

## Приложение А

### Числовой пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме

Дано:

- линейный участок  $L = 300$  метров;
- множество точек размещения  $|A| = 8$ ;
- множество БС  $|S| = 8$ ;
- протокол IEEE 802.11n;
- ограничение на суммарную стоимость  $T = 0.001$ с;
- интенсивность входящих пакетов  $\lambda = 1000$  1/с;
- средний размер входящих пакетов  $w = 1500$  байт;
- отклонение от оптимального решения,  $\varepsilon = 0.5$

Рассмотрим пример задачи размещения базовых станций вдоль линейного участка для организации БШС. В данном приложении будет представлен пример решения задачи для БШС на базе протокола IEEE 802.11n.

Задан линейный участок  $L = 300$  метров. На данном участке в ходе обследования местности были выбраны восемь возможных точек размещения базовых станций,  $|A| = 8$ . Координаты  $l_i$  точек размещения представлены в таблице 1.

Точки размещения, $a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$
Координаты, $l_i$	43	72	98	150	178	201	269	280

Таблица 1 — Координаты точек размещения

На рынке представлен широкий спектр технических устройств от компаний Cisco, Mikrotik и т.д. позволяющий организовывать сеть в открытой местности и учитывающий климатические сложности на нефтегазовых месторождениях, такие как предельные температуры, сила ветра и т.д. Под БС в нашей задаче будем понимать точку доступа с антеннами для покрытия заданной области и антеннами для обеспечения связи с соседними станциями БШС.

В ходе этапа выбора комплекса технических средств были выбраны восемь БС. Множество станций  $|S| = 8$ . Каждой БС преписаны паспортные характе-

ристики антенн, пропускная способность точки доступа и итоговая стоимость станции. Стоимость взята условная, чтобы не указывать реальные цены производителя на время написания диссертации и курс валют. Будем рассматривать БШС для задачи мониторинга, то есть с каналом передачи на верхний уровень, UpLink. Рабочая частота 2,4 ГГц. Для каждой БС будем использовать пропускную способность для модуляции и схемы кодирования MCS7. В таблице 2 представлены параметры БС.

S	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$L$	$P_{recv}^r$	$G_{recv}^r$	$p$	$c$
№	дБм	дБ	дБм	дБ	дБм	дБ	Мбит/с	у.е.
1	20	4	-77	1	-77	3	72,2	24
2	19	4	-77	1	-73	4	72,2	20
3	19	4	-77	1	-77	5	72,2	24
4	18	4	-77	1	-77	3	72,2	24
5	19	4	-77	1	-77	4	72,2	28
6	19	4	-77	1	-74	4	72,2	24
7	20	4	-77	1	-73	4	72,2	20
8	19	4	-77	1	-77	4	72,2	20

Таблица 2 — Параметры базовых станций.  $P_{tr}^R$  — мощность направленной антенны,  $G_{tr}^R$  — усиление направленной антенны,  $P_{recv}^R$  — чувствительность направленной антенны,  $L$  — потери в антенном кабеле и разъемах, передающего тракта,  $P_{recv}^r$  — чувствительность всенаправленной антенны,  $G_{recv}^r$  — усиление всенаправленной антенны,  $p$  — пропускная способность,  $c$  — стоимость

На концах участка размещены шлюзы  $s_0$  и  $s_{m+1}$  с параметрами (таблица 3):

Шлюз	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$L$
№	дБ	дБ	дБ	дБ
$s_0$	20	5	-77	1
$s_{m+1}$	20	5	-77	1

Таблица 3 — Параметры шлюзов

Для расчета области покрытия необходимо задаться характеристиками устройств, с которых будет собираться информация (таблица 4).

Итоговое размещение БС должно удовлетворять заданным ограничениям:

Устройство	$P_{tr}^u d$	$G_{tr}^u d$	$L$
	дБ	дБ	дБ
	9	1	0

Таблица 4 — Параметры устройств

- на стоимость  $C = 76$ ;
- на межконцевую задержку сети  $T = 0.001$  с.

Для расчета времени межконтинентальной задержки, будем считать, что на каждую БС поступает трафик с интенсивностью  $\lambda = 1000$  1/с. Средний размер поступающих пакетов  $w = 1500$  байт.

Для поиска последовательности топологий задано отклонение  $\varepsilon = 0.5\%$  от найденного оптимального значения.

### А.0.1 Расчет радиуса связи и радиуса покрытия станций

По формуле (5) рассчитаем радиус покрытия для каждой станции (таблица 5) и радиусы связи между станциями и со шлюзами (таблица 6 и таблица 7).

Станция	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_{m+1}$
$r_j$ , м	48	43	38	43	43	0

Таблица 5 — Рассчитанные радиусы покрытия

$R_{jq}$ , м	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_0$	$S_{m+1}$
$S_1$	—	76	96	96	76	76	76
$S_2$	85	—	85	85	68	68	68
$S_3$	76	60	—	76	60	60	60
$S_4$	85	68	85	—	68	68	68
$S_5$	85	68	85	85	—	68	68

Таблица 6 — Рассчитанные радиусы связи базовых станций

В таблице 8 представлены результаты решения размещения станций. Для заданной  $\varepsilon = 1\%$ , т.е.  $d = 2$  был получен последовательности расстановок для задач 2, 3 и 4 расчета оценок с помощью задачи ЦЛП, задачи «О ранце» и

$R_{jq}, \text{ м}$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$S_0$	96	85	76	85	85
$S_{m+1}$	96	85	76	85	85

Таблица 7 — Рассчитанные радиусы связи шлюзов

ЛП. В таблице представлены рекорды «недопокрытия», стоимости и задержки сети, а также размещения станций, число пройденных узлов дерева  $a$  и время счета. Задача ЦЛП и задача о ранце решались с помощью Optimization Toolbox Matlab, а задача ЛП решалась с помощью библиотеки с исходным кодом Scipy Python. Как видно из результатов оценка, полученная с помощью задачи ЛП менее точная, приходится обходить большее количество узлов для нахождения рекордов по сравнению с методом оценки «недопокрытия» с помощью задач 2 и 3. В итоге возрастает итоговое количество пройденных узлов. В свою очередь метод ЛП имеет свое преимущество, так как время счета меньше.

Таблица 8 — Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП

№	Рекорд, м	Стоимость, у.е.	Задержка, сек	Размещение						
				$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
1	1	65	0,03244	$S_1$	-	$S_4$	-	-	$S_5$	-
2	1	65	0,03244	$S_1$	-	$S_5$	-	-	$S_4$	-
3	1	65	0,03244	$S_4$	-	$S_1$	-	-	$S_5$	-
4	0	65	0,03244	$S_4$	-	$S_5$	-	-	$S_1$	-
5	1	65	0,03244	$S_5$	-	$S_1$	-	-	$S_4$	-
6	0	65	0,03244	$S_5$	-	$S_4$	-	-	$S_1$	-
7	1	65	0,03244	-	$S_1$	$S_4$	-	-	$S_5$	-
8	1	65	0,03244	-	$S_1$	$S_5$	-	-	$S_4$	-
9	1	65	0,03244	-	$S_1$	-	$S_4$	-	$S_5$	-
10	0	65	0,03244	-	$S_1$	-	$S_4$	-	-	$S_5$
11	1	65	0,03244	-	$S_4$	$S_1$	-	-	$S_5$	-
12	0	65	0,03244	-	$S_4$	$S_5$	-	-	$S_1$	-
13	1	65	0,03244	-	$S_4$	-	$S_1$	-	$S_5$	-
14	0	65	0,03244	-	$S_4$	-	$S_1$	-	-	$S_5$
15	1	65	0,03244	-	$S_5$	$S_1$	-	-	$S_4$	-
16	0	65	0,03244	-	$S_5$	$S_4$	-	-	$S_1$	-
Метод оценки «недопокрытия» справа		ЦЛП			Задача «О ранце»			ЛП		
Число пройденных узлов		934			934			1590		
Время счета, сек		5,412			5,136			3,613		

## Приложение Б

### Численный пример оптимального размещения базовых станций для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов

Рассмотрим пример для оптимизационной задачи выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения. Задано множество рассредоточенных объектов  $A_1$ ,  $|A_1| = 4$  и шлюз (таблица 9).

Задано множество  $A_2$  возможных мест расположения станций,  $|A_2| = 4$ . Все вершины представлены на рисунке Б.1.

Задано ограничение по мощности для кадого объекта (таблица 10).

Задано множество типов станций (таблица 11).

Необходимо разместить станции таким образом, чтобы минимизировать их суммарную общую стоимость. Построим граф сети  $H$  для данного набора типов станции. Матрица смежности представлена на рисункке Б.2

Таблица 9 — Координаты размещения

0	(7,4)	Координаты шлюза
1	(1, 5)	Координаты объектов
2	(4.5, 4)	
3	(6, 3)	
4	(3.5, 5)	
5	(2, 4)	Координаты размещения станций
6	(5, 5)	
7	(2, 6)	
8	(6, 5.5)	

Таблица 10 — Координаты размещения

Объекты	1	2	3	4
Мощность	10	15	17	18

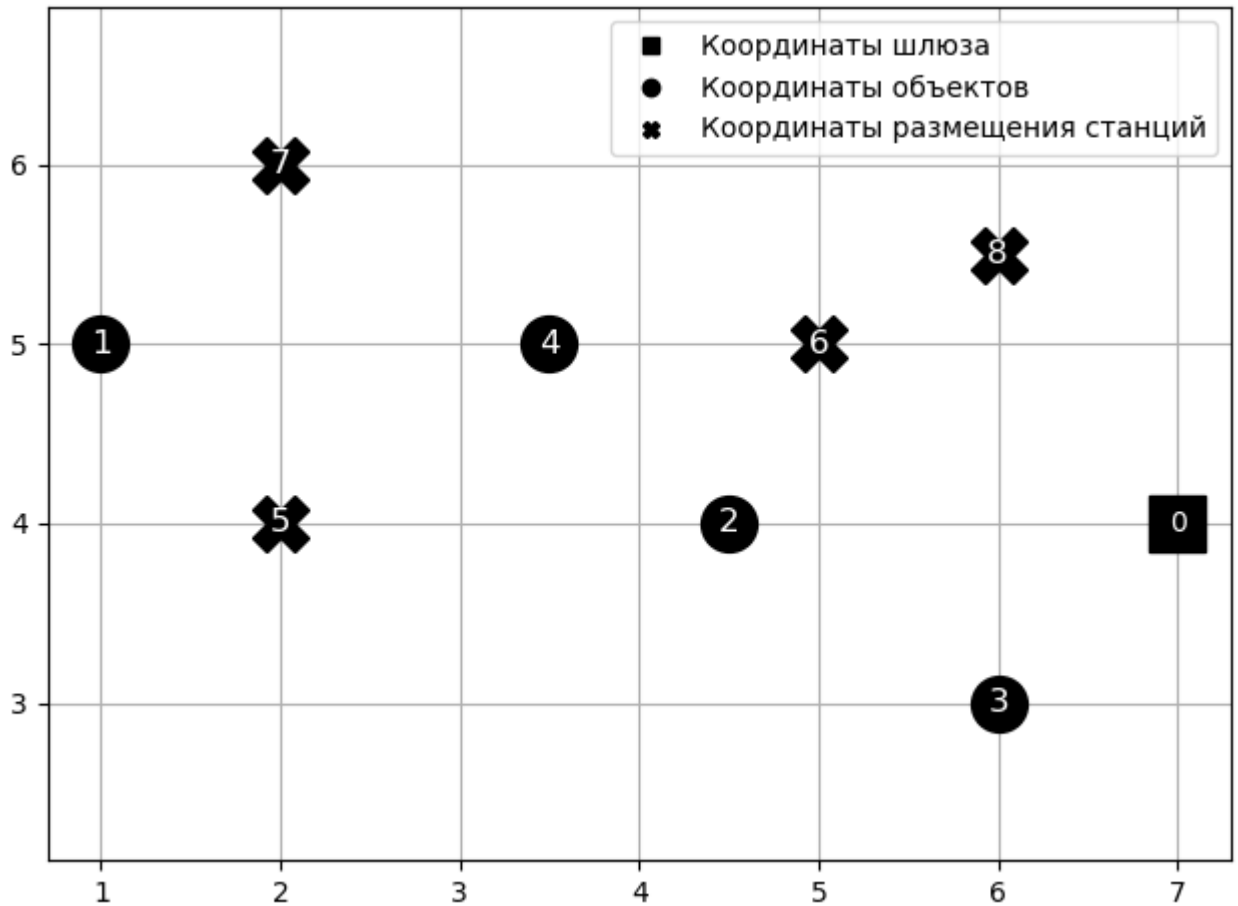


Рисунок Б.1 — Координаты размещения

Таблица 11 — Множество типов станций

Тип	Мощность, $\vartheta_j$	Радиус покрытия, $r_j$	Радиус связи, $R_j$	Стоимость, $c_j$
1	80	1	6	70
2	100	2	5	75
3	100	2	5	75

На основе матрицы смежности полученного графа запишем систему равенств и неравенств (3.5) — (3.10) и решим задачу частично целочисленного ЛП. В ходе решения мы получили следующее размещение станции (рис. Б.3)

Из графика видно, что были размещены на точках 7 и 8 две станции типа 2 и 3, соответственно. Решением задачи является суммарная стоимость равная:  $f = 160$ .

Алгоритмы построения графов  $H$  были запрограммированы на языке Python. Задачи, сформулированные на основании графов  $H$  в виде соответствующих задач математического программирования, были решены пакетом

	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5s_1$	$a_6s_1$	$a_7s_1$	$a_8s_1$	$a_5s_2$	$a_6s_2$	$a_7s_2$	$a_8s_2$	$a_5s_3$	$a_6s_3$	$a_7s_3$	$a_8s_3$
$a_0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$a_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
$a_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
$a_4$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
$a_5s_1$	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_6s_1$	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_7s_1$	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_8s_1$	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_5s_2$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
$a_6s_2$	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
$a_7s_2$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
$a_8s_2$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
$a_5s_3$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
$a_6s_3$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
$a_7s_3$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
$a_8s_3$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Рисунок Б.2 — Координаты размещения

Таблица 12 — Множество типов станций

Количество объектов, $n_1$	Количество мест размещения станций, $n - n_1$	Среднее время счета, сек.
4	3	12,34
4	4	12,42
4	5	12,31
6	6	11,20
8	7	11,27
10	7	12,32
12	10	12,51
14	7	12,42
17	8	12,18
21	8	12,53
25	8	14,22

Optimization Toolbox MATLAB. В таблице 4 представлены результаты времени счета задач частично целочисленного ЛП для различных случаев числа мест размещения станций и числа объектов. Для каждого случая было проведено по 10 примеров.

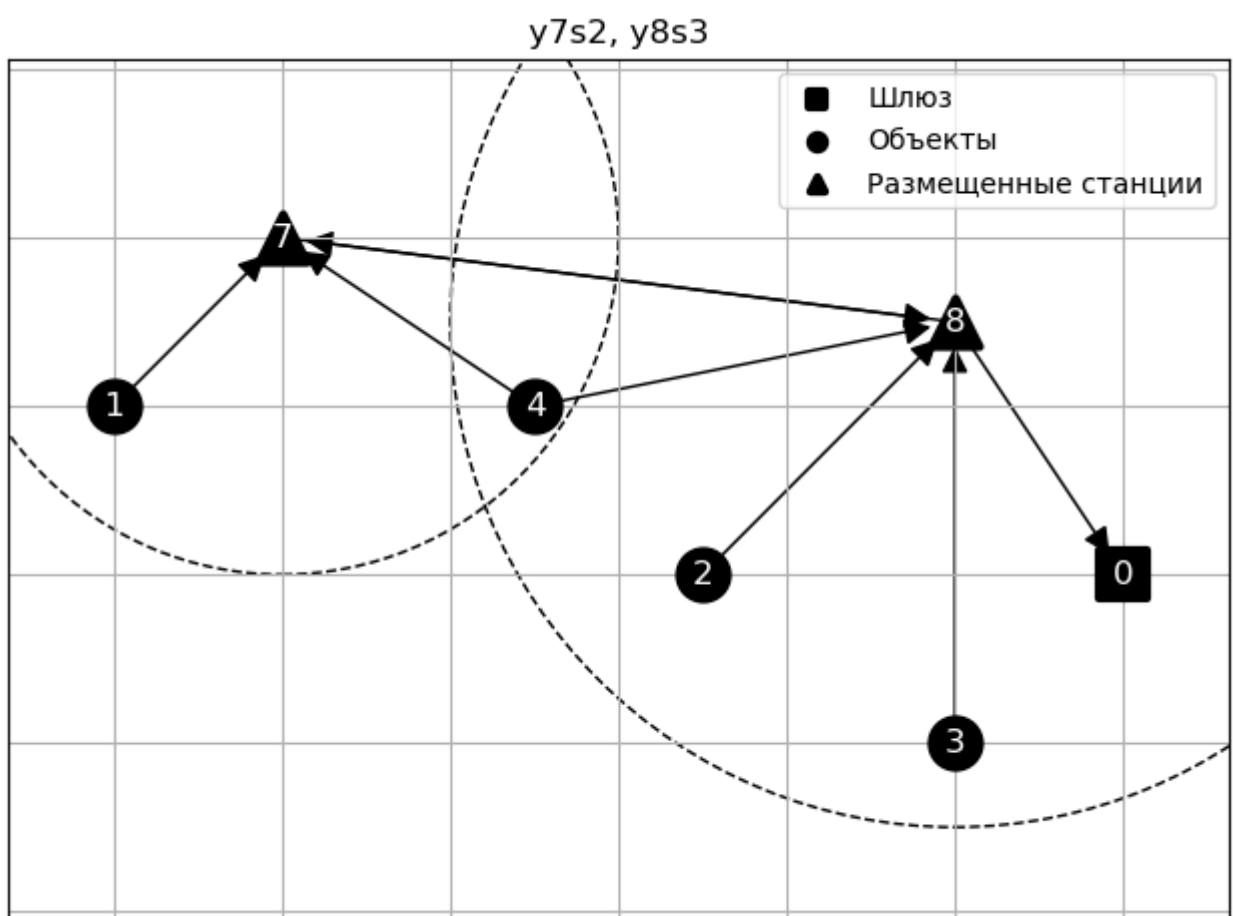


Рисунок Б.3 — Координаты размещения



## Приложение В

### Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи ЦЛП

В этой секции представлен численный пример решения данной задачи.

Задан линейный участок  $L$  с длиной 300 с количеством  $n = 7$  точек размещения. Координаты точек размещения представлены в таблице 13. Задан бюджет размещения  $C = 130$ . Центральная частота  $f = 2437$  МГц.

$a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
Координата	29	40	95	139	181	230	273

Таблица 13 — Точки размещения участка с длиной  $L = 300$ .

Задано множества базовых станций  $m = 8$  с параметрами представленными в таблице 14. Также в таблице представлены параметры шлюзов и контролируемых объектов. Параметры объектов необходимы для расчета радиусов покрытия станций.

BS	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$P_{recv}^r$	$G_{recv}^r$	$c$
	дБм	дБ	дБм	дБм	дБ	у.е.
1	20	5	-69	-67	5	40
2	19	5	-67	-67	5	28
3	18	5	-69	-67	5	45
4	19	5	-69	-67	6	22
5	19	5	-67	-67	5	21
6	20	5	-69	-67	5	40
7	19	5	-67	-67	5	28
8	18	5	-69	-67	5	45
Шлюз	$G_{recv}^R$	$P_{recv}^R$		Объект	$P_{tr}^r$	$G_{tr}^r$
	дБ	дБм			дБм	дБ
	5	-69			15	2

Таблица 14 — Параметры базовых станций, шлюзов и объектов.

**Расчет радиса связи между станциями** Базовые станции оснащены направленной антенной с высоким коэффициентом усиления для связи с соседними станциями. Для расчета потерь между станциями  $j$  и  $q$  воспользуемся формулой (1.4):

$$L_{fs}^{jq} = P_{tr}^R(j) - L_{tr} + G_{tr}^R(j) + G_{tr}^R(q) - L_{recv} - SOM - P_{recv}^R(q).$$

Потери на кабелях приемника  $L_{recv}$  и передатчике  $L_{tr}$  примем равным 1 дБ и запас на замирания сигнала  $SOM = 10$  дБ.

Let us carry out an example of the calculation communication link between stations  $s_1$  and  $s_2$ : Для примера рассчитаем радиус связи между станциями  $s_1$  и  $s_2$ :

$$\begin{aligned} L_{fs}^{12} &= P_{tr}^R(1) - L_{tr} + G_{tr}^R(1) + G_{tr}^R(2) - L_{recv} - SOM - P_{recv}^R(2) = \\ &= 20 - 1 + 5 + 5 - 1 - 10 - (-69) = 87(dB). \end{aligned} \quad (B.1)$$

Для расчета канала связи необходимо использовать формулу (1.5). Несущая частота  $f = 2437$  МГц и коэффициент для расчета потерь  $K = -27,55$ :

$$R_{jq} = 10^{\left(\frac{L_{fs}^{jq} - 20 \lg F - K}{20}\right)} = 10^{\left(\frac{87 - 20 \lg 2437 - (-27.55)}{20}\right)} = 174(m). \quad (B.2)$$

В таблице 15 приведены расчеты максимальных радиусов связи между всеми станциями  $s_j$ ,  $j = 1, \dots, m$  и шлюзом  $s_{m+1}$ .

$R_{jq}, (m)$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$	$s_{m+1}$
$s_1$	—	174	219	219	174	219	174	219	219
$s_2$	195	—	195	195	155	195	155	195	195
$s_3$	174	138	—	174	138	174	138	174	174
$s_4$	195	155	195	—	155	195	155	195	195
$s_5$	195	155	195	195	—	195	155	195	195
$s_6$	219	174	219	219	174	—	174	219	219
$s_7$	195	155	195	195	155	195	—	195	195
$s_8$	174	138	174	174	138	174	138	—	174

Таблица 15 — Рассчитанные радиусы связи между станциями

## Расчет радиуса покрытия

Расчет проводится аналогично расчета радиуса связи между станциями. Потери в свободном пространстве для канала между  $j$ -ой станции и контролируемым объектом

$$L_{fs}^j = P_{tr}^r(j) - L_{tr} - SOM - P_{RX}.$$

Пример расчета радиуса покрытия для 1-ой станции:

$$\begin{aligned} L_{fs}^1 &= P_{tr}^r + G_{tr}^r + G_{recv}^r(1) - L_{recv}(1) - SOM - P_{recv}^r(1) = \\ &= 15 + 2 + 5 - 1 - (-67) - 10 = 78 \text{ (дБ)}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$r_1 = 10^{\left(\frac{78 - 20 \lg 2437 - (-27.55)}{20}\right)} = 77 \text{ (м)}.$$

Рассчитанные радиусы покрытия для всех станций  $s_j$ ,  $j = \overline{1, m}$  представлены в таблице 16).

STA	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$
$r_j$	77	77	77	87	77	77	77	77

Таблица 16 — Рассчитанные радиусы покрытия станций

Задача ЦЛП решена с помощью Optimization Toolbox MatLab. Таблица 17 содержит все полученные целочисленные решения.

$a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	Покрытие	Цена
Координаты	29	40	95	139	181	230	273	м	у.е.
Целочисленное решение 1	$s_1$	$s_2$	$s_6$	—	—	—	$s_4$	286	130
Целочисленное решение 2	$s_4$	—	$s_5$	$s_7$	—	—	$s_2$	289	99
Оптимальное решение	$s_4$	$s_2$	—	—	$s_1$	—	$s_5$	300	111

Таблица 17 — Решение задачи ЦЛП.

## Приложение Г

### Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4

В таблице 18 приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения задач 2, 3, 4 и относительную точность задачи 3, 4 по отношению к задаче 2. Для непокрытого участка заданной длины  $|\beta| = 50$ , варьируя количеством неразмещенных станций, а также количеством свободных мест размещения рассчитаем оценку недопокрытия при бюджетном ограничении  $C = 600$ . Как видно из результатов расчетов, представляется целесообразным для решения задач большой размерности использовать в качестве оценки  $w_2(G_v)$  задачу 3, так как время ее расчета в виде задачи линейного программирования существенно ниже с учетом высокой точности.

Таблица 18 — Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП

Количество точек размещения, $t$	Количество свободных станций, $ S_\beta $	ЦЛП		Задача о ранце			ЛП		
		Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Точность, %	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Точность, %
5	6	0,3250	436,00	0,3214	426,00	97,71	0,0047	436,00	100,00
5	8	0,3218	431,00	0,3582	398,00	92,34	0,0045	431,00	100,00
8	10	0,3765	395,00	0,3621	375,00	94,94	0,0094	395,00	100,00
8	12	0,3746	390,00	0,2977	347,00	88,97	0,0094	390,00	100,00
12	15	0,3363	339,00	0,2960	309,00	91,15	0,0114	339,00	100,00
12	17	0,4072	336,00	0,3456	283,00	84,23	0,0136	336,00	100,00
18	20	0,3558	265,00	0,3407	265,00	100,00	0,0121	265,00	100,00
18	25	0,3794	260,00	0,3096	259,00	99,62	0,0169	257,60	99,08
25	30	0,3177	246,00	0,3576	246,00	100,00	0,0222	244,33	99,32
25	45	0,3539	229,00	0,3556	229,00	100,00	0,0494	226,40	98,86
30	50	0,2994	225,00	0,3146	225,00	100,00	0,0570	224,13	99,61
30	100	0,5179	223,00	0,5177	223,00	100,00	0,1513	218,75	98,09