

## Практика 8: вероятностные алгоритмы

1. Нам известно, что  $P \subset NP$ . А как соотносятся классы  $P$  и  $NP$  с классом  $RP$ ?
2. Докажите, что  $L \in ZPP$  тогда и только тогда, когда существует полиномиальная по времени вероятностная машина Тьюринга, которая выдает  $\{0, 1, ?\}$ , и для всех  $x \in \{0, 1\}^*$  с вероятностью 1  $M(x) \in \{L(x), ?\}$  и  $Pr[M(x) = ?] \leq \frac{1}{2}$ .
3. Докажите, что  $ZPP = RP \cap co-RP$ .
4. Пусть  $0 < \varepsilon_2 < \varepsilon_1 < 1$ . Рассмотрим алгоритм Монте Карло который выдает правильный ответ с вероятностью не меньше  $1 - \varepsilon_1$  на любом входе. Сколько раз нужно запустить этот алгоритм, чтобы вероятность верного ответа составила  $1 - \varepsilon_2$ ?
5. Рассмотрим вероятностный алгоритм для задачи о минимальном разрезе, который отличается от того, что был на занятии тем, что мы случайно выбираем не ребро, которое стягиваем, а пару вершин, которые аналогичным образом стягиваем в одну. Покажите, что тогда существуют графы, для которых вероятность найти правильный минимальный разрез таким алгоритмом является экспоненциально маленькой.
6. Есть  $n$  студентов живущие каждый в своей комнате в общежитии (кроме комнат студентов в общежитии больше нет комнат). После коллоквиума по мат. анализу уставшие и уже ничего не соображающие студенты по одному заходят и засыпают в случайной комнате (в одной комнате может уснуть неограниченное число студентов). Чему равняется мат. ожидание количества студентов уснувших в своей комнате?