

Оглавление

	Стр.
Введение	3
Глава 1. Внедрение БШС на нефтегазовых месторождениях . .	8
1.1 Этапы проектирования БШС	10
1.2 Анализ современных беспроводных широкополосных технологий передачи данных	12
1.2.1 Ячеистые сенсорные сети с низкоскоростным трафиком .	13
1.2.2 Сети дальнего радиуса действия с высокоскоростным трафиком	16
1.2.3 Выбор протокола беспроводной широкополосной сети для решения задачи синтеза топологий	21
1.3 Определение параметров БШС, необходимых для решения задач размещения базовых станций	22
1.3.1 Энергетический потенциал канала связи	23
1.3.2 Модель потерь в свободном пространстве	25
1.3.3 Модель распространения SUI	26
1.3.4 Модель двух лучевого распространения	28
1.3.5 Расчет параметров БС, необходимых для задачи оптимизации	29
1.4 Оценка характеристик производительности сети с помощью стохастических моделей массового обслуживания	30
1.4.1 Время передачи пакета в канале	30
1.4.2 Расчет межконцевой задержки	33
1.5 Выводы	37
Глава 2. Размещения базовых станций БШС для покрытия линейной территории	39
2.1 Актуальность внедрения БШС для телекоммуникационного покрытия линейного участка	39

2.2	Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде задачи целочисленного линейного программирования	44
2.2.1	Постановка задачи	45
2.2.2	Модель целочисленного линейного программирования . . .	46
2.3	Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме	51
2.3.1	Постановка задачи	52
2.3.2	Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве Γ .	54
2.3.3	Метод ветвей и границ для задачи размещения БС	57
2.3.4	Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС	62
2.4	Сравнительная оценка полученных моделей	64
2.5	Выводы	68
Глава 3. Размещение базовых станций БШС для обслуживания множества рассредоточенных объектов .		72
3.1	Актуальность внедрения БШС для обслуживания рассредоточенных объектов на месторождении	72
3.2	Математическая модель задачи проверки допустимого решения при заданных местах размещения станций.	73
3.2.1	Постановка задачи	74
3.2.2	Модель линейного программирования	75
3.3	Математическая модель оптимальной задачи выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения	81
3.3.1	Постановка задачи.	81
3.3.2	Модель частично целочисленного линейного программирования	83
3.4	Выводы	86
Заключение		86
Список сокращений и условных обозначений		88

	Стр.
Словарь терминов	89
Список литературы	90
Список рисунков	90
Список таблиц	91
Приложение А. Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4	92
Приложение Б. Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи целочисленного линейного программирования	93
Приложение В. Метод ветвей и границ на примере задачи размещени двух базовых станций	96
Приложение Г. Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме	101
Приложение Д. Численный пример оптимального размещения базовых станций для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов	105

Глава 3. Размещение базовых станций БШС для обслуживания множества рассредоточенных объектов

В данной главе будут представлены модели задачи синтеза топологии при развертывании БШС на плоскости для телекоммуникационного покрытия множества рассредоточенных объектов.

3.1 Актуальность внедрения БШС для обслуживания рассредоточенных объектов на месторождении

Построение современной инфраструктуры передачи информации для обслуживания множества объектов промышленного или гражданского назначения, рассредоточенных на некоторой территории, является актуальной задачей при создании единой систем контроля и управления указанными объектами. Создание такой инфраструктуры позволяет обеспечить оперативный контроль и управление объектами путем передачи необходимой информации с сенсоров и датчиков объектов в соответствующий внешнее приемное устройство. Для создания подобной инфраструктуры эффективно используются сети широкополосной беспроводной связи, необходимым этапом проектирования которых является решение задачи определения мест размещения базовых станций [1].

В работе [2] предложен новый протокол сенсорной сети на базе IEEE 802.11 для мониторинга случаев загрязнений углеводородами. В работе [3] исследуются различные протоколы сенсорных сетей для мониторинга над газораспределительной сети. Вся сеть разделена на более мелкие, управляемые сегменты, каждый из которых имеет свою базовую станцию для отправки пакетов в центральный пункт управления. В [4] решают задачу размещения мощностей с помощью генетического алгоритма. Авторы занимаются развертыванием устройств распределенных вычислений, серверов, вблизи устройств конечных пользователей. Связующим звеном между конечным пользователем и сервером являются базовые станции.

В настоящей работе строятся и исследуются две математические модели задач размещения базовых станций, которые применимы на этапе синтеза

топологии сети в процессе комплексного проектирования мультимедийных сетей. Предлагается модель для проверки существования допустимого решения при условии выполнении технологических ограничений для предложенной на предыдущих этапах схемы расстановки станций и модель для оптимизационной задачи. Оптимизационная задача состоит в выборе множества станций из заданного набора типов станций с различными характеристиками и их расстановки на избыточном множестве возможных мест размещения. В поставленной задаче рассматривается задача обслуживания объектов, расположение которых задано их координатами на плоскости. Особенностью такой задачи в широком классе задач оптимального размещения мощностей является наличие условия на наличие информационной связи между станциями и внешним приемным устройством (шлюзом), выполнение которого гарантирует поступление всей информации с контролируемых объектов в центр управления.

Предложена задача оптимального размещения базовых станций, принадлежащая к широкому классу задач размещения мощностей (Location Allocation Problem). В рамках широкого класса задач размещения мощностей в данных задачах размещения присутствуют специфика на связь между всеми узлами сети.

3.2 Математическая модель задачи проверки допустимого решения при заданных местах размещения станций.

Модели задачи оптимизации, которые исследуются в диссертации, предлагается использовать при проектировании БШС на этапе синтеза топологии. После ввода в эксплуатацию сети часто требуется модернизировать, так как любое производство непрерывно развивается. Со временем, телекоммуникационную сеть требует усовершенствование своей инфраструктуры: масштабирование с целью увеличения покрытия сети, демонтаж оборудования, смена протоколов и т.д. Любое изменение приводит к тому, что необходимо провести качество обслуживания сети QoS, надежность и в целом проверить возможно ли обеспечить телекоммуникационное покрытие будущей сети. В данном параграфе будет представлена задача оптимизации при уже заданных размещения базовых станций. В такой постановке возможность сбора такой информации с множе-

ства рассредоточенных объектов и поиска кратчайшего пути передачи пакетов от множества объектов к шлюзу через множества размещенных станций.

3.2.1 Постановка задачи

Задано множество узлов БШС рассредоточенных на плоскости. Все множество можно разбить на две категории:

- объекты, с которых необходимо собирать информацию, являются оконечными узлами сети;
- станции для сбора и передачи на шлюз данных с объектов, являются промежуточными узлами сети;

Под объектом понимается любое устройство с антенной для передачи пакетов в канале. К ним можно отнести измерительные устройства, шлюзы сенсорных сетей и т.д. В частности, объектами могут быть любые стационарные абонентские устройства сети 802.11n.

Задано множество вершин $A = \{a_i\}, i = \overline{0, n}$ на некоторой территории. Каждая вершина a_i имеет координаты $\{x_i, y_i\}$.

Множество A состоит из двух подмножеств:

- A_1 — множество вершин, соответствующее объектам; с которых необходимо собирать информацию.
- A_2 — множество мест, где размещены базовые станции. В дальнейшем вершину из A_2 будем идентифицировать не только как место размещения, но и как соответствующую станцию.

С вершин A_1 необходимо собирать информацию. Каждой вершине $a_i \in A_1$ приспана величина v_i — максимальный объем информации в единицу времени, который генерирует расположенный на этой вершине объект. В дальнейшем будем считать, что каждая вершина из A_1 является, непосредственно, объектом. В дальнейшем вершины $a_i \in A_2$ будем идентифицировать не только как место размещения, но и как соответствующую станцию.

По определению:

$$A_1 \cup A_2 = \emptyset;$$

$$A_1 \cap A_2 = A.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Каждой станции, размещенной на вершине множества A_2 приписаны три параметра $s_i = \{\{r_{ij}\}, \{R_{ij}\}, \vartheta_i\}$, где:

- $\{r_{ij}\}$ – множество радиусов телекоммуникационного покрытия станции. Параметр r_{ij} характеризует дальность связи между станцией размещенной в вершине $a_i, a_i \in A_2$ и объектом в вершине $a_j, a_j \in A_1$;
- $\{R_{ij}\}$ – множество радиусов связи станции. Параметр R_{ij} характеризует дальность связи между станциями s_i и $s_j, i = \overline{n_1 + 1, n}, j = \overline{n_1 + 1, n}, i \neq j$;
- ϑ_i – объем информации в единицу времени, который может быть получен от объектов, обслуживаемых станцией.

Также станция специального вида – шлюз $s_0 = \{\{R_{0j}\}, \vartheta_0\}$, размещенная на вершине a_0 с координатами $\{x_0, y_0\}$. Данная станция не имеет телекоммуникационного покрытия и служит для сбора всей информации в сети. По условию задачи величина ϑ_0 больше суммы величин ϑ_i всех вершин множества A_1 .

Задано условие, со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества A_2 , то есть только станции.

Требуется проверить, что при заданных наборе и размещении станций на множества A_2 вся имеющаяся информация с объектов множества A_1 может быть собрана и передана системой станций до шлюза s_0 .

3.2.2 Модель линейного программирования

Перед тем как приступить к задаче оптимизации, необходимо подготовить правила составления графа сети, в соответствии с постановкой задачи.

Построение матрицы смежности

Составим граф $H = \{A, E\}$ для возможного потока информации между вершинами множества $A = A_1 \cup A_2$. По определению, каждой вершине $a_i \in A_2$ соответствует станция s_i со своим набором параметров $s_i = \{\{r_{ij}\}, \{R_{ij}\}, \vartheta_i\}$.

Матрица смежности $E = \{e_{ij}\}$ графа H строится по следующим правилам:

- $e_{ij} = 1$, если расстояние между i -ым объектом вершины $a_i \in A_1$ и j -ой станцией, размещенной на вершине $a_j \in A_2$ не более радиуса покрытия для станции соответствующего этой вершине типа;
- $e_{ij} = 1$, если расстояние между i -ой станцией на вершине $a_i \in A_2$ и j -ой станцией на вершине $a_j \in A_2$, не более минимального из радиусов связей этих станций;
- $e_{i0} = 1$, если расстояние от вершины $a_i \in A_2$ до шлюза не более минимального из радиусов связей станции и шлюза;
- $e_{ij} = 0$, во всех остальных случаях.

Формулировка в виде задачи линейного программирования

С помощью полученной матрицы смежности, необходимо подготовить условия ограничения для величины потока в каналах.

Введем переменные $x_{ij} \geq 0$, определяющее количество информации, передаваемой в единицу времени по дуге e_{ij} графа H .

Каждый объект множества A_1 генерирует пакеты объемом ϑ_i в единицу времени. Для канала $e_{ij}, i = \overline{1, n_1}, j = \overline{n_1 + 1, n}$ величина потока равна весу ϑ_i :

$$\sum_{a_j \in \Gamma^+(a_i)} x_{ij} = \vartheta_i, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}, \quad (3.1)$$

где $\Gamma^+(a_i)$ – множество вершин на графе H , в которые входят дуги, исходящие из вершины a_i .

Для каждой вершины $a_i, a_i \in A_2$ необходимо обеспечить выполнения условия баланса между потоком входящем в эту вершину от объектов множества

A_1 , а также других станций множества A_2 и выходящего потока из данной вершины.

Сумма входящих и выходящих потоков для любой вершины a_i множества A_2 должна быть равна нулю:

$$\sum_{a_j \in \Gamma_1^-(a_i)} x_{ji} + \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ji} - \sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} x_{ij} = 0, \forall a_i \in A_2. \quad (3.2)$$

Здесь множество $\Gamma_1^-(a_i)$ – вершины множества A_1 , из которых выходят дуги, входящие в вершину a_i , $\Gamma_2^-(a_i)$ – вершины множества A_2 , из которых выходят дуги, входящие в вершину a_i , $\Gamma_2^+(a_i)$ – вершины множества A_2 , в которые входят дуги, исходящие из вершины a_i .

Необходимо чтобы на выходе сети собирался весь трафик. Через систему станций на вершинах $a_j, a_j \in A_2$, вся информация от объектов на вершинах $a_i, a_i \in A_1$ поступала на шлюз s_0 :

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i; \quad (3.3)$$

Поток объема информации в каналах ограничен сверху. В случае каналов передачи от объектов на вершинах A_1 до станций на вершинах A_2 поток ограничен объемом сгенерированного трафика на объекте ϑ_i :

$$x_{ij} \leq \vartheta_i, \forall a_i \in A_1, a_j \in A_2. \quad (3.4)$$

Объем информации входящий на станцию на вершине $a_j, a_j \in A_2$ ограничен пропускной способностью ϑ_j станции :

$$\sum_{a_i \in \Gamma^-(a_j)} x_{ij} \leq \vartheta_j, \forall a_j \in A_2. \quad (3.5)$$

Если к системе уравнений ограничений (3.1) — (3.5) добавить целевую функцию

$$\sum_{(a_i, a_j) \in A} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (3.6)$$

где c_{ij} – стоимость потока в ребре, тогда данная модель является задачей о потоке минимальной стоимости. Задача о потоке минимальной стоимости играет одну из основных ролей в области оптимизации сетей [5]. Она используется

для нахождения минимальной стоимости потока с множества узлов поставок до множества узлов потребителей в направленном графе с ограничениями на пропускную способность и целевой функцией стоимости, зависящей от пути потока в графе. Задача имеет широкий спектр приложений в различных областях: задачах транспортировки, расписания, ресурсного планирования, телекоммуникации, проектировании сетей и маршрутизации [5, 6, 7].

С момента публикации Данцигом симплекс-метода [8], изначально разработанного для задач транспортировки, были получены много новых усовершенствованные моделей, большой обзор метод представлен автором в [5]. Одним из популярных методов решения является сетевой симплекс-метод, который представляет собой версию хорошо известного симплекс метода ЛП, использующий графовое представление задачи о потоке минимальной стоимости. Метод симплекс-типа применяется для решения задач потока минимальной стоимости. Сетевой симплекс алгоритм с наилучшей стоимостью был разработан Орлином [9] в сочетании с древовидной структурой данных Тарьяна [10]. Алгоритм симплекс-метода основана на концепции нахождения минимального остовного дерева. Более подробно алгоритм нахождения решения в виде остовного дерева представлен в работах [6, 5, 11, 7].

Для нахождения допустимого решения задачи (3.1) — (3.6) (или доказательства, что допустимого решения не существует) можно найти возможный граф передачи потока информации от объектов до шлюза, если ввести единичные стоимости c_{ij} передачи потока w_{ij} по ребру e_{ij} задача (3.1) — (3.6) является задачей поиска кратчайшего пути от передачи информации к шлюзу.

проверить эту задачу

Пример решения задачи ЛП

На рисунке 3.1 представлен пример заданного размещения базовых станций. Задано множество рассредоточенных объектов $A_1, |A_1| = 5$. Задано множество базовых станций и точки их размещения $A_2, |A_2| = 3$. Координаты множества $A, A = A_1 \cup A_2$ представлены в таблице 5 и мощности узлов сети представлены в таблице 6. Необходимо проверить, возможно ли при данном

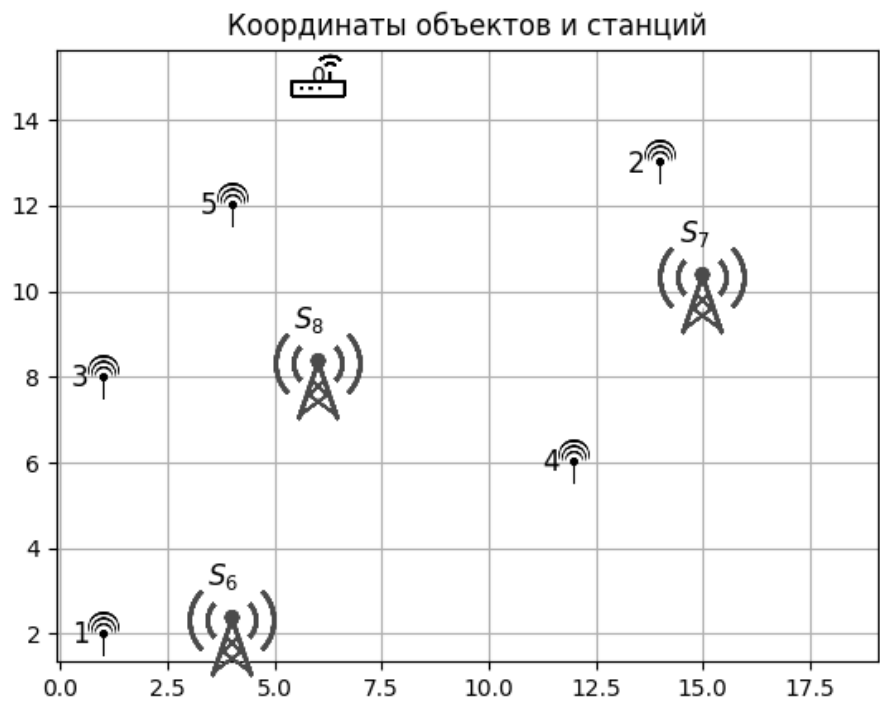


Рисунок 3.1 — Заданное размещение.

наборе базовых станций собрать всю информации с объектов и передать ее на шлюз s_0 , размещенной в точке a_0 .

a_0	(6, 15)	Координаты шлюза
a_1	(1, 2)	Координаты объектов
a_2	(14, 13)	
a_3	(1, 8)	
a_4	(12, 6)	
a_5	(4, 12)	
a_6	(4, 2)	Координаты размещения станций
a_7	(15, 10)	
a_8	(6, 8)	

Таблица 5 — Координаты вершин

ϑ_0	ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3	ϑ_4	ϑ_5	ϑ_6	ϑ_7	ϑ_8
∞	11	12	13	14	15	110	120	130

Таблица 6 — Мощности узлов графа

По паспортным характеристиками оборудования и уравнениями представленными в разделе ?? были получены параметры станции: радиус телекоммуникационного покрытия r_{ij} и радиус связи между станциями R_{ij} . С помощью этих параметров была получена матрица смежности E граф потока H (таблица 7).

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
a_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
a_2	0	0	0	0	0	0	0	1	1
a_3	0	0	0	0	0	0	1	0	1
a_4	0	0	0	0	0	0	0	1	1
a_5	0	0	0	0	0	0	0	0	1
a_6	0	0	0	0	0	0	0	0	1
a_7	1	0	0	0	0	0	0	0	1
a_8	1	0	0	0	0	0	1	1	0

Таблица 7 — Матрица смежности графа потока H

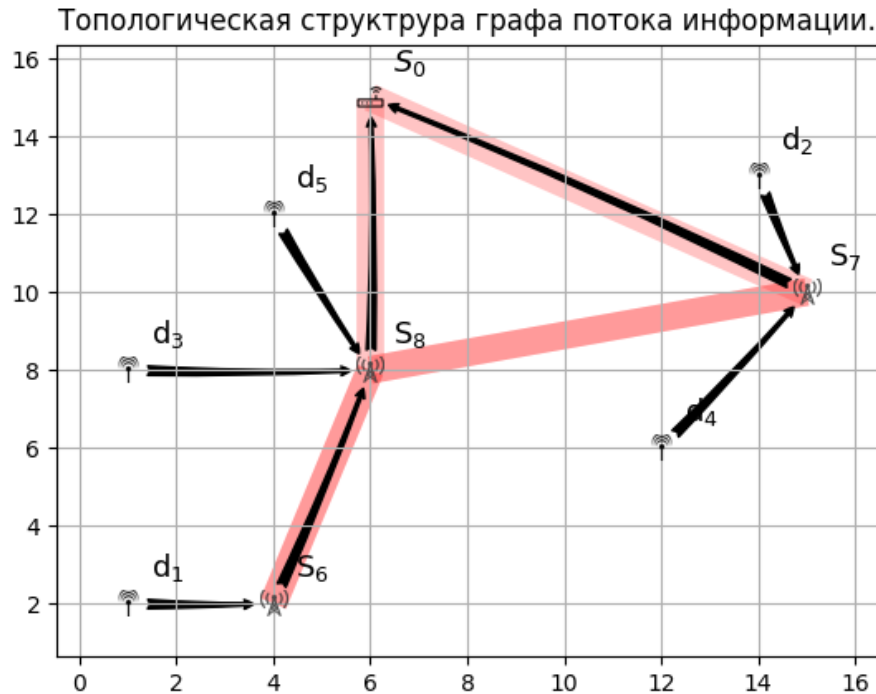


Рисунок 3.2 — Допустимое решение.

Теперь можно решить задачу ЛП (3.1) — (3.6). На рисунке 3.2 представлен полученный граф допустимого решения. Жирными линиями представлена те-

телекоммуникационная связь между объектами и станциями. Стрелками указан полученный граф потока информации от объектов до шлюза. [проверить текст](#)

3.3 Математическая модель оптимальной задачи выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения

В данном параграфе будет представлена оптимизационная задача размещения типов базовых станций БШС для обеспечения телекоммуникационного покрытия рассредоточенных объектов. Задача имеет ту же постановку как для модели ЛП, теперь только множество вершин A_2 задаются свободными. Необходимо разместить базовые станции из заданного множества типов станция для развертывания БШС на плоскости.

3.3.1 Постановка задачи.

Задано множество вершин $A = \{a_i\}$, $i = \overline{0, n}$ на некоторой территории. Каждая вершина a_i имеет координаты $\{x_i, y_i\}$. Множество A состоит из двух подмножеств:

- A_1 – множество вершин, с которых необходимо собирать информацию;
- A_2 – множество возможных мест размещения базовых станций.

Каждой вершине a_i приписана величина v_i – максимальный объем информации, снимаемой с объекта, расположенного на этой вершине.

По определению

$$A_1 \cup A_2 = A;$$

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Задано множество типов базовых станций $S = \{s_j\}$, $j = \overline{1, m}$, которые необходимо разместить на множестве точек A_2 .

Каждому типу станции приписаны четыре параметра $s_j = \{\{r_{ji}\}, \{R_{ji}\}, \vartheta_j, c_j\}$, где:

- $\{r_{ji}\}$ – множество радиусов покрытия. Параметр r_{ji} характеризует телекоммуникационную связь для обеспечения соединения между j -ой станцией и объектом, размещенный в координате a_i , $j = \overline{n_1 + 1, n}$, $i = \overline{1, n_1}$;
- $\{R_{ji}\}$ – радиус связи между j -ой и i -ой станциями. Параметр характеризует максимальную дальность связи j -ой станции, обеспечивающее заданное качество соединения с i -ой станцией, $j = \overline{n_1 + 1, n}$, $i = \overline{n_1 + 1, n}$, $j \neq i$;
- ϑ_j – пропускная способность;
- c_j – стоимость.

Задана станция специального вида (шлюз) $s_0 = \{\{R_{0j}\}, \vartheta_0\}$ с координатами $\{x_0, y_0\}$. Шлюз уже имеет свое расположение, стоимость размещения $c_0 = 0$. Параметр шлюза $\{R_{0j}\}$, $j = \overline{n_1 + 1, n}$ радиус связи необходим для соединения с размещаемыми станциями. Полагается, что шлюз не имеет соединения напрямую с объектами. По шлюзу s_0 позволяет собрать данные со всех объектов, размещенных в точках a_i , $i = \overline{1, n_1}$, в данной постановке задачи пропускная способность шлюза равна $\vartheta_0 = \infty$.

Множества вершин A_1 будем идентифицировать как размещенные на них объекты. Множества вершин A_2 , на которых будут размещены станции, будем рассматривать, непосредственно, как сами базовые станции.

Требуется разместить станции таким образом, чтобы вся информация с объектов на вершинах множества A_1 могла быть собрана и передана системой БС, размещенных на выбранных в результате решения задачи в вершинах множества A_2 , до шлюза s_0 и итоговая стоимость размещения была бы минимальной.

Задано условие, что информация с вершин множества A_1 может передаваться непосредственно только на вершины множества A_2 , а со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества A_2 .

3.3.2 Модель частично целочисленного линейного программирования

На этапе обследования местности проектировании БШС были отобраны точки, куда возможно расставить БС. Необходимо отметить, что в данной постановке на этапе синтеза топологии, рассматривается более общий случай, когда размещаются не множества имеющихся базовый станций, а выбирают их типы. Так результатом данного этапа будут набор типов станций и их места размещения.

Построение матрицы смежности

На каждой вершине a_i , $i = \overline{n_1 + 1, n}$ может разместиться одна из m -типов БС. Вместо каждой такой вершины a_i введем m вершин с координатами вершины $\{x_i, y_i\}$, и различными параметрами, соответствующими различным типам станций. Обозначим такую группу вершин, записанных с одинаковыми координатами вместо вершины a_i , как D_i . Каждой вершине из D_i поставим в соответствие набор параметров только одного типа станции из S , т.е. на данной вершине может стоять либо станция приписанного типа либо никакая. Обозначим расширенное множество вершин A_2 через $A_2D = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n \cdot m}$.

Составим граф $H = \{AD, E\}$, описывающий сеть для передачи потока информации между вершинами расширенного множества $AD = A_1 \cup A_2D$ и плюзом s_0 в вершине a_0 . Матрица смежности $E = \{e_{ij}\}$ графа H , где каждое ребро e_{ij} определяет возможность передачи информации между вершинами, строится по следующим правилам. **проверить индексы для ребра между устройством и станцией.**

- $e_{ij} = 1$, если расстояние между i -ой вершиной ($a_i \in A_1$) и j -ой вершиной ($a_j \in A_2D$) не более радиуса покрытия r_{ji} , приписанного этой вершине станции;
- $e_{ij} = 1$, если вершины a_i и a_j принадлежат разным множествам D_i и D_j и расстояние между ними не больше минимального из радиусов связи $\min\{R_{ij}, R_{ji}\}$, приписанных данным вершинам станциям;

- $e_{i0} = 1$ ($a_i \in A_2D$), если расстояние от вершины до шлюза не больше минимального радиуса связей $\min\{R_{i0}, R_{0i}\}$;
- $e_{ij} = 0$, во всех остальных случаях.

Формулировка в виде ЧЦЛП

С помощью полученного графа потока, опишем ограничения для задачи частично целочисленного линейного программирования (ЧЦЛП).

Введем булевы переменные $z_{ij} = \{0, 1\}$, $i = \overline{1, n_1}, j = \overline{n_1 + 1, n \cdot m}$, определяющее наличие соединения между объектом в точке $a_i, a_i \in A_1$ и станцией, размещенной в точке $a_j, a_j \in A_2D$.

Все объекты, размещенные на вершинах A_1 , оснащены антеннами для передачи сигнала в беспроводной среде. Каждая объект одновременно может поддерживать соединение только с одной БС. Данное условие можно записать в виде ограничения равенства (3.7)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} z_{ij} = 1, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}, \quad (3.7)$$

где $\Gamma^+(a_i)$ – множество вершин на графе H , в которые входят дуги, исходящие из вершины a_i .

Введем потоковые переменные $x_{ij} \in \mathbb{R}^+$, определяющее количество информации, передаваемой в единицу времени по дуге e_{ij} графа H .

Потоки информации объектов с вершин A_1 должны поступать на станции. Также на станции может поступать потоки с других станций. Необходимо, чтобы сумма входящих и исходящих потоков для любой j -ой вершины множества A_2D был равен нулю (3.8) **проверить индексы**

$$\sum_{a_i \in \Gamma_1^-(a_j)} z_{ij} \cdot \vartheta_i + \sum_{a_i \in \Gamma_2^-(a_j)} x_{ij} - \sum_{a_i \in \Gamma_2^+(a_j)} x_{ji} = 0, \forall a_j \in A_2. \quad (3.8)$$

Здесь множество $\Gamma_1^-(a_i)$ – вершины множества A_1 , из которых выходят дуги, входящие в вершину a_i , $\Gamma_2^-(a_i)$ – вершины множества A_2D , из которых выходят дуги, входящие в вершину a_i , $\Gamma_2^+(a_i)$ – вершины множества A_2D , в которые входят дуги, исходящие из вершины a_i .

Через систему станций вся информация от объектов должна поступить на шлюз s_0 (3.9)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i, \quad (3.9)$$

здесь $\Gamma_2^-(a_0)$ — подмножество вершин множества A_2D , дуги которых входят в шлюз a_0 .

Введем булевы переменные $y_{ij} = \{0,1\}$ для потока x_{ij} , исходящего из вершины a_i , $a_i \in A_2D$ в вершину a_j , $a_j \in A_2D$. Данная переменная характеризует наличие соединения между вершинами.

Поток информации w_{ij} между вершинами множества A_2D может передаваться только при наличии соединения y_{ij} . Также данный поток ограничен пропускной способностью ϑ_i базовой станции (3.10)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ij} \leq y_{ij} \cdot \vartheta_i, \forall a_i \in A_2D. \quad (3.10)$$

Каждая станция может иметь только одно соединение для передачи потока информации в единицу времени. Необходимо обеспечить условие, что в каждом множестве D_i может быть размещено не более одной станции. Оба этих требования можно записать в виде ограничения неравенства (3.11)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} y_{ij} \leq 1, \forall D_i. \quad (3.11)$$

Целевая функция задачи минимизации стоимости размещения (3.12)

$$\sum_{a_i \in A_2D} \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} c_i \cdot y_{ij} \rightarrow \min. \quad (3.12)$$

Задача (3.7) — (3.12) представляет собой частично целочисленную задачу линейного программирования с $m \cdot |A_2|$ булевыми переменными.

Пример решения задачи ЧЦЛП

Таблица 8 — Матрица смежности

		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	s_1 a_9	s_2 a_9	s_1 a_{10}	s_2 a_{10}	s_1 a_{11}	s_2 a_{11}	s_1 a_{12}	s_2 a_{12}	s_1 a_{13}	s_2 a_{13}
--	--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	----------------	----------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

3.4 Выводы

В работе рассмотрены задачи размещения базовых станций при проектировании беспроводных широкополосных сетей связи для покрытия множества рассредоточенных объектов.

- Предложена формулировка задачи в виде математической модели линейного программирования при заданных мест размещения станция для проверки условия допустимой передачи потока от множества объектов до точки корневого узла сети;
- Предложена математическая модель экстремальной задачи в виде частично целочисленного линейного программирования оптимального размещения станций из имеющегося набора типов станций на избыточном множестве возможных мест размещения;
- Предложены алгоритмы построения графа информационных потоков, позволяющий формализовать задачи в виде соответствующих моделей математического программирования.

В Приложении Д приведены результаты вычислительного эксперимента. Результаты исследования по данной главе были опубликованы в [12, 13, 14, 15, 16].

Список литературы

- [1] В. М. Вишнеvский. — *Теоретические основы проектирования компьютерных сетей*. — Москва: Техносфера, 2003. — 512 с.
- [2] Amjad Mehmood, Jaime Lloret и Sandra Sendra. — «A secure and low-energy zone-based wireless sensor networks routing protocol for pollution monitoring». — В: *Wireless Communications and Mobile Computing* 16.17 (2016), с. 2869—2883. — DOI: 10.1002/wcm.2734.
- [3] Zaheer Abbas и др. — «Monitoring of Gas Distribution Pipelines Network Using Wireless Sensor Networks». — В: *Wireless Personal Communications* 117.3 (2021), с. 2575—2594. — DOI: 10.1007/s11277-020-07997-6.
- [4] S. Sabahat H. Bukhari и др. — «Novel Cost Efficient Resource Allocation Technique Based on Deadline and Budget Constraints for Edge Users». — В: *Wireless Personal Communications* (2021). — DOI: 10.1007/s11277-021-08453-9.
- [5] Péter Kovács. — «Minimum-cost flow algorithms: An experimental evaluation». — В: *Optimization Methods and Software* 30.1 (2015), с. 94—127. — DOI: 10.1080/10556788.2014.895828.
- [6] Z. Király и P. Kovács. — «Efficient implementations of minimum-cost flow algorithms». — В: (2012). — arXiv: 1207.6381. — URL: <http://arxiv.org/abs/1207.6381>.
- [7] Jincheng Jiang, Jinsong Chen и Chisheng Wang. — «Multi-granularity hybrid parallel network simplex algorithm for minimum-cost flow problems». — В: *Journal of Supercomputing* 76.12 (2020), с. 9800—9826. — DOI: 10.1007/s11227-020-03227-9.
- [8] G. B. Dantzig. — *Linear Programming and Extensions*. — Princeton University Press, 1963.
- [9] James B. Orlin. — «A polynomial time primal network simplex algorithm for minimum cost flows». — В: *Mathematical Programming, Series B* 78.2 (1997), с. 109—129. — DOI: 10.1007/BF02614365.

- [10] Robert E. Tarjan. — «Dynamic trees as search trees via Euler tours, applied to the network simplex algorithm». — В: *Mathematical Programming, Series B* 78.2 (1997), с. 169—177. — DOI: 10.1007/BF02614369.
- [11] Michael Holzhauser, Sven O. Krumke и Clemens Thielen. — «A network simplex method for the budget-constrained minimum cost flow problem». — В: *European Journal of Operational Research* 259.3 (2017), с. 864—872. — DOI: 10.1016/j.ejor.2016.11.024. — arXiv: 1607.02284.
- [12] А.А. Мухтаров и Першин О. Ю. — «Задача оптимального размещения базовых станций широкополосной беспроводной сети.» — В: *Материалы Региональной научно-технической конференции «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 2018).* — 2019, — С. 177.
- [13] А. А. Мухтаров и О. Ю. Першин. — «Задача размещения базовых станций широкополосной связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов». — В: *Труды 13-го Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ XIII, Москва, 2019).* — 2019, — С. 2992—2994.
- [14] А. А. Мухтаров и О. Ю. Першин. — «Оптимальное размещение базовых станций широкополосной беспроводной сети связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов». — В: *Труды 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва).* — 2019, — С. 531—537.
- [15] А. А. Мухтаров и О. Ю. Першин. — «Оптимальное размещение базовых станций широкополосной беспроводной сети связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов». — В: *Материалы 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва).* — 2019, — С. 610—612.
- [16] А.А. Мухтаров и Першин О. Ю. — «Математические модели задач оптимального размещения базовых станций беспроводной сети связи». — В: *Материалы 3-й Региональной научно-технической конференции, посвященной 110-летию А.И. Скобло и 105-летию Г.К. Шрейбера «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 2019).* — 2019, — С. 223.

Приложение А

Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4

В таблице 7 приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения задач 2, 3, 4 и относительную точность задачи 3, 4 по отношению к задаче 2.

Для непокрытого участка справа длины $|\beta| = 50$, варьируя количеством неразмещенных станций, а также количеством свободных мест размещения рассчитаем оценку недопокрытия при бюджетном ограничении $C = 600$.

Таблица 7 — Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП

Количество точек размещения, m	Количество свободных станций, $ S_\beta $	ЦЛП		Задача о ранце			ЛП		
		Время расчета, сек	Недопокрытие, z	Время расчета, сек	Недопокрытие, z	Точность, %	Время расчета, сек	Недопокрытие, z	Точность, %
5	6	0,3250	436,00	0,3214	426,00	97,71	0,0047	436,00	100,00
5	8	0,3218	431,00	0,3582	398,00	92,34	0,0045	431,00	100,00
8	10	0,3765	395,00	0,3621	375,00	94,94	0,0094	395,00	100,00
8	12	0,3746	390,00	0,2977	347,00	88,97	0,0094	390,00	100,00
12	15	0,3363	339,00	0,2960	309,00	91,15	0,0114	339,00	100,00
12	17	0,4072	336,00	0,3456	283,00	84,23	0,0136	336,00	100,00
18	20	0,3558	265,00	0,3407	265,00	100,00	0,0121	265,00	100,00
18	25	0,3794	260,00	0,3096	259,00	99,62	0,0169	257,60	99,08
25	30	0,3177	246,00	0,3576	246,00	100,00	0,0222	244,33	99,32
25	45	0,3539	229,00	0,3556	229,00	100,00	0,0494	226,40	98,86
30	50	0,2994	225,00	0,3146	225,00	100,00	0,0570	224,13	99,61
30	100	0,5179	223,00	0,5177	223,00	100,00	0,1513	218,75	98,09

Как видно из результатов расчетов в таблице 7, представляется целесообразным использовать задачу 3 в качестве оценки $w_2(G_v)$ для решения задач большой размерности, так как время ее расчета в виде задачи линейного программирования существенно ниже с учетом высокой точности.

Приложение Б

Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи целочисленного линейного программирования

В этой секции представлен численный пример решения данной задачи.

Задан линейный участок L с длиной 300 с количеством $n = 7$ точек размещения. Координаты точек размещения представлены в таблице 8. Задан бюджет размещения $C = 130$. Центральная частота $f = 2437$ МГц.

a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
Координата	29	40	95	139	181	230	273

Таблица 8 — Точки размещения участка с длиной $L = 300$.

Задано множества базовых станций $m = 8$ с параметрами представленными в таблице 9. Также в таблице представлены параметры шлюзов и контролируемых объектов. Параметры объектов необходимы для расчета радиусов покрытия станций.

BS	P_{tr}^R	G_{tr}^R	P_{recv}^R	P_{recv}^r	G_{recv}^r	c
	дБм	дБ	дБм	дБм	дБ	у.е.
1	20	5	-69	-67	5	40
2	19	5	-67	-67	5	28
3	18	5	-69	-67	5	45
4	19	5	-69	-67	6	22
5	19	5	-67	-67	5	21
6	20	5	-69	-67	5	40
7	19	5	-67	-67	5	28
8	18	5	-69	-67	5	45
Шлюз	G_{recv}^R	P_{recv}^R		Объект	P_{tr}^r	G_{tr}^r
	дБ	дБм			дБм	дБ
	5	-69			15	2

Таблица 9 — Параметры базовых станций, шлюзов и объектов.

Расчет радиса связи между станциями Базовые станции оснащены направленной антенной с высоким коэффициентом усиления для связи с соседними станциями. Для расчета потерь между станциями j и q воспользуемся формулой (1.4):

$$L_{fs}^{jq} = P_{tr}^R(j) - L_{tr} + G_{tr}^R(j) + G_{tr}^R(q) - L_{recv} - SOM - P_{recv}^R(q).$$

Потери на кабелях приемника L_{recv} и передатчике L_{tr} примем равным 1 дБ и запас на замирания сигнала $SOM = 10$ дБ.

Let us carry out an example of the calculation communication link between stations s_1 and s_2 : Для примера рассчитаем радиус связи между станциями s_1 и s_2 :

$$\begin{aligned} L_{fs}^{12} &= P_{tr}^R(1) - L_{tr} + G_{tr}^R(1) + G_{tr}^R(2) - L_{recv} - SOM - P_{recv}^R(2) = \\ &= 20 - 1 + 5 + 5 - 1 - 10 - (-69) = 87(dB). \end{aligned} \quad (Б.1)$$

Для расчета канала связи необходимо использовать формулу ???. Несущая частота $f = 2437$ МГц и коэффициент для расчета потерь $K = -27,55$:

$$R_{jq} = 10^{\left(\frac{L_{fs}^{jq} - 20 \lg F - K}{20}\right)} = 10^{\left(\frac{87 - 20 \lg 2437 - (-27.55)}{20}\right)} = 174(m). \quad (Б.2)$$

В таблице 10 приведены расчеты максимальных радиусов связи между всеми станциями s_j , $j = 1, \dots, m$ и шлюзом s_{m+1} .

R_{jq}	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_{m+1}
s_1	—	174	219	219	174	219	174	219	219
s_2	195	—	195	195	155	195	155	195	195
s_3	174	138	—	174	138	174	138	174	174
s_4	195	155	195	—	155	195	155	195	195
s_5	195	155	195	195	—	195	155	195	195
s_6	219	174	219	219	174	—	174	219	219
s_7	195	155	195	195	155	195	—	195	195
s_8	174	138	174	174	138	174	138	—	174

Таблица 10 — Рассчитанные радиусы связи между станциями

Расчет радиуса покрытия

Расчет проводится аналогично расчета радиуса связи между станциями. Потери в свободном пространстве для канала между j -ой станции и контролируемым объектом

$$L_{fs}^j = P_{tr}^r(j) - L_{tr} - SOM - P_{RX}.$$

Пример расчета радиуса покрытия для 1-ой станции:

$$\begin{aligned} L_{fs}^1 &= P_{tr}^r + G_{tr}^r + G_{recv}^r(1) - L_{recv}(1) - SOM - P_{recv}^r(1) = \\ &= 15 + 2 + 5 - 1 - (-67) - 10 = 78 \text{ (дБ)}. \end{aligned} \quad (\text{Б.3})$$

$$r_1 = 10^{\left(\frac{78 - 20 \lg 2437 - (-27.55)}{20}\right)} = 77 \text{ (м)}.$$

Рассчитанные радиусы покрытия для всех станций s_j , $j = \overline{1, m}$ представлены в таблице 11).

STA	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
r_j	77	77	77	87	77	77	77	77

Таблица 11 — Рассчитанные радиусы покрытия станций

Задача ЦЛП решена с помощью Optimization Toolbox MatLab. Таблица 12 содержит все полученные целочисленные решения.

a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	Покрытие	Цена
Координаты	29	40	95	139	181	230	273	м	у.е.
Целочисленное решение 1	s_1	s_2	s_6	—	—	—	s_4	286	130
Целочисленное решение 2	s_4	—	s_5	s_7	—	—	s_2	289	99
Оптимальное решение	s_4	s_2	—	—	s_1	—	s_5	300	111

Таблица 12 — Решение задачи ЦЛП.

Приложение В

Метод ветвей и границ на примере задачи размещения двух базовых станций

Рассмотрим пример решения задачи в комбинаторной задаче. Пусть задан отрезок α длиной $L = 50$ с концами в точках a_0 и a_4 с координатами $l_0 = 0$ $l_4 = 50$. Внутри данного отрезка имеется множество точек размещения $A = \{a_i\}, i = 1, 2, 3$ с координатами $l_1 = 20, l_2 = 30, l_3 = 40$.

Задано множество БС $S = \{s_j\}, j = 1, 2$. Каждой станции приписаны параметры $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}\}$. Для s_1 задано $r_1 = 25, R_{10} = 62, R_{12} = 35, R_{14} = 31$. Для s_2 задано $r_2 = 9, R_{20} = 31, R_{12} = 28, R_{24} = 39$. На концах отрезка размещены шлюзы s_0 и s_4 . Радиус связи шлюзов для соединения с БС $R_{01} = R_{41} = 62$ и $R_{02} = R_{42} = 39$.

Необходимо разместить БС s_1 и s_2 , т.е. найти такую расстановку P^* , которая минимизирует функционал недопокрытия $f(P)$ (2.1).

Решение полным перебором.

Общее количество размещения двух станций по трем точкам равно $\gamma = C_3^2 \cdot 2! = 6$.

Таблица 13 — Решение полным перебором

Расстановка, P	Недопокрытие, $f(P)$	Номер узла дерева, ν	Размещение		
			a_1	a_2	a_3
P_1	11	3	S_1	S_2	—
P_2	1	5	S_1	—	S_2
P_3	11	9	S_2	S_1	—
P_4	11	11	S_2	—	S_1
P_5	6	15	—	S_1	S_2
P_6	21	19	—	S_2	S_1
Количество пройденных узлов			24		

В таблице 13 представлены полученные в ходе решения расстановки. Все расстановки пронумерованы в соответствии с порядком их нахождения. Оптимальным решением P^* с минимальным значением функции (2.17) является допустимая расстановка P_2 .

Решение с помощью МВиГ.

Теперь решим пример данной задачи в соответствии с разработанным МВиГ. Так как мы не учитываем ограничения на стоимость и величину поддержку, допустимая расстановка должна удовлетворять только требованию 1, а также условию размещения всех имеющихся БС.

Исследование множества G_0 .

За начальный рекорд примем длину всего отрезка $\hat{P} = L = 50$.

Построение оценки $W(G_0)$:

$$W(G_0) = \max\{L - 2(r_1 + r_2), 0\} = \max\{50 - 2(25 + 9), 0\}.$$

Разбиваем множества G_0 на два подмножества $G_1 = G_0^1$ ($\pi_{11} = 1$) и $G_2 = G_0^2$ ($\pi_{11} = 0$). Исследуем левое дочернее подмножество G_1 . Правое подмножество G_2 оставим для обратного шага.

Исследование множества G_1 .

Случай 1.

Проверка требования 1.

Шаг 1.

Проверяем, что каждый из радиусов R_{10} и R_{01} не меньше расстояния до левого шлюза s_0 .

$$l_1 - l_0 \leq R_{10} \rightarrow 20 - 0 \leq 62;$$

$$l_1 - l_0 \leq R_{01} \rightarrow 20 - 0 \leq 62;$$

Шаг 2. Осталось неразмещенная БС s_2 . Проверяем, что радиусы связи R_{12} и R_{21} не меньше расстояния до правой точки от a_1 точка a_2 .

$$l_2 - l_1 \leq R_{12} \rightarrow 30 - 20 \leq 35;$$

$$l_2 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 30 - 20 \leq 28.$$

Шаг 3.

Так как осталась только одна нераспределенная станция s_2 , проверяем, что расстояние среди еще незанятых точек справа от точки a_1 есть такая точка, что расстояния от этой точки до точки a_1 и одновременно от этой точки до точки a_{n+1} не больше, чем радиус связи у нераспределенной станции.

Проверка точки a_2 .

$$l_2 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 30 - 20 \leq 28;$$

$$l_4 - l_2 \leq R_{21} \rightarrow 50 - 20 \leq 31;$$

Проверка точки a_2 .

$$l_3 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 40 - 20 \leq 28;$$

$$l_4 - l_3 \leq R_{21} \rightarrow 50 - 40 \leq 31;$$

Проверка обеспечения связи между размещаемыми БС произведена, можно приступить к оценке недопокрытия.

Случай 2.

Построение оценки $W(G_1)$:

$$W(G_1) = w_1(G_1) + w_2(G_1).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС s_1 :

$$w_1(G_1) = \max\{(l_1 - l_0) - r_1, 0\} \rightarrow \max\{(20 - 0) - 25, 0\} = 0.$$

И оценка недопокрытия справа от размещаемой БС s_1 :

$$w_2(G_1) = \max\{(l_4 - l_1) - (r_1 + 2r_2), 0\} \rightarrow \max\{(50 - 20) - (25 + 2 \cdot 9), 0\} = 0.$$

Итоговая оценка

$$W(G_1) = 0 + 0 = 0.$$

Разбиваем множества G_1 на два подмножества $G_3 = G_1^1$ ($\pi_{22} = 1$) и $G_4 = G_1^2$ ($\pi_{22} = 0$). Исследуем левое дочернее подмножество G_3 . Правое подмножество G_4 оставим для обратного шага.

Исследование множества G_3 .

Случай 1.

Проверка требования 1 проводится аналогичным образом. Перейдем к расчету оценки.

Случай 2.

Построение оценки $W(G_3)$:

$$W(G_3) = w_1(G_3) + w_2(G_3).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС s_2 :

$$w_1(G_3) = w_1(G_1) + (l_2 - l_1) - (r_1 + r_2) \rightarrow 0 + \max\{(30 - 20) - (25 + 9), 0\} = 0 + 0 = 0$$

Оценка недопокрытия справа от размещаемой БС s_2 :

$$w_2(G_3) = \max\{(l_4 - l_2) - r_2, 0\} \rightarrow \max\{(50 - 30) - 9, 0\} = 11.$$

$$W(G_3) = 0 + 11 = 11.$$

Все m станции размещены, $f(P_1) = W(G_3)$. Так как $f(P_1) \leq f(\hat{P}) \rightarrow f(P_1) \leq 50$, полученное недопокрытие $f(P_1)$ принимается за новый рекорд.

Следующим этапом будет обратный шаг по дереву поиска, так как все станции размещены, то есть нет свободных переменных π_{ij} в множестве Π^f . Незакрытая вершина с наибольшим порядковым номером – вершина G_4 с условием $\pi_{22} = 0$.

Исследование множества G_4 .

Случай 2.

Оценка правого дочернего узла $W(G_4)$ равна оценке материнского узла $W(G_1)$, $w_1(G_4) = w_1(G_1)$, $w_2(G_4) = w_2(G_1)$, и $W(G_4) = W(G_1) = 0$.

Разбиваем множества G_4 на два подмножества $G_5 = G_4^1$ ($\pi_{32} = 1$) и $G_6 = G_4^2$ ($\pi_{32} = 0$).

Исследование множества G_5 .

Случай 1. Успешная проверка требования 1.

Случай 2.

Построение оценки $W(G_5)$:

$$W(G_5) = w_1(G_5) + w_2(G_5).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС s_2 :

$$w_1(G_5) = w_1(G_5) + (l_3 - l_1) - (r_1 + r_2) \rightarrow 0 + \max\{(40 - 20) - (25 + 9), 0\} = 0 + 0 = 0$$

Оценка недопокрытия справа от размещаемой БС s_2 :

$$w_2(G_5) = \max\{(l_4 - l_3) - r_2, 0\} \rightarrow \max\{(50 - 40) - 9, 0\} = 1.$$

$$W(G_5) = 0 + 1 = 1.$$

Все m станции размещены, $f(P_2) = W(G_5)$. Так как $f(P_2) \leq f(\hat{P})$, полученное недопокрытие $f(P_2)$ принимается за новый рекорд.

Таблица 14 — Решение методом ветвей и границ

№	Номер узла дерева, ν	Оценка недопокрытия, $W(G_\nu)$	Недопокрытие, $f(P)$	Размещение		
				a_1	a_2	a_3
1	0	0	50	—	—	—
2	1	0	Рекорд	s_1	—	—
3	3	11		s_1	s_2	—
4	4	0		s_1	—	—
5	5	1	Рекорд	s_1	—	s_2
6	6	0	\emptyset	s_1	—	—
7	2	0		—	—	—
8	7	11		s_2	—	—
9	8	0		—	—	—
10	9	5		—	s_1	—
11	10	0		—	—	—
12	11	21		—	s_2	—
13	12	0		—	—	—
14	13	15		—	—	s_1
15	14	0		—	—	—
16	15	0		—	—	—
17	16	0	\emptyset	—	—	—

В ходе движения по дереву поиска исследования вершин происходило аналогичным образом как показано ранее. Оптимальным решением задачи стала расстановка P_2 с недопокрытием $f(P_2) = 1$. В таблице 14 представлены полученные оценки в ходе движения по дереву ветвлений. Все вершины закрыты, количество пройденных узлов бинарного дерева поиска МВиГ составляет 16.

Приложение Г

Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме

Дано:

- линейный участок $L = 300$ метров;
- множество точек размещения $|A| = 8$;
- множество БС $|S| = 8$;
- протокол IEEE 802.11n;
- ограничение на суммарную стоимость $T = 0.001$ с;
- интенсивность входящих пакетов $\lambda = 1000$ 1/с;
- средний размер входящих пакетов $w = 1500$ байт;
- отклонение от оптимального решения, $\varepsilon = 0.5$

Рассмотрим пример задачи размещения базовых станций вдоль линейного участка для организации БШС. В данном приложении будет представлен пример решения задачи для БШС на базе протокола IEEE 802.11n.

Задан линейный участок $L = 300$ метров. На данном участке в ходе обследования местности были выбраны восемь возможных точек размещения базовых станций, $|A| = 8$. Координаты l_i точек размещения представлены в таблице 15.

Точки размещения, a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Координаты, l_i	43	72	98	150	178	201	269	280

Таблица 15 — Координаты точек размещения

На рынке представлен широкий спектр технических устройств от компаний Cisco, Mikrotik и т.д. позволяющий организовывать сеть в открытой местности и учитывающий климатические сложности на нефтегазовых месторождениях, такие как предельные температуры, сила ветра и т.д. Под БС в нашей задаче будем понимать точку доступа с антеннами для покрытия заданной области и антеннами для обеспечения связи с соседними станциями БШС.

В ходе этапа выбора комплекса технических средств были выбраны восемь БС. Множество станций $|S| = 8$. Каждой БС преписаны паспортные характе-

ристики антенн, пропускная способность точки доступа и итоговая стоимость станции. Стоимость взята условная, чтобы не указывать реальные цены производителя на время написания диссертации и курс валют. Будем рассматривать БШС для задачи мониторинга, то есть с каналом передачи на верхний уровень, UpLink. Рабочая частота 2,4 ГГц. Для каждой БС будем использовать пропускную способность для модуляции и схемы кодирования MCS7. В таблице 16 представлены параметры БС. Здесь P_{tr}^R – мощность направленной антенны, G_{tr}^R – усиление направленной антенны, P_{recv}^R – чувствительность направленной антенны, L – потери в антенном кабеле и разъемах, передающего тракта, P_{recv}^r – чувствительность всенаправленной антенны, G_{recv}^r – усиление всенаправленной антенны, p – пропускная способность, c – стоимость

S	P_{tr}^R	G_{tr}^R	P_{recv}^R	L	P_{recv}^r	G_{recv}^r	p	c
№	дБм	дБ	дБм	дБ	дБм	дБ	Мбит/с	у.е.
1	20	4	-77	1	-77	3	72,2	24
2	19	4	-77	1	-73	4	72,2	20
3	19	4	-77	1	-77	5	72,2	24
4	18	4	-77	1	-77	3	72,2	24
5	19	4	-77	1	-77	4	72,2	28
6	19	4	-77	1	-74	4	72,2	24
7	20	4	-77	1	-73	4	72,2	20
8	19	4	-77	1	-77	4	72,2	20

Таблица 16 — Параметры базовых станций

На концах участка размещены шлюзы s_0 и s_{m+1} с параметрами (таблица 17):

Шлюз	P_{tr}^R	G_{tr}^R	P_{recv}^R	L
№	дБ	дБ	дБ	дБ
s_0	20	5	-77	1
s_{m+1}	20	5	-77	1

Таблица 17 — Параметры шлюзов

Для расчета области покрытия необходимо задаться характеристиками устройств, с которых будет собираться информация (таблица 18).

Итоговое размещение БС должно удовлетворять заданным ограничениям:

Устройство	$P_{tr}^u d$	$G_{tr}^u d$	L
	дБ	дБ	дБ
	9	1	0

Таблица 18 — Параметры устройств

- на стоимость $C = 76$;
- на межконцевую задержку сети $T = 0.001$ с.

Для расчета времени межконтинентальной задержки, будем считать, что на каждую БС поступает трафик с интенсивностью $\lambda = 1000$ 1/с. Средний размер поступающих пакетов $w = 1500$ байт.

Для поиска последовательности топологий задано отклонение $\varepsilon = 0.5\%$ от найденного оптимального значения.

Расчет радиуса связи и радиуса покрытия станций

По формуле (5) рассчитаем радиус покрытия для каждой станции (таблица 19) и радиусы связи между станциями и со шлюзами (таблица 20 и таблица 21).

Станция	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_{m+1}
r_j , м	48	43	38	43	43	0

Таблица 19 — Рассчитанные радиусы покрытия

R_{jq} , м	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_0	S_{m+1}
S_1	—	76	96	96	76	76	76
S_2	85	—	85	85	68	68	68
S_3	76	60	—	76	60	60	60
S_4	85	68	85	—	68	68	68
S_5	85	68	85	85	—	68	68

Таблица 20 — Рассчитанные радиусы связи базовых станций

В таблице 22 представлены результаты решения размещения станций. Для заданной $\varepsilon = 1\%$, т.е. $d = 2$ был получены последовательности расстановок для

$R_{jq}, \text{ м}$	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
S_0	96	85	76	85	85
S_{m+1}	96	85	76	85	85

Таблица 21 — Рассчитанные радиусы связи шлюзов

задач 2, 3 и 4 расчета оценок с помощью задачи ЦЛП, задачи «О ранце» и ЛП. В таблице представлены рекорды «недопокрытия», стоимости и задержки сети, а также размещения станций, число пройденных узлов дерева а и время счета. Задача ЦЛП и задача о ранце решались с помощью Optimization Toolbox Matlab, а задача ЛП решалась с помощью библиотеки с исходным кодом Scipy Python. Как видно из результатов оценка, полученная с помощью задачи ЛП менее точная, приходится обходить большее количество узлов для нахождения рекордов по сравнению с методом оценки «недопокрытия» с помощью задач 2 и 3. В итоге возрастает итоговое количество пройденных узлов. В свою очередь метод ЛП имеет свое преимущество, так как время счета меньше.

Таблица 22 — Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП

№	Рекорд, м	Стоимость, у.е.	Задержка, сек	Размещение						
				a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
1	1	65	0,03244	S_1	-	S_4	-	-	S_5	-
2	1	65	0,03244	S_1	-	S_5	-	-	S_4	-
3	1	65	0,03244	S_4	-	S_1	-	-	S_5	-
4	0	65	0,03244	S_4	-	S_5	-	-	S_1	-
5	1	65	0,03244	S_5	-	S_1	-	-	S_4	-
6	0	65	0,03244	S_5	-	S_4	-	-	S_1	-
7	1	65	0,03244	-	S_1	S_4	-	-	S_5	-
8	1	65	0,03244	-	S_1	S_5	-	-	S_4	-
9	1	65	0,03244	-	S_1	-	S_4	-	S_5	-
10	0	65	0,03244	-	S_1	-	S_4	-	-	S_5
11	1	65	0,03244	-	S_4	S_1	-	-	S_5	-
12	0	65	0,03244	-	S_4	S_5	-	-	S_1	-
13	1	65	0,03244	-	S_4	-	S_1	-	S_5	-
14	0	65	0,03244	-	S_4	-	S_1	-	-	S_5
15	1	65	0,03244	-	S_5	S_1	-	-	S_4	-
16	0	65	0,03244	-	S_5	S_4	-	-	S_1	-
Метод оценки «недопокрытия» справа		ЦЛП			Задача «О ранце»			ЛП		
Число пройденных узлов		934			934			1590		
Время счета, сек		5,412			5,136			3,613		

Приложение Д

Численный пример оптимального размещения базовых станций для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов

Рассмотрим пример для оптимизационной задачи выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения. Задано множество рассредоточенных объектов A_1 , $|A_1| = 4$ и шлюз (таблица 23).

Задано множество A_2 возможных мест расположения станций, $|A_2| = 4$. Все вершины представлены на Рисунке Д.1.

Задано ограничение по мощности для кадого объекта (таблица 24).

Задано множество типов станций (таблица 25).

Необходимо разместить станции таким образом, чтобы минимизировать их суммарную общую стоимость. Построим граф сети H для данного набора типов станции. Матрица смежности представлена на рисунке Д.2

На основе матрицы смежности полученного графа запишем систему равенств и неравенств(3.6) и ?????????? и решим задачу частично целочис-

Таблица 23 — Координаты размещения

0	(7,4)	Координаты шлюза
1	(1, 5)	Координаты объектов
2	(4.5, 4)	
3	(6, 3)	
4	(3.5, 5)	
5	(2, 4)	Координаты размещения станций
6	(5, 5)	
7	(2, 6)	
8	(6, 5.5)	

Таблица 24 — Координаты размещения

Объекты	1	2	3	4
Мощность	10	15	17	18

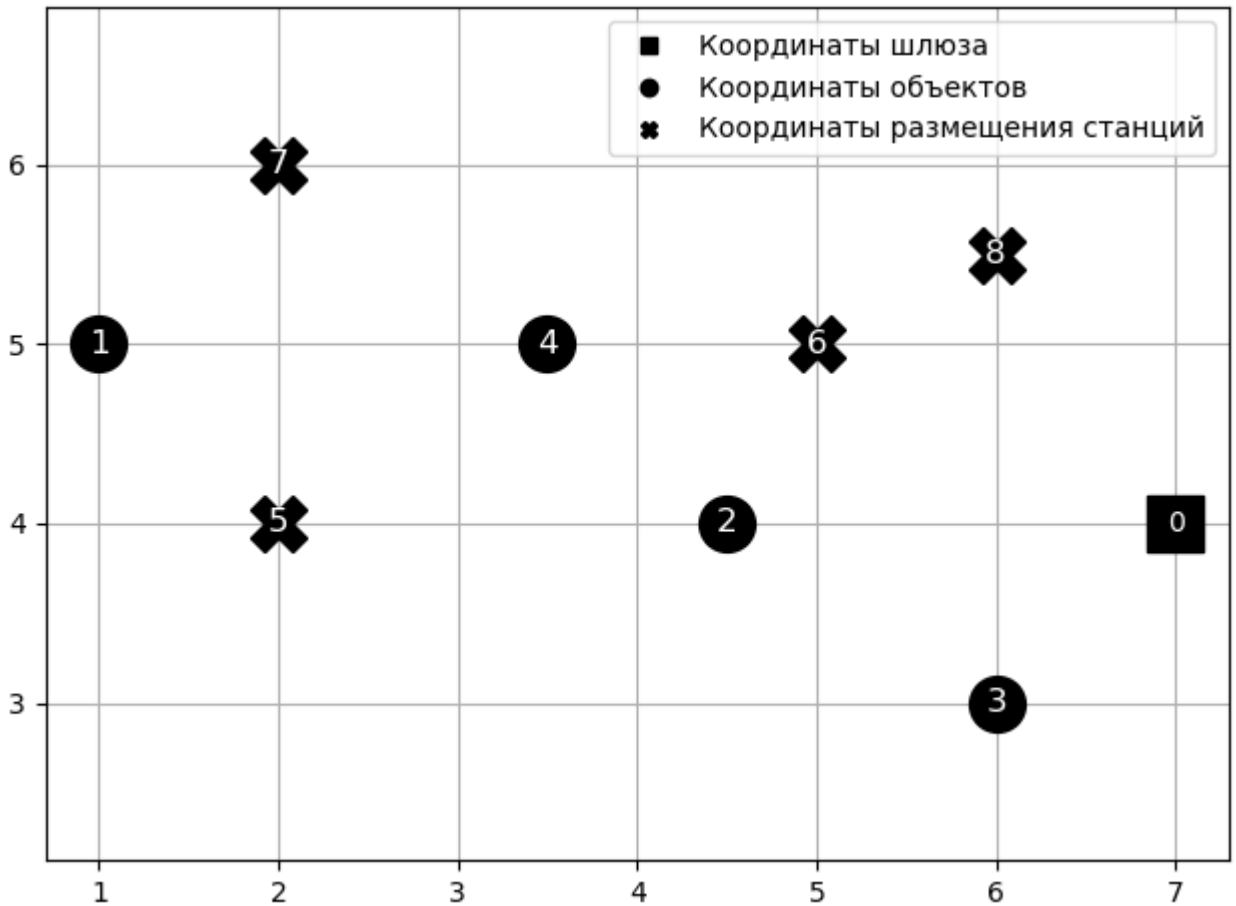


Рисунок Д.1 — Координаты размещения

Таблица 25 — Множество типов станций

Тип	Мощность, ϑ_j	Радиус покрытия, r_j	Радиус связи, R_j	Стоимость, c_j
1	80	1	6	70
2	100	2	5	75
3	100	2	5	75

ленного ЛП. В ходе решения мы получили следующее размещение станции (Рисунок Д.3)

Из графика видно, что были размещены на точках 7 и 8 две станции типа 2 и 3, соответственно. Решением задачи является суммарная стоимость равная: $f = 160$.

Алгоритмы построения графов H были запрограммированы на языке Python. Задачи, сформулированные на основании графов H в виде соответствующих задач математического программирования, были решены пакетом Optimization Toolbox MATLAB. В таблице 4 представлены результаты времени

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5s_1	a_6s_1	a_7s_1	a_8s_1	a_5s_2	a_6s_2	a_7s_2	a_8s_2	a_5s_3	a_6s_3	a_7s_3	a_8s_3
a_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
a_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
a_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
a_4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
a_5s_1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a_6s_1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a_7s_1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a_8s_1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
a_5s_2	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
a_6s_2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
a_7s_2	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
a_8s_2	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
a_5s_3	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
a_6s_3	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
a_7s_3	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
a_8s_3	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Рисунок Д.2 — Координаты размещения

Таблица 26 — Множество типов станций

Количество объектов, n_1	Количество мест размещения станций, $n - n_1$	Среднее время счета, сек.
4	3	12,34
4	4	12,42
4	5	12,31
6	6	11,20
8	7	11,27
10	7	12,32
12	10	12,51
14	7	12,42
17	8	12,18
21	8	12,53
25	8	14,22

счета задач частично целочисленного ЛП для различных случаев числа мест размещения станций и числа объектов. Для каждого случая было проведено по 10 примеров.

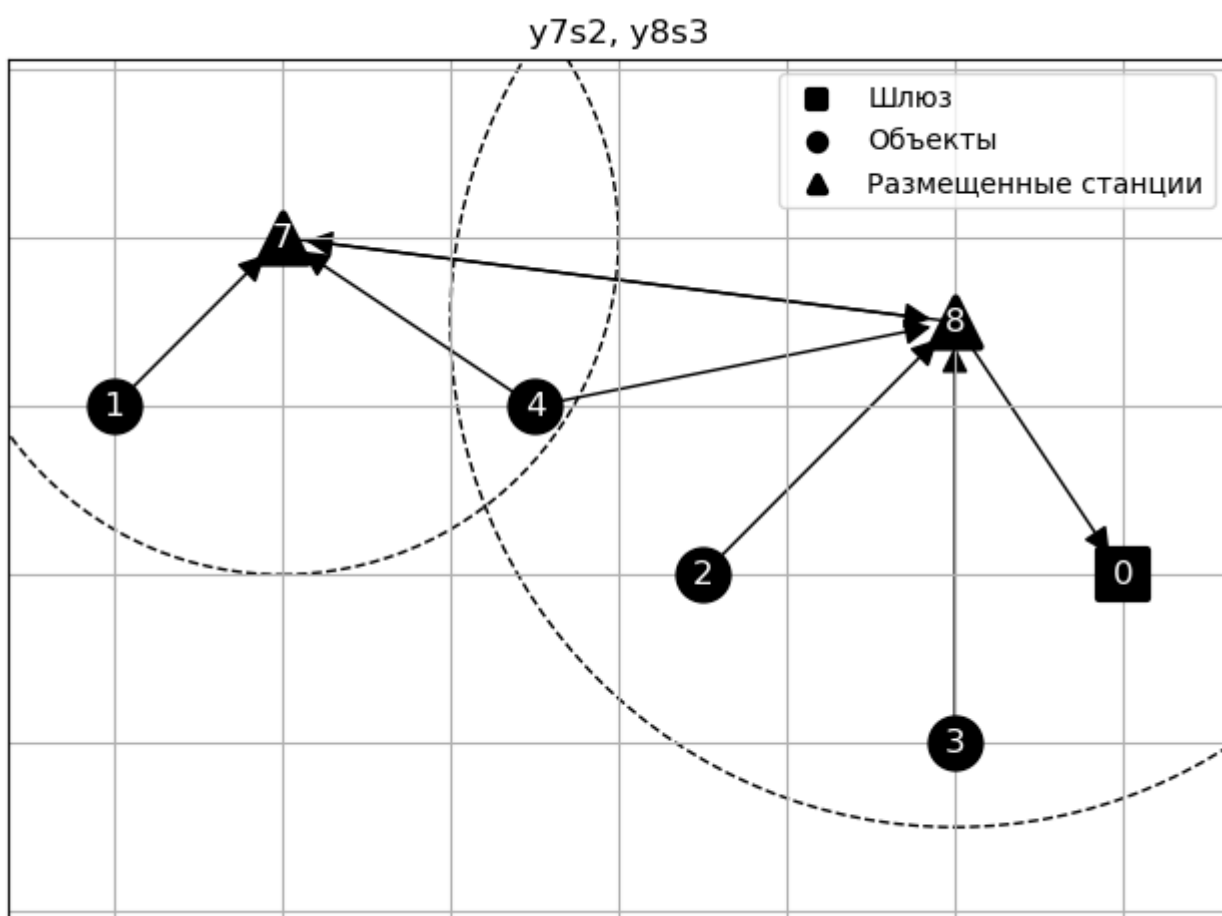


Рисунок Д.3 — Координаты размещения