

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	3
<b>Глава 1. Внедрение БШС на нефтегазовых месторождениях</b> . .	8
1.1 Этапы проектирования БШС . . . . .	10
1.2 Анализ современных беспроводных широкополосных технологий передачи данных . . . . .	12
1.2.1 Ячеистые сенсорные сети с низкоскоростным трафиком .	13
1.2.2 Сети дальнего радиуса действия с высокоскоростным трафиком . . . . .	16
1.2.3 Выбор протокола беспроводной широкополосной сети для решения задачи синтеза топологий . . . . .	21
1.3 Определение параметров БШС, необходимых для решения задач размещения базовых станций . . . . .	22
1.3.1 Энергетический потенциал канала связи . . . . .	23
1.3.2 Модель потерь в свободном пространстве . . . . .	25
1.3.3 Модель распространения SUI . . . . .	26
1.3.4 Модель двух лучевого распространения . . . . .	28
1.3.5 Расчет параметров БС, необходимых для задачи оптимизации . . . . .	29
1.4 Оценка характеристик производительности сети с помощью стохастических моделей массового обслуживания . . . . .	30
1.4.1 Время передачи пакета в канале . . . . .	30
1.4.2 Расчет межконцевой задержки . . . . .	33
1.5 Выводы . . . . .	37
<b>Глава 2. Размещения базовых станций БШС для покрытия линейной территории</b> . . . . .	39
2.1 Актуальность внедрения БШС для телекоммуникационного покрытия линейного участка . . . . .	39

2.2	Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде задачи целочисленного линейного программирования . . . . .	44
2.2.1	Постановка задачи . . . . .	45
2.2.2	Модель целочисленного линейного программирования . . .	46
2.3	Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме . . . . .	51
2.3.1	Постановка задачи . . . . .	52
2.3.2	Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве $\Gamma$ .	54
2.3.3	Метод ветвей и границ для задачи размещения БС . . . .	57
2.3.4	Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС . . . . .	62
2.4	Сравнительная оценка полученных моделей . . . . .	64
2.5	Выводы . . . . .	68
<b>Глава 3. Размещение базовых станций БШС для обслуживания множества рассредоточенных объектов .</b>		<b>72</b>
3.1	Актуальность внедрения БШС для обслуживания рассредоточенных объектов на месторождении . . . . .	72
3.2	Математическая модель задачи проверки допустимого решения при заданных местах размещения станций. . . . .	73
3.2.1	Постановка задачи . . . . .	74
3.2.2	Модель линейного программирования . . . . .	75
3.3	Математическая модель оптимальной задачи выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения . . . .	81
3.3.1	Постановка задачи. . . . .	81
3.3.2	Модель частично целочисленного линейного программирования . . . . .	83
3.4	Выводы . . . . .	85
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>86</b>
<b>Список сокращений и условных обозначений . . . . .</b>		<b>88</b>

	Стр.
Словарь терминов . . . . .	89
Список литературы . . . . .	90
Список рисунков . . . . .	90
Список таблиц . . . . .	91
Приложение А. Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4 . . . . .	92
Приложение Б. Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи целочисленного линейного программирования . . . . .	93
Приложение В. Метод ветвей и границ на примере задачи размещени двух базовых станций . . . . .	96
Приложение Г. Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме . . . . .	101
Приложение Д. Численный пример оптимального размещения базовых станций для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов . . . . .	105

### **Глава 3. Размещение базовых станций БШС для обслуживания множества рассредоточенных объектов**

В данной главе будут представлены модели задачи синтеза топологии при развертывании БШС на плоскости для телекоммуникационного покрытия множества рассредоточенных объектов.

#### **3.1 Актуальность внедрения БШС для обслуживания рассредоточенных объектов на месторождении**

Построение современной инфраструктуры передачи информации для обслуживания множества объектов промышленного или гражданского назначения, рассредоточенных на некоторой территории, является актуальной задачей при создании единой систем контроля и управления указанными объектами. Создание такой инфраструктуры позволяет обеспечить оперативный контроль и управление объектами путем передачи необходимой информации с сенсоров и датчиков объектов в соответствующий внешнее приемное устройство. Для создания подобной инфраструктуры эффективно используются сети широкополосной беспроводной связи, необходимым этапом проектирования которых является решение задачи определения мест размещения базовых станций [1].

В работе [2] предложен новый протокол сенсорной сети на базе IEEE 802.11 для мониторинга случаев загрязнений углеводородами. В работе [3] исследуются различные протоколы сенсорных сетей для мониторинга над газораспределительной сети. Вся сеть разделена на более мелкие, управляемые сегменты, каждый из которых имеет свою базовую станцию для отправки пакетов в центральный пункт управления. В [4] решают задачу размещения мощностей с помощью генетического алгоритма. Авторы занимаются развертыванием устройств распределенных вычислений, серверов, вблизи устройств конечных пользователей. Связующим звеном между конечным пользователем и сервером являются базовые станции.

В настоящей работе строятся и исследуются две математические модели задач размещения базовых станций, которые применимы на этапе синтеза

топологии сети в процессе комплексного проектирования мультимедийных сетей. Предлагается модель для проверки существования допустимого решения при условии выполнении технологических ограничений для предложенной на предыдущих этапах схемы расстановки станций и модель для оптимизационной задачи. Оптимизационная задача состоит в выборе множества станций из заданного набора типов станций с различными характеристиками и их расстановки на избыточном множестве возможных мест размещения. В поставленной задаче рассматривается задача обслуживания объектов, расположение которых задано их координатами на плоскости. Особенностью такой задачи в широком классе задач оптимального размещения мощностей является наличие условия на наличие информационной связи между станциями и внешним приемным устройством (шлюзом), выполнение которого гарантирует поступление всей информации с контролируемых объектов в центр управления.

Предложена задача оптимального размещения базовых станций, принадлежащая к широкому классу задач размещения мощностей (Location Allocation Problem). В рамках широкого класса задач размещения мощностей в данных задачах размещения присутствуют специфика на связь между всеми узлами сети.

### **3.2 Математическая модель задачи проверки допустимого решения при заданных местах размещения станций.**

Модели задачи оптимизации, которые исследуются в диссертации, предлагается использовать при проектировании БШС на этапе синтеза топологии. После ввода в эксплуатацию сети часто требуется модернизировать, так как любое производство непрерывно развивается. Со временем, телекоммуникационную сеть требует усовершенствование своей инфраструктуры: масштабирование с целью увеличения покрытия сети, демонтаж оборудования, смена протоколов и т.д. Любое изменение приводит к тому, что необходимо провести качество обслуживания сети QoS, надежность и в целом проверить возможно ли обеспечить телекоммуникационное покрытие будущей сети. В данном параграфе будет представлена задача оптимизации при уже заданных размещения базовых станций. В такой постановке возможность сбора такой информации с множе-

ства рассредоточенных объектов и поиска кратчайшего пути передачи пакетов от множества объектов к шлюзу через множества размещенных станций.

### 3.2.1 Постановка задачи

Задано множество узлов БШС рассредоточенных на плоскости. Все множество можно разбить на две категории:

- объекты, с которых необходимо собирать информацию, являются оконечными узлами сети;
- станции для сбора и передачи на шлюз данных с объектов, являются промежуточными узлами сети;

Под объектом понимается любое устройство с антенной для передачи пакетов в канале. К ним можно отнести измерительные устройства, шлюзы сенсорных сетей и т.д. В частности, объектами могут быть любые стационарные абонентские устройства сети 802.11n.

Задано множество вершин  $A = \{a_i\}, i = \overline{0, n}$  на некоторой территории. Каждая вершина  $a_i$  имеет координаты  $\{x_i, y_i\}$ .

Множество  $A$  состоит из двух подмножеств:

- $A_1$  — множество вершин, соответствующее объектам; с которых необходимо собирать информацию.
- $A_2$  — множество мест, где размещены базовые станции. В дальнейшем вершину из  $A_2$  будем идентифицировать не только как место размещения, но и как соответствующую станцию.

С вершин  $A_1$  необходимо собирать информацию. Каждой вершине  $a_i \in A_1$  приспана величина  $v_i$  — максимальный объем информации в единицу времени, который генерирует расположенный на этой вершине объект. В дальнейшем будем считать, что каждая вершина из  $A_1$  является, непосредственно, объектом. В дальнейшем вершины  $a_i \in A_2$  будем идентифицировать не только как место размещения, но и как соответствующую станцию.

По определению:

$$A_1 \cup A_2 = \emptyset;$$

$$A_1 \cap A_2 = A.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Каждой станции, размещенной на вершине множества  $A_2$  приписаны три параметра  $s_i = \{\{r_{ij}\}, \{R_{ij}\}, \vartheta_i\}$ , где:

- $\{r_{ij}\}$  – множество радиусов телекоммуникационного покрытия станции. Параметр  $r_{ij}$  характеризует дальность связи между станцией размещенной в вершине  $a_i, a_i \in A_2$  и объектом в вершине  $a_j, a_j \in A_1$ ;
- $\{R_{ij}\}$  – множество радиусов связи станции. Параметр  $R_{ij}$  характеризует дальность связи между станциями  $s_i$  и  $s_j, i = \overline{n_1 + 1, n}, j = \overline{n_1 + 1, n}, i \neq j$ ;
- $\vartheta_i$  – объем информации в единицу времени, который может быть получен от объектов, обслуживаемых станцией.

Также станция специального вида – шлюз  $s_0 = \{\{R_{0j}\}, \vartheta_0\}$ , размещенная на вершине  $a_0$  с координатами  $\{x_0, y_0\}$ . Данная станция не имеет телекоммуникационного покрытия и служит для сбора всей информации в сети. По условию задачи величина  $\vartheta_0$  больше суммы величин  $\vartheta_i$  всех вершин множества  $A_1$ .

Задано условие, со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества  $A_2$ , то есть только станции.

Требуется проверить, что при заданных наборе и размещении станций на множества  $A_2$  вся имеющаяся информация с объектов множества  $A_1$  может быть собрана и передана системой станций до шлюза  $s_0$ .

### 3.2.2 Модель линейного программирования

Перед тем как приступить к задаче оптимизации, необходимо подготовить правила составления графа сети, в соответствии с постановкой задачи.

## Построение матрицы смежности

Составим граф  $H = \{A, E\}$  для возможного потока информации между вершинами множества  $A = A_1 \cup A_2$ . По определению, каждой вершине  $a_i \in A_2$  соответствует станция  $s_i$  со своим набором параметров  $s_i = \{\{r_{ij}\}, \{R_{ij}\}, \vartheta_i\}$ .

Матрица смежности  $E = \{e_{ij}\}$  графа  $H$  строится по следующим правилам:

- $e_{ij} = 1$ , если расстояние между  $i$ -ым объектом вершины  $a_i \in A_1$  и  $j$ -ой станцией, размещенной на вершине  $a_j \in A_2$  не более радиуса покрытия для станции соответствующего этой вершине типа;
- $e_{ij} = 1$ , если расстояние между  $i$ -ой станцией на вершине  $a_i \in A_2$  и  $j$ -ой станцией на вершине  $a_j \in A_2$ , не более минимального из радиусов связей этих станций;
- $e_{i0} = 1$ , если расстояние от вершины  $a_i \in A_2$  до шлюза не более минимального из радиусов связей станции и шлюза;
- $e_{ij} = 0$ , во всех остальных случаях.

## Формулировка в виде задачи линейного программирования

С помощью полученной матрицы смежности, необходимо подготовить условия ограничения для величины потока в каналах.

Введем переменные  $x_{ij} \geq 0$ , определяющее количество информации, передаваемой в единицу времени по дуге  $e_{ij}$  графа  $H$ .

Каждый объект множества  $A_1$  генерирует пакеты объемом  $\vartheta_i$  в единицу времени. Для канала  $e_{ij}, i = \overline{1, n_1}, j = \overline{n_1 + 1, n}$  величина потока равна весу  $\vartheta_i$ :

$$\sum_{a_j \in \Gamma^+(a_i)} x_{ij} = \vartheta_i, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}, \quad (3.1)$$

где  $\Gamma^+(a_i)$  – множество вершин на графе  $H$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Для каждой вершины  $a_i, a_i \in A_2$  необходимо обеспечить выполнения условия баланса между потоком входящем в эту вершину от объектов множества



$A_1$ , а также других станций множества  $A_2$  и выходящего потока из данной вершины.

Сумма входящих и выходящих потоков для любой вершины  $a_i$  множества  $A_2$  должна быть равна нулю:

$$\sum_{a_j \in \Gamma_1^-(a_i)} x_{ji} + \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ji} - \sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} x_{ij} = 0, \forall a_i \in A_2. \quad (3.2)$$

Здесь множество  $\Gamma_1^-(a_i)$  – вершины множества  $A_1$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^-(a_i)$  – вершины множества  $A_2$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^+(a_i)$  – вершины множества  $A_2$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Необходимо чтобы на выходе сети собирался весь трафик. Через систему станций на вершинах  $a_j, a_j \in A_2$ , вся информация от объектов на вершинах  $a_i, a_i \in A_1$  поступала на шлюз  $s_0$ :

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i; \quad (3.3)$$

Поток объема информации в каналах ограничен сверху. В случае каналов передачи от объектов на вершинах  $A_1$  до станций на вершинах  $A_2$  поток ограничен объемом сгенерированного трафика на объекте  $\vartheta_i$ :

$$x_{ij} \leq \vartheta_i, \forall a_i \in A_1, a_j \in A_2. \quad (3.4)$$

Объем информации входящий на станцию на вершине  $a_j, a_j \in A_2$  ограничен пропускной способностью  $\vartheta_j$  станции :

$$\sum_{a_i \in \Gamma^-(a_j)} x_{ij} \leq \vartheta_j, \forall a_j \in A_2. \quad (3.5)$$

Если к системе уравнений ограничений (3.1) — (3.5) добавить целевую функцию

$$\sum_{(a_i, a_j) \in A} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (3.6)$$

где  $c_{ij}$  – стоимость потока в ребре, тогда данная модель является задачей о потоке минимальной стоимости. Задача о потоке минимальной стоимости играет одну из основных ролей в области оптимизации сетей [5]. Она используется

для нахождения минимальной стоимости потока с множества узлов поставок до множества узлов потребителей в направленном графе с ограничениями на пропускную способность и целевой функцией стоимости, зависящей от пути потока в графе. Задача имеет широкий спектр приложений в различных областях: задачах транспортировки, расписания, ресурсного планирования, телекоммуникации, проектировании сетей и маршрутизации [5, 6, 7].

С момента публикации Данцигом симплекс-метода [8], изначально разработанного для задач транспортировки, были получены много новых усовершенствованные моделей, большой обзор метод представлен автором в [5]. Одним из популярных методов решения является сетевой симплекс-метод, который представляет собой версию хорошо известного симплекс метода ЛП, использующий графовое представление задачи о потоке минимальной стоимости. Метод симплекс-типа применяется для решения задач потока минимальной стоимости. Сетевой симплекс алгоритм с наилучшей стоимостью был разработан Орлином [9] в сочетании с древовидной структурой данных Тарьяна [10]. Алгоритм симплекс-метода основана на концепции нахождения минимального остовного дерева. Более подробно алгоритм нахождения решения в виде остовного дерева представлен в работах [6, 5, 11, 7].

Для нахождения допустимого решения задачи (3.1) — (3.6) (или доказательства, что допустимого решения не существует) можно найти возможный граф передачи потока информации от объектов до шлюза, если ввести единичные стоимости  $c_{ij}$  передачи потока  $w_{ij}$  по ребру  $e_{ij}$  задача (3.1) — (3.6) является задачей поиска кратчайшего пути от передачи информации к шлюзу.

проверить эту задачу

### Пример проверки допустимого решения

На рисунке 3.1 представлен пример заданного размещения базовых станций. Задано множество рассредоточенных объектов  $A_1, |A_1| = 5$ . Задано множество базовых станций и точки их размещения  $A_2, |A_2| = 3$ . Координаты множества  $A, A = A_1 \cup A_2$  представлены в таблице 5 и мощности узлов сети представлены в таблице 6. Необходимо проверить, возможно ли при данном

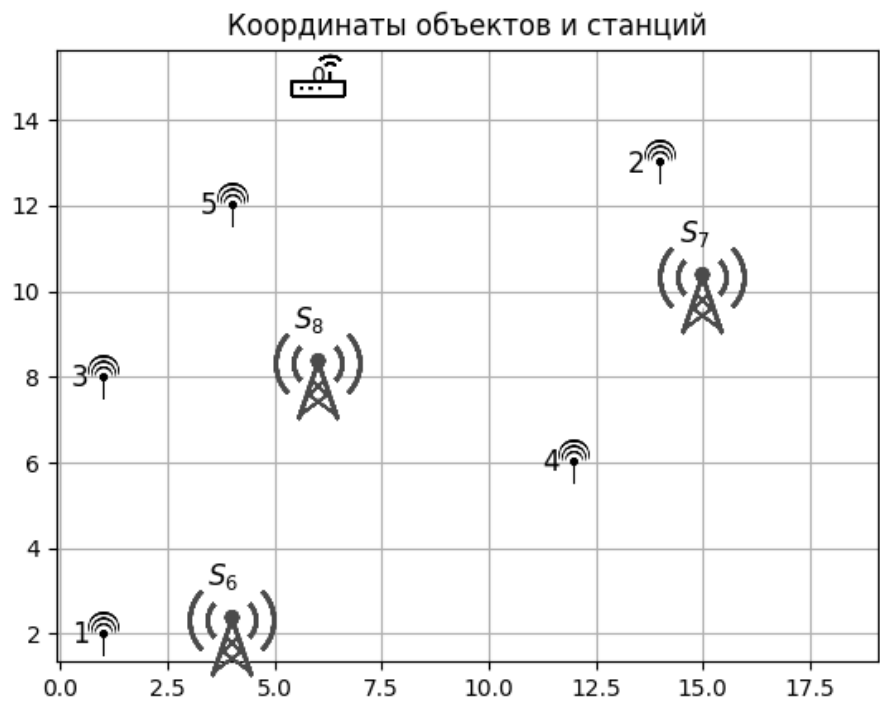


Рисунок 3.1 — Заданное размещение.

наборе базовых станций собрать всю информации с объектов и передать ее на шлюз  $s_0$ , размещенной в точке  $a_0$ .

$a_0$	(6, 15)	Координаты шлюза
$a_1$	(1, 2)	Координаты объектов
$a_2$	(14, 13)	
$a_3$	(1, 8)	
$a_4$	(12, 6)	
$a_5$	(4, 12)	
$a_6$	(4, 2)	Координаты размещения станций
$a_7$	(15, 10)	
$a_8$	(6, 8)	

Таблица 5 — Координаты вершин

$\vartheta_0$	$\vartheta_1$	$\vartheta_2$	$\vartheta_3$	$\vartheta_4$	$\vartheta_5$	$\vartheta_6$	$\vartheta_7$	$\vartheta_8$
$\infty$	11	12	13	14	15	110	120	130

Таблица 6 — Мощности узлов графа

По паспортным характеристиками оборудования были получены параметры станции: радиус телекоммуникационного покрытия  $r_{ij}$  и радиус связи между станциями  $R_{ij}$ , с помощью которых была получена матрица смежности  $E$  граф потока  $H$  (таблица 7).

	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$
$a_0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_1$	0	0	0	0	0	0	1	0	0
$a_2$	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$a_3$	0	0	0	0	0	0	1	0	1
$a_4$	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$a_5$	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$a_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$a_7$	1	0	0	0	0	0	0	0	1
$a_8$	1	0	0	0	0	0	1	1	0

Таблица 7 — Матрица смежности графа потока  $H$

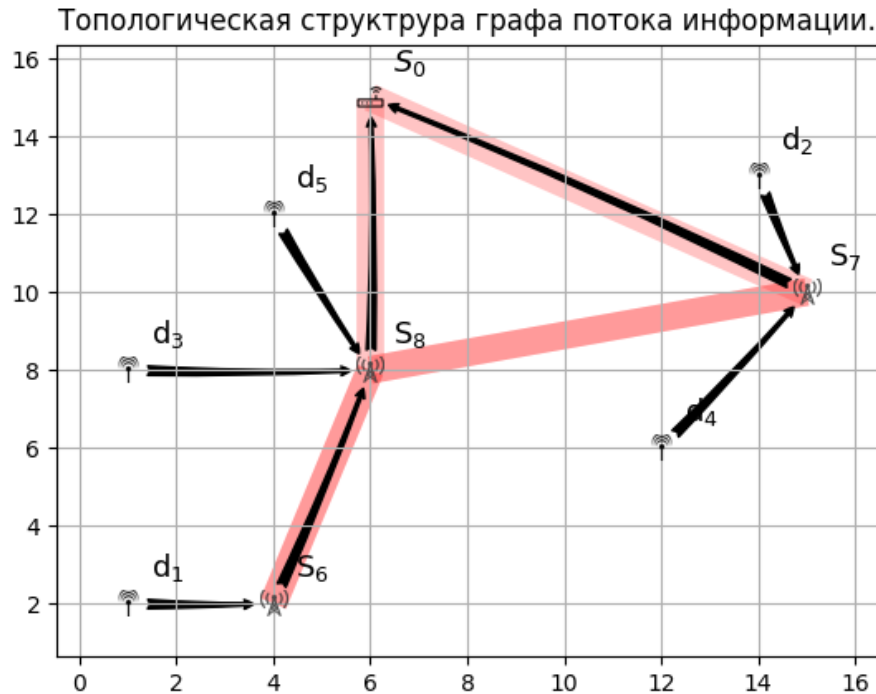


Рисунок 3.2 — Допустимое решение.

Теперь можно решить задачу ЛП (3.1) — (3.6). На рисунке 3.2 представлен полученный граф допустимого решения. Жирными линиями представлена те-

телекоммуникационная связь между объектами и станциями. Стрелками указан полученный граф потока информации от объектов до шлюза. [проверить текст](#)

### 3.3 Математическая модель оптимальной задачи выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения

В данном параграфе будет представлена оптимизационная задача размещения типов базовых станций БШС для обеспечения телекоммуникационного покрытия рассредоточенных объектов. Задача имеет ту же постановку как для модели ЛП, теперь только множество вершин  $A_2$  задаются свободными. Необходимо разместить базовые станции из заданного множества типов станция для развертывания БШС на плоскости.

#### 3.3.1 Постановка задачи.

Задано множество вершин  $A = \{a_i\}$ ,  $i = \overline{0, n}$  на некоторой территории. Каждая вершина  $a_i$  имеет координаты  $\{x_i, y_i\}$ . Множество  $A$  состоит из двух подмножеств:

- $A_1$  – множество вершин, с которых необходимо собирать информацию;
- $A_2$  – множество возможных мест размещения базовых станций.

Каждой вершине  $a_i$  приписана величина  $v_i$  – максимальный объем информации, снимаемой с объекта, расположенного на этой вершине.

По определению

$$A_1 \cup A_2 = A;$$

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Задано множество типов базовых станций  $S = \{s_j\}$ ,  $j = \overline{1, m}$ , которые необходимо разместить на множестве точек  $A_2$ .

Каждому типу станции приписаны четыре параметра  $s_j = \{\{r_{ji}\}, \{R_{ji}\}, \vartheta_j, c_j\}$ , где:

- $\{r_{ji}\}$  – множество радиусов покрытия. Параметр  $r_{ji}$  характеризует телекоммуникационную связь для обеспечения соединения между  $j$ -ой станцией и объектом, размещенный в координате  $a_i$ ,  $j = \overline{n_1 + 1, n}$ ,  $i = \overline{1, n_1}$ ;
- $\{R_{ji}\}$  – радиус связи между  $j$ -ой и  $i$ -ой станциями. Параметр характеризует максимальную дальность связи  $j$ -ой станции, обеспечивающее заданное качество соединения с  $i$ -ой станцией,  $j = \overline{n_1 + 1, n}$ ,  $i = \overline{n_1 + 1, n}$ ,  $j \neq i$ ;
- $\vartheta_j$  – пропускная способность;
- $c_j$  – стоимость.

Задана станция специального вида (шлюз)  $s_0 = \{\{R_{0j}\}, \vartheta_0\}$  с координатами  $\{x_0, y_0\}$ . Шлюз уже имеет свое расположение, стоимость размещения  $c_0 = 0$ . Параметр шлюза  $\{R_{0j}\}$ ,  $j = \overline{n_1 + 1, n}$  радиус связи необходим для соединения с размещаемыми станциями. Полагается, что шлюз не имеет соединения напрямую с объектами. По шлюзу  $s_0$  позволяет собрать данные со всех объектов, размещенных в точках  $a_i$ ,  $i = \overline{1, n_1}$ , в данной постановке задачи пропускная способность шлюза равна  $\vartheta_0 = \infty$ .

Множества вершин  $A_1$  будем идентифицировать как размещенные на них объекты. Множества вершин  $A_2$ , на которых будут размещены станции, будем рассматривать, непосредственно, как сами базовые станции.

Требуется разместить станции таким образом, чтобы вся информация с объектов на вершинах множества  $A_1$  могла быть собрана и передана системой БС, размещенных на выбранных в результате решения задачи в вершинах множества  $A_2$ , до шлюза  $s_0$  и итоговая стоимость размещения была бы минимальной.

Задано условие, что информация с вершин множества  $A_1$  может передаваться непосредственно только на вершины множества  $A_2$ , а со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества  $A_2$ .

### 3.3.2 Модель частично целочисленного линейного программирования

На этапе обследования местности проектировании БШС были отобраны точки, куда возможно расставить БС. Необходимо отметить, что в данной постановке на этапе синтеза топологии, рассматривается более общий случай, когда размещаются не множества имеющихся базовый станций, а выбирают их типы. Так результатом данного этапа будут набор типов станций и их места размещения.

#### Построение матрицы смежности

На каждой вершине  $a_i$ ,  $i = \overline{n_1 + 1, n}$  может разместиться одна из  $m$ -типов БС. Вместо каждой такой вершины  $a_i$  введем  $m$  вершин с координатами вершины  $\{x_i, y_i\}$ , и различными параметрами, соответствующими различным типам станций. Обозначим такую группу вершин, записанных с одинаковыми координатами вместо вершины  $a_i$ , как  $D_i$ . Каждой вершине из  $D_i$  поставим в соответствие набор параметров только одного типа станции из  $S$ , т.е. на данной вершине может стоять либо станция приписанного типа либо никакая. Обозначим расширенное множество вершин  $A_2$  через  $A_2D = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n \cdot m}$ .

Составим граф  $H = \{AD, E\}$ , описывающий сеть для передачи потока информации между вершинами расширенного множества  $AD = A_1 \cup A_2D$  и плюзом  $s_0$  в вершине  $a_0$ . Матрица смежности  $E = \{e_{ij}\}$  графа  $H$ , где каждое ребро  $e_{ij}$  определяет возможность передачи информации между вершинами, строится по следующим правилам. **проверить индексы для ребра между устройством и станцией.**

- $e_{ij} = 1$ , если расстояние между  $i$ -ой вершиной ( $a_i \in A_1$ ) и  $j$ -ой вершиной ( $a_j \in A_2D$ ) не более радиуса покрытия  $r_{ji}$ , приписанного этой вершине станции;
- $e_{ij} = 1$ , если вершины  $a_i$  и  $a_j$  принадлежат разным множествам  $D_i$  и  $D_j$  и расстояние между ними не больше минимального из радиусов связи  $\min\{R_{ij}, R_{ji}\}$ , приписанных данным вершинам станциям;

- $e_{i0} = 1$  ( $a_i \in A_2D$ ), если расстояние от вершины до шлюза не больше минимального радиуса связей  $\min\{R_{i0}, R_{0i}\}$ ;
- $e_{ij} = 0$ , во всех остальных случаях.

### Формулировка в виде ЧЦЛП

С помощью полученного графа потока, опишем ограничения для задачи частично целочисленного линейного программирования (ЧЦЛП).

Введем булевы переменные  $z_{ij} = \{0, 1\}$ ,  $i = \overline{1, n_1}, j = \overline{n_1 + 1, n \cdot m}$ , определяющее наличие соединения между объектом в точке  $a_i, a_i \in A_1$  и станцией, размещенной в точке  $a_j, a_j \in A_2D$ .

Все объекты, размещенные на вершинах  $A_1$ , оснащены антеннами для передачи сигнала в беспроводной среде. Каждая объект одновременно может поддерживать соединение только с одной БС. Данное условие можно записать в виде ограничения равенства (3.7)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} z_{ij} = 1, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}, \quad (3.7)$$

где  $\Gamma^+(a_i)$  – множество вершин на графе  $H$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Введем потоковые переменные  $x_{ij} \in \mathbb{R}^+$ , определяющее количество информации, передаваемой в единицу времени по дуге  $e_{ij}$  графа  $H$ .

Потоки информации объектов с вершин  $A_1$  должны поступать на станции. Также на станции может поступать потоки с других станций. Необходимо, чтобы сумма входящих и исходящих потоков для любой  $j$ -ой вершины множества  $A_2D$  был равен нулю (3.8) **проверить индексы**

$$\sum_{a_i \in \Gamma_1^-(a_j)} z_{ij} \cdot \vartheta_i + \sum_{a_i \in \Gamma_2^-(a_j)} x_{ij} - \sum_{a_i \in \Gamma_2^+(a_j)} x_{ji} = 0, \forall a_j \in A_2. \quad (3.8)$$

Здесь множество  $\Gamma_1^-(a_i)$  – вершины множества  $A_1$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^-(a_i)$  – вершины множества  $A_2D$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^+(a_i)$  – вершины множества  $A_2D$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .



Через систему станций вся информация от объектов должна поступить на шлюз  $s_0$  (3.9)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i, \quad (3.9)$$

здесь  $\Gamma_2^-(a_0)$  — подмножество вершин множества  $A_2D$ , дуги которых входят в шлюз  $a_0$ .

Введем булевы переменные  $y_{ij} = \{0,1\}$  для потока  $x_{ij}$ , исходящего из вершины  $a_i$ ,  $a_i \in A_2D$  в вершину  $a_j$ ,  $a_j \in A_2D$ . Данная переменная характеризует наличие соединения между вершинами.

Поток информации  $w_{ij}$  между вершинами множества  $A_2D$  может передаваться только при наличии соединения  $y_{ij}$ . Также данный поток ограничен пропускной способностью  $\vartheta_i$  базовой станции (3.10)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ij} \leq y_{ij} \cdot \vartheta_i, \forall a_i \in A_2D. \quad (3.10)$$

Каждая станция может иметь только одно соединение для передачи потока информации в единицу времени. Необходимо обеспечить условие, что в каждом множестве  $D_i$  может быть размещено не более одной станции. Оба этих требования можно записать в виде ограничения неравенства (3.11)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} y_{ij} \leq 1, \forall D_i. \quad (3.11)$$

Целевая функция задачи минимизации стоимости размещения (3.12)

$$\sum_{a_i \in A_2D} \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} c_i \cdot y_{ij} \rightarrow \min. \quad (3.12)$$

Задача (3.7) — (3.12) представляет собой частично целочисленную задачу линейного программирования с  $m \cdot |A_2|$  булевыми переменными.

### 3.4 Выводы

В работе рассмотрены задачи размещения базовых станций при проектировании беспроводных широкополосных сетей связи для покрытия множества рассредоточенных объектов.

- Предложена формулировка задачи в виде математической модели линейного программирования при заданных мест размещения станция для проверки условия допустимой передачи потока от множества объектов до точки корневого узла сети;
- Предложена математическая модель экстремальной задачи в виде частично целочисленного линейного программирования оптимального размещения станций из имеющегося набора типов станций на избыточном множестве возможных мест размещения;
- Предложены алгоритмы построения графа информационных потоков, позволяющий формализовать задачи в виде соответствующих моделей математического программирования.

В Приложении Д приведены результаты вычислительного эксперимента. Результаты исследования по данной главе были опубликованы в [12, 13, 14, 15, 16].

## Список литературы

- [1] В. М. Вишнеvский. — *Теоретические основы проектирования компьютерных сетей*. — Москва: Техносфера, 2003. — 512 с.
- [2] Amjad Mehmood, Jaime Lloret и Sandra Sendra. — «A secure and low-energy zone-based wireless sensor networks routing protocol for pollution monitoring». — В: *Wireless Communications and Mobile Computing* 16.17 (2016), с. 2869—2883. — DOI: 10.1002/wcm.2734.
- [3] Zaheer Abbas и др. — «Monitoring of Gas Distribution Pipelines Network Using Wireless Sensor Networks». — В: *Wireless Personal Communications* 117.3 (2021), с. 2575—2594. — DOI: 10.1007/s11277-020-07997-6.
- [4] S. Sabahat H. Bukhari и др. — «Novel Cost Efficient Resource Allocation Technique Based on Deadline and Budget Constraints for Edge Users». — В: *Wireless Personal Communications* (2021). — DOI: 10.1007/s11277-021-08453-9.
- [5] Péter Kovács. — «Minimum-cost flow algorithms: An experimental evaluation». — В: *Optimization Methods and Software* 30.1 (2015), с. 94—127. — DOI: 10.1080/10556788.2014.895828.
- [6] Z. Király и P. Kovács. — «Efficient implementations of minimum-cost flow algorithms». — В: (2012). — arXiv: 1207.6381. — URL: <http://arxiv.org/abs/1207.6381>.
- [7] Jincheng Jiang, Jinsong Chen и Chisheng Wang. — «Multi-granularity hybrid parallel network simplex algorithm for minimum-cost flow problems». — В: *Journal of Supercomputing* 76.12 (2020), с. 9800—9826. — DOI: 10.1007/s11227-020-03227-9.
- [8] G. B. Dantzig. — *Linear Programming and Extensions*. — Princeton University Press, 1963.
- [9] James B. Orlin. — «A polynomial time primal network simplex algorithm for minimum cost flows». — В: *Mathematical Programming, Series B* 78.2 (1997), с. 109—129. — DOI: 10.1007/BF02614365.

- [10] Robert E. Tarjan. — «Dynamic trees as search trees via Euler tours, applied to the network simplex algorithm». — В: *Mathematical Programming, Series B* 78.2 (1997), с. 169—177. — DOI: 10.1007/BF02614369.
- [11] Michael Holzhauser, Sven O. Krumke и Clemens Thielen. — «A network simplex method for the budget-constrained minimum cost flow problem». — В: *European Journal of Operational Research* 259.3 (2017), с. 864—872. — DOI: 10.1016/j.ejor.2016.11.024. — arXiv: 1607.02284.
- [12] А.А. Мухтаров и Першин О. Ю. — «Задача оптимального размещения базовых станций широкополосной беспроводной сети.» — В: *Материалы Региональной научно-технической конференции «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 2018).* — 2019, — С. 177.
- [13] А. А. Мухтаров и О. Ю. Першин. — «Задача размещения базовых станций широкополосной связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов». — В: *Труды 13-го Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ XIII, Москва, 2019).* — 2019, — С. 2992—2994.
- [14] А. А. Мухтаров и О. Ю. Першин. — «Оптимальное размещение базовых станций широкополосной беспроводной сети связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов». — В: *Труды 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва).* — 2019, — С. 531—537.
- [15] А. А. Мухтаров и О. Ю. Першин. — «Оптимальное размещение базовых станций широкополосной беспроводной сети связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов». — В: *Материалы 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва).* — 2019, — С. 610—612.
- [16] А.А. Мухтаров и Першин О. Ю. — «Математические модели задач оптимального размещения базовых станций беспроводной сети связи». — В: *Материалы 3-й Региональной научно-технической конференции, посвященной 110-летию А.И. Скобло и 105-летию Г.К. Шрейбера «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 2019).* — 2019, — С. 223.