### Оглавление

		Стр.
Введе	ие	5
Глава	. Внедрение БШС на нефтегазовых месторождениях	10
1.1	Этапы проектирования БШС	11
1.2	Анализ современных беспроводных широкополосных технологий	
	передачи данных	14
	1.2.1 Ячеистые сенсорные сети с низкоскоростным трафиком .	14
	1.2.2 Сети дальнего радиуса действия с высокоскоростным	
	трафиком	18
	1.2.3 Выбор протокола беспроводной широкополосной сети	
	для решения задачи синтеза топологий	22
1.3	Определение параметров БШС, необходимых для решения	
	задач размещения базовых станций	23
	1.3.1 Энергетический потенциал канала связи	24
	1.3.2 Модель потерь в свободном пространстве	26
	1.3.3 Модель распространения SUI	28
	1.3.4 Модель двух лучевого распространения	30
	1.3.5 Расчет параметров БС, необходимых для задач	
	оптимизации	30
1.4	Оценка характеристик производительности сети с помощью	
	стохастических моделей массового обслуживания	32
	1.4.1 Время передачи пакета в канале	32
	1.4.2 Расчет межконцевой задержки	35
1.5	Выводы по главе 1	38
Глава	2. Размещения базовых станций БШС для покрытия	
	линейной территории	40
2.1	Актуальность внедрения БШС для линейного участка на	
	месторождении	40

			Стр.
2.2	Матем	матические модели синтеза топологии сети для охвата	
		ного участка в виде задачи целочисленного линейного	
	прогр	аммирования	. 44
	2.2.1	Постановка задачи	. 46
	2.2.2	Модель целочисленного линейного программирования .	
2.3	Матем	матические модели синтеза топологии сети для охвата	
	линей	ного участка в виде экстремальной задачи в	
	комби	инаторной форме	. 52
	2.3.1	Постановка задачи	. 53
	2.3.2	Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве Г	. 55
	2.3.3	Метод ветвей и границ для задачи размещения БС	. 58
	2.3.4	Построения последовательности топологий для	
		итерационной процедуры моделирования БШС	. 63
2.4	Сравн	нительная оценка полученных моделей	. 65
2.5	Вывод	ды по Главе 2	. 70
Гтопо	2 Dos	DIIC	
глава		змещение базовых станций БШС для служивания множества рассредоточенных объектов	. 72
3.1		альность внедрения БШС для обслуживания	. 12
5.1	v	едоточенных объектов на месторождении	. 72
3.2		па при заданных местах размещения станций	-
3.3		мизационная задача выбора набора размещаемых станций	. 10
0.0		еделения мест их размещения	. 77
	3.3.1	Постановка задачи.	
	3.3.2	Построение матрицы смежности	
	3.3.3	Математическая модель частично целочисленного	. 10
	0.0.0	линейного программирования	. 80
3.4	Вывол	ды к главе 3	
3.1	BBiBor		. Q <b>2</b>
Заклю	чение		. 82
Списо	k cove	ращений и условных обозначений	. 83
Списо	к сокр	ащении и условных обозначении	. 00
Слова	рь тер	оминов	. 84

	Стр.
Список литерат	<b>уры</b>
Список рисунко	ов
Список таблиц	
Приложение А.	Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи           2, 3 и 4
Приложение Б.	Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи целочисленного линейного программирования
Приложение В.	Метод ветвей и границ на примере задачи размещени двух базовых станций
Приложение Г.	Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме
Приложение Д.	Численный пример оптимального размещения базовых станций для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов

# Глава 3. Размещение базовых станций БШС для обслуживания множества рассредоточенных объектов

Алгоритм Дейкстры для проверки условия наличия пути от объектов до шлюза

# 3.1 Актуальность внедрения БШС для обслуживания рассредоточенных объектов на месторождении

Построение современной инфраструктуры передачи информации для обслуживания множества объектов промышленного или гражданского назначения, рассредоточенных на некоторой территории, является актуальной задачей при создании единой систем контроля и управления указанными объектами. Создание такой инфраструктуры позволяет обеспечить оперативный контроль и управление объектами путем передачи необходимой информации с сенсоров и датчиков объектов в соответствующий внешнее приемное устройство. Для создания подобной инфраструктуры эффективно используются сети широкополосной беспроводной связи, необходимым этапом проектирования которых является решение задачи определения мест размещения базовых станций [1].

В работе [2] предложен новый протокол сенсорной сети на базе IEEE 802.11 для мониторинга случаев загрязнений углеводородами.

В работе [3] исследуются различные протоколы сенсорных сетей для мониторинга над газораспределительной городской сеть. Вся газораспределительная сеть разделена на более мелкие, управляемые сегменты, каждый из которых имеет свою базовую станцию, которая может отправлять собранные данные в центральную базу данных компании.

В настоящей работе строятся и исследуются две математические модели задач размещения базовых станций, которые применимы на этапе синтеза топологии сети в процессе комплексного проектирования мультимедийных сетей. Предлагается модель для проверки существования допустимого решения при условии выполнении технологических ограничений для предложенной на предыдущих этапах схемы расстановки станций и модель для оптимизацион-

ной задачи. Оптимизационная задача состоит в выборе множества станций из заданного набора типов станций с различными характеристиками и их расстановки на избыточном множестве возможных мест размещения. В поставленной задаче рассматривается задача обслуживания объектов, расположение которых задано их координатами на плоскости. Особенностью такой задачи в широком классе задач оптимального размещения мощностей является наличие условия на наличие информационной связи между станциями и внешним приемным устройством (шлюзом), выполнение которого гарантирует поступление всей информации с контролируемых объектов в центр управления.

В данной главе будет предложена задача оптимального размещения базовых станций, принадлежащая к широкому классу задач размещения мощностей (Resource Allocation Problem).

В [4] решают задачу размещения мощностей с помощью генетического алгоритма. Авторы занимаются развертыванием устройств распределенных вычислений, серверов, вблизи устройств конечных пользователей. Связующим звеном между конечным пользователем и сервером являются базовые станции.

В рамках широкого класса задач размещения мощностей в наших задачах размещения присутсвует специфика на связь между всеми узлами сети и наличие линейной траектории в случае задачи с линейной топологией.

### 3.2 Задача при заданных местах размещения станций.

Представленная модель задачи ЛА является задачей о потоке минимальной стоимости. Задача о потоке минимальной стоимости играет одну из основных ролей в области оптимизации сетей [5]. Она используется для нахождения минимальной стоимости потока с множества узлов поставок до множества узлов потребителей в направленном графе с ограничениями на пропускную способность и целевой функцией стоимости, зависящей от пути потока в графе. Задача имеет широкой спектр приложений в различных областях: задачах транспортировки, расписания, ресурсного планирования, телекоммуникации, проектировании сетей и маршрутизации [5] добавить.

Задачу о потоке минимальной стоимости можно решить с помощью симплекс-метода [6]. Для решения классическим способом задачи ЛП необходимо задавать ориентированный граф. В случае модели () — () моя модель ЛП, ребра графа между станциями  $s_j$  в точках  $A_2$  двунаправленные. Предполагается, что передача информации может идти в обоих направлениях либо от  $s_i$  к  $s_j$  через ребро  $w_{ij}$ , либо от  $s_j$  к  $s_i$  через ребро  $w_{ji}$ , соответственно,  $i=\overline{n_1+1,n}, j=\overline{n_1+1,n}, i\neq j$  (Рисунок 3.1). Данное особенность задачи портит решение, полученное с помощью классического симплекс метода в линейной форме. Допустимым решением в таком случае будет являться сеть, содержащая циклы между узлами  $s_i$  и  $s_j$ . Для получения объективного решения воспользуемся сетевым симплекс методом, чтобы учесть специфику задачи.

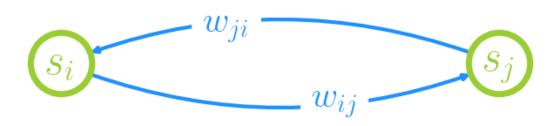


Рисунок 3.1-3адача синтеза топологии при проектировании БШС в рамках цифровой трансформации "Индустрия 4.0".

С момента публикации Данцигом симплекс-метода [6], изначально разработанного для задач транспортировки, были получены много новых усовершенствованные моделей, одним из которых является сетевой симплекс-метод. Метод симплекс-типа применяется для решения задач потока минимальной стоимости. Сетевой симплекс алгоритм с наилучшей стоимостью был разработан Орлином [7] в сочетании с древовидной структурой данных Тарьяна [8].

С середины прошлого века было разработано множество алгоритмов.

После получения, матрицы смежности H необходимо, убедиться, что данный граф является связным. Хотя может это и проверяем в ЛП. Пока так оставить

Задано множество вершин  $A = \{a_i\}, i = \overline{0,n}$  на плоскости. Каждая вершина  $a_i$  имеет координаты  $\{x_i, y_i\}$ .

Множество A состоит из двух подмножеств:

- $-A_1$  множество вершин, которое соответствует объектам, с которых необходимо собирать информацию. Каждой вершине  $a_i$  приписана величина  $v_i$  максимальный объем информации, снимаемой с объекта, расположенного на этой вершине. В частности, объектами могут быть любые стационарные абонентские устройства сети 802.11n. В дальнейшем будем считать, что каждая вершина из  $A_1$  является объектом контроля.
- $-A_2$  множество мест, где размещены базовые станции. В дальнейшем вершину из  $A_2$  будем идентифицировать не только как место размещения, но и как соответствующую станцию.

По определению:

$$A_1 \cup A_2 = \varnothing;$$

$$A_1 \cap A_2 = A.$$

Все вершины пронумерованы так,что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Каждой вершине из  $A_2$  приписаны три параметра  $s_i = \{r_i, R_{ij}, \vartheta_i\}$ , где:

- $-r_i$  максимальный радиус покрытия станции. Параметр, который характеризует зону охвата территории каждой станцией;
- $-R_{ij}$  максимальный радиус связи между i-ой и j-ой станциями. Параметр характеризует расстояние, на котором обеспечивается связь между станциями;
- $-\vartheta_{i}$  максимальный объем информации в единицу времени, который может быть получен от объектов, обслуживаемых станцией.

Также задана вершина специального вида (шлюз)  $s_0 = \{r_0, R_0, \vartheta_0\}$  с координатами  $\{x_0, y_0\}$ . По условию задачи величина  $\vartheta_0$  больше суммы величин  $\vartheta_i$  у всех вершин множества  $A_1$ .

Задано условие, что со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества  $A_2$ .

Требуется проверить, что при заданных наборе и размещении станций вся имеющаяся информация с объектов (множество  $A_1$ ) может быть собрана и передана системой станций (множество  $A_2$ ) до шлюза  $s_0$ .

Сформулируем задачу в виде модели ЛП.

Составим граф  $H = \{A, E\}$  для возможного потока информации между вершинами множества  $A = A_1 \cup A_2$ . По определению, каждой вершине из  $A_2$  соответствует свой набор параметров  $\{r_i R_i, \vartheta_i\}$ . Матрица смежности  $E = \{e_{ij}\}$  графа H строится по следующим правилам:

- $-e_{ij}=1$ , если расстояние между i-ым объектом  $(a_i \in A_1)$  и j-ым местом размещения станции  $(a_j \in A_2)$  не более радиуса покрытия для станции соответствующего этой вершине типа;
- $-e_{ij}=1$ , если расстояние между i-ым местом размещения  $(a_i\in A_2)$  и j-ым местом размещения  $(a_j\in A_2)$ , не более радиуса связи той станции, у которой радиус связи не больше радиуса связи другой станции;
- $-e_{i0}=1$ , если расстояние от вершины  $a_i \in A_2$  до шлюза не более  $R_i$ ;
- $-e_{ij}=0$ , во всех остальных случаях.

Введем переменные  $x_{ij} \ge 0$ . Это искомое количество информации, передаваемой в единицу времени по дуге  $e_{ij}$  графа H. Распишем условия для нашей задачи. Величина суммарного потока, который выходит с объекта равен весу  $\vartheta_i$ :

$$\sum_{a_i \in \Gamma^+(a_i)} x_{ij} = \vartheta_i, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}, \tag{3.1}$$

где  $\Gamma^+(a_i)$  – множество вершин на графе H, в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Сумма входящих и выходящих потоков для любой i-ой вершины множества  $A_2$  равна нулю:

$$\sum_{a_j \in \Gamma_1^-(a_i)} x_{ij} + \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ji} - \sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} x_{ij} = 0, \forall a_i \in A_2.$$
 (3.2)

Здесь множество  $\Gamma_1^-(a_i)$  – вершины множества  $A_1$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^-(a_i)$  – вершины множества  $A_2$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^+(a_i)$  – вершины множества  $A_2$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Через систему станций вся информация от объектов должна поступить на шлюз  $s_0$ :

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i; \tag{3.3}$$

проверить индексы i, g Объем информации, поступающей с других вершин на станцию, если она размещена на j-ой вершине, ограничен мощностью станции  $\vartheta_j$ :

$$\sum_{a_j \in \Gamma^-(a_i)} x_{ji} \leqslant \vartheta_j, \forall a_j \in A_2 D. \tag{3.4}$$

Для нахождение допустимого решения задачи (3.1) - (3.4) (или доказательства, что допустимого решения не существует) может быть применена стандартная процедура нахождения допустимого решения задачи линейного программирования с вводом искусственных переменных в уравнения (3.1) - (3.4) и минимизации состоящей из этих переменных линейной формы. Если значение целевой функции в результате решения задачи окажется больше нуля, то допустимого решения для данного размещения станций не существует, в противном случае полученное решение дает допустимое распределение потоков по каналам связи.

## 3.3 Оптимизационная задача выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения

### 3.3.1 Постановка задачи.

Задано множество вершин  $A=a_i,\,i=\overline{0,n}$  на плоскости. Каждая вершина  $a_i$  имеет координаты  $\{x_i,y_i\}$ . Множество A состоит из двух подмножеств:

- $-A_1$  множество вершин, с которых необходимо собирать информацию. Каждой вершине  $a_i$  приписана величина  $v_i$  — максимальный объем информации, снимаемой с объекта, расположенного на этой вершине;
- $-A_2$  множество возможных мест размещения базовых станций. По определению

$$A_1 \cup A_2 = A$$
;

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset$$
.

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Задано множество типов базовых станций  $S=\{s_j\},\ j=\overline{1,m},$  которые необходимо разместить на множестве точек  $A_2.$ 

Каждой станции приписаны четыре параметра  $s_j = \{\{r_{ji}\}, \{R_{ji}\}, \vartheta_j, c_j\},$ где:

- $-r_{ji}$  максимальный дальность связи для обеспечения соединения между j-ой станцией и объектом, размещенный в координате  $a_i, j = \overline{n_1 + 1, n},$   $i = \overline{1, n_1}$ . Данный параметр характеризует радиус покрытия станции;
- $-R_{ji}$  радиус связи между j-ой и i-ой станциями. Параметр характеризует максимальную дальность связи j-ой станции, обеспечивающее заданное качество соединения с i-ой станцией,  $j=\overline{n_1+1,n},\ i=\overline{n_1+1,n},\ j\neq i;$
- $\vartheta_{j}$  пропускная способность;
- $-c_j$  стоимость.

Задана станция специального вида (шлюз)  $s_0 = \{r_0, \{R_{0j}\}, \vartheta_0, c_0\}$  с координатами  $\{x_0, y_0\}$ . Шлюз уже имеет свое расположение, стоимость размещения  $c_0 = 0$ . Для шлюз задан параметр радиус связи  $\{R_{0j}\}, j = \overline{n_1 + 1, n}$  для соединения с размещаемыми БС. Полагается, что шлюз не имеет соединения напрямую с объектами  $r_0 = 0$ . Также будем считать, что шлюз  $s_0$  позволяет собрать данные со всех объектов, размещенных в точках  $a_i$ ,  $i = \overline{1,n_1}$ , в данной постановке задачи пропускная способность равна  $\vartheta_0 = \infty$ .

Множества вершин  $A_1$  будем идентифицировать как размещенные на них объекты. Множества верише  $A_2$ , на которых будут размещены БС, будем рассматривать, непосредставенно, как сами БС.

Требуется разместить станции таким образом, чтобы вся информация с объектов на вершинах множества  $A_1$  могла быть собрана и передана системой БС, размещенных на выбранных в результате решения задачи в вершинах множества  $A_2$ , до шлюза  $s_0$  и итоговая стоимость размещения была бы минимальной.

Задано условие, что информация с вершин множества  $A_1$  может передаваться непосредственно только на вершины множества  $A_2$ , а со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества  $A_2$ .

### 3.3.2 Построение матрицы смежности

На этапе обследования местности проектировании БШС были отобраны точки, куда возможно расставить БС. Необходимо отметить, что в данной задаче этапа синтеза топологии размещаются не множества имеющихся БС, а выбираются только их типы. Так результатом данного этапа будут набор типов БС и их места размещения.

На каждой вершине  $a_i$ ,  $i=\overline{n_1+1,n}$  может разместиться одна из m-типов БС. Вместо каждой такой вершины  $a_i$  введем m вершин с координатами вершины  $\{x_i,y_i\}$ , и различными параметрами, соответствующими различным типам станций. Обозначим такую группу вершин, записанных с одинаковыми координатами вместо вершины  $a_i$ ,как  $D_i$ . Каждой вершине из  $D_i$  поставим в соответствие набор параметров только одного типа станции из S, т.е. на данной вершине может стоять либо станция приписанного типа либо никакая. Обозначим расширенное множество вершин  $A_2$  через  $A_2D=\{a_i\}, i=\overline{n_1+1,\,n\cdot m}$ .

Составим граф  $H = \{AD, E\}$ , описывающий сеть для передачи потока информации между вершинами расширенного множества  $AD = A_1 \cup A_2D$  и шлюзом. Матрица смежности  $E = \{e_{ij}\}$  графа H, где каждое ребро  $e_{ij}$  определяет возможность передачи информации между вершинами, строится по следующим правилам.

- $-e_{ij}=1$ , если расстояние между i-ой вершиной  $(a_i\in A_1)$  и j-ой вершиной  $(a_j\in A_2D)$  не более радиуса покрытия  $r_ji$ , приписанного этой вершине;
- $-e_{ij}=1$ , если вершины  $a_i$  и  $a_j$  принадлежат разным множествам  $D_i$  и  $D_j$  и расстояние между ними не больше минимального из радиусов связи  $\min\{R_{ij},R_{ji}\}$ , приписанных данным вершинам;
- $-e_{i0}=1$  ( $a_i \in A_2D$ ), если расстояние от вершины до шлюза не больше минимального радиуса связей  $\min\{R_{i0},R_{0i}\}$ ;
- $-e_{ij}=0$ , во всех остальных случаях.

### 3.3.3 Математическая модель частично целочисленного линейного программирования

С помощью полученного графа потока, опишем ограничения для задачи частично целочисленного линейного программирования (ЧЦЛП).

Введем булевы переменную  $z_{ij} = \{0,1\}, i = \overline{1,n_1}, j = \overline{n_1 + 1, n \cdot m}.$ 

Все объекты, размещенные на вершинах  $A_1$ , оснащены антеннами для передачи сигнала в беспроводной среде. Каждая объект одновременно может поддерживать соединение только с одной БС. Данной условие можно записать в виде ограничения равенства (3.5)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} z_{ij} = 1, \forall a_i, i = \overline{1, n_1},$$
(3.5)

где  $\Gamma^+(a_i)$  – множество вершин на графе H, в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Введем потоковые переменные  $x_{ij} \in \mathbb{R}^+$ .

Потоки информации объектов с вершин  $A_1$  должны поступать на станции. Также на станции может поступать потоки с других станций. Необходимо, чтобы сумма входящих и выходящих потоков для любой i-ой вершины множества  $A_2D$  был равен нулю (3.6)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_1^-(a_i)} z_{ij} \cdot \vartheta_i + \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ji} - \sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} x_{ij} = 0, \forall a_i \in A_2.$$
 (3.6)

Здесь множество  $\Gamma_1^-(a_i)$  – вершины множества  $A_1$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^-(a_i)$  – вершины множества  $A_2D$ , из которых выходят

дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^+(a_i)$  – вершины множества  $A_2D$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Через систему станций вся информация от объектов должна поступить на шлюз  $s_0$  (3.7)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i, \tag{3.7}$$

здесь  $\Gamma_2^-(a_0)$  — подмножество вершин множества  $A_2D$ , дуги которых входят в шлюз  $a_0$ .

Введем булевы переменные  $y_{ij} = \{0,1\}$  для вершин  $a_i, a_i \in A_2D$ , характеризующие наличие соединения между вершинами.

Поток информации  $w_{ij}$  вершин  $a_i$  множества  $A_2D$  может передаваться только при наличии соединения  $y_{ij}$ . Также данный поток ограничен пропускной способностью БС  $\vartheta_i$  на вершине  $a_i$  (3.8)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ij} \leqslant y_{ij} \cdot \vartheta_i, \forall a_i \in A_2 D.$$
(3.8)

Каждая станция может иметь только одно соединение для передачи потока информации в единицу времени. Также необходимо обеспечить условие, что в каждом множестве  $D_i$  может быть размещено не более одной станции. Оба этих требования можно записать в виде ограничения неравенства (3.9)

$$\sum_{a_i \in \Gamma_2^-(a_i)} y_{ij} \leqslant 1, \forall D_i. \tag{3.9}$$

Целевая функция задачи минимизации стоимости размещения (3.10)

$$\sum_{a_i \in A_2 D} \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} c_i \cdot y_{ij} \to min. \tag{3.10}$$

Задача (3.5)-(3.10) представляет собой частично целочисленную задачу линейного программирования с  $m\cdot |A_2|$  булевыми переменными.

Численный пример решения задачи оптимизации представлен в Приложении Д.

#### 3.4 Выводы к главе 3

В работе рассмотрены задачи размещения базовых станций при проектировании беспроводных широкополосных сетей связи. Предложены формулировки задач в виде моделей линейного и частично целочисленного линейного программирования как для случая проверки наличия допустимых решений для вариантов, предложенных проектировщиками, так и для экстремальной задачи отбора множества станций из имеющегося набора типов станций и оптимального размещения станций выбранного множества на избыточном множестве возможных мест размещения. Предложены алгоритмы построения графов информационных потоков, позволившие формализовать задачи в виде соответствующих моделей математического программирования. Приведены результаты вычислительного эксперимента.

#### Список литературы

- [1] В. М. Вишневсикй. *Теоретические основы проектирования компьютер*ных сетей. — Москва: Техносфера, 2003. — 512 с.
- [2] Amjad Mehmood, Jaime Lloret и Sandra Sendra. «A secure and low-energy zone-based wireless sensor networks routing protocol for pollution monitoring». В: Wireless Communications and Mobile Computing 16.17 (2016), с. 2869—2883. DOI: 10.1002/wcm.2734.
- [3] Zaheer Abbas и др. «Monitoring of Gas Distribution Pipelines Network Using Wireless Sensor Networks». В: Wireless Personal Communications 117.3 (2021), с. 2575—2594. DOI: 10.1007/s11277-020-07997-6.
- [4] S. Sabahat H. Bukhari и др. «Novel Cost Efficient Resource Allocation Technique Based on Deadline and Budget Constraints for Edge Users». В: Wireless Personal Communications (2021). DOI: 10.1007/s11277-021-08453-9.
- [5] Péter Kovács. «Minimum-cost flow algorithms: An experimental evaluation». B: Optimization Methods and Software 30.1 (2015), c. 94—127. DOI: 10.1080/10556788.2014.895828.
- [6] G. B. Dantzig. *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, 1963.
- James B. Orlin. «A polynomial time primal network simplex algorithm for minimum cost flows». B: Mathematical Programming, Series B 78.2 (1997),
   c. 109—129. DOI: 10.1007/BF02614365.
- [8] Robert E. Tarjan. «Dynamic trees as search trees via Euler tours, applied to the network simplex algorithm». B: *Mathematical Programming, Series B* 78.2 (1997), c. 169—177. DOI: 10.1007/BF02614369.