Plus Long Palindrome : Complexité temporelle (pire cas) pour plusieurs Algorithmes

Algorithmique Avancée – L2 Info – 2017/2018 – Nathanaël Bayard

$C_{v1}(n) = O(1) + \sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n-1}\left(O(1) + c_p(i,j)\right)$ avec $c_p(i,j)$ la complexité temporelle de isPalin() : $c_p(i,j) = O(1) + O(1)\frac{j-i}{2}$, Donc :

$$C_{v1}(n) = O(1) + O(1)\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n-1}\left(2 + \frac{j-i}{2}\right) = O(1) + O(1)\sum_{i=0}^{n-1}\left[(n-1-(i+1)+1)\left(2-\frac{i}{2}\right) + \sum_{j=i+1}^{n-1}\frac{j}{2}\right]$$

$$= O(1) + O(1)\sum_{i=0}^{n-1}\left(2n - \frac{ni}{2} - 2i + \frac{i^2}{2} - 2 + \frac{i}{2} + \left(\frac{n(n-1)}{4} - \frac{i(i+1)}{4}\right)\right)$$

$$= O(1) + O(1)\sum_{i=0}^{n-1}\left(2n + \frac{n^2}{4} - \frac{n}{4} - \frac{ni}{2} + \frac{i^2}{2} - \frac{i^2}{4} - 2i + \frac{i}{2} - \frac{i}{4} - 2\right)$$

$$= O(1) + O(1)\sum_{i=0}^{n-1}\left(O(n^2) - \frac{ni}{2} + O(i^2)\right) = O(1)\left(1 + n\,O(n^2) - \frac{n}{2}\sum_{i=0}^{n-1} i + O\left(\sum_{i=0}^{n-1} i^2\right)\right)$$

$$= O(1)\left(1 + O(n^3) - \frac{n^2(n-1)}{4} + \frac{(n-1)n(2n-1)}{6}\right) = O(n^3).$$

$$C_{v2}(n) = O(1) + \sum_{j=0}^{n-1}\sum_{i=0}^{n-1} O(1) + \sum_{i=0}^{n-1} O(1) + \sum_{L=3}^{n}\sum_{i=0}^{n-1} O(1)$$

$$= O(1) + \sum_{j=0}^{n-1} O(n) + O(n) + \sum_{L=3}^{n} O(n) = O(1) + n\,O(n) + O(n) + (n-3)\,O(n) = O(n^2)$$

$C_{v3}(n) = O(1) + \sum_{c=0}^{2n-1}\left(O(1) + C_2(c)\right)$ où $C_2(c)$ désigne la complexité de biggestPalinHere() en fonction de la variable "center".
Celle-ci est approximativement en $O(\min(c, n-c))$. En découpant la somme pour chaque cas :

$$C_{v3}(n) = O(1) + \sum_{c=0}^{n}\left(O(1) + O(c)\right) + \sum_{c=n+1}^{2n-1}\left(O(1) + O(n-c)\right)$$

$$\overset{c' = c-(n+1)}{=} O(1) + (n+1)\,O(1) + O\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) + (n-1)\,O(1) + O\left(\sum_{c'=0}^{n-2}(n-c)\right)$$

$$C_{V3}(n) = O(1) + 2O(n) + O(n^2) + O\left(n(n-1) - \frac{(n-2)(n-1)}{2}\right) = O(n^2).$$