

Réseaux de Petri

IN310 - Modèles des SE

Charles Lesire-Cabaniols (ONERA / DCSD)
`charles.lesire@onera.fr`

3A-SEM - 2010-2011

Introduction

Modèle formel

Introduction

- ▶ 1962, Carl Adam Petri : Communication et composition entre automates
- ▶ Outil de modélisation de systèmes dynamiques : permet de raisonner sur les objets, les ressources et leur changement d'état
- ▶ Outil mathématique (formel) et outil graphique
 - ▶ permet de représenter le vrai parallélisme, la concurrence, contraintes de précédence,
 - ▶ analyse de bonnes propriétés (vivacité, borné, etc.) et propriétés structurelles : aide efficace durant les phases de conception
 - ▶ peut être simulé et implémenté directement par un joueur de RdP

Introduction

- ▶ Applications :
 - ▶ évaluation de performances,
 - ▶ analyse et vérification formelles,
 - ▶ protocoles de communication,
 - ▶ contrôle de systèmes de production,
 - ▶ systèmes d'information (organisation d'entreprises),
 - ▶ gestion de bases de données,
 - ▶ IHM, etc.

Introduction

- ▶ Etat : les différentes *phases* par lesquelles passe le système ;
- ▶ Variables d'état : ensemble de variables qui permettent de connaître l'état du système.
 - ▶ Système continu : les variables d'état évoluent continuellement dans le temps ;
 - ▶ Système à événements discrets : les variables d'état changent *brusquement* à certains instants
- ▶ Événement : son occurrence fait changer l'état du système
- ▶ Activité : *boîte noire* représente l'évolution du système entre 2 événements
- ▶ Processus : séquence d'événements et d'activités
↪ coopération, compétition, parallèle

Présentation informelle

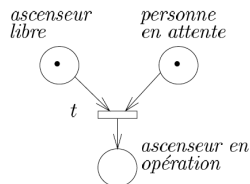
Éléments de base

- ▶ **Place** : interprétée comme condition, état partiel, ensemble de ressources
- ▶ **Transition** : associée à un événement qui a lieu dans le système
- ▶ **Jeton** : indique que la condition associée à la place est vérifiée (ou le nombre d'éléments qui la vérifient)

Présentation informelle

Comportement dynamique

- ▶ état : répartition des jetons dans les places,
- ▶ occurrence d'un événement : tir de la transition,
 - ▶ enlever les jetons des places d'entrée,
 - ▶ mettre les jetons dans les places de sortie.



Définitions

- ▶ Modèle formel, peut être caractérisé par :
 - ▶ graphe avec comportement dynamique ; représentation naturelle pour le concepteur,
 - ▶ ensemble de matrices d'entiers : comportement dynamique décrit par un système linéaire : représentation naturel pour l'ordinateur ;
 - ▶ système de règles : peut être utilisé avec les techniques d'I.A ;
- ▶ Validation par analyse et simulation ;
- ▶ Représente : parallélisme, synchronisme, séquence, conflit, concurrence.

Définitions

Réseaux de Petri $R = \langle P, T, Pre, Post \rangle$

- ▶ P est un ensemble fini de places de dimension n ;
- ▶ T est un ensemble fini de transitions de dimension m ;
- ▶ $Pre : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ est l'application d'entrée (places précédentes),
- ▶ $Post : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ est l'application de sortie (places suivantes),

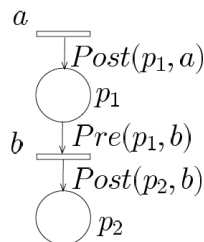
Réseau de Petri marqué $N = \langle R, M \rangle$

- ▶ R est un réseau de Petri,
- ▶ $M : P \rightarrow \mathbb{N}$ est le marquage initial (distribution de jetons dans les places)

Définitions

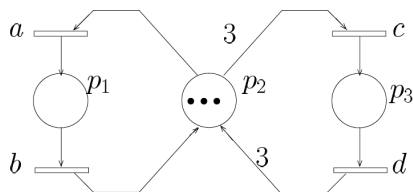
Exemple

- ▶ $R = \langle P, T, Pre, Post \rangle$
- ▶ $P = \{p_1, p_2, p_3\}$
- ▶ $T = \{a, b, c, d\}$
- ▶ $Post(p_1, a) = 1, Pre(p_1, b) = 1,$
 $Post(p_2, b) = 1$



Graphe et notation matricielle

Réseau de Petri marqué $N = \langle R, M \rangle$



$$P = \{p_1, p_2, p_3\}, \quad T = \{a, b, c, d\}$$

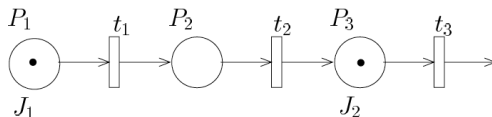
$$Pre = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Post = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$${}^tM = (0 \quad 3 \quad 0)$$

Différentes interactions entre les processus

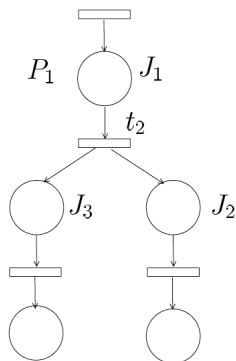
Séquence



- ▶ séquence d'un processus de fabrication :
 - ▶ P_i : phase i de l'opération sur la pièce,
 - ▶ t_i : passage d'une phase à une autre ;
- ▶ portion de l'itinéraire d'un système de transport :
 - ▶ P_i : chariot traverse la section i ,
 - ▶ t_i : passage d'un chariot d'une section à une autre ;

Différentes interactions entre les processus

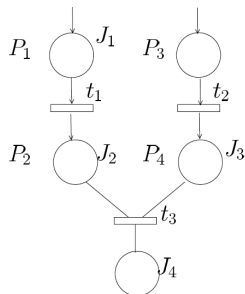
Fork



- ▶ à partir de l'activité J_1 , deux activités sont créées (J_2 et J_3),
- ▶ J_2 et J_3 évoluent de façon indépendante.

Différentes interactions entre les processus

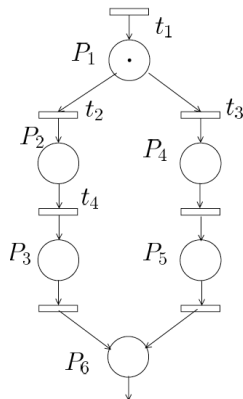
Join



- ▶ évolution indépendante de t_1 et t_2 (évolution asynchrone),
- ▶ synchronisme en t_3 .

Différentes interactions entre les processus

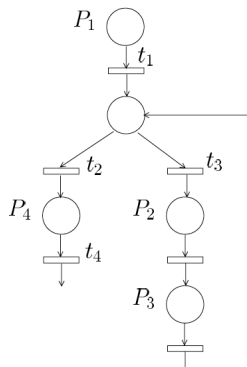
Choix



- choix entre t_2 (seq. P_2P_3) et t_3 (seq. P_4P_5) : seulement une peut être tirée ;
- les 2 séquences exécuteront P_6 .

Différentes interactions entre les processus

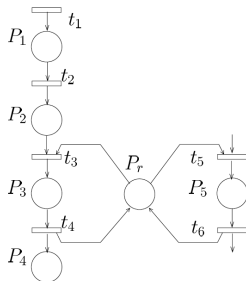
Répétition



- choix entre t_2 e t_3 ,
- répéter la séq. P_2P_3 un certain nombre de fois avant de exécuter P_4 .

Différentes interactions entre les processus

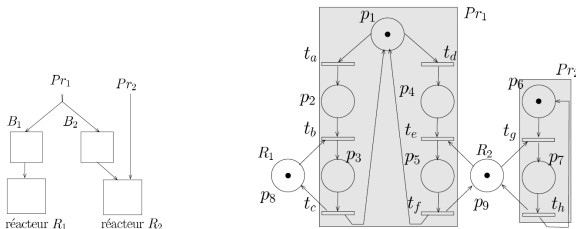
Allocation de ressources



- ▶ un même chariot doit servir différentes machines,
- ▶ un opérateur doit exécuter différentes activités (une à la fois).

Exemple : Système par lot

- ▶ peut produire deux produits (Pr_1 et Pr_2), utilisant 2 réacteurs (R_1 et R_2) de façon concurrente,
- ▶ produit Pr_1 : est produit par R_1 ou R_2 ; doit être, au préalable, stocké dans le *buffer* B_1 ou B_2 (respectivement).
- ▶ produit Pr_2 : est produit par le réacteur R_2 .



Règle de fonctionnement

Transition sensibilisée à partir de M

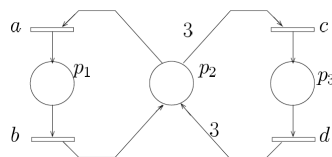
- ▶ il y a un numéro suffisant de jetons dans les places d'entrée,
- ▶ $\forall p \in P, M(p) \geq Pre(p, t)$
- ▶ $M \geq Pre(., t)$

Tir d'une transition à partir de M

- ▶ $\forall p \in P, M'(p) = M(p) - Pre(p, t) + Post(p, t)$
- ▶ $M' = M - Pre(., t) + Post(., t) = M + C(., t)$

Règle de fonctionnement

- ▶ Enlève $Pre(p, t)$ jetons de chaque place précédente p (poids de l'arc d'entrée), et met $Post(p, t)$ jetons à chaque place de sortie p ,
- ▶ Représente le changement d'état dû à l'occurrence de l'événement associé à t .



Conflit et parallélisme

- **Conflit structurel** : ssi t_1 et t_2 ont au moins une place d'entrée en commun

$$\exists p \in P, \quad Pre(p, t_1) Pre(p, t_2) \neq 0$$

- **Conflit effectif** : ssi t_1 et t_2 sont en conflit structurel et sont sensibilisées par le marquage M

$$M \geq Pre(., t_1) \text{ et } M \geq Pre(., t_2)$$

- **Parallélisme structurel** : si t_1 et t_2 ne possèdent pas de place d'entrée en commun

$$\forall p \in P \quad Pre(p, t_1) Pre(p, t_2) = 0 \text{ ou } Pre(., t_1)^T \times Pre(., t_2) = 0$$

- **Parallélisme effectif** : t_1 et t_2 sont parallèles structurellement et

$$M \geq Pre(., t_1) \text{ e } M \geq Pre(., t_2)$$