Практика 8: вероятностные алгоритмы

- 1. Нам известно, что $P \subset NP$. А как соотносятся классы P и NP с классом RP?
- 2. Докажите, что $L \in \text{ZPP}$ тогда и только тогда, когда существует полиномиальная по времени вероятностная машина Тьюринга, которая выдает $\{0,1,?\}$, и для всех $x \in \{0,1\}^*$ с вероятностью 1 $M(x) \in \{L(x),?\}$ и $Pr[M(x)=?] \leq \frac{1}{2}$.
- 3. Докажите, что $ZPP = RP \cap \text{co-RP}$.
- 4. Пусть $0 < \varepsilon_2 < \varepsilon_1 < 1$. Рассмотрим алгоритм Монте Карло который выдает правильный ответ с вероятностью не меньше $1 \varepsilon_1$ на любом входе. Сколько раз нужно запустить этот алгоритм, чтобы вероятность верного ответа составила $1 \varepsilon_2$?
- 5. Рассмотрим вероятностный алгоритм для задачи о минимальном разрезе, который отличается от того, что был на занятии тем, что мы случайно выбираем не ребро, которое стягиваем, а пару вершин, которые аналогичным образом стягиваем в одну. Покажите, что тогда существуют графы, для которых вероятность найти правильный минимальный разрез таким алгоритмом является экспоненциально маленькой.