

Домашнее задание 8: вероятностные алгоритмы

1. (1) Докажите, что $\text{RP} \subset \text{co-NP}$.

BPP — это класс языков, для которых существует вероятностная полиномиальная по времени машина Тьюринга M , которая останавливается при всех последовательностях случайных битов и для всех x выполняется, что $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$, где L — характеристическая функция языка.

2. (1) Покажите, что $\text{BPP} \subset \text{EXP}$.

3. (1) Возьмём два вектора $a, b \in \{0, 1\}^n$, выберем случайно $c \in \{0, 1\}^n$. Оцените вероятность по выбору c того, что $ac = bc$, если a и b не равны.

4. (2) Докажите, что для языка $\{A\#B\#C \mid C = A \cdot B\}$, где A, B, C — квадратные матрицы над полем \mathbb{F}_2 , есть вероятностный алгоритм, работающий за время $O(n^2)$, такой что на всех входах из языка алгоритм не ошибается, а входы не из языка принимает с вероятностью не более $\frac{1}{2}$.

5. (3) BPL — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга M , которая использует логарифмическую память, останавливается при всех последовательностях случайных битов и для всех x выполняется, что $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$. Покажите, что $\text{BPL} \subseteq \text{P}$.