{ mS}$	lengte=8.30 cm
240	$Y = 20.00 - 23.09j \text{ mS}$	lengte=8.33 cm
241	$Y = 19.60 - 22.86j \text{ mS}$	lengte=8.37 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
95	$Y = +21.83j \text{ mS}$	lengte=3.30 cm
96	$Y = +22.21j \text{ mS}$	lengte=3.33 cm
97	$Y = +22.61j \text{ mS}$	lengte=3.37 cm
98	$Y = +23.01j \text{ mS}$	lengte=3.40 cm
99	$Y = +23.42j \text{ mS}$	lengte=3.44 cm
100	$Y = +23.84j \text{ mS}$	lengte=3.47 cm

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van $\frac{98}{360} \frac{\lambda}{2}$ de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:

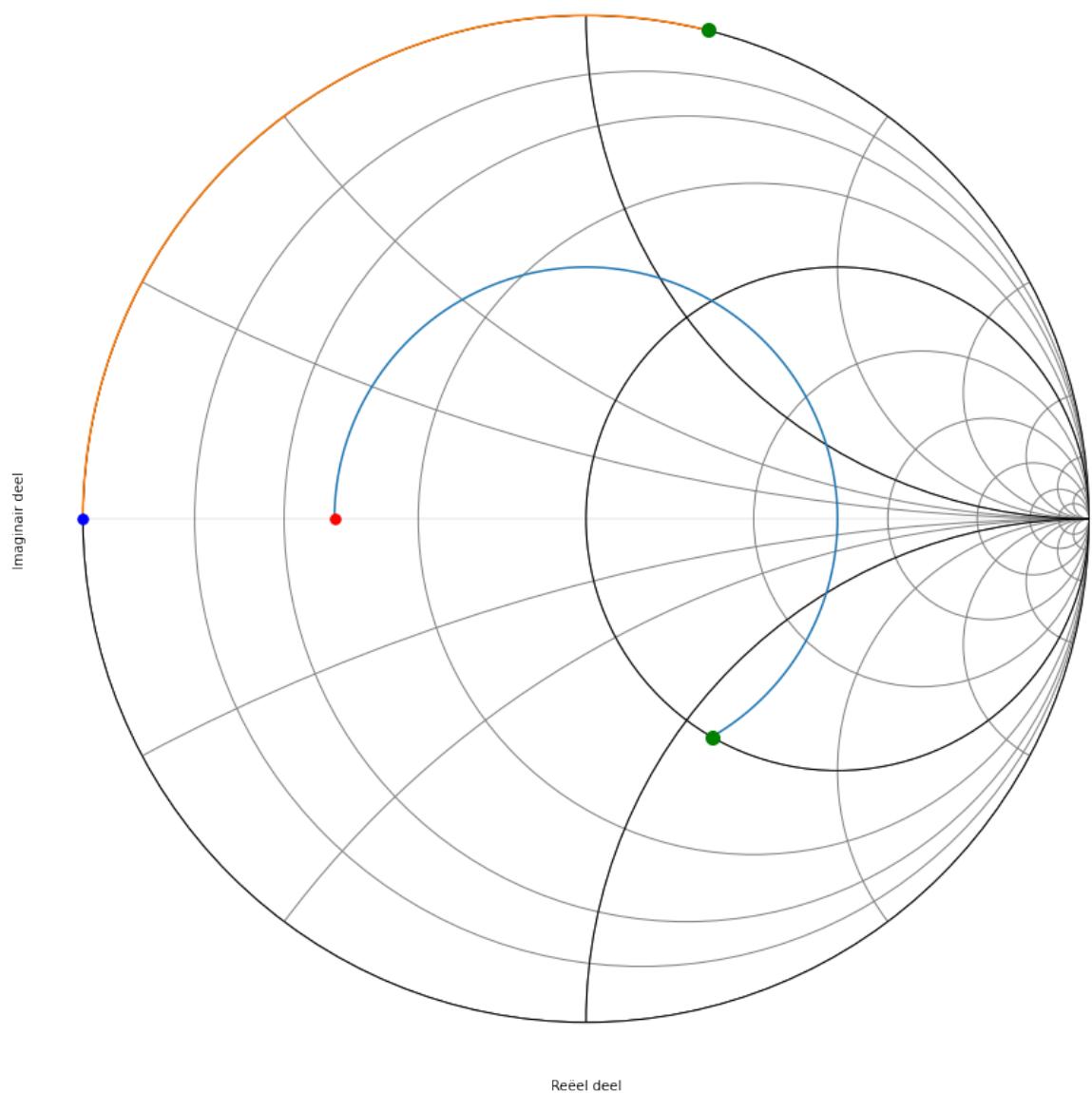


Fig. 9.49: Smith kaart van de vijfde oplossing.

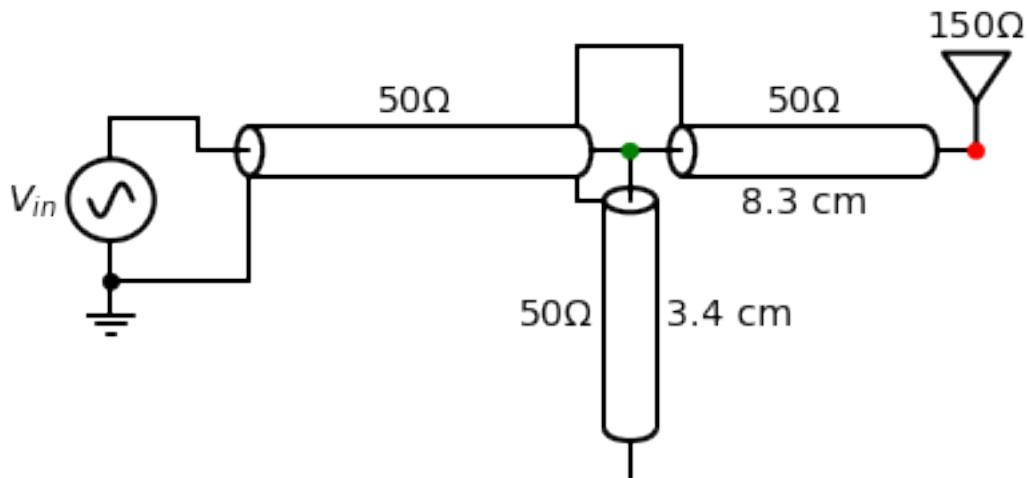


Fig. 9.50: circuit van de vijfde oplossing.

Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De $y = 1 - j 1.15$ compenseren we door $+j 1.15$ vertrekkende vanuit $g=\infty$

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
238	$Y= 20.83-23.55j \text{ mS}$	lengte=8.26 cm
239	$Y= 20.41-23.33j \text{ mS}$	lengte=8.30 cm
240	$Y= 20.00-23.09j \text{ mS}$	lengte=8.33 cm
241	$Y= 19.60-22.86j \text{ mS}$	lengte=8.37 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
275	$Y= +21.83j \text{ mS}$	lengte=9.55 cm
276	$Y= +22.21j \text{ mS}$	lengte=9.58 cm
277	$Y= +22.61j \text{ mS}$	lengte=9.62 cm
278	$Y= +23.01j \text{ mS}$	lengte=9.65 cm
279	$Y= +23.42j \text{ mS}$	lengte=9.69 cm
280	$Y= +23.84j \text{ mS}$	lengte=9.72 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn

De $y = 1 + j 1.15$ compenseren we door $-j 1.15$ vertrekkende vanuit $g=0$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
118	$Y= 19.22+22.62j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
119	$Y= 19.60+22.86j \text{ mS}$	lengte=4.13 cm
120	$Y= 20.00+23.09j \text{ mS}$	lengte=4.17 cm
121	$Y= 20.41+23.33j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm

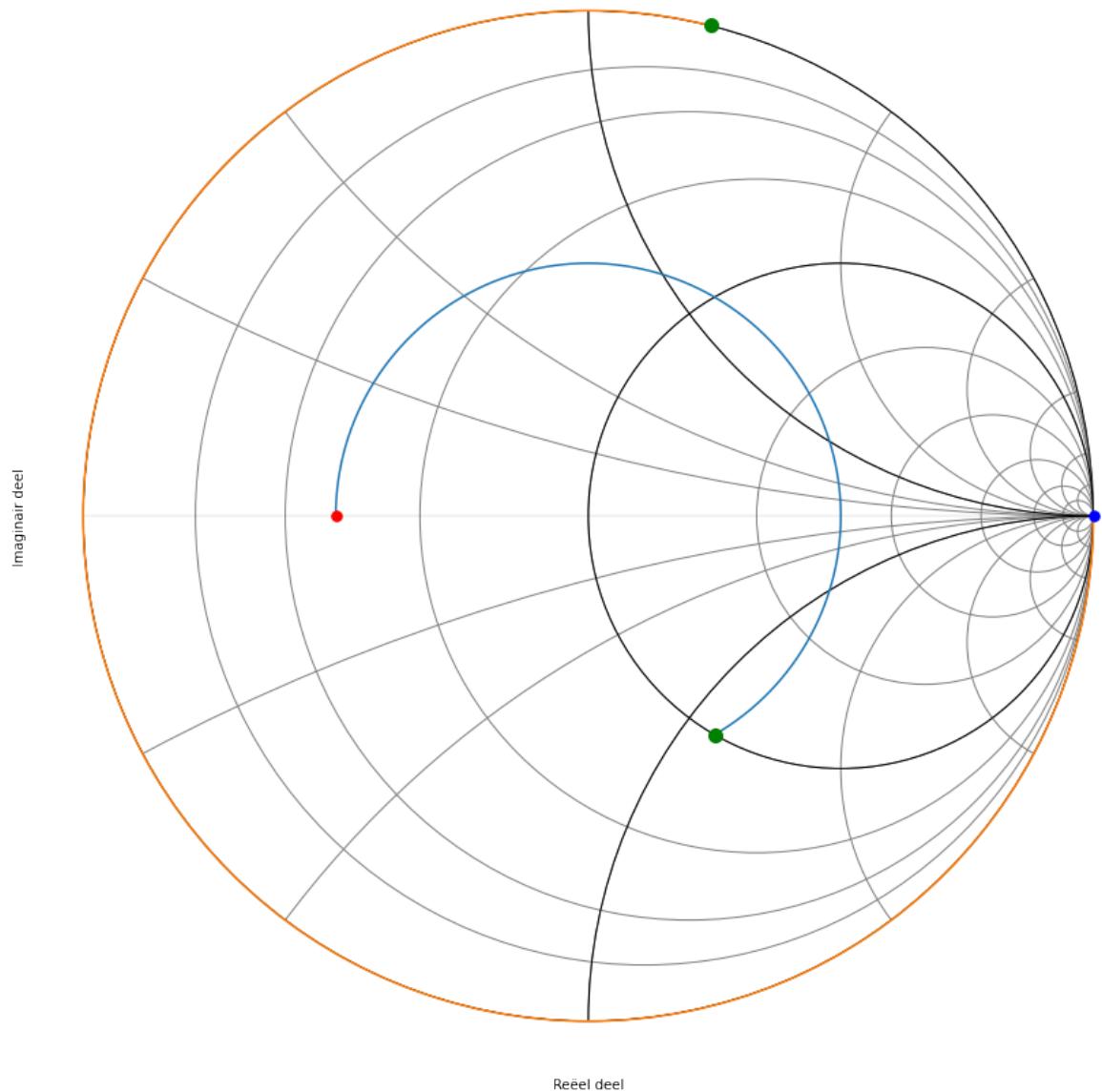


Fig. 9.51: Smith kaart van de zesde oplossing.

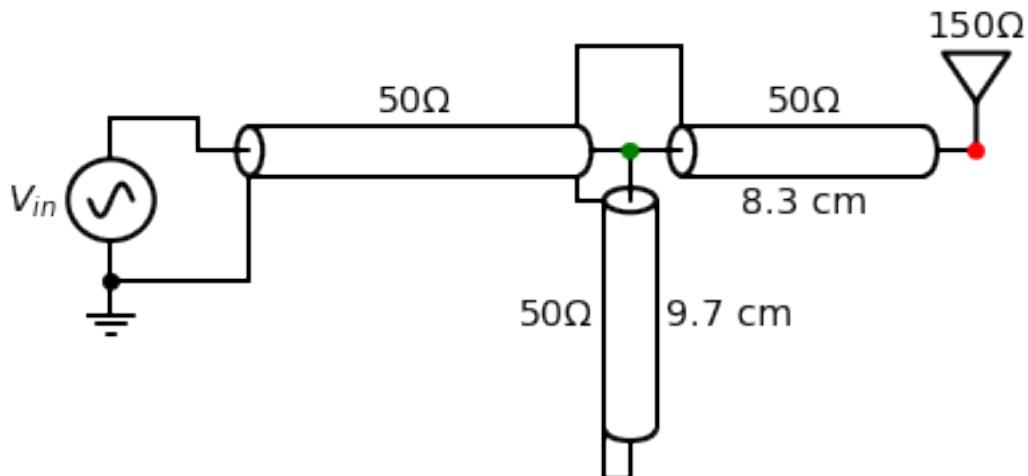


Fig. 9.52: circuit van de zesde oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
260	$Y = -23.84j \text{ mS}$	lengte=9.03 cm
261	$Y = -23.42j \text{ mS}$	lengte=9.06 cm
262	$Y = -23.01j \text{ mS}$	lengte=9.10 cm
263	$Y = -22.61j \text{ mS}$	lengte=9.13 cm
264	$Y = -22.21j \text{ mS}$	lengte=9.17 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De $y = 1 + j 1.15$ compenseren we door $-j 1.15$ vertrekkende vanuit $g=\infty$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
118	$Y = 19.22 + 22.62j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
119	$Y = 19.60 + 22.86j \text{ mS}$	lengte=4.13 cm
120	$Y = 20.00 + 23.09j \text{ mS}$	lengte=4.17 cm
121	$Y = 20.41 + 23.33j \text{ mS}$	lengte=4.20 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
80	$Y = -23.84j \text{ mS}$	lengte=2.78 cm
81	$Y = -23.42j \text{ mS}$	lengte=2.81 cm
82	$Y = -23.01j \text{ mS}$	lengte=2.85 cm
83	$Y = -22.61j \text{ mS}$	lengte=2.88 cm
84	$Y = -22.21j \text{ mS}$	lengte=2.92 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

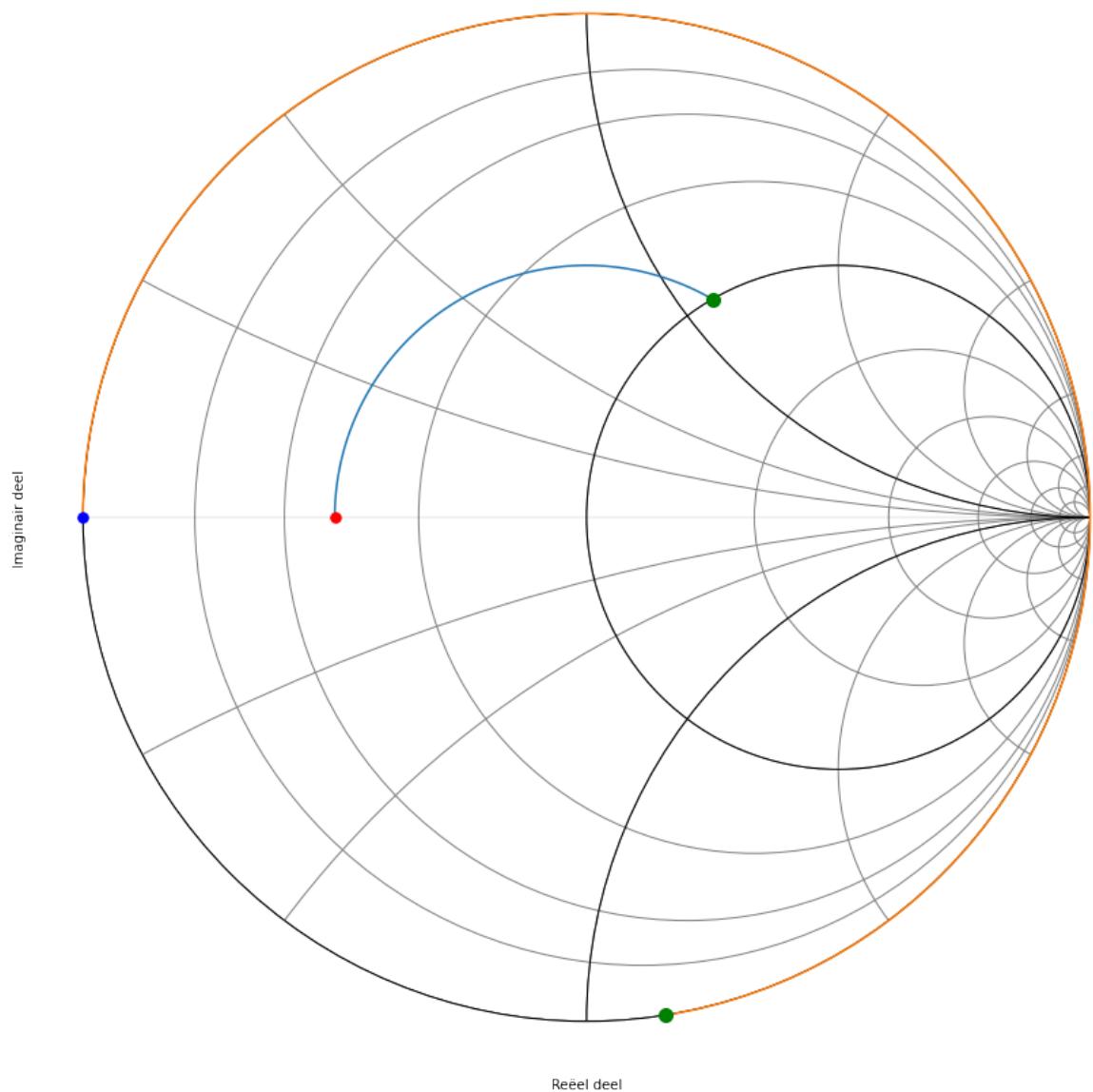


Fig. 9.53: Smith kaart van de zevende oplossing.

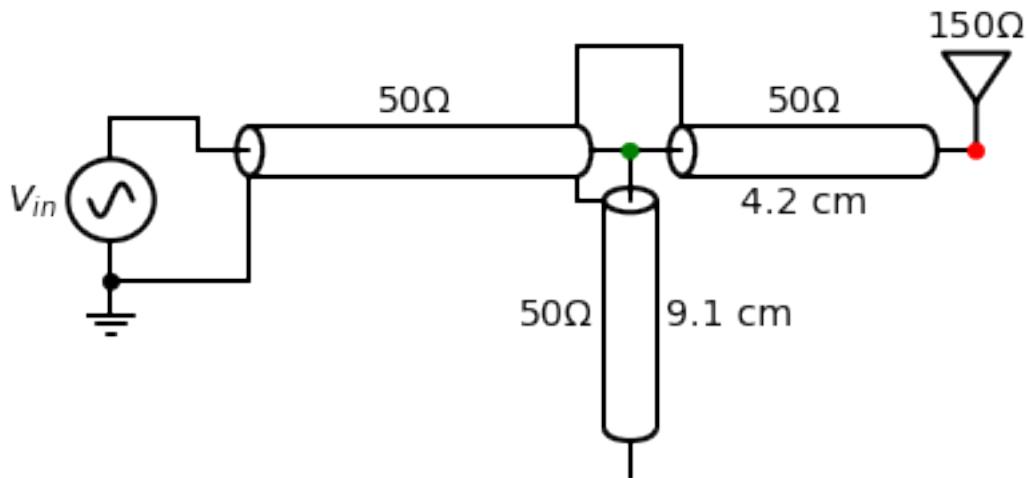


Fig. 9.54: circuit van de zevende oplossing.

9.6 Smith Kaart Oefening 5

9.6.1 Opgave

Gebruik je Smith kaart om een antenne van 110 Ohm aan te passen aan een coax van 50 Ohm voor een frequentie van 600 MHz ($\lambda = 25 \text{ cm}$)? Welke verschillende oplossingen zijn er mogelijk?

9.6.2 Oplossing

Er zijn hiervoor 8 oplossingen mogelijk.

We bespreken hieronder elk van deze 8 oplossing:

Oplossing 1: Bijplaatsen van een capaciteit in serie

Het imaginair deel van de impedantie van een condensator is negatief. We kunnen een bijgeplaatste condensator dus gebruiken om een positief imaginair deel te compenseren.

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.2$ op de Smith kaart (rode dot) en we zoeken waar we de $r=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de Smith kaart (groene dot).

Als we van de aanpassing (groene dot) naar de belasting gaan (rode dot), draaien we in tegenwijzerzin over een afstand van 292° . Dit geeft een afstand van $\frac{292}{360} \frac{\lambda}{2} = 0.406 \lambda = 10.1 \text{ cm}$. ($\lambda = 25 \text{ cm}$ is gegeven)

De nieuwe $z = 1 + j 0.81$. Daaruit volgt dat $Z = 50 \text{ Ohm} + j 40.5 \text{ Ohm}$ (zie Tabel 1). Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een condensator met impedantie van ongeveer $-j 57.5 \text{ Ohm}$ toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$\frac{1}{j\omega C} = -j40.5\Omega$$

Als we vervolgens ω invullen, wetende dat de frequentie $f=600 \text{ MHz}$:

$$\omega = 2\pi 600 10^6 \text{ Hz}$$

$$C = 6.54 \text{ pF}$$

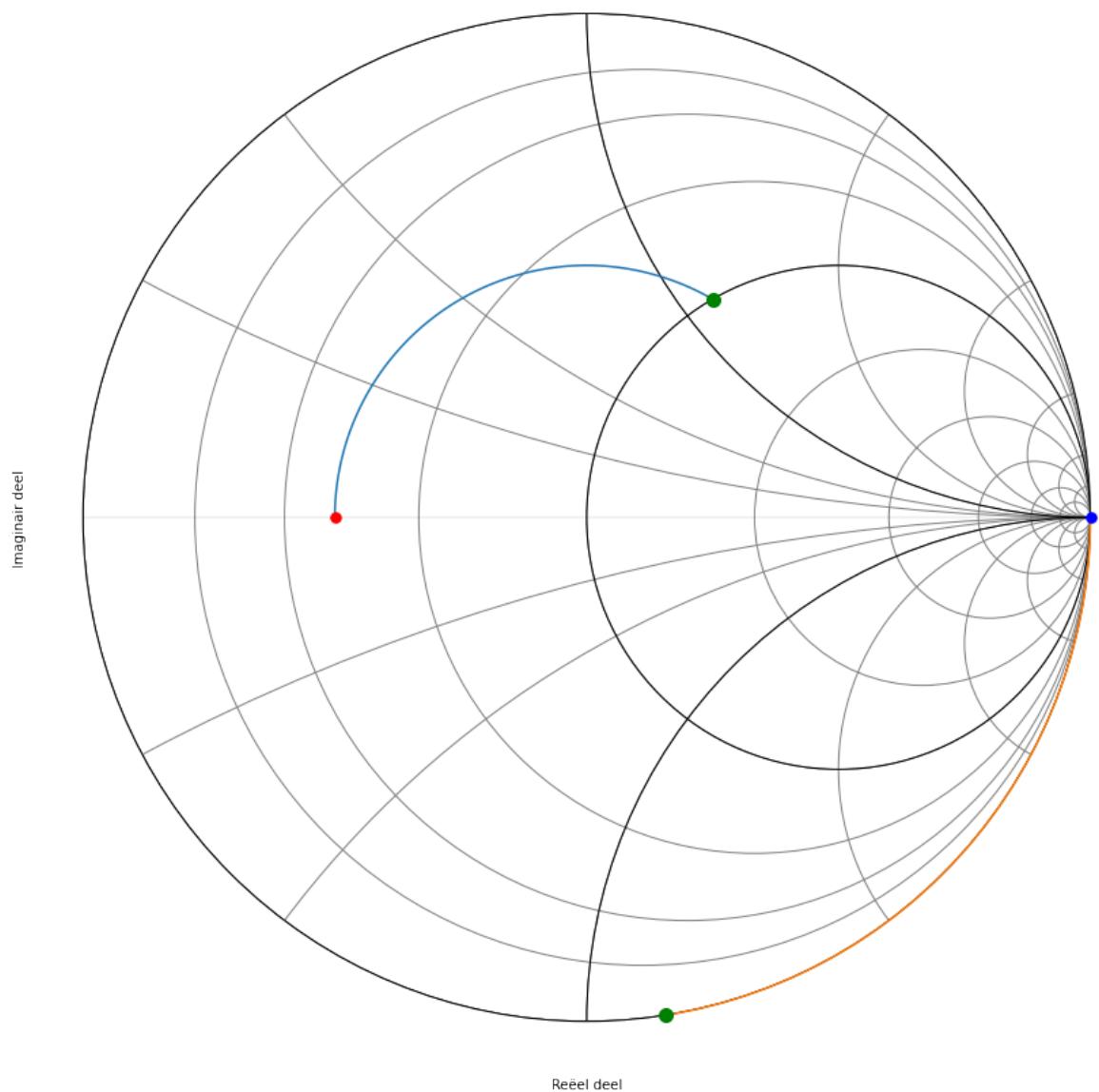


Fig. 9.55: Smith kaart van de achtste oplossing.

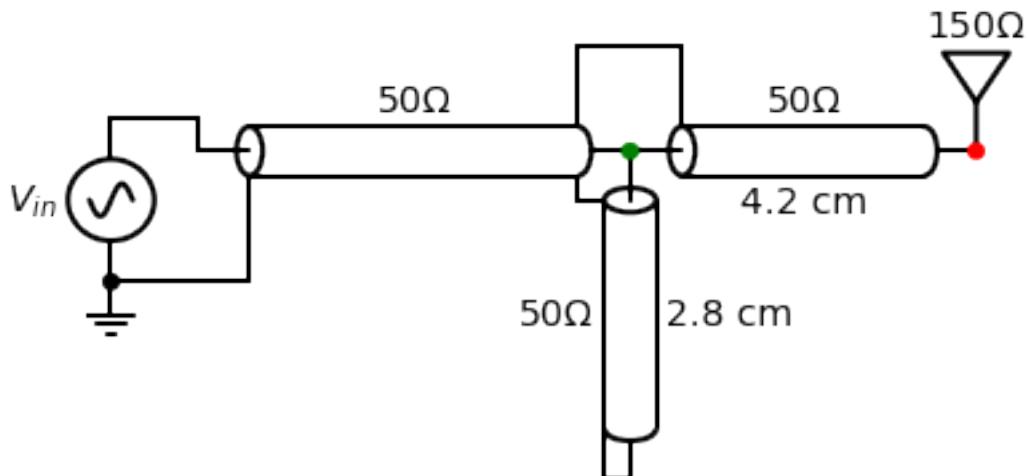


Fig. 9.56: circuit van de achtste oplossing.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
290	$Z = 48.60 + 39.86j \text{ Ohm}$	lengte=10.07 cm
291	$Z = 49.28 + 40.16j \text{ Ohm}$	lengte=10.10 cm
292	$Z = 49.98 + 40.45j \text{ Ohm}$	lengte=10.14 cm
293	$Z = 50.70 + 40.73j \text{ Ohm}$	lengte=10.17 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze eerst oplossing te realiseren wordt dus:

Oplossing 2: Bijplaatsen van een inductantie in serie

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.2$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $r=1$ cirkel snijden in het onderste deel van de kaart.

We zoomen vervolgens in op het deel van de cirkel die de eenheidscirkel snijdt.

hoek	impedantie (Ohm)	lengte coax (cm)
65	$Z = 52.17 - 41.26j \text{ Ohm}$	lengte=2.26 cm
66	$Z = 51.42 - 41.00j \text{ Ohm}$	lengte=2.29 cm
67	$Z = 50.70 - 40.73j \text{ Ohm}$	lengte=2.33 cm
68	$Z = 49.98 - 40.45j \text{ Ohm}$	lengte=2.36 cm
69	$Z = 49.28 - 40.16j \text{ Ohm}$	lengte=2.40 cm

De nieuwe $z = 1 - j 0.81$. Daaruit volgt dat $Z = 50 \text{ Ohm} - j 40.5 \text{ Ohm}$. Het complexe deel van deze impedantie kunnen we compenseren door een spoel met impedantie van ongeveer $j 40.5 \text{ Ohm}$ toe te voegen. Als we het helemaal juist willen hebben kunnen we in de array van zlijn juist gaan kijken waar het reele deel 50 Ohm wordt en wat we dan als complex deel over houden.

$$j\omega L = j40.5\Omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot 600 \times 10^6$$

$$L = 10.7nH$$

Het schema dat we nodig hebben om deze tweede oplossing te realiseren wordt dus:

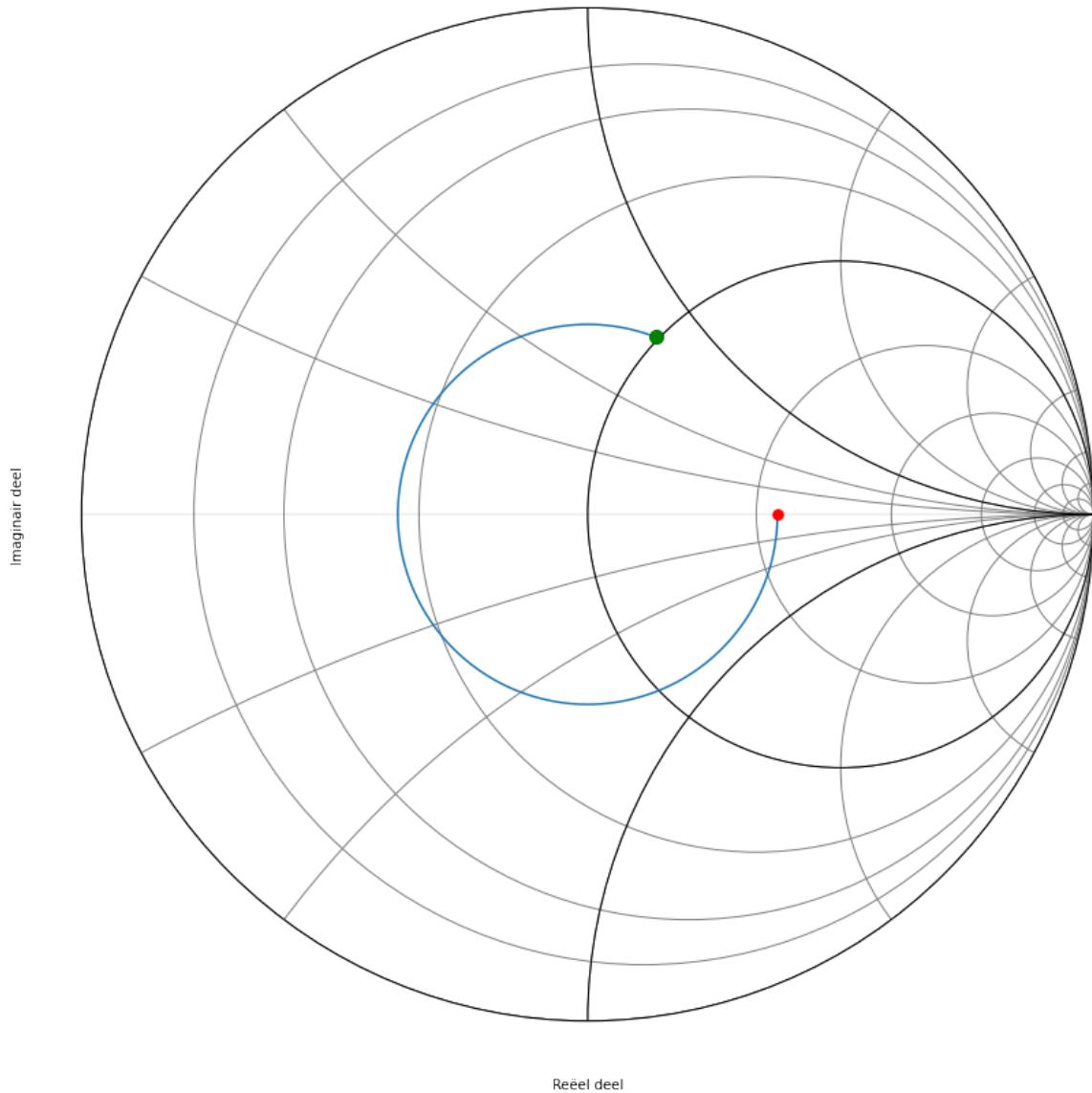


Fig. 9.57: Smith kaart van de eerste oplossing.

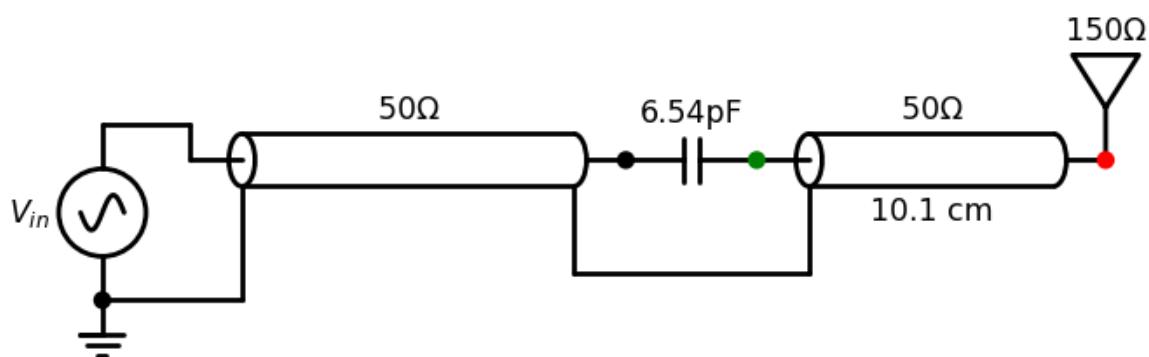


Fig. 9.58: circuit van de eerste oplossing.

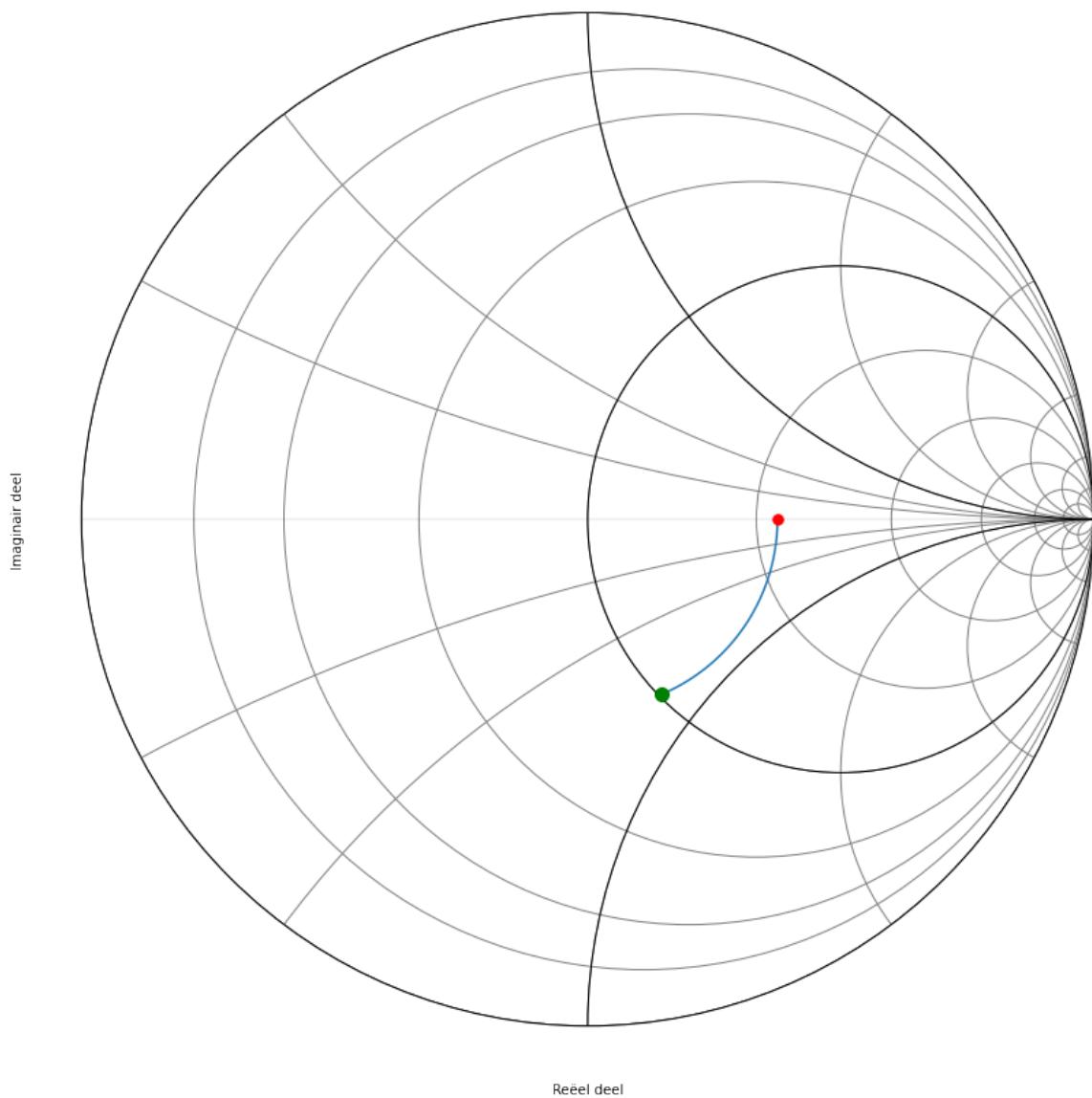


Fig. 9.59: Smith kaart van de tweede oplossing.

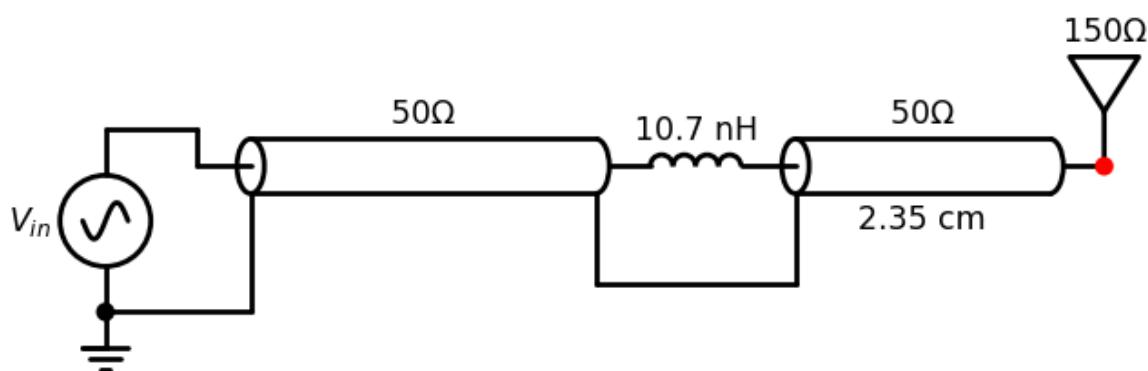


Fig. 9.60: circuit van de tweede oplossing.

Oplossing 3: Bijplaatsen van een capaciteit in parallel

We plaatsen $\frac{Z_L}{Z_0} = 2.2$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $y=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

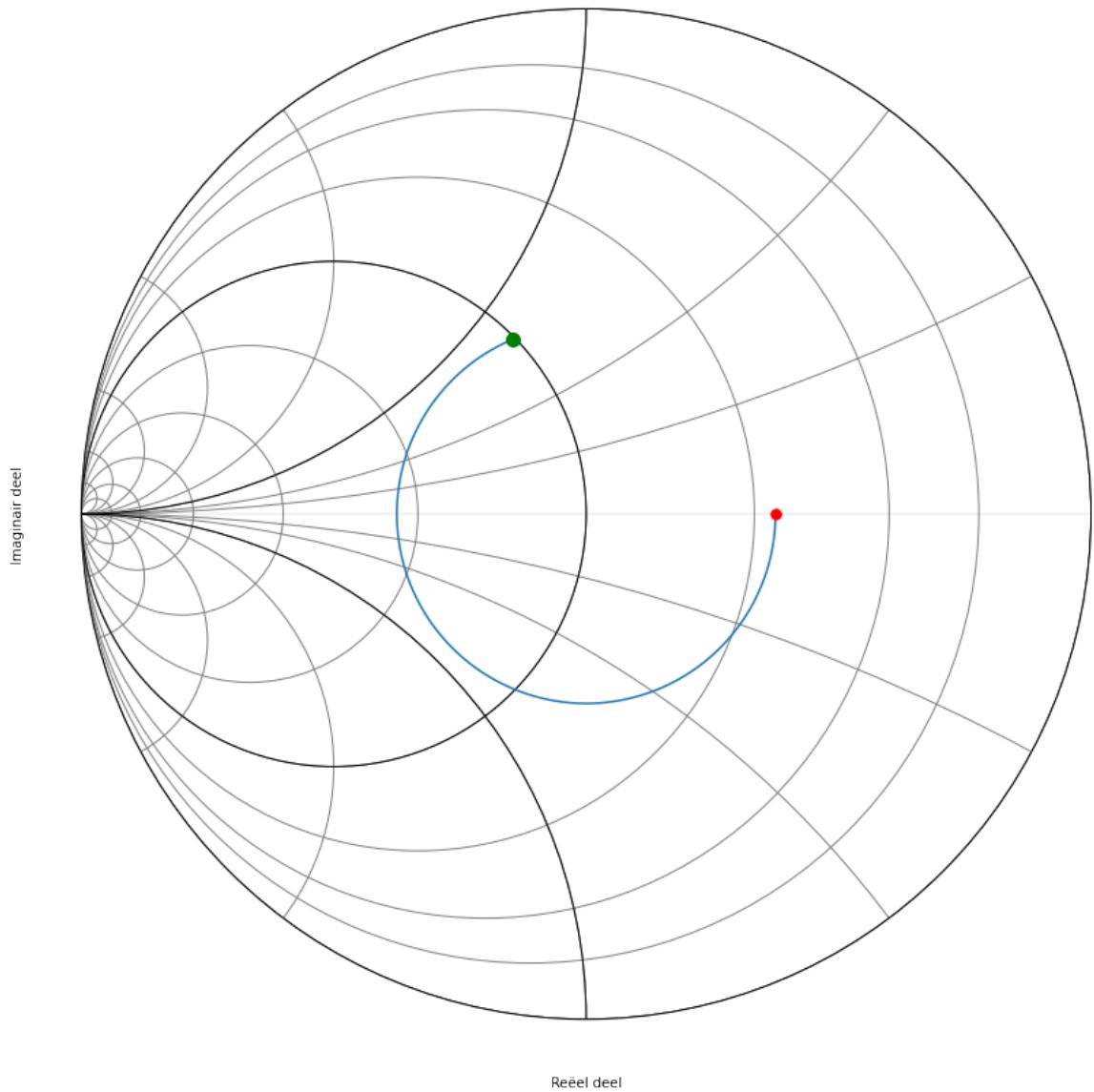


Fig. 9.61: Smith kaart van de derde oplossing.

Omdat een Smith kaart in admittantie het spiegelbeeld is van een Smith kaart in impedentie, kunnen we ook de kaart spiegelen. We moeten dan wel aan de andere kant van de kaart vertrekken. Dit is weergegeven in figuur 6.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
245	$Y = 20.87 - 16.51j \text{ mS}$	lengte=8.51 cm
246	$Y = 20.57 - 16.40j \text{ mS}$	lengte=8.54 cm
247	$Y = 20.28 - 16.29j \text{ mS}$	lengte=8.58 cm
248	$Y = 19.99 - 16.18j \text{ mS}$	lengte=8.61 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze derde oplossing te realiseren wordt dus:

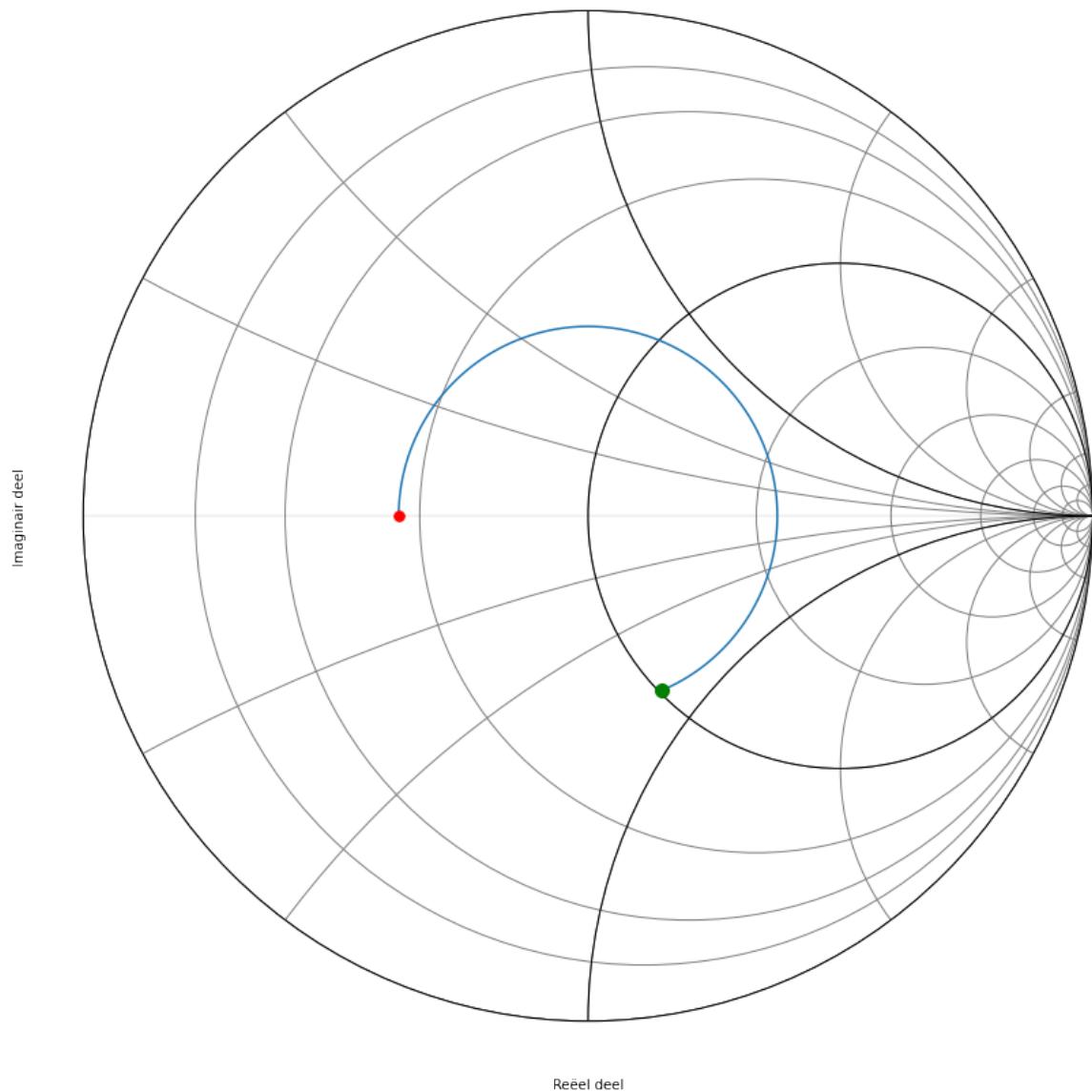


Fig. 9.62: Smith kaart van de derde oplossing als admitantie

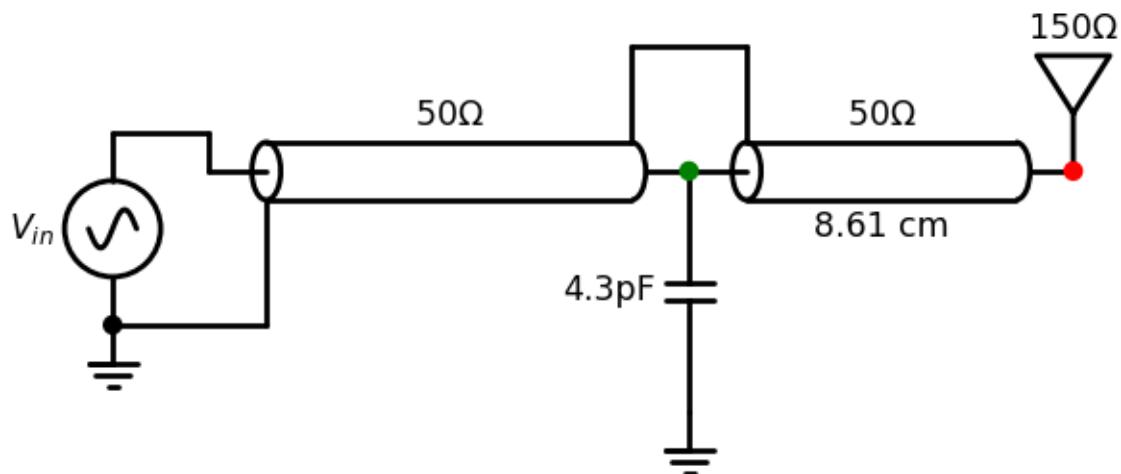


Fig. 9.63: circuit van de derde oplossing.

Oplossing 4: Bijplaatsen van een spoel in parallel

We plaatsen $\frac{Z_0}{Z_L} = \frac{1}{2.2}$ op de Smith kaart en we zoeken waar we de $y=1$ cirkel snijden in het bovenste deel van de kaart.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
110	$Y = 19.44 + 15.94j \text{ mS}$	lengte=3.82 cm
111	$Y = 19.71 + 16.06j \text{ mS}$	lengte=3.85 cm
112	$Y = 19.99 + 16.18j \text{ mS}$	lengte=3.89 cm
113	$Y = 20.28 + 16.29j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
114	$Y = 20.57 + 16.40j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze vierde oplossing te realiseren wordt dus:

Oplossing 5: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een open transmissielijn

De $y = 1 - j 0.85$ compenseren we door $+j 0.85$ vertrekkende vanuit $g=0$.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
245	$Y = 20.87 - 16.51j \text{ mS}$	lengte=8.51 cm
246	$Y = 20.57 - 16.40j \text{ mS}$	lengte=8.54 cm
247	$Y = 20.28 - 16.29j \text{ mS}$	lengte=8.58 cm
248	$Y = 19.99 - 16.18j \text{ mS}$	lengte=8.61 cm
249	$Y = 19.71 - 16.06j \text{ mS}$	lengte=8.65 cm

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
75	$Y = +15.35j \text{ mS}$	lengte=2.60 cm
76	$Y = +15.63j \text{ mS}$	lengte=2.64 cm
77	$Y = +15.91j \text{ mS}$	lengte=2.67 cm
78	$Y = +16.20j \text{ mS}$	lengte=2.71 cm
79	$Y = +16.49j \text{ mS}$	lengte=2.74 cm

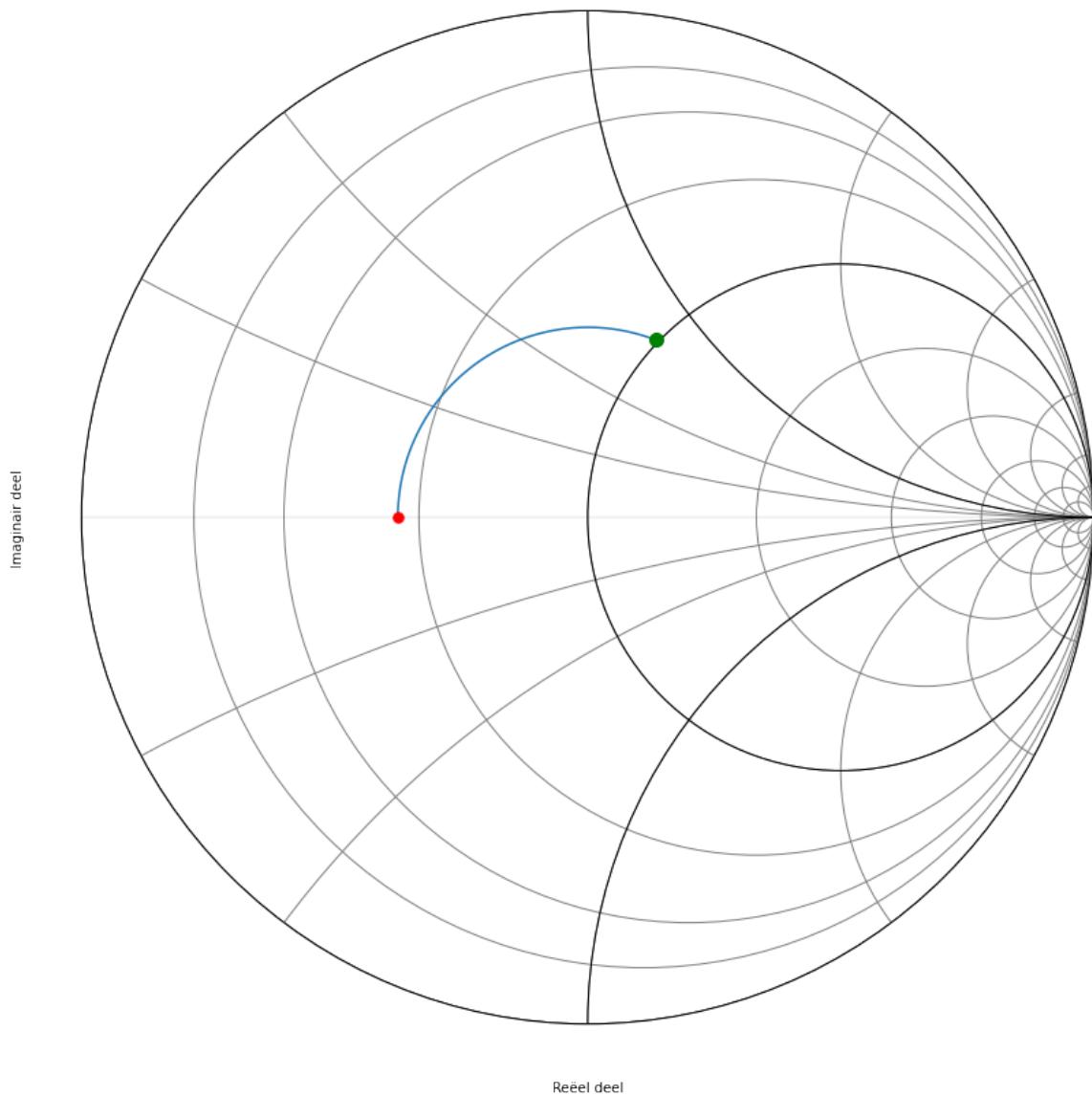


Fig. 9.64: Smith kaart van de vierde oplossing.

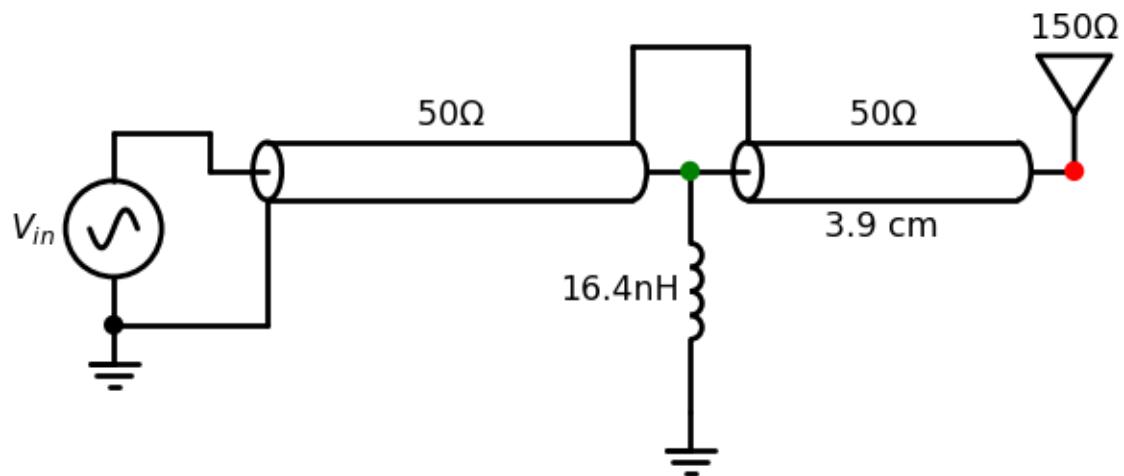


Fig. 9.65: circuit van de vierde oplossing.

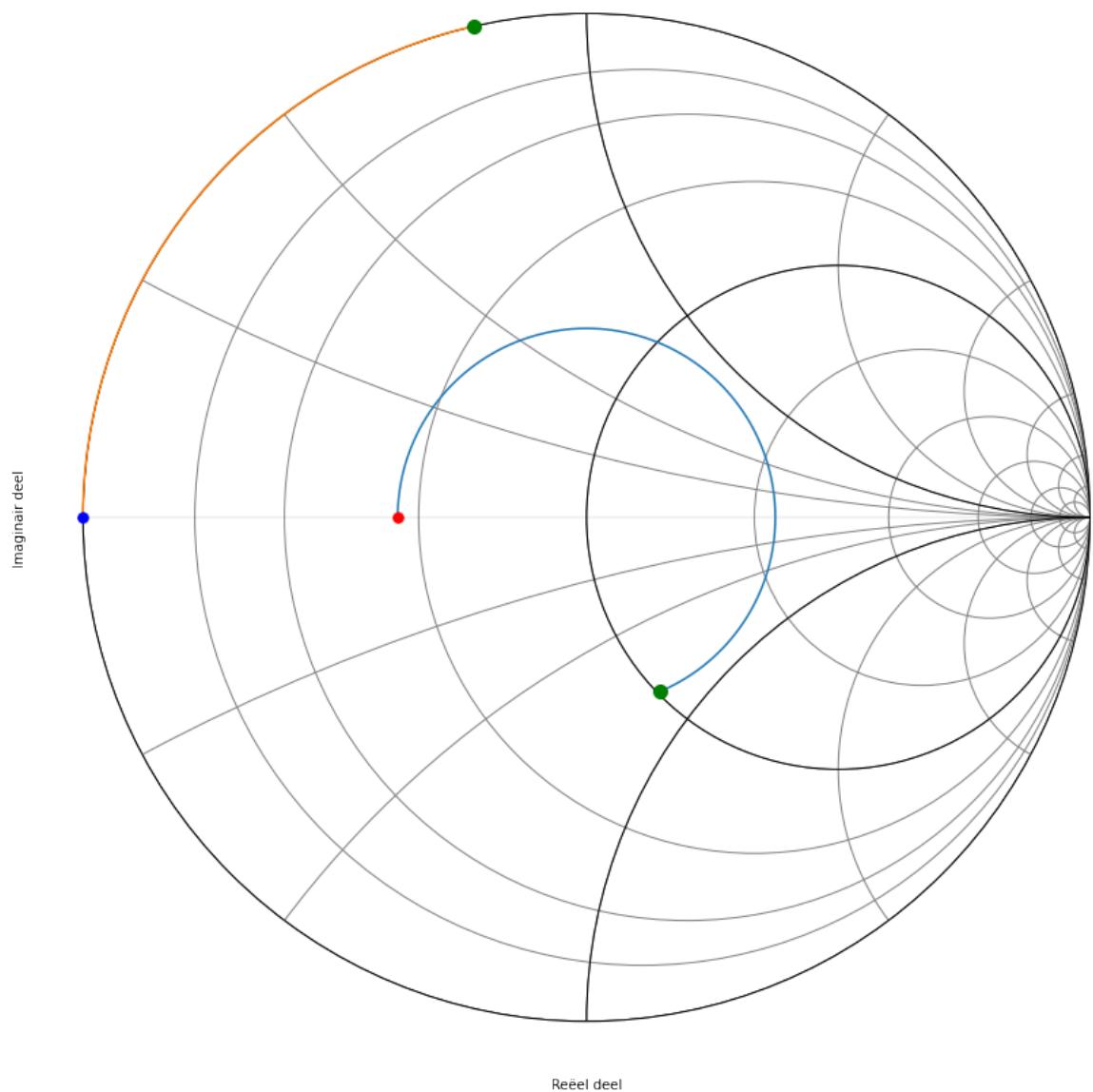


Fig. 9.66: Smith kaart van de vijfde oplossing.

Hieruit blijkt dat een open transmissielijn met de lengte van $\frac{78}{360} \frac{\lambda}{2}$ de beste aanpassing geeft.

Het schema dat we nodig hebben om deze vijfde oplossing te realiseren wordt dus:

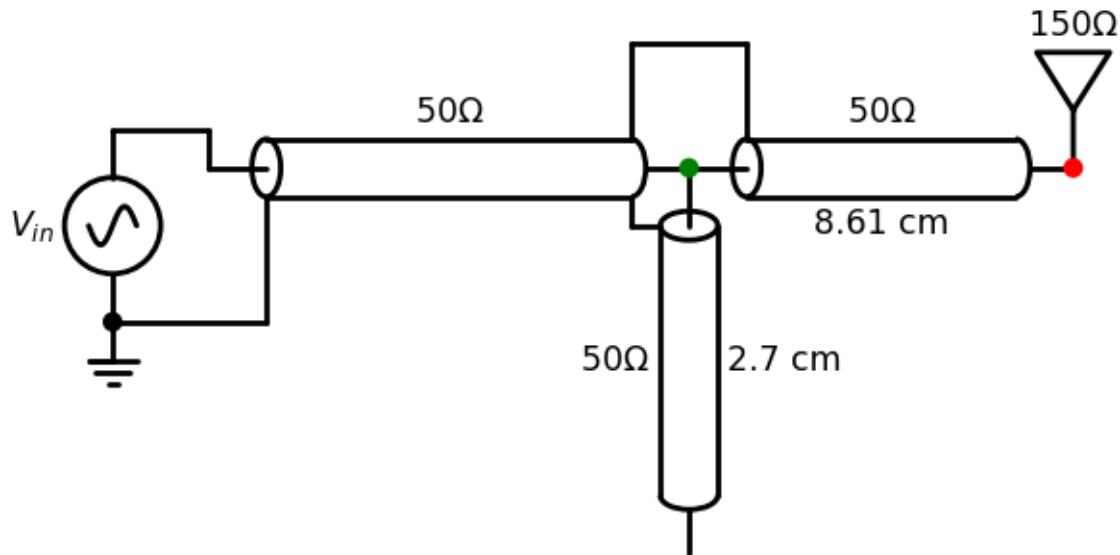


Fig. 9.67: circuit van de vijfde oplossing.

Oplossing 6: Oplossing 3 waarbij de condensator vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De $y = 1 - j 0.85$ compenseren we door $+j 0.85$ vertrekkende vanuit $g=\infty$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
245	$Y= 20.87-16.51j \text{ mS}$	lengte=8.51 cm
246	$Y= 20.57-16.40j \text{ mS}$	lengte=8.54 cm
247	$Y= 20.28-16.29j \text{ mS}$	lengte=8.58 cm
248	$Y= 19.99-16.18j \text{ mS}$	lengte=8.61 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
255	$Y= +15.35j \text{ mS}$	lengte=8.85 cm
256	$Y= +15.63j \text{ mS}$	lengte=8.89 cm
257	$Y= +15.91j \text{ mS}$	lengte=8.92 cm
258	$Y= +16.20j \text{ mS}$	lengte=8.96 cm
259	$Y= +16.49j \text{ mS}$	lengte=8.99 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zesde oplossing te realiseren wordt dus:

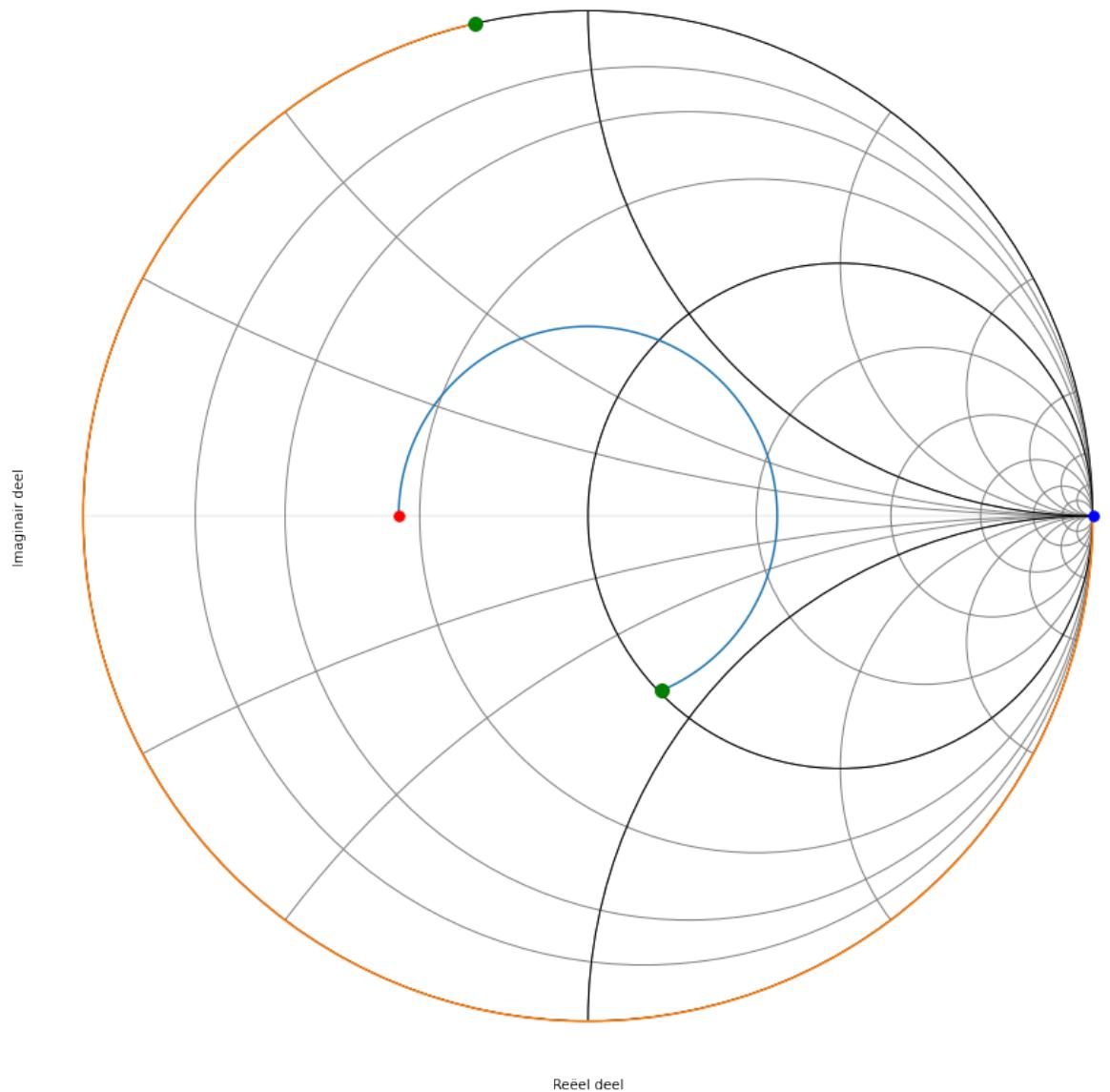


Fig. 9.68: Smith kaart van de zesde oplossing.

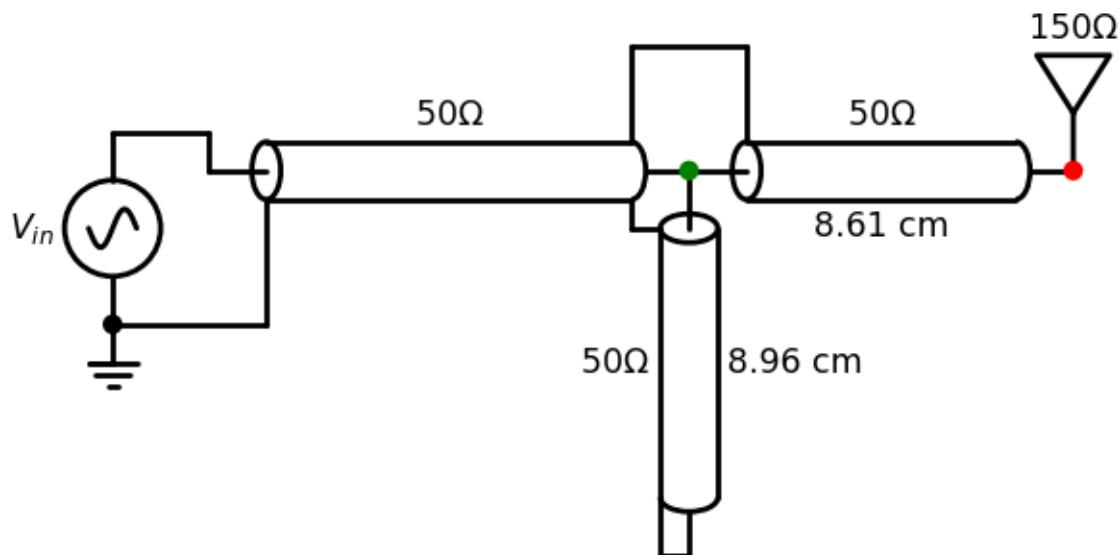


Fig. 9.69: circuit van de zesde oplossing.

Oplossing 7: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een open transmissielijn

De $y = 1 + j 0.85$ compenseren we door $-j 0.85$ vertrekkende vanuit $g=0$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
110	$Y = 19.44 + 15.94j \text{ mS}$	lengte=3.82 cm
111	$Y = 19.71 + 16.06j \text{ mS}$	lengte=3.85 cm
112	$Y = 19.99 + 16.18j \text{ mS}$	lengte=3.89 cm
113	$Y = 20.28 + 16.29j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
114	$Y = 20.57 + 16.40j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
280	$Y = -16.78j \text{ mS}$	lengte=9.72 cm
281	$Y = -16.49j \text{ mS}$	lengte=9.76 cm
282	$Y = -16.20j \text{ mS}$	lengte=9.79 cm
283	$Y = -15.91j \text{ mS}$	lengte=9.83 cm
284	$Y = -15.63j \text{ mS}$	lengte=9.86 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze zevende oplossing te realiseren wordt dus:

Oplossing 8: Oplossing 4 waarbij het spoel vervangen is door een kortgesloten transmissielijn

De $y = 1 + j 0.85$ compenseren we door $-j 0.85$ vertrekkende vanuit $g=\infty$.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
110	$Y = 19.44 + 15.94j \text{ mS}$	lengte=3.82 cm
111	$Y = 19.71 + 16.06j \text{ mS}$	lengte=3.85 cm
112	$Y = 19.99 + 16.18j \text{ mS}$	lengte=3.89 cm
113	$Y = 20.28 + 16.29j \text{ mS}$	lengte=3.92 cm
114	$Y = 20.57 + 16.40j \text{ mS}$	lengte=3.96 cm

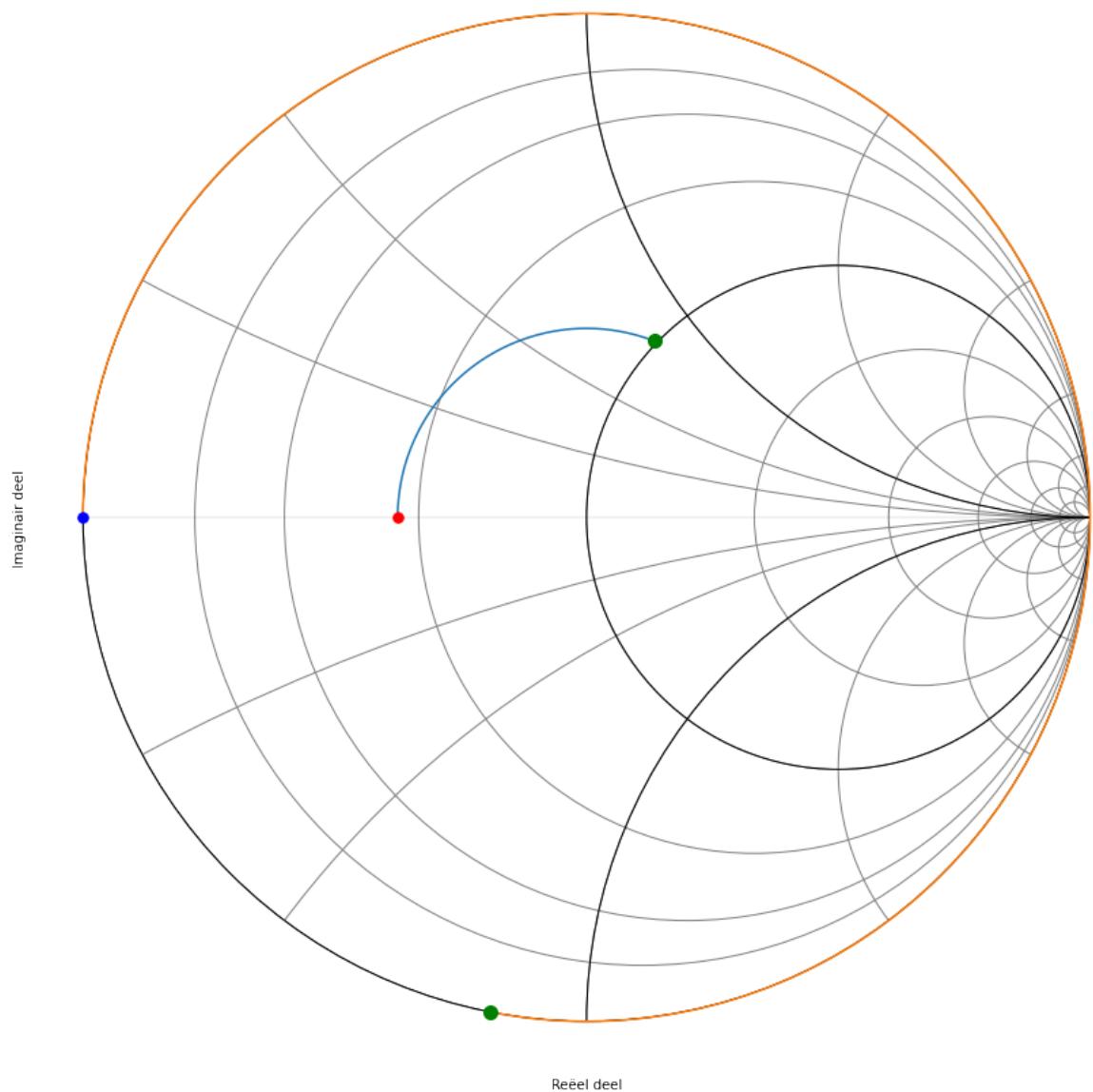


Fig. 9.70: Smith kaart van de zevende oplossing.

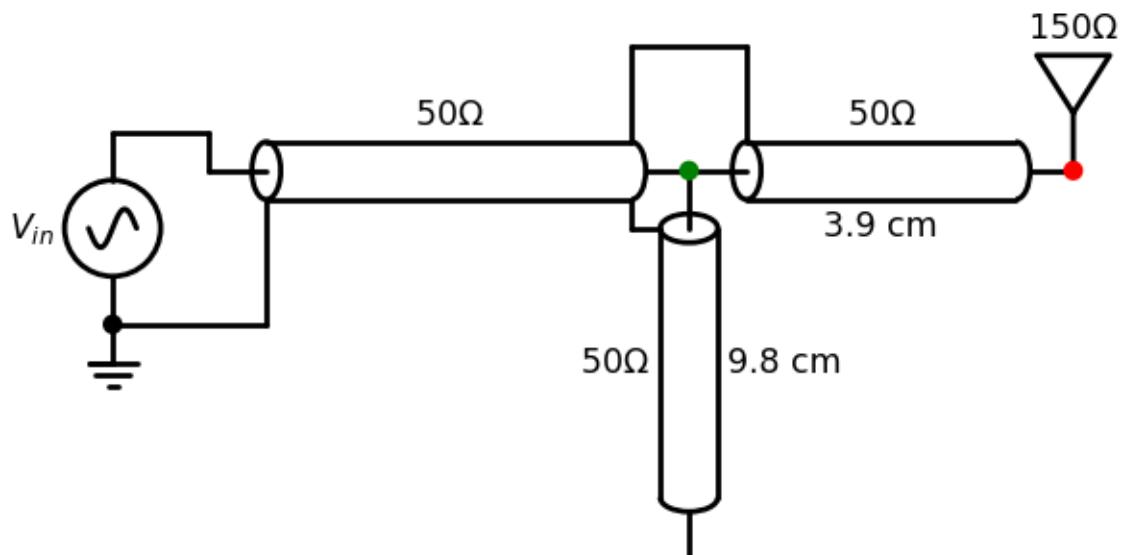


Fig. 9.71: circuit van de zevende oplossing.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
100	$Y = -16.78j \text{ mS}$	lengte=3.47 cm
101	$Y = -16.49j \text{ mS}$	lengte=3.51 cm
102	$Y = -16.20j \text{ mS}$	lengte=3.54 cm
103	$Y = -15.91j \text{ mS}$	lengte=3.58 cm
104	$Y = -15.63j \text{ mS}$	lengte=3.61 cm

Het schema dat we nodig hebben om deze achtste oplossing te realiseren wordt dus:

9.7 Smith Kaart Oefening 6

9.7.1 Opgave Oefening

Een 2.4 GHz yagi PCB antenne heeft bij 2.4 GHz een impedantie van $39.371 + j 9.5971 \text{ Ohm}$. We willen deze antenne aanpassen aan een baantje van 50 Ohm op een PCB. De golflengte van dat baantje bij 2.4 GHz is 6.7 cm. Hier voor willen we een zo kort mogelijk stukje open transmissielijn zo kort mogelijk bij het aansluitingspunt van de antenne. Welke oplossing kies je en waarom?

9.7.2 Oplossing

We plaatsen de waarde van Z_L/Z_o (dit is $0.79 + j 0.19$) op de Smith kaart van de impedantie en we draaien tot we de cirkel waarbij het reele deel van admittantie 1 is tegenkomen. Dit ziet er uit als in Fig. 9.74. Aangezien de cirkel met admittantie 1 niet aanwezig is op de Smith kaart van de impedantie, kunnen we beter het spiegelbeeld plotten op de Smith kaart van de admittantie. Dit zien we in Fig. 9.75

We kijken nu welke hoek we moeten draaien om deze cirkel te snijden. Aangezien de opgave was om dit zo kort mogelijk bij de belasting te doen, kiezen we voor het eerste snijpunt. Op de kaart lezen we af dat dit al ongeveer 30 na graden is. Dat is 1/12 van de volledige omtrek van de cirkel. Als een gevolg gaat de lengte van de transmissielijn

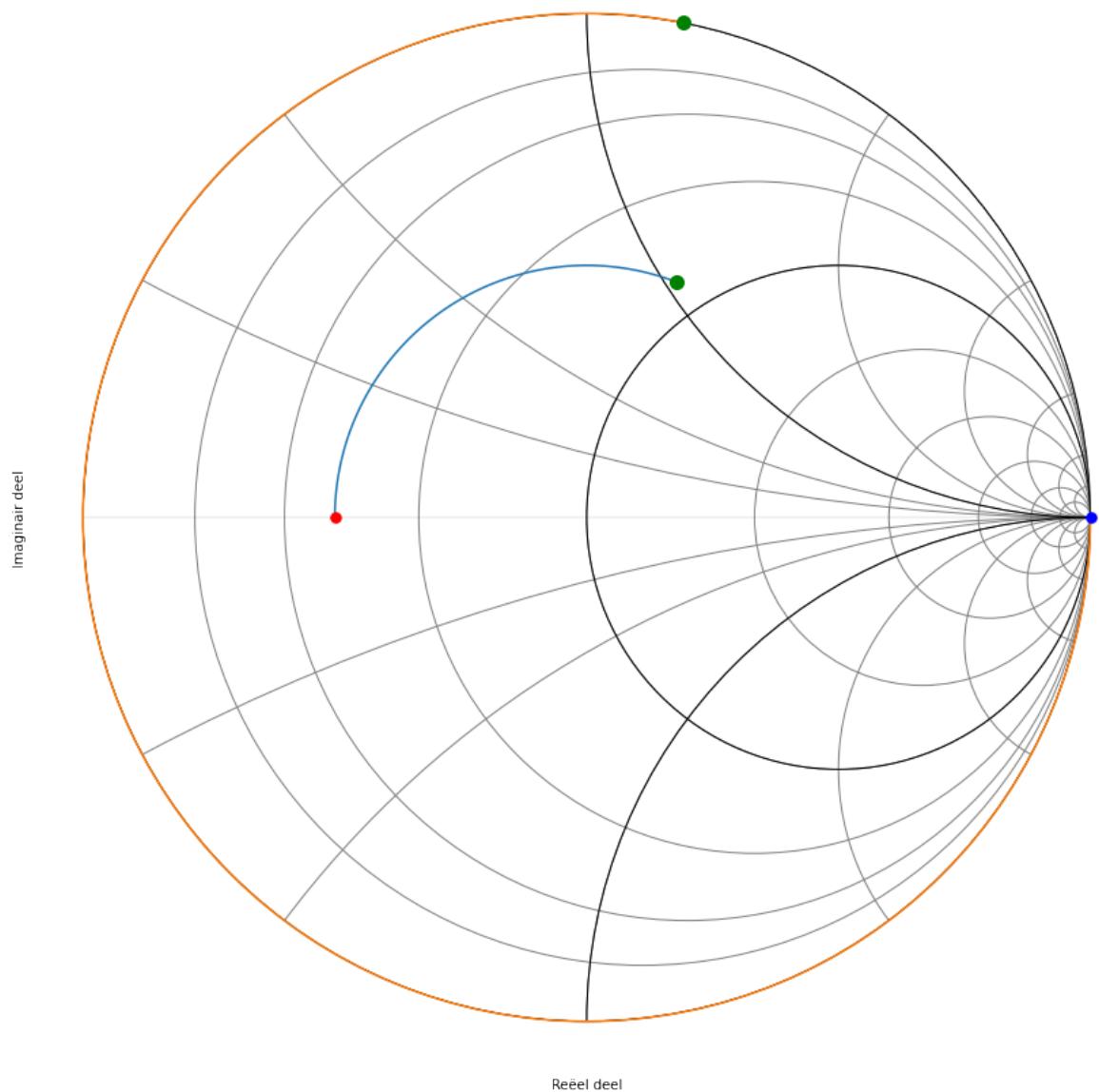


Fig. 9.72: Smith kaart van de achtste oplossing.

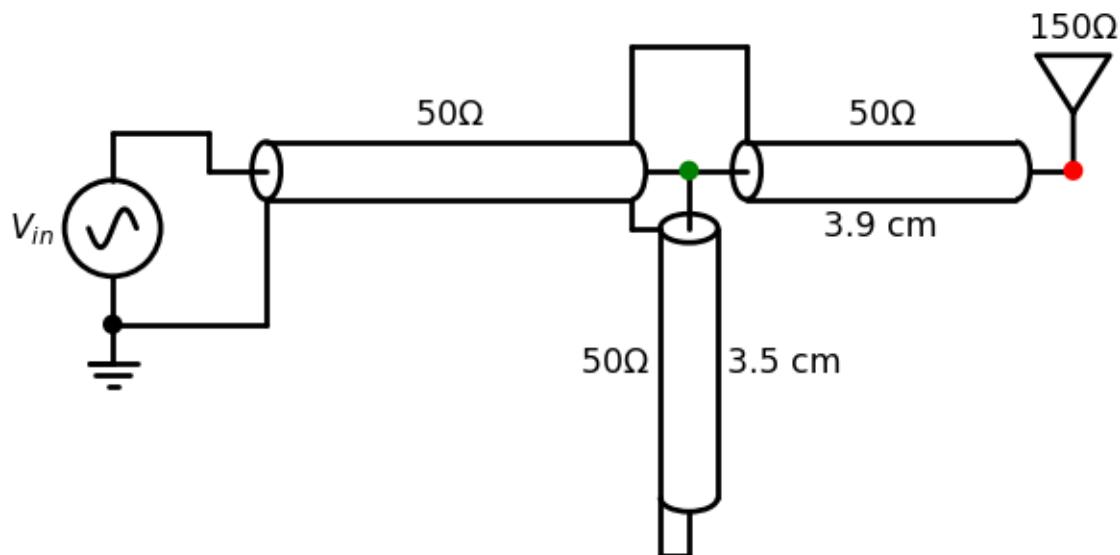


Fig. 9.73: circuit van de achtste oplossing.

1/24 deel van de golflengte zijn. We hebben dus een stukje van 2.8 mm nodig. In de tabel hieronder zien we dit in meer detail uitgewerkt:

hoek	admittantie (Siemens)	lengte baantje op PCB (cm)
28	$Y = 20.26 - 6.49j \text{ mS}$	lengte=0.26 cm
29	$Y = 20.14 - 6.48j \text{ mS}$	lengte=0.27 cm
30	$Y = 20.01 - 6.46j \text{ mS}$	lengte=0.28 cm
31	$Y = 19.89 - 6.44j \text{ mS}$	lengte=0.29 cm

Het imaginair gedeelte van de y waarde die we op de kaart aflezen is $y=-0.324 \text{ j}$. We moeten dit dus compenseren door een imaginair deel van $y=+0.324 \text{ j}$ van de open transmissielijn. We starten dus de cirkelboog bij $y=0$ (zie oranje lijn in Fig. 9.76) en kijken waar deze de waarde van $y=+0.324 \text{ j}$ snijdt op de Smith kaart. De lengte van de boog die we hiervoor nodig hebben is 33 graden. Dit komt overeen met een lengte van 3.1 mm.

We kunnen dit ook in tabelvorm uitwerken. Dit zie je dan hieronder weergegeven.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte coax (cm)
30	$Y = +5.83j \text{ mS}$	lengte=0.28 cm
31	$Y = +6.04j \text{ mS}$	lengte=0.29 cm
32	$Y = +6.24j \text{ mS}$	lengte=0.30 cm
33	$Y = +6.45j \text{ mS}$	lengte=0.31 cm
34	$Y = +6.66j \text{ mS}$	lengte=0.32 cm

Fig. 9.77 toont het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren

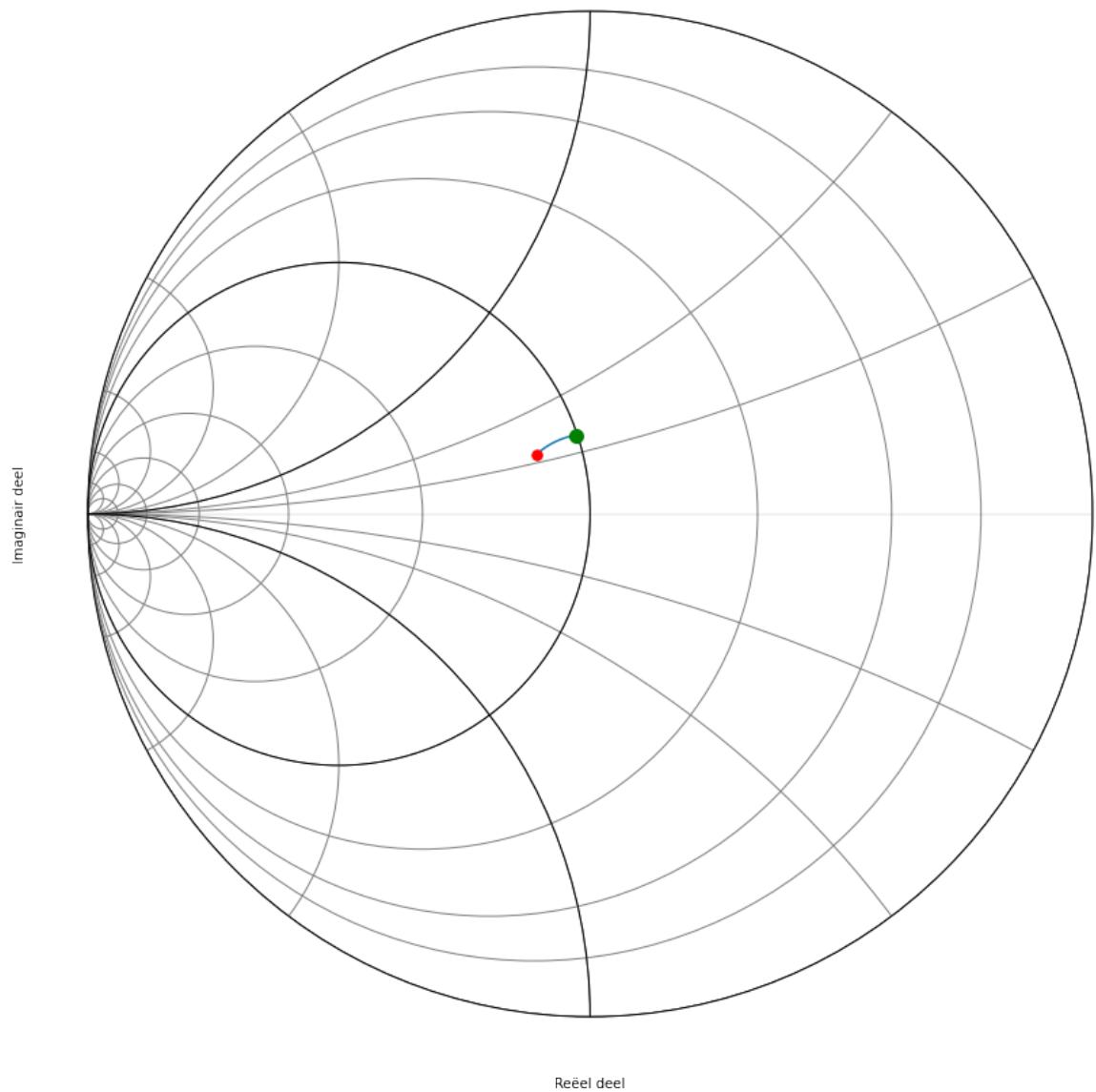


Fig. 9.74: Smith kaart van de impedantie

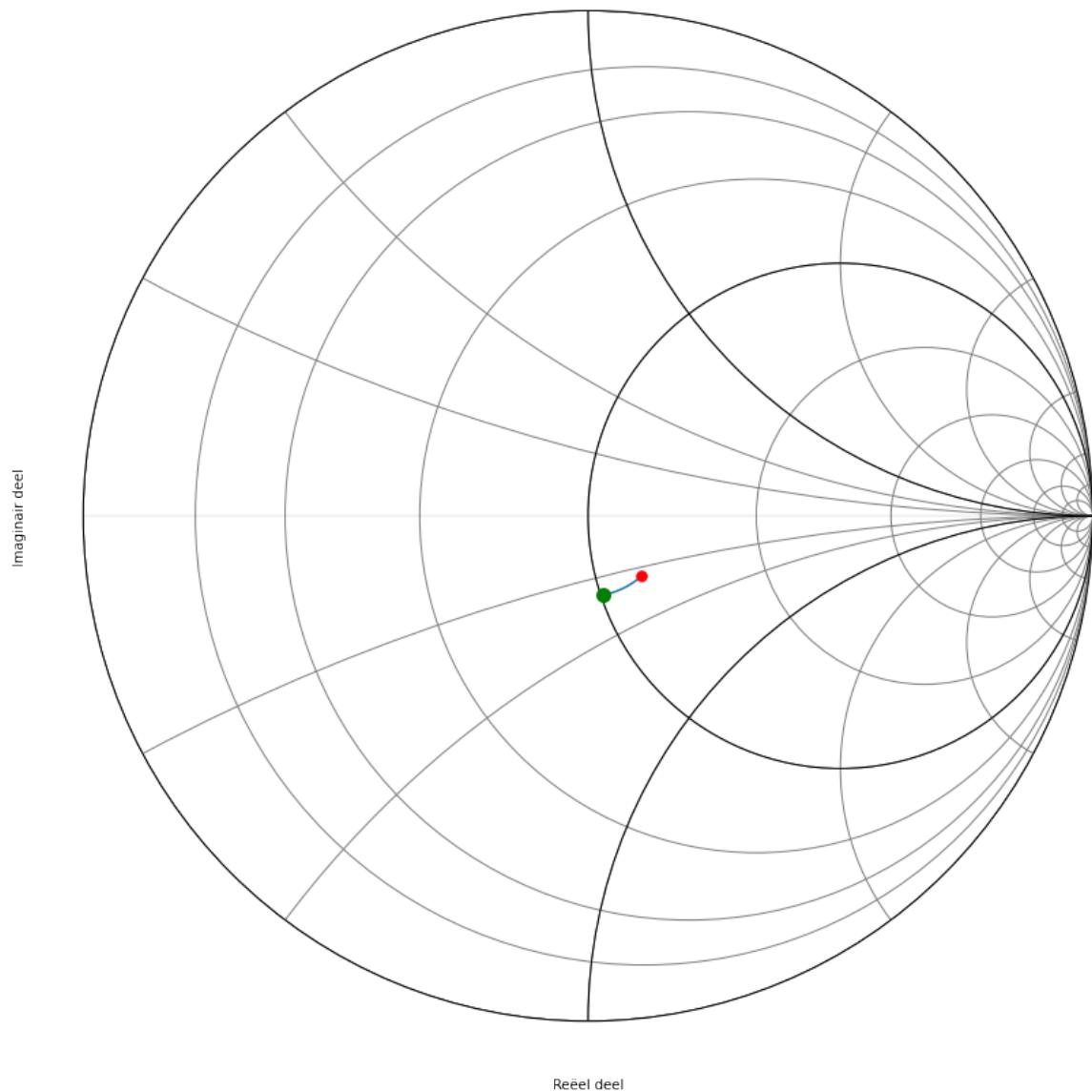


Fig. 9.75: Smith kaart van de admittantie.

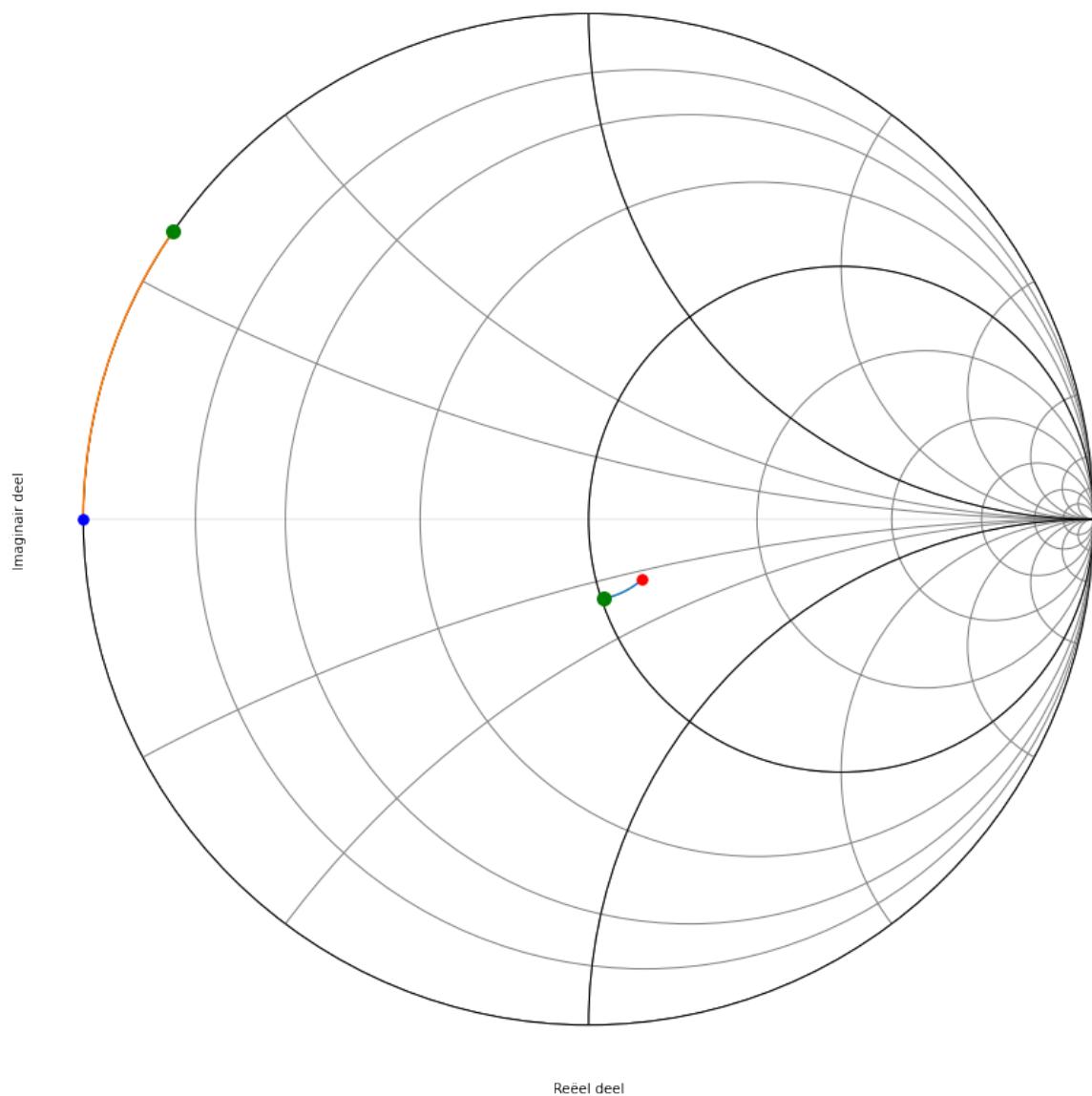


Fig. 9.76: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn.

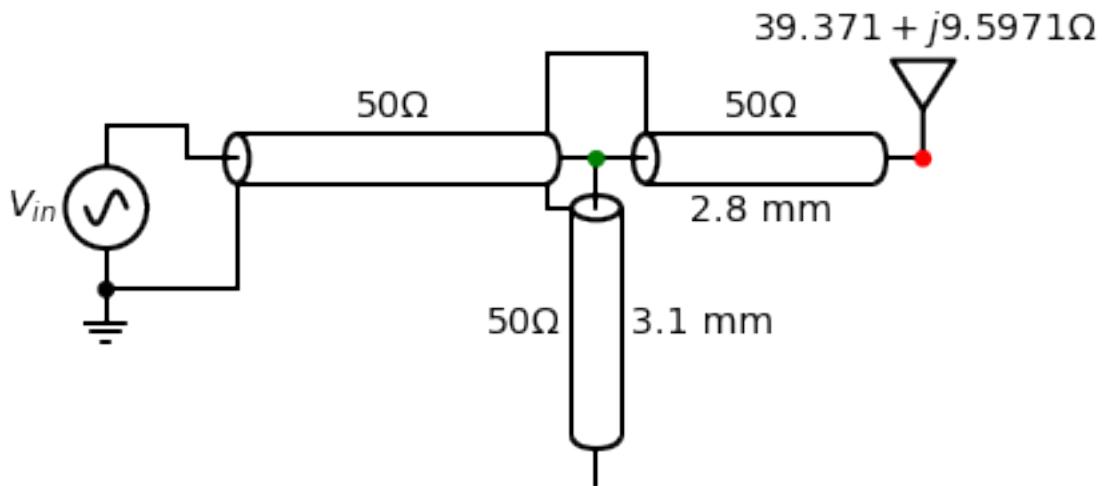


Fig. 9.77: circuit van de aangepaste antenne.

9.8 Smith Kaart Oefening 7

9.8.1 Opgave Oefening

Een baantje op een PCB heeft een karakteristieke impedante van 64 Ohm. Gebruik je Smith kaart om een belasting bestaande uit een resistief deel van 32 Ohm en een capacitief deel van 5 pF in parallel, aan te passen aan dit baantje voor een frequentie van 500 MHz ($\lambda_{PCB} = 328$ mm) door het gebruik van een open stukje transmissielijn van de juiste lengte aangebracht op de juiste positie. Bereken deze lengte en positie.

9.8.2 Oplossing

We werken de oplossing uit op basis van [8]. De antenne die de belasting is van dit circuit modelleren we als in Fig. 9.78.

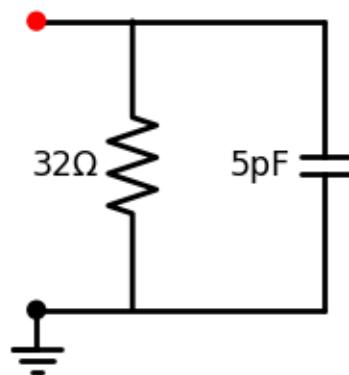


Fig. 9.78: circuit van de aangepaste antenne.

Dit geeft een admittantie van:

$$Y_L = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$Y_L = \frac{1}{32} + j 2\pi \cdot 500 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-12}$$

$$Y_L Z_o = 2 + j 1$$

We plaatsen de waarde van $Y_L Z_o$ op de Smith kaart van de admittantie en we draaien tot we de cirkel waarbij het reëele deel van admittantie 1 is tegenkomen. Dit ziet er uit als in Fig. 9.79.

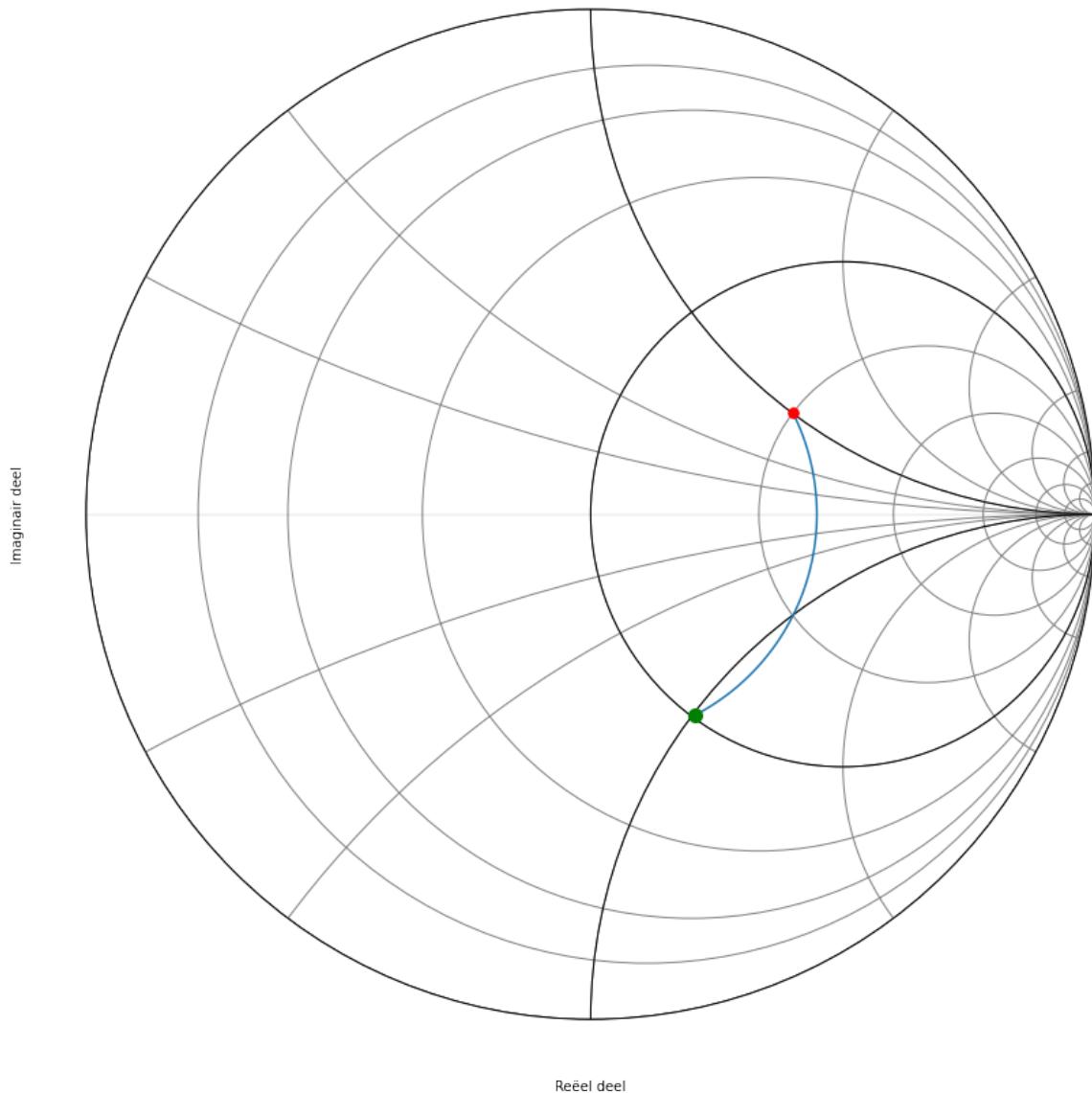


Fig. 9.79: Smith kaart van de admittantie.

We kijken nu welke hoek we moeten draaien om deze cirkel te snijden. Aangezien de opgave was om dit zo kort mogelijk bij de belasting te doen, kiezen we voor het eerste snijpunt. Op de kaart lezen we af dat dit na 90 graden is. We hebben dus een stukje van 41.0 mm nodig. In de tabel hieronder zien we dit in meer detail uitgewerkt. Hiervoor kijken we na wanneer de admittantie $1/(64 \text{ Ohm})$ bereikt. Dit is bij 15.625 mS.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte baantje op PCB (cm)
88	$Y = 16.19 - 15.94j \text{ mS}$	lengte=4.01 cm
89	$Y = 15.90 - 15.80j \text{ mS}$	lengte=4.05 cm
90	$Y = 15.62 - 15.67j \text{ mS}$	lengte=4.10 cm
91	$Y = 15.36 - 15.53j \text{ mS}$	lengte=4.15 cm

Het imaginair gedeelte van de y waarde die we op de kaart aflezen is $y=-1 \text{ j}$. We moeten dit dus compenseren door een imaginair deel van $y=+1 \text{ j}$ van de open transmissielijn. We starten dus de cirkelboog bij $y=0$ (zie oranje lijn in Fig. 9.80) en kijken waar deze de waarde van $y=+1 \text{ j}$ snijdt op de Smith kaart. De lengte van de boog die we hiervoor nodig hebben is 90 graden. Dit komt ook overeen met een lengte van 41.0 mm.

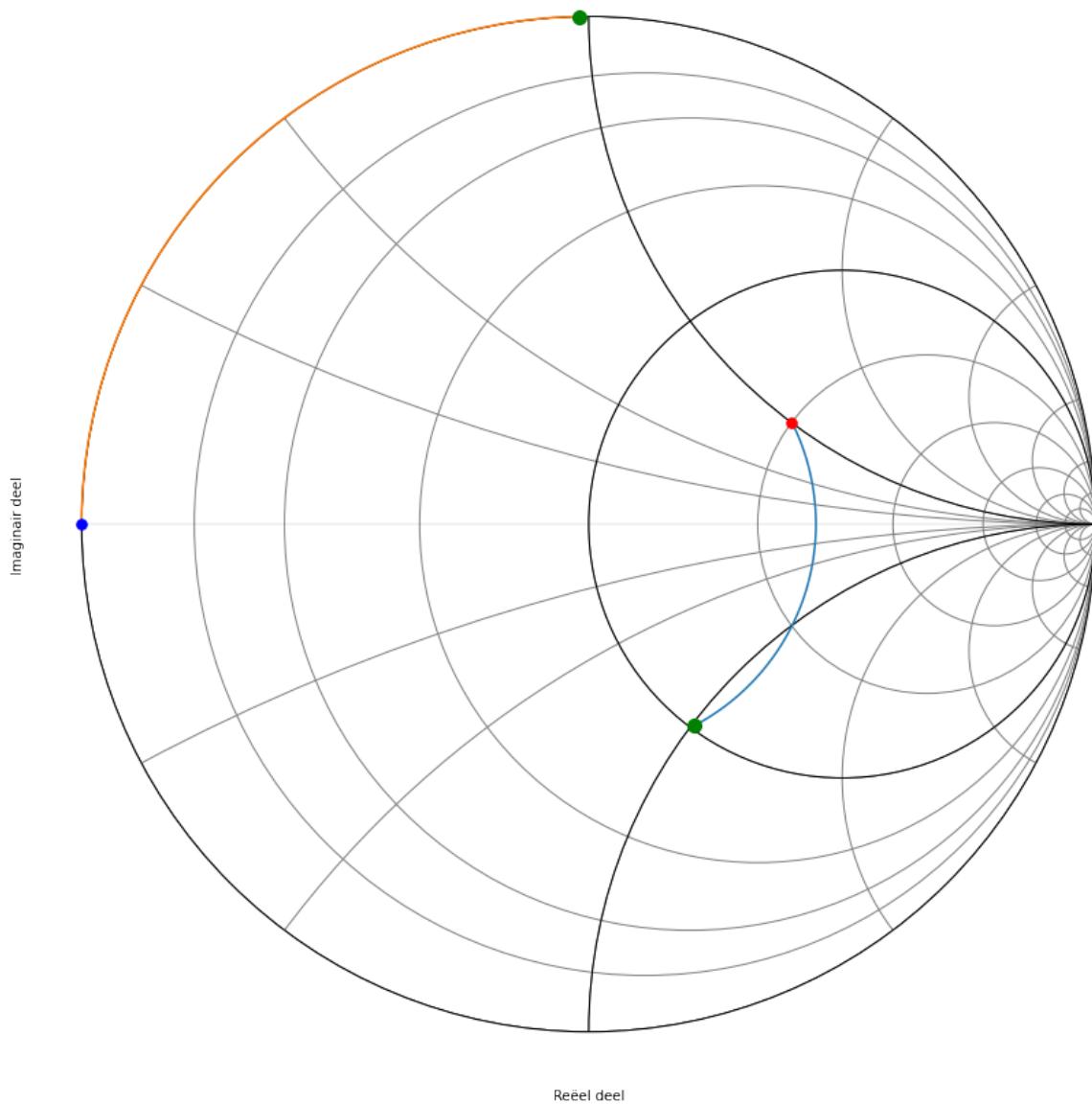


Fig. 9.80: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn.

We kunnen dit ook in tabelvorm uitwerken. Ook hier zoeken we een waarde van 15.625j mS Dit zie je dan hieronder weergegeven.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
85	$\text{Y}= +14.32\text{j mS}$	lengte=3.87 cm
86	$\text{Y}= +14.57\text{j mS}$	lengte=3.92 cm
87	$\text{Y}= +14.83\text{j mS}$	lengte=3.96 cm
88	$\text{Y}= +15.09\text{j mS}$	lengte=4.01 cm
89	$\text{Y}= +15.35\text{j mS}$	lengte=4.05 cm
90	$\text{Y}= +15.63\text{j mS}$	lengte=4.10 cm
91	$\text{Y}= +15.90\text{j mS}$	lengte=4.15 cm

(Vervolgt op volgende pagina)

(Vervolg van vorige pagina)

92	$Y = +16.18j \text{ mS}$	lengte=4.19 cm
93	$Y = +16.47j \text{ mS}$	lengte=4.24 cm
94	$Y = +16.76j \text{ mS}$	lengte=4.28 cm

Fig. 9.81 toont het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren

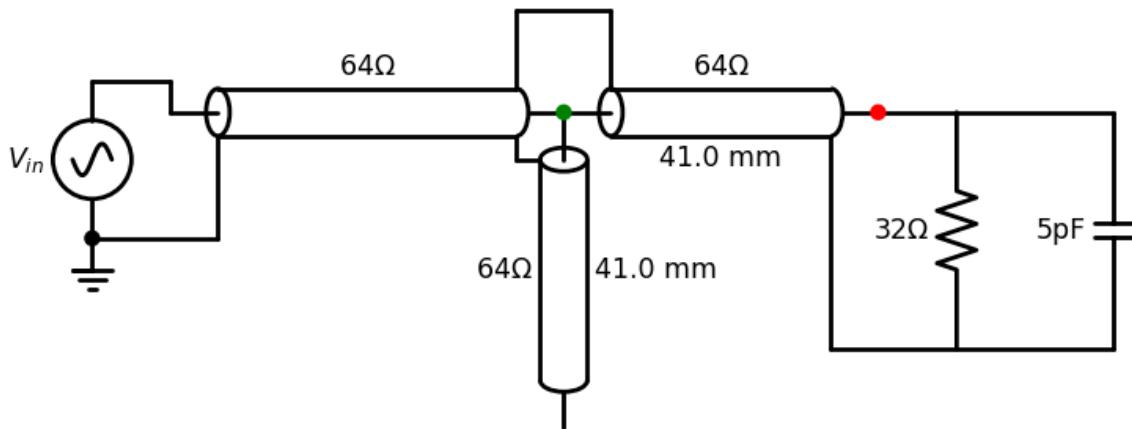


Fig. 9.81: circuit van de aangepaste antenne.

9.9 Smith Kaart Oefening 8

9.9.1 Opgave Oefening

Een baantje op een PCB heeft een karakteristieke impedante van 36 Ohm. De belasting bestaat uit een resistief deel van 108 Ohm en een capacitief deel van 2 pF beide in parallel geschakeld. Gebruik je Smith kaart om aan te passen aan dit baantje voor een frequentie van 2 GHz. ($\lambda_{PCB} = 80 \text{ mm}$) door het gebruik van een open stukje transmissielijn van de juiste lengte aangebracht op de juiste positie. Bereken deze lengte en positie.

9.9.2 Oplossing

De antenne die de belasting is van dit circuit modelleren we als in Fig. 9.82.

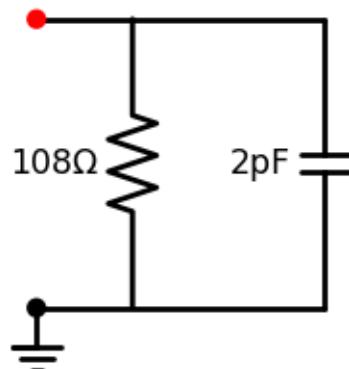


Fig. 9.82: circuit van de aangepaste antenne.

Dit geeft een admittantie van:

$$Y_L = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$Y_L = \frac{1}{108} + j 2\pi \cdot 2 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-12}$$

$$Y_L Z_o = \frac{1}{3} + j 0.9$$

We plaatsen de waarde van $Y_L Z_o$ op de Smith kaart van de admittantie en we draaien tot we de cirkel waarbij het reële deel van admittantie 1 is tegenkomen. Dit ziet er uit als in Fig. 9.83.

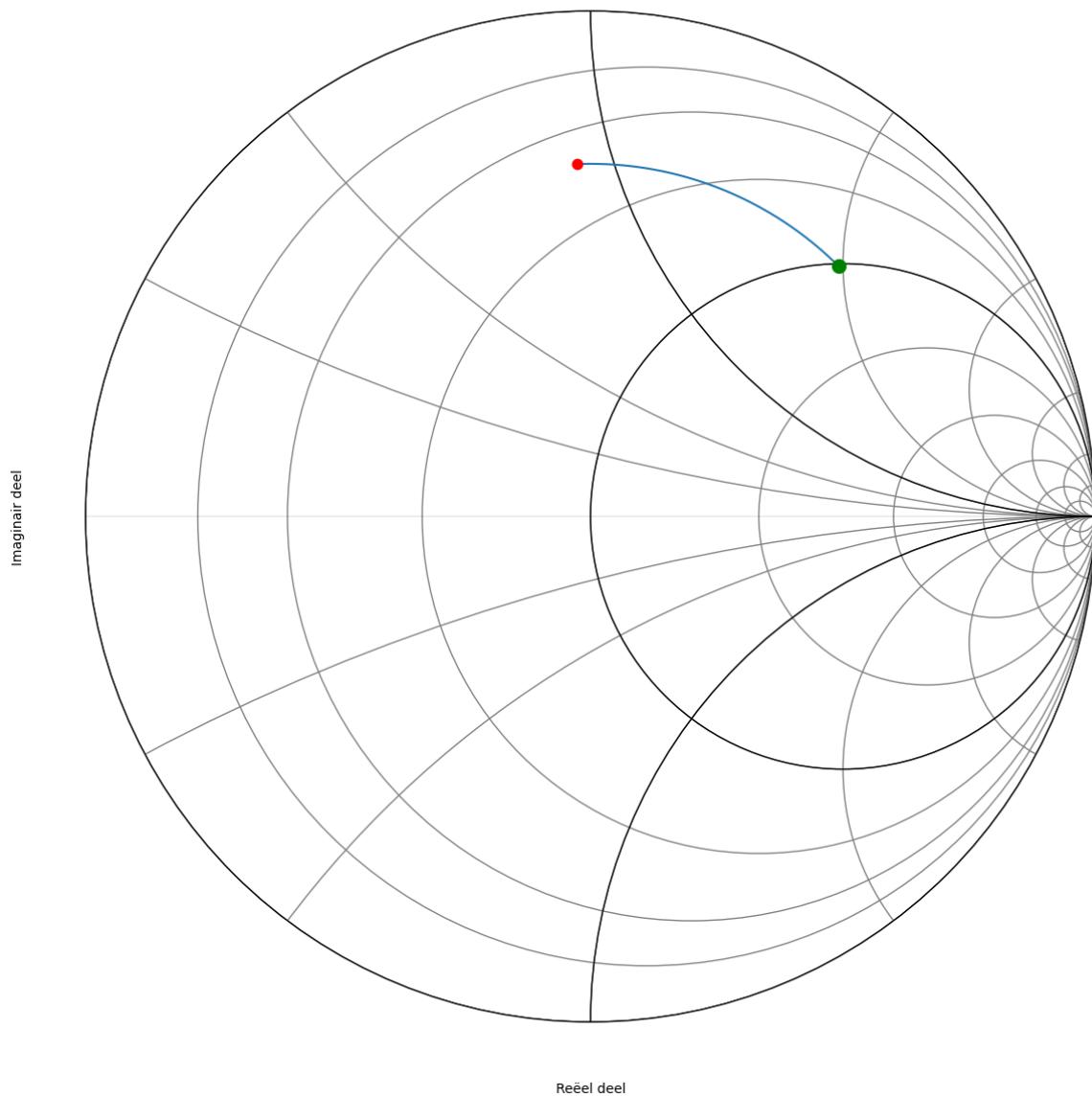


Fig. 9.83: Smith kaart van de admittantie.

Aangezien de opgave was om dit zo kort mogelijk bij de belasting te doen, kiezen we voor het eerste snijpunt. Op de kaart lezen we af dat dit na 46 graden is. We hebben dus een stukje van 5.1 mm nodig. In de tabel hieronder zien we dit in meer detail uitgewerkt. Hiervoor kijken we na wanneer de admittantie 1/(36 Ohm) bereikt. Dit is bij 27.77 mS.

hoek	admittantie (Siemens)	lengte baantje op PCB (cm)
45	$Y = 26.46 + 52.76j \text{ mS}$	lengte=0.50 cm
46	$Y = 27.36 + 53.66j \text{ mS}$	lengte=0.51 cm
47	$Y = 28.31 + 54.58j \text{ mS}$	lengte=0.52 cm
48	$Y = 29.30 + 55.51j \text{ mS}$	lengte=0.53 cm

Het imaginair gedeelte van de y waarde die we op de kaart aflezen is $y=1.94 \text{ j}$. We moeten dit dus compenseren door een imaginair deel van $y=-1.94 \text{ j}$ van de open transmissielijn. We starten dus de cirkelboog bij $y=0$ (zie oranje lijn in Fig. 9.84) en kijken waar deze de waarde van $y=+1 \text{ j}$ snijdt op de Smith kaart. De lengte van de boog die we hiervoor nodig hebben is 235 graden. Dit komt ook overeen met een lengte van 26.0 mm.

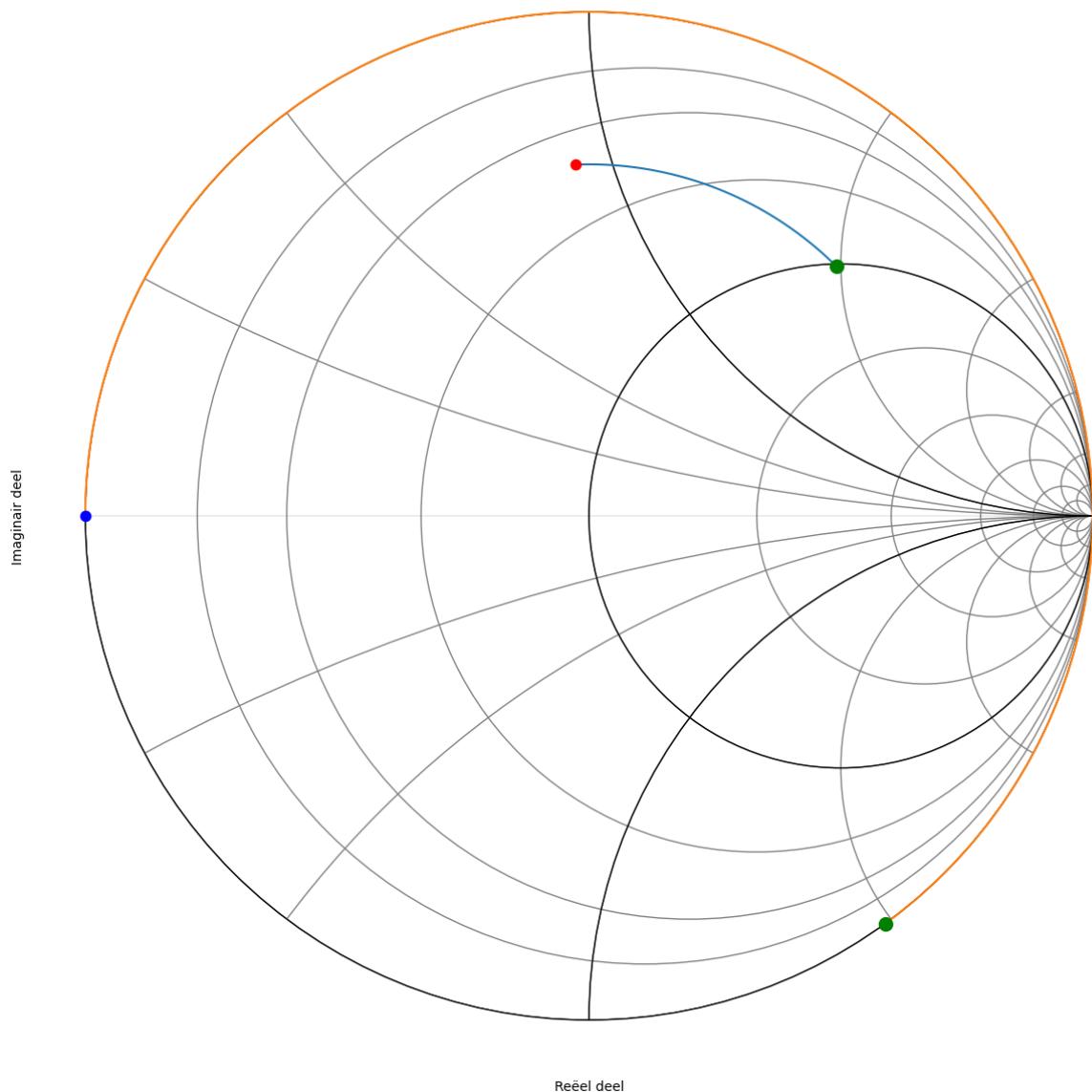


Fig. 9.84: Smith kaart van de admittantie met ook de aangave van de open transmissielijn.

We kunnen dit ook in tabelvorm uitwerken. Ook hier zoeken we een waarde van $15.625j \text{ mS}$. Dit zie je dan hieronder weergegeven.

hoek	admitantie (Siemens)	lengte coax (cm)
233	$Y = -55.71j \text{ mS}$	lengte=2.59 cm
234	$Y = -54.52j \text{ mS}$	lengte=2.60 cm
235	$Y = -53.36j \text{ mS}$	lengte=2.61 cm
236	$Y = -52.24j \text{ mS}$	lengte=2.62 cm

Fig. 9.85 toont het schema dat we nodig hebben om deze oplossing te realiseren

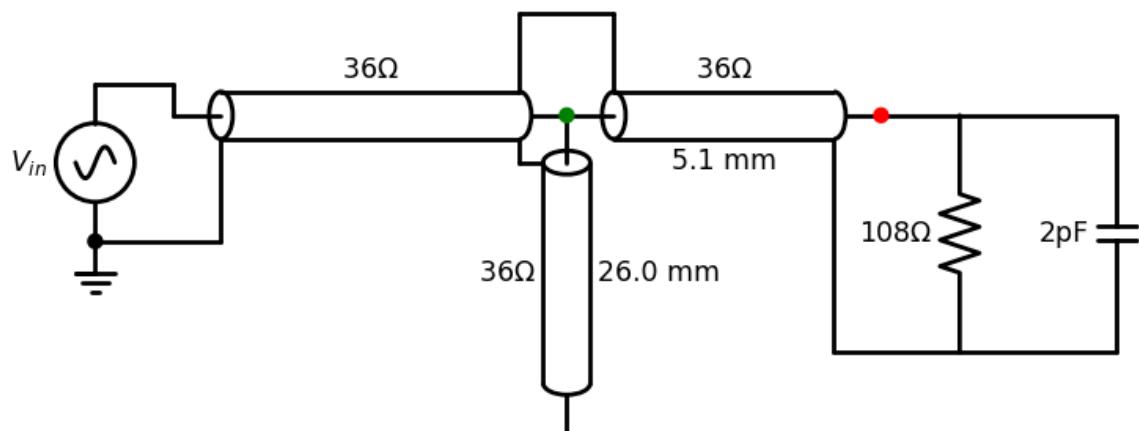


Fig. 9.85: circuit van de aangepaste antenne.

HOOFDSTUK 10

Referenties

Bibliografie

- [1] John W. Wood. High efficiency class c amplifier. February 1969.
- [2] B. Schmukler and J. Jorgenson. Design of a 3-Volt HBT power amplifier for DCS. *Applied Microwave and wireless*, pages 116–125, June 2000.
- [3] Nathan O. Sokal and A. D. Sokal. Class E-A new class of high-efficiency tuned single-ended switching power amplifiers. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 10(3):168–176, June 1975. doi:[10.1109/JSSC.1975.1050582](https://doi.org/10.1109/JSSC.1975.1050582).
- [4] N. O. Sokal. Class E high-efficiency power amplifiers, from HF to microwave. In *1998 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (Cat. No.98CH36192)*, volume 2, 1109–1112 vol.2. June 1998. doi:[10.1109/MWSYM.1998.705187](https://doi.org/10.1109/MWSYM.1998.705187).
- [5] Nathan O Sokal. Class-E RF Power Amplifiers. *QEX*, pages 9–20, Jan/Feb 2001.
- [6] Arturo Mediano and Nathan O. Sokal. A Class-E RF Power Amplifier With a Flat-Top Transistor-Voltage Waveform. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(11):5215–5221, November 2013. doi:[10.1109/TPEL.2013.2242097](https://doi.org/10.1109/TPEL.2013.2242097).
- [7] King-Chun Tsai and P.R. Gray. A 1.9-GHz, 1-W CMOS class-E power amplifier for wireless communications. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 34(7):962–970, July 1999. doi:[10.1109/4.772411](https://doi.org/10.1109/4.772411).
- [8] Alexander Arsenovic, Julien Hillairet, Jackson Anderson, Henrik Forsten, Vincent Ries, Michael Eller, Noah Sauber, Robert Weikle, William Barnhart, and Franz Forstmayr. Scikit-rf: An Open Source Python Package for Microwave Network Creation, Analysis, and Calibration [Speaker's Corner]. *IEEE Microwave Magazine*, 23(1):98–105, January 2022. doi:[10.1109/MMM.2021.3117139](https://doi.org/10.1109/MMM.2021.3117139).