TP1 : Exercices d'introduction à Matlab

Vous êtes invités à créer un répertoire `TP1` et un fichier `.m` pour chacun des exercices ci-dessous (comportant les lignes de code correspondant à la résolution de l'exercice).

En cas de blocage, commencez toujours par regarder l'aide !!

Exercice 1.

On fixe tout d'abord $n = 8$. On pourra à la fin vérifier que le programme fonctionne avec d'autres valeurs de n. Si cela n'est pas précisé dans la question, aucune boucle ne doit être utilisée.

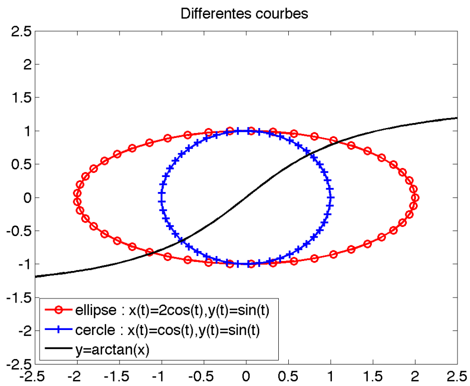
1. Créer le vecteur `x` des nombres impairs compris entre 1 et n (ordonnés).
2. Créer le vecteur `y` des nombres pairs compris entre 1 et n (ordonnés).
3. Créer le vecteur colonne `z` contenant les valeurs de `x` suivies des valeurs de `y`.
4. Créer la matrice `A` définie par $A_{i,j} = n(i-1) + j$ pour $1 \leq i, j \leq n$. On pourra ici s'autoriser des boucles `for`.
5. Comparer la matrice `A` avec les matrices `B` et `C` définies par

```
for i=1:n
    B(i,:)=n*(i-1)+(1:n);
end
C=ones(n,1)*(1:n)+n*(0:n-1)'*ones(1,n);
```

   Justifier les résultats obtenus.

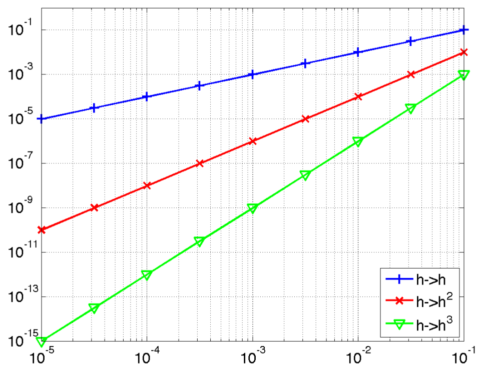
6. Tester les commandes `A*x`, `A*y`, `A*z`, `z'*A`, `A'*z`. Expliquer les résultats obtenus.
7. Que fait la commande `A(x,y)=zeros(length(x),length(y))` ?
   Puis suivie de `A(y,x)=zeros(length(y),length(x))` ?
8. La matrice `A` contient maintenant un certain nombre de zéros. Remplacez-les par la valeur -5.
9. Calculer le déterminant de `A`, ses valeurs propres et ses vecteurs propres. Tester la commande `inv(A)`

Exercice 2. A l'aide de la fonction `plot`, réaliser le graphique suivant (avec titre et légende) :



L'ellipse est représentée en rouge, le cercle en bleu et la fonction arctan en noir.

Exercice 3. A l'aide des fonctions `logspace` et `loglog`, réaliser le graphique suivant :



La première courbe est représentée en bleu, la seconde en rouge et la dernière en vert.

Exercice 4. Soient a, b et c les longueurs des côtés d'un triangle. Créer une fonction `airetriangle` qui prend a, b et c en arguments d'entrée, et qui donne en sortie l'aire du triangle. On rappelle que :

$$Aire^4 = \Big(s(s-a)(s-b)(s-c)\Big)^2, \text{ avec } s = \frac{a+b+c}{2}.$$

Exercice 5. La suite de Fibonacci est définie par récurrence :

$$\begin{cases} f_1 &= 0, \\ f_2 &= 1, \\ f_n &= f_{n-1} + f_{n-2}, \quad n \geq 3 \end{cases}$$

Créer une fonction qui prend n en entrée et qui retourne en sortie la valeur f_n.

Exercice 6.

1. A l'aide des fonctions `eye`, `ones` et `diag`, écrire une unique instruction qui permet de définir la matrice carrée `A` d'ordre $n \times n$ suivante :

$$\begin{pmatrix} -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}_{n \times n}$$

2. Redéfinir `A` en utilisant la fonction `gallery` avec paramètre `tridiag`.

3. On s'intéresse maintenant à la résolution approchée du problème

$$-u''(x) + c(x)u(x) = f(x)$$
$$u(0) = u(1) = 0.$$

On prendra ici $c(x) = x$ et $f(x) = (\pi^2 + x)\sin(\pi x)$, de sorte que $u(x) = \sin(\pi x)$ est une solution exacte du problème.

a) Définir les fonctions `c` et `f`.

b) Définir `h`, $h = 1/(n+1)$.

c) Définir le vecteur `X` tel que $X_i = ih$ pour $1 \leq i \leq n$ puis le vecteur `F` tel que $F_i = f(X_i)$ pour $1 \leq i \leq n$.

d) Définir la matrice `D` diagonale, telle que $D_{ii} = c(X_i)$, puis $M = A/h^2 + D$.

e) Calculer `U` solution du système linéaire $MU = F$. On utilisera pour cela le pivot de Gauss de Matlab `\`.

f) Représenter le vecteur `U` en fonction du vecteur `X` et sur le même graphique la solution exacte u.