

Глава 3. Оптимальное размещение базовых станций широкополосной беспроводной сети связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов

Построение современной инфраструктуры передачи информации для обслуживания множества объектов промышленного или гражданского назначения, рассредоточенных на некоторой территории, является актуальной задачей при создании единой систем контроля и управления указанными объектами. Создание такой инфраструктуры позволяет обеспечить оперативный контроль и управление объектами путем передачи необходимой информации с сенсоров и датчиков объектов в соответствующий внешнее приемное устройство. Для создания подобной инфраструктуры эффективно используются сети широкополосной беспроводной связи, необходимым этапом проектирования которых является решение задачи определения мест размещения базовых станций [1].

Широкополосные сети постепенно начинают занимать свою нишу в управлении и мониторинге нефтегазовых месторождений. В работе [2] предложен новый протокол сенсорной сети на базе IEEE 802.11 для мониторинга случаев загрязнений углеводородами.

А работе [3] исследуются различные протоколы сенсорных сетей для мониторинга над газораспределительной городской сеть. Вся газораспределительная сеть разделена на более мелкие, управляемые сегменты, каждый из которых имеет свою базовую станцию, которая может отправлять собранные данные в центральную базу данных компании.

В настоящей работе строятся и исследуются две математические модели задач размещения базовых станций, которые применимы на этапе синтеза топологии сети в процессе комплексного проектирования мультимедийных сетей. Предлагается модель для проверки существования допустимого решения при условии выполнения технологических ограничений для предложенной на предыдущих этапах схемы расстановки станций и модель для оптимизационной задачи. Оптимизационная задача состоит в выборе множества станций из заданного набора типов станций с различными характеристиками и их расстановки на избыточном множестве возможных мест размещения. В поставленной задаче рассматривается задача обслуживания объектов, расположение которых задано их координатами на плоскости. Особенностью такой задачи в широком

классе задач оптимального размещения мощностей является наличие условия на наличие информационной связи между станциями и внешним приемным устройством (шлюзом), выполнение которого гарантирует поступление всей информации с контролируемых объектов в центр управления.

В данной главе будет предложена задача оптимального размещения базовых станций, принадлежащая к широкому классу задач размещения мощностей (Resource Allocation Problem).

В [4] решают задачу размещения мощностей с помощью генетического алгоритма. Авторы занимаются развертыванием устройств распределенных вычислений, серверов, вблизи устройств конечных пользователей. Связующим звеном между конечным пользователем и сервером являются базовые станции.

В рамках широкого класса задач размещения мощностей в наших задачах размещения присутствует специфика на связь между всеми узлами сети и наличие линейной траектории в случае задачи с линейной топологией.

3.1 Задача при заданных местах размещения станций.

Задано множество вершин $A = \{a_i\}, i = \overline{0, n}$ на плоскости. Каждая вершина a_i имеет координаты $\{x_i, y_i\}$.

Множество A состоит из двух подмножеств:

- A_1 — множество вершин, которое соответствует объектам, с которых необходимо собирать информацию. Каждой вершине a_i приписана величина v_i — максимальный объем информации, снимаемой с объекта, расположенного на этой вершине. В частности, объектами могут быть любые стационарные абонентские устройства сети 802.11n. В дальнейшем будем считать, что каждая вершина из A_1 является объектом контроля.
- A_2 — множество мест, где размещены базовые станции. В дальнейшем вершину из A_2 будем идентифицировать не только как место размещения, но и как соответствующую станцию.

По определению:

$$A_1 \cup A_2 = \emptyset;$$

$$A_1 \cap A_2 = A.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Каждой вершине из A_2 приписаны три параметра $s_i = \{r_i, R_{ij}, \vartheta_i\}$, где:

- r_i – максимальный радиус покрытия станции. Параметр, который характеризует зону охвата территории каждой станцией;
- R_{ij} – максимальный радиус связи между i -ой и j -ой станциями. Параметр характеризует расстояние, на котором обеспечивается связь между станциями;
- ϑ_i – максимальный объем информации в единицу времени, который может быть получен от объектов, обслуживаемых станцией.

Также задана вершина специального вида (шлюз) $s_0 = \{r_0, R_0, \vartheta_0\}$ с координатами $\{x_0, y_0\}$. По условию задачи величина ϑ_0 больше суммы величин ϑ_i у всех вершин множества A_1 .

Задано условие, что со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества A_2 .

Требуется проверить, что при заданных наборе и размещении станций вся имеющаяся информация с объектов (множество A_1) может быть собрана и передана системой станций (множество A_2) до шлюза s_0 .

Сформулируем задачу в виде модели ЛП.

Составим граф $H = \{A, E\}$ для возможного потока информации между вершинами множества $A = A_1 \cup A_2$. По определению, каждой вершине из A_2 соответствует свой набор параметров $\{r_i, R_i, \vartheta_i\}$. Матрица смежности $E = \{e_{ij}\}$ графа H строится по следующим правилам:

- $e_{ij} = 1$, если расстояние между i -ым объектом ($a_i \in A_1$) и j -ым местом размещения станции ($a_j \in A_2$) не более радиуса покрытия для станции соответствующего этой вершине типа;
- $e_{ij} = 1$, если расстояние между i -ым местом размещения ($a_i \in A_2$) и j -ым местом размещения ($a_j \in A_2$), не более радиуса связи той станции, у которой радиус связи не больше радиуса связи другой станции;
- $e_{i0} = 1$, если расстояние от вершины $a_i \in A_2$ до шлюза не более R_i ;

– $e_{ij} = 0$, во всех остальных случаях.

Введем переменные $x_{ij} \geq 0$. Это искомое количество информации, передаваемой в единицу времени по дуге e_{ij} графа H . Распишем условия для нашей задачи. Величина суммарного потока, который выходит с объекта равен весу ϑ_i :

$$\sum_{a_j \in \Gamma^+(a_i)} x_{ij} = \vartheta_i, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}, \quad (3.1)$$

где $\Gamma^+(a_i)$ – множество вершин на графе H , в которые входят дуги, исходящие из вершины a_i .

Сумма входящих и выходящих потоков для любой i -ой вершины множества A_2 равна нулю:

$$\sum_{a_j \in \Gamma_1^-(a_i)} x_{ij} + \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ji} - \sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} x_{ij} = 0, \forall a_i \in A_2. \quad (3.2)$$

Здесь множество $\Gamma_1^-(a_i)$ – вершины множества A_1 , из которых выходят дуги, входящие в вершину a_i , $\Gamma_2^-(a_i)$ – вершины множества A_2 , из которых выходят дуги, входящие в вершину a_i , $\Gamma_2^+(a_i)$ – вершины множества A_2 , в которые входят дуги, исходящие из вершины a_i .

Через систему станций вся информация от объектов должна поступить на шлюз s_0 :

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i; \quad (3.3)$$

Объем информации, поступающей с других вершин на станцию, если она размещена на j -ой вершине, ограничен мощностью станции ϑ_j :

$$\sum_{a_j \in \Gamma^-(a_i)} x_{ji} \leq \vartheta_j, \forall a_j \in A_2 D. \quad (3.4)$$

Для нахождения допустимого решения задачи (3.1) — (3.4) (или доказательства, что допустимого решения не существует) может быть применена стандартная процедура нахождения допустимого решения задачи линейного программирования с вводом искусственных переменных в уравнения (3.1) — (3.4) и минимизации состоящей из этих переменных линейной формы. Если значение целевой функции в результате решения задачи окажется больше нуля, то допустимого решения для данного размещения станций не существует,

в противном случае полученное решение дает допустимое распределение потоков по каналам связи.

3.2 Оптимизационная задача выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения

Постановка задачи.

Задано множество вершин $A = a_i, i = \overline{0, n}$ на плоскости. Каждая вершина a_i имеет координаты $\{x_i, y_i\}$. Множество A состоит из двух подмножеств:

- A_1 – множество вершин, с которых необходимо собирать информацию. Каждой вершине a_i приписана величина v_i – максимальный объем информации, снимаемой с объекта, расположенного на этой вершине;
- A_2 – множество возможных мест размещения базовых станций.

По определению

$$A_1 \cup A_2 = A;$$

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Задано множество типов базовых станций $S = \{s_j\}, j = \overline{1, m}$, которые необходимо разместить на множестве точек A_2 .

Каждой станции приписаны четыре параметра $s_j = \{\{r_{ji}\}, \{R_{ji}\}, \vartheta_j, c_j\}$, где:

- r_{ji} – максимальная дальность связи для обеспечения соединения между j -ой станцией и объектом, размещенный в координате $a_i, j = \overline{n_1 + 1, n}, i = \overline{1, n_1}$. Данный параметр характеризует радиус покрытия станции;
- R_{ji} – радиус связи между j -ой и i -ой станциями. Параметр характеризует максимальную дальность связи j -ой станции, обеспечивающее

заданное качество соединения с i -ой станцией, $j = \overline{n_1 + 1, n}$, $i = \overline{n_1 + 1, n}$, $j \neq i$;

- ϑ_j – пропускная способность;
- c_j – стоимость.

Задана станция специального вида (шлюз) $s_0 = \{r_0, \{R_{0j}\}, \vartheta_0, c_0\}$ с координатами $\{x_0, y_0\}$. Шлюз уже имеет свое расположение, стоимость размещения $c_0 = 0$. Для шлюза задан параметр радиус связи $\{R_{0j}\}$, $j = \overline{n_1 + 1, n}$ для соединения с размещаемыми БС. Полагается, что шлюз не имеет соединения напрямую с объектами $r_0 = 0$. Также будем считать, что шлюз s_0 позволяет собрать данные со всех объектов, размещенных в точках a_i , $i = \overline{1, n_1}$, в данной постановке задачи пропускная способность равна $\vartheta_0 = \infty$.

Множества вершин A_1 будем идентифицировать как размещенные на них объекты. Множества верише A_2 , на которых будут размещены БС, будем рассматривать, непосредственно, как сами БС.

Требуется разместить станции таким образом, чтобы вся информация с объектов на вершинах множества A_1 могла быть собрана и передана системой БС, размещенных на выбранных в результате решения задачи в вершинах множества A_2 , до шлюза s_0 и итоговая стоимость размещения была бы минимальной.

Задано условие, что информация с вершин множества A_1 может передаваться непосредственно только на вершины множества A_2 , а со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества A_2 .

3.2.1 Построение матрицы смежности

На этапе обследования местности проектировании БШС были отобраны точки, куда возможно расставить БС. Необходимо отметить, что в данной задаче этапа синтеза топологии размещаются не множества имеющихся БС, а выбираются только их типы. Так результатом данного этапа будут набор типов БС и их места размещения.

На каждой вершине a_i , $i = \overline{n_1 + 1, n}$ может разместиться одна из m -типов БС. Вместо каждой такой вершины a_i введем m вершин с координатами вершины $\{x_i, y_i\}$, и различными параметрами, соответствующими различным типам

станций. Обозначим такую группу вершин, записанных с одинаковыми координатами вместо вершины a_i , как D_i . Каждой вершине из D_i поставим в соответствие набор параметров только одного типа станции из S , т.е. на данной вершине может стоять либо станция приписанного типа либо никакая. Обозначим расширенное множество вершин A_2 через A_2D .

Составим граф $H = \{AD, E\}$, описывающий сеть для передачи потока информации между вершинами расширенного множества $AD = A_1 \cup A_2D$ и шлюзом. Матрица смежности $E = \{e_{ij}\}$ графа H строится по следующим правилам.

- $e_{ij} = 1$, если расстояние между i -ой вершиной ($a_i \in A_1$) и j -ой вершиной ($a_j \in A_2D$) не более радиуса покрытия, приписанного этой вершине;
- $e_{ij} = 1$, если вершины a_i и a_j принадлежат разным множествам D_i и D_j и расстояние между ними не более радиуса связи той вершины, у которой радиус связи не больше радиуса связи другой вершины;
- $e_{i0} = 1$ ($a_i \in A_2D$), если расстояние от вершины до шлюза не более R_i ;
- $e_{ij} = 0$, во всех остальных случаях.

3.2.2 Математическая модель частично целочисленного линейного программирования

Введем потоковые переменные $x_{ij} \geq 0$.

Распишем условия для нашей задачи. Величина суммарного потока, который выходит с вершины a_i равен весу ϑ_i (3.5)

$$\sum_{a_j \in \Gamma^+(a_i)} x_{ij} = \vartheta_i, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}; \quad (3.5)$$

где $\Gamma^+(a_i)$ – множество вершин на графе H , в которые входят дуги, исходящие из вершины a_i .

Сумма входящих и исходящих потоков для любой i -ой вершины множества A_2D равна нулю (3.6)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_1^-(a_i)} x_{ij} + \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ji} - \sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} x_{ij} = 0, \forall a_i \in A_2. \quad (3.6)$$

Здесь множество $\Gamma_1^-(a_i)$ – вершины множества A_1 , из которых выходят дуги, входящие в вершину a_i , $\Gamma_2^-(a_i)$ – вершины множества A_2D , из которых выходят дуги, входящие в вершину a_i , $\Gamma_2^+(a_i)$ – вершины множества A_2D , в которые входят дуги, исходящие из вершины a_i .

Через систему станций вся информация от объектов должна поступить на шлюз s_0

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i. \quad (3.7)$$

Здесь $\Gamma_2^-(a_0)$ – подмножество вершин множества A_2D , дуги которых входят в шлюз a_0 .

Введем булевы переменные y_i для вершин a_i , $a_i \in A_2D$

- $y_i = 1$, если станция стоит на месте a_i ;
- $y_i = 0$, в противном случае.

Объем информации, поступающей от вершин множества A_1 на вершину $a_i \in A_2D$, ограничен мощностью станции ϑ_i (3.8)

$$\sum_{a_j \in \Gamma^-(a_i)} x_{ji} \leq y_i \cdot \vartheta_i, \forall a_i \in A_2D. \quad (3.8)$$

На множестве D_i может быть размещено не более одной станции (3.9)

$$\sum_{a_j \in D_i} y_j \leq 1, \forall D_i. \quad (3.9)$$

Целевая функция

$$\sum_{a_i \in A_2D} c_i \cdot y_i \rightarrow \min. \quad (3.10)$$

Задача (3.5) – (3.10) представляет собой частично целочисленную задачу линейного программирования с $m \cdot |A_2|$ булевыми переменными.

Численный пример решения задачи оптимизации представлен в Приложении Г.

3.3 Выводы к главе 3

В работе рассмотрены задачи размещения базовых станций при проектировании беспроводных широкополосных сетей связи. Предложены формулировки задач в виде моделей линейного и частично целочисленного линейного программирования как для случая проверки наличия допустимых решений для вариантов, предложенных проектировщиками, так и для экстремальной задачи отбора множества станций из имеющегося набора типов станций и оптимального размещения станций выбранного множества на избыточном множестве возможных мест размещения. Предложены алгоритмы построения графов информационных потоков, позволившие формализовать задачи в виде соответствующих моделей математического программирования. Приведены результаты вычислительного эксперимента.