

Практика 11. URATH, понижение ошибки

1. Будет ли алгоритм с лекции работать для ориентированных сильносвязных графов. То есть верно ли, что для любых вершин s и t после полиномиального блуждания начатого в s мы окажемся в t с вероятностью $\frac{1}{n}$.
2. Пусть A матрица смежности d -регулярного графа G . Покажите, что все собственные числа матрицы A по модулю не превосходят d .
3. Пусть A матрица смежности d -регулярного графа G . Известно, что G — двудольный. Найдите самое маленькое собственное число матрицы A и соответствующий собственный вектор.
4. Пусть A матрица смежности d -регулярного графа G . Покажите, что A имеет собственное число d кратности k тогда и только тогда, когда G содержит k компонент связности. Найдите все собственные вектора соответствующие собственному значению d .

Определение: (n, d, α, c) OR-concentrator — это двудольный мультиграф с долями R и L размера n . И верно следующее:

- Степень вершин доли L не больше d .
 - Для любого подмножества S левой доли размера не более αn существует не менее $c|S|$ соседей из R .
5. Докажите вероятностным методом, что $(n, 18, \frac{1}{3}, 2)$ -OR-concentrator существует при достаточно большом n .