

## Домашнее задание 11 и 12. UPATH и Схемы

1. (1) Докажите, что если у  $d$ -регулярного графа есть двудольная компонента связности, то у его матрицы есть собственное число  $d$ .
2. (2) Докажите вероятностным методом, что  $(n, 18, \frac{1}{3}, 2)$ -OR-concentrator существует при достаточно большом  $n$ .
3. (1) Постройте NC схему, возводящую матрицу  $n \times n$  над полем  $\mathbb{F}_2$  в степень  $t$ .
4. (2) Покажите, что задача PATH решается NC схемами.
5. (3) Докажите, что если  $P = NP$ , то существует язык из EXP, схемная сложность которого не менее  $\frac{2^n}{10n}$ .

**Подсказка (план решения):** Сперва покажите, что  $EXP = EXP^{PN}$ . После этого, как и в задаче 4 с практики 12, задайте сложную функцию из  $EXP^{\Sigma_i^P}$ , которая не решается никакими схемами размера  $\frac{2^n}{10n}$ .