

Практика 8: вероятностные алгоритмы

1. Нам известно, что $P \subset NP$. А как соотносятся классы P и NP с классом RP ?
2. Докажите, что $L \in ZPP$ тогда и только тогда, когда существует полиномиальная по времени вероятностная машина Тьюринга, которая выдает $\{0, 1, ?\}$, и для всех $x \in \{0, 1\}^*$ с вероятностью 1 $M(x) \in \{L(x), ?\}$ и $Pr[M(x) = ?] \leq \frac{1}{2}$.
3. Докажите, что $ZPP = RP \cap co-RP$.
4. Пусть $0 < \varepsilon_2 < \varepsilon_1 < 1$. Рассмотрим алгоритм Монте Карло который выдает правильный ответ с вероятностью не меньше $1 - \varepsilon_1$ на любом входе. Сколько раз нужно запустить этот алгоритм, чтобы вероятность верного ответа составила $1 - \varepsilon_2$?
5. Рассмотрим вероятностный алгоритм для задачи о минимальном разрезе, который отличается от того, что был на занятии тем, что мы случайно выбираем на ребро, которое стягиваем, а пару вершин, которые аналогичным образом стягиваем в одну. Покажите, что тогда существуют графы, для которых вероятность найти правильный минимальный разрез таким алгоритмом является экспоненциально маленькой.