

Домашнее задание 3: SAT, EXP, NEXP, иерархия по времени

1. (2) Хорновской формулой называется формула в КНФ, в которой в каждый дизъюнкт максимум одна переменная входит без отрицания. Покажите, что множество хорновских выполнимых формул содержится в классе P.
2. (2) Можно ли дать определение классу NEXP не через НМТ, а через систему доказательств, как было с классом NP?
3. (2) Язык называется NEXP-полным, если он лежит в классе NEXP и любой другой язык из NEXP полиномиально сводится к этому. Предъявите NEXP-полный язык, докажите его полноту. Докажите, что, если этот язык лежит в EXP, то $NEXP = EXP$.
4. (2) Докажите, что язык формул в КНФ, где каждый дизъюнкт либо хорновский, либо состоит из двух литералов, NP-полный.
5. (3) Докажите, что существует язык, для которого любой алгоритм, работающий время $O(n^2)$ решает его правильно ровно на половине входов какой-то длины, но этот язык распознаётся алгоритмом, работающим время $O(n^3)$.
6. (3) Докажите, что если все унарные языки из NP лежат в P, то $EXP = NEXP$.

Дополнительные задачи:

1. (1) Покажите, что 2-SAT решается за полиномиальное время, не используя алгоритм на графах.
2. (2) Покажите, что существует алгоритм A , который вызывает $W(\#A')$, где W — заранее известный нам алгоритм, а алгоритмы A' и A работают одинаково. Используйте для решения **теорему о неподвижной точке**: для любой всюду вычислимой функции h найдётся x , такой что алгоритм $\langle x \rangle$ будет работать так же как и алгоритм $\langle h(x) \rangle$. То, что алгоритмы работают одинаково, означает, что на одном и том же входе алгоритмы либо оба не останавливаются, либо останавливаются и выдают одинаковый ответ.