

## Практика 2: Класс NP

1. Существует ли алгоритм, проверяющий, работает ли данная программа полиномиальное время? (т.е. на каждом входе алгоритм делает не более  $p(|x|)$  шагов, где  $p$  — полином, а  $x$  — вход программы).
2. Придумайте систему доказательств для языка программ, которые останавливаются хотя бы на одном входе.
3. Мы показали, что отношение  $\leq_p$  между языками является рефлексивным и транзитивным. Приведите аргументы почему оно скорее всего не коммутативно.
4. Предположим  $L_1, L_2 \in \text{NP}$ , что вы можете сказать про языки  $L_1 \cup L_2, L_1 \cap L_2$  относительно их принадлежности NP.
5. Покажите, что 3-SAT является NP-трудной задачей.
6. Хорновской формулой называется формула в КНФ, в которой в каждый дизъюнкт максимум одна переменная входит без отрицания. Покажите, что множество хорновских выполнимых формул содержится в классе P.
7. Докажите, что язык формул в КНФ, где каждый дизъюнкт либо хорновский, либо состоит из двух литералов, NP-полный.
8. Покажите, что язык HALT является NP-трудным. Является ли он NP-полным?
9. Покажите, что задача о независимом множестве является NP-полной.
10. Покажите, что  $P \subseteq \text{NP} \cap \text{coNP}$ .
11. Покажите, что если  $P = \text{NP}$ , то  $\text{NP} = \text{coNP}$ .