Домашнее задание 4: оракулы, сложность по памяти

- 1. (2) Покажите, что существует язык $B \in \text{EXP}$, такой что $\text{NP}^B \neq \text{P}^B$.
- 2. (2) Пусть функции $f,g:\{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ можно посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти (напомним, что память считается только на рабочих лентах, входная лента доступна только для чтения, а по выходной ленте головка машины Тьюринга движется только слева направо). Докажите, что функцию f(g(x)) можно также посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти.
- 3. (2) Покажите, что существует язык, который разрешим алгоритмом, использующим $O(n^{10})$ памяти, но при этом не существует алгоритма, который бы разрешал данный язык и использовал O(n) памяти.
- 4. (1) Покажите, что любой PSPACE-трудный язык также является и NP-трудным языком.

Определение: TQBF это язык, состоящий из истинных кванторных пропозициональная формул вида $Q_1x_1Q_2x_2...Q_nx_n\phi(x_1,x_2,...,x_n)$, где ϕ — это пропозициональная формула от переменных $x_1,x_2,...,x_n,\,Q_i\in\{\forall,\exists\}$ — кванторы, переменные принимают значения $\{0,1\}$, истинность формулы определяется естественным образом.

5. (1) Покажите, что язык TQBF лежит в PSPACE.

Дополнительные задачи:

6. (4) Докажите, что если есть унарный NP-полный язык, то P = NP.