

招新题题解

乐程软件工作室

2024 年 10 月 2 日

A. 欢迎参加招新考试!

题意

- 输出: " 我保证诚实参加本次考试, 绝无作弊行为! "。

A. 欢迎参加招新考试!

- 直接输出即可。

B. 负责东？负责西？负责南？负责北？负责东西南北!!! (一)

题意

- 给定一堆立方体的正视图和左视图，求这堆立方体的俯视图最多有多少个正方形。

B. 负责东？负责西？负责南？负责北？负责东西南北!!! (一)

- 将底层铺满，不会影响上层的立方体，同时也是最大值。因此答案为 $n \times m$ 。
- 需要注意 $n, m \leq 2 \times 10^8$, $n \times m \leq 4 \times 10^{16}$, 要用 long long 储存答案。

C. 负责东？负责西？负责南？负责北？负责东西南北!!! (二)

题意

- 给出 n 个整数和 p 次操作。
- 每次操作会使区间中每一个数都增加 d 或减少 $\min\{d, t_i\}$ 。
- 求 p 次操作后的序列。

C. 负责东？负责西？负责南？负责北？负责东西南北!!! (二)

- $n, p \leq 2 \times 10^2$ ，数据范围很小，直接在序列上模拟操作的过程。
- 时间复杂度 $O(np)$ 。
- $t_i + p \times d \leq 201 \times 10^{10}$ ，需要用 long long。

D. jji 的字符串

题意

- 给定一个字符串，求最少将字符串左移几次，可以使得字符串首尾字符相同。

D. jlj 的字符串

- 按照题意模拟，最多左移 $n - 1$ 次。
- 一个可行的实现方法是，用两个变量分别表示字符串的头尾，左移操作可以转化为对于这两个变量的操作。
- 详细地说，令 l, r 分别表示字符串的头尾，初始 $l = 0, r = n - 1$ 。左移操作就是 $l \leftarrow (l + 1) \bmod n, r \leftarrow (r + 1) \bmod n$ 。
- 时间复杂度 $O(Tn)$ 。

E. 明理楼的电梯

题意

- 有一个整数 x ，初始为 0。
- n 次操作，每次操作中， $x \leftarrow \min\{t, x + c_i\} \leftarrow \max\{0, x - r\}$ 。
- 求有几次操作中， $\min\{t, x + c_i\} < r$ 。

E. 明理楼的电梯

- 直接按照上述题意模拟。
- 时间复杂度 $O(n)$ 。

F. 黄毛的疯狂

题意

- 将一个 $n \times m$ 的矩形方格纸分割成若干个正方形。
- 求分割出来的正方形边长之和的最小值。

F. 黄毛的疯狂

- 容易想到，分割大的正方形一定比小的正方形更优。
- 于是我们的策略就是，在当前矩形中分割出几个最大的正方形，再在剩下的矩形中继续划分。
- 本质上是欧几里得算法求最大公约数的过程，可以用递归或者 while 实现。
- 时间复杂度 $O(\log(\min\{n, m\}))$ 。

G. 明理楼的后续

题意

- 给出一个字符串，询问字符串删除 k 个字符后重组能否形成一个回文串。

G. 明理楼的后续

- 因为字符串可以任意排列，所以我们只关心字符串中每个字符的个数。
- 考虑回文串的定义，可以发现一个性质：所有字符的个数中至多有一个是奇数。
- 遍历每个字符的个数，如果是奇数就删除一个字符变成偶数；多余的删除次数可以视为每次删除掉两个字符，以维持奇偶性。
- 最后根据性质判定是否可以形成回文串。
- 时间复杂度 $O(Tn)$ 。

H. 刁总的刁难

题意

- 给出非负整数 x, y , 求出有多少个有序数对 (a, b) , 满足:

$$x \leq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \leq y$$

H. 刁总的刁难

- 可以直接忽略算术平均数和几何平均数，只看调和平均数和平方平均数。
- 数学意义上是不好考虑的，由于 $x, y \leq 1 \times 10^3$ ，可以枚举每一组 (a, b) ，检验是否满足不等式。
- 一个细节是，由于浮点运算会产生精度损失，两边的不等式可以变形，使得运算中只有整数运算。
- 时间复杂度 $O(T_{xy})$ 。

I. 敢反抗？给你们个棋盘看看！

题意

- 给出一个 $n \times m$ 的棋盘，一些位置可以放置棋子，一些位置不能放置棋子，一个位置上至多只有一个棋子。
- 每放置一个棋子 A ：
 - ▶ 设与 A 处在同一行且与 A 直接相连的棋子数目为 c ，获得 c^2 的分数；
 - ▶ 设与 A 处在同一列且与 A 直接相连的棋子数目为 d ，获得 d^2 的分数。
- 求可以获得分数的最大值。

I. 敢反抗？给你们个棋盘看看！

- 注意到行列的贡献可以分开计算，于是棋子放置的顺序并不影响最终答案。
- 逐行逐列放置棋子即可。
- 时间复杂度 $O(nm)$ 。

J. 矩阵

题意

- 构造一个 $n \times n$ 的矩阵，满足：
 - ▶ 矩阵中的元素仅包含从 1 到 $2n$ 的整数，且每个整数至少出现一次；
 - ▶ 恰有一个四元组 (x, y, z, w) 满足：
 - ★ $1 \leq x \leq z \leq n$;
 - ★ $1 \leq y \leq w \leq n$;
 - ★ $a_{x,y}, a_{x,w}, a_{z,y}, a_{z,w}$ 互不相同。

J. 矩阵

- 一种可行的构造方案是：

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 4 & \cdots & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & \cdots & 6 \\ 2 & 4 & 6 & \ddots & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 2n-3 & 2n-2 \\ 2 & 4 & 6 & & 2n-1 & 2n \end{pmatrix}$$

- 其他方案可以自行探索。

K. 压轴题：AC 直接进面试

题意

- 两个长度为 n 的序列 a, b 。
- 一次操作可以交换 a_i 和 b_i 。
- 求出任意次操作后, $\text{lcm}(\gcd_{i=1}^n(a_i), \gcd_{i=1}^n(b_i))$ 的最大值。

K. 压轴题：AC 直接进面试

- 一个序列的 \gcd 一定可以整除序列中所有数，一定是其中任意一个数的因子。
- 不妨固定 a_1 和 b_1 ，枚举 a_1 和 b_1 的所有因子，检验是否存在一个交换后的序列，使得枚举的这两个因子可以整除序列中每一个数。如果可以，就更新答案的最大值。
- 时间复杂度 $O(n \times d(a_1) \times d(b_1))$ ，其中 $d(x)$ 为 x 的因子个数。
- $x \leq 10^9$ 时， $d(x) \leq 1344$ ，可以通过本题。

K. 压轴题：AC 直接进面试

- 此外，也可以使用动态规划/记忆化搜索求解。
- 设 $dp_{i,x,y}$ 表示 x, y 能否成为前 i 数组成的子序列的 gcd。
- $dp_{i,\gcd(x,a_i),\gcd(y,b_i)} = dp_{i-1,x,y}$