

Практика 4: оракулы, сложность по памяти

1. Покажите, что существует язык $B \in \text{EXP}$, такой что $\text{NP}^B \neq \text{P}^B$.
2. Покажите, что язык L , состоящий из слов, в которых чётное число единиц, лежит в классе $\text{SPACE}(1)$.
3. Пусть функции $f, g : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ можно посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти (напомним, что память считается только на рабочих лентах, входная лента доступна только для чтения, а по выходной ленте головка машины Тьюринга движется только слева направо). Докажите, что функцию $f(g(x))$ можно также посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти.
4. Покажите, что существует язык, который разрешим алгоритмом, использующим $O(n^{10})$ памяти, но при этом не существует алгоритма, который бы разрешал данный язык и использовал при этом $O(n)$ памяти.
5. Покажите, что любой PSPACE-трудный язык также является и NP-трудным языком.
6. Покажите, что PSPACE замкнут относительно операций объединения, дополнения и $*$.
7. Покажите, что язык

$$\{ \langle M, w, 1^n \rangle \mid \text{МТ } M \text{ принимает } w \text{ используя не более } n \text{ памяти} \},$$

является PSPACE-трудным.

8. Докажите, что если есть унарный NP-полный язык, то $\text{P} = \text{NP}$.