

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)

На правах рукописи

Мухтаров Амир Амангельдыевич

**Разработка моделей и методов оптимального размещения  
базовых станций при проектировании беспроводных  
широкополосных сетей**

Специальность 05.13.18 —

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
Першин Олег Юрьевич

Москва — 2022

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Синтез топологической структуры беспроводных широкополосных сетей . . . . .</b>	<b>11</b>
1.1 Этапы проектирования БШС . . . . .	13
1.2 Анализ современных беспроводных широкополосных технологий передачи данных . . . . .	15
1.2.1 Архитектура сетей Wi-Fi . . . . .	16
1.2.2 Архитектура сетей LTE . . . . .	19
1.2.3 Архитектура сетей 5G NR . . . . .	21
1.3 Определение параметров БШС, необходимых для решения задач размещения БС . . . . .	25
1.3.1 Энергетический потенциал канала связи . . . . .	26
1.3.2 Модель потерь в свободном пространстве . . . . .	28
1.3.3 Модель распространения SUI . . . . .	29
1.3.4 Модель двухлучевого распространения . . . . .	31
1.3.5 Модель Окамура-Хата . . . . .	32
1.3.6 Расчет параметров БС, необходимых для задачи оптимизации . . . . .	33
1.4 Оценка характеристик производительности сети с помощью стохастических моделей массового обслуживания . . . . .	34
1.4.1 Структура кадра Wi-Fi . . . . .	34
1.4.2 Структура кадра LTE . . . . .	37
1.4.3 Структура кадра 5G NR . . . . .	40
1.4.4 Расчет межконцевой задержки . . . . .	42
1.5 Выводы по главе 1 . . . . .	47
<b>Глава 2. Размещение набора базовых станций беспроводной широкополосной сети для покрытия линейной участка . . . . .</b>	<b>49</b>
2.1 Актуальность внедрения БШС для телекоммуникационного покрытия линейного участка . . . . .	49

2.2	Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде задачи целочисленного линейного программирования . . . . .	53
2.2.1	Постановка задачи . . . . .	54
2.2.2	Модель целочисленного линейного программирования . . . . .	55
2.3	Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме . . . . .	60
2.3.1	Постановка задачи . . . . .	61
2.3.2	Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве $\Gamma$ . . . . .	63
2.3.3	Метод ветвей и границ для задачи размещения БС . . . . .	66
2.3.4	Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС . . . . .	71
2.4	Выводы по главе 2 . . . . .	72
<b>Глава 3. Размещение базовых станций беспроводной широкополосной сети для обслуживания множества рассредоточенных объектов . . . . .</b>		<b>75</b>
3.1	Актуальность внедрения БШС для обслуживания рассредоточенных объектов . . . . .	75
3.2	Математическая модель задачи проверки допустимого решения при заданных местах размещения станций. . . . .	76
3.2.1	Постановка задачи . . . . .	77
3.2.2	Модель линейного программирования . . . . .	78
3.3	Математическая модель оптимальной задачи выбора набора размещаемых БС и определения мест их размещения . . . . .	84
3.3.1	Постановка задачи. . . . .	84
3.3.2	Модель частично целочисленного линейного программирования . . . . .	86
3.4	Выводы по главе 3 . . . . .	91
<b>Глава 4. Программный комплекс и численные примеры решения задач представленных математических моделей . . . . .</b>		<b>93</b>

4.1	Программный комплекс расчета задачи размещения БС . . . . .	93
4.2	Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи целочисленного линейного программирования . . . . .	97
4.3	Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме . . . . .	101
4.4	Метод ветвей и границ на примере задачи размещени двух базовых станций . . . . .	104
4.5	Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4 . . . . .	111
4.6	Сравнительная оценка полученных модели ЦЛП и модели в комбинаторной форме, решаемой с помощью МВиГ . . . . .	113
4.7	Выводы по главе 4 . . . . .	114
<b>Заключение</b>		116
<b>Список сокращений и условных обозначений</b>		118
<b>Словарь терминов</b>		119
<b>Список литературы</b>		120
<b>Список рисунков</b>		137
<b>Список таблиц</b>		139
<b>Приложение А. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ</b>		140

## Введение

В настоящее время заметна тенденция цифровой трансформации, что подразумевает под собой бурное развитие информационных технологий во всех сферах деятельности человека. Основными перспективными направлениями цифровизации являются: цифровая трансформация транспортного комплекса, глобальная цифровизация нефтегазового сектора страны, переход к малолюдным технологиям. Это подход подразумевает не только оснащение современным технологичным оборудованием, но и глобальное изменение в подходах управления, сбора информации и средств коммуникаций. Уже сейчас основными современными информационными технологиями, встречающимися на пути трансформации являются: большие данные (Big Data), предиктивные модели на искусственных нейронных сетях (Artificial Neural Network), системы распределенного реестра (Blockchain), промышленный интернет вещей (Industrial Internet of Things, IIoT), технологии виртуальной и дополненной реальности (Virtual Reality, VR), мониторинг распределенных объектов с помощью беспилотных летательных аппаратов БПЛА (Unmanned Aerial Vehicle, UAV). В совокупности данные технологии создают необходимость в эффективной передаче больших объемов высокоскоростного трафика. Одним из путей решения данной проблемы является интенсивное развитие и внедрение беспроводных технологий.

В настоящее время беспроводные технологии являются неотъемлемой частью процесса «цифровизации». Активное использование беспроводных сетей основывается на ряде их преимуществ по сравнению с кабельными сетями:

- организация связи в труднодоступных регионах;
- быстрый ввод в эксплуатацию по системе подключение типа «Подключил и Работай» (Plug-&-Play);
- сокращение капитальных затрат на создание сети;
- уменьшение затрат на эксплуатацию;
- высокая гибкость, мобильность, масштабируемость;
- упрощенные требования к обслуживанию оборудования.

В рамках этого процесса возникает актуальная научно-техническая проблема повышения качества проектирования беспроводной сети связи, осуществляющей сбор и передачу информации в центр управления с множества

контролируемых объектов на некоторой территории и мониторинг самой территории.

Процесс проектирования современной беспроводной сети связи состоит из последовательного решения взаимосвязанных задач:

1. обследование местности;
2. выбор типов технических средств и протоколов;
3. выбор топологической структуры сети;
4. анализ и оценка будущей беспроводной сети с помощью математического моделирования.

Данная работа посвящена актуальной проблеме оптимизации топологической структуры беспроводной широкополосной сети (БШС). Задача выбора топологической структуры при проектировании является одной из важнейших задач, ошибки при которой могут привести к большим капитальным затратам и ухудшению качества обслуживания. С математической точки зрения задачи синтеза топологии являются сложной задачей, время счета для которой растет экспоненциально с ростом размерности. Таким образом высокий интерес к разработке новых моделей и методов оптимизации топологической структуры БШС определяют актуальность и новизну диссертационной работы.

**Степень разработанности темы.** Создание и постоянное развитие современной инфраструктуры передачи данных является одной из основных задач цифровизации. Бурное развитие беспроводных сетей во всех областях деятельности человека: интеллектуальные транспортные системы вдоль автомобильных дорог, мониторинг нефтегазовых объектов, организация современного высокоскоростного покрытия в общественных зонах обосновывает целесообразность их использования. В настоящее время в России и за рубежом исследованию беспроводных сетей связи посвящен ряд работ, где рассматриваются сети для мониторинга гражданских и промышленных объектов. Примерами таких объектов является жилые районы города, протяженные автомагистрали, железные дороги, трубопроводы и др. В частности, при исследовании проблемы синтеза топологии сети автор опирался на труды таких отечественных ученых как: **В.М. Вишневский, Ю. В. Гайдамака, А.Е. Кучерявый, А.А. Ларионов, В.М. Малыш, О.Ю. Першин, К. Е. Самуйлов, Р.Л. Смелянский и другие.** Наряду с отечественными работами указанные проблемы рассматривались в работах зарубежных авторов: Е.С. Кавальканте, Х. Лиу, А.Б. Рейз, Д.Ли, Д.П. Хейман, С. Шен, Д. Бендель, У. М. Амин, Б. Брахим,

Х.Э. Кызылёз и другие. В работах указанных авторов рассматриваются задачи оптимального синтеза топологии сети и исследуются вопросы анализа сетей, в том числе рассматриваются оценки характеристик сетей с помощью стохастических моделей сетей массового обслуживания.

В данной работе представлены математические модели задачи оптимального размещения базовых станций, предложен новый алгоритм типа ветвей и границ для решения задачи в комбинаторной форме. Исследования доведены до разработки алгоритмов и программ, применимых для решения практических задач. Проведены результаты численных экспериментов, позволяющие оценить характеристики вычислительных методов.

**Объектом исследования** являются БШС вдоль протяженных транспортных магистралей: автомобильные и железные дороги, магистральные и промысловые трубопроводы, линии метрополитена.

**Предметом исследования** является синтез топологической структуры БШС.

**Цель диссертационного исследования** состоит в разработке моделей и методов оптимального размещения базовых станций для БШС, определяющих топологию таких сетей.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Проведен анализ современного состояния и перспектив развития БШС для обоснования актуальности исследований в области оптимизации их топологии.
2. Проанализирована методика проектирования современных БШС с целью определения требований к решению задачи синтеза оптимальной топологии сети, а также расчета параметров БШС, необходимых для решения задач размещения базовых станций.
3. Построены математические модели для задачи оптимального размещения базовых станций БШС с линейной топологией, разработан алгоритм типа метода ветвей и границ (МВиГ) для решения указанной задачи, предложена итерационная процедура нахождения последовательности лучших решений в размещении базовых станций в рамках комплексного проектирования сети.
4. Построена математическая модель в виде задачи частично целочисленного линейного программирования (ЧЦЛП) для решения задач проектирования и анализа БШС с ячеистой топологией.

5. Приведены численные эксперименты, доказывающие значимость представленных математических моделей и разработанного алгоритма.

**Научная новизна** результатов исследования заключается в следующем:

1. Построена новая математическая модель в виде задачи целочисленного линейного программирования оптимального размещения базовых станций при проектировании БШС с линейной топологией.
2. Построена новая комбинаторная модель в экстремальной форме решения задачи оптимального размещения базовых станций при проектировании БШС с линейной топологией.
3. Разработан специальный алгоритм типа ветвей и границ для решения сформулированной экстремальной комбинаторной задачи, учитывающий специфику размещения базовых станций БШС для телекоммуникационного покрытия протяженных объектов.
4. Разработана новая итерационная процедура нахождения последовательности лучших решений для задачи размещения базовых станций в рамках комплексного проектирования БШС для телекоммуникационного покрытия протяженных объектов.
5. Разработан программный комплекс для расчета комбинаторной задачи с помощью предложенного алгоритма.
6. Разработана новая математическая модель в виде задачи ЧЦЛП для задачи проектирования БШС с ячеистой топологией.

**Область исследования.** Диссертационная работа соответствует содержанию специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а именно следующим пунктам специальности:

1. Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений.
2. Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей.
3. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.
4. Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.

**Практическая значимость.** Разработанные модели и методы позволяют повысить качество проектирования и эффективность БШС. Результаты исследования, изложенные в диссертации, были получены в рамках выполнения работ при финансовой поддержке Российской фонда фундаментальных исследований по грантам №19-07-00919 и №19-29-06043. **Добавить гранты, в которых я участвую**

**Методы исследования.** В работе использованы теория и методы оптимизации на конечных множествах, математического программирования, теории массового обслуживания, методы теории вероятностей и случайных процессов. При разработке программного обеспечения использовались методы объектно-ориентированного программирования.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Математическая модель в виде задачи ЦЛП для оптимального размещения базовых станций при проектировании БШС с линейной топологией.
2. Математическая модель в виде экстремальной комбинаторной задачи для оптимального размещения базовых станций при проектировании БШС с линейной топологией.
3. Специальный алгоритм МВиГ для решения сформулированной экстремальной комбинаторной задачи.
4. Итерационная процедура нахождения последовательности лучших решений для задачи размещения базовых станций в рамках комплексного проектирования БШС с линейной топологией.
5. Математические модели для задач проектирования БШС с ячеистой топологией.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты исследования представлены и обсуждены на научных конференциях «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 17-21 сентября 2018); «13-е Всероссийское совещание по проблемам управления» (Москва, 17-20 июня 2019); «International Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications» (Москва, 22-27 сентября 2019), «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 24-26 сентября 2019); «Conference Management of Large-Scale System Development» (Москва, 1-3 октября 2019); «Information and Telecommunication Technologies and Mathematical Modeling of High-Tech Systems» (Москва, 13-17 апреля 2020); «Computer-aided

technologies in applied mathematics» (Томск, 7-9 сентября 2020); «International Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications» (Москва, 14-18 сентября 2020); «Information and Telecommunication Technologies and Mathematical Modeling of High-Tech Systems» (Москва, 19-23 апреля 2021); «5th International Scientific Conference on Information, Control, and Communication Technologies» (Астрахань, 4-7 октября 2021)

**Личный вклад.** Основные результаты диссертации, выносимые на защиту получены автором самостоятельно.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 15 печатных изданиях, 2 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 3 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, 10 — в сборниках трудов конференций, индексируемых РИНЦ. Зарегистрирована 1 программа для ЭВМ.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и 1 приложения. Полный объём диссертации составляет 140 страниц, включая 33 рисунка и 26 таблиц. Список литературы содержит 148 наименований.

## Глава 1. Синтез топологической структуры беспроводных широкополосных сетей

Современные беспроводные широкополосные сети (БШС) связи , обладая рядом преимуществ, нашли свое широкое применение в задачах мониторинга и управления различных производственных или гражданских объектов, движущихся транспортных средств и т.д. К основным преимуществам развертывания БШС можно отнести:

- возможность получения информации с любой точки контролируемой территории,
- быстрый ввод в эксплуатацию,
- сокращение капитальных затрат на создание и эксплуатацию сети,
- высокая гибкость, мобильность и масштабируемость.

Одним из ключевых направлений цифровой трансформации является внедрение БШС на автомобильных дорогах в рамках интеллектуальных транспортных систем (ИТС). Создание современной инфраструктуры передачи мультимедийной информации вдоль протяженных магистралей является одной из важнейших проблем при создании новых и функционировании существующих транспортных магистралей. Особенно актуально решение этой проблемы для стран с обширной территорией, к числу которых относится Российская Федерация. [1]. Создание такой инфраструктуры позволит обеспечить качественной и высокоскоростной связью для передачи данных в реальном времени.

Цифровая трансформация также затронула основной элемент российской экономики – нефтегазовый комплекс, являясь первостепенной задачей для развития нефтегазового сектора страны. Она позволит бизнесу в рамках перехода производства к новой модели управления «Индустрис 4.0» сохранить лидирующие позиции и не утратить производственного потенциала [2, 3]. Неотъемлемой частью такой трансформации является внедрение беспроводных технологий [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]. Нефтегазовые объекты часто расположены в труднодоступной местности на обширной территории в несколько километров. Данный фактор является ключевым преимуществом беспроводных технологий для развертывания по сравнению с кабельными коммуникациями.

В данном исследовании в рамках цифровой трансформации представлены модели и методы оптимизации задачи синтеза топологии БШС, являющейся частью комплексного проектирования беспроводных сетей. (Рисунок 1.1).



Рисунок 1.1 — Задача синтеза топологии при проектировании БШС в рамках цифровой трансформации "Индустрия 4.0".

В данной главе будут представлены основные этапы проектирования БШС и место задачи синтеза ее топологии в ней. Рассмотрены основные протоколы передачи данных БШС и анализ их структуры для решения задачи оптимального размещения узлов этой сети – БС. В качестве входных параметров задач размещения БС принимаются величины дальности телекоммуникационной связи станций. Для расчета данных параметров в главе будут представлены основные модели распространения сигнала в пространстве. В диссертационной работе будет представлен новый алгоритм размещения БС в комбинаторной форме, который позволяет учитывать в качестве ограничения оценку характеристику производительности БШС. В работе в качестве такой оценки рассмотрена величина межконцевой задержки в БШС. Для рассмотренных протоколов передачи данных проанализированы структуры кадров и

организация передачи в канале. Для оценки межконцевой задержки сети проанализирована аппарат теории массового обслуживания.

## 1.1 Этапы проектирования БШС

Для обеспечения высокого качества беспроводной связи необходимо проводить грамотное проектирование БШС. Существуют различные подходы к проектированию беспроводных сетей. Для одних задачей является максимальная зона покрытия, для других – достижения максимальной производительности передачи данных, для третьих – нахождения баланса между зоной охвата и производительностью [9]. В диссертации будут предложены модели и методы оптимального размещения БС БШС, целью которых является максимальная зона охвата. Процесс проектирования современной БШС, как правило, для такого подхода имеет следующие основные этапы (Рисунок 1.2):

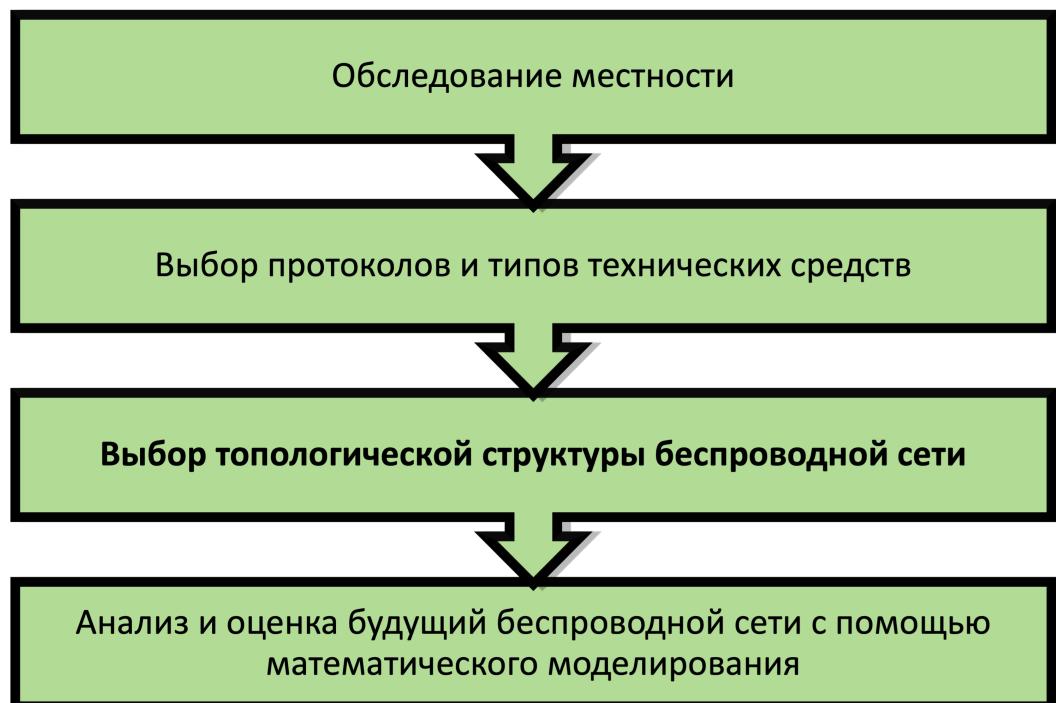


Рисунок 1.2 – Этапы проектирования БШС.

Любое проектирование БШС всегда начинается с первоначального обследования местности. В данный этап входят задачи радиобследования и радиопланирования. оценки реальных размеров области контроля, наличие стационарных инженерно-технических сооружений, мешающих передачи сигнала,

такими как металлические конструкции, перекрытия, стены и т.д. При развертывании БШС в открытой местности также немаловажную роль играет наличие перепада высот. В ходе выполнения комплекса работ на местности, определяются возможные точки размещения оборудования [10]. На основе результатов данного этапа проводится выбор типов моделей оборудования для дальнейшего их размещения и организации сети.

Производительность и дальность действия беспроводных сетей не безграничны. При их проектировании стоит учитывать множество параметров: частота, скорость, мощность излучения [9]. На этапе выбора оборудования необходимо определиться с протоколом будущей БШС и подготовить необходимый комплекс технических средств для развертывания будущей сети. БС является основополагающим устройством будущей сети, которая отвечает за покрытие заданной области. Покрытие в свою очередь зависит от мощности передатчика устройства, усиления антенн, чувствительности приемного устройства.

После определения множества возможных точек размещения БС на этапе обследования местности и выборе возможных типов и моделей оборудований можно переходить непосредственно к размещению БС и определению топологической структуры сети. Этап выбора топологической структуры будущей сети является ключевой проблемой данной диссертации. В рамках данной проблемы будут предложены модели и методы оптимального размещения БС для организации БШС.

После решения задачи синтеза топологии, для полученного размещения решаются задачи оценки характеристик производительности БШС. Для расчета оценок широко применяется аппарат теории массового обслуживания (ТМО). Примерами таких задач являются расчет надежности всех элементов сети [11, 12, 13], оценка характеристик качества канала, вероятности потери пакетов, пропускной способности, времени доставки сообщений в сети [14, 15, 16, 17, 18, 19], оценка межконцевой задержки сети [17, 18]. В работе [20] рассматривают стохастическую модель марковской цепи для оценки качества передачи данных автоматизированных систем управления технологическим процессом в условиях помех и прерываний. Одним из современных направлений в исследовании характеристик производительности БШС является использование ТМО в совокупности с методами машинного обучения (МО) [21, 22].

Описанная процедура проектирования БШС является общей для большинства внедрения беспроводных коммуникационных сетей. В зависимости от

конкретных целей, которые преследуют проектировщики, план работ может требовать содержание конкретных этапов и подзадач проектирования. В общем же случае проектирование БШС будет происходить согласно данной последовательности этапов. В изложенной концепции важным является представление места результатов исследования данной диссертации в глобальной задаче комплексного проектирования.

## **1.2 Анализ современных беспроводных широкополосных технологий передачи данных**

Сегодня БШС являются одним из основных направлений развития телекоммуникационной индустрии. Существуют множество различных протоколов БШС. Любая сеть имеет свои преимущества для конкретной задачи. Исходя из специфики таких задач, можно выделить два больших класса. Первый класс – это сети малого радиуса действия, объединяющие в себя множество сенсоров. Для таких сетей характерны низкоскоростной трафик, малое энергопотребление, высокие требования к надежности передачи. К ним относятся ZigBee, Bluetooth, промышленные сети WirelessHART и ISA 100.11a, и т.д. Вторым классом сетей являются БШС, для которых характерны высокая скорость передачи, большая дальность передачи сигнала от несколько десятков метров до несколько километров: Wi-Fi, WiMAX; сотовые сети 3G, LTE и 5G NR.

При проектировании БШС необходимо определиться с выбором протокола передачи данных, который будет удовлетворять всем требованиям проектировщиков. Исследования в данной диссертационной работе главным образом касаются развертыванию высокоскоростной сети передачи данных на открытой местности. В связи с этим в данной работе будет рассмотрен второй класс сетей.

На сегодняшний день основными стандартами являются семейство протоколов IEEE 802.11, сотовые сети LTE и новая мобильная связь 5G NR. В данном параграфе будет представлен анализ структуры и возможных топологий развертывания БС данных стандартов. Данная информация будет необходимо при постановке задач синтеза топологии будущей БШС.

### 1.2.1 Архитектура сетей Wi-Fi

Семейство протоколов IEEE 802.11 или Wi-Fi является одним из популярных протоколов среди беспроводных сетей широкополосного доступа.

Стандарт определяет два типа топологий. Первая топология в стандарте называется независимой (Independent Basic Service Set, IBSS) на основе "точка–точка". Такую сеть также называют Ad-Hoc сетью [23]. Передача в сети производится на основе децентрализованного алгоритма доступа. Хоть и не существует главной базовой станции, в сети Ad-Hoc в каждый момент времени любой узел может взять ведущую роль базовой станции. Следующий тип – централизованная топология. Такой тип сети называют Infrastructure Basic Service Set или просто BSS [24]. Узлы сети могут обмениваться только с базовой станцией, обеспечивающей взаимодействие между всеми конечным узлами сети.

Стек протоколов стандарта IEEE 802.11 соответствует общей структуре 802 (Рисунок 1.3). Физический уровень практически соответствует физическому уровню в модели OSI. Канальный уровень во всех протоколах 802.x разбит на два или более подуровня. Подуровень управления доступом к среде обеспечивает адресацию и механизмы управления доступом к каналам. Подуровень MAC выступает в качестве интерфейса между физическим уровнем и подуровнем управления логическим соединением (LLC). Задача LLC состоит в том, чтобы сделать различия стандартов 802.11x невидимыми для сетевого уровня [25]. На уровне MAC протокола 802.11 определяются два типа доступа к среде передачи данных: функция распределенной координации (Distributed Coordination Function, DCF) и функция централизованной координации (Point Coordination function, PCF), работающий только в режиме IBSS [26].

**Развитие стандарта.** Первый стандарт в 1997 году поддерживал скорость передачи до 1,2 Мбит/с с рабочем диапазоном частот 2,4 ГГц. Уже в 1999 году стандарт 802.1b скорость передачи достигала 11 Мбит/с. В тот же 1999 год одновременно вышел 802.11a, поддерживающий способ модуляции OFDM – мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов. Данный метод модуляции пришел на смену методов прямой последовательности для расширения спектра (direct sequence spread spectrum, DSSS) и псевдослучайная



Рисунок 1.3 — Часть стека протоколов 802.11

перестройка рабочей частоты (frequency-hopping spread spectrum, FHSS). Протокол работает в диапазоне частот 5 ГГц. Данное введение позволило увеличить скорость до 54 Мбит/с. В 2003 году появился 802.11g, в котором OFDM стал совместим с 802.11b DSSS. В 2009 году, в рамках стандарта 802.11n была завершена работа над методами передачи данных SU-MIMO (Single User – Multiple Input Multiple Output), которые одновременно используют несколько антенн на приемнике и передатчике, что дает очередной выигрыш в скорости. Благодаря четырем антеннам и более широким каналам стандарт 802.11 теперь определяет скорости до 600 Мбит/с [25, 27]. В 2013 году появился стандарт 802.11ac с максимальной теоретической скоростью беспроводного соединения 3,47 Гбит/с. В данном стандарте представлена технология одновременная передача по нескольким антеннам сразу четырем клиентам MU-MIMO (Multi User – Multiple Input Multiple Output). В 2021 была представлена сеть шестого поколения Wi-Fi 6, стандарт получил название IEEE 802.11ax. Скорость передачи достигает 9608 Мбит/с. Стандарт работает на частотах 2,4 ГГц и 5 ГГц. Реализована новый тип модуляции – 1024-QAM. Теперь MU-MIMO работает для одновременной передачи до восьми клиентам. Кроме того, Wi-Fi 6 обеспечивает эффективную работу в сетях IoT, существенно повышая эффективность работы с малыми объемами данных и эффективно используя батарею маломощных измерительных устройств за счет сокращения обмена служебной информацией.

**Беспроводной широкополосный доступ вдоль протяженных автомобильных дорог.** Тенденция цифровизации затронула транспортную отрасль. Одним из путей ее развития является создание современной инфраструктуры передачи мультимедийной информации вдоль протяженных автомагистралей [1]. Для реализации такой сети разработан стандарт IEEE 802.11p/WAVE. Протокол разработан для обмена данными между высокоскоростными транспортными средствами, а также между транспортными средствами и придорожной инфраструктурой. Такие сети называются V2X (Vehicle-to-everything). 802.11p работает в диапазоне 5,85–5,925 ГГц для движущихся объектов на скорости до 200 км/ч мимо неподвижных базовых станций на расстоянии до 1 км. Протокол IEEE 802.11p входит в состав стандарта Wireless Access in Vehicular Environ (WAVE) и является своего рода интерфейсом для связи с IEEE 1609. В совокупности два этих стандарта определяют интерфейс и набор дополнительных функций для обеспечения связи между движущимися объектами [28].

**Ячеистая топология стандарта 802.11.** Стандарт поддерживает MESH топологию. Все нововведения относятся к MAC уровню и рассматриваются вопросы маршрутизации пакетов в рамках mesh-сети. Фактически в стандарте рассматриваются сетевой и транспортный уровень модели OSI. Пакет уровня MAC содержит дополнительный MESH - заголовок в отличие от стандартных заголовка пакетов 802.11. В заголовке указывается время жизни пакеты при пересылке через несколько узлов сети [29]. Такой подход помогает решить проблему наличия циклов при выборе пути передачи. Протоколы маршрутизации делят на два класса: проактивный – каждый узел строит свою таблицу маршрутизации и делится информацией об изменении топологии сети со своими соседями и реактивный – таблицы маршрутизации не строятся, маршрут составляется по мере необходимости. Стандарт 802.11s определяет гибридный протокол маршрутизации по умолчанию – HWMP (Hybrid Wireless Mesh Protocol). Также стандарт позволяет разработчикам оборудования использовать альтернативные методы маршрутизации. Режим энергосбережения в 802.11s является optionalным [26]. Точки доступа MESH-сети (MESH Access Point, MAP) всегда активны, так как в любой момент времени могут обратиться устройства, не поддерживающие непосредственно 802.11s. Необходимость возникает в случае IoT, когда всегда устройства имеют автономное питание (измерительные устройства, датчики) [29].

При внедрении беспроводных технологий необходимо учитывать специфику выполняемых задач будущей сети. Для каждого конкретной цели существуют свои требования к скорости передачи данных, дальности связи, потребляемой мощности, помехозащищённости, надежности и т.д. Чтобы учесть специфику данных задач разработано множество беспроводных решений, охватывающее дальность связи от несколько сантиметров до десятков километров и скоростей передачи от единиц Кбит/с до сотен Мбит/с.

### 1.2.2 Архитектура сетей LTE

Сеть LTE (Long-Term Evolution) состоит из двух компонентов:

- сети радиодоступа E-UTRAN (Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network);
- архитектура ядра сети SAE (System Architecture Evolution)

Сеть радиодоступа E-UTRAN состоит из базовых станций сети eNodeB (или eNB, evolved Node B). Интерфейс X2 позволяет соединить узлы eNodeB по принципу «каждый с каждым» для переключения устройств между базовыми станциями.

Основным компонентом архитектуры SAE является Evolved Packet Core (EPC), в состав которого входят следующие логические элементы [30]:

1. MME (Mobility Management Entity) – узел управления мобильностью абонентского терминала, взаимодействует с базовыми станциями с помощью протоколов плоскости управления C-plane через интерфейс S1-C;
2. UPE (User Plane Entity) – выполняет сжатие заголовков IP-протоколов, шифрование потоков данных, терминацию пакетов данных плоскости пользователя, коммутацию пакетов данных при обеспечении мобильности пользователя. Передача данных пользователей происходит согласно протоколам плоскости пользователя U-plane, взаимодействие с eNodeB происходит с помощью интерфейса S1-U.

Архитектура сети LTE представлена на рисунке 1.4. Интерфейс S1 необходим для соединения базовой станции eNodeB с узлами MME/UPE.

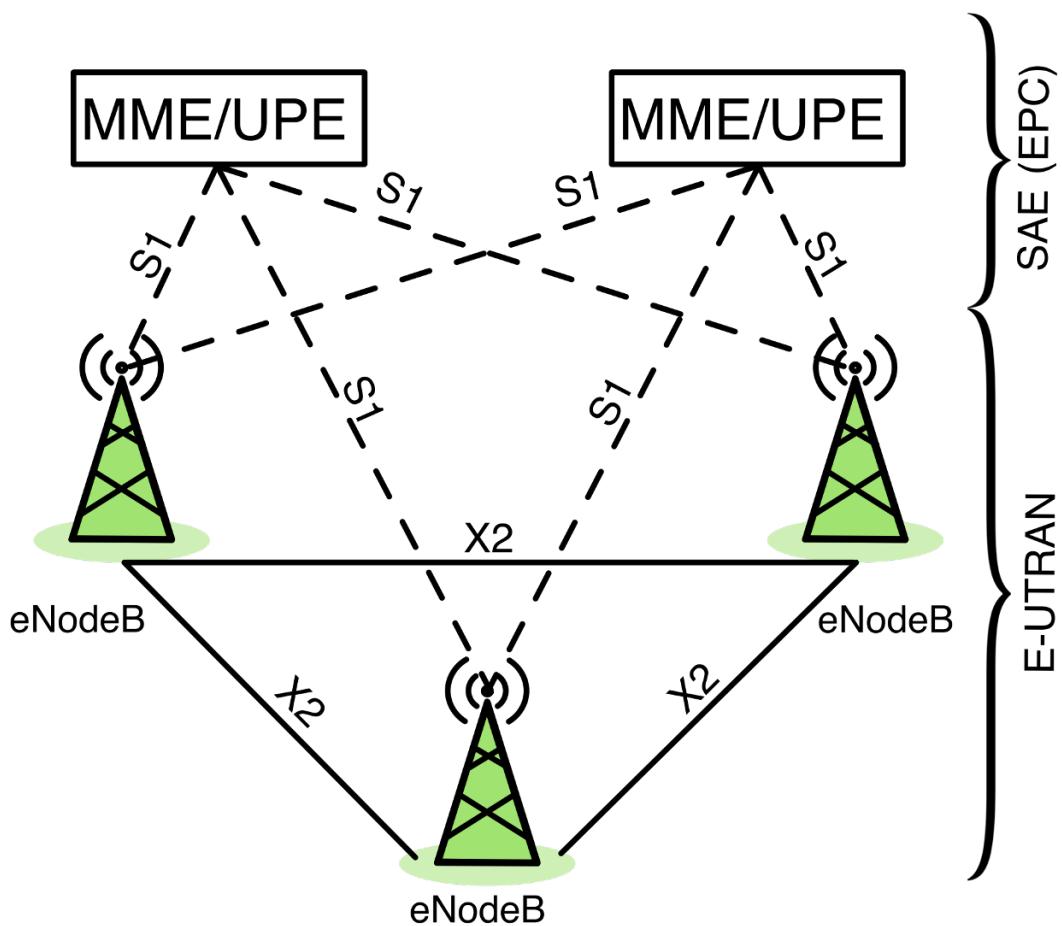


Рисунок 1.4 — Архитектура сети LTE.

Базовые станции eNB выполняют функции управления радиоресурсами (Radio Resource Management, RRM): управление радиоканалами (Radio Bearer Control), управление доступом (Radio Admission Control), управление мобильностью (Connection Mobility Control), динамическое распределение ресурсов (Dynamic Resource Allocation).

LTE в России работает на частотах в диапазоне 800, 1800 и 2600 МГц. В нижних диапазонах, где всё отлично с покрытием, проблема найти полосу достаточной для полноценного LTE ширины. В верхних обычно хорошо с частотным ресурсом, но площадь покрытия в 5-6 раз меньше при прочих равных.

В 2010-е годы переход к 4G LTE-A (LTE-Advanced) предоставил возможность передачи на скоростях в исходящем канале до 100 Мбит/с для мобильных и 1 Гбит/с для малоподвижных абонентов. Такая скорость дала возможность передачи высокоскоростного мультимедийного трафика. В сетях LTE-Advanced из архитектуры сети LTE исчезло понятие контроллера радиосети (Radio Network Controller, RNC), который выполнял функцию по управлению коммуникационными ресурсами. Управляющие функции перешли

к базовым станциям, которые теперь, помимо обслуживания радиочасти, стали принимать решение о маршрутизации всего поступившего к ним трафика от абонентов. Данное введение позволяет организовывать соединения между близкими абонентами напрямую, минуя ядро сети, что существенно разгружает межузловую нагрузку на опорной сети.

### 1.2.3 Архитектура сетей 5G NR

Сеть 5G – новое поколение мобильной связи, действующее на основе стандартов телекоммуникаций 5G/IMT-2020. Обозначение «5G», обычно отображающее технологический этап мобильных сетей, в данном моменте на международном уровне де-факто отражает новую эру сетей связи и сервисов в целом [31].

Принято выделять три основные области применения для сетей 5G:

1. eMBB (enhanced Mobile BroadBand) – предоставление усовершенствованного широкополосного мобильного доступа для сценариев, где приоритетом являются пользовательская скорость передачи данных, трафик на единицу площади, мобильность, энергоэффективность и эффективность использования спектра;
2. mMTC (massive Machine-Type Communication) – развертывание крупномасштабной системы межмашинной связи с высокой плотностью соединений, характеризуется большим количеством подключенных устройств, передающих низкоскоростной трафик, который нечувствителен к задержкам;
3. URLLC (Ultra-Reliable and Low-Latency Communication) – предоставление высоконадежного соединения с очень низкой задержкой передачи данных.

Международный союз электросвязи МСЭ-Р определил показатели главных эксплуатационных характеристик сети, достижение которых позволяет отнести ее к сети 5-го поколения. Требования к ключевым показателям эффективности сетей 5G/IMT-2020 определены в 3GPP TR 38.913 [32]:

- пиковая скорость передачи данных в канале вниз (DL) 20 Гбит/с и в канале вверх (UL) 10 Гбит/с;

- пиковая спектральная эффективность для DL – 30 бит/с/Гц и для UL – 15 бит/с/Гц;
- сквозная задержка на уровне управления (control plane latency) 10 мс, на уровне пользователя (user plane latency) для услуг типа eMBB 4 мс в UL/DL и для услуг типа URLLC 0,5 мс в UL/DL;
- вероятность потери пакета  $10^{-5}$  для пакета размеров 32 байт со сквозной задержкой в сети в 1 мс для услуг URLLC;
- максимально возможное ослабление радиосигнала между передатчиком и приемником (Maximum Coupling Loss, MaxCL), при котором данные могут быть успешно приняты 164 дБ при скорости передачи данных равной 160 бит/с;
- плотность подключенных устройств: 1 млн на 1 км<sup>2</sup>;
- срок работы батареи устройства: 10 – 15 лет для устройств IoT/M2M/D2D;
- скорость передвижения абонентского устройства – до 500 км/ч и беспрерывное обслуживание при хэндовере.

По спецификациям 3GPP диапазоны 5G/IMT-2020 разделены на два поддиапазона (Frequency Range) FR1 (450–6000 МГц) и FR2 (24,25 – 52,6 ГГц). Также документами ассоциации GSMA частоты на 3 группы: ниже 1 ГГц (частотный диапазон FR1), в полосе 1 – 6 ГГц (частотный диапазон FR1) и выше 6 ГГц (частотный диапазон FR2) [33].

В отличие от предыдущих поколений, где для каждого нового поколения сетей связи (2G, 3G, 4G) разрабатывался новый радиоинтерфейс, для технологии 5G/IMT-2020 планируется применять как новый радиоинтерфейс (New Radio или NR согласно спецификациям 3GPP), так и эволюцию стандарта LTE-A. Стандарт LTE-A продолжает эволюционировать, приближаясь по своим характеристикам к возможностям стандарта NR. В стандарте LTE-A уже реализована поддержка активных антенных систем, использование более эффективного кодирования и модуляции, агрегация нескольких частотных каналов, уменьшенная задержка на уровне радиоинтерфейса. Новый радиоинтерфейс NR изначально разрабатывался для обеспечения более высоких скоростей передачи данных и меньших задержек, более эффективного использования частотного ресурса [33].

Чтобы обеспечить интеграцию с существующими устаревшими системами 4G и обеспечить независимое развертывание 5G RAN и 5G Core, 3GPP определил набор параметров архитектуры.

Для обеспечения интеграции с существующими сетями 4G/LTE 3GPP определил несколько вариантов развёртывания (Deployment Options) сетей 5G NR. Существует варианты совместного развёртывания с существующими сетями LTE-A – класс Non-Standalone (NSA). Внедрение новых полноценных сетей 5G NR относятся к классу Standalone (SA). Большинство операторов не смогут единовременно перевести все имеющиеся сети LTE на 5G из-за огромных затрат и связанных с этим проблем обратной/прямой совместимости между системами [34, 35, 36, 37]. Варианты архитектуры определяются в соответствии с различными сценариями развертывания сетей.

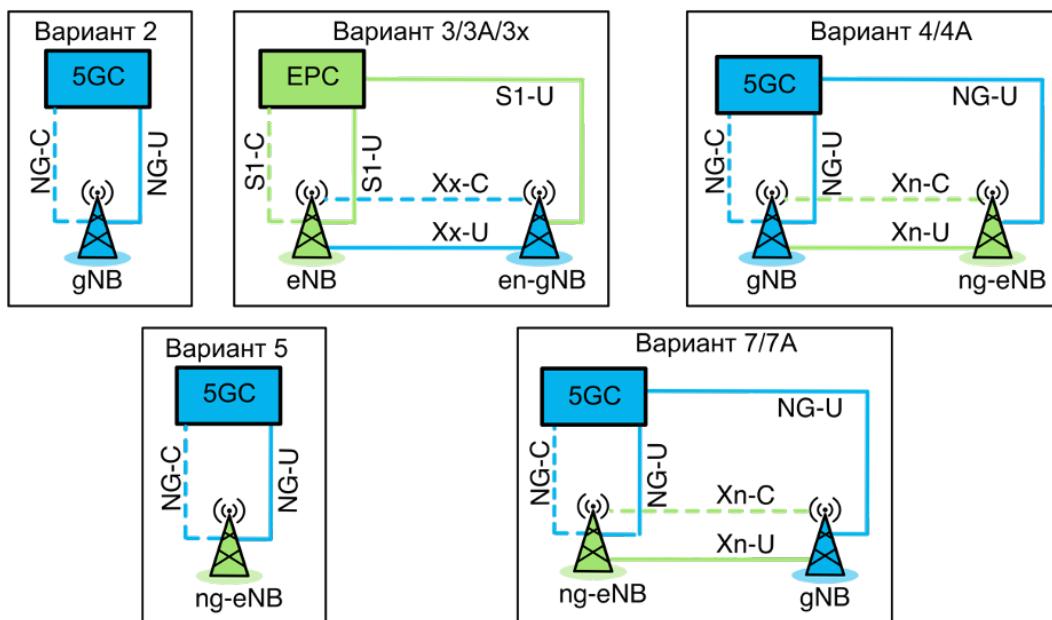


Рисунок 1.5 — Сценарии развертывания 5G NR

На рисунке 1.5 представлены варианты развёртывания сетей 5G. Все варианты размещения содержат различные типы базовых станций: eNB – базовая станция существующей сети LTE, gNB – базовая станция новой сети 5G NR, en-gNB и ng-eNB – базовые станции, которые обеспечивают стандарт сети LTE для окончательных пользователей и подключены к ядру 5GC новой сети 5G NR. Здесь NG-C, NG-U – протоколы интерфейса между gNB/eLTE eNB и функциями плоскости управления (Control Plain, CP) и плоскости пользователя (User Plane, UP), соответственно. Интерфейсы S1-C (плоскость управления) и S1-U (плоскость пользователя) – интерфейсы сетей LTE для связи базовой станции

с EPC. Xx – межсетевой интерфейс между узлом LTE eNB и узлом gNB, и интерфейс Xn – межсетевой интерфейс между двумя узлами gNB.

Варианты развертывания 5G :

- Вариант 2. Сценарий развертывания новой сети SA NR, наиболее привлекателен в областях, где нет устаревшей системы LTE и требуется развертывание полноценной системы доступа 5G NR. В SA NR базовые станции gNB (Next Generation NodeB) подключаются к ядру 5GC (5G core);
- Вариант 3/3A/3x. Сценарий развертывания NSA NR в существующий EPC сети LTE. Предполагается, что данный сценарий будет самым распространенным на практике [38]. Передача пользовательских данных сети NR от базовой станции en-gNB будет происходить непосредственно к EPC или через базовую станцию LTE eNB;
- Вариант 4/4A. Сценарий развертывания сети NSA NR, в которой имеющиеся базовые станции LTE eNB усовершенствованы до ng-eNB и вместо ядра EPC используется 5GC. Якорной точкой для терминации NG-C являются базовые станции сети радиодоступа NR (gNb). Данная архитектура является финальной версией перехода к сценарию комбинированного использования сети 5G/LTE;
- Вариант 5. Сценарий развертывания особенно подходит для областей, где нет устаревшей системы LTE и развернуты развитые системы доступа E-UTRA. При данном сценарии развертывания базовые станции ng-eNB подключаются к 5GC;
- Вариант 7/7A. Сценарий может использоваться как промежуточный этап, в котором имеющиеся базовые станции eNB и ядро EPC сети LTE возможно обновить до ng-eNB и 5GC. В качестве основных базовых станций выступают ng-eNB, которые подключаются к 5GC. LTE построена более полно и, следовательно, более надежна для обработки сигналов. Базовые станции gNB подключаются через ng-eNB или непосредственно напрямую к 5GC.

### 1.3 Определение параметров БШС, необходимых для решения задач размещения БС

Этап выбора топологической структуры беспроводной сети состоит из решения задач оптимального размещения БС. В дальнейшем для решения данных задач необходимо будет ввести параметры БС: радиус связи – максимальная теоретическая дальность связи базовой станции с соседней станцией, удовлетворяющей требуемому качеству передачи сигнала; и радиус покрытия – максимальный теоретический радиус зоны покрытия БС для связи с устройствами. Данные параметры рассчитываются исходя из конфигурации оборудования БС. Далее будет представлен метод расчета. Все технические характеристики для расчета берутся из технического паспорта БС.

В БШС в большинстве случаев используются радиоволны сантиметрового диапазона. Отличительной чертой распространения данных радиоволн является почти полное отсутствие явления дифракции и прямолинейность распространения. Волны практически негибают препятствий при распространении, поэтому существенное влияние оказывают рельеф местности, препятствия и погодные условия.

Для расчета дальности действия связи используют модели распространения радиосигнала [39, 40, 41, 42]. Существуют различные модели, которые можно объединить в три основные категории [43]:

- теоретические модели. Данные модели обычно основаны на физическом предположении об идеальных условиях;
- эмпирические модели. Это наборы уравнений, разработанных на основе различных данных полевых измерений. Одним из основных недостатков таких моделей является то, что они не могут использоваться для различных ситуаций без изменений, поскольку они точны только для случая с теми же характеристиками, в которых проводились измерения;
- детерминированные модели. Модели очень сложны, поскольку они требуют детального знания местоположения, размеров и физических параметров всех препятствий в данной области. Такое детальное исследование может приводить к чрезмерным накладным расходам, которые в большинстве случаев могут быть лишними.

### 1.3.1 Энергетический потенциал канала связи

Для оценки производительности канала связи используется уравнение энергетического потенциала, который учитывает все усиления и потери уровня сигнала при его распространении от передатчика к приемнику через беспроводную среду передачи, кабели, разъемы, различные препятствия (Рисунок 1.6) [9].

В определении энергетического потенциала беспроводной линии связи участвуют следующие параметры:

- эффективная изотропно-излучаемая мощность передатчика (Equivalent Isotropically Radiated Power, EIRP), являющаяся суммой выходной мощности передатчика и коэффициента усиления антенны за вычетом потерь в антеннном кабеле разъемах передающего тракта;
- потери при распространении в свободном пространстве;
- чувствительность приемника, потери в антенном кабеле и коэффициент усиления антенны приемника.

Полное уравнение можно записать следующим образом [9]:

$$P_{tr} - L_{tr} + G_{tr} - L_{fs} + G_{recv} - L_{recv} = SOM + P_{recv}, \quad (1.1)$$

где:

- $P_{tr}$  – мощность передатчика, дБм;
- $L_{tr}$  – потери сигнала на антенном кабеле и разъемах передающего тракта, дБ;
- $G_{tr}$  – усиление антенны передатчика, дБ;
- $L_{fs}$  – потери в свободном пространстве, дБ;
- $G_{recv}$  – усиление антенны приемника, дБ;
- $L_{recv}$  – потери сигнала на антенном кабеле и разъемах приемного тракта, дБ;
- $P_{recv}$  – чувствительность приемника, дБм;
- $SOM$  – запас на замирание сигнала, дБ.

Энергетический потенциал указывает на качество канала передачи радиосигналов.

На стороне передатчика выходной мощностью является величина, равная мощности, подводимой к антенне. Данная величина из паспортной документации устройства имеет различные значения в зависимости от каждого

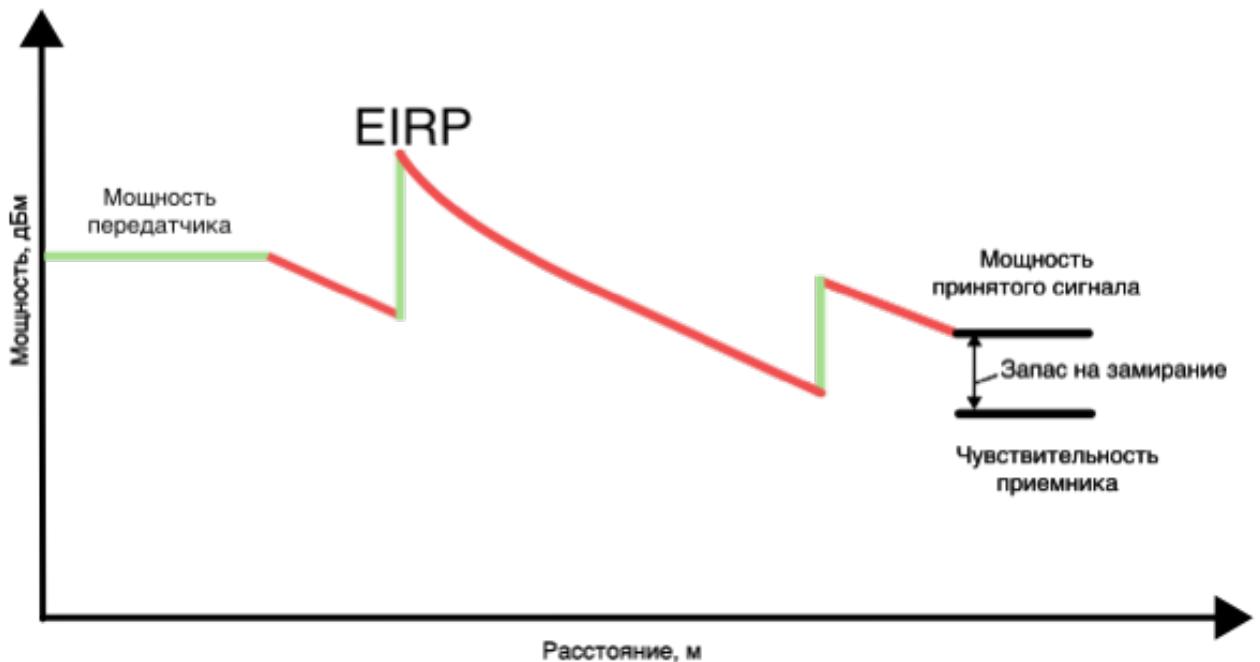


Рисунок 1.6 — Энергетический потенциал линии связи.

поддерживаемого оборудованием стандарта и конкретных скоростей. В реальной условиях значения мощностей, как правило могут незначительно отклоняться от паспортных значений.

Затухание сигнала могут происходить в кабелях антенны, зависящие от типа кабеля и рабочей частоты. При подключении антенны желательно обходиться минимальной длиной кабеля. Потери сигнала в антеннном кабеле принимают 0,1...2 дБ/м. В технической документации в потерях кабеля также учтена величина затухания в кабельных разъемах.

Усиление антенны описывает фокусирование переданного или полученного сигнала. Значения даны относительно полуволнового диполя или теоретического изотропного излучателя [44].

К потерям при распространении относятся все виды затухания сигнала, которые имеют место при его распространении от антенны передатчика к антенне приемника. Самая простая оценка потерь в свободном пространстве получается, если предположить, что сигналы передаются во всех направлениях, то есть мощность излучается одинаково во всех направлениях, и в зоне передачи или вокруг нее нет препятствий, которые могли бы повлиять на распространение электромагнитных сигналов [45].

Существуют большое количество моделей распространения сигнала. Каждая имеет свои плюсы и минусы. В зависимости от конкретных задач при

проектировании возможно использовать наиболее подходящую. Ниже будут представлены модели распространения, широко используемые для сетей БШС на открытой местности.

### 1.3.2 Модель потерь в свободном пространстве

При распространении сигнала от передатчика к приемнику часть сигнала рассеивается, по этой причине мощность на приемной стороне будет уменьшаться с увеличением расстояния от передающей антенны. Данное затухание сигнала называют потерями в свободном пространстве (Free Space Path Loss, *FSPL*).

Потери при распространении между двумя неизотропными антеннами в свободном пространстве (в воздухе) можно выразить из уравнения Фрииса (1.2):

Мощность принимаемой антенны рассчитывается из уравнения передачи Фрииса:

$$\frac{P_{recv}}{P_{tr}} = G_{tr}G_{recv} \left( \frac{c}{4\pi R f} \right)^2, \quad (1.2)$$

где  $c$  – скорость света,  $f$  – частота,  $R$  расстояние между приемной и передающей антенной.

$$L_{fs} = 20 \lg F + 20 \lg R - G_{tr} - G_{recv} + K, \quad (1.3)$$

где  $F$  – центральная частота, на котором работает канал связи,  $R$  – расстояние между приемной и передающей антенной и  $K$  – константа.

Константа  $K$  зависит от размерностей частоты и расстояния:

- для частоты, выраженной в ГГц, и расстояния, выраженная в км, константа  $K$  равна 92.45;
- для частоты, выраженной в МГц, и расстояния, выраженная в км, константа  $K$  равна 32.4;
- для частоты, выраженной в МГц, и расстояния, выраженная в м, константа  $K$  равна -27.55.

Потери  $L_{fs}$  выразим из уравнения энергетического потенциала канала связи (1.1) как:

$$L_{fs} = P_{tr} - L_{tr} + G_{tr} + G_{recv} - L_{recv} - P_{recv} - SOM. \quad (1.4)$$

Запас на замирание сигнала,  $SOM$ , учитывает все возможные факторы отрицательно влияющие на дальность связи. К таким факторам относятся:

- температурный дрейф чувствительности приемника и выходной мощности передатчика;
- влияние погодных условий на передачу сигнала: туман, снег, дождь;
- потери в антенно-фидерном тракте, возникающие из-за рассогласования фидера и антенны.

Приемник испытывает совокупное воздействие всех этих физических факторов, которые различаются в зависимости от положения приемника и передатчика в среде распространения.

Минимальная значения величины запаса на замирание (System Operating Margin,  $SOM$ ) должна быть не меньше 10 дБ. Считается, что 10-ти децибелльный запас по усилению достаточен для инженерного расчета, но на практике зачастую используют значение 20...30 дБ [9].

Максимально возможную дальность связи между приемником и передатчиком выводится из уравнений (1.3) и (1.4):

$$R = 10^{\frac{L_{fs} - 20 \lg F + G_{tr} + G_{recv} - K}{20}}. \quad (1.5)$$

### 1.3.3 Модель распространения SUI

Модель распространения SUI (Stanford University Intern) предложена рабочей группой, занимающейся исследованием беспроводной широкополосной сети IEEE 802.16 [46]. Модель включена в стандарты IEEE и широко используется в WiMax, а также в LTE [47]. Подходит для использования в сельской местности с различным типом рельефа, а также в небольших населенных пунктах. Модель испытана на равнинах, пересеченной, холмистой местности и лесных массивах. SUI модель используется для диапазона частот 1900 МГц – 11 ГГц [48]. Высоты антенн БС в диапазоне от 10 до 80 м, высота антенны мобильного устройства – от 2 до 10 м, расстояние между БС и устройством от 0,1 до 8 км.

Грубая оценка потери сигнал описывается с помощью модели SUI как

$$L_0 = A + 10\gamma \lg (R/R_0), \quad (1.6)$$

$$A = 20 \lg \left( \frac{4\pi R_0}{\lambda} \right)$$

и

$$\gamma = a - bh_t + \frac{c}{h_t},$$

где  $R$  – дальность связи,  $R_0$  – минимальная разрешенная дальность (100 м),  $\lambda = c/f$  – длина волны,  $f$  – частота в МГц,  $h_t$  – высота антенны БС. Параметры  $a, b$  и  $c$ , определяющие следующие типы местности (Таблица 1):

- тип А – холмистая местность или густые лесные массивы;
- тип В – пересеченная местность или полугустые лесные массивы;
- тип С – открытые поля.

Таблица 1 – Численные значения параметров модели SUI.

Параметры модели	Местность А	Местность В	Местность С
a	4,6	4	3.6
b	0,0075	0,0065	0,005
c	12,6	17,1	20

Формула (1.6) была получена эмпирически для несущей частоты 2 ГГц и высоты приемника 2 м. Для использования модели с другими частотами и высотами необходимо добавить поправочные коэффициенты

$$L_{fs} = L_0 + \Delta L_f + \Delta L_h + s, \quad (1.7)$$

где  $\Delta L_f$  – корректирующий коэффициент для частот свыше 2 ГГц  $\Delta L_h$  – корректирующий фактор высоты антенны устройства (м)  $s$  – корректирующий фактор теневого эффекта, имеющий значения в диапазоне  $8,2 < S < 10,6$  дБ. Параметр  $\Delta L_f$  рассчитывается

$$\Delta L_f = 6 \lg (f/2000),$$

параметр  $\Delta L_h$  выбирается исходя из выбора типа местности

$$\Delta L_h = \begin{cases} -10,8 \lg (h_r/2) & \text{для типа А и В,} \\ -20 \lg (h_r/2) & \text{для типа С,} \end{cases}$$

где  $h_r$  – высоты антенны устройства.

Из уравнений (1.3) и (1.7) можно вывести дальность действия связи:

$$R = 10^{\left(\frac{L_{fs} - L_0 - \Delta L_f - \Delta L_h - s - A}{10\gamma} + \lg R_0\right)} \quad (1.8)$$

### 1.3.4 Модель двухлучевого распространения

Двух лучевая модель описывает мощность принятого сигнала как интерференцию двух копий переданного сигнала: первая – луч прямой видимости, вторая – отраженная от поверхности [49]. Два луча электромагнитных волн от передатчика приходят в приемник с определенной разностью фаз и амплитуд. Разность фаз происходит из-за дополнительного времени распространения волны, отраженного от земли [50, 51, 52, 53].

Мощность принимаемого сигнала, в соответствии с двухлучевой моделью равна

$$P_{recv} = \frac{P_{tr} \cdot G_{tr} \cdot G_{recv} \cdot h_{tr}^2 \cdot h_{recv}^2}{R^4}, \quad (1.9)$$

где  $P_{recv}$  – чувствительность приемника,  $P_{tr}$  – мощность передатчика,  $G_{tr}$  – усиление антенны передатчика,  $G_{recv}$  – усиление антенны приемника,  $h_{tr}$  – высота передатчика,  $h_{recv}$  – высота приемника,  $R$  – расстояние между приемником и передатчиком.

Потери в свободном пространстве из формулы (1.9) вычисляются как:

$$L_{fs} = 40 \lg R - 10 \lg G_{tr} - 10 \lg G_{recv} - 20 \lg h_{tr} - 20 \lg h_{recv}, \quad (1.10)$$

Тогда из формул (1.3) и (1.10) дальность рассчитывается как

$$R = 10^{\frac{L_{fs} + 10 \lg G_{tr} + 10 \lg G_{recv} + 20 \lg h_{tr} h_{recv}}{40}}. \quad (1.11)$$

### 1.3.5 Модель Окамура-Хата

Модель распространения [54] сигнала используется для частотного диапазона 150 – 1500 МГц, расстояние между БС и абонентским устройством 1 – 100 метров, высота антенн БС 30–200 метров, высоты антенн абонентских устройств 1 – 10 метров, дальности телекоммуникационной связи 1–20 км.

Модель Окамура-Хата учитывает особенности территории и плотность застройки: открытая сельская местность, пригородная местность и городская местность. Для каждого случая выражается свой расчет потерь.

Городская (Urban) местность.

$$L_u = 69.55 + 26.16 \lg f_c - 13.82 \lg h_b - a(h_m) + (44.9 - 6.55 \lg h_b) \lg R, \quad (1.12)$$

$$L_{fs} = L_u, \quad (1.13)$$

где  $f_c$  – несущая частота,  $h_b$  – высота антенн БС,  $h_m$  – высота антенны абонентского устройства,  $a(h_m)$  – поправочный коэффициент.

Поправочный коэффициент  $a(h_m)$  выражается для малых и средних городов

$$a(h_m) = (1.1 \lg f_c - 0.7)h_m - (1.56 \lg f_c - 0.8) \quad (1.14)$$

и для больших городов

$$a(h_m) = \begin{cases} 8.29(\lg(1.54h_m))^2 - 1.1, & 150 \leq f_c \leq 200, \\ 3.2(\lg(11.75h_m))^2 - 4.97, & 400 \leq f_c \leq 1500. \end{cases} \quad (1.15)$$

Пригородная местность.

$$L_{fs} = L_u - 2(\lg(f_c/28))^2 - 5.4. \quad (1.16)$$

Сельская (открытая) местность.

$$L_{fs} = L_u - 4.78(\lg(f_c))^2 + 18.33 \lg(f_c) - 40.94. \quad (1.17)$$

Дальность телекоммуникационной связи равна:

$$R = \begin{cases} 10^{\frac{L_{fs} - 69.55 - 26.16 \lg f_c + 13.82 \lg h_b + a(h_m)}{44.9 - 6.55 \lg h_b}}, & \text{городская местность;} \\ 10^{\frac{L_{fs} - 69.55 - 26.16 \lg f_c + 13.82 \lg h_b + a(h_m) + 2(\lg(f_c/28))^2 + 5.4}{44.9 - 6.55 \lg h_b}}, & \text{пригородная местность;} \\ 10^{\frac{L_{fs} - 69.55 - 26.16 \lg f_c + 13.82 \lg h_b + a(h_m) + 4.78(\lg(f_c))^2 - 18.33 \lg(f_c) + 40.94}{44.9 - 6.55 \lg h_b}}, & \text{сельская местность;} \end{cases}, \quad (1.18)$$

### 1.3.6 Расчет параметров БС, необходимых для задачи оптимизации

Используя любую из представленных моделей распространения (уравнения (1.5), (1.8), (1.11) или (1.18)) можно рассчитать теоретическое максимальную дальность телекоммуникационной связи  $R_{jq}$  между станциями и радиусом покрытия  $r_j$  с предположением об отсутствии препятствий, отражений, влияния контуров местности и т. д. Это допущение приемлемо для нашего случая с открытой местностью.

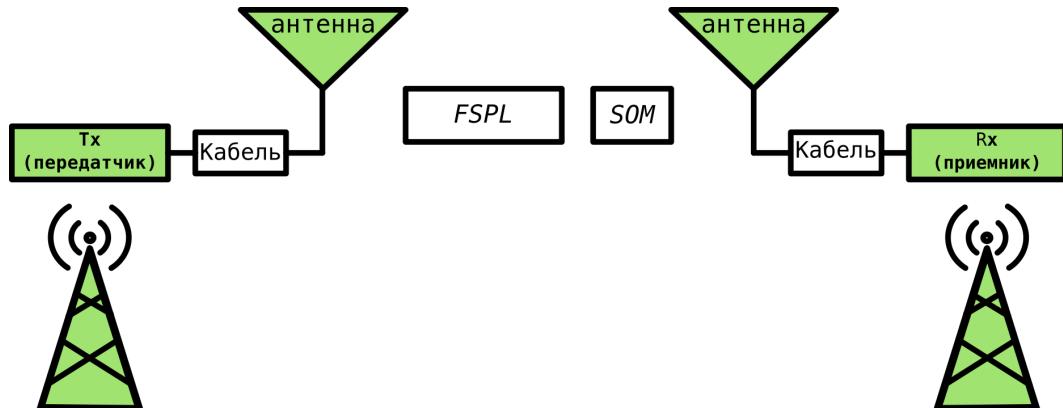


Рисунок 1.7 — Соединение между станциями.

Для расчета дальности связи  $R_{jq}$  (Рисунок 1.7), станции  $s_j$  и  $s_q$  будут рассматриваться как станции *передатчик* и *приемник*, соответственно. Будем считать, что станции оборудованы направленными антеннами с усилениями  $G_{tr}^R$  и  $G_{recv}^R$ .

Каждая БС оснащена всенаправленной антенной с заданным усилением антенны  $G_{tr}^r$ . Данная антенна необходимо для покрытия заданной области.

При вычислении радиуса покрытия  $r_j$  (Рисунок 1.8) базовая станция будем считать *приемником*, а пользовательское устройство *передатчиком*.

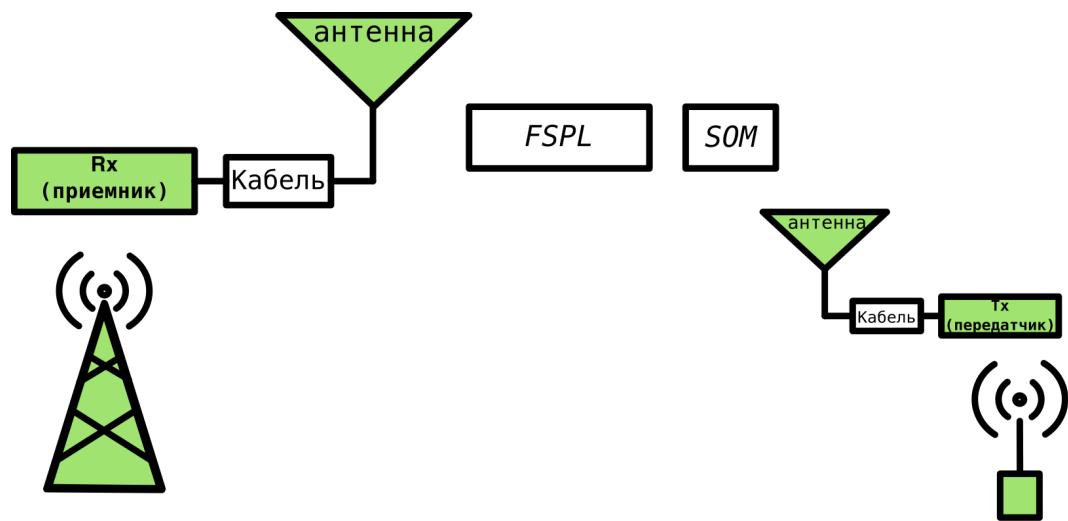


Рисунок 1.8 — Покрытие станции

#### 1.4 Оценка характеристик производительности сети с помощью стохастических моделей массового обслуживания

В данной работе рассматривается задача области телекоммуникационного покрытия при проектировании БШС. С увеличением дальности телекоммуникационного покрытия сети ухудшается качества передачи: уменьшается мощность передаваемого сигнала, в свою очередь падает пропускная способность, увеличивается время передачи пакета по сети. В связи с этим одной из важнейших задач при проектировании является оценки характеристик производительности будущей сети. Одной из такой характеристики является величина межконцевой задержки. Данная характеристика представляет собой время необходимое для передачи пакета через сеть от источника до места назначения.

В качестве оценки характеристики производительности сети в диссертационной работе исследуется величина межконцевой задержки. В этом параграфе будет описана общая структура кадров и время передачи пакетов в канале для БШС, описанных в этой главе ранее.

##### 1.4.1 Структура кадра Wi-Fi

Основой стандарта 802.11 является распределенная функция координации DCF (Distributed coordination function). Согласно данному механизму, станция,

желающая передать пакет данных, слушает шумы в передающей среде в течение заранее определённого периода времени. Если передающая среда свободна, станция может передавать пакеты. В противном случае станция ждет определенное количество времени, прежде чем опять предпринять попытку отправки пакета.

Время передачи пакета в беспроводной среде, главным образом зависит от коллизии. Протокол 802.11 борется с данной проблемой с помощью метода множественного доступа к среде с прослушиванием среды и избежанием коллизий (CSMA/CA, Carrier-sense multiple access with collision avoidance), когда станции выполняют процедуру отсрочки (backoff procedure) передачи для всех узлов, которые ожидают передачи. Для решений проблемы "скрытой станции" стандарт поддерживает механизм RTC/CTS (Рисунок 1.9).

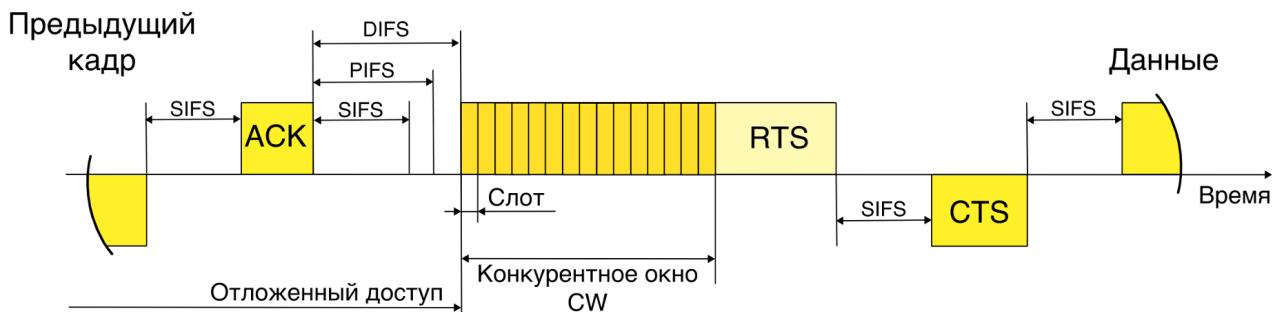


Рисунок 1.9 — Процедура Backoff

На MAC-подуровне для определения состояния среды существуют межкадровые интервалы (Inter Frame Space, IFS) – периоды ожидания между передачей кадров. В стандарте определено несколько типов межкадровых интервалов:

- уменьшенный межкадровый интервал (Reduced IFS, RIFS), используется в некоторых случаях, когда необходимо уменьшить накладные расходы при передаче;
- короткий межкадровый интервал (Short IFS, SIFS), необходим беспроводному устройству для обработки принятого кадра и ответом об его получении;
- межкадровый интервал функции (PCF IFS, PIFS);
- межкадровый интервал функции (DCF IFS, DIFS);
- арбитражный межкадровый интервал (Arbitration IFS, AIFS), используется устройствами для получения доступа к среде с помощью метода EDCA, поддерживающими QoS (Quality Of Service);

- расширенный межкадровый интервал (Extended IFS, EIFS), является самым длинным интервалом, используется устройством в случае, если кадр пришел с ошибкой.

В течение времени равному интервалу DIFS, станция, желающее передать кадр должна определить состояние среды. По истечению времени DIFS, если среда свободна, начинается процедура отсрочки. Станция начинает период молчания случайной длины, равномерно распределенного в интервале  $[0, CW]$ , где  $CW$  – это окно конкуренции (Contetion Window) равное целому числу из интервала  $CW_{min} < CW < CW_{max}$ . Далее в соответствии с алгоритмом RTS/CTS каждый узел сети, перед тем как послать данные в «эфир», сначала отправляет специальное короткое сообщение, которое называется RTS (Ready To Send). Это говорит о готовности узла к отправке данных. Такое RTS-сообщение, содержащее информацию о продолжительности предстоящей передачи и об адресате, доступно всем узлам в сети, если только они не скрыты от отправителя. Это позволяет другим узлам задержать передачу на время, равное объявленной длительности сообщения NAV (Network Allocation Vector). Приемная станция, получив сигнал RTS, отвечает посылкой сигнала CTS (Clear To Send), свидетельствующего о готовности станции к приему информации через интервал SIFS. После успешном получения кадра CTS передающая станция выжидает время SIFS и посыпает пакет данных. По завершению приемная станция должна послать передатчику кадр ACK, подтверждающий безошибочный прием. Если подтверждение нет, передатчик делает вывод об ошибке [25]. В таком случае отправитель удваивает период молчания и повторяет передачу кадра, продолжая экспоненциально увеличивать длину паузы. Увеличение  $CW$  происходит, пока кадр успешно не будет передан или не будет достигнуто максимальное число повторов.

В 802.11e добавили функцию гибридной координации HCF, основанная на DCF и PCF. В стандарте появился расширенный распределенный доступ к каналу (Enhanced distributed channel access, EDCA). Метод обеспечивает доступ к среде, используя 8 уровней приоритетов пользователей (user priority, IP) и 4 категории доступа (access categories, AC): background (AK\_BK), best effort (AK\_BE), video (AK\_VI), voice (AK\_VO). На беспроводном устройстве, реализующем QoS, поддерживается четыре независимые очереди (Рисунок 1.10). Вместо одного таймера DIFS назначаются различные таймеры AIFS и продолжительность  $CW$  для каждой категории AC. Когда станция в сети желает

начать передачи, она ждет, пока NAV уменьшится до 0. После, в случае, если канал свободен, станция ждет время AIFS и сразу отсчитывает CW до завершения.

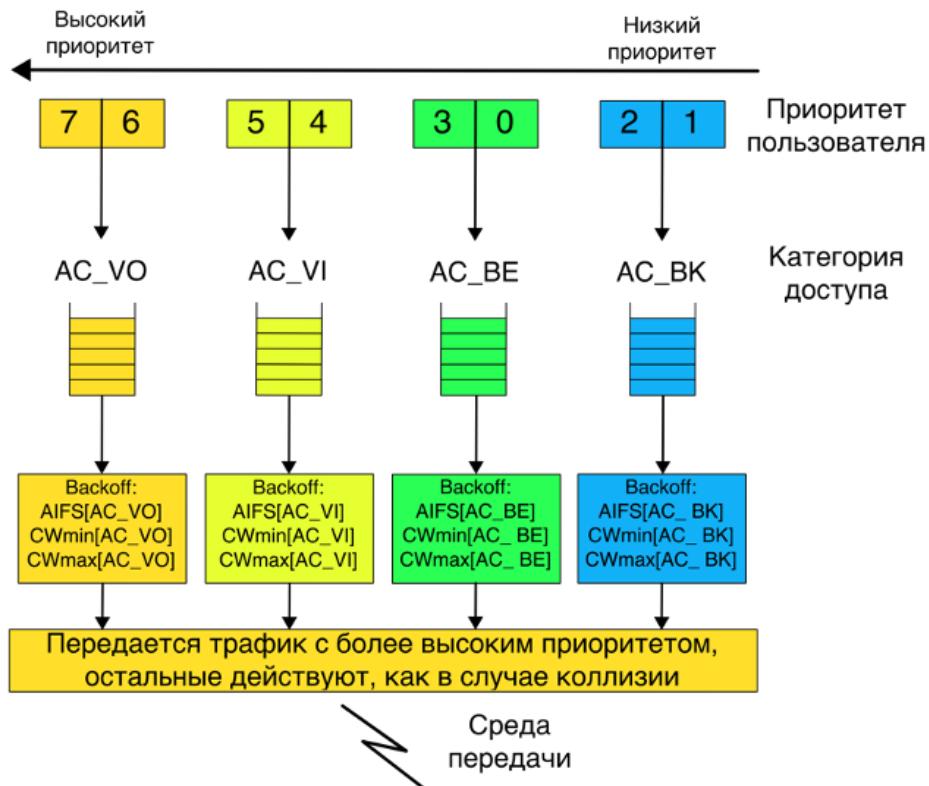


Рисунок 1.10 — Очереди с поддержкой QoS

Функция HCF обеспечивает возможность передавать станции сразу последовательность кадров. Когда станция получает доступ к среде передачи, ей выделяется определенный период времени TXOP(transmission opportunity). Интервал TXOP – это время, в течение которого станция может отправлять кадры после того как получит доступ к среде передачи. TXOP необходим для того, чтобы увеличить пропускную способность высокоприоритетных данных, таких как видео и голос.

#### 1.4.2 Структура кадра LTE

При формировании информационного ресурса в стандарте LTE используются два метода. Первый метод – мультиплексирование с ортогональным частотным разнесением (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM), используется для нисходящего канала DL от базовой станции к абонентскому

устройству. Второй метод – мультиплексирование с частотным разнесением с передачей на одной несущей (Single-Carrier Frequency Division Multiple Access, SC-FDMA), используется для восходящего канала UL от абонентского устройства к базовой станции.

Стандарт LTE на физическом уровне использует технологию Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM), решающая проблему межсимвольной интерференции при высокоскоростной передачи с многолучевым распространением сигнала. Технология OFDM предполагает передачу широкополосного сигнала посредством независимой модуляции узкополосных поднесущих. Один OFDM символ содержит набор модулированных поднесущих. Во временной области OFDM-символ включает поле данных и циклический префикс, повторно передаваемый в конце предыдущего символа. Данный префикс необходим для борьбы с межсимвольной интерференцией в приемнике, вследствие многолучевого распространения сигнала. Отраженный сигнал, приходящий с задержкой, попадает в зону префикса и не накладывается на полезный сигнал. В LTE принят шаг между поднесущими  $\Delta f = 15$  кГц, что соответствует длительности OFDM-символа 66,7 мкс [55].

Для формирования группового сигнала восходящих каналов в сетях LTE используется схема мультиплексирования с частотным разнесением с передачей на одной несущей SC-FDMA. Эта схема может работать в системах, функционирующих как в режиме с временным дуплексированием, так и в режиме с частотным дуплексированием.

Существующий канальный ресурс состоит из ресурсных блоков, каждый из которых включает 12 последовательных поднесущих в частотной области, занимающих полосу 180 кГц, и одного интервала 0,5 мс во временной области. Таким образом, каждый блок ресурсов состоит из  $7 \cdot 12 = 84$  ресурсных элементов в случае обычного циклического префикса и  $6 \cdot 12 = 72$  ресурсных элементов в случае расширенного циклического префикса [55].

Стандарт поддерживает две структуры кадров: частотный дуплекс (Frequency Division Duplex, FDD) и временной дуплекс (Time Division Duplex, TDD). Практически вся обработка на физическом уровне идентична для FDD и TDD, разница между ними в основном заключается в структуре кадров, как показано на рисунке 1.11. Передача по радиоканалу осуществляется кадрами длиной  $T_{\text{кадр}} = 10$  мс. Все временные параметры в спецификации LTE

привязаны к минимальному временному кванту  $T_s = 1/(2048 \cdot \Delta f)$ , где  $\Delta f$  – шаг между поднесущими.

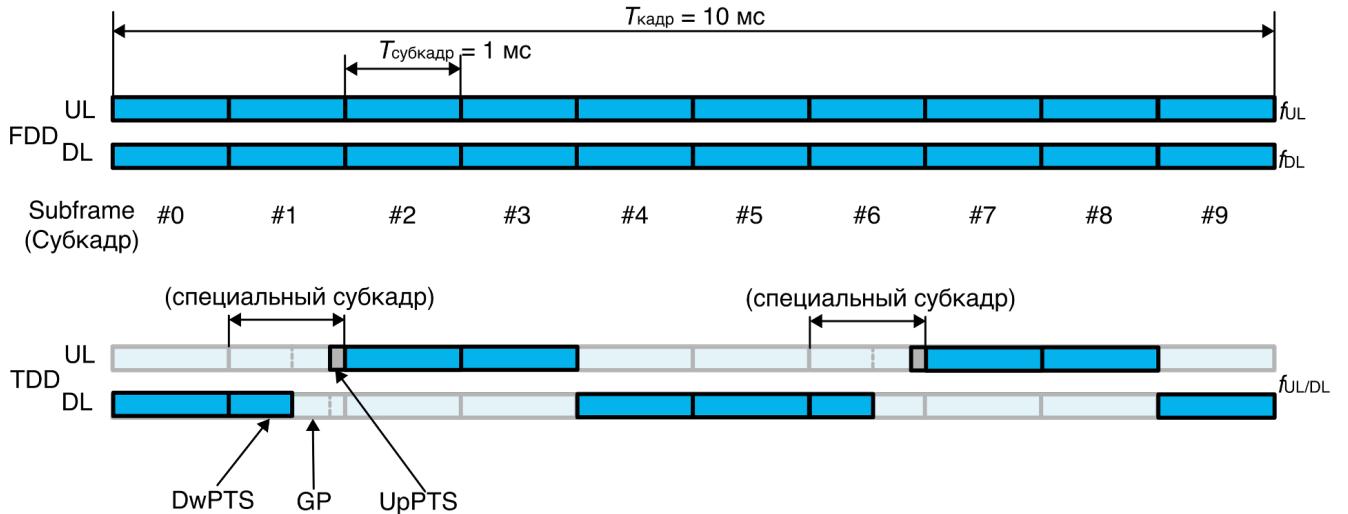


Рисунок 1.11 – Структура кадра LTE

В случае работы FDD имеются две несущие частоты: для передачи по восходящей линии связи ( $f_{UL}$ ) и для передачи по нисходящей линии связи ( $f_{DL}$ ). Каждый кадр состоит из 10 субкадров восходящей линии связи и 10 субкадров нисходящей линии связи [56]. Передача по восходящей и нисходящей линиям связи может происходить одновременно в пределах одной соты. Каждый субкадр состоит из двух смежных слотов длительностью 0,5 мс. При полномдуплексном режиме радиоканалы в восходящем и нисходящем каналах передаются параллельно, но с оговоренным в стандарте сдвигом [29].

В случае работы TDD имеется только одна несущая частота. Передачи по восходящей и нисходящей линиям связи всегда разделены во времени [56]. Для обеспечения ассимметрии трафика восходящего и нисходящего каналов, в TDD поддерживаются 7 различных конфигураций, соответствующих разным соотношениям восходящего и нисходящего каналов (таблица 2). Буква «D» соответствует субкадру нисходящей линии связи, «U» соответствует субкадру восходящей линии связи, а «S» соответствует специальному субкадру. Как видно из таблицы, в субкадрах 0 и 5 всегда осуществляется передача «вниз», а в субкадре, следующем за специальным, всегда осуществляется передача «вверх».

Важной частью любой системы TDD является обеспечение достаточно больших защитных периодов, в течение которых оборудование может переключаться между передачей и приемом без перекрытия передаваемых и принимаемых сигналов. В LTE защитные периоды создаются путем разделения

Конфигурация вверх-вниз	Периодичность вверх-вниз	Номер субкадра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	5 мс	D	S	U	U	U	D	S	U	U	U
1	5 мс	D	S	U	U	D	D	S	U	U	D
2	5 мс	D	S	U	D	D	D	S	U	D	D
3	10 мс	D	S	U	U	U	D	D	D	D	D
4	10 мс	D	S	U	U	D	D	D	D	D	D
5	10 мс	D	S	U	D	D	D	D	D	D	D
6	5 мс	D	S	U	U	U	D	S	U	U	D

Таблица 2 – Конфигурации кадра в LTE при временном дуплексе (TDD)

одного или двух субкадров, называемых специальными субкадрами. Информация в специальных субкадрах разделена на три поля: часть нисходящего канала (Downlink Pilot Time Slot, DwPTS), защитный период (Guard Period, GP) и часть восходящего канала (Uplink Pilot Time Slot, UpPTS).

#### 1.4.3 Структура кадра 5G NR

В сетях 5G NR передача данных в восходящем UL и нисходящем DL направлениях организуется на основе кадров (frame) длительностью  $T_f = 10$  мс. Каждый кадр делится на 10 субкадров (subframe) длительностью  $T_{sf} = 1$  мс. Каждый субкадр содержит  $2^\mu$  слотов. [57, 58].

Одной из ключевых особенностей 5G, открывающая многие преимущества, является тот факт, что расстояние между поднесущими может принимать различные значения, в отличие от LTE, где значение фиксировано и равно 15 кГц. В зависимости от  $\mu$  (таблица 3) в сетях 5G-NR используются OFDM поднесущие с различной шириной спектра: 15кГц, 30кГц, 60кГц, 120кГц и 240кГц. Количество слотов определяется шириной спектра поднесущей и составляет 1, 2, 4, 8 или 16 слотов, в отличие от сетей LTE, где используется единая структура с двумя слотами на каждый субкадр.

Использование различных частот открывает широкие возможности для гибкой настройки сети при предоставлении тех или иных услуг. Так для приложений критичных к уровню задержек, целесообразно использовать поднесущие

$\mu$	Интервалы поднесущих, $\Delta f$ , кГц	Циклический префикс	Количество слотов
0	15	Обычный	1
1	30	Обычный	2
2	60	Обычный, Расширенный	4
3	120	Обычный	8
4	240	Обычный	16

Таблица 3 — Интервалы поднесущих

с широким спектром при меньшей длительности символа, и наоборот, при передаче трафика широкополосного доступа в интернет и низкоскоростного трафика интернета вещей – использовать узкий спектр поднесущих. Уплотнение развертывания засчет уменьшения размерами сот и использование высоких частот с большей пропускной способностью может привести к уменьшению задержки радиоинтерфейса.

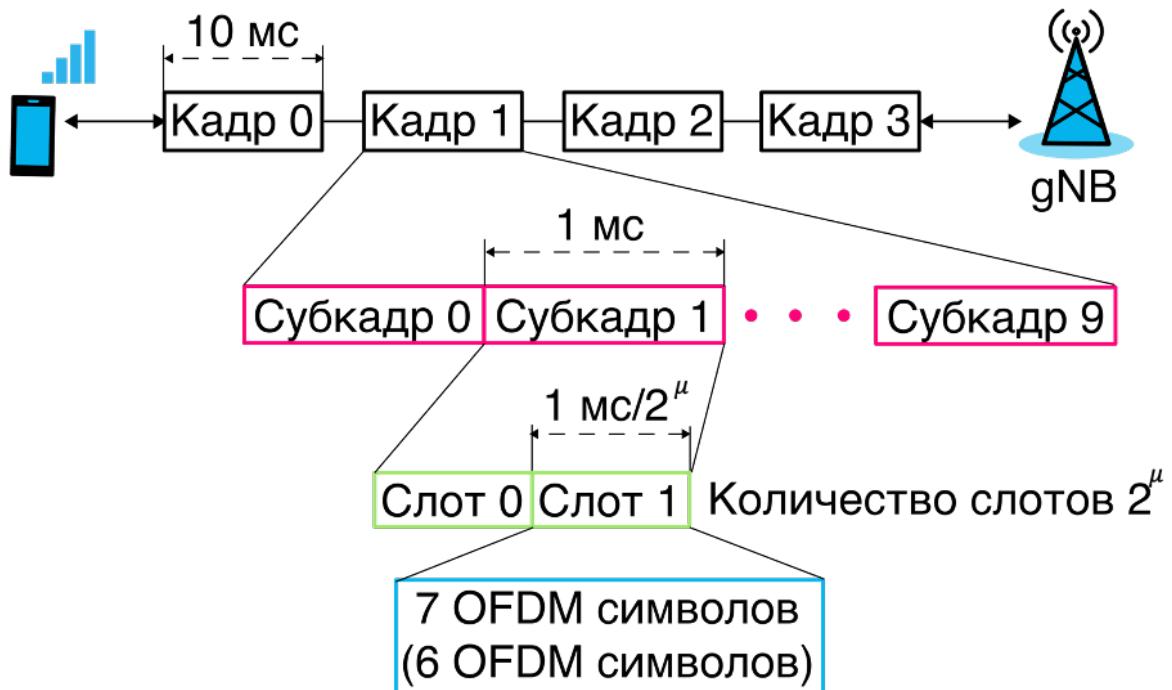


Рисунок 1.12 – Структура кадра 5G NR

#### 1.4.4 Расчет межконцевой задержки

Как уже было отмечено ранее, любая сеть обязана гарантировать качество обслуживания QoS. При проектировании БШС важно оценить характеристики производительности будущей сети. Одной из таких характеристик сети является межконцевая (сквозная) задержка [15, 17, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 14, 67], характеризующее максимальное время передачи пакетов в сети от источника до места назначения.

Для расчета сквозной задержки сети часто используют стохастические модели массового обслуживания [15, 17, 59, 65, 14, 67]. В классическом случае обслуживания в узлах сети и время между поступлениями заявок задаются экспоненциальной функцией распределения [68, 69].

Существуют более сложные модели очередей для оценок характеристик с более сложными видами распределения входящего трафика и времени обслуживания. Адекватные оценки дают модели с коррелированными входным потоком [70, 71, 15, 14, 72]. Для аппроксимации времени обслуживания в беспроводных каналах используют фазовые распределения [71, 15, 14, 73, 74]. К сожалению, такие модели труднорешаемы и использование их в задачах оптимизации нецелесообразно в связи с большими временными затратами на расчет. Исследования таких СeМО представлены в работе [75], в которой был предложен метод калибровки моделей массового обслуживания с помощью имитационного моделирования в среде NS-3 БШС протокола IEEE 802.11n. На вход поступали пакеты, сгенерированные по экспоненциальному закону. С помощью NS-3 была получена выборка, для которой было восстановлено РН-распределения по трем моментам для случая с узлами  $M/PH/1/N$  и экспоненциальное распределение по среднему значению для случая с узлами  $M/M/1/N$ . По умолчанию в NS-3 размер буфера MAC-уровня составляет  $N = 500$  [76]. Сравнение моделей представлено на рисунке 1.13. На рисунке также представлена модель  $M/M/1$  с бесконечным буфером. Как видно из графиков СeМО с узлами  $M/M/1$  показывает достаточное приближение. Выбор модели с бесконечным буфером обусловлен тем, что производители не указывают в документации размер выделенной памяти для хранения пакетов в своем оборудовании и определение его размера является отдельной большой задачей. Из результатов сравнения видно, что  $M/M/1/N$  и  $M/M/1$  отличаются несущественно. Потери пакетов,

часто происходят не из-за переполнения буфера памяти, а коллизий и потерь в беспроводном канале. Существенным преимуществом СeМО с узлами  $M/M/1$  перед другими более сложными моделями является наличие доказанного быстрого аналитического решения.

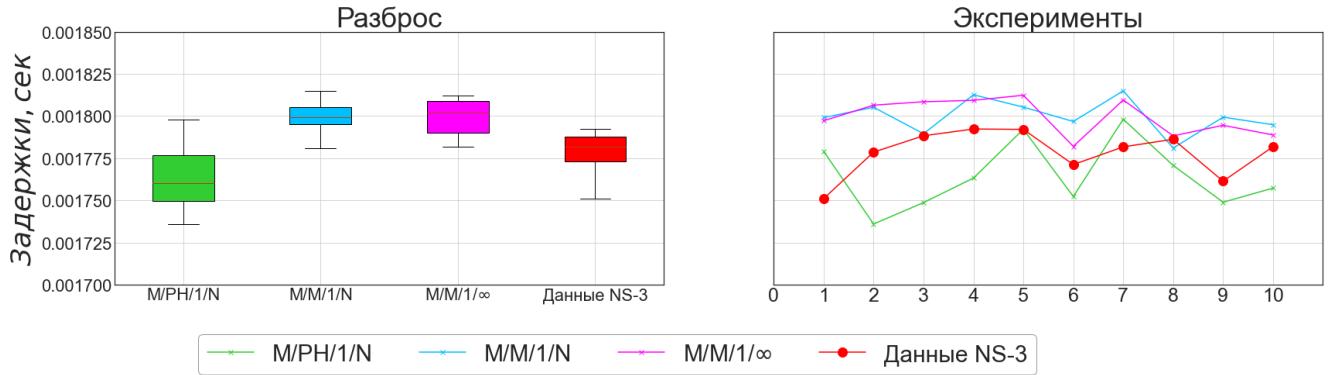


Рисунок 1.13 — Сравнение моделей массового обслуживания с данным NS-3

### Оценка межконцевой задержки с помощью методов МО

Расчёт характеристик производительности БШС в классическом случае проводится с помощью стохастических моделей массового обслуживания. БШС рассматривают как многофазную сеть массового обслуживания с узлами  $M/M/1$ , т.е. с экспоненциальным распределением времени между поступлениями входящих пакетов и времени обслуживания на всех фазах. Время обслуживания пакетов на каждой фазе разыгрывается случайным образом и независимо от обслуживания на других фазах. В работах [77, 78] была представлен случай, в котором фиксируется размер пакетов при их первом появлении и не изменяющийся в течении всего времени обслуживания в сети. На каждой фазе время обслуживания пакета характеризуется длиной пакета и битовой скоростью, приписанная данной фазе. На каждой последующей фазе время обслуживания не разыгрывается случайно, а зависит от длины уже сгенерированного входящего пакета. Такую сеть интересно рассматривать в случае БШС с топологией «точка-точка». В таких сетях потери в канале играют несущественную роль, и время передачи в канале при невысоких коэффициентах загрузки пропорционально зависит от длины пакета. В таком случае между узлами сети появляется связь, которая нарушает допущение о независимости

обслуживания на всех фазах. Данное нарушение не позволяет использовать аналитические методы.

Было предложено использовать аппроксимационные модели на данных имитационного моделирования с зависимым обслуживанием в СеМО. Аппроксимационные модели строились с помощью методов машинного обучения: деревья решений, градиентный бустинг, искусственные нейронные сети. На рисунке 1.14 представлены графики оценок межконцевых задержек на тестовой выборке от коэффициента загрузки для различных длин тандема, полученных с помощью искусственной нейронной сети с одним скрытым слоем. Зеленым цветом представлены данные аналитической модели с независимым обслуживанием, фиолетовым цветом представлены данные имитационной модели с фиксированными размерами пакетов, т.е. с зависимым обслуживанием, и пунктирными линиями представлены прогнозные значения регрессионной модели для тандемов длиной 7, 12, 15 и 18 БС.

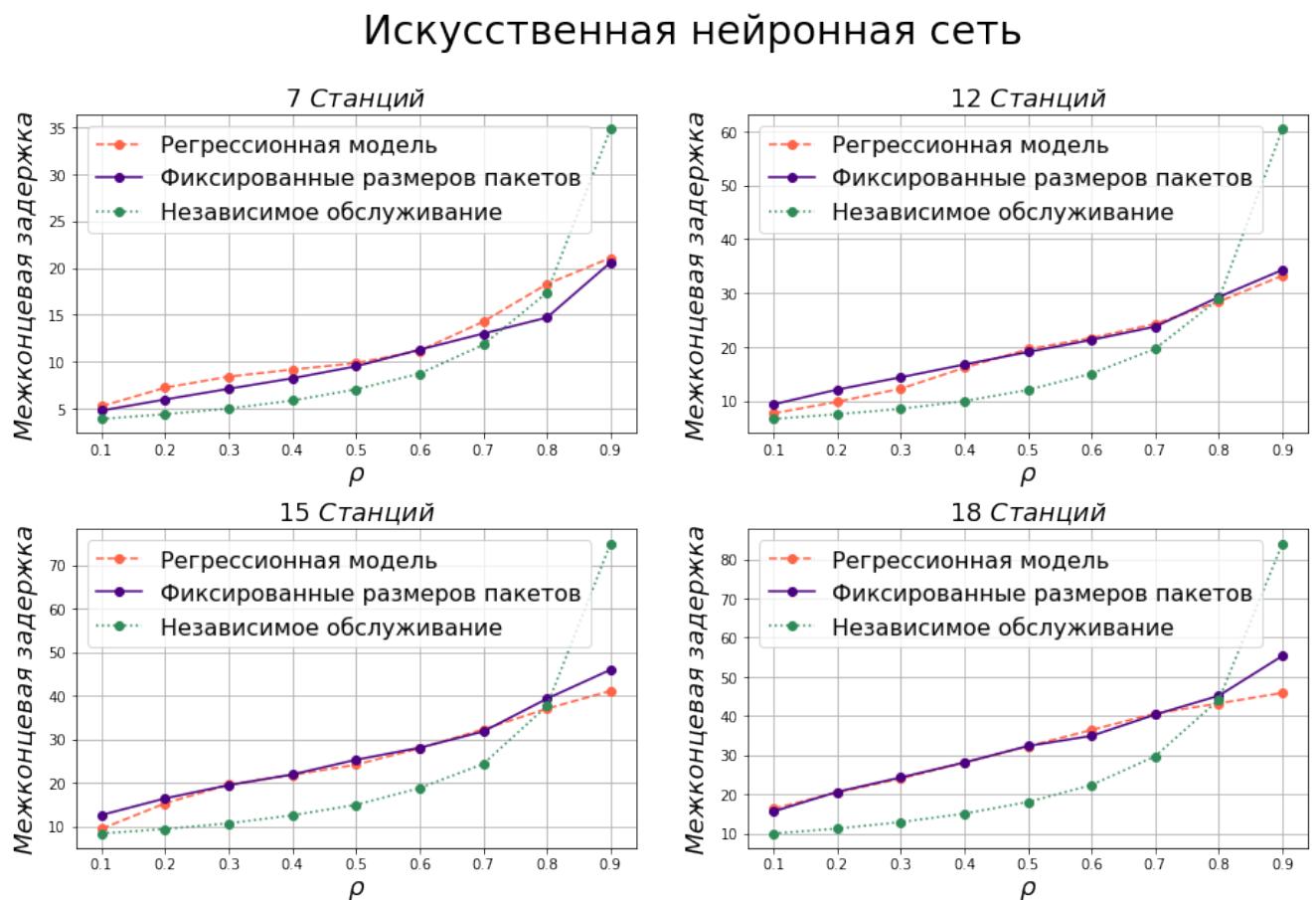


Рисунок 1.14 — Прогнозная модель величины межконцевой задержки

Анализ графиков и рассчитанные метрики по предложенным регрессионным моделям величины межконцевой задержки позволяют сделать вывод о целесообразности использования прогнозирующих моделей, построенных с

помощью методов МО, для оценки характеристик сетей в практических и теоретических приложениях.

## **Многофазная сеть массового обслуживания с узлами $M/M/1$**

В данном исследовании было решено использовать аналитическую модель Семо с узлами  $M/M/1$  для задачи оптимального размещения. Согласно предложенной концепции проектирования, в дальнейшем полученную БШС, после этапа синтеза топологии, можно будет проверить на более сложных моделях. Этап включает в себя математическое, имитационное моделирования для оценок характеристик производительности как время задержек, длины очередей, пропускная способность, вероятность потери пакетов и т.к. Такой подход проектирования позволяет провести комплексную проверку соответствия QoS для полученного размещения БС.

Рассмотрим специальный случай БШС. Все БС связаны последовательно между собой в сеть, образуя линейную топологию. Для расчета межконцевой задержки представим БШС как многофазную сеть массового обслуживания (Семо) с кросс-трафиком и узлами  $M/M/1$  (Рисунок 1.15). Кросс-трафик подразумевает поступление пакетов с некоторой заданной интенсивностью  $\lambda$  на каждую фазу Семо. Узлами сети являются БС. Согласно символике Дж. Кендалла, обозначение  $M$  указывает на показательное распределение случайной величины [68, 69]. Каждая такая БС характеризуется случайными величинами входящего потоком пакетов и временем их обслуживания, принадлежащие экспоненциальному закону распределения. Каждый узел имеет один обслуживающий прибор. Для такой Семо принято допущение о бесконечном размере буфера, в котором пакеты ожидают своего обслуживания. Данное допущение позволяет получить аналитическое решение, которое возможно использовать для произвольного размера Семо данной топологии.

На вход каждой станции поступает пуассоновский поток. Пуассоновский процесс представляет собой случайный процесс, характеризующийся экспоненциально распределенным временем между событиями. Это один из наиболее важных случайных процессов в теории вероятностей, которыйши-

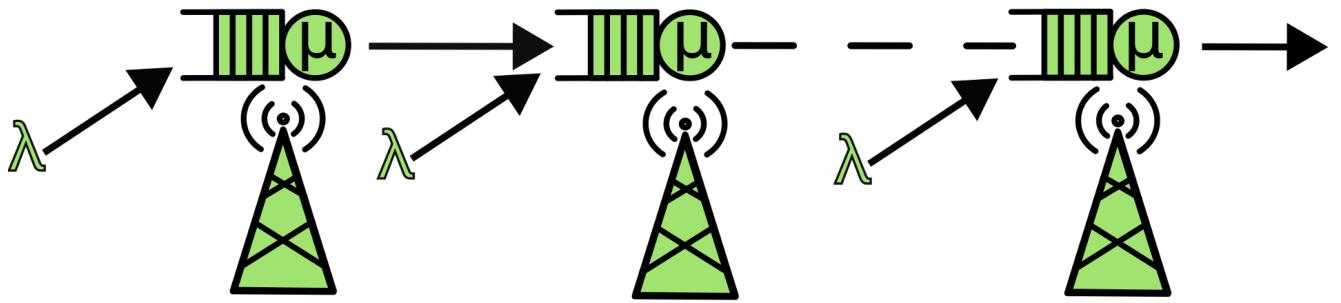


Рисунок 1.15 – CeMO с кросс-трафиком и узлами  $M/M/1$

роко используется для моделирования поведения трафика и входов во многих коммуникационных сетях и системах [66, 67, 65, 64].

В пуассоновском процессе события происходят непрерывно и независимо друг от друга. Функция распределения имеет вид [68, 69]:

$$P(X < x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Для входящего потока, интервалы между поступлениями заданы случайной величиной с экспоненциальным распределением и интенсивностью  $\lambda$ . Время обслуживания на узле задана также экспоненциальным распределением и интенсивностью  $\mu$ .

По теореме Бурке [79], поток на выходе узла  $M/M/1$ , а значит на входе каждой последующей фазы тоже пуассоновский. Интенсивность на выходе каждой фазы равна суммарной интенсивности всех входящих потоков с интенсивностями  $\lambda$ .

Пропускная способность на практике часто составляет половину от заданной в спецификации оборудования [9, 80]. Интенсивность времени обслуживания рассчитывается по формуле:

$$\mu_j = 0.5 \cdot p_j / w,$$

где:  $p_j$  - пропускная способность  $j$ -ой станции, Мбит/с;  $w$  - средний размер пакета, Мбит.

Для каждой станции коэффициент загрузки равен:

$$\rho_j = \frac{\sum \lambda}{\mu_j} = \frac{q \cdot \lambda}{\mu_j} < 1,$$

где  $q$  – число входящих потоков. Условие  $\rho_j < 1$  является необходимым и достаточным условием существования стационарного режима функционирования СеМО.

Далее по формуле Литтла [81] можно рассчитать время задержки на каждой станции:

$$\overline{T}_j = \frac{\rho_j}{1 - \rho_j} \cdot \frac{1}{q \cdot \lambda}.$$

Тогда межконцевая задержки в сети равна

$$\overline{T} = \sum \overline{T}_j. \quad (1.19)$$

## 1.5 Выводы по главе 1

В главе представлены следующие результаты исследования:

1. Обоснована актуальность внедрения БШС в рамках глобальной цифровой трансформации. Представлена актуальность внедрения современных БШС в рамках интеллектуальных транспортных систем: VANET сети, железные дороги, линии метрополитена и в рамках «Индустрися 4.0» нефтегазового сектора.
2. Представлено комплексное проектирование БШС и место в нем задачи синтеза топологий.
3. Проведен анализ современных беспроводных широкополосных технологий, широко использующихся при проектировании БШС вдоль протяженных участков автомобильных и железных дорог, линий метрополитена и магистральных трубопроводов.
4. Проведен обзор моделей для расчета дальности телекоммуникационной связи. Представлены модели затухания сигнала в свободном пространстве, используемые для развертывания сетей в открытой местности: сети семейства протоколов IEEE 802.11, LTE и 5G.
5. Был проведен анализ канала данных современных БШС для оценки времени передачи пакетов.

6. Оценка задержек в каналах БШС проводится с использованием стохастических моделей массового обслуживания. Проведен анализ моделей очередей, широко используемых для оценки производительности сетей телекоммуникации. Для оценки времени задержки в сети в ходе поиска оптимального размещения была выбрана аналитическая модель СeМО с пуассоновским входным потоком и экспоненциальным временем обслуживания на фазах.

Результаты исследования, представленные в этой главе, были опубликованы в работах [75, 77, 78].

## Глава 2. Размещение набора базовых станций беспроводной широкополосной сети для покрытия линейной участка

В данной главе представлены математические модели синтеза топологии БШС. Рассматриваются задачи оптимального размещения базовых станций, максимизирующее телекоммуникационного покрытия вдоль линейного участка. Под линейным участком подразумевается территория вдоль протяженного объекта, которую необходимо покрыть БШС. Примерами таких объектов могут являться: автомобильные и железные дороги, тоннели метрополитена, магистральные нефте- и газопроводы.

### 2.1 Актуальность внедрения БШС для телекоммуникационного покрытия линейного участка

Эффективным способом повышения технико-экономических показателей при проектировании БШС является оптимизация ее топологии, а именно решение задачи выбора оптимального набора БС. В этой главе представлена задача, в которой необходимо обеспечить максимальное телекоммуникационное покрытие для охвата протяженного линейного участка.

Цифровая трансформация не обошла стороной транспортную отрасль. Весь мир активно участвует в развитии интеллектуальных транспортных систем (ИТС). Создание современной инфраструктуры передачи мультимедийной информации: голос, данные, видео вдоль протяженных магистралей является одной из важнейших проблем при создании новых и функционировании существующих транспортных магистралей [1]. Одним из перспективных направлений является организация на транспортных участках автомобильных сетей (Vehicular ad hoc network, VANET) [82, 83] (Рисунок 2.1). VANET позволяет объединить транспортные средства для обмена друг с другом(vehicle-to-vehicle, V2V) и с инфраструктурой (vehicle-to-infrastructure, V2X).

Развертывание и развитие сетей беспроводной связи вдоль протяженных магистралей требует решения ряда сложных организационно-технических задач в условиях жестких ограничений на использование частотных, экономиче-

ских и аппаратных ресурсов. В связи с этим возрастаёт актуальность решения проблемы оптимального размещения БС вдоль транспортных магистралей, являющаяся одной из важнейших при проектировании БШС этого класса [1].

Организации БШС вдоль автодорог посвящено ряд зарубежных и отечественных работ. Большинство работ касаются проблемы размещения придорожных объектов (Roadside Unit, RSU) или БС вдоль автодорог. В [84, 85] предложены модели, использующие генетический алгоритм для решения задачи о максимальном покрытии. Максимизация покрытия БШС с учетом ограничения стоимости БС представлена в работах [86, 87]. В работах [88, 89, 90] предложены новые модели размещения БС с учетом характеристик трафика на дорожных участках. В [91] Рейз А. и др. представили задачу размещения БС для протокола IEEE 802.11p/Wave, позволяющая организовать связь для объектов движущихся на скоростях до 200 км/ч. В [92] для задачи развертывания узлов RSU вдоль автодорог представили модель на основе муравьиного алгоритма, максимизирующую телекоммуникационное покрытие. В работах [84, 93] в качестве ограничений учитываются временные ограничения при размещении БС. В [94] предлагаются жадный алгоритм для минимизации RSU с условием ограничения задержек между любыми двумя узлами сети. В [95] предложен алгоритм развертывания RSU вдоль дорог сети миллиметрового диапазона, максимизирующий покрытие и учитывающий ограничение по показателю уровня принимаемого сигнала. В работе [96] представлена модель эгоистичного выбора БС в беспроводной сети в игровой постановке, где каждый игрок стремится увеличить свою величину отношения «сигнал к интерференции плюс шум». В работе [97] представлены задача размещения RSU вдоль линейного участка протяженной автомагистрали в виде модели ЦЛП.

В нефтегазовом секторе страны сегодня можно отметить резкий тренд цифровизации. Внедрение современных информационных технологий в производственные процессы в рамках перехода к «Индустрии 4.0» является главным перспективным направлением зарубежных и отечественных компаний. Данное требование подразумевает рост большого объема данных, требующих современных и надежных телекоммуникационных средств связи. Большинство объектов нефтегазовой отрасли в России охватывают огромные площади и находятся на удалении в труднодоступных регионах, поэтому наилучшим способом организации связи является внедрение БШС.

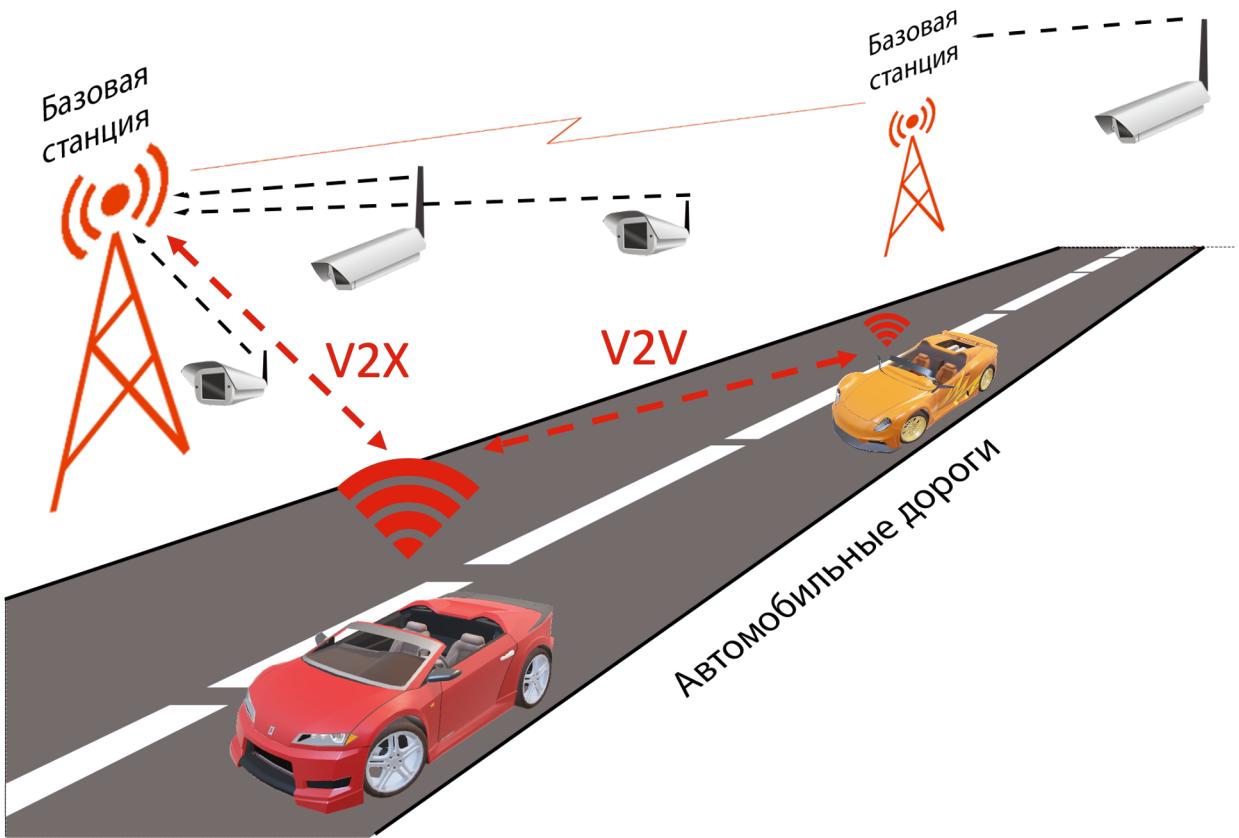


Рисунок 2.1 — Беспроводная сеть вдоль автомобильных дорог

Ключевым объектом на нефтегазовом промысле, для которого можно развернуть БШС с линейной топологией, являются магистральные и промысловые трубопроводы, предназначенные для транспортировки товарной нефти или газа из района промысла, производства до места потребления [98] (Рисунок 2.2).

Эффективным средством по прогнозированию и предотвращению аварийных ситуаций на магистральных трубопроводах, экологической защиты прилежащей территории, а также промышленной безопасности является система мониторинга, с помощью современной БШС [99, 100, 101, 102, 101].

Еще одним примером развертывания БШС для охвата линейного объекта является организация телекоммуникационного покрытия на линиях метрополитена [103, 104, 105, 106, 107]. Компания Radwin развернула свои БС в тоннелях московского метро, используя проприетарный протокол передачи данных Wi-Fi 5ГГц [104, 105]. Оценка нагрузки сети Wi-Fi в московском метро [103]. В работах [107, 106] авторы представили свою эмпирическую модель распространения сигнала, учитывающая отражения в тоннелях, и представили свой алгоритм расстановки базовых станций внутри тоннеля. Основными критериями размещения являются минимизация средней плотности БС и обеспечение

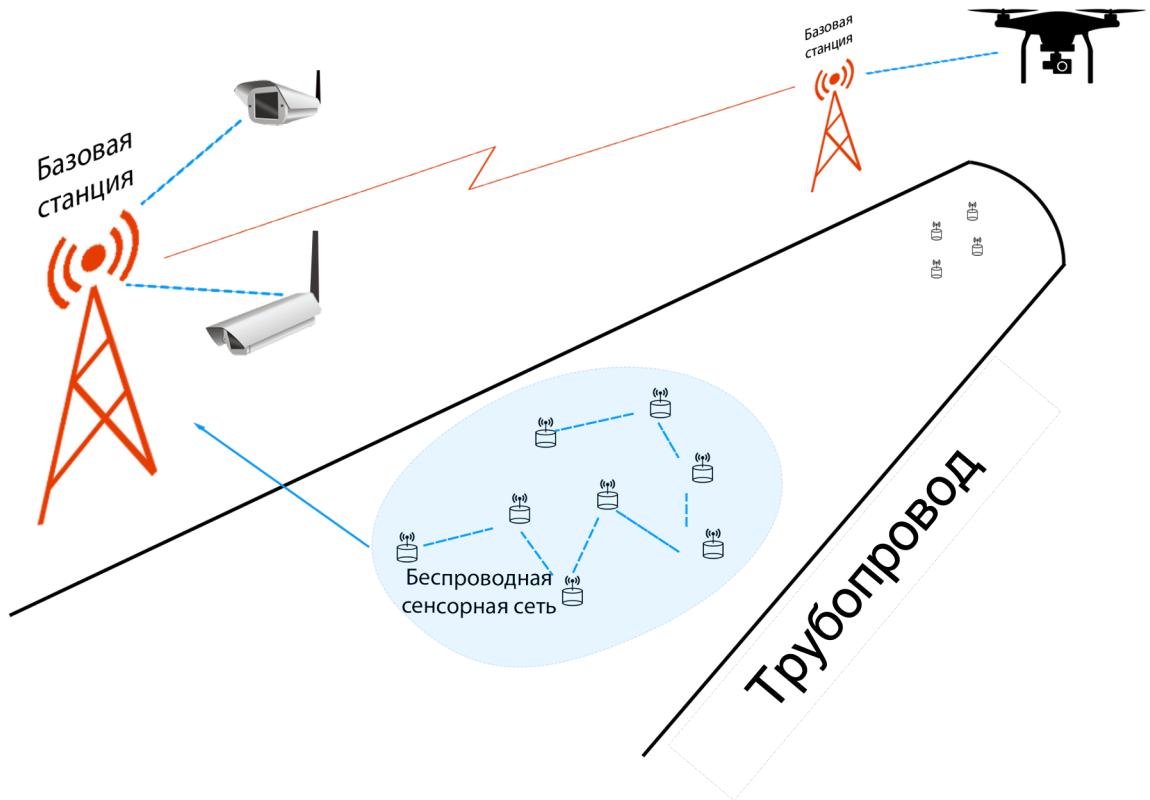


Рисунок 2.2 — Беспроводная сеть вдоль нефте- и газопроводов

уровня принимаемого сигнала не ниже заданного порога при любом расположении состава в тоннеле. Модель распространения основывается на методе геометрической оптики и учитывает как геометрические, так и физические характеристики стен тоннелей. В работе [108] представлена задача размещения БС в тоннелях линий железных дорог с целью максимального телекоммуникационного покрытия. С этой целью распространение радиоволн моделируется методом векторного параболического уравнения, а оптимизация местоположения точки доступа осуществляется с помощью надежного и хорошо сходящегося алгоритма Гука и Дживса.

## 2.2 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде задачи целочисленного линейного программирования

В середине прошлого века с появлением первых компьютеров свою широкую популярность приобрела область математики, задачей корой является поиск экстремальных решений на допустимых множествах. Это положило начало математическому программированию. Сегодня одним из наиболее интересных классов задач математического программирования являются задачи ЦЛП. Эти задачи формулируются как задачи линейного программирования (ЛП) с дополнительным ограничением целочисленности переменных. Для задач ЛП существуют эффективный алгоритм решения - симплекс-метод, предложенный Д. Данцигом [109]. Добавление ограничение целочисленности портит свойство выпуклости и непрерывности задачи ЛП. Основная проблема, возникающая при решении практических задач на конечных множествах – «проклятие размерности» [110]. С увеличением размерности пространства количества данных возрастает экспоненциально. Для решения задач целочисленного программирования распространены методы отсечения и комбинаторные методы [111, 112].

Идея методов отсечения заключается в решении задачи ЛП без учета целочисленности. Если полученное решение оптимальное решение не является целочисленным, то вводятся дополнительные ограничения, отсекающие нецелочисленные вершины многогранника и вновь повторяется процедура поиска. Существующие алгоритмы отсечения отличаются друг от друга способами формирования дополнительных ограничений для отсечения нецелочисленности. Методы отсечения имеют общий существенный недостаток. Практический опыт показал плохую сходимость. Для повышения эффективности вычислительных алгоритмов были предложены комбинаторные методы, основанные на упорядоченном переборе наиболее перспективных вариантов.

Одним из наиболее популярных комбинаторных методов для решения не только целочисленных, но и частично целочисленных задач ЛП является метод ветвей и границ (МВиГ). Впервые данный метод был предложен Лэнд и Дойгом в работе [113]. Существуют различные методы типы ветвей и границ. Все они основаны на последовательном разбиении допустимого множества на

подмножества и вычислении оценок, позволяющие отбрасывать подмножества, не содержащие решение задачи.

Для практических задач существуют готовые коммерческие продукты, эффективно решющие задачу оптимизацию общего вида. Можно выделить наиболее популярные из них: MatLab Optimization ToolBox, Gurobi Optimizer, GLPK, CPLEX. Подробный обзор коммерческих, бесплатных и продуктов с открытым исходным кодом для задач линейного программирования представлен в работах [114, 115, 116].

В данной секции будет представлена математическая модель в виде задачи целочисленного линейного программирования для решения задачи максимизации телекоммуникационного покрытия участка при развертывании набора БС БШС.

### 2.2.1 Постановка задачи

Проблема формулируется следующим образом. Для контроля над заданным линейным участком необходимо разместить базовые приемопередающие БС таким образом, чтобы максимизировать покрытие с ограничением на суммарную стоимость размещенных БС. Необходимо, чтобы любая БС в сети могла быть связана со шлюзами на концах участка через систему размещенных БС.

Задано множество БС  $S = \{s_j\}$ . Каждой БС приписаны параметры  $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}, c_j\}$ ,  $j = \overline{1, m}; q = \overline{1, m}; q \neq j$ . Каждая БС содержит два модуля радиосвязи - для подключения абонентов и для связи с соседними БС. Первая характеризуется параметром  $r_j$  – максимальный радиус покрытия БС, вторая характеризуется множеством  $\{R_{jq}\}$  – матрица радиусов связи между  $j$ -ой и  $q$ -ой БС. Параметр  $c_j$  – это стоимость.

Задан линейный участок длиной  $L$  с концами в точках  $a_0$  и  $a_{n+1}$ . Внутри отрезка  $[a_0, a_{n+1}]$  задано конечное множество точек  $A = \{a_i\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ; эти точки соответствуют набору свободных мест, где могут быть размещены БС. Каждая точка  $a_i$  определяется своей одномерной координатой  $l_i$ .

Заданы БС специального вида  $s_{m+1}$  – шлюзы. Данные шлюзы размещены на концах  $a_0$  и  $a_{n+1}$  данного линейного участка. Для данных БС параметр радиуса покрытия  $r_{m+1} = 0$ . Радиус связи и стоимость не заданы.

Требуется разместить набор БС таким образом, чтобы максимизировать телекоммуникационное покрытие с условием ограничения на суммарную стоимость  $C$ .

### 2.2.2 Модель целочисленного линейного программирования

Перед тем как перейти к постановке задачи оптимизации в виде модели целочисленного линейного программирования, необходимо подготовки параметры БС: радиус связи между БС  $R_{jq}$  и радиус телекоммуникационного покрытия  $r_j$  с помощью уравнений расчета дальности связи, представленных в главе 1.

Пусть  $y_i^+$  и  $y_i^-$ ,  $i = \overline{0, n+1}$  определяют охват покрытия (справа и слева, соответственно) БС, покрывающих точку  $a_i$  (Рисунок 2.3). Параметры  $y_i^+$  и  $y_i^-$  могут принимать только неотрицательные целые значения.

Величины покрытия для шлюзов  $y_0^+, y_0^-, y_{n+1}^+, y_{n+1}^-$  равны 0.

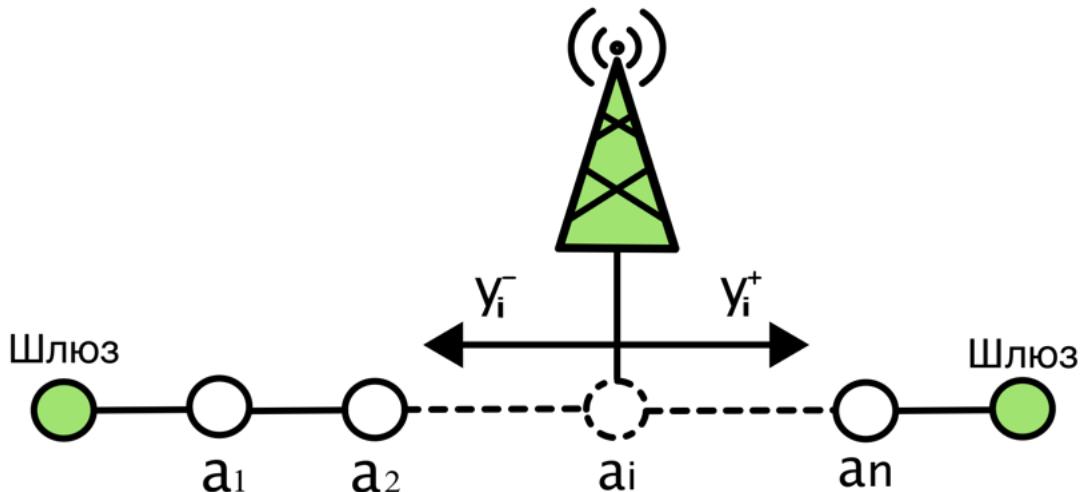


Рисунок 2.3 – Охват покрытия БС

Целевая функция будет представлена как:

$$f = \sum_{i=1}^n (y_i^- + y_i^+) \rightarrow \max \quad (2.1)$$

Также введем бинарные переменные  $x_{ij}$ . Тогда  $x_{ij} = 1$ , если станция  $s_j$ , размещенная на точке  $a_i$ , и  $x_{ij} = 0$  в противном случае;  $i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}$ .

Введем двоичные переменные  $e_i$ . Тогда  $e_i = 1$ , если какая-либо БС находится в точке  $a_i$ , и  $e_i = 0$  в противном случае;  $i = \overline{1, n}$ . Для точек размещения шлюзов  $a_0$  и  $a_{n+1}$  переменные  $e_0 = 1$  и  $e_{n+1} = 1$ , соответственно.

Сформулируем следующую систему ограничений задачи.

По определению (2.2):

$$e_i = \sum_{j=1}^m x_{ij}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.2)$$

Каждая станция должна быть размещена только в одной точке. (2.3):

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1, \quad j = \overline{1, m}. \quad (2.3)$$

Значения покрытий не превышают радиус покрытия БС, размещенной в точке  $a_i$ , и равны 0, если в точке  $a_i$  нет БС (2.4) и (2.5):

$$y_i^+ \leq \sum_{j=1}^m x_{ij} \cdot r_j, \quad i = \overline{1, n}; \quad (2.4)$$

$$y_i^- \leq \sum_{j=1}^m x_{ij} \cdot r_j, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.5)$$

Общая область покрытия между любыми двумя точками  $a_i$  и  $a_k$ , где расположены БС, не может превышать расстояние между этими точками (2.6) и (2.7).

$$y_i^+ + y_k^- \leq \frac{l_k - l_i}{2} \cdot (e_i + e_k) + (2 - e_i - e_k) \cdot L, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{i+1, n+1}; \quad (2.6)$$

$$y_i^- + y_k^+ \leq \frac{l_i - l_k}{2} \cdot (e_i + e_k) + (2 - e_i - e_k) \cdot L, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{i-1, 0}, \quad (2.7)$$

где  $l_k$  и  $l_i$  - координаты точек  $a_i$  и  $a_k$ , соответственно. Это условие исключает влияние пересечений покрытий БС при вычислении общего значения покрытия между станциями (Рисунок 2.4).

Согласно условиям задачи, БС, расположенная в  $a_i$ , должна быть связана хотя бы с одной станцией слева и одной станцией справа, включая станции на конечных точках  $a_0$  и  $a_{n+1}$ .

Введем бинарные переменные  $z_{ijkq}, i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}; k = \overline{1, n}, k \neq i; q = \overline{1, m}, q \neq j$ .

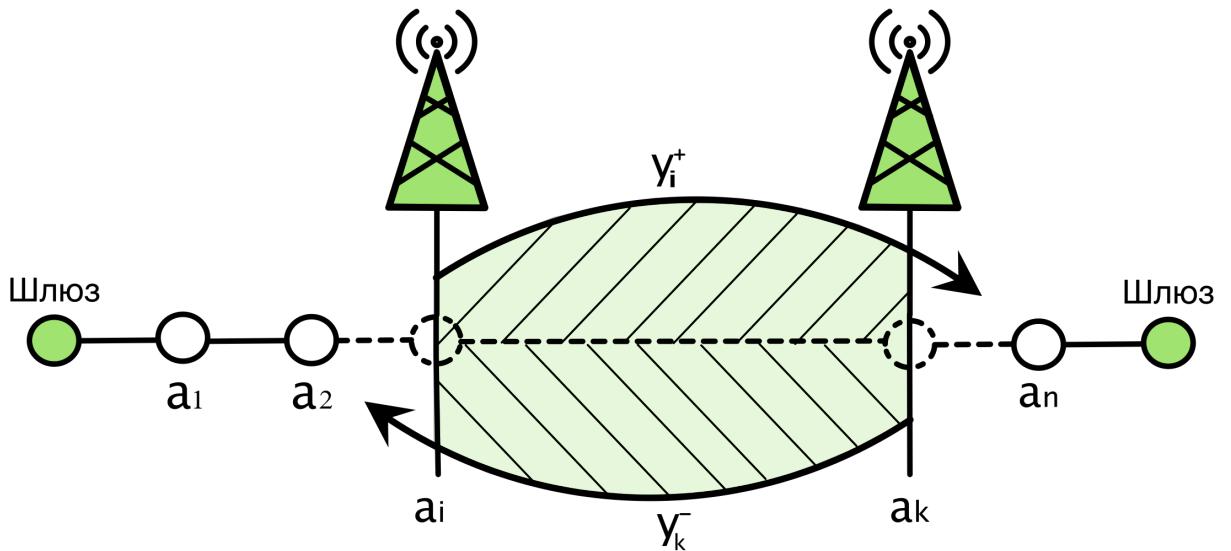


Рисунок 2.4 — Область покрытия между любыми двумя точками

Переменная  $z_{ijkq} = 1$ , если в точке  $a_i$  размещена БС  $s_j$  и данная станция связана с БС  $s_q$ , размещенная в точке  $a_k$ ; и  $z_{ijkq} = 0$  в противном случае.

Переменная  $z_{ij0(m+1)} = 1$ , если БС  $s_j$ , размещенная в точке  $a_i$ , связана со шлюзом  $s_{m+1}$  в точке  $a_0$ ;  $z_{ij0(m+1)} = 0$  в противном случае.

Переменная  $z_{ij(n+1)(m+1)} = 1$ , если здесь находится БС  $s_j$  в точке  $a_i$  и она связана со шлюзом  $s_{m+1}$  в точке  $a_{n+1}$ ;  $z_{ij0(m+1)} = 0$  в противном случае.

Станции должны быть размещены в обеих точках  $a_i$  и  $a_k$ , (2.8) и (2.9):

$$z_{ijkq} \leq e_i, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, n}, k \neq i; \quad q = \overline{1, m}, q \neq j; \quad (2.8)$$

$$z_{ijkq} \leq e_k, \quad k = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m}; \quad i = \overline{1, n}, i \neq k; \quad q = \overline{1, m}, q \neq j. \quad (2.9)$$

Стоит отметить, БШС работает в полудуплексном режиме. Переменная  $z_{ijkq}$  говорит только о наличии связи для передачи от БС  $s_j$  до БС  $s_q$ . Чтобы обеспечить связь в обоих направлениях, необходимо проверять условия для  $z_{ijkq}$  (от  $s_j$  до  $s_q$ ) и для  $z_{kqij}$  (от  $s_q$  до  $s_j$ ).

Необходимо обеспечить коммуникационную связь справа от БС (2.10) и (2.11). БС  $s_j$  в точке  $a_i$  должна быть связана с любой станцией, расположенной в точке  $a_k$ , справа от  $a_i$  ( $k > i$ ) или с правым шлюзом  $s_{m+1}$  (2.10)

$$\sum_{k=i+1}^n \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^m z_{ijkq} + z_{ij(n+1)(m+1)} = x_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (2.10)$$

Требуется чтобы БС, размещенная справа от  $s_j$  или правый шлюз  $s_{m+1}$  были связаны с размещаемой станцией  $s_j$  (2.11)

$$\sum_{k=i+1}^n \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^m z_{kqij} + z_{(n+1)(m+1)ij} = x_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (2.11)$$

Необходимо обеспечить коммуникационную связь слева от БС (2.12) и (2.13). БС  $s_j$  в точке  $a_i$  должна быть связана с любой станцией, расположенной в точке  $a_k$ , слева от точки  $a_i$  ( $k < i$ ) или с левым шлюзом  $s_0$  (2.12)

$$z_{ij0(m+1)} + \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^m z_{ijkq} = x_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (2.12)$$

Требуется чтобы БС, размещенная слева от  $s_j$  или левый шлюз  $s_0$  были связаны с размещаемой станцией  $s_j$  (2.13)

$$z_{0(m+1)ij} + \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^m z_{kqij} = x_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (2.13)$$

Неравенства (2.8) и (2.9) и равенства (2.10) – (2.13) обеспечивают условие симметрии связи между БС, расположенными в точках  $a_i$  и  $a_k$ ,  $\forall i, k$  (Рисунок 2.5).

Если БС  $s_j$  и  $s_q$  связаны, то максимальный радиус связи размещенных станций должен быть не меньше расстояния между точками  $a_i$  и  $a_k$ , где расположены станции  $s_i$  и  $s_q$  (Рис. 2.6). Формально это можно записать как (2.14) и (2.15).

$$\forall i = \overline{1, n}:$$

$$z_{ijkq}(R_{jq} - (a_i - a_k)) \geq 0, \quad k = \overline{0, i-1}; \quad j = \overline{1, m}; \quad q = \overline{1, m}, q \neq j; \quad (2.14)$$

$$z_{ijkq}(R_{jq} - (a_k - a_i)) \geq 0, \quad k = \overline{i+1, n+1}; \quad j = \overline{1, m}; \quad q = \overline{1, m}, q \neq j. \quad (2.15)$$

Стоимость размещения должна удовлетворять бюджетному ограничению  $C$ :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} \cdot c_j \leq C. \quad (2.16)$$

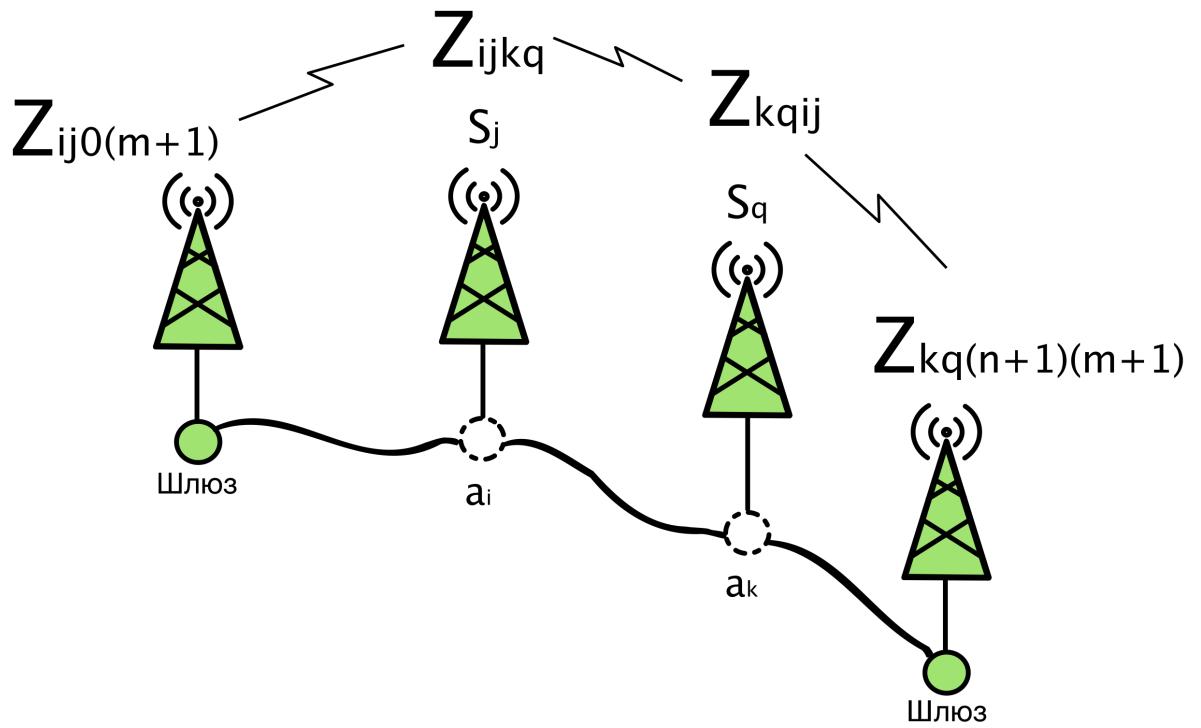


Рисунок 2.5 — Телекоммуникационная связь между базовыми станциями

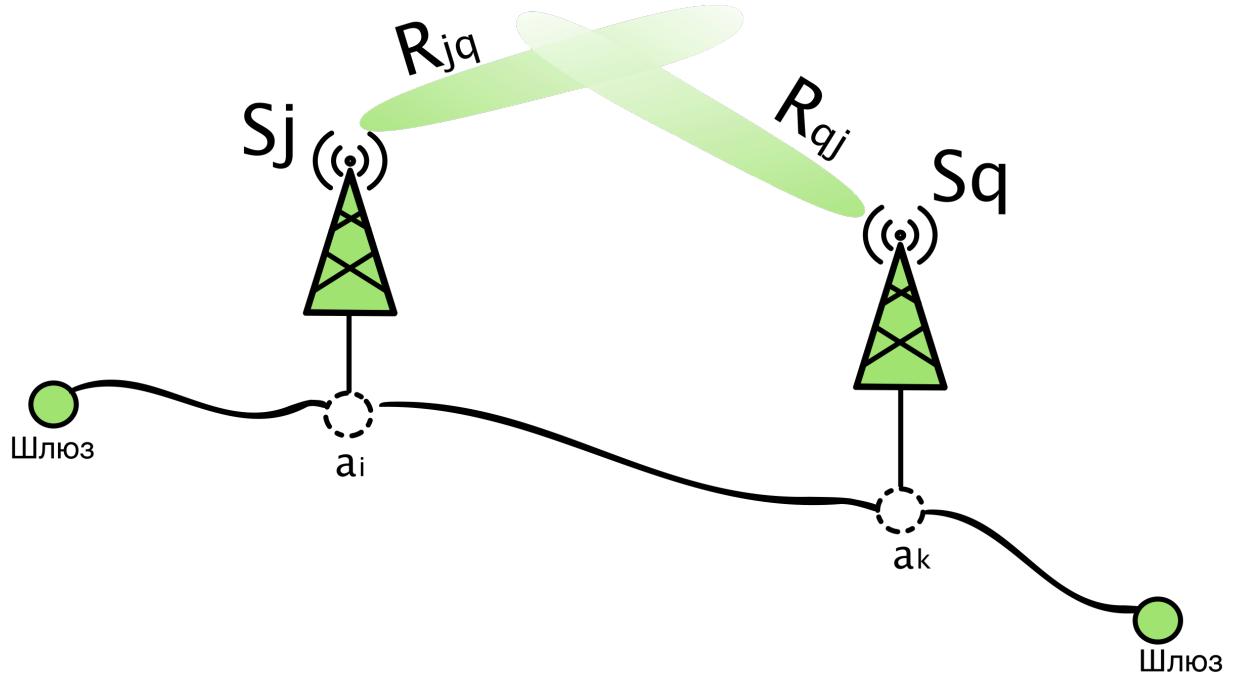


Рисунок 2.6 — Обеспечение телекоммуникационной связи с соседней станцией

Работа [97] содержит доказательство NP-трудности для частного случая задачи ЦЛП, когда вдоль линейной территории размещают множество однотипных БС с одинаковыми параметрами. Задача называется NP-трудной, если ей соответствующая задача распознавания NP-полна [110]. Представленная в данном исследовании модель (2.1) – (2.16) рассматривает общий случай размещения, когда вдоль линейного участка размещают множество различных БС с

разными техническими параметрами. Следовательно, данная задача является также NP-трудной.

Математическая модель рассчитывалась в пакете Optimization Toolbox MATLAB. Числовой пример решения полученной математической модели задачи ЦЛП представлен в главе 4.

### **2.3 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме**

В данной главе была уже представлена математическая модель задачи размещения базовых станций в виде задачи ЦЛП. К сожалению, модели в общем виде не учитывают специфику конкретной задачи. В большинстве практических случаях, поиск решения получается не самым быстрым. Еще одной сложностью при решении задачи в виде ЦЛП является случаи, когда невозможно представить ограничения задачи в линейном виде.

При проектировании телекоммуникационных сетей важным этапом является оценка характеристик производительности сетей. Такие оценки необходимо учитывать при решении задачи синтеза топологии. Одной из таких характеристик является межконцевая задержка сети. Данную характеристику при наличии кросс-трафика в сети, т.е. с поступлением пакетов на все узлы сети, невозможно представить в линейном виде для модели ЦЛП. Для того чтобы учесть специфику размещения БС БШС и использовать характеристику производительности сети в качестве ограничения задачи, в работе будет представлена задача размещения базовых БС в виде комбинаторной модели в экстремальной форме. Будет предложен алгоритм типа ветвей и границ для решения комбинаторной задачи телекоммуникационного покрытия заданного участка.

Алгоритм на основе метода ветвей и границ основан на следующих построениях, позволяющих уменьшить время перебора:

1. Ветвление. Разбиение исходного множества на попарно не пересекающие дочерние подмножества в ходе поиска оптимального решения.
2. Получение нижних границ. Исследования текущей вершины на возможность закрытия.

Особенность задачи дискретного программирования состоит в том, что они имеют переборный характер. Основная идея комбинаторных алгоритмов – выделить из множества допустимых решений подмножества, не содержащие оптимальных решений [117], для сокращения времени перебора всех возможных вариантов.

### 2.3.1 Постановка задачи

Пусть задано множество станций  $S = \{s_j\}$  с параметрами  $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}, p_j, c_j\}, j = 1, \dots, m; q = 1, \dots, m; j \neq q$ . Каждой БС приписаны параметры  $r_j$  – максимальный радиус покрытия станции,  $\{R_{jq}\}$  – матрица радиусов связи между  $j$ -ой и  $q$ -ой станциями. Также заданы параметры:  $p_j$  – пропускная способность БС и  $c_j$  – стоимость.

Задан отрезок  $\alpha$  длины  $L$  с концами в точках  $a_0$  и  $a_{n+1}$ . Внутри отрезка  $\alpha = [a_0, a_{n+1}]$  задано множество возможных точек размещения БС  $A = \{a_i\}, i = 1, \dots, n$  с координатами  $l_i$ . Точка  $a_0$  имеет координату  $l_0 = 0$ , точка  $a_{n+1}$  имеет координату  $l_{n+1} = L$ . На концах отрезка в вершинах  $a_0$  и  $a_{n+1}$  стоят БС специального вида – шлюзы  $s_0$  и  $s_{m+1}$ , соответственно, для которых радиусы покрытия, пропускные способности и стоимости не задаются. Радиусы связи для обеспечения соединения с размещаемыми БС задаются как  $R_{0j}$  и  $R_{(m+1)j}$ , соответственно. Требуется разместить БС таким образом, чтобы максимизировать область покрытия отрезка  $L$  при выполнении требования на наличия связи каждой станции со станциями на концах отрезка (шлюзами) через систему размещенных БС, а также выполнении ограничений на величину времени межконцевой задержки  $T$  и суммарную стоимость размещения  $C$ .

#### Формулировка в виде экстремальной задачи на конечном множестве

**Допустимой расстановкой** БС является такой возрастающий по величине координат  $l_i$  набор пар  $P = \{a_i, s_j\}, a_i \in A, i \neq 0, i \neq n + 1; s_j \in S$ , для которого выполняются **требования**:

1. Для каждой пары  $(a_i, s_j)$ :

- a) слева: либо найдется такая пара  $(a_k, s_q)$ , что,  $l_i - l_k \leq R_{jq}$  и  $l_i - l_k \leq R_{qj}$ , либо  $l_i - l_0 \leq R_{j0}$  и  $l_i - l_0 \leq R_{0j}$ ;
- б) справа: либо найдется такая пара  $(a_t, s_g)$ , что,  $l_t - l_i \leq R_{jg}$  и  $l_t - l_i \leq R_{gj}$ , либо  $l_{n+1} - l_i \leq R_{j(m+1)}$  и  $l_{n+1} - l_i \leq R_{(m+1)j}$ .

Данное требование гарантирует, что любая БС может быть связана со станциями на концах отрезка либо через промежуточные станции, либо непосредственно.

2. Сумма задержек по всем размещенным БС не больше заданной величины  $T$  – средней межконцевой задержки по времени по всей системе станций:

$$\sum_{j \in S_\sigma} \bar{T}_j \leq T,$$

где  $S_\sigma$  – множество размещенных БС,  $\bar{T}_j$  – среднее время задержки на станции. Расчет времени задержки с помощью модели массового обслуживания описан в параграфе 1.4.4.

3. Суммарная стоимость размещенных БС меньше заданного бюджетного ограничения  $C$ .

Каждой допустимой расстановке БС  $P$  соответствует величина покрытия  $z(P)$ , определяемая как суммарная длина всех таких участков  $\tau, \tau \subset \alpha$ , что каждая точка этих участков попадает в зону покрытия, по крайней мере, одной БС, входящих в набор пар  $P$ .

В дальнейшем для удобства описания алгоритмов введем понятие «недопокрытия» отрезка  $\alpha$ :

$$f(P) = L - z(P)$$

Недопокрытие – это суммарная область заданного участка  $L$ , которая не охвачена телекоммуникационным покрытием БШС. Численно равна разности между суммарным покрытием размещенных БС и длиной всего участка  $L$ .

Пусть  $G$  – множество всех допустимых расстановок  $P$ . Тогда можно сформулировать задачу в виде экстремальной задачи на конечном множестве.

### Задача 1.

Требуется найти такую допустимую расстановку  $P^*$ , что

$$P^* = \operatorname{argmin}_{P \in G} f(P) \quad (2.17)$$

Обозначим через  $\Gamma$  все множество вариантов размещения БС, необязательно допустимых, из множества  $S$  на заданном множестве  $A$  возможных точек их размещения.

### 2.3.2 Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве $\Gamma$

Опишем процедуру построения бинарного дерева поиска (дерева ветвлений) для полного перебора без повторений всех элементов множества  $\Gamma$ . Данная процедура будет использована при построении дерева поиска в алгоритме МВиГ решения **задачи 1**.

Предполагается, что в множестве  $S$  БС упорядочены по не убыванию радиусов покрытия. Описываемая процедура использует известный прием разбиения множества  $G$  на подмножества с использованием некоторого параметра. Процесс формирования и последовательность исследования подмножеств обычно представляется с помощью дерева поиска, представляющего собой ориентированное от корня «дерева ветвлений», где каждому подмножеству соответствует вершина на дереве. Множеству  $\Gamma$  соответствует корневая вершина.

#### Процесс разбиения исходного множества на дочерние подмножества

Выбор способа ветвления дерева связан со спецификой задачи. В случае **задачи 1** спецификой является размещение множества БС  $S$  на множестве возможных точках размещения  $A$ . На каждом узле дерева будем применять дихотомическое ветвление.

**Процедура 1.** Пусть  $G_0$ , где нижний индекс – номер итерации, исходное множество  $\Gamma$ . На каждой итерации, начиная с итерации  $\nu = 0$ , текущее подмножество  $G_\nu$  разбивается на два подмножества  $G_\nu^1$  и  $G_\nu^2$ . Множество  $G_\nu$  обычно называется «материнским», а множества  $G_\nu^1$  и  $G_\nu^2$  - «потомками» множества  $G_\nu$  или «дочерними» множествами (Рисунок 2.7.)

В качестве параметра разбиения используется переменная  $\pi_{ij}$ , принимающей два значения 0 и 1:

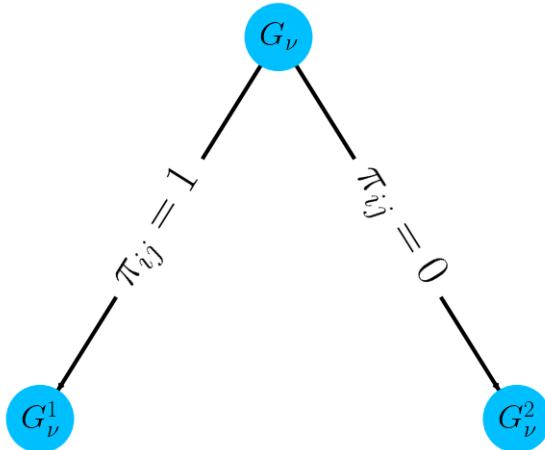


Рисунок 2.7 — Ветвление бинарного дерева

- $\pi_{ij} = 1$ , если наложено условие, что на месте  $a_i$  может быть расположена БС  $s_j$ ;
- $\pi_{ij} = 0$ , если наложено условие, что на месте  $a_i$  БС  $s_j$  располагаться не будет.

На каждой  $v$ -ой итерации в процессе ветвления для множества  $G_v^1$  задано условие  $\pi_{ij} = 1$ , а для множества  $G_v^2$  задано условие  $\pi_{ij} = 0$ .

Все дочерние множества удовлетворяют следующим условиям:

$$G_v^1 \cup G_v^2 = G_v; \quad (2.18)$$

$$G_v^1 \cap G_v^2 = \emptyset. \quad (2.19)$$

**Выбор переменной для разбиения на  $v$ -ой итерации.** На этапе разбиения любого множества  $G_v$  все множество переменных  $\Pi = \{\pi_{ij}\}$  можно разделить на три подмножества:

- $\Pi^+$  – «фиксированные» переменные, для которых  $\pi_{ij} = 1$ ;
- $\Pi^-$  – «запрещенные» переменные, для которых  $\pi_{ij} = 0$ ;
- $\Pi^f$  – «свободные» переменные, для которых значения на данной итерации еще не заданы.

Правило выбора переменной для разбиения множества  $G_v$ . Для разбиения множества  $G_v$  на каждой итерации выбирается переменная из множества  $\Pi^f$  с наименьшим индексом  $j$  среди всех переменных с наименьшим индексом  $i$ . Таким образом, сначала определяется незанятое место размещения  $a_i$  с наименьшим номером (индексом  $i$ ) и на нем размещается еще не размещенная БС  $s_j$  с наименьшим номером (индексом  $j$ ).

## Движение по дереву ветвлений.

После разбиения очередного подмножества  $G_v$  на два подмножества  $G_v^1$  и  $G_v^2$ , последним на дереве ветвлений присваиваются порядковые индексы  $G_{v+1}$  и  $G_{v+2}$ , соответственно (Рисунок 2.8). При формировании дерева ветвлений различаются два типа шагов: «прямой» и «обратный». Прямой шаг – это движение «в глубину» по той же ветви дерева, реализующее очередное разбиение множества  $G_v$  на два потомка, и обратный шаг, реализующий переход от множества  $G_v$  к одному из ранее сформированных подмножеств. Обратный шаг делается в том случае, когда: либо получено множество  $G_v$ , состоящее из единственного элемента, либо множество  $G_v$  при данном наборе значений переменных  $\pi_{ij}$ , выделяющих данное подмножество  $G_v$  из множества  $G_0$ , пусто. В этих случаях соответствующая вершина дерева называется «закрытой».

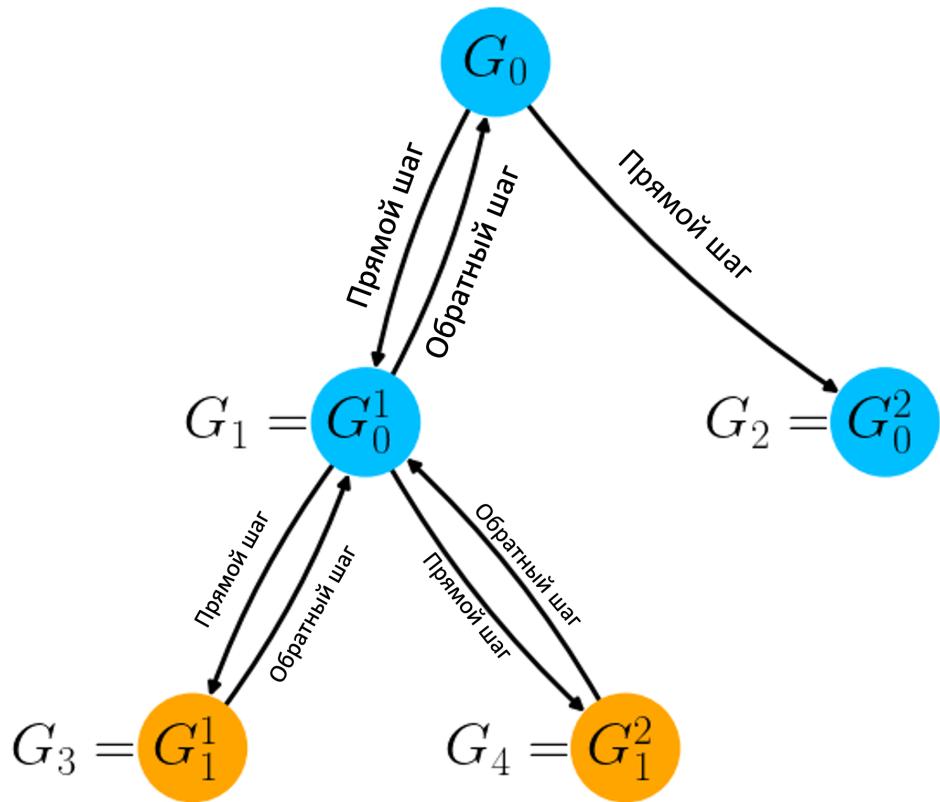


Рисунок 2.8 – Движение по дереву поиска

Для движения по дереву будем использовать правило **LIFO**. На основании этого правила прямые шаги будут выполняться до тех пор, пока не будет получена закрытая вершина. На дереве ветвлений это соответствует продолжению движения по той же ветви дерева. При этом из двух множеств  $G_v^1$  и  $G_v^2$  первым

будет исследоваться на возможность закрытия соответствующей вершины множество  $G_v^1$  (левый дочерний узел дерева). Если вершина не будет закрыта, то из неё будет продолжено дальнейшее движение по той же ветви – выполнение прямого шага. Если вершина будет закрыта, то выполняется обратный шаг: для продолжения движения будет выбрана незакрытая вершина с наибольшим порядковым номером  $v$  среди всех висячих вершин дерева (последняя сформированная вершина из нерассмотренных). Процедура будет завершена, когда все вершины дерева будут закрыты.

Выполнение условия (2.18) и (2.19) гарантирует, что в результате завершения работы **процедуры 1** будут просмотрены все элементы множества  $\Gamma$  без повторений. Эти же условия определяют фундаментальное свойство дерева ветвлений: на каждой итерации объединение множеств  $G_v$  всех висячих вершин дерева дает исходное множество  $G_0$  корневой вершины.

### 2.3.3 Метод ветвей и границ для задачи размещения БС

Для построения алгоритма типа ветвей и границ для решения **задачи 1** с использованием **процедуры 1** достаточно разработать методы исследования вершин дерева на возможность их закрытия.

В соответствии с техникой МВиГ закрытие вершины в результате исследования, соответствующего ей множества  $G_v$ , возможно в трех случаях.

**Случай 1.** Множество  $G_v$  – пусто, т.е. доказано, что в множестве  $G_v$  при данном наборе фиксированных и запрещенных переменных  $\pi_{ij}$  нет ни одной допустимой расстановки  $P$ .

**Случай 2.** Доказано, что в множестве  $G_v$  не может быть допустимой расстановки  $P$  с меньшим значением целевой функции (2.17), чем у лучшей расстановки  $\widehat{P}$  из уже найденных. Значение функции  $f(\widehat{P})$  называется «рекордом», а расстановка  $\widehat{P}$  – «рекордным решением». В качестве начального рекорда принимается число заведомо большее искомого оптимального решения, например, длина всего отрезка  $L$ .

**Случай 3.** Найдено оптимальное решение **задачи 1** на множестве  $G_v$ . Прежде, чем рассмотреть эти три случая, запишем важное свойство любого

множества  $G_v$ , являющееся следствием принятого правила выбора свободной переменной для разбиения очередного множества  $G_v$  при прямом шаге.

### Исследование случаев 1 – 3

**Свойство 1.** Пусть для исследуемого множества  $G_v$ ,  $v > 0$ , точка  $a_k$  – любое из мест, на которых уже размещена БС из множества  $S$  в соответствии с набором фиксированных и запрещенных переменных  $\pi_{ij}$ , выделяющим данное множество из множества  $G_0$ . Тогда для всех мест «слева» от  $a_k$ , т.е. точек  $a_i$ ,  $i < k$ , размещение БС уже определено. В ходе движения по дереву ветвлений на точках либо были размещены БС при условии  $\pi_{ij} = 1, \forall i, j$ , либо эти точки  $a_i$  остались пустыми при условии  $\pi_{ij} = 0, \forall i, j$ .

#### Случай 1.

Проверка текущего множества  $G_v$  на пустоту состоит в установлении факта невозможности выполнения **требования 1 – 3**, введенных ранее при определении допустимой расстановки.

**Проверка выполнения условия связи между размещенными БС.** Построим алгоритм проверки выполнения **требования 1**.

Рассмотрим проверку для множества  $G_v$ ,  $v > 0$ . Пусть множество  $G_v$  образовано разбиением материнского множества при помощи переменной  $\pi_{kt} = 1$ , и множество содержит более одного распределения  $P$ . Алгоритм проверки состоит из **3 шагов**.

**Шаг 1.** Проверяем, что каждый из радиусов  $R_{th}$  и  $R_{ht}$ , где  $h$  – индекс БС, размещенной на ближайшей к точке  $a_k$  слева точке  $a_d$ , больше расстояния  $l_k - l_d$ .

**Шаг 2.** Проверяем, что как радиус  $R_{tj}$ , так и максимальный радиус  $R_{jt}$  среди еще нераспределенных БС не меньше расстояния между точкой  $a_k$  и ближайшей к ней точкой справа  $a_i$ . Если все БС распределены, то множество  $G_v$  состоит из единственного варианта распределения и этот случай будет рассмотрен далее.

**Шаг 3.** Проверяем, что, если количество нераспределенных БС больше 1, то расстояние между двумя любыми смежными точками  $a_i, i = k + 1, \dots, n$ , не больше, чем второй по величине после максимального радиус связи у еще

не распределенного множества БС, а расстояние между точками  $a_{n+1}$  и  $a_n$  не больше, чем максимальный радиус связи среди нераспределенных БС. Если осталась только одна нераспределенная БС, то проверяем, что среди еще незанятых точек справа от точки  $a_k$  есть, по крайней мере, одна такая точка, что расстояния от этой точки до точки  $a_k$  и одновременно от этой точки до точки  $a_{n+1}$  не больше, чем радиус связи у нераспределенной БС.

Если в результате проверки оказывается, что, хотя бы на одном из шагов получен отрицательный результат, то множество  $G_v$  – пусто, соответствующая этому множеству на дереве поиска вершина должна быть закрыта и далее выполняется шаг обратного хода в соответствии с **Процедурой 1**.

Если множество  $G_v$  образовано разбиением материнского множества при помощи переменной  $\pi_{kt} = 0$  и  $a_v$  – точка с наибольшим индексом, среди точек, на которых уже размещены БС (с учетом точки  $a_0$ ), то надо проверить, что расстояние между точками  $a_v$  и  $a_k$  не больше, чем максимальный радиус среди радиусов связи у еще нераспределенных БС. Если проверка отрицательна, то множество  $G_v$  – пусто, соответствующая этому множеству на дереве поиска вершина должна быть закрыта и выполняется шаг обратного хода в соответствии с **Процедурой 1**.

Проверка **требований 2 и 3** сводится к установлению факта не превышения суммарных величин стоимости и межконцевой задержки заданным ограничениям.

**Случай 2.** Построим оценку величины недопокрытия для множества  $G_v$ , полученного из материнского множества добавлением условия  $\pi_{kt} = 1$ . Частичным недопокрытием назовем величину  $\Delta(k,d,p,t)$ , которая вычисляется по формуле:

$$\Delta(k,d,p,t) = \max\{(a_k - a_d) - (r_p + r_t), 0\}. \quad (2.20)$$

Частичное недопокрытие (2.20) определяется для любых двух точек  $a_d$  и  $a_k$  ( $k > d$ ), на которых расположены БС  $s_p$  и  $s_t$  при условии, что между этими точками нет других станций. Для любой расстановки  $P$  недопокрытие  $f(P)$  вычисляется как сумма всех недопокрытий  $\Delta(k,d,p,t)$  между местами размещения БС, включая концы отрезка  $\alpha$ , на которых стоят станции особого типа  $s_0$  и  $s_{m+1}$ .

Построим нижнюю оценку  $W(G_v)$  для недопокрытий  $f(P)$  расстановок  $P$  множества  $G_v$ , т.е.

$$W(G_v) \leq f(P), P \in G_v.$$

Если  $W(G_v) \geq f(\hat{P})$ , то множество  $G_v$  не может содержать расстановки, лучше уже найденной расстановки  $\hat{P}$ , тогда соответствующая множеству  $G_v$  вершина на дереве поиска должна быть закрыта и далее выполняется шаг обратного хода в соответствии с **процедурой 1**.

Построим оценку недопокрытия для множества  $G_v$ , полученного из материнского множества добавлением условия  $\pi_{kt} = 1$ . Оценку будем искать в виде суммы

$$W(G_v) = w_1(G_v) + w_2(G_v). \quad (2.21)$$

Величина  $w_1(G_v)$  вычисляется как сумма всех частичных недопокрытий слева от вершины  $a_k$  и величины радиуса покрытия размещаемой БС  $r_t$ . Оценку  $w_2(G_v)$  вычислим для недопокрытия справа на части  $\beta$  до конца отрезка  $\alpha$  (точки  $a_{n+1}$ ). Данную оценку получим релаксацией условий, определяющих допустимую расстановку БС на участке  $\beta$ . Найдем такое подмножество  $S_\beta$  множества БС  $S$ , состоящее из еще не размещенных станций и дающее минимальное недопокрытие на участке  $\beta$  при выполнении только условий 2) – 4). Для этого сформулируем следующую задачу булевого программирования. Введем булеву переменную  $x_j$ . Тогда  $x_j = 1$ , если БС  $s_j$  будет размещена,  $x_j = 0$  – в противном случае.

### Задача 2.

$$z = |\beta| - \sum_{x_j \in S_\beta} 2r_j x_j \rightarrow \min.$$

при условии:

$$\sum_{x_j \in S_\beta} c_j x_j \leq C, \quad (2.22)$$

$$\sum_{x_j \in S_\beta} x_j \leq m, \quad (2.23)$$

$$x_j \in \{0, 1\},$$

где  $|\beta|$  – длина отрезка  $\beta$ ,  $m$  – число свободных мест для размещения станций на отрезке  $\beta$ ,  $r_j$  – радиус покрытия БС  $s_j$ ,  $c_j$  – стоимость БС  $s_j$  и  $C$  – бюджетное ограничение.

Эффективность использования оценки в методе ветвей и границ определяется точностью оценки и временем ее вычисления. **Задача 2** – это задача ЦЛП, являющаяся трудно решаемой [118]. На основании **задачи 2** можно получить две оценки менее точные, но имеющие более эффективные методы решения. Заметим, что при снятии ограничения (2.22) или (2.23) **задача 2** представляет собой целочисленную задачу о ранце с эффективным псевдополиномиальным алгоритмом решения [118]. При этом с точки зрения точности оценки, более перспективным представляется снятие ограничения (2.23), так как на практике, обычно, число возможных мест размещения БС существенно меньше числа размещенных БС, полученного в результате решения задачи. Назовем задачу, полученную снятием ограничения (2.23), **задачей 3**.

**Задачу 2** при снятии условия целочисленности на переменные назовем **задачей 4**. **Задача 4** есть задача линейного программирования.

**Задача 3** и **задача 4**, являясь оценками целевой функции решения **задачи 2**, могут служить оценками  $w_2(G_v)$ . Если множество  $G_v$  получено из материнского добавлением условия  $\pi_{kt} = 0$ , то оценка  $W(G_v)$  равна оценке материнского множества.

В главе 4 приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения **задач 2, 3, 4** и относительную точность **задачи 3 и 4** по отношению к **задаче 2**.

Перейдем к рассмотрению **случая 3**. Рассматривается только для множеств  $G_v$ , состоящих из единственной расстановки  $P$ , для которой недопокрытие  $f(P)$  вычисляется как сумма всех недопокрытий  $\Delta(k,d,p,t)$  между местами, где размещены БС, включая концы отрезка  $\alpha$ , на которых стоят БС  $s_0$  и  $s_{m+1}$ .

Если для найденной расстановки  $P$  выполняются **требования 1–3**, которые для единственной расстановки легко проверяются, и

$$f(P) < f(\widehat{P}), \quad (2.24)$$

то  $f(P)$  принимается за новый рекорд  $f(\widehat{P})$ , расстановка  $P$  становится новым рекордным решением  $\widehat{P}$  и выполняется шаг обратного хода в соответствии с **Процедурой 1**, если неравенство (2.24) не выполняется, то рекорд остается прежним и выполняется шаг обратного хода.

Работа алгоритма МВиГ заканчивается, когда все вершины дерева поиска закрыты, при этом решение задачи:

$$P^* = \widehat{P}, f(P^*) = f(\widehat{P}).$$

### 2.3.4 Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС

При проектировании БШС надо найти ее оптимальную топологию среди всех топологий, для которых будут выполняться все требования к показателям, исследуемым и рассчитываемым на этапе моделирования сети. Для решения этой задачи воспользуемся идеей метода построения последовательности планов [119]. Данный подход позволяет для задач на конечных множествах найти не одно любое экстремальное решение, а множество лучших решений [120, 121].

Рассмотрим *задачу 1*. Требуется найти такую допустимую расстановку  $P^*$ , что

$$f(P^*) = \min\{f(P), P \in G\}.$$

Построим для этой задачи последовательность  $\Gamma = P^1, P^2, \dots, P^k$  допустимых расстановок (решений) множества  $G$  для заданного  $k$ , в которой каждое решение не лучше предыдущего и не хуже последующего.

$$\begin{aligned} f(P^1) &= f(P^*), \\ f(P^2) &= \text{extr}\{f(P), P \in G \setminus P^1\}, \\ &\dots \\ f(P^k) &= \text{extr}\{f(P), P \in G \setminus P^1 \cup P^2 \cup \dots \cup P^{k-1}\}. \end{aligned} \tag{2.25}$$

Теперь воспользуемся следующей процедурой. Будем последовательно, начиная с первой расстановки, выполнять этап моделирования БШС. Как только будет получена расстановка, удовлетворяющая всем требованиям этапа моделирования, задача нахождения оптимальной топологии среди всех топологий будет решена. Для такой топологии выполняются все требования к показателям, исследуемые на этапе моделирования сети. Действительно, для всех предыдущих расстановок эти условия не выполняются, а все последующие расстановки в последовательности  $\Gamma$  не могут быть лучше по критерию  $f(P)$ .

## Построение последовательности размещений на основании МВиГ

С помощью МВиГ, описанного в параграфе 2.3.3 можно записать последовательность расстановок БС. Заменив неравенство (2.24) на нестрогое и записывая все рекорды, полученные в процессе работы алгоритма, можно получить последовательность расстановок, где каждая расстановка не хуже предыдущей и не лучше последующей. Для получения последовательности  $\Gamma$  достаточно «перевернуть» полученную последовательность, где первый элемент станет последним.

Недостатком такой процедуры является то, что для исследования на этапе моделирования будут отобраны только расстановки не хуже первого рекорда и среди них может не оказаться расстановки, удовлетворяющей критериям моделирования.

Для расширения множества  $\Gamma$  необходимо чтобы результатом решения **задачи 1** было не только оптимальное решение, но и все решения не хуже оптимального на величину  $d$ . Для решения такого варианта задачи достаточно неравенство (2.24) в алгоритме МВиГ заменить следующим неравенством

$$f(P) \leq f(\hat{P}) + d, \quad (2.26)$$

где  $d = \varepsilon \cdot L > 0$ ,  $\varepsilon$  – заданное отклонение в процентах, и запоминать все рекорды, полученные в процессе решения задачи.

На основании неравенства (2.26) можно построить итерационную процедуру, увеличивая величину  $d$ , если при данном ее значении допустимого решения на этапе моделирования не найдено. В главе 4 представлены результаты численного эксперимента.

## 2.4 Выводы по главе 2

Данная глава посвящена задачам оптимального размещения БС в рамках комплексного проектирования беспроводных сетей связи. Спецификой моделей оптимизации является размещение БС для максимального телекоммуникационного покрытия вдоль линейного участка.

В главе были представлены следующие результаты:

1. Представлена актуальность БШС с линейной топологией. Такие сети подходят для покрытия протяженных автомагистралей, путей железных дорог, линий метрополитена, нефте- и газопроводов.
2. Представлена математическая модель задачи размещения БС в виде ЦЛП. Целевая функция модели представляет собой суммарное телекоммуникационное покрытие участка, которое необходимо максимизировать. Представлены ограничения равенства и неравенства модели, удовлетворяющие требованиями размещения – обеспечение любой БС телекоммуникационной связью со шлюзами на концах участка через систему размещенных станций и бюджетное ограничение по стоимости размещения.
3. Представлена математическая модель задачи размещения БС в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме. Такой подход позволяет учитывать специфику конкретной задачи, что позволяет быстрее найти оптимальное решения. В такой постановке, в ходе поиска оптимального решения возможно проверять условие ограничения на время межконцевой задержки в сети, которое нелинейную зависимость от количества каналов в сети.
4. Для решения комбинаторной модели задачи размещения предложен алгоритм типа ветвей и границ. Описана процедура построения бинарного дерева поиска, учитывающая специфику размещения множества БС  $S$  на множества  $A$  возможных точек размещения. Представлены различные модели оценки недопокрытия, необходимые для получения рекордов и возможности закрытия вершин дерева, для которых множество допустимых размещений пусто. Сравнительная оценка для частного случая размещения, когда необходимо разместить все имеющиеся БС показало, что с увеличением размерности задачи количество пройденных узлов комбинаторной модели существенно меньше чем в модели ЦЛП.
5. После нахождение оптимального решения на этапе синтеза топологии при проектировании БШС, полученное размещение попадает на этап математического моделирования, включающие в себя оценку различных характеристик сети, работу протокола, расчет надежности и т.д. В том случае, если проверка требований, предъявляемые

к сети на этапе моделирования, проходит неуспешно, данное размещение становится невозможным. Для того чтобы было возможно проверять не только оптимальное решение, но и размещения не хуже оптимального на заданное отклонение, было предложена процедура нахождения последовательности топологий сети для итерационной процедуры комплексного проектирования БШС. Процедура нахождения последовательности лучших решений задачи выбора и размещения базовых БС основана на разработанном алгоритме МВиГ.

Результаты исследования, представленные в этой главе, были опубликованы в работах [122, 123, 124, 125, 126, 77, 78, 127, 128, 75].

## Глава 3. Размещение базовых станций беспроводной широкополосной сети для обслуживания множества рассредоточенных объектов

В данной главе будут представлены модели задачи синтеза топологии при развертывании БШС на плоскости для телекоммуникационного покрытия множества рассредоточенных объектов.

### **3.1 Актуальность внедрения БШС для обслуживания рассредоточенных объектов**

Построение современной инфраструктуры передачи информации для обслуживания множества объектов промышленного или гражданского назначения, рассредоточенных на некоторой территории, является актуальной задачей при создании единой систем контроля и управления указанными объектами. Создание такой инфраструктуры позволяет обеспечить оперативный контроль и управление объектами путем передачи необходимой информации с сенсоров и датчиков объектов в соответствующий внешнее приемное устройство. Для создания подобной инфраструктуры эффективно используются сети широкополосной беспроводной связи, необходимым этапом проектирования которых является решение задачи определения мест размещения базовых станций [68].

В работах [129, 130, 131] представлены задачи максимального телекоммуникационного покрытия рассредоточенных объектов с использованием БПЛА.

В настоящей работе строятся и исследуются две математические модели задач размещения БС, которые применимы на этапе синтеза топологии сети в процессе комплексного проектирования мультимедийных сетей. Предлагается модель для проверки существования допустимого решения при условии выполнении ограничений для предложенной на предыдущих этапах схемы расстановки БС и модель для оптимизационной задачи. Оптимизационная задача состоит в выборе множества БС из заданного набора типов БС с различными характеристиками и их расстановки на избыточном множестве возможных мест размещения. В поставленной задаче рассматривается задача обслужива-

ния объектов, расположение которых задано их координатами на плоскости. Особенностью такой задачи в широком классе задач оптимального размещения мощностей является наличие условия на наличие информационной связи между БС и внешним приемным устройством (шлюзом), выполнение которого гарантирует поступление всей информации с контролируемых объектов в центр управления.

Предложена задача оптимального размещения БС, принадлежащая к широкому классу задач размещения мощностей (Location Allocation Problem). В рамках широкого класса задач размещения мощностей в данных задачах размещения присутствуют специфика на связь между всеми узлами сети.

### **3.2 Математическая модель задачи проверки допустимого решения при заданных местах размещения станций.**

Модели задачи оптимизации, которые исследуются в диссертации, предлагаются использовать при проектировании БШС на этапе синтеза топологии. После ввода в эксплуатацию сети часто требуется модернизировать, так как любое производство непрерывно развивается. Со временем, телекоммуникационную сеть требует усовершенствование своей инфраструктуры: масштабирование с целью увеличения покрытия сети, демонтаж оборудования, смена протоколов и т.д. Любое изменение приводит к тому, что необходимо провести качество обслуживания сети QoS, надежность и в целом проверить возможно ли обеспечить телекоммуникационное покрытие будущей сети. В данном параграфе будет представлена задача оптимизации при уже заданных размещения БС. В такой постановке возможность сбора такой информации с множества рассредоточенных объектов и поиска кратчайшего пути передачи пакетов от множества объектов к шлюзу через множества размещенных БС.

### 3.2.1 Постановка задачи

Задано множество узлов БШС рассредоточенных на плоскости. Все множество можно разбить на две категории:

- объекты, с которых необходимо собирать информацию, являются окончными узлами сети;
- станции для сбора и передачи на шлюз данных с объектов, являются промежуточными узлами сети;

Под объектом понимается любое устройство с антенной для передачи пакетов в канале. К ним можно отнести измерительные устройства, шлюзы сенсорных сетей и т.д. В частности, объектами могут быть любые стационарные абонентские устройства сети 802.11n.

Задано множество вершин  $A = \{a_i\}, i = \overline{0, n}$  на некоторой территории. Каждая вершина  $a_i$  имеет координаты  $\{x_i, y_i\}$ .

Множество  $A$  состоит из двух подмножеств:

- $A_1$  – множество вершин, соответствующее объектам; с которых необходимо собирать информацию.
- $A_2$  – множество мест, где размещены БС. В дальнейшем вершину из  $A_2$  будем идентифицировать не только как место размещения, но и как соответствующую станцию.

С вершин  $A_1$  необходимо собирать информацию. Каждой вершине  $a_i \in A_1$  приписана величина  $v_i$  – максимальный объем информации в единицу времени, который генерирует расположенный на этой вершине объект. В дальнейшем будем считать, что каждая вершина из  $A_1$  является, непосредственно, объектом. В дальнейшем вершин  $a_i \in A_2$  будем идентифицировать не только как место размещения, но и как соответствующую станцию.

По определению:

$$A_1 \cup A_2 = \emptyset;$$

$$A_1 \cap A_2 = A.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Каждой БС, размещенной на вершине множества  $A_2$  приписаны три параметра  $s_i = \{\{r_{ij}\}, \{R_{ij}\}, \vartheta_i\}$ , где:

- $\{r_{ij}\}$  – множество радиусов телекоммуникационного покрытия БС. Параметр  $r_{ij}$  характеризует дальность связи между БС размещенной в вершине  $a_i, a_i \in A_2$  и объектом в вершине  $a_j, a_j \in A_1$ ;
- $\{R_{ij}\}$  – множество радиусов связи БС. Параметр  $R_{ij}$  характеризует дальность связи между станциями  $s_i$  и  $s_j, i = \overline{n_1 + 1, n}, j = \overline{n_1 + 1, n}, i \neq j$ ;
- $\vartheta_i$  – объем информации в единицу времени, который может быть получен от объектов, обслуживаемых БС.

Также БС специального вида – шлюз  $s_0 = \{\{R_{0j}\}, \vartheta_0\}$ , размещенная на вершине  $a_0$  с координатами  $\{x_0, y_0\}$ . Данная БС не имеет телекоммуникационного покрытия и служит для сбора всей информации в сети. По условию задачи величина  $\vartheta_0$  больше суммы величин  $\vartheta_i$  всех вершин множества  $A_1$ .

Задано условие, со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества  $A_2$ , то есть только станции.

Требуется проверить, что при заданных наборе и размещении БС на множества  $A_2$  вся имеющаяся информация с объектов множества  $A_1$  может быть собрана и передана системой БС до шлюза  $s_0$ .

### 3.2.2 Модель линейного программирования

Перед тем как приступить к задаче оптимизации, необходимо подготовить правила составления графа сети, в соответствии с постановкой задачи.

## Построение матрицы смежности

Составим граф  $H = \{A, E\}$  для возможного потока информации между вершинами множества  $A = A_1 \cup A_2$ . По определению, каждой вершине  $a_i \in A_2$  соответствует БС  $s_i$  со своим набором параметров  $s_i = \{\{r_{ij}\}, \{R_{ij}\}, \vartheta_i\}$ .

Матрица смежности  $E = \{e_{ij}\}$  графа  $H$  строится по следующим правилам:

- $e_{ij} = 1$ , если расстояние между  $i$ -ым объектом вершины  $a_i \in A_1$  и  $j$ -ой БС, размещенной на вершине  $a_j \in A_2$  не более радиуса покрытия для БС соответствующего этой вершине типа;
- $e_{ij} = 1$ , если расстояние между  $i$ -ой БС на вершине  $a_i \in A_2$  и  $j$ -ой БС на вершине  $a_j \in A_2$ , не более минимального из радиусов связей этих станций;
- $e_{i0} = 1$ , если расстояние от вершины  $a_i \in A_2$  до шлюза не более минимального из радиусов связей БС и шлюза;
- $e_{ij} = 0$ , во всех остальных случаях.

## Формулировка в виде задачи линейного программирования

С помощью полученной матрицы смежности  $E$ , необходимо подготовить условия ограничения для величины потока в каналах.

Введем переменные  $x_{ij} \geq 0$ , определяющее количество информации, передаваемой в единицу времени по дуге  $e_{ij}$  графа  $H$ .

Каждый объект множества  $A_1$  генерирует пакеты объемом  $\vartheta_i$  в единицу времени. Для канала  $e_{ij}, i = \overline{1, n_1}, j = \overline{n_1 + 1, n}$  величина потока равна весу  $\vartheta_i$ :

$$\sum_{a_j \in \Gamma^+(a_i)} x_{ij} = \vartheta_i, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}, \quad (3.1)$$

где  $\Gamma^+(a_i)$  – множество вершин на графе  $H$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Для каждой вершины  $a_i, a_i \in A_2$  необходимо обеспечить выполнения условия баланса между потоком входящем в эту вершину от объектов множества  $A_1$ , а также других БС множества  $A_2$  и выходящего потока из данной вершины.

Сумма входящих и выходящих потоков для любой вершины  $a_i$  множества  $A_2$  должна быть равна нулю:

$$\sum_{a_j \in \Gamma_1^-(a_i)} x_{ji} + \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ji} - \sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} x_{ij} = 0, \forall a_i \in A_2. \quad (3.2)$$

Здесь множество  $\Gamma_1^-(a_i)$  — вершины множества  $A_1$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ;  $\Gamma_2^-(a_i)$  — вершины множества  $A_2$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ;  $\Gamma_2^+(a_i)$  — вершины множества  $A_2$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Необходимо чтобы на выходе сети собирался весь трафик. Через систему БС на вершинах  $a_j, a_j \in A_2$ , вся информация от объектов на вершинах  $a_i, a_i \in A_1$  поступала на шлюз  $s_0$ :

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i; \quad (3.3)$$

Поток объема информации в каналах ограничен сверху. В случае каналов передачи от объектов на вершинах  $A_1$  до БС на вершинах  $A_2$  поток ограничен объемом сгенерированного трафика на объекте  $\vartheta_i$ :

$$x_{ij} \leq \vartheta_i, \forall a_i \in A_1, a_j \in A_2. \quad (3.4)$$

Объем информации входящий на БС на вершине  $a_j, a_j \in A_2$  ограничен пропускной способностью  $\vartheta_j$  станции :

$$\sum_{a_i \in \Gamma^-(a_j)} x_{ij} \leq \vartheta_j, \forall a_j \in A_2. \quad (3.5)$$

Если к системе уравнений ограничений (3.1) — (3.5) добавить целевую функцию

$$\sum_{(a_i, a_j) \in A} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (3.6)$$

где  $c_{ij}$  — стоимость потока в ребре, тогда данная модель является задачей о потоке минимальной стоимости. Задача о потоке минимальной стоимости играет

одну из основных ролей в области оптимизации сетей [132]. Она используется для нахождения минимальной стоимости потока с множества узлов поставок до множества узлов потребителей в направленном графе с ограничениями на пропускную способность и целевой функцией стоимости, зависящей от пути потока в графе. Задача имеет широкой спектр приложений в различных областях: задачах транспортировки, расписания, ресурсного планирования, телекоммуникации, проектировании сетей и маршрутизации [132, 133, 134].

С момента публикации Данцигом симплекс-метода [109], изначально разработанного для задач транспортировки, были получены много новых усовершенствованных моделей, большой обзор метода представлен автором в [132]. Одним из популярных методов решения является сетевой симплекс-метод, который представляет собой версию хорошо известного симплекс метода ЛП, использующий графовое представление задачи о потоке минимальной стоимости. Метод симплекс-типа применяется для решения задач потока минимальной стоимости. Сетевой симплекс алгоритм с наилучшей стоимостью был разработан Орлином [135] в сочетании с древовидной структурой данных Тарьяна [136]. Алгоритм симплекс-метода основана на концепции нахождения минимального остовного дерева. Более подробно алгоритм нахождения решения в виде остовного дерева представлен в работах [133, 132, 137, 134].

Для нахождения допустимого решения задачи (3.1) — (3.6) (или доказательства, что допустимого решения не существует) можно найти возможный граф передачи потока информации от объектов до шлюза, если ввести единичные стоимости  $c_{ij}$  передачи потока  $w_{ij}$  по ребру  $e_{ij}$  задача (3.1) — (3.6) является задачей поиска кратчайшего пути от передачи информации к шлюзу.

## Пример решения задачи ЛП

На рисунке 3.1 представлен пример заданного размещения БС. Задано множество рассредоточенных объектов  $A_1, |A_1| = 5$ . Задано множество БС и точки их размещения  $A_2, |A_2| = 3$ . Координаты множества  $A, A = A_1 \cup A_2$  представлены в таблице 4 и мощности узлов сети представлены в таблице 5. Необходимо проверить, возможно ли при данном наборе БС собрать всю информации с объектов и передать ее на шлюз  $s_0$ , размещенной в точке  $a_0$ .

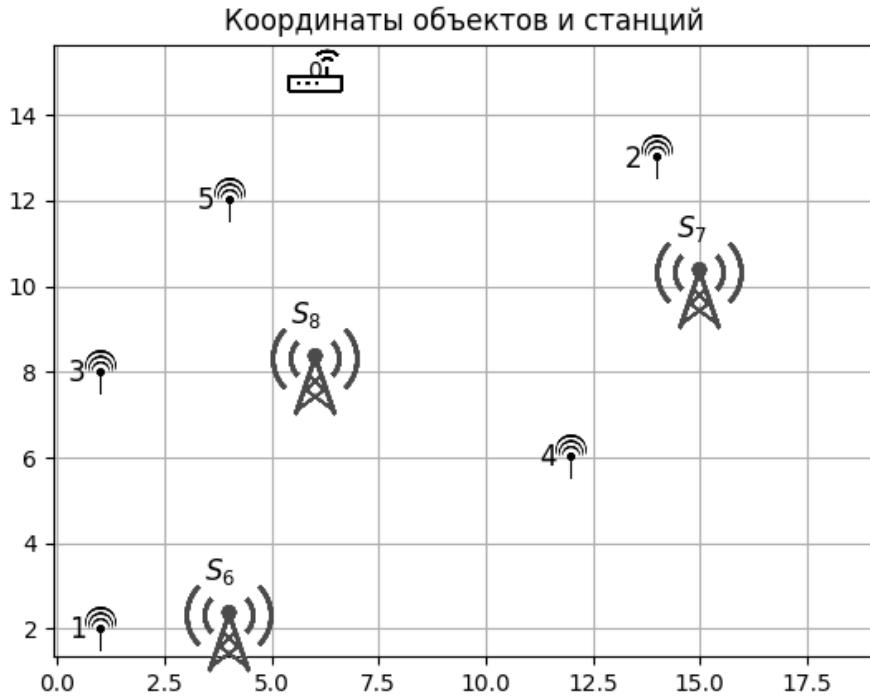


Рисунок 3.1 — Заданное размещение.

$a_0$	(6, 15)	Координаты шлюза
$a_1$	(1, 2)	Координаты объектов
$a_2$	(14, 13)	
$a_3$	(1, 8)	
$a_4$	(12, 6)	
$a_5$	(4, 12)	
$a_6$	(4, 2)	Координаты размещения станций
$a_7$	(15, 10)	
$a_8$	(6, 8)	

Таблица 4 — Координаты вершин

$\vartheta_0$	$\vartheta_1$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$\vartheta_4$	$\vartheta_5$	$\vartheta_6$	$\vartheta_7$	$\vartheta_8$
$\infty$	11	12	13	14	15	110	120	130

Таблица 5 — Мощности узлов графа

По паспортным характеристиками оборудования и уравнениями представленными в разделе 1.3 были получены параметры БС: радиус телекоммуникационного покрытия  $r_{ij}$  и радиус связи между станциями  $R_{ij}$ . С помощью этих параметров была получена матрица смежности  $E$  графа потока  $H$  (таблица 6).

	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$
$a_0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_1$	0	0	0	0	0	0	1	0	0
$a_2$	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$a_3$	0	0	0	0	0	0	1	0	1
$a_4$	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$a_5$	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$a_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$a_7$	1	0	0	0	0	0	0	0	1
$a_8$	1	0	0	0	0	0	1	1	0

Таблица 6 — Матрица смежности графа потока

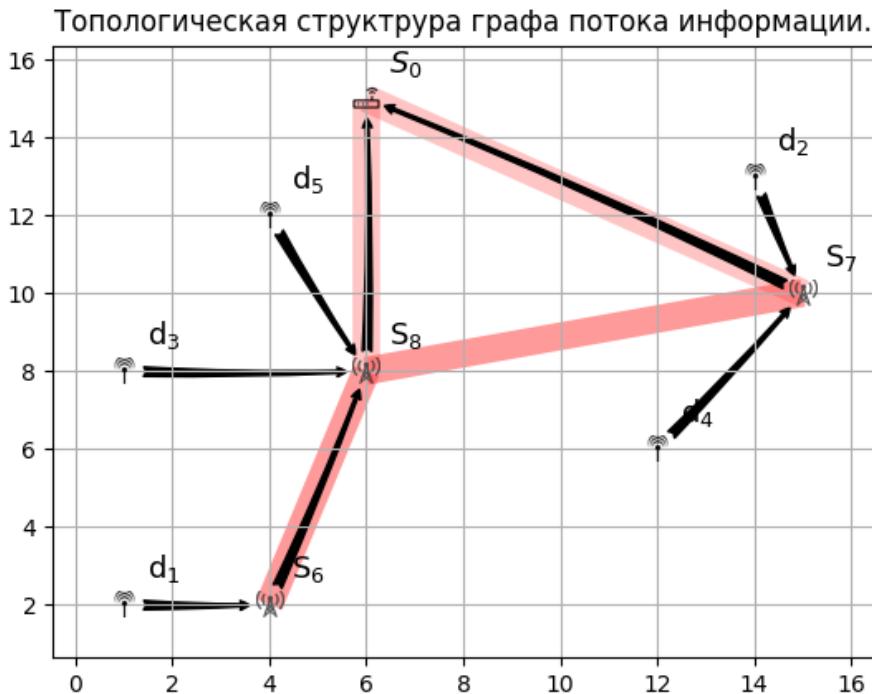


Рисунок 3.2 — Допустимое решение.

Теперь можно решить задачу ЛП (3.1) — (3.6). На рисунке 3.2 представлен полученный график допустимого решения. Жирными линиями представлена телекоммуникационная связь между объектами и БС. Стрелками указан полученный график потока информации от объектов до шлюза. Математическая модель была подготовлена на языке Python, задачи ЛП была рассчитана с использованием библиотеки с открытым исходным кодом NetworkX [138].

### 3.3 Математическая модель оптимальной задачи выбора набора размещаемых БС и определения мест их размещения

В данном параграфе будет представлена оптимизационная задача размещения типов БС БШС для обеспечения телекоммуникационного покрытия рассредоточенных объектов. Задача имеет ту же постановку как для модели ЛП, теперь только множество вершин  $A_2$  задаются свободными. Необходимо разместить БС из заданного множества типов БС для развертывания БШС на плоскости.

#### 3.3.1 Постановка задачи.

Задано множество вершин  $A = \{a_i\}, i = \overline{0, n}$  на некоторой территории. Каждая вершина  $a_i$  имеет координаты  $\{x_i, y_i\}$ . Множество  $A$  состоит из двух подмножеств:

- $A_1$  – множество вершин, с которых необходимо собирать информацию;
- $A_2$  – множество возможных мест размещения БС.

Каждой вершине  $a_i$  приписана величина  $v_i$  – максимальный объем информации, снимаемой с объекта, расположенного на этой вершине.

По определению

$$A_1 \cup A_2 = A;$$

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Задано множество типов БС  $S = \{s_j\}, j = \overline{1, m}$ , которые необходимо разместить на множестве точек  $A_2$ .

Каждому типу БС приписаны четыре параметра  $s_j = \{\{r_{ji}\}, \{R_{ji}\}, \vartheta_j, c_j\}$ , где:

- $\{r_{ji}\}$  – множество радиусов покрытия. Параметр  $r_{ji}$  характеризует телекоммуникационную связь для обеспечения соединения между  $j$ -ой станцией и объектом, размещенным в координате  $a_i$ ,  $j = \overline{n_1 + 1, n}$ ,  $i = \overline{1, n_1}$ ;
- $\{R_{ji}\}$  – радиус связи между  $j$ -ой и  $i$ -ой станциями. Параметр характеризует максимальную дальность связи  $j$ -ой станции, обеспечивающее заданное качество соединения с  $i$ -ой станцией,  $j = \overline{n_1 + 1, n}$ ,  $i = \overline{n_1 + 1, n}$ ,  $j \neq i$ ;
- $\vartheta_j$  – пропускная способность;
- $c_j$  – стоимость.

Задана БС специального вида (шлюз)  $s_0 = \{\{R_{0j}\}, \vartheta_0\}$  с координатами  $\{x_0, y_0\}$ . Шлюз уже имеет свое расположение, стоимость размещения  $c_0 = 0$ . Параметр шлюза  $\{R_{0j}\}, j = \overline{n_1 + 1, n}$  радиус связи необходим для соединения с размещаемыми БС. Полагается, что шлюз не имеет соединения напрямую с объектами. По шлюзу  $s_0$  позволяет собрать данные со всех объектов, размещенных в точках  $a_i$ ,  $i = \overline{1, n_1}$ , в данной постановке задачи пропускная способность шлюза равна  $\vartheta_0 = \infty$ .

Множества вершин  $A_1$  будем идентифицировать как размещенные на них объекты. Множества вершин  $A_2$ , на которых будут размещены БС, будем рассматривать, непосредственно, как сами БС.

Требуется разместить БС таким образом, чтобы вся информация с объектов на вершинах множества  $A_1$  могла быть собрана и передана системой БС, размещенных на выбранных в результате решения задачи в вершинах множества  $A_2$ , до шлюза  $s_0$  и итоговая стоимость размещения была бы минимальной.

Задано условие, что информация с вершин множества  $A_1$  может передаваться непосредственно только на вершины множества  $A_2$ , а со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества  $A_2$ .

### 3.3.2 Модель частично целочисленного линейного программирования

На этапе обследования местности проектировании БШС были отобраны точки, куда возможно расставить БС. Необходимо отметить, что в данной постановке на этапе синтеза топологии, рассматривается более общий случай, когда размещаются не множества имеющихся БС, а выбираются их типы. Так результатом данного этапа будут набор типов БС и их места размещения.

#### Построение матрицы смежности

На каждой вершине  $a_i$ ,  $i = \overline{n_1 + 1, n}$  может разместиться одна из  $m$ -типов БС. Вместо каждой такой вершины  $a_i$  введем  $m$  вершин с координатами вершины  $\{x_i, y_i\}$ , и различными параметрами, соответствующими различным типам БС. Обозначим такую группу вершин, записанных с одинаковыми координатами вместо вершины  $a_i$ , как  $D_i$ . Каждой вершине из  $D_i$  поставим в соответствие набор параметров только одного типа БС из  $S$ , т.е. на данной вершине может стоять либо станция приписанного типа либо никакая. Обозначим расширенное множество вершин  $A_2$  через  $A_2D = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n \cdot m}$ .

Составим граф  $H = \{AD, E\}$ , описывающий сеть для передачи потока информации между вершинами расширенного множества  $AD = A_1 \cup A_2D$  и шлюзом  $s_0$  в вершине  $a_0$ . Матрица смежности  $E = \{e_{ij}\}$  графа  $H$ , где каждое ребро  $e_{ij}$  определяет возможность передачи информации между вершинами, строится по следующим правилам.

- $e_{ij} = 1$ , если расстояние между  $i$ -ой вершиной ( $a_i \in A_1$ ) и  $j$ -ой вершиной ( $a_j \in A_2D$ ) не более радиуса покрытия  $r_{ji}$ , приписанного этой вершине станции;
- $e_{ij} = 1$ , если вершины  $a_i$  и  $a_j$  принадлежат разным множествам  $D_i$  и  $D_j$  и расстояние между ними не больше минимального из радиусов связи  $\min\{R_{ij}, R_{ji}\}$ , приписанных данным вершинам станциям;
- $e_{i0} = 1$  ( $a_i \in A_2D$ ), если расстояние от вершины до шлюза не больше минимального радиуса связей  $\min\{R_{i0}, R_{0i}\}$ ;

- $e_{ij} = 0$ , во всех остальных случаях.

## Формулировка в виде ЧЦЛП

С помощью полученного графа потока, опишем ограничения для задачи частично целочисленного линейного программирования (ЧЦЛП).

Введем булевые переменные  $z_{ij} = \{0, 1\}$ ,  $i = \overline{1, n_1}$ ,  $j = \overline{n_1 + 1, n \cdot m}$ , определяющее наличие соединения между объектом в точке  $a_i$ ,  $a_i \in A_1$  и БС, размещенной в точке  $a_j$ ,  $a_j \in A_2 D$ .

Все объекты, размещенные на вершинах  $A_1$ , оснащены антеннами для передачи сигнала в беспроводной среде. Каждая объект одновременно может поддерживать соединение только с одной БС. Данной условие можно записать в виде ограничения равенства (3.7)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} z_{ij} = 1, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}, \quad (3.7)$$

где  $\Gamma^+(a_i)$  – множество вершин на графике  $H$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Введем потоковые переменные  $x_{ij} \in \mathbb{R}^+$ , определяющее количество информации, передаваемой в единицу времени по дуге  $e_{ij}$  графа  $H$ .

Потоки информации объектов с вершин  $A_1$  должны поступать на станции. Также на станции может поступать потоки с других БС. Необходимо, чтобы сумма входящих и выходящих потоков для любой  $j$ -ой вершины множества  $A_2 D$  был равен нулю (3.8)

$$\sum_{a_i \in \Gamma_1^-(a_j)} z_{ij} \cdot \vartheta_i + \sum_{a_i \in \Gamma_2^-(a_j)} x_{ij} - \sum_{a_i \in \Gamma_2^+(a_j)} x_{ji} = 0, \forall a_j \in A_2. \quad (3.8)$$

Здесь множество  $\Gamma_1^-(a_i)$  – вершины множества  $A_1$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ;  $\Gamma_2^-(a_i)$  – вершины множества  $A_2 D$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ;  $\Gamma_2^+(a_i)$  – вершины множества  $A_2 D$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Через систему БС вся информация от объектов должна поступить на шлюз  $s_0$  (3.9)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i, \quad (3.9)$$

здесь  $\Gamma_2^-(a_0)$  — подмножество вершин множества  $A_2D$ , дуги которых входят в шлюз  $a_0$ .

Введем булевые переменные  $y_{ij} = \{0,1\}$  для потока  $x_{ij}$ , исходящего из вершины  $a_i$ ,  $a_i \in A_2D$  в вершину  $a_j$ ,  $a_j \in A_2D$ . Данная переменная характеризует наличие соединения между вершинами.

Поток информации  $w_{ij}$  между вершинами множества  $A_2D$  может передаваться только при наличии соединения  $y_{ij}$ . Также данный поток ограничен пропускной способностью  $\vartheta_i$  БС (3.10)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ij} \leq y_{ij} \cdot \vartheta_i, \forall a_i \in A_2D. \quad (3.10)$$

Каждая БС может иметь только одно соединение для передачи потока информации в единицу времени. Необходимо обеспечить условие, что в каждом множестве  $D_i$  может быть размещено не более одной станции. Оба этих требования можно записать в виде ограничения неравенства (3.11)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} y_{ij} \leq 1, \forall D_i. \quad (3.11)$$

Целевая функция задачи минимизации стоимости размещения (3.12)

$$\sum_{a_i \in A_2D} \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} c_i \cdot y_{ij} \rightarrow \min. \quad (3.12)$$

Задача (3.7) — (3.12) представляет собой частично целочисленную задачу линейного программирования с  $m \cdot |A_2|$  булевыми переменными.

### Пример решения задачи ЧЦЛП

Рассмотрим пример для оптимизационной задачи выбора набора размещаемых БС и определения мест их размещения.

Задано множество рассредоточенных объектов  $A_1$ ,  $|A_1| = 8$ , параметры которых представлены в таблице 7, и множество точек возможного размещения БС 8 Рисунок 3.3).

Задано множество типов БС  $S$ ,  $|S| = 2$  (таблица 9).

Задана станция специального вида – шлюз с параметрами, представленными в таблице 10. Необходимо разместить БС таким образом, чтобы вся информация с объектов могла быть собрана и передана на шлюз и с учетом бюджетного ограничения.



Рисунок 3.3 — Множество  $A$ .

Вместо каждой такой вершины  $a_i$  из множества возможных точек размещения БС  $A_2$  необходимо ввести  $|S| = 2$  вершин с координатами точки  $a_i$  и различными параметрами, соответствующими различным типам БС. Полученное расширенное множество  $A_2D$  представлено в таблице 11.

Используя уравнения потерь в свободном пространстве и уравнение энергетического баланса необходимо рассчитать радиус телекоммуникационного покрытия и радиус связи станций, чтобы получить граф потока  $H$ . Запас на замирание сигнала  $SOM = 30$  и несущая частота  $f = 5537$ . В таблице 12 представлена матрица смежности  $E$  полученного графа  $H$ .

Решением задачи ЧЦЛП (3.7) – (3.12) является размещение, представленное на рисунке 3.4. Были размещены базовые станции типы  $s_3$  в точках

Точки размещения станций, $A_2$	Координаты	$\vartheta$	$P_{tr}$	$G_{tr}$	$L$
№	м	1/с	дБм	дБ	дБ
$a_1$	(22, 15)	11	10	1	0
$a_2$	(1, 20)	11	10	1	0
$a_3$	(19, 27)	11	10	1	0
$a_4$	(14, 6)	12	10	1	0
$a_5$	(25, 27)	13	10	1	0
$a_6$	(15.2, 10.1)	15	10	1	0
$a_7$	(1, 15)	17	10	1	0
$a_8$	(0, 25)	19	10	1	0

Таблица 7 — Рассредоточенные объекты

$A_2$	Координаты
$a_9$	(18, 14)
$a_{10}$	(4, 3.5)
$a_{11}$	(5, 20)
$a_{12}$	(10, 14)
$a_{13}$	(25, 20)

Таблица 8 — Точки размещения станций

S	$\vartheta$	$P_{tr}$	$G_{tr}$	$P_{recv}$	$L$	c
№	1/с	дБм	дБ	дБм	дБ	у.е.
$s_1$	1300	20	4	-79	1	70
$s_2$	1400	18	3	-81	1	80

Таблица 9 — Типы станций

$a_{11}$ ,  $a_{12}$  и  $a_{13}$ . Жирным цветом представлены возможные соединения базовых станций, стрелками граф потока информации от объектов до шлюза. Математическая модель была подготовлена на языке Python, задача ЧЦЛП решалась в коммерческом продукте Gurobi Optimization. Код программы представлен в <https://github.com/m0000Amir/BSP-on-plane>.

Шлюз	Координаты	$\vartheta$	$P_{tr}$	$G_{tr}$	$P_{recv}$	$L$
№	м	1/с	дБм	дБ	дБм	дБ
$s_0$	(8, 32)	$\infty$	20	4	-79	1

Таблица 10 — Параметры шлюза

Множество $A_2$		$a_9$		$a_{10}$		$a_{11}$		$a_{12}$		$a_{13}$	
Множество типов станций $S$		$s_1$	$s_2$	$s_1$	$s_2$	$s_1$	$s_2$	$s_1$	$s_2$	$s_1$	$s_2$
Расширенное множество $A_2D$		$a_9$	$a_{10}$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_{17}$	$a_{18}$

Таблица 11 — Расширенное множество  $A_2D$ 

	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_{17}$	$a_{18}$
$a_0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
$a_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
$a_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$a_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
$a_5$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$a_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
$a_7$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
$a_8$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
$a_9$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_{10}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_{11}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
$a_{12}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
$a_{13}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
$a_{14}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
$a_{15}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
$a_{16}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
$a_{17}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
$a_{18}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Таблица 12 — Матрица смежности

### 3.4 Выводы по главе 3

В работе рассмотрены задачи размещения базовых станций при проектировании беспроводных широкополосных сетей связи для покрытия множества рассредоточенных объектов.

- Предложена формулировка задачи в виде математической модели линейного программирования при заданных мест размещения станция для проверки условия допустимой передачи потока от множества объектов до точки корневого узла сети;
- Предложена математическая модель экстремальной задачи в виде частично целочисленного линейного программирования оптимального

размещения станций из имеющегося набора типов станций на избыточном множестве возможных мест размещения;

- Предложены алгоритмы построения графа информационных потоков, позволяющий формализовать задачи в виде соответствующих моделей математического программирования.

Результаты исследования по данной главе были опубликованы в работах [139, 140, 141, 142, 143].

Топологическая структура полученного размещения БС.

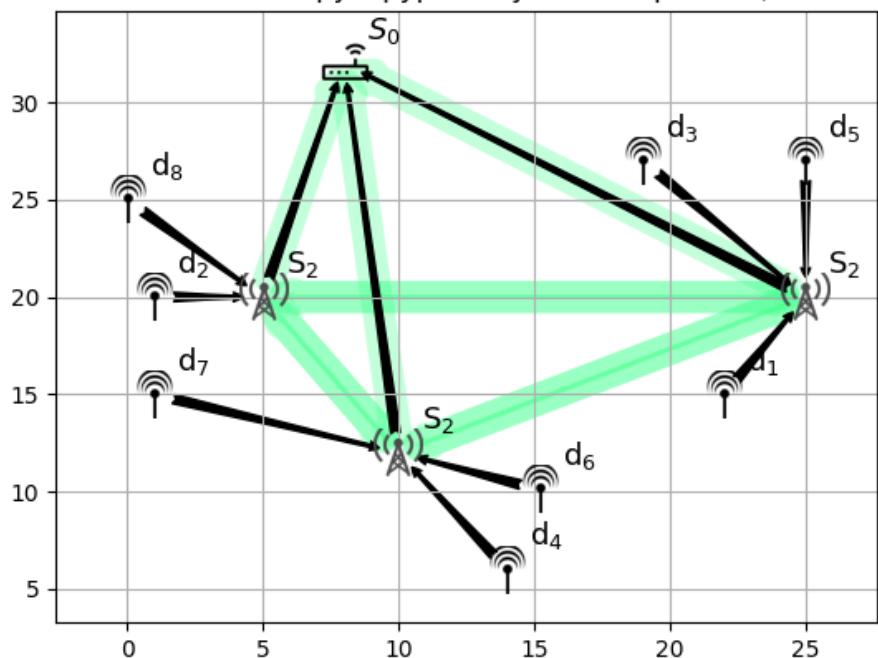


Рисунок 3.4 — Решение задачи ЧЦЛП.

## Глава 4. Программный комплекс и численные примеры решения задач представленных математических моделей

В данной главе представлены описание и структура программно-вычислительного комплекса, предназначенного для расчета задачи оптимального размещения БС и результаты численного эксперимента задачи телекоммуникационного покрытия вдоль линейного участка.

### 4.1 Программный комплекс расчета задачи размещения БС

Программный комплекс [144] представляет собой реализацию на языке Python алгоритма типа ветвей и границ комбинаторной задачи оптимизации поиска максимального телекоммуникационного покрытия при размещении базовых станций. Код программы представлен в [https://github.com/m0000Amir/BST\\_BS\\_types\\_set](https://github.com/m0000Amir/BST_BS_types_set).

Структура программно-вычислительного комплекса представлена на рисунке 4.3. На вход подается JSON-file, содержащий параметры конфигурации и входные данные задачи.

Параметры конфигурации расположены под ключом **configuration** (Рисунок 4.1):

- **method** – метод решения задачи размещения. Значение *bab* – метод ветвей и границ или *bf* – метод полного перебора;
- **estimation\_method** – метод расчета оценки недопокрытия справа. Значение *LP* – решение с помощью симплекс-метода, значение *ILP* – решение с помощью задача целочисленного линейного программирования или значение *knapsack* – решение с помощью задачи «О ранце»;
- **placed\_all\_station** – частный случай задачи размещения, когда отсутствуют ограничения на стоимость и времени задержки, в такой постановке размещается все множество станций. Принимает значения *True* или *False*;
- **drawing** – отрисовка полученного дерева решения. Принимает значения *True* или *False*;

- **last\_optimal\_noncoverage** – полученное оптимальное недопокрытия на последнем решении для задачи поиска последовательности лучших решений. Принимает любые положительные действительные значения;
- **relation\_deviation** – заданное отклонение в процентах от полученного оптимального решения для задачи поиска последовательности лучших решений.

```

"configuration": {
    "method": "bab",
    "estimation_method": "knapsack",
    "place_all_station": false,
    "drawing": false,
    "last_optimal_noncoverage": 0,
    "relative_deviation": null
},

```

Рисунок 4.1 — Параметры конфигурации

Файл JSON содержит входные данные задачи оптимизации:

- координаты размещения **placement** и координаты размещения шлюзов **gateway\_placement**;
- параметры антенн шлюзов **gateway** и абонентских устройств **user\_device**;
- ограничения задачи на стоимость **cost\_limit** и время задержки **delay\_limit**;
- параметры для расчета дальности телекоммуникационного покрытия: несущая частота **frequency**, запас на замирания сигнала **link\_som** и **coverage\_som**;
- параметры для расчета задержек: средний размер пакетов **average\_packet\_size** и интенсивность входящего потока **arrival\_rate**;
- **sta** – множество базовых станций.

Каждый элемент массива **sta** (Рисунок 4.2) представляет собой JSON-объект и содержит следующие параметры:

- **Ptr\_link** – мощность антенны, обеспечивающей телекоммуникационную связь между станциями;
- **Gtr\_link** – усиления антенны, обеспечивающей телекоммуникационную связь между станциями;

```

"sta": [
  {
    "Ptr_link": 19,
    "Gtr_link": 2,
    "Precv_link": -77,
    "L_link": 1,
    "L_coverage": 1,
    "Precv_coverage": -67,
    "Grecv_coverage": 5,
    "cost": 4600,
    "throughput": 72.2
  }
]

```

Рисунок 4.2 — Параметры БС

- **Precv\_link** – чувствительность антенны, обеспечивающей телекоммуникационную связь между станциями;
- **L\_link** – потери сигнала в кабеле и разъемах передающего тракта антенны, обеспечивающей телекоммуникационную связь между станциями;
- **L\_coverage** – потери сигнала в кабеле и разъемах передающего тракта антенны, обеспечивающей телекоммуникационное покрытие БС;
- **Precv\_coverage** – чувствительность антенны, обеспечивающей телекоммуникационное покрытие БС;
- **Grecv\_coverage** – усиления антенны, обеспечивающей телекоммуникационное покрытие БС;
- **cost** – стоимость БС;
- **throughput** – пропускная способность БС.

Перед тем как приступить к задаче размещения, необходимо подготовить параметры для каждой станции: радиус связи между станциями и радиус покрытия БС. Параметры рассчитываются в блоке расчета дальности телекоммуникационной связи с помощью уравнения энергетического потенциала линии связи и моделей распространения сигнала. Модели распространения представлены в главе 1.

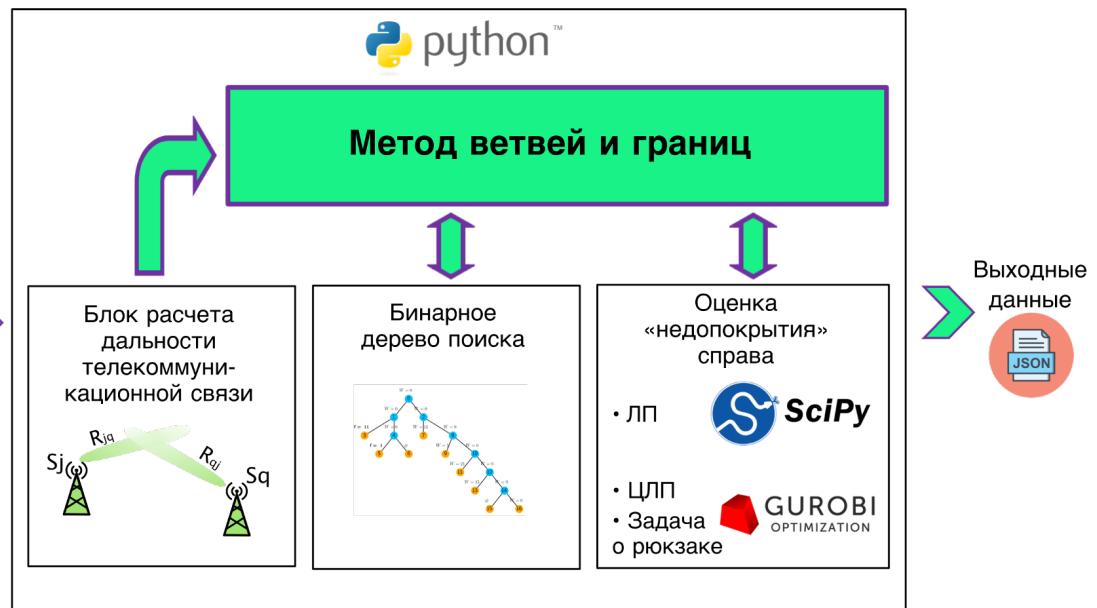


Рисунок 4.3 – Структура программно-вычислительного комплекса

Задача размещения базовых станций представлена в виде комбинаторной модели в экстремальной форме. Алгоритм поиска оптимального размещения относится к типу ветвей и границ.

Для поиска оптимального размещения используется процедура построения бинарного дерева поиска. На каждом шаге проверяется условия на возможность закрытие узла дерева. Построение бинарного дерева поиска реализовано рекуррентным способом.

Блок оценки недопокрытия справа представляет собой три варианта расчета. **Задача 2** представляет собой задачу ЦЛП, **задача 3** является задачей «О ранце». **Задача 4** представляет собой задачу ЛП. Задача ЦЛП и задача «О ранце» рассчитывается в коммерческом продукте расчета задач дискретной оптимизации Gurobi Optimizer [145]. Задача ЛП решается с использованием библиотеки для языка программирования Python с открытым исходным кодом SciPy [146].

В ходе движения по дереву поиска записываются все полученные рекорды **Optimal** (Рисунок 4.4). Также записываются стоимость размещения **Cost**, время межконцевой задержки **Delay** и номер узла дерева **Node**, на котором был получен рекорд. Для каждого рекорда записывается множество размещенных станций. Последний полученный рекорд является оптимальным решением задачи. Решение задачи записывается в выходной JSON-файл.

```

Optimal = 84.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 7
['S1', 'S2', 'S4', '-', '-', '-']
Optimal = 73.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 25
['S1', 'S2', '-', 'S4', '-', '-']
Optimal = 65.0, Cost = 12000, Delay = 0.00107, Node = 61
['S1', 'S3', '-', 'S5', '-', '-']
Optimal = 60.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 91
['S1', 'S4', '-', 'S2', '-', '-']
Optimal = 56.0, Cost = 12000, Delay = 0.00107, Node = 127
['S1', 'S5', '-', 'S3', '-', '-']
Optimal = 17.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 161
['S1', '-', 'S2', '-', 'S4', '-']
Optimal = 9.0, Cost = 11900, Delay = 0.00107, Node = 171
['S1', '-', 'S2', '-', '-', 'S4']
Optimal = 4.0, Cost = 12000, Delay = 0.00107, Node = 193
['S1', '-', 'S3', '-', '-', 'S5']
Optimal = 0.0, Cost = 12000, Delay = 0.00107, Node = 213
['S1', '-', 'S5', '-', '-', 'S3']
Total number of nodes is 298

```

Рисунок 4.4 — Пример полученного решения задачи

## 4.2 Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи целочисленного линейного программирования

Рассмотрим пример задачи оптимального размещения БС вдоль линейного участка для организации БШС на базе семейства протоколов IEEE 802.11. Задан линейный участок  $L = 230$  метров. На данном участке были отображены  $|A| = 6$  возможных точек размещения базовых станций с координатами  $l_i$ , представленными в таблице 13. Задано множество станций  $|S| = 5$ . Задано бюджетное ограничение  $C = 12000$  руб. На концах участка размещены шлюзы  $s_0$  и  $s_{m+1}$  с параметрами (таблица 14)

Точки размещения, $a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
Координаты, $l_i$	36	51	115	135	182	191

Таблица 13 — Координаты точек размещения

Требуется найти максимальное телекоммуникационного покрытия заданного участка с учетом ограничением на стоимость и условием обеспечения связи между заданными шлюзами через систему размещенных БС.

Шлюз	$P_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$G_{recv}^R$	$L$
№	дБ	дБ	дБ	дБ
$s_0$	20	-77	5	1
$s_{m+1}$	20	-77	5	1

Таблица 14 — Параметры шлюзов

На рынке представлен широкий спектр технических устройств от компаний Cisco, Mikrotik и т.д., позволяющих организовывать сеть в открытой местности и учитывающие климатические сложности, как например на нефтегазовых месторождениях, такие как предельные температуры, сила ветра и т.д. Под БС будем понимать точку доступа с антеннами для обеспечения телекоммуникационного покрытия заданной области и антеннами для обеспечения телекоммуникационной связи с соседними станциями БШС.

В ходе этапа выбора комплекса технических средств были отобраны  $|S| = 5$  БС. Каждой БС приписаны паспортные характеристики антенн и итоговая стоимость станции. Стоимость взята условная, чтобы не указывать реальные цены производителя на время написания диссертации и курс валют. Рабочая частота 2,4 ГГц. В таблице 15 представлены параметры БС. Верхний индекс  $R$  указывает на характеристики антенн для связи между станциями, верхний индекс  $r$  указывает на характеристики антенн для покрытия заданного участка. Здесь  $P_{tr}^R$  — мощность направленной антенны,  $G_{tr}^R$  — усиление направленной антенны,  $P_{recv}^R$  — чувствительность направленной антенны,  $L$  — потери в антенном кабеле и разъемах, передающего тракта,  $P_{recv}^r$  — чувствительность всенаправленной антенны,  $G_{recv}^r$  — усиление всенаправленной антенны и  $c$  — стоимость.

S	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$L$	$P_{recv}^r$	$G_{recv}^r$	$c$
	дБм	дБ	дБм	дБ	дБм	дБ	руб.
1	19	2	-77	1	-67	5	4600
2	20	2	-77	1	-73	2	4100
3	19	2	-77	1	-73	2	3800
4	19	2	-75	1	-70	2	3200
5	18	2	-77	1	-67	4	3600

Таблица 15 — Параметры БС для задачи ЦЛП

Для расчета области покрытия необходимо задаться характеристиками пользовательских устройств, с которых будет собираться информация (таблица 16).

Устройство	$P_{tr}^{ud}$	$G_{tr}^{ud}$	$L^{ud}$
	дБ	дБ	дБ
	9	1	0

Таблица 16 — Параметры устройств

Необходим подготовить параметры станций: радиус связи  $R_{jq}$  и радиус покрытия  $r_j$ . В обоих случаях воспользуемся уравнение потерь в свободном пространстве. Для расчета связи между станциями запас на замирания сигнала ( $SOM$ ) примем равным 20 дБ и для расчета области покрытия равным 14 дБ.

**Расчет радиуса связи между станциями.** Расчет потерь между станциями  $s_j$  и  $s_q$ , согласно формуле (1.4) выражается как

$$L_{fs}^{jq} = P_{tr}^R(j) - L(j) + G_{tr}^R(j) + G_{tr}^R(q) - L(q) - P_{recv}^R(q) - SOM.$$

Для примера представлен расчет радиуса связи между станциями  $s_1$  и  $s_2$ :

$$\begin{aligned} L_{fs}^{12} &= P_{tr}^R(1) - L(1) + G_{tr}^R(1) + G_{tr}^R(2) - L(2) - P_{recv}^R(2) - SOM = \\ &= 19 - 1 + 2 + 2 - 1 - (-69) - 20 = 78(\text{дБ}). \end{aligned} \quad (4.1)$$

Для расчета дальности связи воспользуемся формулой (1.5). Несущая частота  $F = 2437$  МГц и коэффициент для расчета потерь  $K = -27,55$ :

$$\begin{aligned} R_{jq} &= 10^{\left(\frac{L_{fs}^{jq} - 20 \lg F + G_{tr}^R(j) + G_{tr}^R(q) - K}{20}\right)} = \\ &= 10^{\left(\frac{78 - 20 \lg 2437 + 2 + 2 - (-27.55)}{20}\right)} = 123(\text{м}). \end{aligned} \quad (4.2)$$

В таблице 17 приведены радиусы связи между всеми станциями  $s_j$ ,  $j = 1, \dots, m$  и шлюзом  $s_{m+1}$ .

### Расчет радиуса покрытия

Расчет проводится аналогично расчета радиусу связи между станциями. Потери в свободном пространстве для канала между  $j$ -ой станции и контролируемым объектом

$R_{jq}$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_0$	$s_{m+1}$
$s_1$	—	123	123	98	123	246	246
$s_2$	138	—	138	110	138	276	276
$s_3$	123	123	—	98	123	246	246
$s_4$	123	123	123	—	123	246	246
$s_5$	195	155	195	195	—	276	219
$s_0$	276	276	276	219	276	—	—
$s_{m+1}$	276	276	276	219	276	—	—

Таблица 17 — Рассчитанные радиусы связи между станциями

$$L_{fs}^j = P_{tr}^{ud} - L^{ud} + G_{tr}^{ud} + G_{recv}^r(j) - L(j) - P_{recv}^r(j) - SOM.$$

Пример расчета радиуса покрытия для станции  $s_1$ :

$$\begin{aligned} L_{fs}^1 &= P_{tr}^{ud} - L^{ud} + G_{tr}^{ud} + G_{recv}^r(1) - L(1) - P_{recv}^r(1) - SOM = \\ &= 9 - 0 + 1 + 5 - 1 - (-67) - 14 = 67 \text{ (дБ).} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$r_1 = 10^{\left(\frac{67-20\lg 2437+1+5-(-27.55)}{20}\right)} = 44 \text{ (м).}$$

Радиусы покрытия для всех станций  $s_j$ ,  $j = \overline{1, m}$  представлены в таблице 18).

STA	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_0$	$s_{m+1}$
$r_j$	44	44	44	31	35	0	0

Таблица 18 — Рассчитанные радиусы покрытия станций

Теперь можно приступить к решению задачи ЦЛП. Математическая модель задачи ЦЛП (2.1) – (2.16) написана в коммерческом продукте Matlab и решена с Optimization Toolbox [147]. Код программы представлен в <https://github.com/m0000Amir/ILP>.

$a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	Покрытие	Цена
Координаты	36	51	115	135	182	191	м	руб.
Целочисленное решение 1	—	$s_2$	$s_3$	—	—	$s_5$	219	11500
Целочисленное решение 2	$s_5$	—	$s_1$	—	—	$s_3$	229	12000
Оптимальное решение	$s_2$	—	$s_5$	—	—	$s_3$	230	11500

Таблица 19 — Решение задачи ЦЛП

В ходе движения по дереву поиска было получено 3 целочисленных решения. Оптимальным решением является последнее найденное целочисленное решения. Результаты решения представлены в таблице 19. Величина покрытия полученного размещения равна 230 метров, суммарная стоимость составила 11500 руб.

### 4.3 Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме

Теперь решим эту же задачу с помощью предложенного алгоритма. Кроме бюджетного ограничения, будем учитывать ограничение на время задержки в БШС. Предложенный алгоритм позволяет получить не только оптимальное размещение, но и последовательность лучших размещений. При проектировании БШС такой подход позволяет проверить допустимые решения, когда оптимальное решение не удовлетворяет требования на следующих этапах после синтеза топологии БШС.

Задан линейный участок  $L = 230$  метров, на котором необходимо разместить БС для организации БШС на базе семейства протоколов IEEE 802.11. Заданы  $|A| = 6$  возможных точек размещения базовых станций с координатами  $l_i$  (таблица 13). Задано множество станций  $|S| = 5$ . Задано бюджетное ограничение  $C = 12000$  руб. и ограничение на время доставки пакетов  $T = 0,5$  мс. Будем считать, что на каждую БС пакеты поступают со средним размером пакетов  $w = 1500$  байт (0,012 Мбит) и с интенсивностью  $\lambda = 100 \text{ c}^{-1}$ . Для поиска допустимых размещений задано отклонение от оптимального  $\varepsilon = 0,5\%$ .

На концах участка размещены шлюзы  $s_0$  и  $s_{m+1}$  с параметрами в таблице 14. Характеристиками пользовательских устройств представлены в таблице 16.

Требуется найти максимальное телекоммуникационного покрытия заданного участка с учетом ограничением на стоимость и время задержки пакетов и условием обеспечения связи между заданными шлюзами через систему размещенных БС.

В ходе этапа выбора комплекса технических средств были отобраны  $|S| = 5$  БС. Каждой БС приписаны паспортные характеристики антенн, пропускная

способность точки доступа и итоговая стоимость станции. Будем рассматривать БШС для задачи мониторинга, то есть с каналом передачи на верхний уровень, UL. Рабочая частота 2,4 ГГц. Для каждой БС будем использовать пропускную способность для модуляции и схемы кодирования MCS7. В таблице 20 представлены параметры БС. Верхний индекс  $R$  указывает на характеристики антенн для связи между станциями, верхний индекс  $r$  указывает на характеристики антенн для покрытия заданного участка. Здесь  $P_{tr}^R$  – мощность направленной антенны,  $G_{tr}^R$  – усиление направленной антенны,  $P_{recv}^R$  – чувствительность направленной антенны,  $L$  – потери в antennном кабеле и разъемах, передающего тракта,  $P_{recv}^r$  – чувствительность всенаправленной антенны,  $G_{recv}^r$  – усиление всенаправленной антенны,  $p$  – пропускная способность,  $c$  – стоимость.

S	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$L$	$P_{recv}^r$	$G_{recv}^r$	$p$	$c$
№	дБм	дБ	дБм	дБ	дБм	дБ	Мбит/с	руб.
1	19	2	-77	1	-67	5	72,2	4600
2	20	2	-77	1	-73	2	72,2	4100
3	19	2	-77	1	-73	2	72,2	3800
4	19	2	-75	1	-70	2	72,2	3200
5	18	2	-77	1	-67	4	72,2	3600

Таблица 20 – Параметры БС для задачи в комбинаторной форме

### Расчет времени задержки

В данной постановке необходимо рассчитывать время необходимое для передачи пакета через сеть от источника до места назначения. На примере БШС, состоящих из двух станций  $s_1$  и  $s_2$  рассмотрим пример расчета времени межконцевой задержки.

Будем рассматривать БШС как СeМО с кросс-траффиком, то есть каждый БС представляет собой фазу обслуживания и на каждую такую фазу приходят пакеты с интенсивности  $\lambda$ .

Интенсивность времени обслуживания  $\mu_1$  для станций  $s_1$

$$\mu_1 = 0.5 \cdot p_1/w = 0.5 \cdot 72.2/0.012 = 3008,33 \text{ (с)}^{-1}. \quad (4.4)$$

Интенсивность времени обслуживания для станций  $s_2$  равна  $\mu_2 = 3008,33 \text{ (с)}^{-1}$ .

Коэффициент загрузки для  $s_1$  равен

$$\rho_1 = \lambda/\mu_1 = 100/3008,33 = 0,033. \quad (4.5)$$

Среднее время нахождение пакетов в канале для  $s_1$  равен

$$\overline{T}_1 = \frac{\rho_1}{1 - \rho_1} \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{0,033}{1 - 0,033} \cdot \frac{1}{100} = 0,00034\text{с.} \quad (4.6)$$

На вход следующей фазы поступает поток с первой фазы с интенсивностью  $\lambda$  и кросс-трафик с такой же интенсивностью  $\lambda$ . Коэффициент загрузки для  $s_2$  равен

$$\rho_2 = 2 \cdot \lambda / \mu_2 = 2 \cdot 100 / 3008,33 = 0,066. \quad (4.7)$$

Среднее время нахождение пакетов в канале для  $s_2$  равен

$$\overline{T}_2 = \frac{\rho_2}{1 - \rho_2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \lambda} = \frac{0,066}{1 - 0,066} \cdot \frac{1}{200} = 0,00036\text{с.} \quad (4.8)$$

Время межконцевой задержки для сети с двумя станциями равна

$$\overline{T} = \overline{T}_1 + \overline{T}_2 = 0,00034 + 0,00036 = 0,0007\text{с.} \quad (4.9)$$

Теперь можно приступить непосредственно к поиску оптимального размещения. Для оценки нед покрытие справа использовалась **задача 2** В таблице 21 представлены рекордные оценки нед покрытия, найденные в ходе движения по дереву поиска, стоимости размещения, межконцевые задержки и номера узлов дерева, на которых найдены рекордные значения. Оптимальное решение задачи  $f(p) = 0$  (м).

Полученное размещение передается на следующий этап – математического моделирования, где проверяются оценки характеристик производительности сети. Если данное размещение не удовлетворяет требованием, необходимо проверить, имеются ли еще размещения с нед покрытием не больше оптимального на  $\varepsilon$  % от заданного отрезка. В таблице 22 представлены допустимые размещения с отклонением на  $\varepsilon = 0,5\%$  ( $d = 1,15$  м). На примере допустимого размещения №7 с нед покрытием  $f(p) = 1$  (м), что больше, чем у оптимального, но с меньшей итоговой стоимостью на 500 руб., можно проверить последний канал сети, являющийся самым загруженным с параметрами другой станции. Здесь вместо станции  $s_3$  размещается станция  $s_2$ .

№	Рекорд, м	Стоимость, руб.	Задержка, мс	Узел дерева	Размещение					
					$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
1	84	11900	1,07	7	$s_1$	$s_2$	$s_4$	—	—	—
2	73	11900	1,07	25	$s_1$	$s_2$	—	$s_4$	—	—
3	65	12000	1,07	61	$s_1$	$s_3$	—	$s_5$	—	—
4	60	11900	1,07	91	$s_1$	$s_4$	—	$s_2$	—	—
5	56	12000	1,07	127	$s_1$	$s_5$	—	$s_3$	—	—
6	17	11900	1,07	161	$s_1$	—	$s_2$	—	$s_4$	—
7	9	11900	1,07	171	$s_1$	—	$s_2$	—	—	$s_4$
8	4	12000	1,07	193	$s_1$	—	$s_3$	—	—	$s_5$
<b>9</b>	<b>0</b>	<b>12000</b>	<b>1,07</b>	<b>213</b>	<b><math>s_1</math></b>	<b>—</b>	<b><math>s_5</math></b>	<b>—</b>	<b>—</b>	<b><math>s_3</math></b>

Таблица 21 — Оптимальное решение

№	Решение	Рекорд, м	Стоимость, руб.	Задержка, мс	Размещение					
					$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
<b>0</b>	<b>Оптимальное</b>	<b>0</b>	<b>12000</b>	<b>1,07</b>	<b><math>s_1</math></b>	<b>—</b>	<b><math>s_5</math></b>	<b>—</b>	<b>—</b>	<b><math>s_3</math></b>
1	Допустимое	0	11500	1,07	$s_2$	—	$s_5$	—	—	$s_3$
2	Допустимое	0	12000	1,07	$s_3$	—	$s_5$	—	—	$s_1$
3	Допустимое	0	11500	1,07	$s_3$	—	$s_5$	—	—	$s_2$
4	Допустимое	0	12000	1,07	$s_5$	—	$s_1$	—	—	$s_3$
5	Допустимое	1	11500	1,07	$s_5$	—	$s_2$	—	—	$s_3$
6	Допустимое	1	12000	1,07	$s_5$	—	$s_3$	—	—	$s_1$
7	Допустимое	1	11500	1,07	$s_5$	—	$s_3$	—	—	$s_2$

Таблица 22 — Допустимые решения

#### 4.4 Метод ветвей и границ на примере задачи размещения двух базовых станций

Для наглядного понимания предложенного алгоритма типа ветвей и границ рассмотрим частный случай задачи в комбинаторной форме на примере размещения  $m = 2$  БС при заданных  $n = 3$  точках размещения. Общее количество  $\gamma$  вариантов расстановки  $m$  станций по  $n$  точкам размещения равна

$$\gamma = C_n^m \cdot m!. \quad (4.10)$$

Пусть задан отрезок  $\alpha$  длиной  $L = 50$  с концами в точках  $a_0$  и  $a_4$  с координатами  $l_0 = 0$ ,  $l_4 = 50$ . Внутри данного отрезка имеется множество точек размещения  $A = \{a_i\}, i = 1, 2, 3$  с координатами  $l_1 = 20, l_2 = 30, l_3 = 40$ .

Задано множество БС  $S = \{s_j\}, j = 1, 2$ . Каждой станции приписаны параметры  $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}\}$ . Для  $s_1$  задано  $r_1 = 25, R_{10} = 62, R_{12} = 35, R_{14} = 31$ . Для  $s_2$  задано  $r_2 = 9, R_{20} = 31, R_{12} = 28, R_{24} = 39$ . На концах отрезка размещены шлюзы  $s_0$  и  $s_4$ . Радиус связи шлюзов для соединения с БС  $R_{01} = R_{41} = 62$  и  $R_{02} = R_{42} = 39$ .

Необходимо разместить БС  $s_1$  и  $s_2$ , т.е. найти такую расстановку  $P^*$ , которая минимизирует функционал недопокрытия  $f(P)$  (2.1).

Общее количество размещения двух станций по трем точкам равна  $\gamma = C_3^2 \cdot 2! = 6$  (формула (4.10)).

### Решение с помощью МВиГ.

Решим данной пример задачи в соответствии с разработанным МВиГ. Так как условием размещение является ли расстановка всех имеющихся БС, теперь не нужно учитывать ограничения на стоимость и величину задержки, допустимая расстановка должна удовлетворять только требованию 1, а также условию размещения всех имеющихся БС.

Для задачи в комбинаторной форме условие размещения всех  $m$  станций гарантируется, когда число пар в наборе  $P = \{(a_i, s_j), a_i \in A, i \neq 0, i \neq n + 1; s_j \in S\}$  равна мощности множества размещения  $|S|$ .

Так как теперь количество размещаемых мест зафиксировано, в уравнении (2.21) для оценки "недопокрытия" справа  $w_2(G_v)$  вместо труднорешаемой задачи 2 воспользуемся уравнением:

$$w_2(G_v) = \max\{(l_{n+1} - l_k) - (r_t + \sum_{j \in S_v} 2 \cdot r_j), 0\}, \quad (4.11)$$

где  $S_\beta$  подмножество еще не размещенных станций,  $r_t$  – радиус покрытия размещаемой станции  $S_t$ ,  $l_k$  – координата точки размещения  $a_k$ .

На рисунке 4.5 представлено дерево решения задачи методом ветвей и границ. Каждый узел пронумерован согласно правилам **процедуры 1**. Оранжевым цветом указаны листья, в которых либо получили расстановку станций, либо на данном множестве  $G_v$  набор фиксированных и запрещенных переменных  $\pi_{ij}$  делает недопустимым любое размещение (обозначено символом  $\emptyset$ ).

Закрытие вершины осуществляется в случаях если:

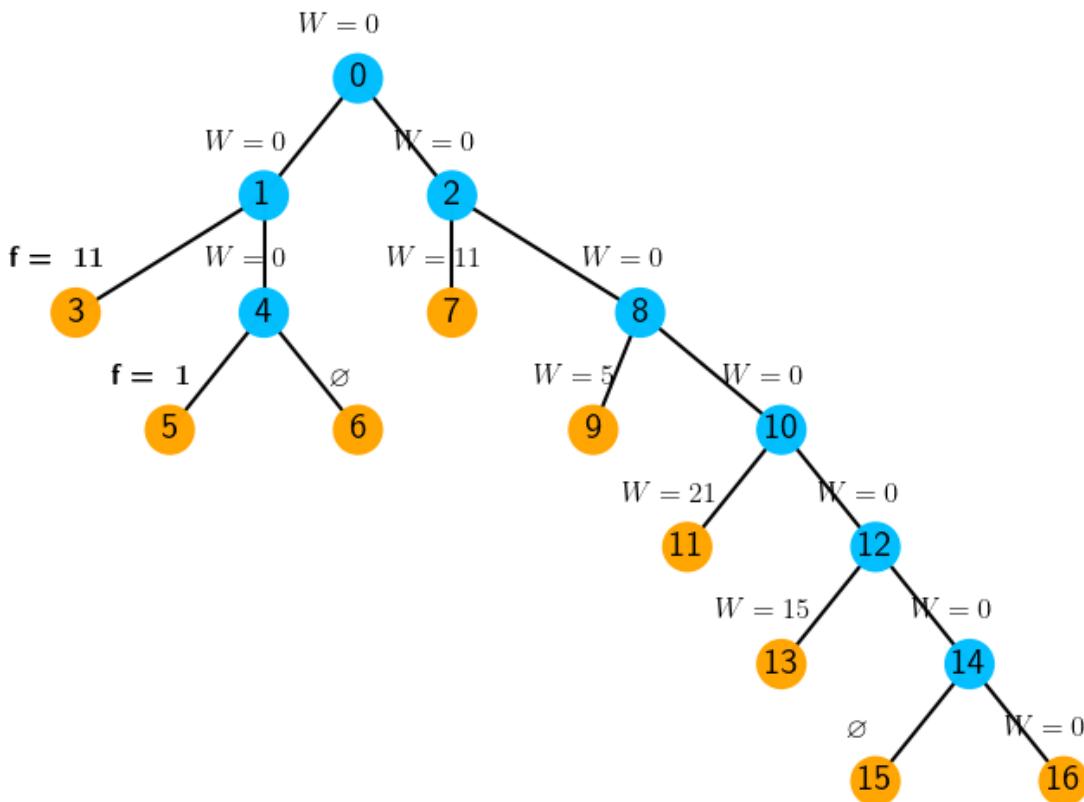


Рисунок 4.5 — Решение задачи методом ветвей и границ

1. получен новый рекорд размещения;
2. оценка «недопокрытия» больше рекорда, полученного на предыдущих итерациях;
3. нет допустимого размещения БС.

Перейдем к исследованию множеств на возможность закрытия.

#### **Исследование множества $G_0$ .**

За начальный рекорд примем длину всего отрезка  $\widehat{P} = L = 50$ .

Построение оценки  $W(G_0)$ :

$$W(G_0) = \max\{L - 2(r_1 + r_2), 0\} = \max\{50 - 2(25 + 9), 0\}.$$

Разбиваем множества  $G_0$  на два подмножества  $G_1 = G_0^1$  ( $\pi_{11} = 1$ ) и  $G_2 = G_0^2$  ( $\pi_{11} = 0$ ). Исследуем левое дочернее подмножество  $G_1$ . Правое подмножество  $G_2$  оставим для обратного шага.

#### **Исследование множества $G_1$ .**

Случай 1.

Проверка требования 1.

Шаг 1.

Проверяем, что каждый из радиусов  $R_{10}$  и  $R_{01}$  не меньше расстояния до левого шлюза  $s_0$ .

$$l_1 - l_0 \leq R_{10} \rightarrow 20 - 0 \leq 62;$$

$$l_1 - l_0 \leq R_{01} \rightarrow 20 - 0 \leq 62;$$

Шаг 2. Осталось неразмещенная БС  $s_2$ . Проверяем, что радиусы связи  $R_{12}$  и  $R_{21}$  не меньше расстояния до правой точки от  $a_1$  точка  $a_2$ .

$$l_2 - l_1 \leq R_{12} \rightarrow 30 - 20 \leq 35;$$

$$l_2 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 30 - 20 \leq 28.$$

Шаг 3.

Так как осталась только одна нераспределенная станция  $s_2$ , проверяем, что расстояние среди еще незанятых точек справа от точки  $a_1$  есть такая точка, что расстояния от этой точки до точки  $a_1$  и одновременно от этой точки до точки  $a_{n+1}$  не больше, чем радиус связи у нераспределенной станции.

Проверка точки  $a_2$ .

$$l_2 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 30 - 20 \leq 28;$$

$$l_4 - l_2 \leq R_{21} \rightarrow 50 - 20 \leq 31;$$

Проверка точки  $a_2$ .

$$l_3 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 40 - 20 \leq 28;$$

$$l_4 - l_3 \leq R_{21} \rightarrow 50 - 40 \leq 31;$$

Проверка обеспечения связи между размещаемыми БС произведена, можно приступать к оценке недопокрытия.

Случай 2.

Построение оценки  $W(G_1)$ :

$$W(G_1) = w_1(G_1) + w_2(G_1).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС  $s_1$ :

$$w_1(G_1) = \max\{(l_1 - l_0) - r_1, 0\} \rightarrow \max\{(20 - 0) - 25, 0\} = 0.$$

И оценка недопокрытия справа от размещаемой БС  $s_1$ :

$$w_2(G_1) = \max\{(l_4 - l_1) - (r_1 + 2r_2), 0\} \rightarrow \max\{(50 - 20) - (25 + 2 \cdot 9), 0\} = 0.$$

Итоговая оценка

$$W(G_1) = 0 + 0 = 0.$$

Разбиваем множества  $G_1$  на два подмножества  $G_3 = G_1^1$  ( $\pi_{22} = 1$ ) и  $G_4 = G_1^2$  ( $\pi_{22} = 0$ ). Исследуем левое дочернее подмножество  $G_3$ . Правое подмножество  $G_4$  оставим для обратного шага.

### **Исследование множества $G_3$ .**

Случай 1.

Проверка требования 1 проводится аналогичным образом. Перейдем к расчету оценки.

Случай 2.

Построение оценки  $W(G_3)$ :

$$W(G_3) = w_1(G_3) + w_2(G_3).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_1(G_3) = w_1(G_1) + (l_2 - l_1) - (r_1 + r_2) \rightarrow 0 + \max\{(30 - 20) - (25 + 9), 0\} = 0 + 0 = 0$$

Оценка недопокрытия справа от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_2(G_3) = \max\{(l_4 - l_2) - r_2, 0\} \rightarrow \max\{(50 - 30) - 9, 0\} = 11.$$

$$W(G_3) = 0 + 11 = 11.$$

Все  $m$  станции размещены,  $f(P_1) = W(G_3)$ . Так как  $f(P_1) \leq f(\widehat{P}) \rightarrow f(P_1) \leq 50$ , полученное недопокрытие  $f(P_1)$  принимается за новый рекорд.

Следующим этапом будет обратный шаг по дереву поиска, так как все станции размещены, то есть нет свободных переменных  $\pi_{ij}$  в множестве  $\Pi^f$ .

Незакрытая вершина с наибольшим порядковым номером – вершина  $G_4$  с условием  $\pi_{22} = 0$ .

### **Исследование множества $G_4$ .**

Случай 2.

Оценка правого дочернего узла  $W(G_4)$  равна оценке материнского узла  $W(G_1)$ ,  $w_1(G_4) = w_1(G_1)$ ,  $w_2(G_4) = w_2(G_1)$ , и  $W(G_4) = W(G_1) = 0$ .

Разбиваем множества  $G_4$  на два подмножества  $G_5 = G_4^1$  ( $\pi_{32} = 1$ ) и  $G_6 = G_4^2$  ( $\pi_{32} = 0$ ).

### **Исследование множества $G_5$ .**

Случай 1. Успешная проверка требования 1.

Случай 2.

Построение оценки  $W(G_5)$ :

$$W(G_5) = w_1(G_5) + w_2(G_5).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_1(G_5) = w_1(G_5) + (l_3 - l_1) - (r_1 + r_2) \rightarrow 0 + \max\{(40 - 20) - (25 + 9), 0\} = 0 + 0 = 0$$

Оценка недопокрытия справа от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_2(G_5) = \max\{(l_4 - l_3) - r_2, 0\} \rightarrow \max\{(50 - 40) - 9, 0\} = 1.$$

$$W(G_5) = 0 + 1 = 1.$$

Все  $m$  станции размещены,  $f(P_2) = W(G_5)$ . Так как  $f(P_2) \leq f(\widehat{P})$ , полученное недопокрытие  $f(P_2)$  принимается за новый рекорд.

В ходе движения по дереву поиска исследования вершин происходило аналогичным образом как показано ранее. Оптимальным решением задачи стала расстановка  $P_2$  с нелопокрытием  $f(P_2) = 1$ . В таблице 23 представлены полученные оценки в ходе движения по дереву ветвлений. Все вершины закрыты, количество пройденных узлов бинарного дерева поиска МВиГ составляет 16.

### **Решение полным перебором.**

В качестве оценки алгоритма, чтобы не зависеть от мощности аппаратного и программного обеспечения, рассмотрим количество пройденных узлов. Для сравнения решим задачу полным перебором.

№	Номер узла дерева, $v$	Оценка недопокрытия, $W(G_v)$	Недопокрытие, $f(P)$	Размещение		
				$a_1$	$a_2$	$a_3$
1	0	0	50	—	—	—
2	1	0		$s_1$	—	—
3	3	11	Рекорд	$s_1$	$s_2$	—
4	4	0		$s_1$	—	—
5	5	1	Рекорд	$s_1$	—	$s_2$
6	6	0	$\emptyset$	$s_1$	—	—
7	2	0		—	—	—
8	7	11		$s_2$	—	—
9	8	0		—	—	—
10	9	5		—	$s_1$	—
11	10	0		—	—	—
12	11	21		—	$s_2$	—
13	12	0		—	—	—
14	13	15		—	—	$s_1$
15	14	0		—	—	—
16	15	0	$\emptyset$	—	—	—
17	16	0		—	—	—

Таблица 23 — Решение методом ветвей и границ

Процесс решения задачи полным перебором представлен в виде бинарного дерева поиска на рисунке 4.6. В таблице 24 представлены полученные в ходе решения расстановки. Все расстановки пронумерованы в соответствии с порядком их нахождения. Оптимальным решением  $P^*$  с минимальным значением функции (2.17) является допустимая расстановка  $P_2$ . Количество пройденных узлов в ходе решения задачи составляет 24.

На примере частного случая размещения 2 БС по 3 точкам размещения было представлено МВиГ. Представлены деревья бинарного поиска для МВиГ и МПП. Предложенный метод позволяет сократить количество пройденный узлов в ходе поиска оптимального решения.

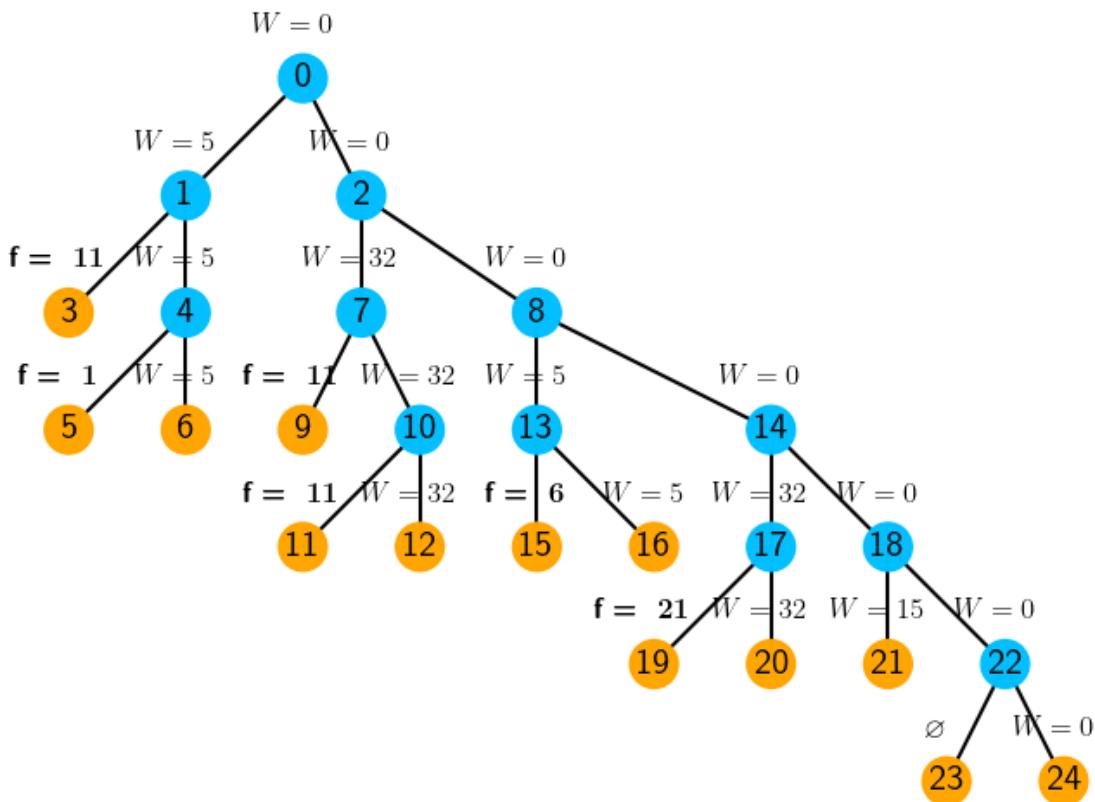


Рисунок 4.6 — Решение задачи методом полного перебора

Расстановка, $P$	Недопокрытие, $f(P)$	Номер узла дерева, $\nu$	Размещение		
			$a_1$	$a_2$	$a_3$
$P_1$	11	3	$S_1$	$S_2$	—
$P_2$	1	5	$S_1$	—	$S_2$
$P_3$	11	9	$S_2$	$S_1$	—
$P_4$	11	11	$S_2$	—	$S_1$
$P_5$	6	15	—	$S_1$	$S_2$
$P_6$	21	19	—	$S_2$	$S_1$
Количество пройденных узлов			24		

Таблица 24 — Решение полным перебором

#### 4.5 Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4

В таблице 25 приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения задач 2, 3, 4 и относительную точность задачи 3, 4 по отношению к задаче 2.

Для непокрытого участка справа длины  $|\beta| = 50$ , варьируя количеством не размещенных БС, а также количеством свободных мест размещения требуется рассчитать оценку недопокрытия при бюджетном ограничении  $C = 600$ .

Как видно из результатов расчетов в таблице 25, представляется целесообразным использовать *задачу 4* в качестве оценки  $w_2(G_v)$  для решения задач большой размерности, так как время ее расчета в виде задачи ЛП существенно ниже с учетом высокой точности относительно *задачи 2*.

Количество точек размещения, $m$	Количество свободных станций, $ S_\beta $	ЦЛП		Задача «О ранце»		ЛП		Точность, %	Недопокрытие, $z$		
		Задача 2		Задача 3		Задача 4					
		Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$				
5	6	0,3250	436	0,3214	426,00	97,71	0,0047	436,00	100,00		
5	8	0,3218	431	0,3582	398,00	92,34	0,0045	431,00	100,00		
8	10	0,3765	395	0,3621	375,00	94,94	0,0094	395,00	100,00		
8	12	0,3746	390	0,2977	347,00	88,97	0,0094	390,00	100,00		
12	15	0,3363	339	0,2960	309,00	91,15	0,0114	339,00	100,00		
12	17	0,4072	336	0,3456	283,00	84,23	0,0136	336,00	100,00		
18	20	0,3558	265	0,3407	265,00	100,00	0,0121	265,00	100,00		
18	25	0,3794	260	0,3096	259,00	99,62	0,0169	257,60	99,08		
25	30	0,3177	246	0,3576	246,00	100,00	0,0222	244,33	99,32		
25	45	0,3539	229	0,3556	229,00	100,00	0,0494	226,40	98,86		
30	50	0,2994	225	0,3146	225,00	100,00	0,0570	224,13	99,61		
30	100	0,5179	223	0,5177	223,00	100,00	0,1513	218,75	98,09		

Таблица 25 — Сравнение метода расчета оценок недопокрытия справа

#### 4.6 Сравнительная оценка полученных модели ЦЛП и модели в комбинаторной форме, решаемой с помощью МВиГ

Для решения задачи оптимального размещения базовых станций вдоль линейной территории были представлены математическая модель целочисленного линейного программирования и комбинаторная модель в экстремальной форме, для которой представлен специальный алгоритм на основе метода ветвей и границ, учитывающий специфику задачи – размещение вдоль линейной территории и обеспечения связи между всеми размещенными станциями.

В обеих моделях предполагается, что из заданного множества БС может быть размещено любое количество станций, удовлетворяющих условиям задачи. Через систему размещенных БС необходимо обеспечить связь между левым и правым шлюзом. Для задачи ЦЛП размещение должно удовлетворять бюджетному ограничению. И для задачи в комбинаторной форме задача должна удовлетворять бюджетному ограничению и ограничению на величину межконтцевой задержки сети.

Для того чтобы сравнить полученные модели, рассмотрим частный случай задачи максимизации покрытия с размещением всех имеющихся БС. Опустим бюджетное ограничение для обеих задач и для комбинаторной модели также ограничение на время задержки в сети. Вместо данных ограничений, добавим условие размещения всех имеющихся  $m$  станций. Такая постановка позволит зафиксировать множество вариантов размещения, необязательно только допустимых. Общее количество  $\gamma$  вариантов расстановки  $m$  станций по  $n$  точкам размещения выражается с помощью уравнения (4.10).

Для обеспечения условия размещения всех  $m$  станций в случае комбинаторной модели представлено уравнение (4.11). Для задачи ЦЛП данное условие будет выглядеть следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} = m. \quad (4.12)$$

Для различных случаев числа мест размещения  $m$  и числа станций  $n$  сравним результаты решения задачи представленными моделями. Оценка сравнения с помощью времени счета необъективна, так как предложенный алгоритм МВиГ и сама комбинаторная модель написаны на интерпретируемом языке

Python. Коммерческие продукты представляют быстрые и качественные инструменты. Написание производительного кода для предложенных в данной диссертации моделей является отдельной не простой задачей, выходящей за рамки данного исследования. Коммерческие продукты решающие задачи ЦЛП основаны на алгоритме, предложенном Алисой Лэнд и Элисон Дойг [113], в котором процедура поиска целочисленного решения также использует МВиГ. Поэтому для сравнения моделей будет использована характеристика – число просмотренных вершин в ходе поиска оптимального решения. Для сравнения также будут представлены решения задачи в комбинаторной форме методом полного перебора (МПП).

Для каждого набора станций и мест размещения было рассчитано по 10 примеров с различными параметрами БС. В таблице 26 приводятся усредненные показатели числа просмотренных вершин дерева поиска по каждым 10 примерам. Результаты решения задачи максимизации покрытия влияют не только от количества точек размещения  $n$ , но также от их координат. Примем, что для каждой размерности для всех 10 примеров координаты фиксированы для всех моделей: МПП, МВиГ и ЦЛП.

Жирным цветом в колонках пройденных узлов в ходе движения по дереву поиска МПП, МВиГ и ЦЛП выделены минимальные значения для фиксированных значений  $n$  и  $t$  (размерностей задачи). Как видно из результатов сравнения, при увеличении размерности задачи разработанный алгоритм метода ветвей и границ для комбинаторной модели показывает лучшие результаты по сравнению с математической моделью ЦЛП.

## 4.7 Выводы по главе 4

1. Представлен программный комплекс для расчета задачи оптимального размещения базовых станций
2. Рассмотрен численный пример оптимального размещения БС в виде задачи ЦЛП;
3. Рассмотрен численный пример оптимального размещения БС задачи в виде комбинаторной модели в экстремальной форме;

Таблица 26 — Результаты численного решения.

Число точек размещения, $n$	Число станций, $m$	Количество вариантов размещения, $\gamma$	Количество пройденных узлов дерева поиска, $\nu$		
			МПП	МВиГ	ЦЛП
7	4	840	3122	360	<b>275</b>
7	5	2 520	16 114	560	<b>45</b>
7	6	5 040	59 564	364	<b>19</b>
8	4	1 680	4954	434	<b>189</b>
8	5	6 720	6720	<b>852</b>	878
8	6	20 160	15 9170	592	<b>185</b>
9	4	3 024	9 882	<b>458</b>	5511
9	5	15 120	58 190	<b>768</b>	1236
9	6	60 480	366 512	<b>720</b>	13294
10	4	5 040	14 868	<b>800</b>	6243
10	5	30 240	113 932	<b>414</b>	8043
10	6	151 200	828 952	<b>40 872</b>	71587
11	4	7 920	23 482	<b>354</b>	15538
11	5	55 440	204 894	<b>9 138</b>	74440
11	6	332 640	1 592 500	<b>88 002</b>	413 767

4. Рассмотрен пример процедура нахождения последовательности лучших решений с помощью предложенного МВиГ;
5. Представлен поиск оптимального размещения с помощью предложенного МВиГ на примере размещения двух станций;
6. Представлено сравнение методов оценки недопокрытия справа;
7. Представлена сравнительная оценка полученных модели ЦЛП и модели в комбинаторной форме, решаемой с помощью МВиГ.

## Заключение

Создание и развитие современной структуры передачи данных являются неотъемлемой частью производства. В рамках комплексного проектирования беспроводных средств связи в данной работе исследуются проблемы синтез топологии беспроводных сетей связи.

Основные результаты данного диссертационного исследования следующие:

1. Был проведен анализ методики проектирования современных БШС. В рамках такой методики были исследованы проблемы синтеза топологии БШС вдоль протяженных участков: трубопроводные магистрали, протяженные автомобильные дороги.
2. Была предложена математическая модель в виде задачи ЦЛП размещения БС с линейной топологией.
3. Была представлена математическая модель экстремальной задачи оптимального размещения БС в комбинаторной форме.
4. Для комбинаторной модели был разработан специальный алгоритм типа ветвей и границ. Представлены результаты сравнения поиска оптимального решения с помощью МВиГ с алгоритмами решения задачи в общем виде.
5. В рамках комплексного проектирования была представлена итерационная процедура нахождения последовательности лучших решений задачи оптимального размещения для случая, когда найденное оптимальное решение построение топологии сети не удовлетворяет некоторым критериями функционирования БШС, проверяемых на этапе моделирования процессов передачи данных.
6. Предложена математическая модель ЧЦЛП оптимального размещения БС для покрытия множества рассредоточенных объектов. Предложены формулировка задачи ЛП проверки допустимого потока при заданных мест размещения БС.
7. Разработан программный комплекс для расчета задачи оптимального размещения БС с помощью предложенного алгоритма типа ветвей и границ.

Поставленные в начале данной диссертационной работы цели были достигнуты, а соответствующие им задачи решены. В качестве перспектив дальнейшего исследования можно выделить следующие:

- внедрение программных реализаций в состав итерационной процедуры комплексного проектирования беспроводных сетей связи;
- применение предложенного МВиГ в решении более общих задач оптимального размещения базовых станций, в которых кроме межконцевой задержки необходимо учитывать также другие характеристики производительности БШС;
- исследование влияний реальной среды на физический уровень канала передачи данных для расчета оценок дальности телекоммуникационной связи.

## Список сокращений и условных обозначений

DL	Down Link, нисходящая линия связи
EIRP	Equivalent Isotropically Radiated Power, эффективная изотропно-излучаемая мощность передатчика
FSPL	Free Space Path Loss, уравнение потерь в свободном пространстве
LIFO	Last Input, First Out, последним пришёл — первым ушёл
QoS	Quality Of Service, качество обслуживания
RSU	Roadside Unit, придорожные стационарные объекты телекоммуникационной связи
SOM	System Operating Margin, запас на замирание сигнала
UL	Up Link, восходящая линия связи
URLLC	Ultra-Reliable and Low Latency Communications, сверхнадежная передача данных с малой задержкой
V2V	Vehicle-To-Vehicle, беспроводная связь для обмена данными между движущимися транспортными средствами
V2X	Vehicle-To-Infrastructure, беспроводная связь для обмена данными между транспортным средством и инфраструктурой
VANET	Vehicular Ad Hoc network, автомобильная самоорганизующаяся сеть
БПЛА	беспилотный летательный аппарат
БС	базовая станция
БШС	беспроводная широкополосная сеть
ИТС	интеллектуальная транспортная система
ЛП	линейное программирование
МВиГ	метод ветвей и границ
МО	машинальное обучение
МПП	метод полного перебора
СeМО	сеть массового обслуживания
ТМО	теория массового обслуживания
ЦЛП	целочисленное линейное программирование
ЧЦЛП	частично целочисленное линейное программирование

## Словарь терминов

**Радиус связи** : максимальная теоретическая дальность связи базовой станции с соседней станцией, удовлетворяющей требуемому качеству передачи сигнала

**Радиус покрытия** : максимальный теоретический радиус зоны покрытия БС для связи с устройствами.

**Межконцевая задержка** : максимальное время необходимое для передачи пакета в сети от источника до места назначения.

**Линейный участок** : заданная территория вдоль некоторого протяженного объекта, которую необходимо покрыть телекоммуникационной сетью.

**Недопокрытие** : область, которая не охвачена телекоммуникационным покрытием сети и численно равное разности между суммарным покрытием размещенных базовых станций и длиной всего участка.

## Список литературы

- [1] В.М. Вишневский и др. — «Методы исследования и проектирования широкополосных беспроводных сетей вдоль протяженных транспортных магистралей». — В: *T-Comm: Телекоммуникации и Транспорт* 9.5 (2015), с. 9—15.
- [2] N.A. Eremin, V.E. Stolyarov и V.I. Shulyatikov. — «Use of control systems in oil and gas fields». — В: *Automation, Telemechanization and Communication in Oil Industry* 9 (2020), с. 17—29. — DOI: 10.33285/0132-2222-2020-9(566)-17-29.
- [3] A Dmitrievskiy и др. — «On the Draft Strategy for Digital Modernization of the Oil and Gas Complex of the Russian Federation». — В: 241 (дек. 2020), с. 9—13.
- [4] Nikolai Eremin и V.E. Stolyarov. — «A gas well as a key object of a digital field». — В: *Automation, Telemechanization and Communication in Oil Industry* 554 (сент. 2019), с. 5—14. — DOI: 10.33285 / 0132 - 2222 - 2019 - 9(554)-5-14.
- [5] Srinidhi Hiriyannaiah и др. — «A Multi-layered Framework for Internet of Everything (IoE) via Wireless Communication and Distributed Computing in Industry 4.0». — В: *Recent Patents on Engineering* 14.4 (2020), с. 521—529. — DOI: 10.2174/1872212113666190624120121.
- [6] Sathyan Munirathinam. — «Industry 4.0: Industrial Internet of Things (IIOT)». — В: *Advances in Computers* 117.1 (2020), с. 129—164. — DOI: 10.1016/bs.adcom.2019.10.010.
- [7] M. Carmen Lucas-Estañ и др. — «Emerging trends in hybrid wireless communication and data management for the industry 4.0». — В: *Electronics (Switzerland)* 7.12 (2018). — DOI: 10.3390/electronics7120400.
- [8] Hongfang Lu и др. — «Oil and Gas 4.0 era: A systematic review and outlook». — В: *Computers in Industry* 111 (2019), с. 68—90. — DOI: 10.1016/j.compind.2019.06.007.

- [9] Е.В. Смирнова и др. — *Технология современных беспроводных сетей Wi-Fi*. — Под ред. А.В Пролетарский. — Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. — 446 с.
- [10] Р.А. Дунайцев и К.Ф. Короткин. — «Радиообследование и радиопланирование беспроводных локальных сетей Wi-Fi». — В: *Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании* (2017), с. 270—274.
- [11] Г. Ж. Уанкпо и др. — «Математическая модель анализа надежности неоднородной дублированной системы передачи данных». — В: *Современные информационные технологии и ИТ-образование* 16.2 (2020), с. 285—294.
- [12] Achyutha Krishnamoorthy, Anu Nuthan Joshua и Dmitry Kozyrev. — «Analysis of a Batch Arrival, Batch Service Queueing-Inventory System with Processing of Inventory While on Vacation». — В: *Mathematics* 9.4 (2021), с. 1—29. — DOI: 10.3390/math9040419.
- [13] Dmitry Kozyrev и Dmitry Radkevich. — «Reliability estimation of a broadband wireless network with linear topology and cross redundancy». — В: *AIP Conference Proceedings* 2116 (2019). — DOI: 10.1063/1.5114073.
- [14] Andrey Larionov и др. — «A Multiphase Queueing Model for Performance Analysis of a Multi-hop IEEE 802.11 Wireless Network with DCF Channel Access». — В: *Communications in Computer and Information Science* 1109 (2019), с. 162—176. — DOI: 10.1007/978-3-030-33388-1\_14.
- [15] Vladimir Vishnevsky и др. — «Methods of performance evaluation of broadband wireless networks along the long transport routes». — В: *Communications in Computer and Information Science* 601 (2016), с. 72—85. — DOI: 10.1007/978-3-319-30843-2\_8.
- [16] Vladimir Vishnevsky и др. — «Review of methodology and design of broadband wireless networks with linear topology». — В: *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics* 47.2 (2016), с. 329—342. — DOI: 10.1007/s13226-016-0190-7.
- [17] Danmeng Wang. — «Delay prediction with enhanced queueing models and survival analysis». — В: *2016 3rd International Conference on Systems and Informatics, ICSAI 2016*. — IEEE, нояб. 2017, — С. 1101—1105. — ISBN: 9781509055210. — DOI: 10.1109/ICSAI.2016.7811115. — URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7811115/>.

- [18] Werner Sandmann. — «Delays in a series of queues with correlated service times». — В: *Journal of Network and Computer Applications* 35.5 (2012), с. 1415—1423. — DOI: 10.1016/j.jnca.2011.10.009.
- [19] Hendrik Baumann и Werner Sandmann. — «Multi-server tandem queue with Markovian arrival process, phase-type service times, and finite buffers». — В: *European Journal of Operational Research* 256.1 (2017), с. 187—195. — DOI: 10.1016/j.ejor.2016.07.035.
- [20] В. Т. Еременко и др. — «Подход к оценке качества предоставления информационных услуг в беспроводной сети передачи данных АСУТП газотранспортного предприятия». — В: *Информационные системы и технологии* 78.4 (2013), с. 96—105.
- [21] Attila Lovas и Miklós Rásonyi. — «Markov chains in random environment with applications in queuing theory and machine learning». — В: *Stochastic Processes and their Applications* 137 (2021), с. 294—326. — DOI: 10.1016/j.spa.2021.04.002.
- [22] Rinda Parama Satya Hermanto и др. — «Waiting-Time Estimation in Bank Customer Queues using RPROP Neural Networks». — В: *Procedia Computer Science* 135 (2018), с. 35—42. — DOI: 10.1016/j.procs.2018.08.147.
- [23] Р. Л. Смелянский. — *Компьютерные сети. В 2 томах. Том 1. Системы передачи данных*. — Москва: Издательский центр «Академия», 2011. — 304 с.
- [24] Б. Олифер и Н. Олифер. — *Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Юбилейное издание*. — СПб: Питер, 2020. — 1008 с.
- [25] Э. Таненбаум и Д. Уэзеролл. — *Компьютерные сети. 5-е изд.* — СПб: Питер, 2022. — 960 с.
- [26] 802.11 WG - Wireless LAN Working Group. — *IEEE 802.11-2020 - IEEE Standard for Information Technology–Telecommunications and Information Exchange between Systems - Local and Metropolitan Area Networks–Specific Requirements - Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY)*. — 2020. — URL: [https://standards.ieee.org/standard/802\\_11-2020.html](https://standards.ieee.org/standard/802_11-2020.html).

- [27] David D Coleman и David A Westcott. — «CWNA: Certified Wireless Network Administrator Study Guide». — B: *CWNA: Certified Wireless Network Administrator Study Guide* (2018). — DOI: 10.1002/9781119549406.
- [28] IEEE 1609 Working Group. — *IEEE Guide for Wireless Access in Vehicular Environments (WAVE) - Architecture*. — 2014, — C. 1—78. — ISBN: 9780738187563. — URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8686445>.
- [29] Б. М. Вишневскийй, С.Л. Портной и Шахнович И.В. — *Энциклопедия WiMAX. Путь к 4G*. — Москва: Техносфера, 2009. — 472 с.
- [30] Б. О Тихвинскийй, С. В. Терентьев и В. П. Высоchin. — *Сети мобильной связи LTE/LTE Advanced: технологии 4G, приложения и архитектура*. — Москва: Издательский дом Медиа паблишер, 2014, — С. 384. — ISBN: 978-5-88405-097-5.
- [31] A. Volkov, A. Muthanna и A. Koucheryavy. — «Fifth generation communication networks: on the way to networks 2030». — B: *Telecom IT* 8.2 (2020), c. 32—43. — DOI: 10.31854/2307-1303-2020-8-2-32-43.
- [32] 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Study on Scenarios and Requirements for Next Generation Access Technologies; (Release 16). — 2020. — URL: [https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38\\_series/38.913/](https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38_series/38.913/).
- [33] Приказ Минкомсвязи России № 923 «Об утверждении Концепции создания и развития сетей 5G/IMT-2020 в Российской Федерации». — Москва, 2019.
- [34] Stephane Teral. — «5G Best Choice Architecture». — B: *IHS Markit Technology* January (2019), c. 1—17. — URL: [https://cdn.ihs.com/www/prot/pdf/0519/IHSMarkit\\_5G\\_Best\\_Choice\\_Architecture.pdf](https://cdn.ihs.com/www/prot/pdf/0519/IHSMarkit_5G_Best_Choice_Architecture.pdf).
- [35] Mirza Golam Kibria и др. — «Next Generation New Radio Small Cell Enhancement: Architectural Options, Functionality and Performance Aspects». — B: *IEEE Wireless Communications* 25.4 (2018), c. 120—128. — DOI: 10.1109/MWC.2018.1700277. — arXiv: 1802.10267.
- [36] Guangyi Liu и др. — «5G Deployment: Standalone vs. Non-Standalone from the Operator Perspective». — B: *IEEE Communications Magazine* 58.11 (2020), c. 83—89. — DOI: 10.1109/MCOM.001.2000230.

- [37] Amine El Rhayour и Tomader Mazri. — «5G Architecture: Deployment scenarios and options». — B: *2019 International Symposium on Advanced Electrical and Communication Technologies, ISAECT 2019* (2019). — DOI: 10.1109/ISAECT47714.2019.9069723.
- [38] Ethem Alpaydin. — «5G PPP Architecture Working Group: View on 5G Architecture». — B: *Version 3.0, June 2019* June (2019), c. 21—470. — URL: [https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2019/07/5G-PPP-5G-Architecture-White-Paper\\_v3.0\\_PublicConsultation.pdf](https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2019/07/5G-PPP-5G-Architecture-White-Paper_v3.0_PublicConsultation.pdf).
- [39] Rida El Chall, Samer Lahoud и Melhem El Helou. — «LoRaWAN network: Radio propagation models and performance evaluation in various environments in Lebanon». — B: *IEEE Internet of Things Journal* 6.2 (2019), c. 2366—2378. — DOI: 10.1109/JIOT.2019.2906838.
- [40] Yaokun Zhang и Tianfeng Yan. — «Loss Correction of Wireless Model in Complex Multi Wall Environment». — B: *Journal of Physics: Conference Series* 1757.1 (2021). — DOI: 10.1088/1742-6596/1757/1/012137.
- [41] Giuseppe Caso и Luca De Nardis. — «On the applicability of multi-wall multi-floor propagation models to WiFi fingerprinting indoor positioning». — B: *Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social-Informatics and Telecommunications Engineering, LNICST* 159 (2015), c. 166—172. — DOI: 10.1007/978-3-319-27072-2\_21.
- [42] Taewon Kang и Jiwon Seo. — «Practical simplified indoor multiwall path-loss model». — B: *International Conference on Control, Automation and Systems 2020-Octob* (2020), c. 774—777. — DOI: 10.23919/ICCAS50221.2020.9268260.
- [43] O. O. Oni и F. E. Idachaba. — «Review of Selected Wireless System Path loss Prediction Models and its Adaptation to Indoor Propagation Environments». — B: *Lecture Notes in Engineering and Computer Science* 2228 (2017), c. 562—567.
- [44] ГОСТ Р МЭК 62657-2-2016 Сети промышленной коммуникации. Беспроводочные коммуникационные сети. Часть 2. Обеспечение совместимости. — М.: Стандартинформ, 2016. — 68 с.
- [45] Evgenii Krouk и Sergei Semenov. — «Modulation and Coding Techniques in Wireless Communications». — B: *Modulation and Coding Techniques in Wireless Communications* (2010), c. 1—662. — DOI: 10.1002/9780470976777.

- [46] Ms Mollel и M Kisangiri. — «Comparison of Empirical Propagation Path Loss Models for Mobile Communication». — B: *Computer Engineering and Intelligent Systems* 5.9 (2014), c. 1—11. — URL: <http://iiste.org/Journals/index.php/CEIS/article/view/15435>.
- [47] Aymen Zreikat и Milan Dordevic. — «Performance Analysis of Path loss Prediction Models in Wireless Mobile Networks in Different Propagation Environments». — B: *Proceedings of the 3rd World Congress on Electrical Engineering and Computer Systems and Science* (2017). — DOI: 10.11159/vmw17.103.
- [48] Umut Can Cabuk и др. — «Path Loss Estimation of Air-to-Air Channels for FANETs over Rugged Terrains». — B: *2020 28th Signal Processing and Communications Applications Conference, SIU 2020 - Proceedings* (2020). — DOI: 10.1109/SIU49456.2020.9302160.
- [49] Miguel Gutierrez Gaitan и др. — «Experimental evaluation of the two-ray model for near-shore WiFi-based network systems design». — B: *IEEE Vehicular Technology Conference 2020-May* (2020). — DOI: 10.1109/VTC2020-Spring48590.2020.9129548.
- [50] Michael Rademacher, Markus Kessel и Karl Jonas. — «Experimental Results For the Propagation of Outdoor IEEE802.11 Links». — B: *VDE ITG-Fachbericht Mobilkommunikation* (2016).
- [51] Manlio Bacco, Erina Ferro и Alberto Gotta. — «UAVs in WSNs for agricultural applications: An analysis of the two-ray radio propagation model». — B: *Proceedings of IEEE Sensors 2014-December.December* (2014), c. 130—133. — DOI: 10.1109/ICSENS.2014.6984950.
- [52] Erich Zochmann, Ke Guan и Markus Rupp. — «Two-ray models in mmWave communications». — B: *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC 2017-July* (2017), c. 1—5. — DOI: 10.1109/SPAWC.2017.8227681.
- [53] Sinan. Kurt и Bulent Tavli. — «Path-Loss Modeling for Wireless Sensor Networks». — B: *Ieee Antennas and Propagation Magazine* 59 (2017), c. 18—37.

- [54] Masaharu Hata. — «Empirical Formula for Propagation Loss in Land Mobile Radio Services». — B: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 29.3 (1980), c. 317—325. — DOI: 10.1109/T-VT.1980.23859.
- [55] Erik Dahlman, Stefan Parkvall и Johan Skold. — «4G: LTE/LTE-Advanced for Mobile Broadband». — B: *4G: LTE/LTE-Advanced for Mobile Broadband* (2013), c. 1—510. — DOI: 10.1016/C2013-0-06829-6.
- [56] A David и др. — «LTE : The Evolution of Mobile Broadband». — B: *IEEE communications magazine* 47.4 (2009), c. 44—52.
- [57] Shao Yu Lien и др. — «5G New Radio: Waveform, Frame Structure, Multiple Access, and Initial Access». — B: *IEEE Communications Magazine* 55.6 (2017), c. 64—71. — DOI: 10.1109/MCOM.2017.1601107.
- [58] Aymen Omri и др. — «Synchronization procedure in 5G NR systems». — B: *IEEE Access* 7 (2019), c. 41286—41295. — DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2907970.
- [59] Jia Liu и др. — «End-to-End Delay Modeling in Buffer-Limited MANETs: A General Theoretical Framework». — B: *IEEE Transactions on Wireless Communications* 15.1 (2016), c. 498—511. — DOI: 10.1109/TWC.2015.2475258. — arXiv: 1509.06969.
- [60] Gongpu Chen и др. — «Joint scheduling and channel allocation for end-to-end delay minimization in industrial WirelessHART Networks». — B: *IEEE Internet of Things Journal* 6.2 (2019), c. 2829—2842. — DOI: 10.1109/JIOT.2018.2875508.
- [61] Inès Hosni и Fabrice Théoleyre. — «Self-healing distributed scheduling for end-to-end delay optimization in multihop wireless networks with 6TiSCh». — B: *Computer Communications* 110 (2017), c. 103—119. — DOI: 10.1016/j.comcom.2017.05.014.
- [62] Antonio Capone и др. — «Minimizing end-to-end delay in multi-hop wireless networks with optimized transmission scheduling». — B: *Ad Hoc Networks* 89 (2019), c. 236—248. — DOI: 10.1016/j.adhoc.2019.01.004.

- [63] Nasim Abbas и Fengqi Yu. — «Performance analysis of end-To-end delay and reliability for linear wireless multimedia sensor networks». — B: *Proceedings of 2017 IEEE 3rd Information Technology and Mechatronics Engineering Conference, ITOEC 2017* 2017-January (2017), c. 554—558. — DOI: 10.1109/ITOEC.2017.8122358.
- [64] Hafez Seliem и др. — «On the End-to-End Delay in a One-Way VANET». — B: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 68.9 (2019), c. 8336—8346. — DOI: 10.1109/TVT.2019.2916936.
- [65] Filippo Malandra и Brunilde Sanso. — «A Markov-Modulated End-to-End Delay Analysis of Large-Scale RF Mesh Networks with Time-Slotted ALOHA and FHSS for Smart Grid Applications». — B: *IEEE Transactions on Wireless Communications* 17.11 (2018), c. 7116—7127. — DOI: 10.1109/TWC.2018.2860965.
- [66] Anders Ellersgaard Kalor и др. — «Network slicing in industry 4.0 applications: Abstraction methods and end-to-end analysis». — B: *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 14.12 (2018), c. 5419—5427. — DOI: 10.1109/TII.2018.2839721.
- [67] Yan Gao и др. — «Characterization and Optimization of Delay Guarantees for Real-Time Multimedia Traffic Flows in IEEE 802.11 WLANs». — B: *IEEE Transactions on Mobile Computing* 15.5 (2016), c. 1090—1104. — DOI: 10.1109/TMC.2015.2407395.
- [68] Б. М. Вишневский. — *Теоретические основы проектирования компьютерных сетей*. — Москва: Техносфера, 2003. — 512 с.
- [69] Leonard Kleinrock. — *Theory, Volume 1, Queueing Systems*. — USA: Wiley-Interscience, 1975. — ISBN: 0471491101.
- [70] V. M. Vishnevskii и A. N. Dudin. — «Queueing systems with correlated arrival flows and their applications to modeling telecommunication networks». — B: *Automation and Remote Control* 78.8 (2017), c. 1361—1403. — DOI: 10.1134/S000511791708001X.
- [71] Vladimir Vishnevsky и др. — «State reduction in analysis of a tandem queueing system with correlated arrivals». — B: *Communications in Computer and Information Science* 800 (2017), c. 215—230. — DOI: 10.1007/978-3-319-68069-9\_18.

- [72] Dmitri Moltchanov и др. — «A Tutorial on Mathematical Modeling of 5G6G Millimeter Wave and Terahertz Cellular Systems». — В: *IEEE Communications Surveys & Tutorials* (2022), с. 1—45. — DOI: 10.1109/COMST.2022.3156207. — URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9726709/>.
- [73] Ken'ichi Kawanishi и Tetsuya Takine. — «The M/PH/1+D queue with Markov-renewal service interruptions and its application to delayed mobile data offloading». — В: *Performance Evaluation* (2019). — DOI: 10.1016/j.peva.2019.102002.
- [74] Ozancan Dogan и Nail Akar. — «The Multi-Source Probabilistically Preemptive M/PH/1/1 Queue with Packet Errors». — В: *IEEE Transactions on Communications* (2021). — DOI: 10.1109/TCOMM.2021.3106347.
- [75] A. A. Larionov, **А. А. Мухтаров** и A. M. Sokolov. — «The calibration method of a tandem queueing model with PH service time using NS-3 simulation of a multihop wireless network». — В: *Journal of Physics: Conference Series* 2091.1 (2021), с. 012030. — DOI: 10.1088/1742-6596/2091/1/012030.
- [76] *ns3::WifiMacQueue Class Reference*. — URL: [https://www.nsnam.org/doxygen/classns3\\_1\\_1\\_wifi\\_mac\\_queue.html](https://www.nsnam.org/doxygen/classns3_1_1_wifi_mac_queue.html).
- [77] Б. Е. Лазарева, А. А. Ларионов и **А. А. Мухтаров**. — «Расчёт межконцевых задержек и длин очередей в многошаговой тандемной сети с применением методов машинного обучения». — В: *Материалы Всероссийской конференции с международным участием "Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем" (Москва, 2020)*. — 2020, — С. 43—48.
- [78] В. М. Вишневский, А. А. Ларионов и **А. А. Мухтаров**. — «Расчёт характеристик тандемной сети с фиксированными длинами входящих пакетов методом машинного обучения». — В: *Материалы 13-й конференции с международным участием "Новые информационные технологии в исследовании сложных структур" (ICAM 2020, Томск)*. — 2020, — С. 82.
- [79] Paul J. Burke. — «The Output of a Queuing System». — В: *Operations Research* 4.6 (1956), с. 699—704. — DOI: 10.1287/opre.4.6.699.

- [80] С. С. Владимиров. — *Беспроводные системы передачи данных. Расчет параметров БСПД на основе технологий 802.11 и 802.16 : практикум.* — СПб: СПб- ГУТ, 2019. — 27 с.
- [81] John D. C. Little. — «A Proof for the Queueing Formula:  $L = \lambda W$ ». — B: *Operations Research* 9.3 (1961), c. 383—387. — DOI: 10.1287/opre.9.3.383.
- [82] Renzo Massobrio, Jamal Toutouh и Sergio Nesmachnow. — «Multi-Objective Evolutionary Algorithms for Smart Placement of Roadside Units in Vehicular Networks». — B: *Evolutionary Multi-Objective System Design* (2020), c. 85—114. — DOI: 10.1201/9781315366845-5.
- [83] Claudia Campolo, Antonella Molinaro и Riccardo Scopigno. — «Vehicular ad hoc networks standards, solutions, and research». — B: *Vehicular Ad Hoc Networks Standards, Solutions, and Research* (2015), c. 1—544. — DOI: 10.1007/978-3-319-15497-8.
- [84] Evellyn S. Cavalcante и др. — «Roadside unit deployment for information dissemination in a VANET: An evolutionary approach». — B: *GECCO'12 - Proceedings of the 14th International Conference on Genetic and Evolutionary Computation Companion* (2012), c. 27—34. — DOI: 10.1145/2330784.2330789.
- [85] Abdelkrim KHireddine и Ouamri Mohamed Amine. — «Base station Placement Optimization Using Genetic Algorithms Approach». — B: *International Journal of Computer Aided Engineering and Technology* 12.1 (2020), c. 1. — DOI: 10.1504/ijcaet.2020.10006440.
- [86] Mohamed Ben Brahim, Wassim Drira и Fethi Filali. — «Roadside units placement within city-scaled area in vehicular ad-hoc networks». — B: *2014 International Conference on Connected Vehicles and Expo, ICCVE 2014 - Proceedings* (2014), c. 1010—1016. — DOI: 10.1109/ICCVE.2014.7297500.
- [87] V. M. Vishnevsky, Andrey Larionov и R. V. Smolnikov. — «Optimization of topological structure of broadband wireless networks along the long traffic routes». — B: *Communications in Computer and Information Science* 601 (2016), c. 30—39. — DOI: 10.1007/978-3-319-30843-2\_4.

- [88] Hai-qing Liu и др. — «A Connectivity-based Strategy for Roadside Units Placement in Vehicular Ad Hoc Networks». — В: *International Journal of Hybrid Information Technology* 7.1 (2014), с. 91—108. — DOI: 10.14257/ijhit.2014.7.1.08.
- [89] Zhenguo Gao и др. — «Optimal and Greedy Algorithms for the One-Dimensional RSU Deployment Problem with New Model». — В: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 67.8 (2018), с. 7643—7657. — DOI: 10.1109/TVT.2018.2837033.
- [90] Ali Jalooli, Min Song и Wenye Wang. — «Message coverage maximization in infrastructure-based urban vehicular networks». — В: *Vehicular Communications* 16 (2019), с. 1—14. — DOI: 10.1016/j.vehcom.2019.02.001.
- [91] Andre B. Reis и др. — «Deploying roadside units in sparse vehicular networks: What really works and what does not». — В: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 63.6 (2014), с. 2794—2806. — DOI: 10.1109/TVT.2013.2292519.
- [92] Abderrahim Guerna, Salim Bitam и Carlos T. Calafate. — «AC-RDV: a novel ant colony system for roadside units deployment in vehicular ad hoc networks». — В: *Peer-to-Peer Networking and Applications* 14.2 (2021), с. 627—643. — DOI: 10.1007/s12083-020-01011-3.
- [93] Chunyan Liu, Hejiao Huang и Hongwei Du. — «Optimal RSUs deployment with delay bound along highways in VANET». — В: *Journal of Combinatorial Optimization* 33.4 (2017), с. 1168—1182. — DOI: 10.1007/s10878-016-0029-5.
- [94] Haizhou Bao и др. — «Minimal road-side unit placement for delay-bounded applications in bus Ad-hoc networks». — В: *2017 IEEE 36th International Performance Computing and Communications Conference, IPCCC 2017* 2018-January (2018), с. 1—7. — DOI: 10.1109/PCCC.2017.8280441.
- [95] Ioannis Mavromatis и др. — «Efficient millimeter-wave infrastructure placement for city-scale ITS». — В: *IEEE Vehicular Technology Conference* 2019-April (2019). — DOI: 10.1109/VTCSpring.2019.8746518. — arXiv: 1903.01372.
- [96] Ю. В. Чиркова. — «Задача выбора и размещения базовых станций в беспроводной сет». — В: *Управление большими системами: сборник трудов*. 87 (2020), с. 26—46.

- [97] Roman Ivanov и др. — «On a problem of base stations optimal placement in wireless networks with linear topology». — В: *Communications in Computer and Information Science* 919 (2018), с. 505—513. — DOI: 10.1007/978-3-319-99447-5\_43.
- [98] С.В. Дейнеко и др. — *Основное технологическое оборудование и процессы транспорта нефти и нефтепродуктов*. — Москва: РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, 2018.
- [99] Mateusz Krzysztoń и Ewa Niewiadomska-Szynkiewicz. — «Intelligent Mobile Wireless Network for Toxic Gas Cloud Monitoring and Tracking». — В: *Sensors* 21.11 (май 2021), с. 3625. — DOI: 10.3390/s21113625.
- [100] Amjad Mehmood, Jaime Lloret и Sandra Sendra. — «A secure and low-energy zone-based wireless sensor networks routing protocol for pollution monitoring». — В: *Wireless Communications and Mobile Computing* 16.17 (2016), с. 2869—2883. — DOI: 10.1002/wcm.2734.
- [101] Tzu-Hsuan Lin и др. — «Buried Wireless Sensor Network for Monitoring Pipeline Joint Leakage Caused by Large Ground Movements». — В: *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice* 10.4 (2019), с. 04019023. — DOI: 10.1061/(asce)ps.1949-1204.0000392.
- [102] Mutiu Adesina Adegbeye, Wai Keung Fung и Aditya Karnik. — «Recent advances in pipeline monitoring and oil leakage detection technologies: Principles and approaches». — В: *Sensors (Switzerland)* 19.11 (2019). — DOI: 10.3390/s19112548.
- [103] N. Yu. Alekseev и P. V. Zyuzin. — «Assessment of Applicability of Wi-Fi Analytics in Studies of Urban Public Transport Passenger Flow (Moscow Case Study)». — В: *World of Transport and Transportation* 19.3 (2021), с. 54—66. — DOI: 10.30932/1992-3252-2021-19-3-6.
- [104] *Moscow Metro delivers fast Wi-Fi to millions of passengers*. — URL: <https://www.radwin.com/wp-content/uploads/2018/07/case-study-Moscow-Metro-w.pdf> (дата обр. 28.02.2022).
- [105] Oleg Soykin и др. — «Wideband Dual-polarized Antenna for Wi-Fi Communication Networks». — В: *14th European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP 2020* (2020). — DOI: 10.23919/EuCAP48036.2020.9135260.

- [106] А. А. Адеркина и др. — «Радиопланирование систем беспроводной связи в тоннелях метрополитена». — В: *Радиотехнические и телекоммуникационные системы* 37.1 (2020), с. 41—53.
- [107] А. А. Адеркина и др. — «Измерение и анализ ослабления сигнала диапазона 5 ГГц при распространении вдоль участков метрополитена различного типа». — В: *Радиотехнические и телекоммуникационные системы* 41.1 (2021), с. 33—45.
- [108] Xingqi Zhang и др. — «Physics-Based Optimization of Access Point Placement for Train Communication Systems». — В: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 19.9 (сент. 2018), с. 3028—3038. — DOI: 10.1109/TITS.2017.2777982. — URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8271988/>.
- [109] G. B. Dantzig. — *Linear Programming and Extensions*. — Princeton University Press, 1963.
- [110] О.Ю. Першин. — *Оптимизация на конечных множествах и методы неявного перебора. Монография*. — Москва: Издательский центр РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, 2013. — 85 с.
- [111] О. Г. Алексеев. — *Комплексное применение методов дискретной оптимизации*. — М: Наука, 1987. — 248 с.
- [112] А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов и Федоров В. В. — *Курс методов оптимизации*. — М: Наука, 1986. — 328 с.
- [113] A. H. Land и A. G. Doig. — «An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems». — В: *Econometrica* 28.3 (1960), с. 497. — DOI: 10.2307/1910129.
- [114] Bernhard Meindl и Matthias Templ. — «Analysis of commercial and free and open source solvers for linear optimization problems». — В: *ESSnet on common tools and harmonised methodology for SDC in the ESS* 1.1 (2012), с. 1—14. — URL: <http://www.statistik.tuwien.ac.at/forschung/CS/CS-2012-1complete.pdf>.
- [115] Wen Yang Ku и J. Christopher Beck. — «Mixed Integer Programming models for job shop scheduling: A computational analysis». — В: *Computers and Operations Research* 73 (2016), с. 165—173. — DOI: 10.1016/j.cor.2016.04.006.

- [116] Rimmi Anand, Divya Aggarwal и Vijay Kumar. — «A comparative analysis of optimization solvers». — В: *Journal of Statistics and Management Systems* 20.4 (2017), с. 623—635. — DOI: 10.1080/09720510.2017.1395182.
- [117] И.Х. Сигал и А.П. Иванова. — *Введение в прикладное дискретное программирование. Модели и вычислительные алгоритмы*. — Москва: Физматлит, 2007. — 304 с.
- [118] М Гэри и Д Джонсон. — *Вычислительные машины и труднорешаемые задачи*. — Мир, 1982. — 416 с.
- [119] В. А. Емеличев и В.И. Комлик. — *Метод построения последовательности планов для решения задач дискретной оптимизации*. — Москва: Наука, 1981. — 208 с.
- [120] О. Ю. Першин. — «Метод нахождения последовательности лучших решений для задач оптимизации на конечных множествах и задача реконструкции сети». — В: *Автоматика и телемеханика* 12 (1999).
- [121] О. Ю. Першин. — «Метод нахождения последовательности лучших решений для задач оптимизации на конечных множествах и задача реконструкции сети». — В: *Автоматика и телемеханика* 6 (2002).
- [122] Р. Е. Иванов, **А. А. Мухтаров** и О. Ю. Першин. — «Задача оптимального размещения заданного множества базовых станций беспроводной сети связи с линейной топологией». — В: *Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности* 549.4 (2019), с. 39—45. — DOI: 10.33285/0132-2222-2019-4(549)-39-45.
- [123] R. Ivanov, **A. Mukhtarov** и O. Pershin. — «A Problem of Optimal Location of Given Set of Base Stations in Wireless Networks with Linear Topology». — В: *Communications in Computer and Information Science* 1141 CCIS (2019), с. 53—64. — DOI: 10.1007/978-3-030-36625-4\_5.
- [124] **А. А. Мухтаров**, Р. Е. Иванов и О. Ю. Першин. — «Математические модели задачи размещения базовых станций для контроля линейной территории». — В: *Proceedings of the 22nd International Scientific Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN-2019, Moscow)*. — 2019, — С. 205—212.

- [125] **A. Mukhtarov** и др. — «On Optimal Placement of Base Stations in Wireless Broadband Networks to Control a Linear Section with End-to-End Delay Limited». — В: *Communications in Computer and Information Science* 1337 (2020), с. 30—42. — DOI: 10.1007/978-3-030-66242-4\_3.
- [126] Б. М. Вишневский, **А. А. Мухтаров** и О. Ю. Першин. — «Задача оптимального размещения базовых станций широкополосной сети для контроля линейной территории при ограничении на величину межконцевой задержки». — В: *Материалы 23-й Международной научной конференции "Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь" (DCCN-2020, Москва)*. — 2020, — С. 148—155.
- [127] **A. A. Mukhtarov** и A. M. Sokolov. — «A base station placement of an wireless network with linear topology and a network performance evaluation with NS-3». — В: *Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем: материалы Всероссийской конференции с международным участием, Москва, 19–23 апреля 2021 года*. — 2021, — С. 425—430.
- [128] О. Ю. Першин и др. — «Оптимальное размещения базовых станций в рамках комплексного проектирования беспроводной сети». — В: *Информационные технологии и вычислительные системы* 1 (2022), с. 12—25. — DOI: 10.14357/20718632220102.
- [129] Cihan Tugrul Cicek, Hakan Gultekin и Bulent Tavli. — «The location-allocation problem of drone base stations». — В: *Computers and Operations Research* 111 (2019), с. 155—176. — DOI: 10.1016/j.cor.2019.06.010.
- [130] E. G. Medvedeva и др. — «Application of Clustering in Deployment of Mobile Access Points in Air-Ground Wireless Networks». — В: *Systems and Means of Informatics* (дек. 2020). — DOI: 10.14357/08696527200403. — URL: [http://www.ipiran.ru/journal\\_system/article/08696527200403.html](http://www.ipiran.ru/journal_system/article/08696527200403.html).
- [131] Emil M. Khayrov и др. — «Simulating uav's movement for servicing user groups with a reference point in wireless networks». — В: *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)* 12526 LNCS (2020), с. 415—425. — DOI: 10.1007/978-3-030-65729-1\_37.

- [132] Péter Kovács. — «Minimum-cost flow algorithms: An experimental evaluation». — B: *Optimization Methods and Software* 30.1 (2015), c. 94—127. — DOI: 10.1080/10556788.2014.895828.
- [133] Z. Király и P. Kovács. — «Efficient implementations of minimum-cost flow algorithms». — B: (2012). — arXiv: 1207.6381. — URL: <http://arxiv.org/abs/1207.6381>.
- [134] Jincheng Jiang, Jinsong Chen и Chisheng Wang. — «Multi-granularity hybrid parallel network simplex algorithm for minimum-cost flow problems». — B: *Journal of Supercomputing* 76.12 (2020), c. 9800—9826. — DOI: 10.1007/s11227-020-03227-9.
- [135] James B. Orlin. — «A polynomial time primal network simplex algorithm for minimum cost flows». — B: *Mathematical Programming, Series B* 78.2 (1997), c. 109—129. — DOI: 10.1007/BF02614365.
- [136] Robert E. Tarjan. — «Dynamic trees as search trees via Euler tours, applied to the network simplex algorithm». — B: *Mathematical Programming, Series B* 78.2 (1997), c. 169—177. — DOI: 10.1007/BF02614369.
- [137] Michael Holzhauser, Sven O. Krumke и Clemens Thielen. — «A network simplex method for the budget-constrained minimum cost flow problem». — B: *European Journal of Operational Research* 259.3 (2017), c. 864—872. — DOI: 10.1016/j.ejor.2016.11.024. — arXiv: 1607.02284.
- [138] NetworkX. — URL: <https://networkx.org/> (дата обр. 10.03.2022).
- [139] А. А. Мухтаров и О. Ю. Першин. — «Задача оптимального размещения базовых станций широкополосной беспроводной сети.» — В: *Материалы Региональной научно-технической конференции «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 2018)*. — 2019, — С. 177.
- [140] А. А. Мухтаров и О. Ю. Першин. — «Математические модели задач оптимального размещения базовых станций беспроводной сети связи». — В: *Материалы 3-й Региональной научно-технической конференции, посвященной 110-летию А.И. Скобло и 105-летию Г.К. Шрейбера «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 2019)*. — 2019, — С. 223.

- [141] **А. А. Мухтаров** и О. Ю. Першин. — «Задача размещения базовых станций широкополосной связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов». — В: *Труды 13-го Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ XIII, Москва, 2019)*. — 2019, — С. 2992—2994.
- [142] **А. А. Мухтаров** и О. Ю. Першин. — «Оптимальное размещение базовых станций широкополосной беспроводной сети связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов». — В: *Труды 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва)*. — 2019, — С. 531—537.
- [143] **А. А. Мухтаров** и О. Ю. Першин. — «Оптимальное размещение базовых станций широкополосной беспроводной сети связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов». — В: *Материалы 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва)*. — 2019, — С. 610—612.
- [144] **А. А. Мухтаров**. — «Программный комплекс для расчета задачи оптимального размещения базовых станций». — Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук. — 1 марта 2022.
- [145] *Gurobi Optimizer*. — URL: <https://www.gurobi.com/products/gurobi-optimizer/> (дата обр. 10.03.2022).
- [146] *SciPy*. — URL: <https://scipy.org/> (дата обр. 10.03.2022).
- [147] *Optimization Toolbox*. — URL: <https://www.mathworks.com/products/optimization.html> (дата обр. 16.03.2022).

## Список рисунков

1.1	Задача синтеза топологии при проектировании БШС в рамках цифровой трансформации "Индустрія 4.0". . . . .	12
1.2	Этапы проектирования БШС. . . . .	13
1.3	Часть стека протоколов 802.11 . . . . .	17
1.4	Архитектура сети LTE. . . . .	20
1.5	Сценарии развертывания 5G NR . . . . .	23
1.6	Энергетический потенциал линии связи. . . . .	27
1.7	Соединение между станциями. . . . .	33
1.8	Покрытие станции . . . . .	34
1.9	Процедура Backoff . . . . .	35
1.10	Очереди с поддержкой QoS . . . . .	37
1.11	Структура кадра LTE . . . . .	39
1.12	Структура кадра 5G NR . . . . .	41
1.13	Сравнение моделей массового обслуживания с данным NS-3 . . . . .	43
1.14	Прогнозная модель величины межконцевой задержки . . . . .	44
1.15	Семо с кросс-трафиком и узлами $M/M/1$ . . . . .	46
2.1	Беспроводная сеть вдоль автомобильных дорог . . . . .	51
2.2	Беспроводная сеть вдоль нефте- и газопроводов . . . . .	52
2.3	Охват покрытия БС . . . . .	55
2.4	Область покрытия между любыми двумя точками . . . . .	57
2.5	Телекоммуникационная связь между базовыми станциями . . . . .	59
2.6	Обеспечение телекоммуникационной связи с соседней станцией . . . . .	59
2.7	Ветвление бинарного дерева . . . . .	64
2.8	Движение по дереву поиска . . . . .	65
3.1	Заданное размещение. . . . .	82
3.2	Допустимое решение. . . . .	83
3.3	Множество $A$ . . . . .	89
3.4	Решение задачи ЧЦЛП. . . . .	92
4.1	Параметры конфигурации . . . . .	94
4.2	Параметры БС . . . . .	95

4.3	Структура программно-вычислительного комплекса . . . . .	96
4.4	Пример полученного решения задачи . . . . .	97
4.5	Решение задачи методом ветвей и границ . . . . .	106
4.6	Решение задачи методом полного перебора . . . . .	111

## Список таблиц

1	Численные значения параметров модели SUI. . . . .	30
2	Конфигурации кадра в LTE при временном дуплексе (TDD) . . . . .	40
3	Интервалы поднесущих . . . . .	41
4	Координаты вершин . . . . .	82
5	Мощности узлов графа . . . . .	82
6	Матрица смежности графа потока . . . . .	83
7	Рассредоточенные объекты . . . . .	90
8	Точки размещения станций . . . . .	90
9	Типы станций . . . . .	90
10	Параметры шлюза . . . . .	91
11	Расширенное множество $A_2D$ . . . . .	91
12	Матрица смежности . . . . .	91
13	Координаты точек размещения . . . . .	97
14	Параметры шлюзов . . . . .	98
15	Параметры БС для задачи ЦЛП . . . . .	98
16	Параметры устройств . . . . .	99
17	Рассчитанные радиусы связи между станциями . . . . .	100
18	Рассчитанные радиусы покрытия станций . . . . .	100
19	Решение задачи ЦЛП . . . . .	100
20	Параметры БС для задачи в комбинаторной форме . . . . .	102
21	Оптимальное решение . . . . .	104
22	Допустимые решения . . . . .	104
23	Решение методом ветвей и границ . . . . .	110
24	Решение полным перебором . . . . .	111
25	Сравнение метода расчета оценок недопокрытия справа . . . . .	112
26	Результаты численного решения. . . . .	115

## Приложение А

## Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ

3363

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2022613213

«Программный комплекс для расчета задачи  
оптимального размещения базовых станций»

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук (RU)*

Автор(ы): *Мухтаров Амир Амангельдыевич (RU)*

Заявка № 2022612066

Дата поступления 15 февраля 2022 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 01 марта 2022 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов

