

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Российский государственный университет нефти и газа  
(национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина»

На правах рукописи

Мухтаров Амир Амангельдыевич

**Разработка моделей и методов оптимального размещения  
базовых станций при проектировании беспроводных  
широкополосных сетей**

Специальность 05.13.06 —  
«Автоматизация и управление технологическими процессами и  
производствами»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
Першин Олег Юрьевич

Москва — 2021

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Внедрение БШС на нефтегазовых месторождениях . .</b>	<b>10</b>
1.1 Этапы проектирования БШС . . . . .	11
1.2 Определение расчетных параметров БШС, необходимых для решения задач размещения базовых станций . . . . .	14
1.2.1 Расчет дальности связи . . . . .	14
1.2.2 Расчет межконцевой задержки . . . . .	19
1.3 Выводы по главе 1 . . . . .	22
<b>Глава 2. Задача оптимального размещения базовых станций</b>	
<b>БШС для контроля линейной территории . . . . .</b>	<b>23</b>
2.1 Актуальность внедрения БШС для линейного участка на месторождении . . . . .	23
2.2 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде задачи целлочисленного линейного программирования . . . . .	26
2.2.1 Постановка задачи . . . . .	27
2.2.2 Модель ЦЛП . . . . .	28
2.3 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме . . . . .	34
2.3.1 Постановка задачи и ее формулировка в экстремальной комбинаторной форме . . . . .	34
2.3.2 Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве $\Gamma$ .	36
2.3.3 Метод ветвей и границ для задачи размещения БС . . . . .	39
2.3.4 Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС . . . . .	44
2.4 Сравнительная оценка полученных моделей . . . . .	45
2.5 Выводы по Главе 2 . . . . .	50

<b>Глава 3. Оптимальное размещение базовых станций широкополосной беспроводной сети связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов . . . . .</b>	<b>52</b>
3.1 Задача при заданных местах размещения станций. . . . .	53
3.2 Оптимизационная задача выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения . . . . .	56
3.3 Выводы к главе 3 . . . . .	59
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>60</b>
<b>Список сокращений и условных обозначений . . . . .</b>	<b>61</b>
<b>Словарь терминов . . . . .</b>	<b>62</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>63</b>
<b>Список рисунков . . . . .</b>	<b>74</b>
<b>Список таблиц . . . . .</b>	<b>75</b>
<b>Приложение А. Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4 . . . . .</b>	<b>76</b>
<b>Приложение Б. Числовой пример решения задачи алгоритмом на основе метода ветвей и границ . . . . .</b>	<b>77</b>
<b>Приложение В. Числовой пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме . . . . .</b>	<b>82</b>
В.0.1 Расчет радиуса связи и радиуса покрытия станций . . . . .	84
<b>Приложение Г. Численный пример оптимального размещения базовых станций для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов . . . . .</b>	<b>86</b>

Приложение Д. Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи ЦЛП . . . . .	90
---	----

## Введение

В настоящее время тенденция бурного развития информационных технологий во всех сферах деятельности человека оказывает весомое влияние на нефтегазовый сектор страны. Современные компании, представляющие собой сложные многоуровневые производственные системы, для своего устойчивого развития требуют постоянного развития и совершенствования передовых технологий. Сегодня наблюдается бурное развитие процесса «цифровизации» нефтегазовой отрасли. Крупные международные нефтегазовые компании имеют подразделения, задачами которых является разработка и реализация принципов интеллектуального месторождения [1] на промысле, организация безопасности на технологических объектах, развитие концепции перехода к малолюдным системам управления добычей, транспортировкой и переработкой сырья. Уже сейчас основными современными информационными технологиями, встречающимися в отрасли являются: большие данные (англ. Big Data), искусственные нейронные сети (англ. Artificial Neural Network – ANN), системы распределенного реестра (англ. Blockchain), промышленные интернет вещей (англ. Industrial internet of things – IIoT), технологии виртуальной и дополненной реальности (англ. Virtual Reality – VR), мониторинг распределенных объектов беспилотными летательными аппаратами БПЛА (англ. Unmanned Aerial Vehicle – UAV).

В совокупности данные технологии создают необходимость эффективной передачи больших объемов высокоскоростного трафика. Информационные системы современных месторождений сегодня помимо данных первичного сбора и обработки информации технологических параметров основных производственных объектов содержат также колоссальный объем информации высокоскоростного мультимедийного трафика. Одним из путей решения является внедрение беспроводных технологий [2].

В настоящее время беспроводные технологии являются неотъемлемой частью процесса «цифровизации» месторождения. Активное использование беспроводных сетей основывается на ряде их преимуществ по сравнению с кабельными сетями:

- организация связи в труднодоступных регионах;

- быстрый ввод в эксплуатацию по системе подключение типа Plug-&Play;
- сокращение капитальных затрат на создание сети;
- уменьшение затрат на эксплуатацию;
- высокая гибкость, мобильность, масштабируемость;
- упрощенные требования к обслуживанию оборудования.

В рамках этого процесса возникает актуальная научно - техническая проблема повышения качества проектирования беспроводной сети связи, осуществляющей сбор и передачу информации в центр управления с множества контролируемых объектов на некоторой территории и контроль самой территории.

Процесс проектирования современной беспроводных сетей связи состоит из последовательного решения взаимосвязанных задач:

- обследования местности;
- выбор типов технических средств и протоколов;
- выбор топологической структуры сети;
- анализ и оптимизация пропускной способности каналов связи, маршрутизация информационных потоков и др.

Данная работа посвящена проблеме оптимизации топологической структуры беспроводной широкополосной сети (БШС).

**Степень разработанности темы.** Создание и постоянное развитие современной инфраструктуры передачи данных является одной из основных задач современного производства. Бурное развитие беспроводных сетей во всех областях деятельности человека обосновывает целесообразность их использования на нефтегазовых месторождениях. В настоящее время в России и за рубежом исследованию беспроводных сетей связи посвящен ряд работ, рассматривающие сети для контроля гражданских и промышленных объектов. Примерами таких объектов является жилые районы города, протяженные автомагистрали, железные дороги, трубопроводы и др. В частности, при исследовании проблемы синтеза топологии сети автор опирался на труды таких отечественных ученых как: В.М. Вишневский, О.Ю. Першин, А.А. Ларионов, и другие. Наряду с отечественными работами диссертант обращался к трудам зарубежных авторов: Е.С. Кавальканте, Х. Лиу, А.Б. Рейз, Д.Ли, Д.П. Хейман, С. Шен, Д. Бендель, У. М. Амин, Б. Брахим, Х.Э. Кызылѐз и другие.

В работах указанных авторов рассматриваются задачи оптимального синтеза топологии сети и исследуются вопросы анализа сетей, в том числе рассматриваются оценки характеристик сетей с помощью стохастических моделей сетей массового обслуживания.

Исследования доведены до разработки алгоритмов и программ, применимых для решения практических задач. Проведены численные эксперименты, позволяющие оценить характеристики вычислительных методов.

**Объектом исследования** являются БШС специальных типов, широко представленных на практике: БШС для контроля линейных траекторий и БШС с ячеистой топологией (mesh) для контроля объектов, рассредоточенных на некоторой территории.

**Предметом исследования** является синтез топологической структуры беспроводной широкополосной сети.

**Цель диссертационного исследования** состоит в разработке моделей и методов оптимального размещения базовых станций для БШС указанных типов, определяющего топологию таких сетей.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Проведен анализ современного состояния и перспектив развития БШС для обоснования актуальности исследований в области оптимизации их топологии.
2. Проанализирована методика проектирования современных БШС с целью определения технологических требований к решению задачи синтеза оптимальной топологии сети, а также расчета параметров БШС, необходимых для решения задач размещения базовых станций.
3. Построены математические модели для задачи оптимального размещения базовых станций БШС с линейной топологией, разработан алгоритм типа метода ветвей и границ (МВиГ) для решения указанной задачи, предложена итерационная процедура нахождения последовательности лучших решений в размещении базовых станций в рамках комплексного проектирования сети.
4. разработаны математические модели для проектирования и анализа БШС с ячеистой топологией.

**Научная новизна** результатов исследования заключается в следующем:

1. Построены математические модели в виде экстремальной комбинаторной задачи и задачи целлочисленного линейного программирования

- (ЦЛП) для оптимального размещения базовых станций при проектировании БШС с линейной топологией.
2. Разработан специальный алгоритм МВиГ для решения сформулированной экстремальной комбинаторной задачи.
  3. Разработана итерационная процедура нахождения последовательности лучших решений для задачи размещения базовых станций в рамках комплексного проектирования БШС с линейной топологией.
  4. Разработаны математические модели для задач проектирования БШС с ячеистой топологией.

**Практическая значимость.** Разработанные модели и методы позволяют повысить качество и эффективность проектирования БШС для распространенных типов таких сетей.

**Методы исследования.** В работе использованы теория и методы оптимизации на конечных множествах и теории массового обслуживания

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Математическая модель в виде задачи ЦЛП для оптимального размещения базовых станций при проектировании БШС с линейной топологией.
2. Математическая модель в виде экстремальной комбинаторной задачи для оптимального размещения базовых станций при проектировании БШС с линейной топологией.
3. Специальный алгоритм МВиГ для решения сформулированной экстремальной комбинаторной задачи.
4. Итерационная процедура нахождения последовательности лучших решений для задачи размещения базовых станций в рамках комплексного проектирования БШС с линейной топологией.
5. Математические модели для задач проектирования БШС с ячеистой топологией;

**Апробация работы.** Основные положения и результаты исследования представлены и обсуждены на научных конференциях «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 17-21 сентября 2018); «13-е Всероссийское совещание по проблемам управления» (Москва, 17-20 июня 2019); «International Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications» (Москва, 22-27 сентября 2019), «Губкинский университет в решении вопросов нефтегазовой отрасли России» (Москва, 24-26 сентября 2019); «Conference Management



of Large-Scale System Development» (Москва, 1-3 октября 2019); «Information and Telecommunication Technologies and Mathematical Modeling of High-Tech Systems» (Москва, 13-17 апреля 2020); «Computer-aided technologies in applied mathematics» (Томск, сентябрь 2020); «International Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications» (Москва, 14-18 сентября 2020); «Information and Telecommunication Technologies and Mathematical Modeling of High-Tech Systems» (Москва, 19-23 апреля 2021);

**Личный вклад.** Основные результаты диссертации, выносимые на защиту получены автором самостоятельно.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 13 печатных изданиях, 1 из которых издана в журнале, рекомендованных ВАК, 2 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, 10 — в сборниках трудов конференции.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и 5 приложений. Полный объем диссертации составляет 92 страницы, включая 19 рисунков и 23 таблицы. Список литературы содержит 0 наименований.

## Глава 1. Внедрение БШС на нефтегазовых месторождениях

Цифровая трансформация является первостепенной задачей для развития нефтегазового комплекса. Переход производства к новой модели управления «Индустрия 4.0» позволит бизнесу сохранить лидирующие позиции и не утратить производственного потенциала [3, 2]. Неотъемлемой частью такой трансформации является внедрение беспроводных технологий [3, 2, 4, 5, 6, 7].

Современные беспроводные широкополосные сети связи (БШС), обладая рядом преимуществ, нашли свое широкое применение в задачах мониторинга и управления различных производственных или гражданских объектов, технологических установок, движущихся транспортных средств и т.п. К ряду таких преимуществ можно отнести возможность получения информации с любой точки контролируемой территории, быстрый ввод в эксплуатацию, сокращение капитальных затрат на создание и эксплуатацию сети, высокая гибкость, мобильность и масштабируемость.

Нефтегазовые объекты часто расположены в труднодоступной местности на обширной территории в несколько километров. Данный фактор является ключевым преимуществом беспроводных технологий для развертывания по сравнению с кабельными коммуникациями.

Беспроводная связь в автоматизации промышленного производства способствует осуществлению производственных процессов более экономически эффективно, гибко и надежно, а также позволяет реализовывать новые концепции автоматизации [8]. Для управления большими объемами на месторождениях применение беспроводных каналов связи в режиме 60/24/7, позволяющая операторам принимать обоснованные управленческие решения, своевременно диагностировать и устранять неисправности, а также оптимизировать работу АСУ ТП в целом [9].

Не маловажную роль на месторождениях играет безопасность. Технологические объекты на нефтяных или газовых месторождениях, оснащенных широкополосным подключением, позволяют соответствовать современным концепциям и требованиям в сфере безопасности персонала и безопасности имущества, включая охрану с использованием беспроводных камер видеонаблюдения. Для предоставления доступа к объекту могут использоваться дополнительные возможности, такие как считывание номерных знаков и

распознавание лиц. А благодаря использованию тепловых камер можно контролировать риски отключения и перегрузки даже с помощью периодических снимков оборудования на промысле.

Внедрение БШС особенно хорошо подходит для систем видеонаблюдения, поскольку позволяют расположить камеры там, где они нужны, а не там, где удобно для подключения к проводной сети.

В данном исследовании в рамках цифровой трансформации «Индустрия 4.0» представлены модели и методы оптимизации при проектировании беспроводных сетей на месторождениях (Рисунок 1.1).



Рисунок 1.1 — Задача синтеза топологии при проектировании БШС в рамках цифровой трансформации "Индустрия 4.0".

## 1.1 Этапы проектирования БШС

Для обеспечения высокого качества беспроводной связи необходимо проводить грамотное проектирование БШС. Существуют различные подходы к проектированию беспроводных сетей. Для одних задач является максимальной зона покрытия, для других – достижения максимальной производительности передачи данных, для третьих – нахождения баланса между зоной охвата и производительностью [10]. В диссертации будут предложены модели и методы оптимального размещения базовых станций (БС) БШС, целью которых является максимальная зона охвата. Процесс проектирования современной БШС, как правило, для такого подхода имеет следующие основные этапы (Рисунок 1.2):

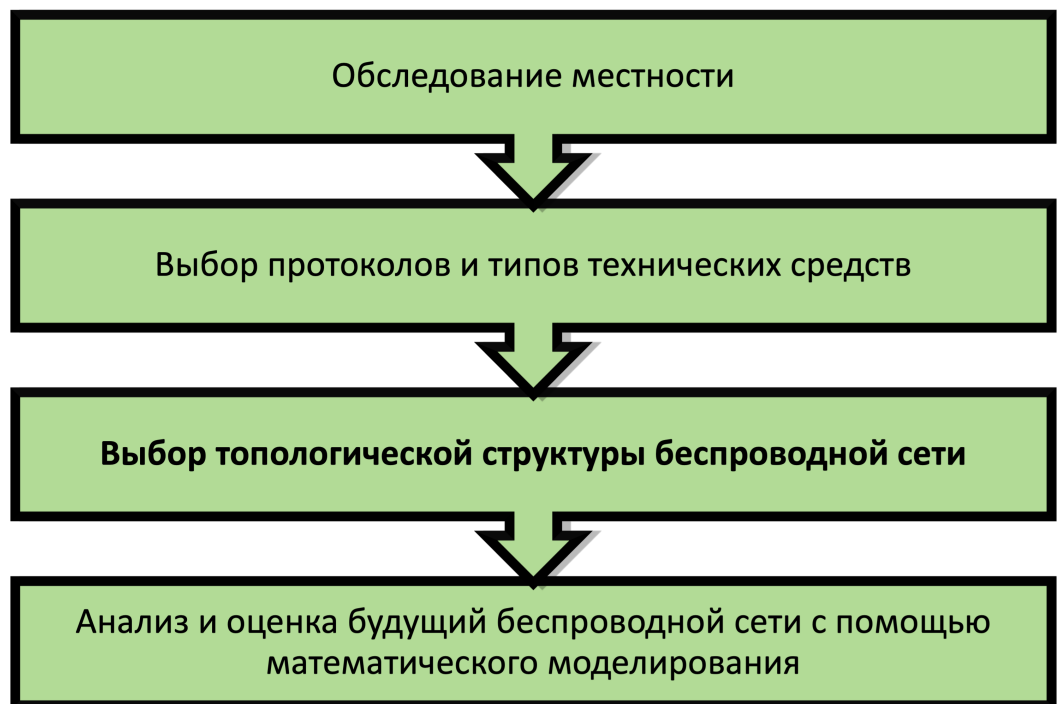


Рисунок 1.2 — Этапы проектирования БШС.

Любое проектирование БШС всегда начинается с первоначального обследования местности. В данный этап входят задачи радиобследования и радиопланирования. оценки реальных размеров области контроля, наличие стационарных инженерно-технических сооружений, мешающих передаче сигнала, такими как металлические конструкции, перекрытия, стены и т.д. При развертывании БШС в открытой местности также немаловажную роль играет наличие перепада высот. В ходе выполнения комплекса работ на местности, определяются возможные точки размещения оборудования [11]. На основе результатов данного этапа проводится выбор типа моделей оборудования для дальнейшего их размещения и организации сети.

Производительность и дальность действия беспроводных сетей не безграничны. При их проектировании стоит учитывать множество параметров: частота, скорость, мощность излучения [10]. На этапе выбора оборудования необходимо определиться с протоколом будущей БШС и подготовить необходимый комплекс технических средств для развертывания будущей сети. БС является основополагающим устройством будущей сети, которая отвечает за покрытие задданной области. Покрытие в свою очередь зависит от мощности передатчика устройства, усиления антенн, чувствительности приемного устройства.

После определения множества возможных точек размещения БС на этапе обследования местности и выборе возможных типов и моделей оборудования можно переходить непосредственно к размещению БС и определению топологической структуры сети. Этап выбора топологической структуры будущей сети является ключевой проблемой данной диссертации. В рамках данной проблемы будут предложены модели и методы оптимального размещения БС для организации БШС.

После решения задачи синтеза топологии, для полученного размещения решаются задачи оценки характеристик производительности БШС. Для расчета оценок широко применяется аппарат теории массового обслуживания (ТМО). Примерами таких задач являются расчет надежности всех элементов сети [12, 13, 14], оценка характеристик качества канала, вероятности потери пакетов, пропускной способности, времени доставки сообщений в сети [15, 16, 17, 18, 19, 20, 21], оценка межконтинентальной задержки сети [19, 20]. В работе [22] рассматривают стохастическую модель марковской цепи для оценки качества предоставления информационных услуг передачи данных автоматизации систем управления технологическим процессом (АСУ ТП) в условиях помех и прерываний. Одним из современных направлений в исследовании характеристик производительности БШС является использование ТМО в совокупности с методами машинного обучения (МО) [23, 24].

Описанная процедура проектирования БШС является общей для большинства внедрения беспроводных коммуникационных сетей. В зависимости от конкретных целей, которые преследуют проектировщики, план работ может требовать содержание конкретных этапов и подзадач проектирования. В общем же случае проектирование БШС будет происходить согласно данной последовательности этапов. В изложенной концепции важным является представление

места результатов исследования данной диссертации в глобальной задаче комплексного проектирования.

## **1.2 Определение расчетных параметров БШС, необходимых для решения задач размещения базовых станций**

Этап выбора топологической структуры беспроводной сети состоит из решения задач оптимального размещения БС. В дальнейшем для решения данных задач необходимо будет ввести параметры БС: радиус связи – максимальная теоретическая дальность связи базовой станции с соседней станцией, удовлетворяющей требуемому качеству передачи сигнала; и радиус покрытия – максимальный теоретический радиус зоны покрытия БС для связи с устройствами. Данные параметры рассчитываются исходя из конфигурации БС. Далее будет представлен метод расчета. Все технические характеристики для расчета берутся из технического паспорта БС.

### **1.2.1 Расчет дальности связи**

В БШС в большинстве случаев используются радиоволны сантиметрового диапазона. Отличительной чертой распространения данных радиоволн является почти полное отсутствие явления дифракции и прямолинейность распространения. Волны практически не огибают преград при распространении, поэтому существенное влияние оказывают рельеф местности, преграды и погодные условия.

Для расчета дальности действия связи используют модели распространения радиосигнала [25, 26, 27, 28]. Существуют различные модели, которые можно объединить в три основные категории [29]:

- теоретические модели. Данные модели обычно основаны на физическом предположении об идеальных условиях;
- эмпирические модели. Это наборы уравнений, разработанные на основе различных данных полевых измерений. Одним из основных недостат-

- ков таких моделей является то, что они не могут использоваться для различных ситуаций без изменений, поскольку они точны только для случая с теми же характеристиками, в которых проводились измерения;
- детерминированные модели. Модели очень сложны, поскольку они требуют детального знания местоположения, размеров и физических параметров всех препятствий в данной области. Такое детальное исследование может приводить к чрезмерным накладным расходам, которые в большинстве случаев могут быть лишними.

Существуют большое количество моделей распространения. Каждая имеет свои плюсы и минусы. В зависимости от конкретных задач при проектировании возможно использовать каждую из них. В данном исследовании используется простейшая модель распространения в свободном пространстве (Free space propagation model).

Для оценки производительности канала связи используется уравнение энергетического потенциала, который учитывает все усиления и потери уровня сигнала при его распространении от передатчика к приемнику через беспроводную среду передачи, кабели, разъемы, различные препятствия (Рисунок 1.3) [10].

В определении энергетического потенциала беспроводной линии связи участвуют следующие параметры:

- эффективная изотропно-излучаемая мощность передатчика (Equivalent Isotropically Radiated Power, EIRP), являющаяся суммой выходной мощности передатчика и коэффициента усиления антенны за вычетом потерь в антенном кабеле разъемах передающего тракта;
- потери при распространении в свободном пространстве;
- чувствительность приемника, потери в антенном кабеле и коэффициент усиления антенны приемника.

Полное уравнение можно записать следующим образом:

$$P_{tr} - L_{tr} + G_{tr} - L_{fs} + G_{recv} - L_{recv} = SOM + P_{recv}, \quad (1.1)$$

где:

- $P_{tr}$  – мощность передатчика, дБм;
- $L_{tr}$  – потери сигнала на антенном кабеле и разъемах передающего тракта, дБ;
- $G_{tr}$  – усиление антенны передатчика, дБ;

- $L_{fs}$  – потери в свободном пространстве, дБ;
- $G_{recv}$  – усиление антенны приемника, дБ;
- $L_{recv}$  – потери сигнала на антенном кабеле и разъемах приемного тракта, дБ;
- $P_{recv}$  – чувствительность приемника, дБм;
- $SOM$  – запас на замирание сигнала, дБ.

Энергетический потенциал указывает на качество канала передачи радиосигналов.

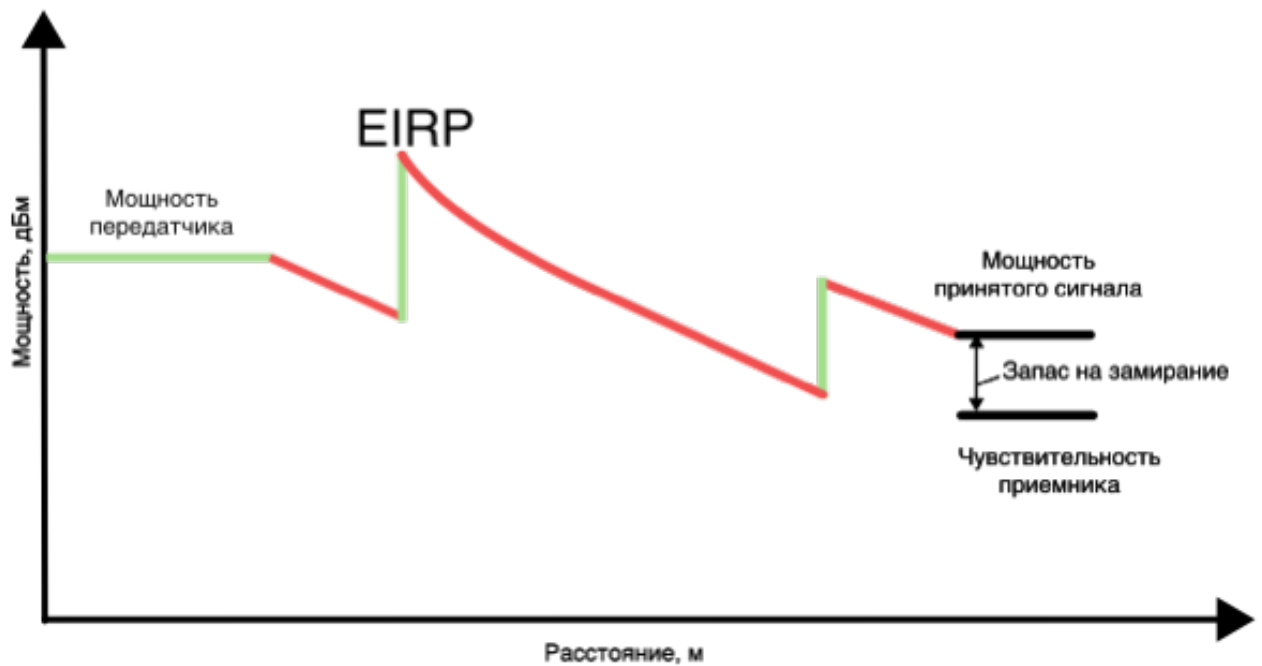


Рисунок 1.3 — Энергетический потенциал линии связи.

На стороне передатчика выходной мощностью является величина, равная мощности, подводимой к антенне. Данная величина из паспортной документации устройства имеет различные значения в зависимости от каждого поддерживаемого оборудованием стандарта и конкретных скоростей. В реальной условиях значения мощностей, как правило, могут незначительно отклоняться от паспортных значений. Предельная мощность передатчика определяется государственными органами. Для примера, для БШС семейства протоколов IEEE 802.11 не превышает 100 мВт или, выражая в децибеллах, не более 20 дБм [30].

Затухание сигнала могут происходить в кабелях антенны, зависящие от типа кабеля и рабочей частоты. При подключении антенны желательно обходиться минимальной длиной кабеля. Потери сигнала в антенном кабеле



принимают 0, 1...2 дБ/м. В технической документации в потерях кабеля также учтена величина затухания в кабельных разъемах.

Усиление антенны описывает фокусирование переданного или полученного сигнала. Значения даны относительно полуволнового диполя или теоретического изотропного излучателя [8].

Мощность принимаемой антенны рассчитывается из уравнения передачи Фрииса:

$$\frac{P_{recv}}{P_{tr}} = G_{tr} G_{recv} \left( \frac{c}{4\pi R f} \right)^2,$$

где  $c$  – скорость света,  $f$  – частота,  $R$  расстояние между приемной и передающей антенной.

К потерям при распространении относятся все виды затухания сигнала, которые имеют место при его распространении от антенны передатчика к антенне приемника. Самая простая оценка потерь в свободном пространстве получается, если предположить, что сигналы передаются во всех направлениях, то есть мощность излучается одинаково во всех направлениях, и в зоне передачи или вокруг нее нет препятствий, которые могли бы повлиять на распространение электромагнитных сигналов [31]. Передающий сигнал рассеивается по мере увеличения расстояния между приемником и передатчиком. Данный тип затухания называется потерями в свободном пространстве (Free Space Path Loss, *FSPL*).

Уравнение потерь в свободном пространстве (*FSPL*) при распространении между двумя антеннами в свободном пространстве (в воздухе):

$$FSPL = \left( \frac{4\pi R f}{c} \right)^2. \quad (1.2)$$

Формула (1.2), выраженная в децибеллах будет выражаться как

$$L_{fs} = 20 \lg F + 20 \lg R + K, \quad (1.3)$$

где  $F$  – центральная частота, на котором работает канал связи,  $R$  – расстояние между приемной и передающей антенной и  $K$  – константа.

Константа  $K$  зависит от размерностей частоты и расстояния:

- для чистоты, выраженной в ГГц, и расстояния, выраженная в км, константа  $K$  равна 92.45;
- для чистоты, выраженной в МГц, и расстояния, выраженная в км, константа  $K$  равна 32.4;

- для чистоты, выраженной в МГц, и расстояния, выраженная в м, константа  $K$  равна -27.55.

Потери  $L_{fs}$  выразим из уравнения энергетического потенциала канала связи (1.1) как:

$$L_{fs} = P_{tr} - L_{tr} + G_{tr} + G_{recv} - L_{recv} - SOM - P_{recv}. \quad (1.4)$$

Запас на замирание сигнала,  $SOM$ , учитывает все возможные факторы отрицательно влияющие на дальность связи. К таким факторам относятся:

- температурный дрейф чувствительности приемника и выходной мощности передатчика;
- влияние погодных условий на передачу сигнала: туман, снег, дождь;
- потери в антенно-фидерном тракте, возникающие из-за рассогласования фидера и антенны.

Приемник испытывает совокупное воздействие всех этих физических факторов, которые различаются в зависимости от положения приемника и передатчика в среде распространения.

Минимальная значения величины запаса на замирание (System Operating Margin,  $SOM$ ) должна быть не меньше 10 дБ. Считается, что 10-ти децибелный запас по усилению достаточен для инженерного расчета, но на практике зачастую используют значение 20...30 дБ [10].

Максимально возможную дальность связи между приемником и передатчиком выводится из уравнений (1.3) и (1.4):

$$R = 10^{\left(\frac{L_{fs} - 20 \lg F - K}{20}\right)}. \quad (1.5)$$

Используя формулу (1.5) и (1.4), мы можем рассчитать теоретическое максимальную дальность связи  $R_{jq}$  между базовыми станциями и радиусом покрытия  $r_j$  с предположением об отсутствии препятствий, отражений, влияния контуров местности и т. д. Это допущение приемлемо для нашего случая с открытой местностью.

Для расчета дальности связи  $R_{jq}$  (Рисунок 1.4), базовые станции  $s_j$  и  $s_q$  будут рассматриваться как станции *передатчик* и *приемник*, соответственно. Будем считать, что станции оборудованы направленными антеннами с усилениями  $G_{tr}^R$  и  $G_{recv}^R$ .

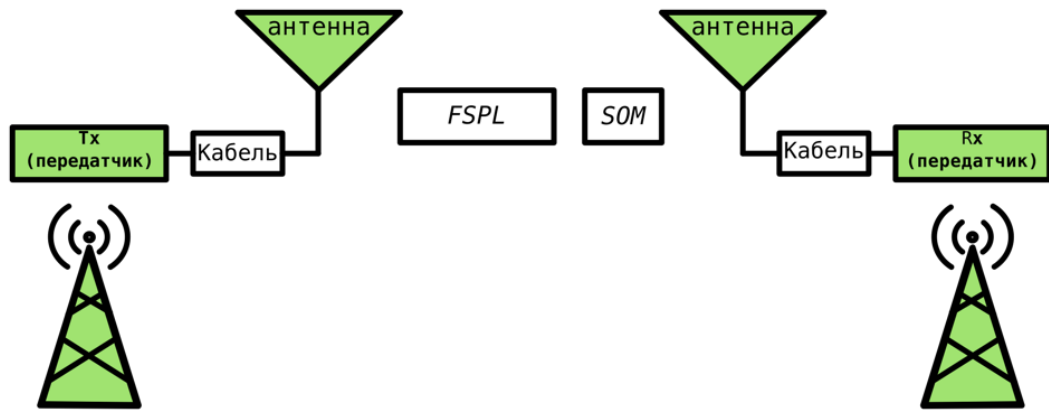


Рисунок 1.4 — Соединение между станциями.

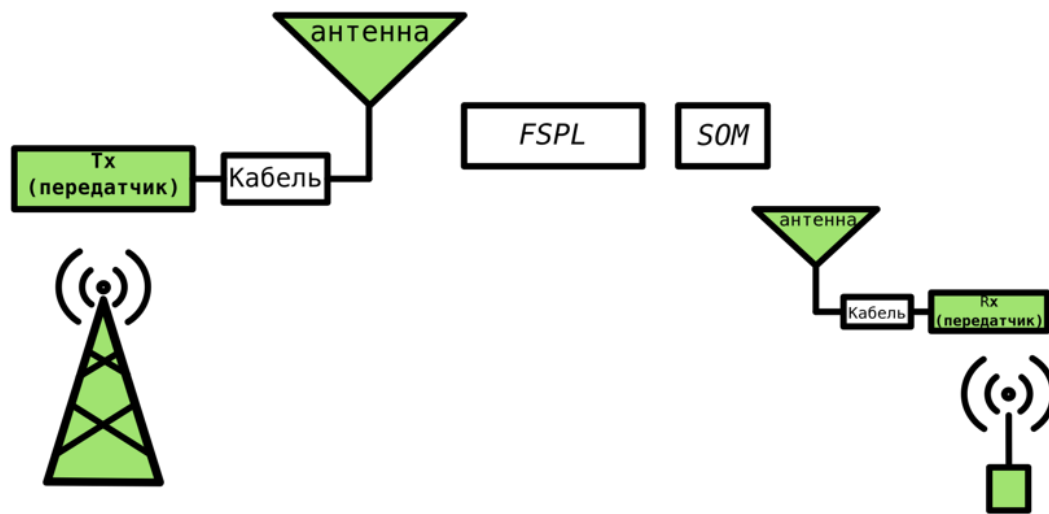


Рисунок 1.5 — Покрывтие станции

Каждая базовая станция оснащена всенаправленной антенной с заданным усилением антенны  $G_{tr}^r$ . Данная антенн необходимо для покрытия заданной области.

При вычислении радиуса покрытия  $r_j$  (Рисунок 1.5) базовая станция будем считать *передатчиком*, а пользовательское устройство *приемником*.

### 1.2.2 Расчет межконцевой задержки

Как уже было отмечено ранее, одним из важных ключевых задач при проектировании БШС является оценка ее характеристик производительности для удовлетворения требуемого качества обслуживания (quality of service, QoS). Одной из основных характеристик проектируемой сети является ее межконцевая задержка [17, 19, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 16, 40]. Для расчета сквозной за-

держки сети используют стохастические модели массового обслуживания [17, 19, 32, 38, 16, 40].

Пусть задан частной случай БШС. Все БС связаны последовательно между собой в сеть с линейной топологией. Для расчета межконцевой задержки в простейшем случае рассмотрим беспроводную сеть как сеть массового обслуживания (СеМО) с кросс-трафиком и узлами  $M/M/1$  (Рисунок 1.6).

Узлами сети являются БС. Согласно символике Дж. Кендала, обозначение  $M$  указывает на показательное распределение случайной величины [41, 42]. Каждая такая БС характеризуется случайными величинами входящего потока пакетов и временем их обслуживания, принадлежащие экспоненциальному закону распределения. Каждый узел имеет один обслуживающий прибор. Для такой СеМО принято допущение о бесконечном размере буфера, в котором пакеты ожидают своего обслуживания. Данное допущение позволяет получить аналитическое решение, которое возможно использовать для произвольного размера СеМО для данной топологии.

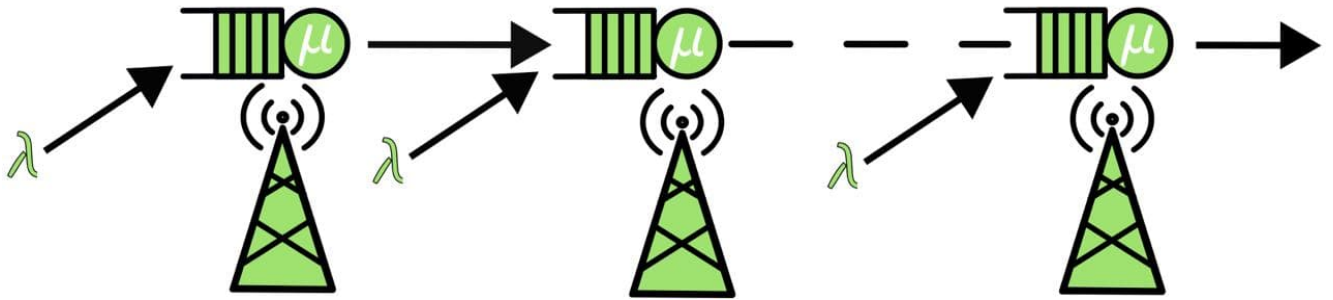


Рисунок 1.6 — СеМО с кросс-трафиком и узлами  $M/M/1$ .

На вход каждой станции поступает пуассоновский поток. Пуассоновский процесс представляет собой случайный процесс, характеризующийся экспоненциально распределенным временем между событиями. Это один из наиболее важных случайных процессов в теории вероятностей, который широко используется для моделирования поведения трафика и входов во многих коммуникационных сетях и системах [39, 40, 38, 37].

В пуассоновском процессе события происходят непрерывно и независимо друг от друга. Функция распределения имеет вид [41, 42]:

$$P(X < x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Для входящего потока интервалы между поступлениями заданы случайной величиной с экспоненциальным распределением и интенсивностью  $\lambda$ . Время обслуживания на узле задано также экспоненциальным распределением и интенсивностью  $\mu$ .

По теореме Бурке [43], поток на выходе узла  $M/M/1$ , а значит на входе каждой последующей фазы тоже пуассоновский. Интенсивность на выходе каждой фазы равна суммарной интенсивности всех входящих потоков с интенсивностями  $\lambda$ .

Пропускная способность на практике часто составляет половину от заданной в спецификации оборудования [10, 44]. Интенсивность времени обслуживания рассчитывается по формуле:

$$\mu_j = 0.5 \cdot p_j / w,$$

где:  $p_j$  - пропускная способность  $j$ -ой станции, Мбит/с;  $w$  - средний размер пакета, Мбит.

Для каждой станции коэффициент загрузки равен:

$$\rho_j = \frac{\sum \lambda}{\mu_j} = \frac{q \cdot \lambda}{\mu_j} < 1,$$

где  $q$  - число входящих потоков. Условие  $\rho_j < 1$  является необходимым и достаточным условием существования стационарного режима функционирования СеМО.

Далее по формуле Литтла [45] можно рассчитать время задержки на каждой станции:

$$\overline{T_j} = \frac{\rho_j}{1 - \rho_j} \cdot \frac{1}{q \cdot \lambda}.$$

Тогда межконцевая задержки в сети равна

$$\overline{T} = \sum \overline{T_j}. \quad (1.6)$$

Существуют более сложные модели очередей для оценок характеристик с более сложными распределения входящего трафика и времени обслуживания. Адекватные оценки дают модели с коррелированными входным потоком [17, 16]. К сожалению, такие модели труднорешаемы и для большего числа фаз СеМО не имеют аналитических расчетов. В данном исследовании

будем использовать простейшую модель СеМО с узлами  $M/M/1$  на этапе задачи оптимального размещения. Согласно предложенной концепции проектирования, полученную БШС с размещенными БС и выбранным техническим оборудованием можно будет в дальнейшем проводить на более сложных моделях на следующем этапе моделирования сети. Этот этап включает в себя математическое, имитационное моделирование для оценок характеристик производительности как время задержек, длины очередей, пропускная способность, вероятность потери пакетов и др. Данный этап позволяет провести комплексную проверку соответствия QoS для полученного размещения БС.

### 1.3 Выводы по главе 1

В главе представлено актуальность внедрения БШС в рамках цифровой трансформации нефтегазового сектора «Индустрия 4.0». Представлены тематика исследования и задачи, затронутые в диссертации в рамках данного внедрения, а именно задачи синтеза топологии при проектировании беспроводных телекоммуникации на месторождении. Представлена структура последовательностей этапов при проектировании и место задачи синтеза в ней. Представлены методика расчета параметров БС необходимых в дальнейшем для оптимизационных задач размещения БС.

## **Глава 2. Задача оптимального размещения базовых станций БШС для контроля линейной территории**

### **2.1 Актуальность внедрения БШС для линейного участка на месторождении**

В данной главе будет представлена математическая модель размещения БС БШС вдоль линейного участка. Ключевым таким линейным объектом на нефтегазовом промысле является магистральный трубопровод.

Магистральные трубопроводы предназначены для транспортировки товарной нефти или газа из района промысла, производства до места потребления. В общем случае под местами потребления понимают нефтебазы, перевалочные базы, пункты налива в цистерны и заводы [46]. В зависимости от географических особенностей и климатических условий магистральные трубопроводы могут прокладываться в подземном, наземном или надземном типах.

Трубопроводы по-прежнему являются самым безопасным способом транспортировки нефти, но случайных утечек избежать невозможно. К особо уязвимым участкам трубопроводной инфраструктуры относятся регулирующая арматура, ловушки для скребков, приемники скребков, счетчики и манометры. Хотя утечки в трубопроводе часто начинаются с малого, позднее обнаружение и идентификация утечек может иметь пагубные последствия. Для нефтегазовой компании несвоевременное обнаружение может нанести миллионы финансовых убытков, а также нанести ущерб репутации и окружающей среде.

Основными причинами аварийных ситуаций на линейных участках являются: коррозионные разрушения, механические повреждения при строительстве и эксплуатации, а также заводские браки [47]. Отсюда возникает важная задача, с которой сталкиваются компании на промысле – отслеживание состояния трубопроводов, по которому транспортируются нефть и газ [48]. Эффективным средством прогнозирования и предотвращения отказов и аварийных ситуаций на магистральных трубопроводах, а также экологической защиты и достижения промышленной безопасности становится мониторинг нефтепровода, путем внедрения беспроводных сетей связи, включающее беспроводных технических средств для диагностики технического состояния трубопроводов,

изменений под влиянием геологических процессов на опасных участках [49, 50, 51, 52]; а также внедрения беспроводных систем видеонаблюдения, в том числе БПЛА позволяющий контролировать безопасность на всем участке трубопровода [53, 54, 52, 55, 56].

Одним из интересных направлений является организация беспроводных сетей для обнаружения утечек и отслеживания границ и направления движения токсичных газов с помощью мобильных беспроводных сенсорных устройств [49]. В работе [51] предлагается беспроводная сенсорная сеть для мониторинга утечек вдоль подземных трубопроводов. С учетом уже широкого применения беспроводных сенсорных сетей в нефтегазовой отрасли, все еще существуют некоторые проблемы при их развертывании: вероятность потерь передачи сигнала между сенсорами, отказы узлов и проблемы с энергопотреблением, особенно для линейной топологии [57]. Беспроводные сенсорные сети, уже широко применяются на месторождениях. К сожалению, большинство используемых методов маршрутизации не предназначены для линейной топологии [58]. В простейшем случае, когда отказывает один узел, вся сеть перестает функционировать. Беспроводные сенсорные сети на базе протоколов WirelessHart, IEEE 802.15.4, ISA100.11a и др. нашли свое широкое применение в нефтегазовом секторе. В силу ограничения дальности связи данных протоколов целесообразно объединять такие сенсорные сети вдоль линейного сооружения в БШС дального радиуса действия на базе семейства протоколов IEEE 802.11 (Рисунок 2.1). Для сбора данных с сенсорной сети вдоль линейного объекта используются узлы транспортировки сети - базовые станции [59]. Использование базовых станций в сенсорных сетях позволяет увеличить связность сети, путем разбиение сети на мелкие кластеры. Повышение связности сети при ее разбиении достигается вследствие того, что базовая станция является более надежным узлом, имеет большую дальность уверенной передачи радиосигнала, меньше зависит от ограничений в энергопотреблении [60].

В [61, 62] авторы предлагают иерархическую сенсорную сеть для мониторинга трубопроводов, в которой третий уровень иерархии сети представлен базовыми станциями, покрывающими весь линейный участок.

Один из современных методов обнаружение утечек и мониторинга в реальном времени является использование беспроводной сети связи на базе стационарных объектов – базовых станций и беспилотных летательных аппаратов (БПЛА, Unmanned Aerial Vehicle, UAV) [54]. В [53] рассматривается использо-



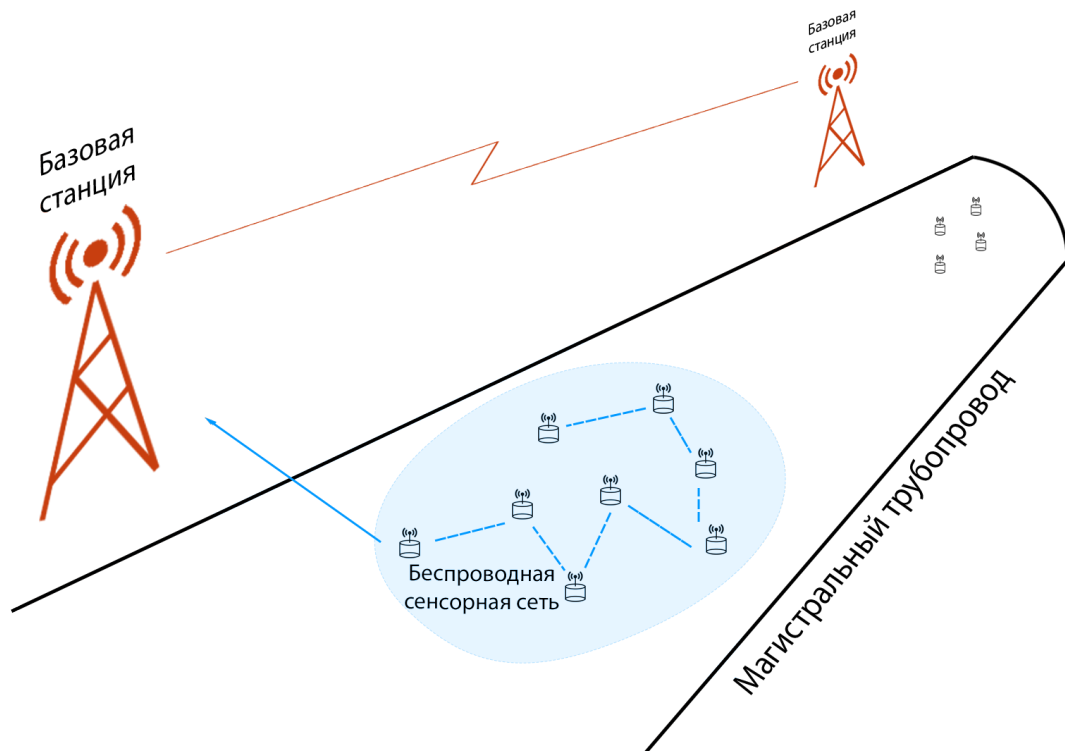


Рисунок 2.1 — Беспроводная сеть вдоль магистрального трубопровода

вание БПЛА для мониторинга нефтепроводов. Предлагается математическая модель для определения состава группы БПЛА и метода ее базирования.

Еще одним немаловажным линейным объектом любого промысла, требующим постоянного контроля является сеть промысловых дорог. С учетом большой удаленности друг от друга объектов нефтегазовой отрасли друг от друга целесообразно организовать телекоммуникационную сеть вдоль протяженных автодорог для контроля данного линейного участка с помощью информации с систем видеонаблюдения [63] (Рисунок 2.2). Одним из наиболее перспективных решений на транспортных участках является организация автомобильных сетей (Vehicular ad hoc network, VANET) [64, 65]. Для решения данной проблемы хорошо подходит БШС. Организации БШС вдоль автодорог посвящено ряд зарубежных и отечественных работ.

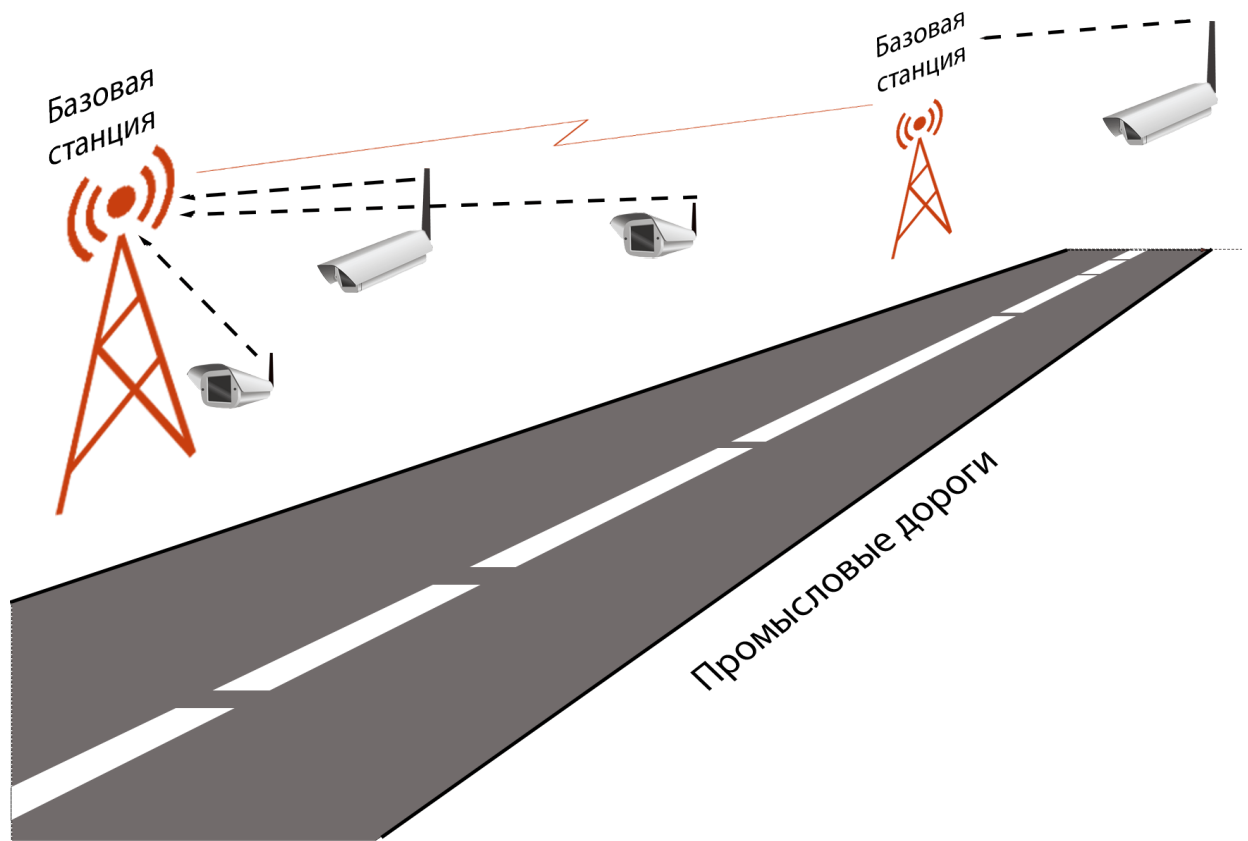


Рисунок 2.2 — Беспроводная сеть вдоль промышленных дорог

## 2.2 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде задачи целочисленного линейного программирования

Размещение БС вдоль линейного участка приобретают все большую актуальность на сегодняшний день. Большинство работ касаются проблемы размещения придорожных объектов (Roadside Unit, RSU) или другими словами БС вдоль автодорог.

Задача оптимального размещения БС нашла свое широкое отражение в исследованиях зарубежных и отечественных авторов. Большинство работ касаются проблемы размещения придорожных объектов (Roadside Unit, RSU) или другими словами БС вдоль автодорог. В [66] предложена модель, использующая генетический алгоритм для решения задачи о максимальном покрытии. Максимизация покрытия БШС с учетом ограничения стоимости БС представлена в работах [67, 68]. В работах [69, 70, 71] предложены новые модели размещения БС с учетом характеристик трафика на участках. В [72] пред-

ставлена задача размещения БС для протокола IEEE 802.11p/Wave. В [73] предложена модель размещения БС с помощью муравьиного алгоритма. В работах [66, 74] в качестве ограничений учитываются временные ограничения при размещения БС. В [75] предлагают жадный алгоритм для минимизации RSU с условием ограничения задержек между любыми двумя узлами сети. В работе [76] представлена задача размещения RSU вдоль линейного участка протяженной автомагистрали.

Представление задачи размещения БС вдоль автодорог в виде одномерной задачи нашло свое широкое применение [76, 72, 68, 69, 70, 71, 77]. В нашем случае является также эффективным для применения вдоль промысловых дорог между удаленными на большие расстояния объектами нефтегазовых отрасли.

Задача размещения также актуально для беспроводных сетей. В работе [78] предложены модели размещения узлов беспроводной сенсорной сети (WSN, Wirelss Sensor Network), максимизирующий покрытие линейного участка трубопровода. В [79] авторы представляют во внимание модель размещения узлов WSN обнаружения повреждений на трубопроводе, учитывающие зоны, которые будет контролировать только обслуживания персонал. В работах [80, 81, 82] представлены модели размещения узлов WSN минимизирующее суммарное энергопотребление. В [83, 84] предложен модели кластеризации узлов БШС, в [84] предлагают модели БШС для мониторинга утечек вдоль нефте- и газопроводов.

### 2.2.1 Постановка задачи

В отличии от большинства реализаций БШС вдоль трубопроводов, где используется одноуровневая реализация сети, в данной диссертации, согласно широко используемой классификации [85, 86, 58, 87, 88], будет предложено иерархическая БШС сеть с линейной топологии. Данные с полевых измерительных устройств собираются шлюзом. Именно с этих шлюзов вся информация будет собираться через систему размещенных БС. В случае проектирования БШС для видеонаблюдения, вся поток будет идти на БС непосредственно с антенн камер видеонаблюдения.

Проблема формулируется следующим образом. Для контроля над заданным линейным участком необходимо разместить базовые приемопередающие станции (далее называемые станциями) таким образом, чтобы максимизировать покрытие с ограничением на суммарную стоимость размещенных станций. Важно обеспечить связи любой станции со шлюзами на концах участка через систему размещенных станций.

Задано множество станций  $S = \{s_j\}$ . Каждой станции приписаны параметры  $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}, c_j\}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ;  $q = \overline{1, m}$ ;  $q \neq j$ . Здесь  $r_j$  – радиус покрытия станции,  $R_{jq}$  – это радиус связи между станциями  $s_j$  и  $s_q$ , и  $c_j$  – это стоимость.

Задан линейный участок длиной  $L$  с концами в точка  $a_0$  и  $a_{n+1}$ . Внутри отрезка  $[a_0, a_{n+1}]$  задано конечное множество точек  $A = \{a_i\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ; эти точки соответствуют набору свободных мест, где могут быть размещены станции. Каждая точка  $a_i$  определяется своей одномерной координатой  $l_i$ .

Заданы станции специального вида  $s_{m+1}$  – шлюзы. Данные шлюзы размещены на концах  $a_0$  и  $a_{n+1}$  данного линейного участка. Для данных станций параметр радиуса покрытия  $r_{m+1} = 0$ . Радиус связи и стоимость не заданы.

Требуется разместить станции таким образом, чтобы максимизировать покрытие с условием ограничения на суммарное стоимост  $C$ .

### 2.2.2 Модель ЦЛП

После оценки максимальных радиуса связи между станциями  $R_{jq}$ , максимального радиуса покрытия  $r_j$ , можно перейти, непосредственно, к задаче размещения станций в виде модели целочисленного линейного программирования.

Пусть  $y_i^+$  и  $y_i^-$ ,  $i = \overline{0, n+1}$  определяют охват покрытия (справа и слева, соответственно) станций, покрывающих точку  $a_i$  (Рисунок 2.3). Параметры  $y_i^+$  и  $y_i^-$  могут принимать только неотрицательные целые значения.

Величины покрытия для шлюзов  $y_0^+, y_0^-, y_{n+1}^+, y_{n+1}^-$  равны 0.

Целевая функция будет представлена как:

$$f = \sum_{i=1}^n (y_i^- + y_i^+) \rightarrow \max \quad (2.1)$$

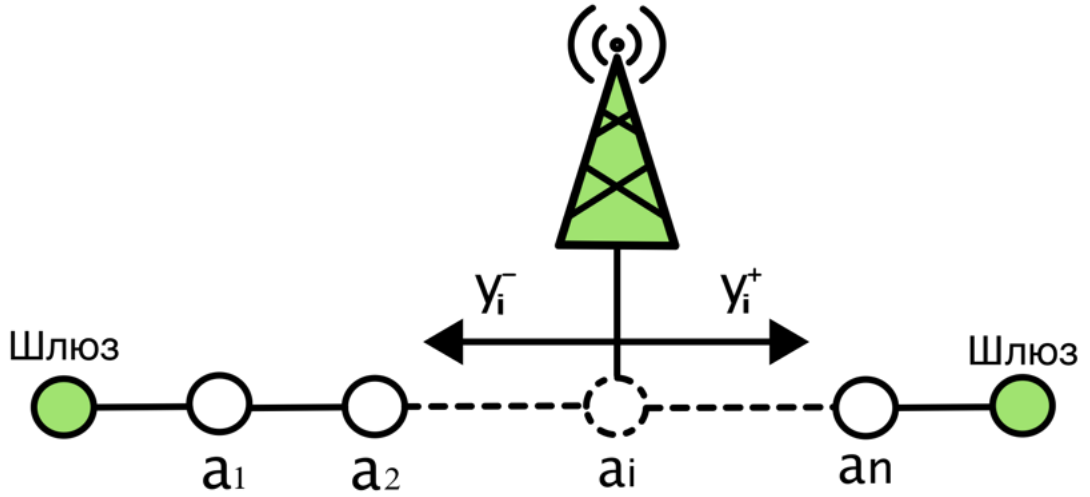


Рисунок 2.3 — Охват покрытия станции

Также введем бинарные переменные  $x_{ij}$ . Тогда  $x_{ij} = 1$ , если станция  $s_j$ , размещенная на точке  $a_i$ , и  $x_{ij} = 0$  в противном случае;  $i = \overline{1, n}$ ;  $j = \overline{1, m}$ .

Введем двоичные переменные  $e_i$ . Тогда  $e_i = 1$ , если какая-либо станция находится в точке  $a_i$ , и  $e_i = 0$  в противном случае;  $i = \overline{1, n}$ . Для точек размещения шлюзов  $a_0$  и  $a_{n+1}$  переменные  $e_0 = 1$  и  $e_{n+1} = 1$ , соответственно.

Сформулируем следующую систему ограничений задачи.

По определению (2.2):

$$e_i = \sum_{j=1}^m x_{ij}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.2)$$

Каждая станция должна быть размещена только в одной точке. (2.3):

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1, \quad j = \overline{1, m}. \quad (2.3)$$

Значения покрытий не превышают радиус покрытия станции, размещенной в точке  $a_i$ , и равны 0, если в точке  $a_i$  нет станции (2.4) и (2.5):

$$y_i^+ \leq \sum_{j=1}^m x_{ij} \cdot r_j, \quad i = \overline{1, n}; \quad (2.4)$$

$$y_i^- \leq \sum_{j=1}^m x_{ij} \cdot r_j, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.5)$$

Общая область покрытия между любыми двумя точками  $a_i$  и  $a_k$ , где расположены станции, не может превышать расстояние между этими точками (2.6) и (2.7).

$$y_i^+ + y_k^- \leq \frac{l_k - l_i}{2} \cdot (e_i + e_k) + (2 - e_i - e_k) \cdot L, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{i+1, n+1}; \quad (2.6)$$

$$y_i^- + y_k^+ \leq \frac{l_i - l_k}{2} \cdot (e_i + e_k) + (2 - e_i - e_k) \cdot L, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{i-1, 0}, \quad (2.7)$$

где  $l_k$  и  $l_i$  - координаты точек  $a_i$  и  $a_k$ , соответственно. Это условие исключает влияние пересечений покрытий станций при вычислении общего значения покрытия между станциями (Рисунок 2.4).

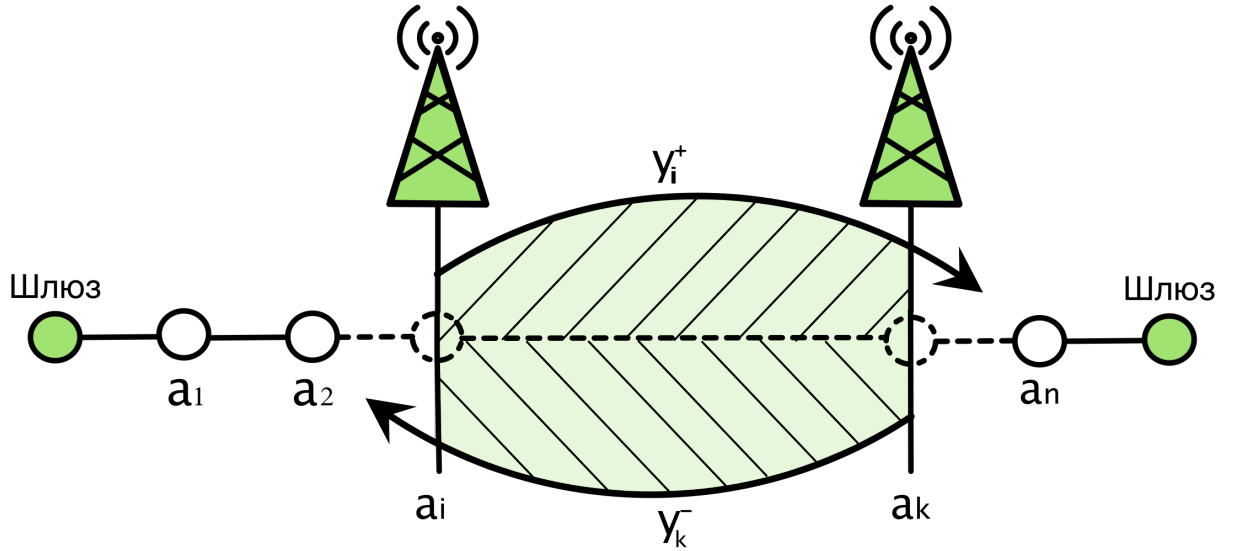


Рисунок 2.4 — Область покрытия между любыми двумя точками

Согласно условиям задачи, станция, расположенная в  $a_i$ , должна быть связана хотя бы с одной станцией слева и одной станцией справа, включая станции на конечных точках  $a_0$  и  $a_{n+1}$ .

Введем бинарные переменные  $z_{ijkq}, i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}; k = \overline{1, n}, k \neq i; q = \overline{1, m}, q \neq j$ .

Переменная  $z_{ijkq} = 1$ , если в точке  $a_i$  размещена станция  $s_j$  и данная станция связана со станцией  $s_q$ , размещенная в точке  $a_k$ ; и  $z_{ijkq} = 0$  в противном случае.

Переменная  $z_{ij0(m+1)} = 1$ , если станция  $s_j$ , размещенная в точке  $a_i$ , связана со шлюзом  $s_{m+1}$  в точке  $a_0$ ;  $z_{ij0(m+1)} = 0$  в противном случае.

Переменная  $z_{ij(n+1)(m+1)} = 1$ , если здесь находится станция  $s_j$  в точке  $a_i$  и она связана со шлюзом  $s_{m+1}$  в точке  $a_{n+1}$ ;  $z_{ij0(m+1)} = 0$  в противном случае.

Станции должны быть размещены в обеих точках  $a_i$  и  $a_k$ , (2.8) и (2.9):

$$z_{ijkq} \leq e_i, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, n}, k \neq i; \quad q = \overline{1, m}, q \neq j; \quad (2.8)$$

$$z_{ijkq} \leq e_k, \quad k = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, m}; \quad i = \overline{1, n}, i \neq k; \quad q = \overline{1, m}, q \neq j. \quad (2.9)$$

### ПЕРЕДЕЛАТЬ УРАВНЕНИЯ ОГРАНИЧЕНИЯ УСЛОВИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ СТАНЦИЯМИ

Необходимо, чтобы станция  $s_j$  в точке  $a_i$  была связана с любой станцией, расположенной в точке  $a_k$ , справа от  $a_i$  ( $k > i$ ) или с правым шлюзом  $s_{m+1}$  (2.10) и (2.11).

$$\sum_{k=i+1}^n \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^m z_{ijkq} + z_{ij(n+1)(m+1)} = x_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (2.10)$$

Станция  $s_j$ , размещенная в  $a_n$ , справа связана только со шлюзом  $s_{m+1}$  на месте  $a_{n+1}$  (2.11).

$$z_{nj(n+1)(m+1)} = x_{nj} \quad j = \overline{1, m}. \quad (2.11)$$

Также станция должна быть связана с любой станцией, расположенной в точке  $a_k$  слева от точки  $a_i$  ( $k < i$ ) или с левым шлюзом  $s_{m+1}$  (2.12) и (2.13).

$$z_{1j0(m+1)} = x_{1j}, \quad j = \overline{1, m}; \quad (2.12)$$

Станция  $s_j$ , размещенная в точке  $a_1$  слева может быть связана только со шлюзом  $s_{m+1}$ , расположенном в точке  $a_0$  (2.12).

$$z_{1j0(m+1)} + \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^m z_{ijkq} = x_{ij}, \quad i = \overline{2, n}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (2.13)$$

Необходимо, чтобы станция  $s_q$  в точке  $a_k$  была связана с любой станцией справа, расположенной в точке  $a_i$  (2.14).

$$\sum_{i=k+1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq q}}^m z_{ijkq} = x_{kq}, \quad k = \overline{1, n-1}, \quad q = \overline{1, m}; \quad (2.14)$$

Кроме того, станция  $s_q$  в точке  $a_k$  подключена к любой станции слева, расположенной в точке  $a_i$  (2.15).

$$\sum_{i=1}^k \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq q}}^m z_{ijkq} = x_{kq}, \quad k = \overline{2, n}, \quad q = \overline{1, m}; \quad (2.15)$$

Неравенства (2.8) и (2.9) и равенства (2.10) — (2.15) обеспечивают условие симметрии связи между базовыми станциями, расположенными в точках  $a_i$  и  $a_k$ ,  $\forall i, k$  (Рисунок 2.5).

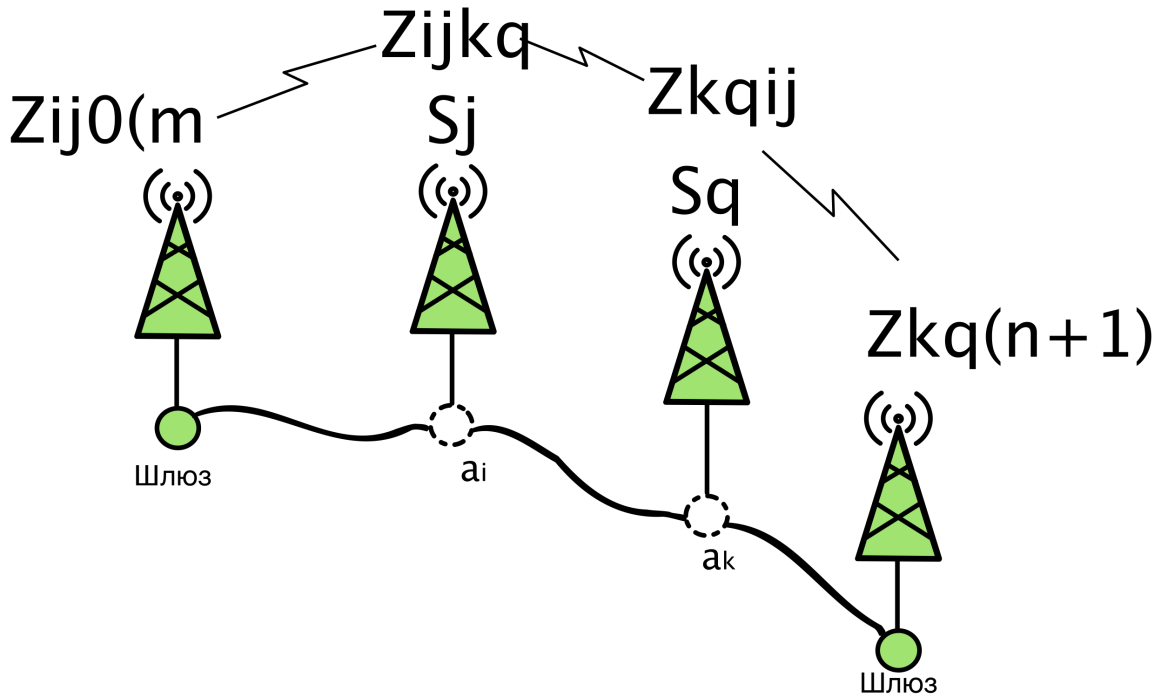


Рисунок 2.5 — Связь между базовыми станциями

Если станции  $s_j$  и  $s_q$  связаны, то максимальный радиус связи размещенных станций должен быть не меньше расстояния между точками  $a_i$  и  $a_k$ , где расположены станции  $s_i$  и  $s_q$  (Рис. 2.6). Формально это можно записать как (2.16) и (2.17).

$$\forall i = \overline{1, n}:$$

$$z_{ijkq}(R_{jq} - (a_i - a_k)) \geq 0, \quad k = \overline{0, i-1}; \quad j = \overline{1, m}; \quad q = \overline{1, m}, q \neq j; \quad (2.16)$$

$$z_{ijkq}(R_{jq} - (a_k - a_i)) \geq 0, \quad k = \overline{i+1, n+1}; \quad j = \overline{1, m}; \quad q = \overline{1, m}, q \neq j. \quad (2.17)$$



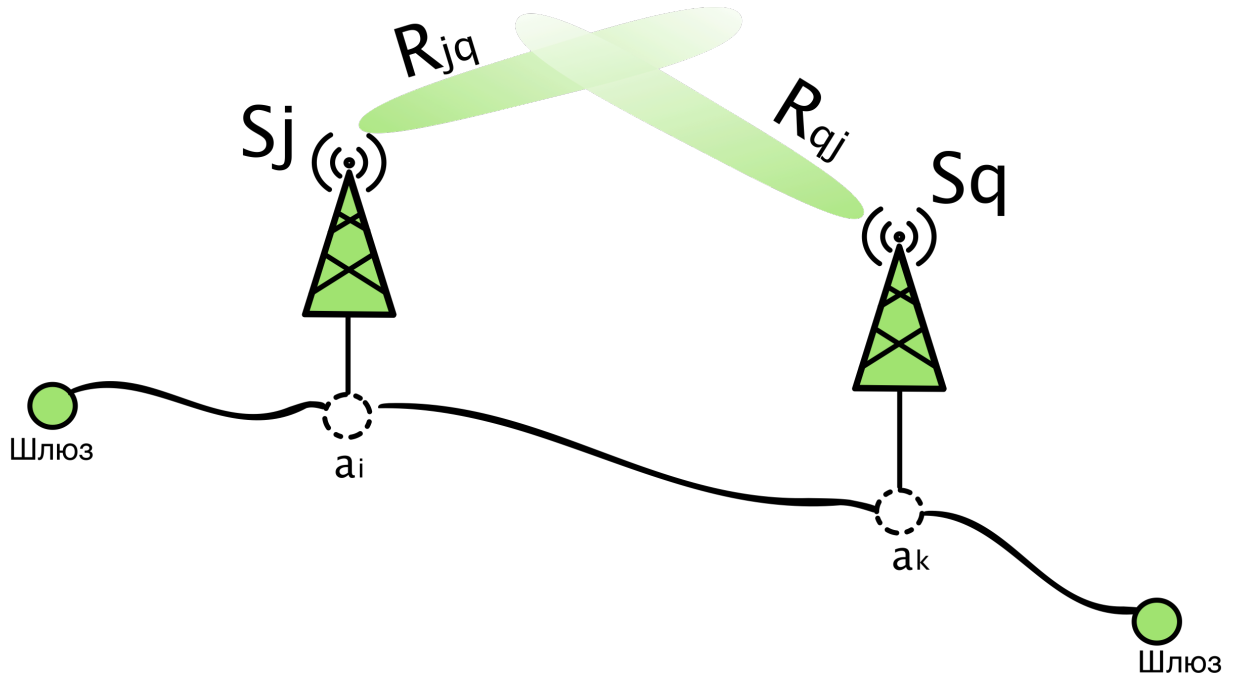


Рисунок 2.6 — Обеспечение связи с соседней станцией

И для бюджетного ограничения  $C$ :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} \cdot c_j \leq C. \quad (2.18)$$

Работа [76] содержит доказательство NP-трудности для частного случая задачи ЦЛП, когда вдоль линейной территории размещают множество однотипных станций с одинаковыми параметрами. Задача называется NP-трудной, если ей соответствующая задача распознавания NP-полна [89]. Представленная в данном исследовании модель (2.1) – (2.18) рассматривает общий случай размещения, когда вдоль линейного участка размещают множество различных станций с разными техническими параметрами. Следовательно, данная задача является также NP-трудной.

Представленная математическая модель рассчитывалась в пакете Optimization Toolbox MATLAB. Числовой пример решения полученной математической модели задачи ЦЛП представлен в приложении Д. В приложении также представлена методика расчета дальности связи для обеспечения коммуникации между базовыми станциями и охвата зоны покрытия.

## 2.3 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме

Эффективным способом повышения технико-экономических показателей при проектировании **БШС** является оптимизация топологии сети, а именно решение задачи выбора оптимального набора станций из заданного избыточного множества и определение мест их размещения вдоль линейной контролируемой территории. Основным результатом работы, представленной в этой главе, является разработка итерационного метода выбора оптимальной топологии сети в процессе комплексного проектирования БШС. Принципиальной особенностью предлагаемого метода, повышающей его эффективность, является то, что для рассмотрения на этапе моделирования предлагается не одно решения, а последовательности лучших решений задачи оптимизации топологии сети. Это позволяет с помощью разработанной итерационной процедуры выбирать на этапе моделирования лучшее решение среди тех решений по топологии, которые удовлетворяют требуемым характеристикам проектируемой БШС.

### 2.3.1 Постановка задачи и ее формулировка в экстремальной комбинаторной форме

Пусть задано множество станций  $S = \{s_j\}$  с параметрами  $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}, p_j, c_j\}, j = 1, \dots, m; q = 1, \dots, m; j \neq q$ . Каждая БС содержит два модуля радиосвязи - для подключения абонентов и для связи с соседними станциями. Первая характеризуется параметром  $r_j$  - максимальный радиус покрытия станции, вторая характеризуется множеством  $\{R_{jq}\}$  - матрица радиусов связи между  $j$ -ой и  $q$ -ой базовыми станциями. Также заданы параметры:  $p_j$  - пропускная способность БС и  $c_j$  - стоимость станции.

Задана максимальная допустимая стоимость размещенных станций  $C$ .

Задан отрезок  $\alpha$  длины  $L$  с концами в точках  $a_0$  и  $a_{n+1}$ . Внутри отрезка  $\alpha = [a_0, a_{n+1}]$  задано множество возможных точек размещения станций  $A = \{a_i\}, i = 1, \dots, n$  с координатами  $l_i$ . Точка  $a_0$  имеет координату  $l_0 = 0$ , точка

$a_{n+1}$  имеет координату  $l_{n+1} = L$ . На концах отрезка в вершинах  $a_0$  и  $a_{n+1}$  стоят станции специального вида – шлюзы  $s_0$  и  $s_{m+1}$ , соответственно, для которых радиусы покрытия, пропускные способности и стоимости не задаются. Радиусы связи для обеспечения соединения с размещаемыми БС задаются как  $R_{0j}$  и  $R_{(m+1)j}$ , соответственно. Требуется разместить станции таким образом, чтобы максимизировать область покрытия отрезка  $L$  при выполнении требования наличия связи каждой станции со станциями на концах отрезка (шлюзами) через систему размещенных станций, а также выполнении ограничений на величину межконцевой задержки  $T$  и суммарную стоимость размещенных БС  $C$ .

Сформулируем задачу в виде экстремальной задачи на конечном множестве.

**Допустимой расстановкой станций** назовем такой возрастающий по величине координат  $l_i$  набор пар  $P = \{a_i, s_j\}, a_i \in A, i \neq 0, i \neq n+1; s_j \in S$ , для которого выполняются **требования**:

1. Для каждой пары  $(a_i, s_j)$ :

- а) слева: либо найдется такая пара  $(a_k, s_q)$ , что,  $l_i - l_k \leq R_{jq}$  и  $l_i - l_k \leq R_{qj}$ , либо  $l_i - l_0 \leq R_{j0}$  и  $l_i - l_0 \leq R_{0j}$ ;
- б) справа: либо найдется такая пара  $(a_t, s_g)$ , что,  $l_t - l_i \leq R_{jg}$  и  $l_t - l_i \leq R_{gj}$ , либо  $l_{n+1} - l_i \leq R_{j(m+1)}$  и  $l_{n+1} - l_i \leq R_{(m+1)j}$ .

Данное требование гарантирует, что любая станция может быть связана со станциями на концах отрезка либо через промежуточные станции, либо непосредственно;

2. Сумма задержек по всем размещенным станциям меньше заданной величины  $T$  – средней межконцевой задержки по времени по всей системе станций:

$$\sum_{j \in S_\sigma} \overline{T}_j \leq T,$$

где  $S_\sigma$  – множество размещенных станций,  $\overline{T}_j$  – среднее время задержки на станции. Расчет задержек описан в параграфе 1.2.2

3. Суммарная стоимость размещенных станций меньше заданного бюджетного ограничения  $C$ .

Каждой допустимой расстановке станций  $P$  соответствует величина покрытия  $z(P)$ , определяемая как суммарная длина всех таких участков  $\tau, \tau \subset \alpha$ , что каждая точка этих участков попадает в зону покрытия, по крайней мере, одной станции, входящих в набор пар  $P$ .

Для удобства описания в дальнейшем алгоритмов введем понятие «недопокрытия» отрезка  $\alpha$ :

$$f(P) = L - z(P)$$

Пусть  $G$  – множество всех допустимых расстановок  $P$ . Тогда мы можем сформулировать нашу задачу в следующей комбинаторной форме экстремальной задачи на конечном множестве.

**Задача 1.**

Требуется найти такую допустимую расстановку  $P^*$ , что

$$P^* = \operatorname{argmin}_{P \in G} f(P) \quad (2.19)$$

Обозначим через  $\Gamma$  все множество вариантов размещения станций (необязательно допустимых) из множества  $S$  на заданном множестве возможных мест их размещения.

### 2.3.2 Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве $\Gamma$

Опишем процедуру построения бинарного дерева поиска (дерева ветвлений) для полного перебора без повторений всех элементов множества  $\Gamma$ . Данная процедура будет использована при построении дерева поиска в алгоритме МВиГ решения **задачи 1** [90].

Будем предполагать, что в множестве  $S$  станции упорядочены по не убыванию радиусов покрытия.

Описываемая процедура использует известный прием разбиения множества  $G$  на подмножества с использованием некоторого параметра. Процесс формирования и последовательность исследования подмножеств обычно представляется с помощью дерева поиска, представляющего собой ориентированное от корня «дерева ветвлений», где каждому подмножеству соответствует вершина на дереве. Множеству  $\Gamma$  соответствует корневая вершина.

**Параметр для разбиения множеств на подмножества** Выбор способа ветвления дерева связан со спецификой задачи. В случае **задачи 1** спецификой

является размещение множества станций  $S$  на множестве возможных точек размещения  $A$ . На каждом узле дерева будем применять дихотомическое ветвление.

**Процедура 1.** Пусть  $G_0$ , где нижний индекс – номер итерации, исходное множество  $\Gamma$ . На каждой итерации, начиная с итерации  $\nu = 0$ , разбиваем текущее подмножество  $G_\nu$  на два подмножества  $G_\nu^1$  и  $G_\nu^2$ . Множество  $G_\nu$  обычно называется «материнским», а множества  $G_\nu^1$  и  $G_\nu^2$  – «потомками» множества  $G_\nu$  или дочерними узлами (Рисунок 2.7.)

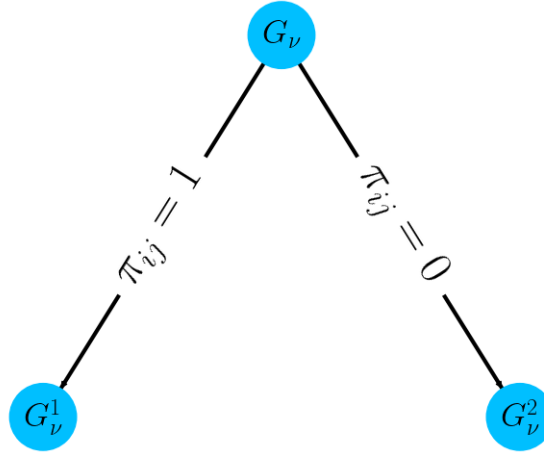


Рисунок 2.7 — Ветвление бинарного дерева

В качестве параметра разбиения используем переменную  $\pi_{ij}$ , принимающей два значения 0 и 1:

- $\pi_{ij} = 1$ , если наложено условие, что на месте  $a_i$  расположена станция  $s_j$ ;
- $\pi_{ij} = 0$ , если наложено условие, что на месте  $a_i$  станция  $s_j$  располагаться не будет.

В дальнейшем будем считать, что для множества  $G_\nu^1$  задано условие  $\pi_{ij} = 1$ , а для множества  $G_\nu^2$  задано условие  $\pi_{ij} = 0$ .

Все дочерние множества удовлетворяют следующим условиям:

$$G_\nu^1 \cup G_\nu^2 = G_\nu; \quad (2.20)$$

$$G_\nu^1 \cap G_\nu^2 = \emptyset. \quad (2.21)$$

### ***Выбор переменной для разбиения на $\nu$ -ой итерации***

На этапе разбиения любого множества  $G_\nu$  все множество переменных  $\Pi = \{\pi_{ij}\}$  можно разделить на три подмножества:

- $\Pi^+$  – «фиксированные» переменные, для которых  $\pi_{ij} = 1$ ;
- $\Pi^-$  – «запрещенные» переменные, для которых  $\pi_{ij} = 0$ ;
- $\Pi^f$  – «свободные» переменные, для которых значения на данной итерации еще не заданы.

Правило выбора переменной для разбиения множества  $G_v$ . Для разбиения множества  $G_v$  на каждой итерации выбирается переменная из множества  $\Pi^f$  с наименьшим индексом  $j$  среди всех переменных с наименьшим индексом  $i$ . Таким образом, сначала определяется незанятое место размещения  $a_i$  с наименьшим номером (индексом  $i$ ) и на нем размещается еще не размещенная станция  $s_j$  с наименьшим номером (индексом  $j$ ).

**Движение по дереву ветвлений.** После разбиения очередного подмножества  $G_v$  на два подмножества  $G_v^1$  и  $G_v^2$ , последним на дереве ветвлений присваиваются порядковые индексы  $G_{v+1}$  и  $G_{v+2}$ , соответственно (Рисунок 2.8). При формировании дерева ветвлений различаются два типа шагов: «прямой» и «обратный». Прямой шаг – это движение «в глубину» по той же ветви дерева, реализующее очередное разбиение множества  $G_v$  на два потомка, и обратный шаг, реализующий переход от множества  $G_v$  к одному из ранее сформированных подмножеств. Обратный шаг делается в том случае, когда: либо получено множество  $G_v$ , состоящее из единственного элемента, либо множество  $G_v$  при данном наборе значений переменных  $\pi_{ij}$ , выделяющих данное подмножество  $G_v$  из множества  $G_0$ , пусто. В этих случаях соответствующая вершина дерева называется «закрытой».

Для движения по дереву будем использовать правило **LIFO**. На основании этого правила прямые шаги будут выполняться до тех пор, пока не будет получена закрытая вершина. На дереве ветвлений это соответствует продолжению движения по той же ветви дерева. При этом из двух множеств  $G_v^1$  и  $G_v^2$  первым будет исследоваться на возможность закрытия соответствующей вершины множество  $G_v^1$ . Если вершина не будет закрыта, то из неё будет продолжено дальнейшее движение по той же ветви (выполнение прямого шага). Если вершина будет закрыта, то будет выполнен обратный шаг: для продолжения движения будет выбрана незакрытая вершина с наибольшим порядковым номером  $v$  среди всех висячих вершин дерева (последняя сформированная вершина из нерассмотренных). Процедура будет завершена, когда все вершины дерева будут закрыты.

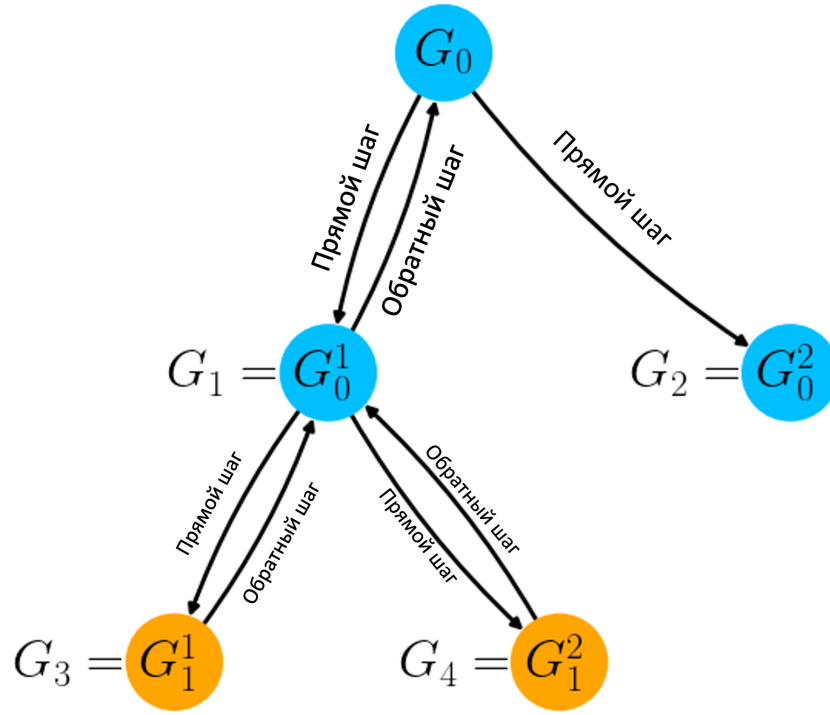


Рисунок 2.8 — Движение по дереву поиска

Заметим, что выполнение условий (2.20) и (2.21) гарантирует, что в результате завершения работы *процедуры 1* будут просмотрены все элементы множества  $\Gamma$  без повторений. Эти же условия определяют фундаментальное свойство дерева ветвлений: на каждой итерации объединение множеств  $G_v$  всех висячих вершин дерева дает исходное множество  $G_0$  корневой вершины.

### 2.3.3 Метод ветвей и границ для задачи размещения БС

Для построения алгоритма **МВиГ** для решения **задачи 1** с использованием *процедуры 1* для построения дерева ветвлений достаточно разработать методы исследования вершин дерева на возможность их закрытия.

В соответствии с техникой **МВиГ** закрытие вершины в результате исследования, соответствующего ей множества  $G_v$  возможно в трех случаях.

**Случай 1.** Множество  $G_v$  – пусто, т.е. доказано, что в множестве  $G_v$  при данном наборе фиксированных и запрещенных переменных  $\pi_{ij}$  нет ни одной допустимой расстановки  $P$ .

**Случай 2.** Доказано, что в множестве  $G_v$  не может быть допустимой расстановки  $P$  с меньшим значением целевой функции (2.19), чем у лучшей

расстановки  $\hat{P}$  из уже найденных. Значение функции  $f(\hat{P})$  называется «рекордом», а расстановка  $\hat{P}$  – «рекордным решением». В качестве начального рекорда принимается число заведомо большее искомого оптимального решения, например, длина всего отрезка  $L$ .

**Случай 3.** Найдено оптимальное решение **задачи 1** на множестве  $G_v$ . Прежде, чем рассмотреть эти три случая, запишем важное свойство любого множества  $G_v$ , являющееся следствием принятого правила выбора свободной переменной для разбиения очередного множества  $G_v$  при прямом шаге.

**Свойство 1.** Пусть для исследуемого множества  $G_v$ ,  $v > 0$ , точка  $a_k$  – любое из мест, на которых уже размещена станция из множества  $S$  в соответствии с набором фиксированных и запрещенных переменных  $\pi_{ij}$ , выделяющим данное множество из множества  $G_0$ . Тогда для всех мест «слева» от  $a_k$ , т.е. точек  $a_i$ ,  $i < k$ , размещение станций уже определено (при этом некоторые места могут быть пустыми). Перейдем непосредственно к исследованию случаев 1 – 3.

### Случай 1.

Проверка текущего множества  $G_v$  на пустоту состоит в установлении факта невозможности выполнения требования **1–3**, введенных ранее при определении допустимой расстановки.

**Проверка выполнения условия связи между размещенными БС** Построим алгоритм проверки выполнения требования 1.

Рассмотрим проверку условия выполнения требования 1 для множества  $G_v$ ,  $v > 0$ . Пусть множество  $G_v$  образовано разбиением материнского множества при помощи переменной  $\pi_{kt} = 1$ , и множество содержит более одного распределения  $P$ . Алгоритм проверки состоит из **3 шагов**.

**Шаг 1.** Проверяем, что каждый из радиусов  $R_{th}$  и  $R_{ht}$ , где  $h$  – индекс станции, размещенной на ближайшей к точке  $a_k$  слева точке  $a_d$ , больше расстояния  $l_k - l_d$ .

**Шаг 2.** Проверяем, что как радиус  $R_{tj}$ , так и максимальный радиус  $R_{jt}$  среди еще нераспределенных станций не меньше расстояния между точкой  $a_k$  и ближайшей к ней точкой справа  $a_i$ . Если все станции распределены, то множество  $G_v$  состоит из единственного варианта распределения и этот случай будет рассмотрен далее.

**Шаг 3.** Проверяем, что, если количество нераспределенных станций больше 1, то расстояние между двумя любыми смежными точками  $a_i, i = k + 1, \dots, n$ ,



не больше, чем второй по величине после максимального радиус связи у еще не распределенного множества станций, а расстояние между точками  $a_{n+1}$  и  $a_n$  не больше, чем максимальный радиус связи среди нераспределенных станций. Если осталась только одна нераспределенная станция, то проверяем, что среди еще незанятых точек справа от точки  $a_k$  есть, по крайней мере, одна такая точка, что расстояния от этой точки до точки  $a_k$  и одновременно от этой точки до точки  $a_{n+1}$  не больше, чем радиус связи у нераспределенной станции.

Если в результате проверки оказывается, что, хотя бы на одном из шагов получен отрицательный результат, то множество  $G_v$  – пусто, соответствующая этому множеству на дереве поиска вершина должна быть закрыта и далее выполняется шаг обратного хода в соответствии с **Процедурой 1**.

Если множество  $G_v$  образовано разбиением материнского множества при помощи переменной  $\pi_{kt} = 0$  и  $a_v$  – точка с наибольшим индексом, среди точек, на которых уже размещены станции (с учетом точки  $a_0$ ), то надо проверить, что расстояние между точками  $a_v$  и  $a_k$  не больше, чем максимальный радиус связи у еще нераспределенных станций. Если проверка отрицательна, то множество  $G_v$  – пусто, соответствующая этому множеству на дереве поиска вершина должна быть закрыта и выполняется шаг обратного хода в соответствии с **Процедурой 1**.

Проверка требований 2 и 3 сводится к установлению факта непревышения суммарных величин стоимости и межконцевой задержки заданным ограничениям.

**Случай 2.** Построим оценку величины «недопокрытия» для множества  $G_v$ , полученного из материнского множества добавлением условия  $\pi_{kt} = 1$ . Частичным «недопокрытием» назовем величину  $\Delta(k, d, p, t)$ , которая вычисляется по формуле:

$$\Delta(k, d, p, t) = \max\{(a_k - a_d) - (r_p + r_t), 0\}. \quad (2.22)$$

Частичное «недопокрытие» (2.22) определяется для любых двух точек  $a_d$  и  $a_k$  ( $k > d$ ), на которых расположены станции  $s_p$  и  $s_t$  при условии, что между этими точками нет других станций. Для любой расстановки  $P$  «недопокрытие»  $f(P)$  вычисляется как сумма всех «недопокрытий»  $\Delta(k, d, p, t)$  между местами размещения станций, включая концы отрезка  $\alpha$ , на которых стоят станции особого типа  $s_0$  и  $s_{m+1}$ .

Построим нижнюю оценку  $W(G_v)$  для недопокрытий  $f(P)$  расстановок  $P$  множества  $G_v$ , т.е.

$$W(G_v) \leq f(P), P \in G_v.$$

Если  $W(G_v) \geq f(\hat{P})$ , то множество  $G_v$  не может содержать расстановки, лучше уже найденной расстановки  $\hat{P}$ , тогда соответствующая множеству  $G_v$  вершина на дереве поиска должна быть закрыта и далее выполняется шаг обратного хода в соответствии с *процедурой 1*.

Построим оценку «недопокрытия» для множества  $G_v$ , полученного из материнского множества добавлением условия  $\pi_{kt} = 1$ . Оценку будем искать в виде суммы

$$W(G_v) = w_1(G_v) + w_2(G_v). \quad (2.23)$$

Величина  $w_1(G_v)$  вычисляется как сумма все частичных «недопокрытий» слева от вершины  $a_k$  и величины радиуса покрытия размещаемой станции  $r_t$ . Оценку  $w_2(G_v)$  вычислим «для недопокрытия» справа на части  $\beta$  до конца отрезка  $\alpha$  (точки  $a_{n+1}$ ). Данную оценку получим релаксацией условий, определяющих допустимую расстановку станций на участке  $\beta$ . Найдем такое подмножество  $S_\beta$  множества станций  $S$ , состоящее из еще не размещенных станций и дающее минимальное «недопокрытие» на участке  $\beta$  при выполнении только условий 2) – 4). Для этого сформулируем следующую задачу булевого программирования.

**Задача 2.**

$$z = |\beta| - \sum_{x_j \in S_\beta} 2r_j x_j \rightarrow \min.$$

при условии:

$$\sum_{x_j \in S_\beta} c_j x_j \leq C, \quad (2.24)$$

$$\sum_{x_j \in S_\beta} x_j \leq m, \quad (2.25)$$

$$x_j \in \{0, 1\},$$

где  $|\beta|$  – длина отрезка  $\beta$ ,  $m$  – число свободных мест для размещения станций на отрезке  $\beta$ ,  $r_j$  – радиус покрытия станции  $s_j$ ,  $c_j$  – стоимость станции  $s_j$  и  $C$  – бюджетное ограничение.

Эффективность использования оценки в методе ветвей и границ определяется точностью оценки и временем ее вычисления. Задача 2 – это задача ЦЛП, являющаяся трудно решаемой [91]. На основании задачи 2 можно получить две оценки менее точные, но имеющие более эффективные методы решения. Заметим, что при снятии ограничения (2.24) или (2.25) задача 2 представляет собой целочисленную задачу о ранце с эффективным псевдополиномиальным алгоритмом решения [91]. При этом с точки зрения точности оценки, более перспективным представляется снятие ограничения (2.25), так как на практике, обычно, число возможных мест размещения станций существенно меньше числа размещенных станций, полученного в результате решения задачи. Назовем задачу, полученную снятием ограничения (2.25), задачей 3.

Задачу 2 при снятии условия целочисленности на переменные назовем задачей 4. Задача 4 есть задача линейного программирования.

Задача 3 и задача 4, являясь оценками целевой функции решения задачи 2, могут служить оценками  $w_2(G_v)$ . Результаты численного эксперимента с различными оценками вынесены в [приложение А](#).

Если множество  $G_v$  получено из материнского добавлением условия  $\pi_{kt} = 0$ , то оценка  $W(G_v)$  равна оценке материнского множества.

В [приложении 1](#) приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения задач 2, 3, 4 и относительную точность задачи 3 и 4 по отношению к задаче 2.

Перейдем к рассмотрению случая 3. Рассматривается только для множеств  $G_v$ , состоящих из единственной расстановки  $P$ , для которой «недопокрытие»  $f(P)$  вычисляется как сумма всех «недопокрытий»  $\Delta(k, d, p, t)$  между местами, где размещены станции, включая концы отрезка  $\alpha$ , на которых стоят станции  $s_0$  и  $s_{m+1}$ .

Если для найденной расстановки  $P$  выполняются требования **1–3**, которые для единственной расстановки легко проверяются, и

$$f(P) < f(\hat{P}), \quad (2.26)$$

то  $f(P)$  принимается за новый рекорд  $f(\hat{P})$ , расстановка  $P$  становится новым рекордным решением  $\hat{P}$  и выполняется шаг обратного хода в соответствии с

**Процедурой 1**, если неравенство (2.26) не выполняется, то рекорд остается прежним и выполняется шаг обратного хода.

Работа алгоритма МВиГ заканчивается, когда все вершины дерева поиска закрыты, при этом решение задачи:

$$P^* = \hat{P}, f(P^*) = f(\hat{P}).$$

### 2.3.4 Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС

При проектировании БШС надо найти ее оптимальную топологию среди всех топологий, для которых будут выполняться все требования к показателям, исследуемым и рассчитываемым на этапе моделирования сети. Для решения этой задачи воспользуемся идеей метода построения последовательности планов [92]. Данный подход позволяет для задач на конечных множествах найти не одно любое экстремальное решение, а множество лучших решений [93, 94].

Рассмотрим **задачу 1**. Требуется найти такую допустимую расстановку  $P^*$ , что

$$f(P^*) = \min\{f(P), P \in G\}.$$

Построим для этой задачи последовательность  $\Gamma = P^1, P^2, \dots, P^k$  допустимых расстановок (решений) множества  $G$  для заданного  $k$ , в которой каждое решение не лучше предыдущего и не хуже последующего.

$$\begin{aligned} f(P^1) &= f(P^*), \\ f(P^2) &= \text{extr}\{f(P), P \in G \setminus P^1\}, \\ &\dots \\ f(P^k) &= \text{extr}\{f(P), P \in G \setminus P^1 \cup P^2 \cup \dots P^k\}, \end{aligned}$$

Теперь воспользуемся следующей процедурой. Будем последовательно, начиная с первой расстановки, выполнять этап моделирования **БШС**. Очевидно, как только мы получим расстановку, удовлетворяющую всем требованиям этапа моделирования, мы решим задачу нахождения оптимальной топологии среди

всех топологий, для которых выполняются все требования к показателям, исследуемым и рассчитываемым на этапе моделирования сети. Действительно, для всех предыдущих расстановок эти условия не выполняются, а все последующие расстановки в последовательности  $\Gamma$  не могут быть лучше по критерию  $f(P)$ .

Обсудим вопрос как строить подобную последовательность на основании алгоритма **МВиГ**, описанного в параграфе 2.3.3. Заменяя неравенство (2.26) на нестрогое и записывая все рекорды, полученные в процессе работы алгоритма, мы, очевидно, получим последовательность расстановок, где каждая расстановка не хуже предыдущей и не лучше последующей. Для получения последовательности  $\Gamma$  достаточно «перевернуть» полученную последовательность, где первый элемент станет последним.

Недостатком такой процедуры является то, что для исследования на этапе моделирования будут отобраны только расстановки не хуже первого рекорда и среди них может не оказаться расстановки, удовлетворяющей критериям моделирования. Для расширения множества  $\Gamma$  можно сделать следующее. Зададим условие, что в результате решения **задачи 1** мы хотим получить не только оптимальное решение, но и все решения не хуже оптимального на величину  $d$ . Для решения такого варианта задачи достаточно неравенство (2.26) в алгоритме **МВиГ** заменить следующим неравенством

$$f(P) \leq f(\hat{P}) + d, \quad (2.27)$$

где  $d = \varepsilon \cdot L > 0$ ,  $\varepsilon$  – заданное отклонение в процентах, и запоминать все рекорды, полученные в процессе решения задачи.

На основании неравенства (2.27) можно построить итерационную процедуру, увеличивая величину  $d$ , если при данном ее значении допустимого решения на этапе моделирования не найдено. В **приложении В** представлены результаты численного примера.

## 2.4 Сравнительная оценка полученных моделей

Для решения задачи оптимального размещения базовых станций вдоль линейной территории были представлены математическая модель целлочисленного линейного программирования и комбинаторная модель в экстремальной

форме, для которой представлен специальный алгоритм на основе метода ветвей и границ, учитывающий специфику задачи – размещение вдоль линейной территории и обеспечения связи между всеми размещенными станциями.

В обеих задачах предполагается, что из заданного множества БС может быть размещено любое количество станций, удовлетворяющих условиям задачи. Через систему размещенных БС необходимо обеспечить связь между левым и правым плюзом. Для задачи ЦЛП размещение должно удовлетворять бюджетному ограничению. И для задачи в комбинаторной форме задача должна удовлетворять бюджетному ограничению и ограничению на межконцевую задержку сети.

Для того чтобы сравнить полученные модели, решим частный случай задачи максимизации покрытия с размещением всех имеющихся БС. Опустим бюджетное ограничение для обеих задач и для комбинаторной модели ограничение на время межконцевой задержки в сети. Вместо данных ограничений, добавим условие размещения всех имеющихся  $m$  станций. Данное ограничение позволит зафиксировать множество допустимых вариантов размещения, необязательно допустимых. Общее количество  $\gamma$  вариантов расстановки  $m$  станций по  $n$  точкам размещения равна

$$\gamma = C_n^m \cdot m! . \quad (2.28)$$

Для задачи ЦЛП условие размещения  $m$  станций будет выглядеть следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} = m. \quad (2.29)$$

Для задачи в комбинаторной форме данное условие гарантируется, когда число пар в наборе  $P = \{(a_i, s_j), a_i \in A, i \neq 0, i \neq n+1; s_j \in S\}$  равна мощности множества размещения  $|S|$ .

Так как теперь количество размещаемых мест зафиксировано, в уравнении (2.23) для оценки "недопокрытия" справа  $w_2(G_v)$  вместо труднорешаемой задачи 2 воспользуемся уравнением:

$$w_2(G_v) = \max\{(l_{n+1} - l_k) - (r_t + \sum_{j \in S_v} 2 \cdot r_j), 0\}, \quad (2.30)$$

где  $S_\beta$  подмножества еще не размещенных станций,  $r_t$  – радиус покрытия размещаемой станции  $S_t$ ,  $l_k$  – координата точки размещения  $a_k$ .

**Пример решения комбинаторной задачи.** В приложении Б представлен пример решения задачи размещения двух БС по трем точкам методом полного перебора и методом ветвей и границ. На рисунке 2.9 представлено дерево полного перебора. Общее количество размещения двух станций по трем точкам равно  $\gamma = 6$  (формула (2.28)). Каждый узел пронумерован согласно правилам *процедуры 1*. В закрытых вершинах (листьях), либо получена расстановка БС, либо на данном множестве  $G_v$  набор фиксированных и запрещенных переменных  $\pi_{ij}$  нет допустимого размещения (обозначено символом  $\emptyset$ ).

Расстановка, $P$	Недопокрытие, $f(P)$	Номер узла дерева, $v$
$P_1$	11	3
$P_2$	<b>1</b>	<b>5</b>
$P_3$	11	9
$P_4$	11	11
$P_5$	6	15
$P_6$	21	19

Таблица 1 — Решение полным перебором

В таблице 1 представлены полученные в ходе решения расстановки. Все расстановки пронумерованы в соответствии с порядком их нахождения. Оптимальным решением  $P^*$  с минимальным значением функции (2.19) является допустимая расстановка  $P_2$ . Общее количество пройденных узлов составило 24.

**Решение с помощью МВиГ.** На рисунке 2.10 представлено дерево решения задачи методом ветвей и границ. Теперь закрытие вершины осуществляется в случаях:

- получен новый рекорд размещения;
- оценка недопокрытия больше рекорда, полученного на предыдущих итерациях;
- нет допустимого размещения БС.

В таблице 2 представлено решение МВиГ. Оптимальное решение получено на 5-ом узле дерева с недопокрытием  $f(P) = 1$ . В ходе движения по дереву

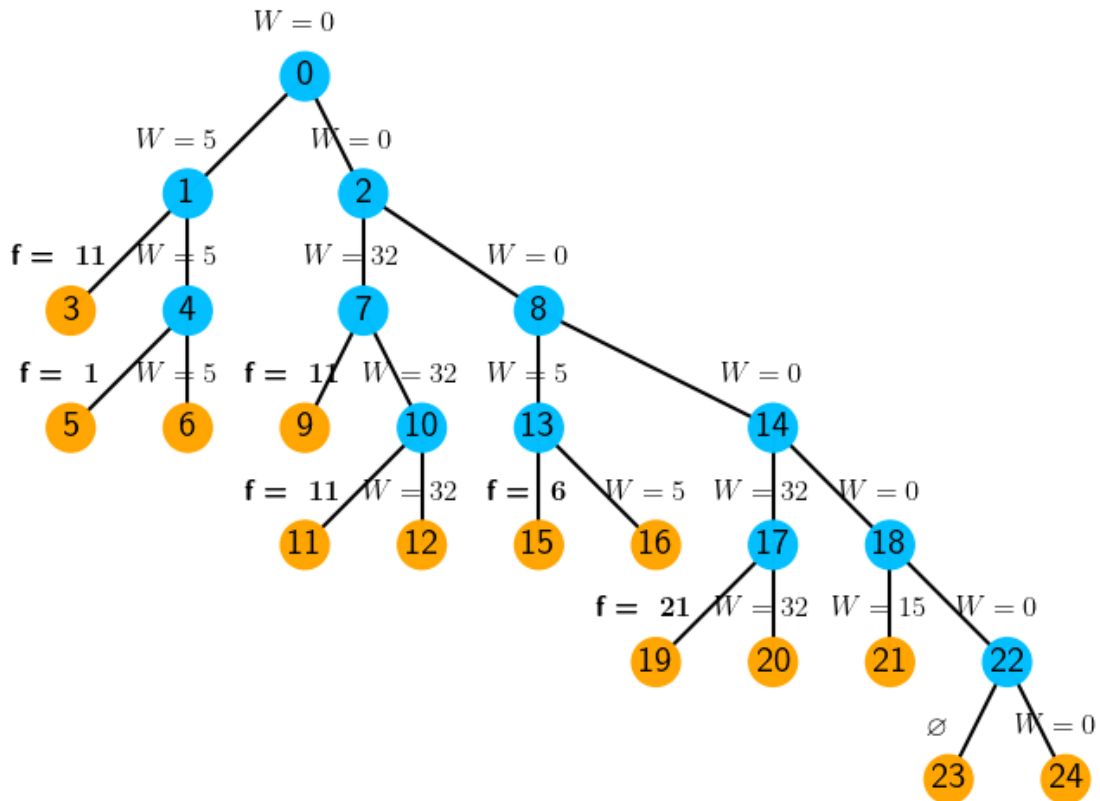


Рисунок 2.9 — Решение задачи методом полного перебора

поиска, последующие оценки недопокрытия были больше полученного рекорда и данные вершины закрывались. В итоге общее количество узлов составило 16.

Оценка недопокрытия, $W(G_v)$	Недопокрытие, $f(P)$	Номер узла дерева, $v$
11	Рекорд	3
<b>1</b>	<b>Рекорд</b>	<b>5</b>
32		7
5		9
32		11
15		13

Таблица 2 — Решение полным перебором

**Сравнение модели ЦЛП комбинаторной модели** Теперь перейдем к решению задач большей размерности. Для различных случаев числа мест размещения  $m$  и числа станций  $n$  сравним результаты решения задачи представленными моделями. Оценка сравнения с помощью времени счета необъективна, так как алгоритм МВиГ и комбинаторная модель написаны на интерпретируемом языке Python. Коммерческие продукты представляют быстрые и



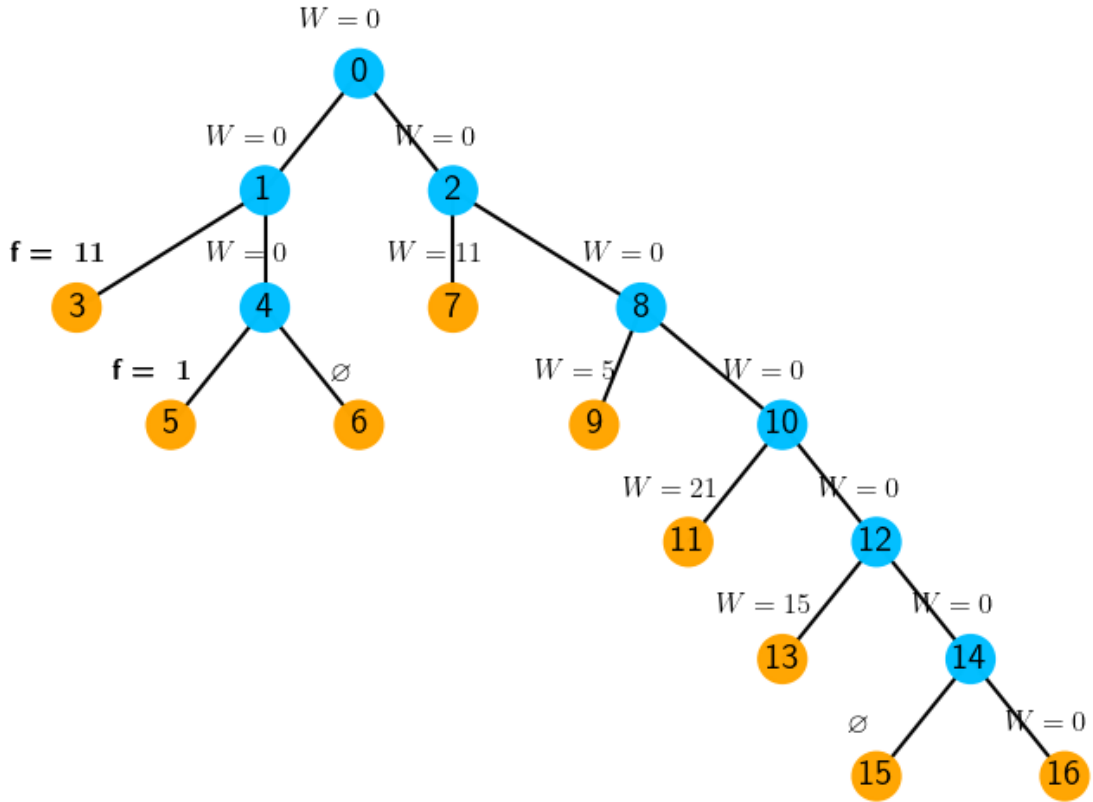


Рисунок 2.10 — Решение задачи методом ветвей и границ

качественные инструменты. Написание производительного кода для предложенных в данной диссертации моделей является отдельной не простой задачей, выходящей за рамки данного исследования. Коммерческие продукты решающие задачи ЦЛП основаны на алгоритме, предложенный Алисой Лэнд и Элисон Дойг [95], в котором процедура поиска целочисленного решения также использует МВиГ. Поэтому для сравнения моделей будет использована характеристика – число просмотренных вершин в ходе поиска оптимального решения. Для сравнения также будут представлены решения задачи в комбинаторной форме методом полного перебора (МПП).

Для каждого набора станций и мест размещения было рассчитано по 10 примеров с различными параметрами БС. В таблице 3 приводятся усредненные показатели числа просмотренных вершин дерева поиска по каждому 10 примерам. Результаты решения задачи максимизации покрытия влияют не только от количества точек размещения  $n$ , но также от их координат. Примем, что для каждой размерности для всех 10 примеров координаты фиксированные для всех моделей: МПП, МВиГ и ЦЛП.

Жирным цветом в колонках пройденных узлов в ходе движения по дереву поиска МПП, МВиГ и ЦЛП выделены минимальные значения для фиксиро-

ванных значений  $n$  и  $m$  (размерностей задачи). Как видно из результатов сравнения, при увеличении размерности задачи разработанный алгоритм метода ветвей и границ для комбинаторной модели показывает лучшие результаты по сравнению с математической моделью ЦЛП.

## 2.5 Выводы по Главе 2

Представлена математическая модель задачи размещения базовых станций беспроводной сети связи вдоль линейного участка в виде задачи ЦЛП. В качестве примера представлен численный пример решения задачи.

В работе предложена методика проектирования беспроводной широкополосной сети для контроля линейной трассы с использованием итерационной процедуры построения последовательности лучших решений задачи выбора и размещения базовых станций при выполнении технологических условий на проектирование сети и ограничения на стоимость размещаемых станций.

Предложенная методика позволяет на этапе моделирования выбирать лучшее решение среди тех решений по выбору и размещению станций, которые удовлетворяют требованиям, предъявляемым к проектируемой сети.

Процедура нахождения последовательности лучших решений задачи выбора и размещения базовых станций основана на разработанном алгоритме МВиГ.

Таблица 3 — Результаты численного решения.

Число точек размещения, $n$	Число станций, $m$	Количество вариантов размещения, $\gamma$	Количество пройденных узлов дерева поиска, $\nu$		
			МПП	МВиГ	ЦЛП
7	4	840	3122	360	<b>275</b>
7	5	2 520	16 114	560	<b>45</b>
7	6	5 040	59 564	364	<b>19</b>
8	4	1 680	4954	434	<b>189</b>
8	5	6 720	6720	<b>852</b>	878
8	6	20 160	15 9170	592	<b>185</b>
9	4	3 024	9 882	<b>458</b>	5511
9	5	15 120	58 190	<b>768</b>	1236
9	6	60 480	366 512	<b>720</b>	13294
10	4	5 040	14 868	<b>800</b>	6243
10	5	30 240	113 932	<b>414</b>	8043
10	6	151 200	828 952	<b>40 872</b>	71587
11	4	7 920	23 482	<b>354</b>	15538
11	5	55 440	204 894	<b>9 138</b>	74440
11	6	332 640	1 592 500	<b>88 002</b>	413 767

### Глава 3. Оптимальное размещение базовых станций широкополосной беспроводной сети связи для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов

Построение современной инфраструктуры передачи информации для обслуживания множества объектов промышленного или гражданского назначения, рассредоточенных на некоторой территории, является актуальной задачей при создании единой систем контроля и управления указанными объектами. Создание такой инфраструктуры позволяет обеспечить оперативный контроль и управление объектами путем передачи необходимой информации с сенсоров и датчиков объектов в соответствующий внешнее приемное устройство. Для создания подобной инфраструктуры эффективно используются сети широкополосной беспроводной связи, необходимым этапом проектирования которых является решение задачи определения мест размещения базовых станций [41].

Широкополосные сети постепенно начинают занимать свою нишу в управлении и мониторинге нефтегазовых месторождений. В работе [50] предложен новый протокол сенсорной сети на базе IEEE 802.11 для мониторинга случаев загрязнений углеводородами.

А работе [96] исследуются различные протоколы сенсорных сетей для мониторинга над газораспределительной городской сеть. Вся газораспределительная сеть разделена на более мелкие, управляемые сегменты, каждый из которых имеет свою базовую станцию, которая может отправлять собранные данные в центральную базу данных компании.

В настоящей работе строятся и исследуются две математические модели задач размещения базовых станций, которые применимы на этапе синтеза топологии сети в процессе комплексного проектирования мультимедийных сетей. Предлагается модель для проверки существования допустимого решения при условии выполнения технологических ограничений для предложенной на предыдущих этапах схемы расстановки станций и модель для оптимизационной задачи. Оптимизационная задача состоит в выборе множества станций из заданного набора типов станций с различными характеристиками и их расстановки на избыточном множестве возможных мест размещения. В поставленной задаче рассматривается задача обслуживания объектов, расположение которых задано их координатами на плоскости. Особенностью такой задачи в широком

классе задач оптимального размещения мощностей является наличие условия на наличие информационной связи между станциями и внешним приемным устройством (шлюзом), выполнение которого гарантирует поступление всей информации с контролируемых объектов в центр управления.

В данной главе будет предложена задача оптимального размещения базовых станций, принадлежащая к широкому классу задач размещения мощностей (Resource Allocation Problem).

В [97] решают задачу размещения мощностей с помощью генетического алгоритма. Авторы занимаются развертыванием устройств распределенных вычислений, серверов, вблизи устройств конечных пользователей. Связующим звеном между конечным пользователем и сервером являются базовые станции.

В рамках широкого класса задач размещения мощностей в наших задачах размещения присутствует специфика на связь между всеми узлами сети и наличие линейной траектории в случае задачи с линейной топологией.

### 3.1 Задача при заданных местах размещения станций.

Задано множество вершин  $A = \{a_i\}, i = \overline{0, n}$  на плоскости. Каждая вершина  $a_i$  имеет координаты  $\{x_i, y_i\}$ .

Множество  $A$  состоит из двух подмножеств:

- $A_1$  — множество вершин, которое соответствует объектам, с которых необходимо собирать информацию. Каждой вершине  $a_i$  приписана величина  $v_i$  — максимальный объем информации, снимаемой с объекта, расположенного на этой вершине. В частности, объектами могут быть любые стационарные абонентские устройства сети 802.11n. В дальнейшем будем считать, что каждая вершина из  $A_1$  является объектом контроля.
- $A_2$  — множество мест, где размещены базовые станции. В дальнейшем вершину из  $A_2$  будем идентифицировать не только как место размещения, но и как соответствующую станцию.

По определению:

$$A_1 \cup A_2 = \emptyset;$$

$$A_1 \cap A_2 = A.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Каждой вершине из  $A_2$  приписаны три параметра  $s_i = \{r_i, R_{ij}, \vartheta_i\}$ , где:

- $r_i$  – максимальный радиус покрытия станции. Параметр, который характеризует зону охвата территории каждой станцией;
- $R_{ij}$  – максимальный радиус связи между  $i$ -ой и  $j$ -ой станциями. Параметр характеризует расстояние, на котором обеспечивается связь между станциями;
- $\vartheta_i$  – максимальный объем информации в единицу времени, который может быть получен от объектов, обслуживаемых станцией.

Также задана вершина специального вида (шлюз)  $s_0 = \{r_0, R_0, \vartheta_0\}$  с координатами  $\{x_0, y_0\}$ . По условию задачи величина  $\vartheta_0$  больше суммы величин  $\vartheta_i$  у всех вершин множества  $A_1$ .

Задано условие, что со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества  $A_2$ .

Требуется проверить, что при заданных наборе и размещении станций вся имеющаяся информация с объектов (множество  $A_1$ ) может быть собрана и передана системой станций (множество  $A_2$ ) до шлюза  $s_0$ .

Сформулируем задачу в виде модели ЛП.

Составим граф  $H = \{A, E\}$  для возможного потока информации между вершинами множества  $A = A_1 \cup A_2$ . По определению, каждой вершине из  $A_2$  соответствует свой набор параметров  $\{r_i, R_i, \vartheta_i\}$ . Матрица смежности  $E = \{e_{ij}\}$  графа  $H$  строится по следующим правилам:

- $e_{ij} = 1$ , если расстояние между  $i$ -ым объектом ( $a_i \in A_1$ ) и  $j$ -ым местом размещения станции ( $a_j \in A_2$ ) не более радиуса покрытия для станции соответствующего этой вершине типа;
- $e_{ij} = 1$ , если расстояние между  $i$ -ым местом размещения ( $a_i \in A_2$ ) и  $j$ -ым местом размещения ( $a_j \in A_2$ ), не более радиуса связи той станции, у которой радиус связи не больше радиуса связи другой станции;
- $e_{i0} = 1$ , если расстояние от вершины  $a_i \in A_2$  до шлюза не более  $R_i$ ;

–  $e_{ij} = 0$ , во всех остальных случаях.

Введем переменные  $x_{ij} \geq 0$ . Это искомое количество информации, передаваемой в единицу времени по дуге  $e_{ij}$  графа  $H$ . Распишем условия для нашей задачи. Величина суммарного потока, который выходит с объекта равен весу  $\vartheta_i$ :

$$\sum_{a_j \in \Gamma^+(a_i)} x_{ij} = \vartheta_i, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}, \quad (3.1)$$

где  $\Gamma^+(a_i)$  – множество вершин на графе  $H$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Сумма входящих и выходящих потоков для любой  $i$ -ой вершины множества  $A_2$  равна нулю:

$$\sum_{a_j \in \Gamma_1^-(a_i)} x_{ij} + \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ji} - \sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} x_{ij} = 0, \forall a_i \in A_2. \quad (3.2)$$

Здесь множество  $\Gamma_1^-(a_i)$  – вершины множества  $A_1$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^-(a_i)$  – вершины множества  $A_2$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^+(a_i)$  – вершины множества  $A_2$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Через систему станций вся информация от объектов должна поступить на шлюз  $s_0$ :

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i; \quad (3.3)$$

Объем информации, поступающей с других вершин на станцию, если она размещена на  $j$ -ой вершине, ограничен мощностью станции  $\vartheta_j$ :

$$\sum_{a_j \in \Gamma^-(a_i)} x_{ji} \leq \vartheta_j, \forall a_j \in A_2 D. \quad (3.4)$$

Для нахождения допустимого решения задачи (3.1) – (3.4) (или доказательства, что допустимого решения не существует) может быть применена стандартная процедура нахождения допустимого решения задачи линейного программирования с вводом искусственных переменных в уравнения (3.1) – (3.4) и минимизации состоящей из этих переменных линейной формы. Если значение целевой функции в результате решения задачи окажется больше нуля, то допустимого решения для данного размещения станций не существует,

в противном случае полученное решение дает допустимое распределение потоков по каналам связи.

### 3.2 Оптимизационная задача выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения

Постановка задачи. Задано множество вершин  $A = a_i, i = \overline{0, n}$  на плоскости. Каждая вершина  $a_i$  имеет координаты  $\{x_i, y_i\}$ . Множество  $A$  состоит из двух подмножеств:

- $A_1$  – множество вершин, с которых необходимо собирать информацию. Каждой вершине  $a_i$  приписана величина  $v_i$  – максимальный объем информации, снимаемой с объекта, расположенного на этой вершине;
- $A_2$  – множество возможных мест размещения базовых станций.

По определению

$$A_1 \cup A_2 = \emptyset;$$

$$A_1 \cap A_2 = A.$$

Все вершины пронумерованы так, что:

$$A_1 = \{a_i\}, i = \overline{1, n_1};$$

$$A_2 = \{a_i\}, i = \overline{n_1 + 1, n}.$$

Задано множество типов базовых станций  $S = s_j, j = \overline{1, m}$ , которые необходимо разместить на множестве  $A_2$ .

Каждой станции приписаны четыре параметра  $s_j = \{r_j, R_j, \vartheta_j, c_j\}$ , где:

- $r_j$  – максимальный радиус покрытия;
- $R_{ij}$  – максимальный радиус связи между  $i$ -ой и  $j$ -ой станциями. Параметр характеризует расстояние, на котором обеспечивается связь между станциями;
- $\vartheta_j$  – максимальный объем информации в единицу времени, который может быть получен от объектов, обслуживаемых данной станцией;



–  $c_j$  – стоимостность станции.

Также задана станция специального вида (шлюз)  $s_0 = \{r_0, R_0, \vartheta_0, c_0\}$  с координатами  $\{x_0, y_0\}$ , где  $r_0 = R_0 = \vartheta_0 = c_0 = 0$

Требуется разместить станции таким образом, чтобы вся информация с объектов (вершинах множества  $A_1$ ) могла быть собрана и передана системой станций, размещенных на выбранных в результате решения задачи вершинах множества  $A_2$ , до шлюза  $s_0$  и общая стоимостность размещенных станций была бы минимальной. Как и в предыдущих задачах вершины и станции будем, соответственно, идентифицировать как объекты или станции на них размещенные. Задано условие, что информация с вершин множества  $A_1$  может передаваться непосредственно только на вершины множества  $A_2$ , а со шлюзом и между собой могут быть связаны только вершины множества  $A_2$ .

Заметим, что в отличие от предыдущих двух задач в данной задаче задано не множество станций, которые все должны быть использованы в проектируемой сети, а только типы станций. Таким образом в результате решения задачи определяется как набор станций, так и места их размещения. Вместо каждой вершины  $ai$ ,  $i = \overline{n_1 + 1, n}$  введем  $m$  вершин с координатами вершины  $a_i$ , и различными параметрами, соответствующими различным типам станций. Обозначим такую группу вершин, записанных с одинаковыми координатами вместо вершины  $a_i$ , как  $D_i$ . Каждой вершине из  $D_i$  поставим в соответствие набор параметров только одного типа станции из  $S$ , т.е. на данной вершине может стоять либо станция приписанного типа либо никакая. Обозначим расширенное множество вершин  $A_2$  через  $A_2D$ .

Составим граф  $H = \{AD, E\}$ , описывающий сеть для передачи потока информации между вершинами расширенного множества  $AD = A_1 \cup A_2D$  и шлюзом. Матрица смежности  $E = e_{ij}$  графа  $H$  строится по следующим правилам.

- $e_{ij} = 1$ , если расстояние между  $i$ -ой вершиной ( $a_i \in A_1$ ) и  $j$ -ой вершиной ( $a_j \in A_2D$ ) не более радиуса покрытия, приписанного этой вершине;
- $e_{ij} = 1$ , если вершины  $a_i$  и  $a_j$  принадлежат разным множествам  $D_i$  и  $D_j$  и расстояние между ними не более радиуса связи той вершины, у которой радиус связи не больше радиуса связи другой вершины;
- $e_{i0} = 1$  ( $a_i \in A_2D$ ) если расстояние от вершины до шлюза не более  $R_i$ ;
- $e_{ij} = 0$ , во всех остальных случаях.

Введем потоковые переменные  $x_{ij} \geq 0$ .

Распишем условия для нашей задачи. Величина суммарного потока, который выходит с вершины  $a_i$  равен весу  $\vartheta_i$  (3.5)

$$\sum_{a_j \in \Gamma^+(a_i)} x_{ij} = \vartheta_i, \forall a_i, i = \overline{1, n_1}; \quad (3.5)$$

где  $\Gamma^+(a_i)$  – множество вершин на графе  $H$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Сумма входящих и исходящих потоков для любой  $i$ -ой вершины множества  $A_2D$  равна нулю (3.6)

$$\sum_{a_j \in \Gamma_1^-(a_i)} x_{ij} + \sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_i)} x_{ji} - \sum_{a_j \in \Gamma_2^+(a_i)} x_{ij} = 0, \forall a_i \in A_2. \quad (3.6)$$

Здесь множество  $\Gamma_1^-(a_i)$  – вершины множества  $A_1$ , из которые выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^-(a_i)$  – вершины множества  $A_2D$ , из которых выходят дуги, входящие в вершину  $a_i$ ,  $\Gamma_2^+(a_i)$  – вершины множества  $A_2D$ , в которые входят дуги, исходящие из вершины  $a_i$ .

Через систему станций вся информация от объектов должна поступить на шлюз  $s_0$

$$\sum_{a_j \in \Gamma_2^-(a_0)} x_{j0} = \sum_{a_i \in A_1} \vartheta_i. \quad (3.7)$$

Здесь  $\Gamma_2^-(a_0)$  – подмножество вершин множества  $A_2D$ , дуги которых входят в шлюз  $a_0$ .

Введем булевы переменные  $y_i$  для вершин  $a_i$ ,  $a_i \in A_2D$

- $y_i = 1$ , если станция стоит на месте  $a_i$ ;
- $y_i = 0$ , в противном случае.

Объем информации, поступающей от вершин множества  $A_1$  на вершину  $a_i \in A_2D$ , ограничен мощностью станции  $\vartheta_i$  (3.8)

$$\sum_{a_j \in \Gamma^-(a_i)} x_{ji} \leq y_i \cdot \vartheta_i, \forall a_i \in A_2D. \quad (3.8)$$

На множестве  $D_i$  может быть размещено не более одной станции (3.9)

$$\sum_{a_j \in D_i} y_j \leq 1, \forall D_i. \quad (3.9)$$

Целевая функция

$$\sum_{a_i \in A_2 D} c_i \cdot y_i \rightarrow \min. \quad (3.10)$$

Задача (3.5) — (3.10) представляет собой частично целочисленную задачу линейного программирования с  $m \cdot |A_2|$  булевыми переменными.

Численный пример решения задачи оптимизации представлен в Приложении Г.

### 3.3 Выводы к главе 3

В работе рассмотрены задачи размещения базовых станций при проектировании беспроводных широкополосных сетей связи. Предложены формулировки задач в виде моделей линейного и частично целочисленного линейного программирования как для случая проверки наличия допустимых решений для вариантов, предложенных проектировщиками, так и для экстремальной задачи отбора множества станций из имеющегося набора типов станций и оптимального размещения станций выбранного множества на избыточном множестве возможных мест размещения. Предложены алгоритмы построения графов информационных потоков, позволившие формализовать задачи в виде соответствующих моделей математического программирования. Приведены результаты вычислительного эксперимента.

## Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. разработаны математические модели в виде экстремальной комбинаторной модели и задачи ЦЛП для оптимального размещения базовых станций при проектировании БШС с линейной топологией;
2. предложен специальный алгоритм МВиГ для решения сформулированной экстремальной комбинаторной задачи;
3. разработана итерационная процедура нахождения последовательности лучших решений для задачи размещения базовых станций в рамках комплексного проектирования БШС с линейной топологией;
4. разработаны математические модели для задач проектирования БШС с ячеистой топологией для покрытия множества рассредоточенных объектов;

И какая-нибудь заключающая фраза.

Последний параграф может включать благодарности. В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Иванову И. И. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Также автор благодарит Сидорова А. А. и Петрова Б. Б. за помощь в работе с образцами, Рабиновича В. В. за предоставленные образцы и обсуждение результатов, Занудятину Г. Г. и авторов шаблона \*Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\* за помощь в оформлении диссертации. Автор также благодарит много разных людей и всех, кто сделал настоящую работу автора возможной.

## Список сокращений и условных обозначений

EIRP	Equivalent Isotropically Radiated Power, эффективная изотропно-излучаемая мощность передатчика
FSPL	Free Space Path Loss, уравнение потерь в свободном пространстве
LIFO	Last Input, First Out, последним пришёл — первым ушёл
QoS	Quality Of Service, качество обслуживания
RSU	Roadside Unit, придорожные стационарные объекты телекоммуникационной связи
SOM	System Operating Margin, запас на замирание сигнала
WSN	Wireless Sensor Network, беспроводная сенсорная сеть
АСУ ТП	автоматизация систем управления технологических процессов
БПЛА	беспилотный летательный аппарат
БС	базовая станция
БШС	беспроводная широкополосная сеть
МВиГ	метод ветвей и границ
МО	машинное обучение
МПП	метод полного перебора
СеМО	Сеть массового обслуживания
ТМО	теория массового обслуживания
ЦЛП	целочисленное линейное программирование

## Словарь терминов

**Радиус связи** : максимальная теоретическая дальность связи базовой станции с соседней станцией, удовлетворяющей требуемому качеству передачи сигнала

**Радиус покрытия** : максимальный теоретический радиус зоны покрытия БС для связи с устройствами.

**Недопокрытие** : разность между суммарным покрытием размещенных базовых станций и длиной всего линейного участка.

## Список литературы

- [1] Хоноре Тчаро, А.Е. Воробьев и К.А. Воробьев. — «Цифровизация нефтяной промышленности: базовые подходы и обоснование «интеллектуальных» технологий». — В: *Вестник Евразийской науки* 2(10) (2018), с. 1—17.
- [2] A Dmitrievskiy и др. — «On the Draft Strategy for Digital Modernization of the Oil and Gas Complex of the Russian Federation». — В: 241 (дек. 2020), с. 9—13.
- [3] N.A. Eremin, V.E. Stolyarov и V.I. Shulyatikov. — «Use of control systems in oil and gas fields». — В: *Automation, Telemechanization and Communication in Oil Industry* 9 (2020), с. 17—29. — DOI: 10.33285/0132-2222-2020-9(566)-17-29.
- [4] Nikolai Eremin и V.E. Stolyarov. — «A gas well as a key object of a digital field». — В: *Automation, Telemechanization and Communication in Oil Industry* 554 (сент. 2019), с. 5—14. — DOI: 10.33285/0132-2222-2019-9(554)-5-14.
- [5] Srinidhi Hiriyannaiah и др. — «A Multi-layered Framework for Internet of Everything (IoE) via Wireless Communication and Distributed Computing in Industry 4.0». — В: *Recent Patents on Engineering* 14.4 (2020), с. 521—529. — DOI: 10.2174/1872212113666190624120121.
- [6] Sathyan Munirathinam. — «Industry 4.0: Industrial Internet of Things (IIOT)». — В: *Advances in Computers* 117.1 (2020), с. 129—164. — DOI: 10.1016/bs.adcom.2019.10.010.
- [7] M. Carmen Lucas-Estañ и др. — «Emerging trends in hybrid wireless communication and data management for the industry 4.0». — В: *Electronics (Switzerland)* 7.12 (2018). — DOI: 10.3390/electronics7120400.
- [8] *ГОСТ Р МЭК 62657-2-2016 Сети промышленной коммуникации. Беспроволочные коммуникационные сети. Часть 2. Обеспечение совместимости.* — М.: Стандартинформ, 2016. — 68 с.
- [9] A.N. Dmitrievsky и др. — «Intelligent innovations for wells construction and operation of oil and gas fields». — В: (март 2021), с. 96—104.

- [10] Е.В. Смирнова и др. — *Технология современных беспроводных сетей Wi-Fi*. — Под ред. А.В. Пролетарский. — Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. — 446 с.
- [11] Р.А. Дунайцев и К.Ф. Короткин. — «Радиообследование и радиопланирование беспроводных локальных сетей wi-fi». — В: *Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (апино 2017)* (2017), с. 270—274.
- [12] Г. Ж. Уанкпо и др. — «Математическая модель анализа надежности неоднородной дублированной системы передачи данных». — В: *Современные информационные технологии и ИТ-образование* 16.2 (2020), с. 285—294.
- [13] Achyutha Krishnamoorthy, Anu Nuthan Joshua и Dmitry Kozyrev. — «Analysis of a Batch Arrival, Batch Service Queuing-Inventory System with Processing of Inventory While on Vacation». — В: *Mathematics* 9.4 (2021), с. 1—29. — DOI: 10.3390/math9040419.
- [14] Dmitry Kozyrev и Dmitry Radkevich. — «Reliability estimation of a broadband wireless network with linear topology and cross redundancy». — В: *AIP Conference Proceedings* 2116 (2019). — DOI: 10.1063/1.5114073.
- [15] A. V. Gorbunova, V. M. Vishnevsky и A. A. Larionov. — «Evaluation of the End-to-End Delay of a Multiphase Queuing System Using Artificial Neural Networks». — В: *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)* 12563 LNCS (2020), с. 631—642. — DOI: 10.1007/978-3-030-66471-8\_48.
- [16] Andrey Larionov и др. — «A Multiphase Queueing Model for Performance Analysis of a Multi-hop IEEE 802.11 Wireless Network with DCF Channel Access». — В: *Communications in Computer and Information Science* 1109 (2019), с. 162—176. — DOI: 10.1007/978-3-030-33388-1\_14.
- [17] Vladimir Vishnevsky и др. — «Methods of performance evaluation of broadband wireless networks along the long transport routes». — В: *Communications in Computer and Information Science* 601 (2016), с. 72—85. — DOI: 10.1007/978-3-319-30843-2\_8.



- [18] Vladimir Vishnevsky и др. — «Review of methodology and design of broadband wireless networks with linear topology». — В: *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics* 47.2 (2016), с. 329—342. — DOI: 10.1007/s13226-016-0190-7.
- [19] Danmeng Wang. — «Delay prediction with enhanced queueing models and survival analysis». — В: *2016 3rd International Conference on Systems and Informatics, ICSAI 2016*. — IEEE, нояб. 2017, — С. 1101—1105. — ISBN: 9781509055210. — DOI: 10.1109/ICSAI.2016.7811115. — URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7811115/>.
- [20] Werner Sandmann. — «Delays in a series of queues with correlated service times». — В: *Journal of Network and Computer Applications* 35.5 (2012), с. 1415—1423. — DOI: 10.1016/j.jnca.2011.10.009.
- [21] Hendrik Baumann и Werner Sandmann. — «Multi-server tandem queue with Markovian arrival process, phase-type service times, and finite buffers». — В: *European Journal of Operational Research* 256.1 (2017), с. 187—195. — DOI: 10.1016/j.ejor.2016.07.035.
- [22] В. Т. Еременко и др. — В: *Информационные системы и технологии* 78.4 (2013), с. 96—105.
- [23] Attila Lovas и Miklós Rásonyi. — «Markov chains in random environment with applications in queueing theory and machine learning». — В: *Stochastic Processes and their Applications* 137 (2021), с. 294—326. — DOI: 10.1016/j.spa.2021.04.002.
- [24] Rinda Parama Satya Hermanto и др. — «Waiting-Time Estimation in Bank Customer Queues using RPROP Neural Networks». — В: *Procedia Computer Science* 135 (2018), с. 35—42. — DOI: 10.1016/j.procs.2018.08.147.
- [25] Rida El Chall, Samer Lahoud и Melhem El Helou. — «LoRaWAN network: Radio propagation models and performance evaluation in various environments in Lebanon». — В: *IEEE Internet of Things Journal* 6.2 (2019), с. 2366—2378. — DOI: 10.1109/JIOT.2019.2906838.
- [26] Yaokun Zhang и Tianfeng Yan. — «Loss Correction of Wireless Model in Complex Multi Wall Environment». — В: *Journal of Physics: Conference Series* 1757.1 (2021). — DOI: 10.1088/1742-6596/1757/1/012137.

- [27] Giuseppe Caso и Luca De Nardis. — «On the applicability of multi-wall multi-floor propagation models to WiFi fingerprinting indoor positioning». — В: *Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social-Informatics and Telecommunications Engineering, LNICST* 159 (2015), с. 166—172. — DOI: 10.1007/978-3-319-27072-2\_21.
- [28] Taewon Kang и Jiwon Seo. — «Practical simplified indoor multiwall path-loss model». — В: *International Conference on Control, Automation and Systems* 2020-Octob (2020), с. 774—777. — DOI: 10.23919/ICCAS50221.2020.9268260.
- [29] О. О. Oni и F. E. Idachaba. — «Review of Selected Wireless System Path loss Prediction Models and its Adaptation to Indoor Propagation Environments». — В: *Lecture Notes in Engineering and Computer Science* 2228 (2017), с. 562—567.
- [30] ГКРЧ Нормы 18-13. Радиопередающие устройства гражданского назначения. Требования на допустимые уровни побочных излучений. — М., 2013.
- [31] Evgenii Krouk и Sergei Semenov. — «Modulation and Coding Techniques in Wireless Communications». — В: *Modulation and Coding Techniques in Wireless Communications* (2010), с. 1—662. — DOI: 10.1002/9780470976777.
- [32] Jia Liu и др. — «End-to-End Delay Modeling in Buffer-Limited MANETs: A General Theoretical Framework». — В: *IEEE Transactions on Wireless Communications* 15.1 (2016), с. 498—511. — DOI: 10.1109/TWC.2015.2475258. — arXiv: 1509.06969.
- [33] Gongpu Chen и др. — «Joint scheduling and channel allocation for end-to-end delay minimization in industrial WirelessHART Networks». — В: *IEEE Internet of Things Journal* 6.2 (2019), с. 2829—2842. — DOI: 10.1109/JIOT.2018.2875508.
- [34] Inès Hosni и Fabrice Théoleyre. — «Self-healing distributed scheduling for end-to-end delay optimization in multihop wireless networks with 6TiSch». — В: *Computer Communications* 110 (2017), с. 103—119. — DOI: 10.1016/j.comcom.2017.05.014.
- [35] Antonio Capone и др. — «Minimizing end-to-end delay in multi-hop wireless networks with optimized transmission scheduling». — В: *Ad Hoc Networks* 89 (2019), с. 236—248. — DOI: 10.1016/j.adhoc.2019.01.004.

- [36] Nasim Abbas и Fengqi Yu. — «Performance analysis of end-To-end delay and reliability for linear wireless multimedia sensor networks». — В: *Proceedings of 2017 IEEE 3rd Information Technology and Mechatronics Engineering Conference, ITOEC 2017* 2017-January (2017), с. 554—558. — DOI: 10.1109/ITOEC.2017.8122358.
- [37] Hafez Seliem и др. — «On the End-to-End Delay in a One-Way VANET». — В: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 68.9 (2019), с. 8336—8346. — DOI: 10.1109/TVT.2019.2916936.
- [38] Filippo Malandra и Brunilde Sanso. — «A Markov-Modulated End-to-End Delay Analysis of Large-Scale RF Mesh Networks with Time-Slotted ALOHA and FHSS for Smart Grid Applications». — В: *IEEE Transactions on Wireless Communications* 17.11 (2018), с. 7116—7127. — DOI: 10.1109/TWC.2018.2860965.
- [39] Anders Ellersgaard Kalor и др. — «Network slicing in industry 4.0 applications: Abstraction methods and end-to-end analysis». — В: *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 14.12 (2018), с. 5419—5427. — DOI: 10.1109/TII.2018.2839721.
- [40] Yan Gao и др. — «Characterization and Optimization of Delay Guarantees for Real-Time Multimedia Traffic Flows in IEEE 802.11 WLANs». — В: *IEEE Transactions on Mobile Computing* 15.5 (2016), с. 1090—1104. — DOI: 10.1109/TMC.2015.2407395.
- [41] В. М. Вишнеvский. — *Теоретические основы проектирования компьютерных сетей*. — Москва: Техносфера, 2003. — 512 с.
- [42] Leonard Kleinrock. — *Theory, Volume 1, Queueing Systems*. — USA: Wiley-Interscience, 1975. — ISBN: 0471491101.
- [43] Paul J. Burke. — «The Output of a Queueing System». — В: *Operations Research* 4.6 (1956), с. 699—704. — DOI: 10.1287/opre.4.6.699.
- [44] С. С. Владимиров. — *Беспроводные системы передачи данных. Расчет параметров БСПД на основе технологий 802.11 и 802.16 : практикум*. — СПб: СПб- ГУТ, 2019. — 27 с.
- [45] John D. C. Little. — «A Proof for the Queueing Formula:  $L = \lambda W$  ». — В: *Operations Research* 9.3 (1961), с. 383—387. — DOI: 10.1287/opre.9.3.383.

- [46] С.В. Дейнеко и др. — *Основное технологическое оборудование и процессы транспорта нефти и нефтепродуктов*. — Москва: РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, 2018.
- [47] С.В. Дейнеко. — *Технологическая надежность магистральных трубопроводов*. — Москва: РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, 2018.
- [48] Mohammed Y. Aalsalem и др. — «Wireless Sensor Networks in oil and gas industry: Recent advances, taxonomy, requirements, and open challenges». — В: *Journal of Network and Computer Applications* 113 (2018), с. 87—97. — DOI: 10.1016/j.jnca.2018.04.004.
- [49] Mateusz Krzysztoń и Ewa Niewiadomska-Szynkiewicz. — «Intelligent Mobile Wireless Network for Toxic Gas Cloud Monitoring and Tracking». — В: *Sensors* 21.11 (май 2021), с. 3625. — DOI: 10.3390/s21113625.
- [50] Amjad Mehmood, Jaime Lloret и Sandra Sendra. — «A secure and low-energy zone-based wireless sensor networks routing protocol for pollution monitoring». — В: *Wireless Communications and Mobile Computing* 16.17 (2016), с. 2869—2883. — DOI: 10.1002/wcm.2734.
- [51] Tzu-Hsuan Lin и др. — «Buried Wireless Sensor Network for Monitoring Pipeline Joint Leakage Caused by Large Ground Movements». — В: *Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice* 10.4 (2019), с. 04019023. — DOI: 10.1061/(asce)ps.1949-1204.0000392.
- [52] Mutiu Adesina Adegboye, Wai Keung Fung и Aditya Karnik. — «Recent advances in pipeline monitoring and oil leakage detection technologies: Principles and approaches». — В: *Sensors (Switzerland)* 19.11 (2019). — DOI: 10.3390/s19112548.
- [53] Aleksandra A. Fedorova, Viktor A. Beliautsov и Aliaksei N. Barysevich. — «Determining the Composition of the Group of Drones and the Basing Method for Oil Pipeline Monitoring». — В: *Proceedings - 2020 International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2020* (2020), с. 330—335. — DOI: 10.1109/RusAutoCon49822.2020.9208227.
- [54] Khalid Ghanim Aljuaid и др. — «Comparative review of pipelines monitoring and leakage detection techniques». — В: *2020 2nd International Conference on Computer and Information Sciences, ICCIS 2020* (2020). — DOI: 10.1109/ICCIS49240.2020.9257602.

- [55] Cristina Gómez и David R. Green. — «Small unmanned airborne systems to support oil and gas pipeline monitoring and mapping». — В: *Arabian Journal of Geosciences* 10.9 (2017). — DOI: 10.1007/s12517-017-2989-x.
- [56] Laith M. Fawzi и др. — «Two levels alert verification technique for smart oil pipeline surveillance system (SOPSS)». — В: *International Journal of Computing and Digital Systems* 8.2 (2019), с. 115—124. — DOI: 10.12785/ijcds/080203.
- [57] M. Y. Lee и др. — «Wireless sensor networks in midstream and downstream in oil and gas industry». — В: *Lecture Notes in Mechanical Engineering* (2020), с. 466—474. — DOI: 10.1007/978-981-13-9539-0\_45.
- [58] Muhammad Zahid Abbas и др. — «An overview of routing techniques for road and pipeline monitoring in linear sensor networks». — В: *Wireless Networks* 24.6 (2018), с. 2133—2143. — DOI: 10.1007/s11276-017-1457-6.
- [59] Tahmasib Kh. and Fataliyev и Shakir A. Mehdiyev. — «Analysis and New Approaches to the Solution of Problems of Operation of Oil and Gas Complex as Cyber-Physical System». — В: *International Journal of Information Technology and Computer Science* 10.11 (2018), с. 67—76. — DOI: 10.5815/ijitcs.2018.11.07.
- [60] A.N. Krasnov, M.Yu. Prakhova и E.A. Khoroshavina. — «Use of Wireless Networks for Gas Fields Automation». — В: *Oil and Gas Business* 4 (2016), с. 205—221. — DOI: 10.17122/ogbus-2016-4-205-221.
- [61] K. R. Anupama и др. — «A wireless sensor network based pipeline monitoring system». — В: *2014 International Conference on Signal Processing and Integrated Networks, SPIN 2014* (2014), с. 412—419. — DOI: 10.1109/spin.2014.6776989.
- [62] Imad Jawhar, Nader Mohamed и Khaled Shuaib. — «A framework for pipeline infrastructure monitoring using wireless sensor networks». — В: *2007 Wireless Telecommunications Symposium, WTS 2007* (2007). — DOI: 10.1109/WTS.2007.4563333.
- [63] В.М. Вишнеvский и др. — «Методы исследования и проектирования широкополосных беспроводных сетей вдоль протяженных транспортных магистралей». — В: *T-Comm: Телекоммуникации и Транспорт* 9.5 (2015), с. 9—15.

- [64] Renzo Massobrio, Jamal Toutouh и Sergio Nesmachnow. — «Multi-Objective Evolutionary Algorithms for Smart Placement of Roadside Units in Vehicular Networks». — B: *Evolutionary Multi-Objective System Design* (2020), с. 85—114. — DOI: 10.1201/9781315366845-5.
- [65] Claudia Campolo, Antonella Molinaro и Riccardo Scopigno. — «Vehicular ad hoc networks standards, solutions, and research». — B: *Vehicular Ad Hoc Networks Standards, Solutions, and Research* (2015), с. 1—544. — DOI: 10.1007/978-3-319-15497-8.
- [66] Evellyn S. Cavalcante и др. — «Roadside unit deployment for information dissemination in a VANET: An evolutionary approach». — B: *GECCO'12 - Proceedings of the 14th International Conference on Genetic and Evolutionary Computation Companion* (2012), с. 27—34. — DOI: 10.1145/2330784.2330789.
- [67] Mohamed Ben Brahim, Wassim Drira и Fethi Filali. — «Roadside units placement within city-scaled area in vehicular ad-hoc networks». — B: *2014 International Conference on Connected Vehicles and Expo, ICCVE 2014 - Proceedings* (2014), с. 1010—1016. — DOI: 10.1109/ICCVE.2014.7297500.
- [68] V. M. Vishnevsky, Andrey Larionov и R. V. Smolnikov. — «Optimization of topological structure of broadband wireless networks along the long traffic routes». — B: *Communications in Computer and Information Science* 601 (2016), с. 30—39. — DOI: 10.1007/978-3-319-30843-2\_4.
- [69] Hai-qing Liu и др. — «A Connectivity-based Strategy for Roadside Units Placement in Vehicular Ad Hoc Networks». — B: *International Journal of Hybrid Information Technology* 7.1 (2014), с. 91—108. — DOI: 10.14257/ijhit.2014.7.1.08.
- [70] Zhenguo Gao и др. — «Optimal and Greedy Algorithms for the One-Dimensional RSU Deployment Problem with New Model». — B: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 67.8 (2018), с. 7643—7657. — DOI: 10.1109/TVT.2018.2837033.
- [71] Ali Jalooli, Min Song и Wenye Wang. — «Message coverage maximization in infrastructure-based urban vehicular networks». — B: *Vehicular Communications* 16 (2019), с. 1—14. — DOI: 10.1016/j.vehcom.2019.02.001.

- [72] Andre B. Reis и др. — «Deploying roadside units in sparse vehicular networks: What really works and what does not». — В: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 63.6 (2014), с. 2794—2806. — DOI: 10.1109/TVT.2013.2292519.
- [73] Abderrahim Guerna, Salim Bitam и Carlos T. Calafate. — «AC-RDV: a novel ant colony system for roadside units deployment in vehicular ad hoc networks». — В: *Peer-to-Peer Networking and Applications* 14.2 (2021), с. 627—643. — DOI: 10.1007/s12083-020-01011-3.
- [74] Chunyan Liu, Hejiao Huang и Hongwei Du. — «Optimal RSUs deployment with delay bound along highways in VANET». — В: *Journal of Combinatorial Optimization* 33.4 (2017), с. 1168—1182. — DOI: 10.1007/s10878-016-0029-5.
- [75] Haizhou Bao и др. — «Minimal road-side unit placement for delay-bounded applications in bus Ad-hoc networks». — В: *2017 IEEE 36th International Performance Computing and Communications Conference, IPCCC 2017* 2018-January (2018), с. 1—7. — DOI: 10.1109/PCCC.2017.8280441.
- [76] Roman Ivanov и др. — «On a problem of base stations optimal placement in wireless networks with linear topology». — В: *Communications in Computer and Information Science* 919 (2018), с. 505—513. — DOI: 10.1007/978-3-319-99447-5\_43.
- [77] Rui Zhang и др. — «An Optimal Roadside Unit Placement Method for VANET Localization». — В: *2017 IEEE Global Communications Conference, GLOBECOM 2017 - Proceedings* 2018-January (2017), с. 1—6. — DOI: 10.1109/GLOCOM.2017.8253971.
- [78] Fahad Alduraibi, Nouredine Lasla и Mohamed Younis. — «Coverage-based node placement optimization in wireless sensor network with linear topology». — В: *2016 IEEE International Conference on Communications, ICC 2016* (2016). — DOI: 10.1109/ICC.2016.7511421.
- [79] Amin Aria, Shapour Azarm и Mohammad Modarres. — «Layout Optimization of Multi-Type Sensors and Human Inspection Tools with Probabilistic Detection of Localized Damages for Pipelines». — В: *IEEE Access* 8 (2020), с. 90598—90614. — DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2992671.

- [80] Ahmed Hussein, Ahmed Elnakib и Sherif Kishk. — «Linear Wireless Sensor Networks Energy Minimization Using Optimal Placement Strategies of Nodes». — B: *Wireless Personal Communications* 114.4 (2020), с. 2841—2854. — DOI: 10.1007/s11277-020-07506-9.
- [81] Sudeep Varshney и др. — «Energy efficient management of pipelines in buildings using linear wireless sensor networks». — B: *Sensors (Switzerland)* 18.8 (2018). — DOI: 10.3390/s18082618.
- [82] Sudeep Varshney, Chiranjeev Kumar и Abhishek Swaroop. — «Lightning-Based Lion Optimization Algorithm for Monitoring the Pipelines Using Linear Wireless Sensor Network». — B: *Wireless Personal Communications* 117.3 (2021), с. 2475—2494. — DOI: 10.1007/s11277-020-07987-8.
- [83] Gang Li и др. — «A Swarm Optimization-Enhanced Data Aggregation Tree Based on a Nonuniform Clustering Structure for Long and Linear Wireless Sensor Networks». — B: *Wireless Personal Communications* 112.4 (2020), с. 2285—2295. — DOI: 10.1007/s11277-020-07150-3.
- [84] A. Albaseer и U. Baroudi. — «Cluster-Based Node Placement Approach for Linear Pipeline Monitoring». — B: *IEEE Access* 7 (2019), с. 92388—92397. — DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2927700.
- [85] Imad Jawhar и Nader Mohamed. — «A hierarchical and topological classification of linear sensor networks». — B: *2009 Wireless Telecommunications Symposium, WTS 2009* (2009). — DOI: 10.1109/WTS.2009.5068941.
- [86] Sudeep Varshney, Chiranjeev Kumar и Abhishek Swaroop. — «Linear sensor networks: Applications, issues and major research trends». — B: *International Conference on Computing, Communication and Automation, ICCCA 2015* (2015), с. 446—451. — DOI: 10.1109/CCAA.2015.7148418.
- [87] Zhengjie Wang, Xiaoguang Zhao и Xu Qian. — «The application and issue of linear wireless sensor networks». — B: *2011 International Conference on System Science, Engineering Design and Manufacturing Informatization, ICSEM 2011* 2 (2011), с. 9—12. — DOI: 10.1109/ICSSEM.2011.6081337.
- [88] Imad Jawhar и др. — «Data communication in linear wireless sensor networks using unmanned aerial vehicles». — B: *2013 International Conference on Unmanned Aircraft Systems, ICUAS 2013 - Conference Proceedings* (2013), с. 492—499. — DOI: 10.1109/ICUAS.2013.6564725.



- [89] О.Ю. Першин. — *Оптимизации на конечных множествах и методы неявного перебора. Монография.* — Москва: Издательский центр РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, 2013. — 85 с.
- [90] И.Х. Сигал и А.П. Иванова. — *Введение в прикладное дискретное программирование. Модели и вычислительные алгоритмы.* — Москва: Физматлит, 2007. — 304 с.
- [91] М Гэри и Д Джонсон. — *Вычислительные машины и труднорешаемые задачи.* — Мир, 1982. — 416 с.
- [92] В. А. Емеличев и В.И. Комлик. — *Метод построения последовательности планов для решения задач дискретной оптимизации.* — Москва: Наука, 1981. — 208 с.
- [93] О. Ю. Першин. — «Метод нахождения последовательности лучших решений для задач оптимизации на конечных множествах и задача реконструкции сети». — В: *Автоматика и телемеханика* 12 (1999).
- [94] О. Ю. Першин. — «Метод нахождения последовательности лучших решений для задач оптимизации на конечных множествах и задача реконструкции сети». — В: *Автоматика и телемеханика* 6 (2002).
- [95] A. H. Land и A. G. Doig. — «An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems». — В: *Econometrica* 28.3 (1960), с. 497. — DOI: 10.2307/1910129.
- [96] Zaheer Abbas и др. — «Monitoring of Gas Distribution Pipelines Network Using Wireless Sensor Networks». — В: *Wireless Personal Communications* 117.3 (2021), с. 2575—2594. — DOI: 10.1007/s11277-020-07997-6.
- [97] S. Sabahat H. Bukhari и др. — «Novel Cost Efficient Resource Allocation Technique Based on Deadline and Budget Constraints for Edge Users». — В: *Wireless Personal Communications* (2021). — DOI: 10.1007/s11277-021-08453-9.

## Список рисунков

1.1	Задача синтеза топологии при проектировании БШС в рамках цифровой трансформации "Индустрия 4.0". . . . .	11
1.2	Этапы проектирования БШС. . . . .	12
1.3	Энергетический потенциал линии связи. . . . .	16
1.4	Соединение между станциями. . . . .	19
1.5	Покрытие станции . . . . .	19
1.6	СеМО с кросс-трафиком и узлами $M/M/1$ . . . . .	20
2.1	Беспроводная сеть вдоль магистрального трубопровода . . . . .	25
2.2	Беспроводная сеть вдоль промышленных дорог . . . . .	26
2.3	Охват покрытия станции . . . . .	29
2.4	Область покрытия между любыми двумя точками . . . . .	30
2.5	Связь между базовыми станциями . . . . .	32
2.6	Обеспечение связи с соседней станцией . . . . .	33
2.7	Ветвление бинарного дерева . . . . .	37
2.8	Движение по дереву поиска . . . . .	39
2.9	Решение задачи методом полного перебора . . . . .	48
2.10	Решение задачи методом ветвей и границ . . . . .	49
Г.1	Координаты размещения . . . . .	87
Г.2	Координаты размещения . . . . .	88
Г.3	Координаты размещения . . . . .	89

## Список таблиц

1	Решение полным перебором . . . . .	47
2	Решение полным перебором . . . . .	48
3	Результаты численного решения. . . . .	51
4	Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП . . . . .	76
5	Решение полным перебором . . . . .	77
6	Решение методом ветвей и границ . . . . .	81
7	Координаты точек размещения . . . . .	82
8	Параметры базовых станций . . . . .	83
9	Параметры шлюзов . . . . .	83
10	Параметры устройств . . . . .	84
11	Рассчитанные радиусы покрытия . . . . .	84
12	Рассчитанные радиусы связи базовых станций . . . . .	84
13	Рассчитанные радиусы связи шлюзов . . . . .	85
14	Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП . . . . .	85
15	Координаты размещения . . . . .	86
16	Координаты размещения . . . . .	86
17	Множество типов станций . . . . .	87
18	Множество типов станций . . . . .	88
19	Точки размещения участка с длиной $L = 300$ . . . . .	90
20	Параметры базовых станций, шлюзов и объектов. . . . .	90
21	Рассчитанные радиусы связи между станциями . . . . .	91
22	Рассчитанные радиусы покрытия станций . . . . .	92
23	Решение задачи ЦЛП. . . . .	92

## Приложение А

### Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4

В таблице 4 приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения задач 2, 3, 4 и относительную точность задачи 3, 4 по отношению к задаче 2.

Для непокрытого участка справа длины  $|\beta| = 50$ , варьируя количеством неразмещенных станций, а также количеством свободных мест размещения рассчитаем оценку недопокрытия при бюджетном ограничении  $C = 600$ .

Как видно из результатов расчетов в таблице 4, представляется целесообразным использовать задачу 3 в качестве оценки  $w_2(G_v)$  для решения задач большой размерности, так как время ее расчета в виде задачи линейного программирования существенно ниже с учетом высокой точности.

Таблица 4 — Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП

Количество точек размещения, $m$	Количество свободных станций, $ S_\beta $	ЦЛП		Задача о ранце			ЛП		
		Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Точность, %	Время расчета, сек	Недопокрытие, $z$	Точность, %
5	6	0,3250	436,00	0,3214	426,00	97,71	0,0047	436,00	100,00
5	8	0,3218	431,00	0,3582	398,00	92,34	0,0045	431,00	100,00
8	10	0,3765	395,00	0,3621	375,00	94,94	0,0094	395,00	100,00
8	12	0,3746	390,00	0,2977	347,00	88,97	0,0094	390,00	100,00
12	15	0,3363	339,00	0,2960	309,00	91,15	0,0114	339,00	100,00
12	17	0,4072	336,00	0,3456	283,00	84,23	0,0136	336,00	100,00
18	20	0,3558	265,00	0,3407	265,00	100,00	0,0121	265,00	100,00
18	25	0,3794	260,00	0,3096	259,00	99,62	0,0169	257,60	99,08
25	30	0,3177	246,00	0,3576	246,00	100,00	0,0222	244,33	99,32
25	45	0,3539	229,00	0,3556	229,00	100,00	0,0494	226,40	98,86
30	50	0,2994	225,00	0,3146	225,00	100,00	0,0570	224,13	99,61
30	100	0,5179	223,00	0,5177	223,00	100,00	0,1513	218,75	98,09

## Приложение Б

### Числовой пример решения задачи алгоритмом на основе метода ветвей и границ

Рассмотрим пример решения задачи в комбинаторной задаче. Пусть задан отрезок  $\alpha$  длиной  $L = 50$  с концами в точках  $a_0$  и  $a_4$  с координатами  $l_0 = 0$   $l_4 = 50$ . Внутри данного отрезка имеется множество точек размещения  $A = \{a_i\}, i = 1, 2, 3$  с координатами  $l_1 = 20, l_2 = 30, l_3 = 40$ .

Задано множество БС  $S = \{s_j\}, j = 1, 2$ . Каждой станции приписаны параметры  $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}\}$ . Для  $s_1$  задано  $r_1 = 25, R_{10} = 62, R_{12} = 35, R_{14} = 31$ . Для  $s_2$  задано  $r_2 = 9, R_{20} = 31, R_{12} = 28, R_{24} = 39$ . На концах отрезка размещены шлюзы  $s_0$  и  $s_4$ . Радиус связи шлюзов для соединения с БС  $R_{01} = R_{41} = 62$  и  $R_{02} = R_{42} = 39$ .

Необходимо разместить БС  $s_1$  и  $s_2$ , т.е. найти такую расстановку  $P^*$ , которая минимизирует функционал недопокрытия  $f(P)$  (2.1).

#### Решение полным перебором.

Общее количество размещения двух станций по трем точкам равно  $\gamma = C_3^2 \cdot 2! = 6$ .

Таблица 5 — Решение полным перебором

Расстановка, $P$	Недопокрытие, $f(P)$	Номер узла дерева, $\nu$	Размещение		
			$a_1$	$a_2$	$a_3$
$P_1$	11	3	$S_1$	$S_2$	—
$P_2$	1	5	$S_1$	—	$S_2$
$P_3$	11	9	$S_2$	$S_1$	—
$P_4$	11	11	$S_2$	—	$S_1$
$P_5$	6	15	—	$S_1$	$S_2$
$P_6$	21	19	—	$S_2$	$S_1$
Количество пройденных узлов			24		

В таблице 5 представлены полученные в ходе решения расстановки. Все расстановки пронумерованы в соответствии с порядком их нахождения. Оптимальным решением  $P^*$  с минимальным значением функции (2.19) является допустимая расстановка  $P_2$ .

### Решение с помощью МВиГ.

Теперь решим пример данной задачи в соответствии с разработанным МВиГ. Так как мы не учитываем ограничения на стоимость и величину поддержку, допустимая расстановка должна удовлетворять только требованию 1, а также условию размещения всех имеющихся БС.

#### Исследование множества $G_0$ .

За начальный рекорд примем длину всего отрезка  $\hat{P} = L = 50$ .

Построение оценки  $W(G_0)$ :

$$W(G_0) = \max\{L - 2(r_1 + r_2), 0\} = \max\{50 - 2(25 + 9), 0\}.$$

Разбиваем множества  $G_0$  на два подмножества  $G_1 = G_0^1$  ( $\pi_{11} = 1$ ) и  $G_2 = G_0^2$  ( $\pi_{11} = 0$ ). Исследуем левое дочернее подмножество  $G_1$ . Правое подмножество  $G_2$  оставим для обратного шага.

#### Исследование множества $G_1$ .

Случай 1.

Проверка требования 1.

Шаг 1.

Проверяем, что каждый из радиусов  $R_{10}$  и  $R_{01}$  не меньше расстояния до левого шлюза  $s_0$ .

$$l_1 - l_0 \leq R_{10} \rightarrow 20 - 0 \leq 62;$$

$$l_1 - l_0 \leq R_{01} \rightarrow 20 - 0 \leq 62;$$

Шаг 2. Осталось неразмещенная БС  $s_2$ . Проверяем, что радиусы связи  $R_{12}$  и  $R_{21}$  не меньше расстояния до правой точки от  $a_1$  точка  $a_2$ .

$$l_2 - l_1 \leq R_{12} \rightarrow 30 - 20 \leq 35;$$

$$l_2 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 30 - 20 \leq 28.$$

Шаг 3.

Так как осталась только одна нераспределенная станция  $s_2$ , проверяем, что расстояние среди еще незанятых точек справа от точки  $a_1$  есть такая точка, что расстояния от этой точки до точки  $a_1$  и одновременно от этой точки до точки  $a_{n+1}$  не больше, чем радиус связи у нераспределенной станции.

Проверка точки  $a_2$ .

$$l_2 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 30 - 20 \leq 28;$$

$$l_4 - l_2 \leq R_{21} \rightarrow 50 - 20 \leq 31;$$

Проверка точки  $a_2$ .

$$l_3 - l_1 \leq R_{21} \rightarrow 40 - 20 \leq 28;$$

$$l_4 - l_3 \leq R_{21} \rightarrow 50 - 40 \leq 31;$$

Проверка обеспечения связи между размещаемыми БС произведена, можно приступить к оценке недопокрытия.

Случай 2.

Построение оценки  $W(G_1)$ :

$$W(G_1) = w_1(G_1) + w_2(G_1).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС  $s_1$ :

$$w_1(G_1) = \max\{(l_1 - l_0) - r_1, 0\} \rightarrow \max\{(20 - 0) - 25, 0\} = 0.$$

И оценка недопокрытия справа от размещаемой БС  $s_1$ :

$$w_2(G_1) = \max\{(l_4 - l_1) - (r_1 + 2r_2), 0\} \rightarrow \max\{(50 - 20) - (25 + 2 \cdot 9), 0\} = 0.$$

Итоговая оценка

$$W(G_1) = 0 + 0 = 0.$$

Разбиваем множества  $G_1$  на два подмножества  $G_3 = G_1^1$  ( $\pi_{22} = 1$ ) и  $G_4 = G_1^2$  ( $\pi_{22} = 0$ ). Исследуем левое дочернее подмножество  $G_3$ . Правое подмножество  $G_4$  оставим для обратного шага.

**Исследование множества  $G_3$ .**

Случай 1.

Проверка требования 1 проводится аналогичным образом. Перейдем к расчету оценки.

Случай 2.

Построение оценки  $W(G_3)$ :

$$W(G_3) = w_1(G_3) + w_2(G_3).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_1(G_3) = w_1(G_1) + (l_2 - l_1) - (r_1 + r_2) \rightarrow 0 + \max\{(30 - 20) - (25 + 9), 0\} = 0 + 0 = 0$$

Оценка недопокрытия справа от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_2(G_3) = \max\{(l_4 - l_2) - r_2, 0\} \rightarrow \max\{(50 - 30) - 9, 0\} = 11.$$

$$W(G_3) = 0 + 11 = 11.$$

Все  $m$  станции размещены,  $f(P_1) = W(G_3)$ . Так как  $f(P_1) \leq f(\hat{P}) \rightarrow f(P_1) \leq 50$ , полученное недопокрытие  $f(P_1)$  принимается за новый рекорд.

Следующим этапом будет обратный шаг по дереву поиска, так как все станции размещены, то есть нет свободных переменных  $\pi_{ij}$  в множестве  $\Pi^f$ . Незакрытая вершина с наибольшим порядковым номером – вершина  $G_4$  с условием  $\pi_{22} = 0$ .

**Исследование множества  $G_4$ .**

Случай 2.

Оценка правого дочернего узла  $W(G_4)$  равна оценке материнского узла  $W(G_1)$ ,  $w_1(G_4) = w_1(G_1)$ ,  $w_2(G_4) = w_2(G_1)$ , и  $W(G_4) = W(G_1) = 0$ .

Разбиваем множества  $G_4$  на два подмножества  $G_5 = G_4^1$  ( $\pi_{32} = 1$ ) и  $G_6 = G_4^2$  ( $\pi_{32} = 0$ ).

**Исследование множества  $G_5$ .**

Случай 1. Успешная проверка требования 1.

Случай 2.

Построение оценки  $W(G_5)$ :

$$W(G_5) = w_1(G_5) + w_2(G_5).$$

Недопокрытие слева от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_1(G_5) = w_1(G_5) + (l_3 - l_1) - (r_1 + r_2) \rightarrow 0 + \max\{(40 - 20) - (25 + 9), 0\} = 0 + 0 = 0$$



Оценка недопокрытия справа от размещаемой БС  $s_2$ :

$$w_2(G_5) = \max\{(l_4 - l_3) - r_2, 0\} \rightarrow \max\{(50 - 40) - 9, 0\} = 1.$$

$$W(G_5) = 0 + 1 = 1.$$

Все  $m$  станции размещены,  $f(P_2) = W(G_5)$ . Так как  $f(P_2) \leq f(\hat{P})$ , полученное недопокрытие  $f(P_2)$  принимается за новый рекорд.

Таблица 6 — Решение методом ветвей и границ

№	Номер узла дерева, $\nu$	Оценка недопокрытия, $W(G_\nu)$	Недопокрытие, $f(P)$	Размещение		
				$a_1$	$a_2$	$a_3$
1	0	0	50	—	—	—
2	1	0	Рекорд	$s_1$	—	—
3	3	11		$s_1$	$s_2$	—
4	4	0		$s_1$	—	—
5	5	1	Рекорд	$s_1$	—	$s_2$
6	6	0	$\emptyset$	$s_1$	—	—
7	2	0	$\emptyset$	—	—	—
8	7	11		$s_2$	—	—
9	8	0		—	—	—
10	9	5		—	$s_1$	—
11	10	0		—	—	—
12	11	21		—	$s_2$	—
13	12	0		—	—	—
14	13	15		—	—	$s_1$
15	14	0		—	—	—
16	15	0		—	—	—
17	16	0		—	—	—

В ходе движения по дереву поиска исследования вершин происходило аналогичным образом как показано ранее. Оптимальным решением задачи стала расстановка  $P_2$  с недопокрытием  $f(P_2) = 1$ . В таблице 6 представлены полученные оценки в ходе движения по дереву ветвлений. Все вершины закрыты, количество пройденных узлов бинарного дерева поиска МВиГ составляет 16.

## Приложение В

### Числовой пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме

Дано:

- линейный участок  $L = 300$  метров;
- множество точек размещения  $|A| = 8$ ;
- множество БС  $|S| = 8$ ;
- протокол IEEE 802.11n;
- ограничение на суммарную стоимость  $T = 0.001$ с;
- интенсивность входящих пакетов  $\lambda = 1000$  1/с;
- средний размер входящих пакетов  $w = 1500$  байт;
- отклонение от оптимального решения,  $\varepsilon = 0.5$

Рассмотрим пример задачи размещения базовых станций вдоль линейного участка для организации БШС. В данном приложении будет представлен пример решения задачи для БШС на базе протокола IEEE 802.11n.

Задан линейный участок  $L = 300$  метров. На данном участке в ходе обследования местности были выбраны восемь возможных точек размещения базовых станций,  $|A| = 8$ . Координаты  $l_i$  точек размещения представлены в таблице 7.

Точки размещения, $a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$
Координаты, $l_i$	43	72	98	150	178	201	269	280

Таблица 7 — Координаты точек размещения

На рынке представлен широкий спектр технических устройств от компаний Cisco, Mikrotik и т.д. позволяющий организовывать сеть в открытой местности и учитывающий климатические сложности на нефтегазовых месторождениях, такие как предельные температуры, сила ветра и т.д. Под БС в нашей задаче будем понимать точку доступа с антеннами для покрытия заданной области и антеннами для обеспечения связи с соседними станциями БШС.

В ходе этапа выбора комплекса технических средств были выбраны восемь БС. Множество станций  $|S| = 8$ . Каждой БС преписаны паспортные характе-

ристики антенн, пропускная способность точки доступа и итоговая стоимость станции. Стоимость взята условная, чтобы не указывать реальные цены производителя на время написания диссертации и курс валют. Будем рассматривать БШС для задачи мониторинга, то есть с каналом передачи на верхний уровень, UpLink. Рабочая частота 2,4 ГГц. Для каждой БС будем использовать пропускную способность для модуляции и схемы кодирования MCS7. В таблице 8 представлены параметры БС. Здесь  $P_{tr}^R$  – мощность направленной антенны,  $G_{tr}^R$  – усиление направленной антенны,  $P_{recv}^R$  – чувствительность направленной антенны,  $L$  – потери в антенном кабеле и разъемах, передающего тракта,  $P_{recv}^r$  – чувствительность всенаправленной антенны,  $G_{recv}^r$  – усиление всенаправленной антенны,  $p$  – пропускная способность,  $c$  – стоимость

S	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$L$	$P_{recv}^r$	$G_{recv}^r$	$p$	$c$
№	дБм	дБ	дБм	дБ	дБм	дБ	Мбит/с	у.е.
1	20	4	-77	1	-77	3	72,2	24
2	19	4	-77	1	-73	4	72,2	20
3	19	4	-77	1	-77	5	72,2	24
4	18	4	-77	1	-77	3	72,2	24
5	19	4	-77	1	-77	4	72,2	28
6	19	4	-77	1	-74	4	72,2	24
7	20	4	-77	1	-73	4	72,2	20
8	19	4	-77	1	-77	4	72,2	20

Таблица 8 — Параметры базовых станций

На концах участка размещены шлюзы  $s_0$  и  $s_{m+1}$  с параметрами (таблица 9):

Шлюз	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$L$
№	дБ	дБ	дБ	дБ
$s_0$	20	5	-77	1
$s_{m+1}$	20	5	-77	1

Таблица 9 — Параметры шлюзов

Для расчета области покрытия необходимо задаться характеристиками устройств, с которых будет собираться информация (таблица 10).

Итоговое размещение БС должно удовлетворять заданным ограничениям:

Устройство	$P_{tr}^u d$	$G_{tr}^u d$	$L$
	дБ	дБ	дБ
	9	1	0

Таблица 10 — Параметры устройств

- на стоимость  $C = 76$ ;
- на межконцевую задержку сети  $T = 0.001$  с.

Для расчета времени межконтинентальной задержки, будем считать, что на каждую БС поступает трафик с интенсивностью  $\lambda = 1000$  1/с. Средний размер поступающих пакетов  $w = 1500$  байт.

Для поиска последовательности топологий задано отклонение  $\varepsilon = 0.5\%$  от найденного оптимального значения.

### В.0.1 Расчет радиуса связи и радиуса покрытия станций

По формуле (5) рассчитаем радиус покрытия для каждой станции (таблица 11) и радиусы связи между станциями и со шлюзами (таблица 12 и таблица 13).

Станция	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_{m+1}$
$r_j$ , м	48	43	38	43	43	0

Таблица 11 — Рассчитанные радиусы покрытия

$R_{jq}$ , м	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_0$	$S_{m+1}$
$S_1$	—	76	96	96	76	76	76
$S_2$	85	—	85	85	68	68	68
$S_3$	76	60	—	76	60	60	60
$S_4$	85	68	85	—	68	68	68
$S_5$	85	68	85	85	—	68	68

Таблица 12 — Рассчитанные радиусы связи базовых станций

В таблице 14 представлены результаты решения размещения станций. Для заданной  $\varepsilon = 1\%$ , т.е.  $d = 2$  был получены последовательности расстановок для

$R_{jq}, \text{ м}$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$S_0$	96	85	76	85	85
$S_{m+1}$	96	85	76	85	85

Таблица 13 — Рассчитанные радиусы связи шлюзов

задач 2, 3 и 4 расчета оценок с помощью задачи ЦЛП, задачи «О ранце» и ЛП. В таблице представлены рекорды «недопокрытия», стоимости и задержки сети, а также размещения станций, число пройденных узлов дерева  $a$  и время счета. Задача ЦЛП и задача о ранце решались с помощью Optimization Toolbox Matlab, а задача ЛП решалась с помощью библиотеки с исходным кодом Scipy Python. Как видно из результатов оценка, полученная с помощью задачи ЛП менее точная, приходится обходить большее количество узлов для нахождения рекордов по сравнению с методом оценки «недопокрытия» с помощью задач 2 и 3. В итоге возрастает итоговое количество пройденных узлов. В свою очередь метод ЛП имеет свое преимущество, так как время счета меньше.

Таблица 14 — Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи ЦЛП и ЛП

№	Рекорд, м	Стоимость, у.е.	Задержка, сек	Размещение						
				$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
1	1	65	0,03244	$S_1$	-	$S_4$	-	-	$S_5$	-
2	1	65	0,03244	$S_1$	-	$S_5$	-	-	$S_4$	-
3	1	65	0,03244	$S_4$	-	$S_1$	-	-	$S_5$	-
4	0	65	0,03244	$S_4$	-	$S_5$	-	-	$S_1$	-
5	1	65	0,03244	$S_5$	-	$S_1$	-	-	$S_4$	-
6	0	65	0,03244	$S_5$	-	$S_4$	-	-	$S_1$	-
7	1	65	0,03244	-	$S_1$	$S_4$	-	-	$S_5$	-
8	1	65	0,03244	-	$S_1$	$S_5$	-	-	$S_4$	-
9	1	65	0,03244	-	$S_1$	-	$S_4$	-	$S_5$	-
10	0	65	0,03244	-	$S_1$	-	$S_4$	-	-	$S_5$
11	1	65	0,03244	-	$S_4$	$S_1$	-	-	$S_5$	-
12	0	65	0,03244	-	$S_4$	$S_5$	-	-	$S_1$	-
13	1	65	0,03244	-	$S_4$	-	$S_1$	-	$S_5$	-
14	0	65	0,03244	-	$S_4$	-	$S_1$	-	-	$S_5$
15	1	65	0,03244	-	$S_5$	$S_1$	-	-	$S_4$	-
16	0	65	0,03244	-	$S_5$	$S_4$	-	-	$S_1$	-
Метод оценки «недопокрытия» справа		ЦЛП			Задача «О ранце»			ЛП		
Число пройденных узлов		934			934			1590		
Время счета, сек		5,412			5,136			3,613		

## Приложение Г

### Численный пример оптимального размещения базовых станций для обслуживания заданного множества рассредоточенных объектов

Рассмотрим пример для оптимизационной задачи выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения. Задано множество рассредоточенных объектов  $A_1$ ,  $|A_1| = 4$  и шлюз (таблица 15).

Задано множество  $A_2$  возможных мест расположения станций,  $|A_2| = 4$ . Все вершины представлены на Рисунке Г.1.

Задано ограничение по мощности для кадого объекта (таблица 16).

Задано множество типов станций (таблица 17).

Необходимо разместить станции таким образом, чтобы минимизировать их суммарную общую стоимость. Построим граф сети  $H$  для данного набора типов станции. Матрица смежности представлена на рисунке Г.2

Таблица 15 — Координаты размещения

0	(7,4)	<b>Координаты шлюза</b>
1	(1, 5)	<b>Координаты объектов</b>
2	(4.5, 4)	
3	(6, 3)	
4	(3.5, 5)	
5	(2, 4)	<b>Координаты размещения станций</b>
6	(5, 5)	
7	(2, 6)	
8	(6, 5.5)	

Таблица 16 — Координаты размещения

Объекты	1	2	3	4
Мощность	10	15	17	18

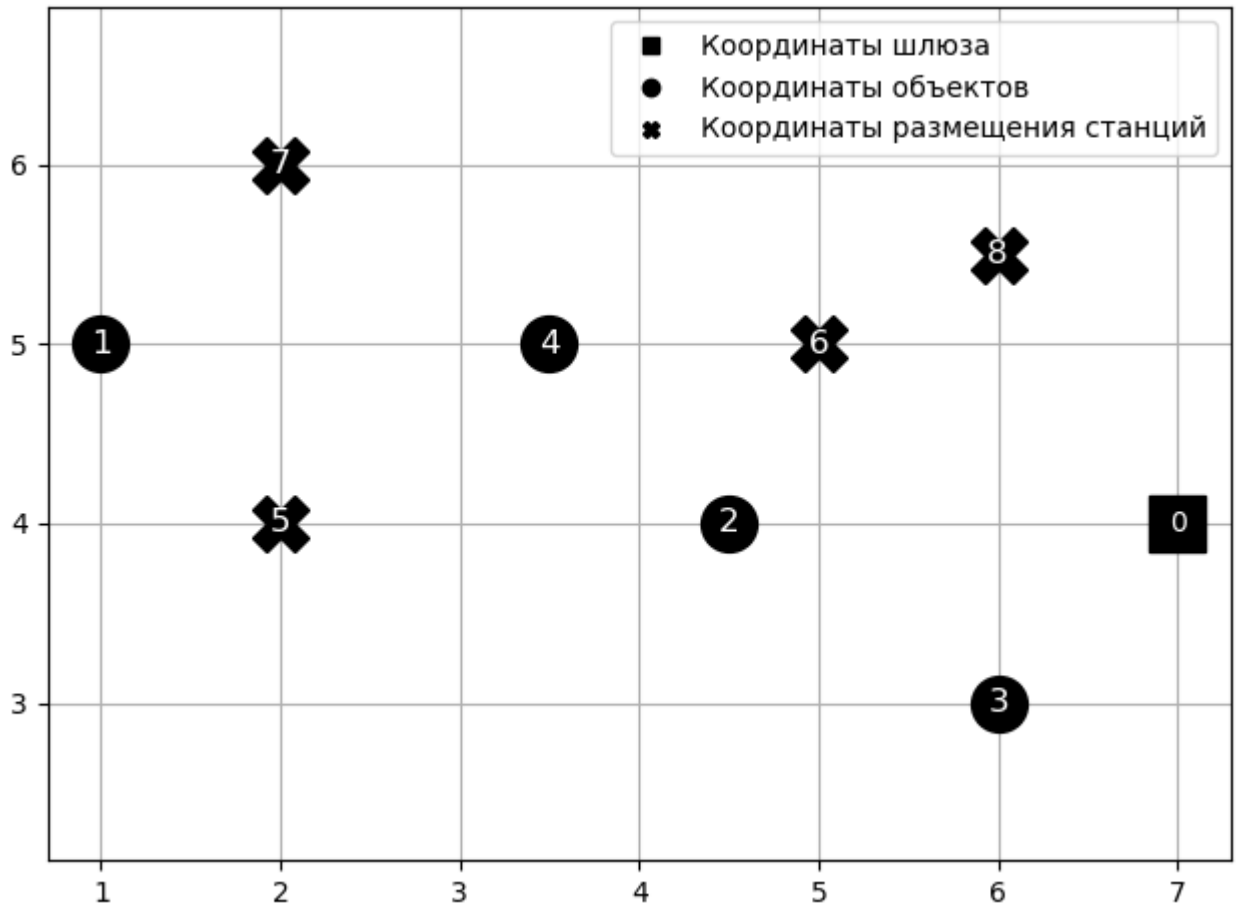


Рисунок Г.1 — Координаты размещения

Таблица 17 — Множество типов станций

Тип	Мощность, $\vartheta_j$	Радиус покрытия, $r_j$	Радиус связи, $R_j$	Стоимость, $c_j$
1	80	1	6	70
2	100	2	5	75
3	100	2	5	75

На основе матрицы смежности полученного графа запишем систему равенств и неравенств (3.5) — (3.10) и решим задачу частично целочисленного ЛП. В ходе решения мы получили следующее размещение станции (Рисунок Г.3)

Из графика видно, что были размещены на точках 7 и 8 две станции типа 2 и 3, соответственно. Решением задачи является суммарная стоимость равная:  $f = 160$ .

Алгоритмы построения графов  $H$  были запрограммированы на языке Python. Задачи, сформулированные на основании графов  $H$  в виде соответствующих задач математического программирования, были решены пакетом

	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5s_1$	$a_6s_1$	$a_7s_1$	$a_8s_1$	$a_5s_2$	$a_6s_2$	$a_7s_2$	$a_8s_2$	$a_5s_3$	$a_6s_3$	$a_7s_3$	$a_8s_3$
$a_0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$a_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
$a_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
$a_4$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
$a_5s_1$	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_6s_1$	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_7s_1$	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_8s_1$	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$a_5s_2$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
$a_6s_2$	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
$a_7s_2$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
$a_8s_2$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
$a_5s_3$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
$a_6s_3$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
$a_7s_3$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
$a_8s_3$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Рисунок Г.2 — Координаты размещения

Таблица 18 — Множество типов станций

Количество объектов, $n_1$	Количество мест размещения станций, $n - n_1$	Среднее время счета, сек.
4	3	12,34
4	4	12,42
4	5	12,31
6	6	11,20
8	7	11,27
10	7	12,32
12	10	12,51
14	7	12,42
17	8	12,18
21	8	12,53
25	8	14,22

Optimization Toolbox MATLAB. В таблице 4 представлены результаты времени счета задач частично целочисленного ЛП для различных случаев числа мест размещения станций и числа объектов. Для каждого случая было проведено по 10 примеров.



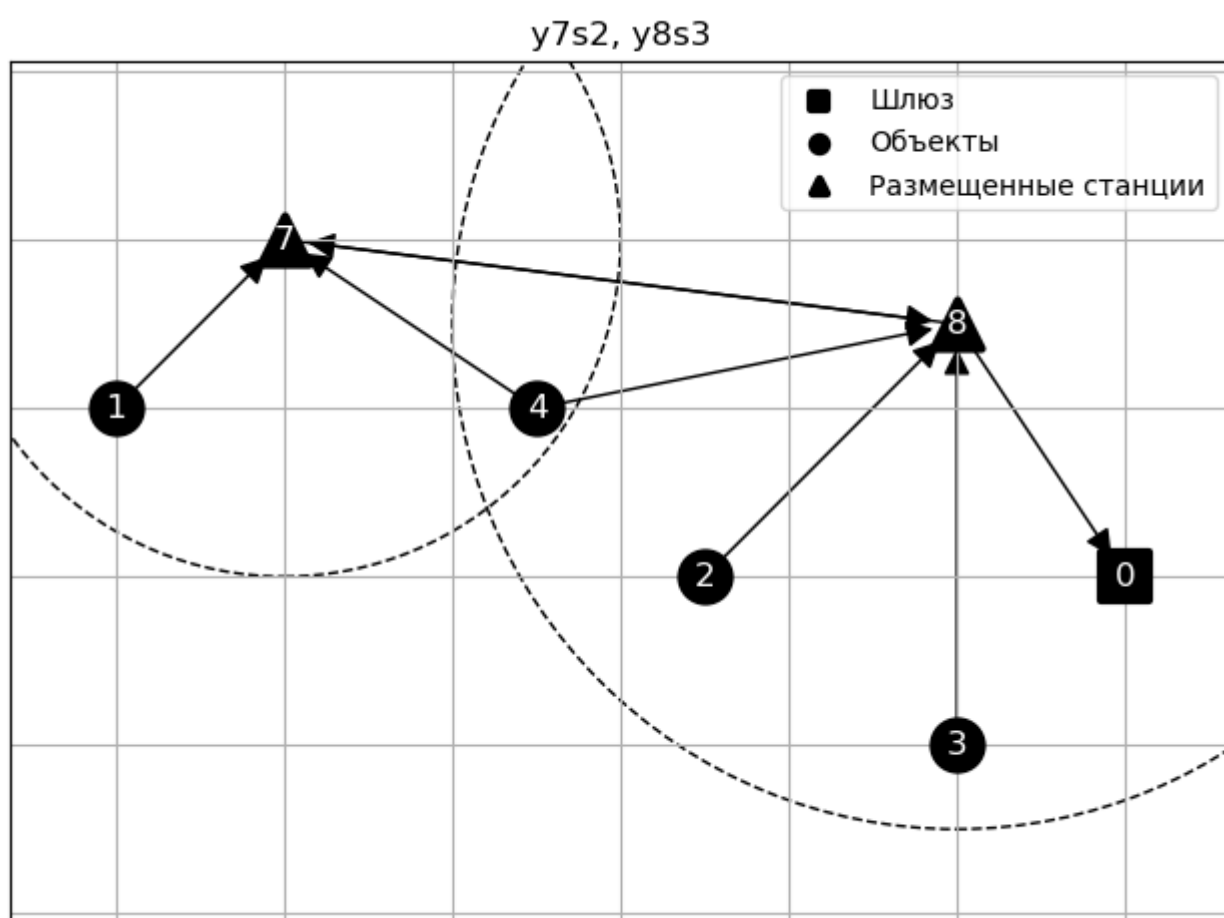


Рисунок Г.3 — Координаты размещения

## Приложение Д

### Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи ЦЛП

В этой секции представлен численный пример решения данной задачи.

Задан линейный участок  $L$  с длиной 300 с количеством  $n = 7$  точек размещения. Координаты точек размещения представлены в таблице 19. Задан бюджет размещения  $C = 130$ . Центральная частота  $f = 2437$  МГц.

$a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
Координата	29	40	95	139	181	230	273

Таблица 19 — Точки размещения участка с длиной  $L = 300$ .

Задано множества базовых станций  $m = 8$  с параметрами представленными в таблице 20. Также в таблице представлены параметры шлюзов и контролируемых объектов. Параметры объектов необходимы для расчета радиусов покрытия станций.

BS	$P_{tr}^R$	$G_{tr}^R$	$P_{recv}^R$	$P_{recv}^r$	$G_{recv}^r$	$c$
	дБм	дБ	дБм	дБм	дБ	у.е.
1	20	5	-69	-67	5	40
2	19	5	-67	-67	5	28
3	18	5	-69	-67	5	45
4	19	5	-69	-67	6	22
5	19	5	-67	-67	5	21
6	20	5	-69	-67	5	40
7	19	5	-67	-67	5	28
8	18	5	-69	-67	5	45
Шлюз	$G_{recv}^R$	$P_{recv}^R$		Объект	$P_{tr}^r$	$G_{tr}^r$
	дБ	дБм			дБм	дБ
	5	-69			15	2

Таблица 20 — Параметры базовых станций, шлюзов и объектов.

**Расчет радиса связи между станциями** Базовые станции оснащены направленной антенной с высоким коэффициентом усиления для связи с соседними станциями. Для расчета потерь между станциями  $j$  и  $q$  воспользуемся формулой (1.4):

$$L_{fs}^{jq} = P_{tr}^R(j) - L_{tr} + G_{tr}^R(j) + G_{tr}^R(q) - L_{recv} - SOM - P_{recv}^R(q).$$

Потери на кабелях приемника  $L_{recv}$  и передатчике  $L_{tr}$  примем равным 1 дБ и запас на замирания сигнала  $SOM = 10$  дБ.

Let us carry out an example of the calculation communication link between stations  $s_1$  and  $s_2$ : Для примера рассчитаем радиус связи между станциями  $s_1$  и  $s_2$ :

$$\begin{aligned} L_{fs}^{12} &= P_{tr}^R(1) - L_{tr} + G_{tr}^R(1) + G_{tr}^R(2) - L_{recv} - SOM - P_{recv}^R(2) = \\ &= 20 - 1 + 5 + 5 - 1 - 10 - (-69) = 87(dB). \end{aligned} \quad (Д.1)$$

Для расчета канала связи необходимо использовать формулу (1.5). Несущая частота  $f = 2437$  МГц и коэффициент для расчета потерь  $K = -27,55$ :

$$R_{jq} = 10^{\left(\frac{L_{fs}^{jq} - 20 \lg F - K}{20}\right)} = 10^{\left(\frac{87 - 20 \lg 2437 - (-27.55)}{20}\right)} = 174(m). \quad (Д.2)$$

В таблице 21 приведены расчеты максимальных радиусов связи между всеми станциями  $s_j$ ,  $j = 1, \dots, m$  и шлюзом  $s_{m+1}$ .

$R_{jq}$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$	$s_{m+1}$
$s_1$	—	174	219	219	174	219	174	219	219
$s_2$	195	—	195	195	155	195	155	195	195
$s_3$	174	138	—	174	138	174	138	174	174
$s_4$	195	155	195	—	155	195	155	195	195
$s_5$	195	155	195	195	—	195	155	195	195
$s_6$	219	174	219	219	174	—	174	219	219
$s_7$	195	155	195	195	155	195	—	195	195
$s_8$	174	138	174	174	138	174	138	—	174

Таблица 21 — Рассчитанные радиусы связи между станциями

## Расчет радиуса покрытия

Расчет проводится аналогично расчета радиуса связи между станциями. Потери в свободном пространстве для канала между  $j$ -ой станции и контролируемым объектом

$$L_{fs}^j = P_{tr}^r(j) - L_{tr} - SOM - P_{RX}.$$

Пример расчета радиуса покрытия для 1-ой станции:

$$\begin{aligned} L_{fs}^1 &= P_{tr}^r + G_{tr}^r + G_{recv}^r(1) - L_{recv}(1) - SOM - P_{recv}^r(1) = \\ &= 15 + 2 + 5 - 1 - (-67) - 10 = 78 \text{ (дБ)}. \end{aligned} \quad (\text{Д.3})$$

$$r_1 = 10^{\left(\frac{78 - 20 \lg 2437 - (-27.55)}{20}\right)} = 77 \text{ (м)}.$$

Рассчитанные радиусы покрытия для всех станций  $s_j$ ,  $j = \overline{1, m}$  представлены в таблице 22).

STA	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_7$	$s_8$
$r_j$	77	77	77	87	77	77	77	77

Таблица 22 — Рассчитанные радиусы покрытия станций

Задача ЦЛП решена с помощью Optimization Toolbox MatLab. Таблица 23 содержит все полученные целочисленные решения.

$a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	Покрытие	Цена
Координаты	29	40	95	139	181	230	273	м	у.е.
Целочисленное решение 1	$s_1$	$s_2$	$s_6$	—	—	—	$s_4$	286	130
Целочисленное решение 2	$s_4$	—	$s_5$	$s_7$	—	—	$s_2$	289	99
Оптимальное решение	$s_4$	$s_2$	—	—	$s_1$	—	$s_5$	300	111

Таблица 23 — Решение задачи ЦЛП.