

## Домашнее задание 8: вероятностные алгоритмы

1. (1) Докажите, что  $\text{RP} \subset \text{co-NP}$ .

$\text{BPP}$  — это класс языков, для которых существует вероятностная полиномиальная по времени машина Тьюринга  $M$ , которая останавливается при всех последовательностях случайных битов и для всех  $x$  выполняется, что  $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$ , где  $L$  — характеристическая функция языка.

2. (1) Покажите, что  $\text{BPP} \subset \text{EXP}$ .
3. (1) Возьмём два вектора  $a, b \in \{0, 1\}^n$ , выберем случайно  $c \in \{0, 1\}^n$ . Оцените вероятность по выбору  $c$  того, что  $ac = bc$ , если  $a$  и  $b$  не равны.
4. (2) Докажите, что язык  $\{ A \# B \# C \mid C = A \cdot B \}$ , где  $A, B, C$  — квадратные матрицы над полем  $\mathbb{F}_2$ , лежит в  $\text{co-RP}$ .
5. (3)  $\text{BPL}$  — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга  $M$ , которая использует логарифмическую память, останавливается при всех последовательностях случайных битов и для всех  $x$  выполняется, что  $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$ . Покажите, что  $\text{BPL} \subseteq \text{P}$ .