

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	5
<b>Глава 1. Внедрение БШС на нефтегазовых месторождениях</b> . .	10
1.1 Этапы проектирования БШС . . . . .	12
1.2 Анализ современных беспроводных широкополосных технологий передачи данных . . . . .	14
1.2.1 Wi-Fi . . . . .	14
1.2.2 LTE . . . . .	18
1.2.3 5G NR . . . . .	20
1.3 Выбор протокола беспроводной широкополосной сети для решения задачи синтеза топологий . . . . .	23
1.4 Определение параметров БШС, необходимых для решения задач размещения базовых станций . . . . .	24
1.4.1 Энергетический потенциал канала связи . . . . .	25
1.4.2 Модель потерь в свободном пространстве . . . . .	27
1.4.3 Модель распространения SUI . . . . .	29
1.4.4 Модель двух лучевого распространения . . . . .	30
1.4.5 Модель Окамура-Хата . . . . .	31
1.4.6 Расчет параметров БС, необходимых для задачи оптимизации . . . . .	32
1.5 Оценка характеристик производительности сети с помощью стохастических моделей массового обслуживания . . . . .	34
1.5.1 Время передачи пакета в канале . . . . .	34
1.5.2 Расчет межконцевой задержки . . . . .	41
1.6 Выводы . . . . .	45
<b>Глава 2. Размещение базовых станций БШС для покрытия         линейной территории</b> . . . . .	46
2.1 Актуальность внедрения БШС для телекоммуникационного покрытия линейного участка . . . . .	46

2.2	Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде задачи целочисленного линейного программирования . . . . .	51
2.2.1	Постановка задачи . . . . .	52
2.2.2	Модель целочисленного линейного программирования . .	53
2.3	Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме . . . . .	59
2.3.1	Постановка задачи . . . . .	60
2.3.2	Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве $\Gamma$ .	62
2.3.3	Метод ветвей и границ для задачи размещения БС . . . .	65
2.3.4	Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС . . . . .	70
2.4	Сравнительная оценка полученных моделей . . . . .	71
2.5	Выводы . . . . .	76
<b>Глава 3. Размещение базовых станций БШС для обслуживания множества рассредоточенных объектов .</b>		<b>79</b>
3.1	Актуальность внедрения БШС для обслуживания рассредоточенных объектов . . . . .	79
3.2	Математическая модель задачи проверки допустимого решения при заданных местах размещения станций. . . . .	80
3.2.1	Постановка задачи . . . . .	81
3.2.2	Модель линейного программирования . . . . .	82
3.3	Математическая модель оптимальной задачи выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения . . . .	88
3.3.1	Постановка задачи. . . . .	88
3.3.2	Модель частично целочисленного линейного программирования . . . . .	90
3.4	Выводы . . . . .	96
<b>Глава 4. Программный комплекс и численные примеры решения задач представленных математических моделей . . . . .</b>		<b>98</b>

4.1	Программный комплекс расчета задачи размещения БС . . . . .	98
4.2	Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4 . . . . .	102
4.3	Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи целочисленного линейного программирования . . . . .	103
4.4	Метод ветвей и границ на примере задачи размещени двух базовых станций . . . . .	106
4.5	Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме . . . . .	111
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>111</b>
<b>Список сокращений и условных обозначений . . . . .</b>		<b>113</b>
<b>Словарь терминов . . . . .</b>		<b>114</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>115</b>
<b>Список рисунков . . . . .</b>		<b>132</b>
<b>Список таблиц . . . . .</b>		<b>133</b>

## Глава 4. Программный комплекс и численные примеры решения задач представленных математических моделей

В данной главе представлены описание и структура программно-вычислительного комплекса, предназначенного для расчета задачи оптимального размещения базовых станций.

### 4.1 Программный комплекс расчета задачи размещения БС

Программный комплекс представляет собой реализацию на языке Python алгоритма типа ветвей и границ комбинаторной задачи оптимизации поиска максимального телекоммуникационного покрытия при размещении базовых станций. Код программы представлен в [https://github.com/m0000Amir/BST\\_BS\\_types\\_set](https://github.com/m0000Amir/BST_BS_types_set).

Структура программно-вычислительного комплекса представлена на рисунке 4.3. На вход подается JSON-file, содержащий параметры конфигурации и входные данные задачи.

Параметры конфигурации расположены под ключом **configuration** (Рисунок 4.1):

- **method** – метод решения задачи размещения. Значение *bab* – метод ветвей и границ или *bf* – метод полного перебора;
- **estimation\_method** – метод расчета оценки недопокрытия справа. Значение *LP* – решение с помощью симплекс-метода, значение *ILP* – решение с помощью задачи целочисленного линейного программирования или значение *knapsack* – решение с помощью задачи «О ранце»;
- **placed\_all\_station** – частный случай задачи размещения, когда отсутствуют ограничения на стоимость и времени задержки, в такой постановке размещается все множество станций. Принимает значения *True* или *False*;
- **drawing** – отрисовка полученного дерева решения. Принимает значения *True* или *False*;

- **last\_optimal\_noncoverage** – полученное оптимальное недопокрытие на последнем решении для задачи поиска последовательности лучших решений. Принимает любые положительные действительные значения;
- **relation\_deviation** – заданное отклонение в процентах от полученного оптимального решения для задачи поиска последовательности лучших решений.

```
"configuration": {
  "method": "bab",
  "estimation_method": "knapsack",
  "place_all_station": false,
  "drawing": false,
  "last_optimal_noncoverage": 0,
  "relative_deviation": null
},
```

Рисунок 4.1 — Параметры конфигурации

Файл JSON содержит входные данные задачи оптимизации:

- координаты размещения **placement** и координаты размещения шлюзов **gateway\_placement**;
- параметры антенн шлюзов **gateway** и абонентских устройств **user\_device**;
- ограничения задачи на стоимость **cost\_limit** и время задержки **delay\_limit**;
- параметры для расчета дальности телекоммуникационного покрытия: несущая частота **frequency**, запас на замирания сигнала **link\_som** и **coverage\_som**;
- параметры для расчета задержек: средний размер пакетов **average\_packet\_size** и интенсивность входящего потока **arrival\_rate**;
- **sta** – множество заданных базовых станций.

Каждый элемент массива **sta** (Рисунок 4.2) представляет собой JSON-объект и содержит следующие параметры:

- **P<sub>tr</sub>\_link** – мощность антенны, обеспечивающей телекоммуникационную связь между станциями;
- **G<sub>tr</sub>\_link** – усиления антенны, обеспечивающей телекоммуникационную связь между станциями;

```

"sta": [
  {
    "Ptr_link": 19,
    "Gtr_link": 2,
    "Precv_link": -77,
    "L_link": 1,
    "L_coverage": 1,
    "Precv_coverage": -67,
    "Grecv_coverage": 5,
    "cost": 4600,
    "throughput": 72.2
  }
]

```

Рисунок 4.2 — Параметры БС

- **Precv\_link** – чувствительность антенны, обеспечивающей телекоммуникационную связь между станциями;
- **L\_link** – потери сигнала в кабеле и разъемах передающего тракта антенны, обеспечивающей телекоммуникационную связь между станциями;
- **L\_coverage** – потери сигнала в кабеле и разъемах передающего тракта антенны, обеспечивающей телекоммуникационное покрытие БС;
- **Precv\_coverage** – чувствительность антенны, обеспечивающей телекоммуникационное покрытие БС;
- **Grecv\_coverage** – усиления антенны, обеспечивающей телекоммуникационное покрытие БС;
- **cost** – стоимость БС;
- **throughput** – пропускная способность БС.

Перед тем как приступить к задаче размещения, необходимо подготовить параметры для каждой станции: радиус связи между станциями и радиус покрытия БС. Параметры рассчитываются в блоке расчета дальности телекоммуникационной связи с помощью уравнения энергетического потенциала линии связи и модели распространения сигнала. Модели распространения представлены в главе 1.

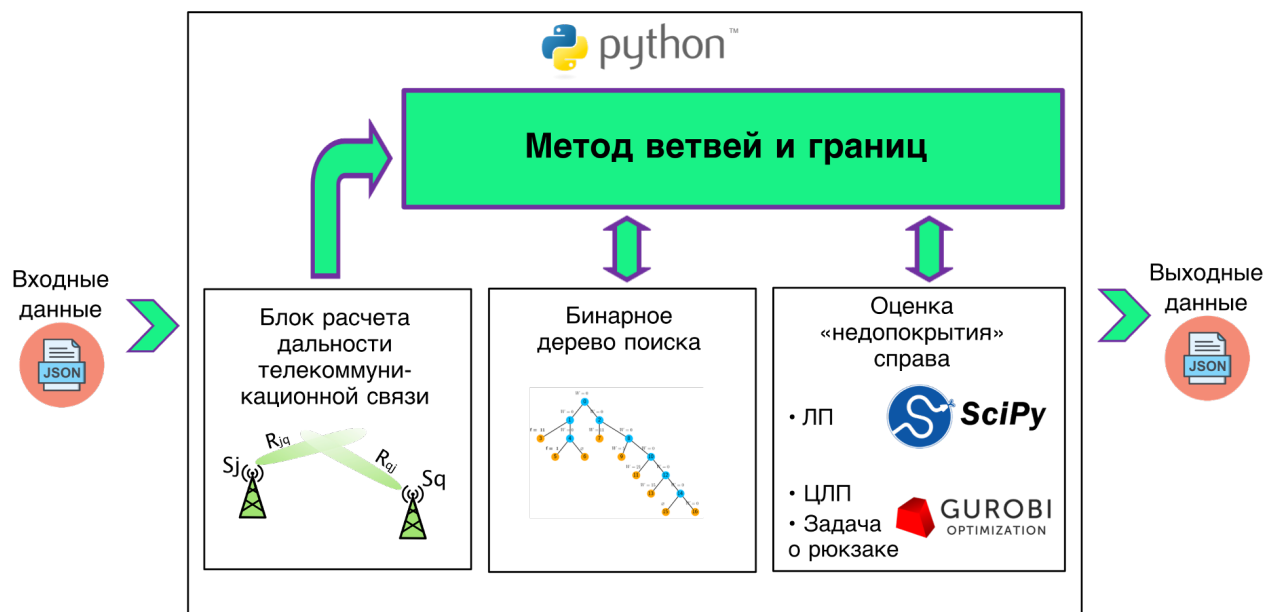


Рисунок 4.3 — Структура программно-вычислительного комплекса

Задача размещения базовых станций представлена в виде комбинаторной модели в экстремальной форме. Алгоритм поиска оптимального размещения относится к типу ветвей и границ.

Для поиска оптимального размещения используется процедура построения бинарного дерева поиска. На каждом шаге проверяется условия на возможность закрытие узла дерева. Построение бинарного дерева поиска реализовано рекуррентным способом.

Блок расчета оценки недопокрытия справа представляет собой решение задачи оптимизации. Блок содержит три варианта расчета оценки. Задача 2 представляет собой задачу ЦЛП, задача 3 является задачей «О ранце». Задача 4 представляет собой задачу ЛП. Задача ЦЛП и задача «О ранце» рассчитывается в коммерческом продукте расчета задач дискретной оптимизации Gurobi Optimizer [1]. Задача ЛП решается с использованием библиотеки для языка программирования Python с открытым исходным кодом SciPy [2].

В ходе движения по дереву поиска записываются все полученные рекорды **Optimal** (Рисунок 4.4). Также записываются стоимость размещения **Cost**, время межконцевой задержки **Delay** и номер узла дерева **Node**, на котором был получен рекорд. Для каждого рекорда записывается множество размещенных станций. Последний полученный рекорд является оптимальным решением задачи. Решение задачи записывается в выходной JSON-файл.

```

Optimal = 84.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 7
['S1', 'S2', 'S4', '-', '-', '-']
Optimal = 73.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 25
['S1', 'S2', '-', 'S4', '-', '-']
Optimal = 65.0, Cost = 12000, Delay = 0.00107, Node = 61
['S1', 'S3', '-', 'S5', '-', '-']
Optimal = 60.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 91
['S1', 'S4', '-', 'S2', '-', '-']
Optimal = 56.0, Cost = 12000, Delay = 0.00107, Node = 127
['S1', 'S5', '-', 'S3', '-', '-']
Optimal = 17.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 161
['S1', '-', 'S2', '-', 'S4', '-']
Optimal = 9.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 171
['S1', '-', 'S2', '-', '-', 'S4']
Optimal = 4.0, Cost = 12000, Delay = 0.00107, Node = 193
['S1', '-', 'S3', '-', '-', 'S5']
Optimal = 0.0, Cost = 12000, Delay = 0.00107, Node = 213
['S1', '-', 'S5', '-', '-', 'S3']
Total number of nodes is 298

```

Рисунок 4.4 — Пример полученного решения задачи

## 4.2 Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4

В таблице 16 приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения задач 2, 3, 4 и относительную точность задачи 3, 4 по отношению к задаче 2.

Для непокрытого участка справа длины  $|\beta| = 50$ , варьируя количеством неразмещенных станций, а также количеством свободных мест размещения рассчитаем оценку недопокрытия при бюджетном ограничении  $C = 600$ .

Как видно из результатов расчетов в таблице 16, представляется целесообразным использовать задачу 3 в качестве оценки  $w_2(G_v)$  для решения задач большой размерности, так как время ее расчета в виде задачи линейного программирования существенно ниже с учетом высокой точности.



Количество точек размещения, $m$	Количество свободных станций, $ S_f $	ЦЛП		Задача «О ранце»			ЛП		
		Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Точность, %	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Точность, %
5	6	0,3250	436,00	0,3214	426,00	97,71	0,0047	436,00	100,00
5	8	0,3218	431,00	0,3582	398,00	92,34	0,0045	431,00	100,00
8	10	0,3765	395,00	0,3621	375,00	94,94	0,0094	395,00	100,00
8	12	0,3746	390,00	0,2977	347,00	88,97	0,0094	390,00	100,00
12	15	0,3363	339,00	0,2960	309,00	91,15	0,0114	339,00	100,00
12	17	0,4072	336,00	0,3456	283,00	84,23	0,0136	336,00	100,00
18	20	0,3558	265,00	0,3407	265,00	100,00	0,0121	265,00	100,00
18	25	0,3794	260,00	0,3096	259,00	99,62	0,0169	257,60	99,08
25	30	0,3177	246,00	0,3576	246,00	100,00	0,0222	244,33	99,32
25	45	0,3539	229,00	0,3556	229,00	100,00	0,0494	226,40	98,86
30	50	0,2994	225,00	0,3146	225,00	100,00	0,0570	224,13	99,61
30	100	0,5179	223,00	0,5177	223,00	100,00	0,1513	218,75	98,09

Таблица 16 — Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП

### 4.3 Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи целочисленного линейного программирования

В этой секции представлен численный пример решения данной задачи.

Задан линейный участок  $L$  с длиной 300 с количеством  $n = 7$  точек размещения. Координаты точек размещения представлены в таблице 17. Задан бюджет размещения  $C = 130$ . Центральная частота  $f = 2437$  МГц.

Задано множества базовых станций  $m = 8$  с параметрами представленными в таблице 18. Также в таблице представлены параметры шлюзов и

$a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
Координата	29	40	95	139	181	230	273

Таблица 17 — Точки размещения участка с длиной  $L = 300$ .

контролируемых объектов. Параметры объектов необходимы для расчета радиусов покрытия станций.

**Расчет радиса связи между станциями** Базовые станции оснащены направленной антенной с высоким коэффициентом усиления для связи с соседними станциями. Для расчета потерь между станциями  $j$  и  $q$  воспользуемся формулой (1.4):

$$L_{fs}^{jq} = P_{tr}^R(j) - L_{tr} + G_{tr}^R(j) + G_{tr}^R(q) - L_{recv} - SOM - P_{recv}^R(q).$$

Потери на кабелях приемникп  $L_{recv}$  и передатчике  $L_{tr}$  примем равным 1 дБ и запас на замирания сигнала  $SOM = 10$  дБ.

Let us carry out an example of the calculation communication link between stations  $s_1$  and  $s_2$ : Для примера рассчитаем радиус связи между станциями  $s_1$  и  $s_2$ :

BS	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$P_{recv}^r$	$G_{recv}^r$	$c$
	дБм	дБ	Дбм	дБм	дБ	у.е.
1	20	5	-69	-67	5	40
2	19	5	-67	-67	5	28
3	18	5	-69	-67	5	45
4	19	5	-69	-67	6	22
5	19	5	-67	-67	5	21
6	20	5	-69	-67	5	40
7	19	5	-67	-67	5	28
8	18	5	-69	-67	5	45
Шлюз	$G_{recv}^R$	$P_{recv}^R$		Объект	$P_{tr}^r$	$G_{tr}^r$
	дБ	дБм			дБм	дБ
	5	-69			15	2

Таблица 18 — Параметры базовых станций, шлюзов и объектов.

$$L_{fs}^{12} = P_{tr}^R(1) - L_{tr} + G_{tr}^R(1) + G_{tr}^R(2) - L_{recv} - SOM - P_{recv}^R(2) =$$

$$= 20 - 1 + 5 + 5 - 1 - 10 - (-69) = 87(dB). \quad (4.1)$$

Для расчета канала связи необходимо использовать формулу ???. Несущая частота  $f = 2437$  МГц и коэффициент для расчета потерь  $K = -27,55$ :

$$R_{jq} = 10^{\left(\frac{L_{fs}^{jq} - 20 \lg F - K}{20}\right)} = 10^{\left(\frac{87 - 20 \lg 2437 - (-27.55)}{20}\right)} = 174(m). \quad (4.2)$$

В таблице 19 приведены расчеты максимальных радиусов связи между всеми станциями  $s_j$ ,  $j = 1, \dots, m$  и шлюзом  $s_{m+1}$ .

$R_{jq}$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$	$s_{m+1}$
$s_1$	—	174	219	219	174	219	174	219	219
$s_2$	195	—	195	195	155	195	155	195	195
$s_3$	174	138	—	174	138	174	138	174	174
$s_4$	195	155	195	—	155	195	155	195	195
$s_5$	195	155	195	195	—	195	155	195	195
$s_6$	219	174	219	219	174	—	174	219	219
$s_7$	195	155	195	195	155	195	—	195	195
$s_8$	174	138	174	174	138	174	138	—	174

Таблица 19 — Рассчитанные радиусы связи между станциями

### Расчет радиуса покрытия

Расчет проводится аналогично расчету радиуса связи между станциями. Потери в свободном пространстве для канала между  $j$ -ой станции и контролируемым объектом

$$L_{fs}^j = P_{tr}^r(j) - L_{tr} - SOM - P_{RX}.$$

Пример расчета радиуса покрытия для 1-ой станции:

$$L_{fs}^1 = P_{tr}^r + G_{tr}^r + G_{recv}^r(1) - L_{recv}(1) - SOM - P_{recv}^r(1) =$$

$$= 15 + 2 + 5 - 1 - (-67) - 10 = 78 \text{ (дБ)}. \quad (4.3)$$

$$r_1 = 10^{\left(\frac{78 - 20 \lg 2437 - (-27.55)}{20}\right)} = 77 \text{ (м)}.$$

STA	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$
$r_j$	77	77	77	87	77	77	77	77

Таблица 20 — Рассчитанные радиусы покрытия станций

Рассчитанные радиусы покрытия для всех станций  $s_j$ ,  $j = \overline{1, m}$  представлены в таблице 20).

Задача ЦЛП решена с помощью Optimization Toolbox MatLab. Таблица 21 содержит все полученные целочисленные решения.

$a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	Покрытие	Цена
Координаты	29	40	95	139	181	230	273	м	у.е.
Целлочисленное решение 1	$s_1$	$s_2$	$s_6$	—	—	—	$s_4$	286	130
Целлочисленное решение 2	$s_4$	—	$s_5$	$s_7$	—	—	$s_2$	289	99
Оптимальное решение	$s_4$	$s_2$	—	—	$s_1$	—	$s_5$	300	111

Таблица 21 — Решение задачи ЦЛП.

#### 4.4 Метод ветвей и границ на примере задачи размещения двух базовых станций

Рассмотрим пример решения задачи в комбинаторной задаче. Пусть задан отрезок  $\alpha$  длиной  $L = 50$  с концами в точках  $a_0$  и  $a_4$  с координатами  $l_0 = 0$   $l_4 = 50$ . Внутри данного отрезка имеется множество точек размещения  $A = \{a_i\}, i = 1, 2, 3$  с координатами  $l_1 = 20, l_2 = 30, l_3 = 40$ .

Задано множество БС  $S = \{s_j\}, j = 1, 2$ . Каждой станции приписаны параметры  $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}\}$ . Для  $s_1$  задано  $r_1 = 25, R_{10} = 62, R_{12} = 35, R_{14} = 31$ . Для  $s_2$  задано  $r_2 = 9, R_{20} = 31, R_{12} = 28, R_{24} = 39$ . На концах отрезка размещены шлюзы  $s_0$  и  $s_4$ . Радиус связи шлюзов для соединения с БС  $R_{01} = R_{41} = 62$  и  $R_{02} = R_{42} = 39$ .

Необходимо разместить БС  $s_1$  и  $s_2$ , т.е. найти такую расстановку  $P^*$ , которая минимизирует функционал недопокрытия  $f(P)$  (2.1).

**Решение полным перебором.**

Общее количество размещения двух станций по трем точкам равна  $\gamma = C_3^2 \cdot 2! = 6$ .

Таблица 22 — Решение полным перебором

Расстановка, $P$	Недопокрытие, $f(P)$	Номер узла дерева, $\nu$	Размещение		
			$a_1$	$a_2$	$a_3$
$P_1$	11	3	$S_1$	$S_2$	—
$P_2$	1	5	$S_1$	—	$S_2$
$P_3$	11	9	$S_2$	$S_1$	—
$P_4$	11	11	$S_2$	—	$S_1$
$P_5$	6	15	—	$S_1$	$S_2$
$P_6$	21	19	—	$S_2$	$S_1$
Количество пройденных узлов			24		

В таблице 22 представлены полученные в ходе решения расстановки. Все расстановки пронумерованы в соответствии с порядком их нахождения. Оптимальным решением  $P^*$  с минимальным значением функции (2.17) является допустимая расстановка  $P_2$ .

### Решение с помощью МВиГ.

Теперь решим пример данной задачи в соответствии с разработанным МВиГ. Так как мы не учитываем ограничения на стоимость и величину задержку, допустимая расстановка должна удовлетворять только требованию 1, а также условию размещения всех имеющихся БС.

### Исследование множества $G_0$ .

За начальный рекорд примем длину всего отрезка  $\hat{P} = L = 50$ .

Построение оценки  $W(G_0)$ :

$$W(G_0) = \max\{L - 2(r_1 + r_2), 0\} = \max\{50 - 2(25 + 9), 0\}.$$

Разбиваем множества  $G_0$  на два подмножества  $G_1 = G_0^1$  ( $\pi_{11} = 1$ ) и  $G_2 = G_0^2$  ( $\pi_{11} = 0$ ). Исследуем левое дочернее подмножество  $G_1$ . Правое подмножество  $G_2$  оставим для обратного шага.

### Исследование множества $G_1$ .

Случай 1.

Проверка требования 1.

Шаг 1.

Проверяем, что каждый из радиусов  $R_{10}$  и  $R_{01}$  не меньше расстояния до левого шлюза  $s_0$ .

$$l_1 - l_0 \leq R_{10} \rightarrow 20 - 0 \leq 62;$$

$$l_1 - l_0 \leq R_{01} \rightarrow 20 - 0 \leq 62;$$

Шаг 2. Осталось неразмещенная БС  $s_2$ . Проверяем, что радиусы связи  $R_{12}$  и  $R_{21}$  не меньше расстояния до правой точки от  $a_1$  точка  $a_2$ .

$$l_2 - l_1 \leq R_{12} \rightarrow 30 - 20 \leq 35;$$

$$l_2 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 30 - 20 \leq 28.$$

Шаг 3.

Так как осталась только одна нераспределенная станция  $s_2$ , проверяем, что расстояние среди еще незанятых точек справа от точки  $a_1$  есть такая точка, что расстояния от этой точки до точки  $a_1$  и одновременно от этой точки до точки  $a_{n+1}$  не больше, чем радиус связи у нераспределенной станции.

Проверка точки  $a_2$ .

$$l_2 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 30 - 20 \leq 28;$$

$$l_4 - l_2 \leq R_{21} \rightarrow 50 - 20 \leq 31;$$

Проверка точки  $a_2$ .

$$l_3 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 40 - 20 \leq 28;$$

$$l_4 - l_3 \leq R_{21} \rightarrow 50 - 40 \leq 31;$$

Проверка обеспечения связи между размещаемыми БС произведена, можно приступать к оценке недопокрытия.

Случай 2.

Построение оценки  $W(G_1)$ :

$$W(G_1) = w_1(G_1) + w_2(G_1).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС  $s_1$ :

$$w_1(G_1) = \max\{(l_1 - l_0) - r_1, 0\} \rightarrow \max\{(20 - 0) - 25, 0\} = 0.$$

И оценка недопокрытия справа от размещаемой БС  $s_1$ :

$$w_2(G_1) = \max\{(l_4 - l_1) - (r_1 + 2r_2), 0\} \rightarrow \max\{(50 - 20) - (25 + 2 \cdot 9), 0\} = 0.$$

Итоговая оценка

$$W(G_1) = 0 + 0 = 0.$$

Разбиваем множества  $G_1$  на два подмножества  $G_3 = G_1^1$  ( $\pi_{22} = 1$ ) и  $G_4 = G_1^2$  ( $\pi_{22} = 0$ ). Исследуем левое дочернее подмножество  $G_3$ . Правое подмножество  $G_4$  оставим для обратного шага.

**Исследование множества  $G_3$ .**

Случай 1.

Проверка требования 1 проводится аналогичным образом. Перейдем к расчету оценки.

Случай 2.

Построение оценки  $W(G_3)$ :

$$W(G_3) = w_1(G_3) + w_2(G_3).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_1(G_3) = w_1(G_1) + (l_2 - l_1) - (r_1 + r_2) \rightarrow 0 + \max\{(30 - 20) - (25 + 9), 0\} = 0 + 0 = 0$$

Оценка недопокрытия справа от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_2(G_3) = \max\{(l_4 - l_2) - r_2, 0\} \rightarrow \max\{(50 - 30) - 9, 0\} = 11.$$

$$W(G_3) = 0 + 11 = 11.$$

Все  $m$  станции размещены,  $f(P_1) = W(G_3)$ . Так как  $f(P_1) \leq f(\hat{P}) \rightarrow f(P_1) \leq 50$ , полученное недопокрытие  $f(P_1)$  принимается за новый рекорд.

Следующим этапом будет обратный шаг по дереву поиска, так как все станции размещены, то есть нет свободных переменных  $\pi_{ij}$  в множестве  $\Pi^f$ . Незакрытая вершина с наибольшим порядковым номером – вершина  $G_4$  с условием  $\pi_{22} = 0$ .

**Исследование множества  $G_4$ .**

Случай 2.

Оценка правого дочернего узла  $W(G_4)$  равна оценке материнского узла  $W(G_1)$ ,  $w_1(G_4) = w_1(G_1)$ ,  $w_2(G_4) = w_2(G_1)$ , и  $W(G_4) = W(G_1) = 0$ .

Разбиваем множества  $G_4$  на два подмножества  $G_5 = G_4^1$  ( $\pi_{32} = 1$ ) и  $G_6 = G_4^2$  ( $\pi_{32} = 0$ ).

**Исследование множества  $G_5$ .**

Случай 1. Успешная проверка требования 1.

Случай 2.

Построение оценки  $W(G_5)$ :

$$W(G_5) = w_1(G_5) + w_2(G_5).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_1(G_5) = w_1(G_5) + (l_3 - l_1) - (r_1 + r_2) \rightarrow 0 + \max\{(40 - 20) - (25 + 9), 0\} = 0 + 0 = 0$$

Оценка недопокрытия справа от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_2(G_5) = \max\{(l_4 - l_3) - r_2, 0\} \rightarrow \max\{(50 - 40) - 9, 0\} = 1.$$

$$W(G_5) = 0 + 1 = 1.$$

Все  $m$  станции размещены,  $f(P_2) = W(G_5)$ . Так как  $f(P_2) \leq f(\hat{P})$ , полученное недопокрытие  $f(P_2)$  принимается за новый рекорд.

Таблица 23 — Решение методом ветвей и границ

№	Номер узла дерева, $\nu$	Оценка недопокрытия, $W(G_\nu)$	Недопокрытие, $f(P)$	Размещение		
				$a_1$	$a_2$	$a_3$
1	0	0	50	—	—	—
2	1	0	Рекорд	$s_1$	—	—
3	3	11		$s_1$	$s_2$	—
4	4	0		$s_1$	—	—
5	5	1	Рекорд	$s_1$	—	$s_2$
6	6	0	$\emptyset$	$s_1$	—	—
7	2	0		—	—	—



8	7	11		$s_2$	—	—
9	8	0		—	—	—
10	9	5		—	$s_1$	—
11	10	0		—	—	—
12	11	21		—	$s_2$	—
13	12	0		—	—	—
14	13	15		—	—	$s_1$
15	14	0		—	—	—
16	15	0	$\emptyset$	—	—	—
17	16	0		—	—	—

В ходе движения по дереву поиска исследования вершин происходило аналогичным образом как показано ранее. Оптимальным решением задачи стала расстановка  $P_2$  с непокрытием  $f(P_2) = 1$ . В таблице 23 представлены полученные оценки в ходе движения по дереву ветвлений. Все вершины закрыты, количество пройденных узлов бинарного дерева поиска МВиГ составляет 16.

#### 4.5 Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме

Дано:

- линейный участок  $L = 300$  метров;
- множество точек размещения  $|A| = 8$ ;
- множество БС  $|S| = 8$ ;
- протокол IEEE 802.11n;
- ограничение на суммарную стоимость  $T = 0.001$ с;
- интенсивность входящих пакетов  $\lambda = 1000$  1/с;
- средний размер входящих пакетов  $w = 1500$  байт;
- отклонение от оптимального решения,  $\varepsilon = 0.5$

Рассмотрим пример задачи оптимального размещения базовых станций вдоль линейного участка для организации БШС. В данном приложении будет представлен пример решения на базе семейства протоколов IEEE 802.11. Задан

линейный участок  $L = 230$  метров. На данном участке задано множество точек размещения  $|A| = 6$  с координатами, представленными в таблице 24. Задано множество станций  $|S| = 5$ , таблице 25.

Задан линейный участок  $L = 300$  метров. На данном участке в ходе обследования местности были выбраны восемь возможных точек размещения базовых станций,  $|A| = 8$ . Координаты  $l_i$  точек размещения представлены в таблице 24.

Точки размещения, $a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$
Координаты, $l_i$	43	72	98	150	178	201	269	280

Таблица 24 — Координаты точек размещения

На рынке представлен широкий спектр технических устройств от компаний Cisco, Mikrotik и т.д. позволяющий организовывать сеть в открытой местности и учитывающий климатические сложности на нефтегазовых месторождениях, такие как предельные температуры, сила ветра и т.д. Под БС в нашей задаче будем понимать точку доступа с антеннами для покрытия заданной области и антеннами для обеспечения связи с соседними станциями БШС.

В ходе этапа выбора комплекса технических средств были выбраны восемь БС. Множество станций  $|S| = 8$ . Каждой БС преписаны паспортные характеристики антенн, пропускная способность точки доступа и итоговая стоимость станции. Стоимость взята условная, чтобы не указывать реальные цены производителя на время написания диссертации и курс валют. Будем рассматривать БШС для задачи мониторинга, то есть с каналом передачи на верхний уровень, UpLink. Рабочая частота 2,4 ГГц. Для каждой БС будем использовать пропускную способность для модуляции и схемы кодирования MCS7. В таблице 25 представлены параметры БС. Здесь  $P_{tr}^R$  — мощность направленной антенны,  $G_{tr}^R$  — усиление направленной антенны,  $P_{recv}^R$  — чувствительность направленной антенны,  $L$  — потери в антенном кабеле и разъемах, передающего тракта,  $P_{recv}^r$  — чувствительность всенаправленной антенны,  $G_{recv}^r$  — усиление всенаправленной антенны,  $p$  — пропускная способность,  $c$  — стоимость

На концах участка размещены шлюзы  $s_0$  и  $s_{m+1}$  с параметрами (таблица 26):

Для расчета области покрытия необходимо задаться характеристиками устройств, с которых будет собираться информация (таблица 27).

Итоговое размещение БС должно удовлетворять заданным ограничениям:

S	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$L$	$P_{recv}^r$	$G_{recv}^r$	$p$	$c$
№	дБМ	дБ	дБМ	дБ	дБМ	дБ	Мбит/с	у.е.
1	20	4	-77	1	-77	3	72,2	24
2	19	4	-77	1	-73	4	72,2	20
3	19	4	-77	1	-77	5	72,2	24
4	18	4	-77	1	-77	3	72,2	24
5	19	4	-77	1	-77	4	72,2	28
6	19	4	-77	1	-74	4	72,2	24
7	20	4	-77	1	-73	4	72,2	20
8	19	4	-77	1	-77	4	72,2	20

Таблица 25 — Параметры базовых станций

Шлюз	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$L$
№	дБ	дБ	дБ	дБ
$s_0$	20	5	-77	1
$s_{m+1}$	20	5	-77	1

Таблица 26 — Параметры шлюзов

Устройство	$P_{tr}^u d$	$G_{tr}^u d$	$L$
	дБ	дБ	дБ
	9	1	0

Таблица 27 — Параметры устройств

- на стоимость  $C = 76$ ;
- на межконцевую задержку сети  $T = 0.001$  с.

Для расчета времени межконтинентальной задержки, будем считать, что на каждую БС поступает трафик с интенсивностью  $\lambda = 1000$  1/с. Средний размер поступающих пакетов  $w = 1500$  байт.

Для поиска последовательности топологий задано отклонение  $\varepsilon = 0.5\%$  от найденного оптимального значения.

## Расчет радиуса связи и радиуса покрытия станций

По формуле (5) рассчитаем радиус покрытия для каждой станции (таблица 28) и радиусы связи между станциями и со шлюзами (таблица 29 и таблица 30).

Станция	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_{m+1}$
$r_j$ , м	48	43	38	43	43	0

Таблица 28 — Рассчитанные радиусы покрытия

$R_{jq}$ , м	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_0$	$S_{m+1}$
$S_1$	—	76	96	96	76	76	76
$S_2$	85	—	85	85	68	68	68
$S_3$	76	60	—	76	60	60	60
$S_4$	85	68	85	—	68	68	68
$S_5$	85	68	85	85	—	68	68

Таблица 29 — Рассчитанные радиусы связи базовых станций

$R_{jq}$ , м	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$S_0$	96	85	76	85	85
$S_{m+1}$	96	85	76	85	85

Таблица 30 — Рассчитанные радиусы связи шлюзов

В таблице 31 представлены результаты решения размещения станций. Для заданной  $\varepsilon = 1\%$ , т.е.  $d = 2$  был полученны последовательности расстановок для **задач 2, 3 и 4** расчета оценок с помощью задачи ЦЛП, задачи «О ранце» и ЛП. В таблице представлены рекорды «недопокрытия», стоимости и задержки сети, а также размещения станций, число пройденных узлов дерева а и время счета. Задача ЦЛП и задача о ранце решались с помощью Optimization Toolbox Matlab, а задача ЛП решалась с помощью библиотеки с исходным кодом Scipy Python. Как видно из результатов оценка, полученная с помощью задачи ЛП менее точная, приходится обходить большее количество узлов для нахождения рекордов по сравнению с методом оценки «недопокрытия» с помощью **задач 2 и 3**. В итоге возрастает итоговое количество пройденных узлов. В свою очередь метод ЛП имеет свое преимущество, так как время счета меньше.

Таблица 31 — Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП

№	Рекорд, м	Стоимость, у.е.	Задержка, сек	Размещение						
				$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
1	1	65	0,03244	$S_1$	-	$S_4$	-	-	$S_5$	-
2	1	65	0,03244	$S_1$	-	$S_5$	-	-	$S_4$	-
3	1	65	0,03244	$S_4$	-	$S_1$	-	-	$S_5$	-
4	0	65	0,03244	$S_4$	-	$S_5$	-	-	$S_1$	-
5	1	65	0,03244	$S_5$	-	$S_1$	-	-	$S_4$	-
6	0	65	0,03244	$S_5$	-	$S_4$	-	-	$S_1$	-
7	1	65	0,03244	-	$S_1$	$S_4$	-	-	$S_5$	-
8	1	65	0,03244	-	$S_1$	$S_5$	-	-	$S_4$	-
9	1	65	0,03244	-	$S_1$	-	$S_4$	-	$S_5$	-
10	0	65	0,03244	-	$S_1$	-	$S_4$	-	-	$S_5$
11	1	65	0,03244	-	$S_4$	$S_1$	-	-	$S_5$	-
12	0	65	0,03244	-	$S_4$	$S_5$	-	-	$S_1$	-
13	1	65	0,03244	-	$S_4$	-	$S_1$	-	$S_5$	-
14	0	65	0,03244	-	$S_4$	-	$S_1$	-	-	$S_5$
15	1	65	0,03244	-	$S_5$	$S_1$	-	-	$S_4$	-
16	0	65	0,03244	-	$S_5$	$S_4$	-	-	$S_1$	-
Метод оценки «недопокрытия» справа		ЦЛП					Задача «О ранце»		ЛП	
Число пройденных узлов		934					934		1590	
Время счета, сек		5,412					5,136		3,613	

## Список литературы

- [1] *Gurobi Optimizer*. — URL: <https://www.gurobi.com/products/gurobi-optimizer/> (дата обр. 10.03.2022).
- [2] *SciPy*. — URL: <https://scipy.org/> (дата обр. 10.03.2022).