

## Практика 7: полиномиальная иерархия

1. Докажите, что дизъюнктивное объединение двух языков из класса  $\Sigma_i^p$  лежит и в классе  $\Sigma_{i+1}^p$ , и в классе  $\Pi_{i+1}^p$ .
2. Покажите, что каждый уровень полиномиальной иерархии замкнут относительно полиномиальных сведений.
3. Покажите, что если  $\Sigma_i^p = \Pi_i^p$ , то  $\text{PH} = \Sigma_i^p$ .
4. Пусть  $\text{NTIME}[n]$  содержится в  $\text{TISP}[n^{1.2}; n^{0.2}]$ , покажите, что тогда  $\text{NTIME}[n^{10}]$  содержится в  $\text{TISP}[n^{12}; n^2]$ .
5. Покажите, что если в  $\text{PH}$  есть полный язык, то  $\text{PH} = \Sigma_k^p$  для некоторого  $k$ .
6. Докажите, что  $\Sigma_i^p = \bigcup_c \Sigma_i \text{Time}(n^c)$

### Текущее домашнее задание:

1. Докажите, что  $\text{PH} \subseteq \text{PSPACE}$
2. Покажите, что если  $\text{P} = \text{NP}$ , то  $\text{PH} = \text{P}$ .
3. Докажите, что  $\Sigma_i \text{SAT}$  является полным языком в  $\Sigma_i^p$ .
4. Покажите, что  $\Sigma_2^p = \text{NP}^{\text{SAT}}$ .
5. Покажите, что если язык  $A$  оракульно сводится к языку  $B \in \Sigma_i^p$ , то  $A \in \Sigma_{i+1}^p$ .