

Практика 3: SAT, EXP, NEXP, иерархия по времени

1. Покажите, что 3-SAT является NP-трудной задачей.
2. Хорновской формулой называется формула в КНФ, в которой в каждый дизъюнкт максимум одна переменная входит без отрицания. Покажите, что множество хорновских выполнимых формул содержится в классе P.
3. Покажите, что 2-SAT лежит в классе P.
4. Можно ли дать определение классу NEXP не через НМТ, а через систему доказательств, как было с классом NP?
5. Язык называется NEXP-полным, если он лежит в классе NEXP и любой другой язык из NEXP полиномиально сводится к этому. Опишите NEXP-полный язык. Докажите, что, если этот язык лежит в EXP, то $NEXP = EXP$.
6. Докажите, что язык формул в КНФ, где каждый дизъюнкт либо хорновский, либо состоит из двух литералов, NP-полный.
7. Покажите, что задача о независимом множестве является NP-полной.
8. Докажите, что существует язык, для которого любой алгоритм, работающий время $O(n^2)$ решает его правильно ровно на половине входов какой-то длины, но этот язык распознаётся алгоритмом, работающим время $O(n^3)$.
9. Докажите, что если все унарные языки из NP лежат в P, то $EXP = NEXP$.
10. Покажите, что существует язык, который разрешим алгоритмом, использующим $O(n^{10})$ памяти, но при этом не существует алгоритма, который бы разрешал данный язык и использовал при этом $O(n)$ памяти (подсказка: используйте метод диагонализации).