

第十届蓝桥杯大赛软件类决赛

C/C++ 大学 B 组

【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

结果填空题：要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

程序设计题：要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

注意：main 函数结束必须返回 0

注意：所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

试题 A：平方序列

本题总分：5 分

【问题描述】

小明想找到两个正整数 X 和 Y ，满足

- $2019 < X < Y$;
- $2019^2, X^2, Y^2$ 组成等差数列。

请你求出在所有的解中， $X + Y$ 的最小值是多少？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 B: 质数拆分

本题总分：5 分

【问题描述】

将 2019 拆分为若干个两两不同的质数之和，一共有多少种不同的方法？

注意交换顺序视为同一种方法，例如 $2 + 2017 = 2019$ 与 $2017 + 2 = 2019$ 视为同一种方法。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

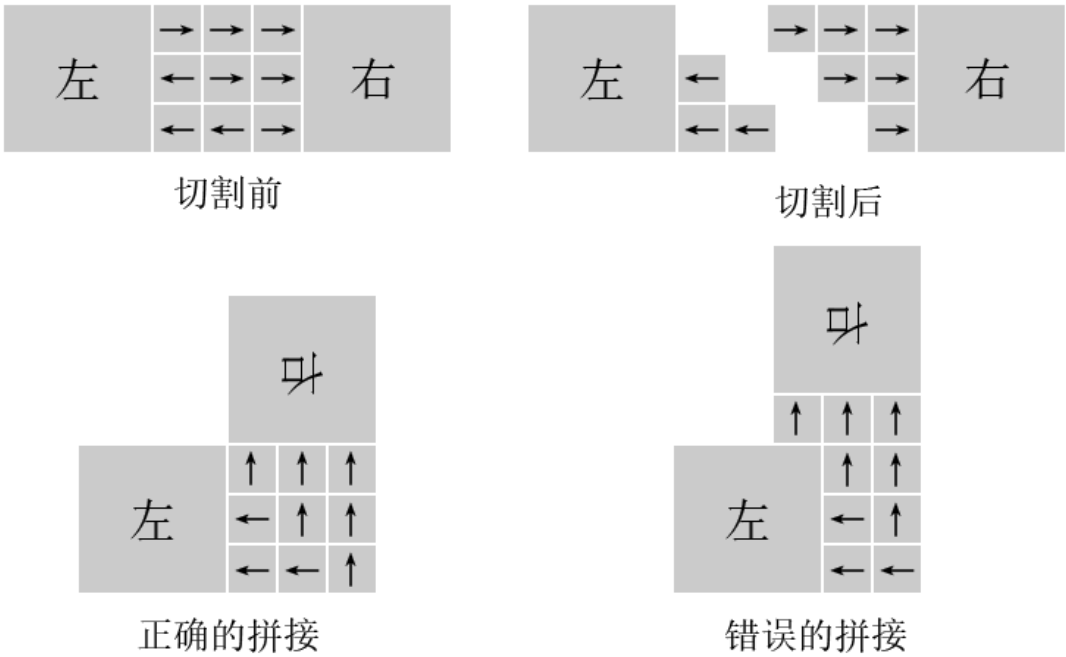
试题 C: 拼接

本题总分：10 分

【问题描述】

小明要把一根木头切成两段，然后拼接成一个直角。

如下图所示，他把中间部分分成了 $n \times n$ 的小正方形，他标记了每个小正方形属于左边还是右边。然后沿两边的分界线将木头切断，将右边旋转向上后拼接在一起。



要求每个小正方形都正好属于左边或右边，而且同一边的必须是连通的。在拼接时，拼接的部位必须保持在原来大正方形里面。

请问，对于 7×7 的小正方形，有多少种合法的划分小正方形的方式。

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 D: 求值

本题总分：10 分

【问题描述】

学习了约数后，小明对于约数很好奇，他发现，给定一个正整数 t ，总是可以找到含有 t 个约数的整数。小明对于含有 t 个约数的最小数非常感兴趣，并把它定义为 S_t 。

例如 $S_1 = 1, S_2 = 2, S_3 = 4, S_4 = 6, \dots$ 。

现在小明想知道，当 $t = 100$ 时， S_t 是多少？即 S_{100} 是多少？

【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 E: 路径计数

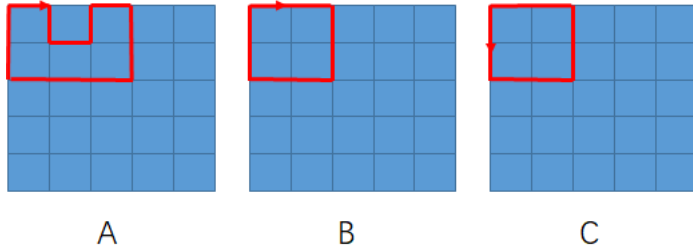
本题总分：15 分

【问题描述】

从一个 5×5 的方格矩阵的左上角出发，沿着方格的边走，满足以下条件的路线有多少种？

- 总长度不超过 12；
- 最后回到左上角；
- 路线不自交；
- 不走出 5×5 的方格矩阵范围之外。

如下图所示，ABC 是三种合法的路线。注意 B 和 C 由于方向不同，所以视为不同的路线。



【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

试题 F：最优包含

时间限制：1.0s 内存限制：256.0MB 本题总分：15 分

【问题描述】

我们称一个字符串 S 包含字符串 T 是指 T 是 S 的一个子序列，即可以从字符串 S 中抽出若干个字符，它们按原来的顺序组合成一个新的字符串与 T 完全一样。

给定两个字符串 S 和 T ，请问最少修改 S 中的多少个字符，能使 S 包含 T ？

【输入格式】

输入两行，每行一个字符串。第一行的字符串为 S ，第二行的字符串为 T 。两个字符串均非空而且只包含大写英文字母。

【输出格式】

输出一个整数，表示答案。

【样例输入】

```
ABCDEABCD  
XAABZ
```

【样例输出】

```
3
```

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq |T| \leq |S| \leq 20$ ；

对于 40% 的评测用例， $1 \leq |T| \leq |S| \leq 100$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq |T| \leq |S| \leq 1000$ 。

试题 G: 排列数

时间限制: 3.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】

在一个排列中，一个折点是指排列中的一个元素，它同时小于两边的元素，或者同时大于两边的元素。

对于一个 $1 \sim n$ 的排列，如果可以将这个排列中包含 t 个折点，则它称为一个 $t + 1$ 单调序列。

例如，排列 $(1, 4, 2, 3)$ 是一个 3 单调序列，其中 4 和 2 都是折点。

给定 n 和 k ，请问 $1 \sim n$ 的所有排列中有多少个 k 单调队列？

【输入格式】

输入一行包含两个整数 n, k 。

【输出格式】

输出一个整数，表示答案。答案可能很大，你可需要输出满足条件的排列数量除以 123456 的余数即可。

【样例输入】

4 2

【样例输出】

12

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq k \leq n \leq 10$ ；

对于 40% 的评测用例， $1 \leq k \leq n \leq 20$ ；

对于 60% 的评测用例， $1 \leq k \leq n \leq 100$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq k \leq n \leq 500$ 。

试题 H: 解谜游戏

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

【问题描述】



小明正在玩一款解谜游戏。谜题由 24 根塑料棒组成，其中黄色塑料棒 4 根，红色 8 根，绿色 12 根 (后面用 Y 表示黄色、R 表示红色、G 表示绿色)。初始时这些塑料棒排成三圈，如上图所示，外圈 12 根，中圈 8 根，内圈 4 根。

小明可以进行三种操作：

1. 将三圈塑料棒都顺时针旋转一个单位。例如当前外圈从 0 点位置开始顺时针依次是 YRYGRYGRGGGG, 中圈是 RGRGRRY, 内圈是 GGGR。那么顺时针旋转一次之后, 外圈、中圈、内圈依次变为: GYRYGRYGRGGG、YRGRGRRR 和 RGGG。

2. 将三圈塑料棒都逆时针旋转一个单位。例如当前外圈从 0 点位置开始顺时针依次是 YRYGRYGRGGGG, 中圈是 RGRGRRY, 内圈是 GGGR。那么逆时针旋转一次之后, 外圈、中圈、内圈依次变为: RYGRYGRGGGGY、GRGRRRYR 和 GGRG

3. 将三圈 0 点位置的塑料棒做一个轮换。具体来说: 外圈 0 点塑料棒移动到内圈 0 点, 内圈 0 点移动到中圈 0 点, 中圈 0 点移动到外圈 0 点。例如当前外圈从 0 点位置开始顺时针依次是 YRYGRYGRGGGG, 中圈是 RGRGRRY, 内圈是 GGGR。那么轮换一次之后, 外圈、中圈、内圈依次变为: RRYGRYGRGGGG、GGRGRRY 和 YGGR。

小明的目标是把所有绿色移动到外圈、所有红色移动中圈、所有黄色移动到内圈。给定初始状态, 请你判断小明是否可以达成目标?

【输入格式】

第一行包含一个整数 T , 代表询问的组数。($1 \leq T \leq 100$)。

每组询问包含 3 行:

第一行包含 12 个大写字母, 代表外圈从 0 点位置开始顺时针每个塑料棒的颜色。

第二行包含 8 个大写字母, 代表中圈从 0 点位置开始顺时针每个塑料棒的颜色。

第三行包含 4 个大写字母, 代表内圈从 0 点位置开始顺时针每个塑料棒的颜色。

【输出格式】

对于每组询问, 输出一行 YES 或者 NO, 代表小明是否可以达成目标。

【样例输入】

```
2
GYGGGGGGGGGG
RGRRRRRR
YRYY
YGGRRRRRGGGY
YGGRRRR
YGGG
```

【样例输出】

```
YES
NO
```

试题 I: 第八大奇迹

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

在一条 R 河流域，繁衍着一个古老的名族 Z。他们世代沿河而居，也在河边发展出了璀璨的文明。

Z 族在 R 河沿岸修建了很多建筑，最近，他们热衷攀比起来。他们总是在比谁的建筑建得最奇特。

幸好 Z 族人对奇特的理解都差不多，他们很快给每栋建筑都打了分，这样评选谁最奇特就轻而易举了。

于是，根据分值，大家很快评出了最奇特的建筑，称为大奇迹。

后来他们又陆续评选了第二奇特、第二奇特、……、第七奇特的建筑，依次称为第二大奇迹、第三大奇迹、……、第七大奇迹。

最近，他们开始评选第八奇特的建筑，准备命名为第八大奇迹。

在评选中，他们遇到了一些问题。

首先，Z 族一直在发展，有的建筑被拆除又建了新的建筑，新建筑的奇特值和原建筑不一样，这使得评选不那么容易了。

其次，Z 族的每个人所生活的范围可能不一样，他们见过的建筑并不是所有的建筑，他们坚持他们自己所看到的第八奇特的建筑就是第八大奇迹。

Z 族首领最近很头疼这个问题，他害怕因为意见不一致导致 Z 族发生分歧。他找到你，他想先了解一下，民众自己认为的奇迹是怎样的。

现在告诉在 R 河周边的建筑的变化情况，以及在变化过程中一些人的生活范围，请编程求出每个人认为的第八大奇迹的奇特值是多少。

【输入格式】

输入的第一行包含两个整数 L, N ，分别表示河流的长度和要你处理的信息的数量。开始时河流沿岸没有建筑，或者说所有的奇特值为 0。

接下来 N 行，每行一条你要处理的信息。

如果信息为 $C\ p\ x$ ，表示流域中第 p 个位置 ($1 \leq p \leq L$) 建立了一个建筑，其奇特值为 x 。如果这个位置原来有建筑，原来的建筑会被拆除。

如果信息为 $Q\ a\ b$ ，表示有个人生活的范围是河流的第 a 到 b 个位置（包含 a 和 b ， $a \leq b$ ），这时你要算出这个区间的第八大奇迹的奇特值，并输出。如果找不到第八大奇迹，输出 0。

【输出格式】

对于每个为 Q 的信息，你需要输出一个整数，表示区间中第八大奇迹的奇特值。

【样例输入】

```
10 15
C 1 10
C 2 20
C 3 30
C 4 40
C 5 50
C 6 60
C 7 70
C 8 80
C 9 90
C 10 100
Q 1 2
Q 1 10
Q 1 8
C 10 1
Q 1 10
```

【样例输出】

```
0
30
```

10

20

【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq L \leq 1000$, $1 \leq N \leq 1000$ 。

对于 40% 的评测用例， $1 \leq L \leq 10000$, $1 \leq N \leq 10000$ 。

对于 100% 的评测用例， $1 \leq L \leq 100000$, $1 \leq N \leq 100000$ 。所有奇特值为不超过 10^9 的非负整数。

试题 J：燃烧权杖

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

【问题描述】

小 C 最近迷上了一款游戏。现在，在游戏中，小 C 有一个英雄，生命值为 x ；敌人也有一个英雄，生命值为 y 。除此以外，还有 k 个士兵，生命值分别为 $a_1、a_2、\dots、a_k$ 。

现在小 C 打算使用一个叫做“燃烧权杖”的技能。“燃烧权杖”会每次等概率随机选择一个活着的角色（英雄或士兵），扣减其 10 点生命值，然后如果该角色的生命值小于或等于 0，则该角色死亡，不会再被“燃烧权杖”选中。“燃烧权杖”会重复做上述操作，直至任意一名英雄死亡。

小 C 想知道使用“燃烧权杖”后敌方英雄死亡（即，小 C 的英雄存活）的概率。为了避免精度误差，你只需要输出答案模一个质数 p 的结果，具体见输出格式。

【输入格式】

输入包含多组数据。

输入第一行包含一个正整数 T ，表示数据组数。

接下来 T 组，每组数据第一行包含四个非负整数 $x、y、p、k$ ，分别表示小 C 的英雄的生命值、敌方英雄的生命值，模数和士兵个数。

第二行包含 k 个正整数 $a_1、a_2、\dots、a_k$ ，分别表示每个士兵的生命值。

【输出格式】

对于每组数据，输出一行一个非负整数，表示答案模质数 p 的余数。

可以证明，答案一定为有理数。设答案为 a/b （ a 和 b 为互质的正整数），你输出的数为 x ，则你需要保证 a 与 bx 模 p 同余；也即， $x = (a \cdot b^{-1}) \bmod p$ ，其中 b^{-1} 表示 b 模 p 的逆元， \bmod 为取模运算。

【样例输入】

```
6
1 10 101 0

100 1 101 0

50 30 4903 2
1 1
987 654 233 1
321
1000000000 999999999 233 3
1 2 3
1000000000 999999999 3 3
1 2 3
```

【样例输出】

```
51
37
1035
118
117
2
```

【样例说明】

对于第一组数据，所求概率即为“燃烧权杖”第一次就扣减敌方英雄 10 点生命值的概率，即 $1/2$ 。 2×51 模 101 余 1。

对于第二组数据，答案为 $1023/1024$ ， 1024×37 与 1023 模 101 同余。

对于第三组数据，答案为 $99/128$ 。

【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例， $x, y, a_1, \dots, a_k \leq 10$ 。

对于 20% 的评测用例, $x, y, a_1, \dots, a_k \leq 100$ 。

对于 50% 的评测用例, $x, y, a_1, \dots, a_k \leq 1000$ 。

另有 10% 的评测用例, $p = 3$ 。

另有 20% 的评测用例, $p \leq 100$ 。

对于全部评测用例, $1 \leq x, y, a_1, \dots, a_k \leq 10^9$, $3 \leq p \leq 10000$ 且 p 为质数,
 $0 \leq k \leq 10$ 。