Оглавление

Стр.

Введение 5

Глава 1. Внедрение БШС на нефтегазовых месторождениях . . 10

1.1 Этапы проектирования БШС 11

1.2 Анализ современных беспроводных широкополосных технологий передачи данных 14

1.2.1 Wi-Fi 14

1.2.2 LTE 17

1.2.3 5G NR 19

1.3 Выбор протокола беспроводной широкополосной сети для решения задачи синтеза топологий 23

1.4 Определение параметров БШС, необходимых для решения задач размещения базовых станций 24

1.4.1 Энергетический потенциал канала связи 25

1.4.2 Модель потерь в свободном пространстве 27

1.4.3 Модель распространения SUI 29

1.4.4 Модель двух лучевого распространения 30

1.4.5 Модель Окамура-Хата 31

1.4.6 Расчет параметров БС, необходимых для задачи оптимизации 32

1.5 Оценка характеристик производительности сети с помощью стохастических моделей массового обслуживания 33

1.5.1 Время передачи пакета в канале 34

1.5.2 Расчет межконцевой задержки 40

1.6 Выводы 44

Глава 2. Размещение базовых станций БШС для покрытия линейной территории 46

2.1 Актуальность внедрения БШС для телекоммуникационного покрытия линейного участка 46

Стр.

2.2 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде задачи целочисленного линейного программирования . . . 49
2.2.1 Постановка задачи . . . 51
2.2.2 Модель целочисленного линейного программирования . . 52
2.3 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме . . . 57
2.3.1 Постановка задачи . . . 58
2.3.2 Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве Г . 60
2.3.3 Метод ветвей и границ для задачи размещения БС 64
2.3.4 Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС . . . 68
2.4 Сравнительная оценка полученных моделей . . . 70
2.5 Выводы . . . 74

Глава 3. Размещение базовых станций БШС для обслуживания множества рассредоточенных объектов . 79
3.1 Актуальность внедрения БШС для обслуживания рассредоточенных объектов . . . 79
3.2 Математическая модель задачи проверки допустимого решения при заданных местах размещения станций. . . . 80
3.2.1 Постановка задачи . . . 81
3.2.2 Модель линейного программирования . . . 82
3.3 Математическая модель оптимальной задачи выбора набора размещаемых станций и определения мест их размещения 88
3.3.1 Постановка задачи. . . . 88
3.3.2 Модель частично целочисленного линейного программирования . . . 90
3.4 Выводы . . . 96

Заключение . . . 98

Список сокращений и условных обозначений . . . 100

Стр.

Словарь терминов 101

Список литературы 102

Список рисунков 120

Список таблиц 121

Приложение А. Сравнения оценок «недопокрытия» для задачи 2, 3 и 4 123

Приложение Б. Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде задачи целочисленного линейного программирования 124

Приложение В. Метод ветвей и границ на примере задачи размещени двух базовых станций 127

Приложение Г. Численный пример оптимального размещения базовых станций сети с линейной топологией в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме 132

Глава 2. Размещение базовых станций БШС для покрытия линейной территории

В данной главе представлены математические модели синтеза топологии БШС. Рассматриваются задачи оптимального размещения базовых станций, максимизирующее телекоммуникационного покрытия вдоль линейного участка. Под линейным участком подразумевается территория вдоль протяженнего объекта, которую необходимо покрыть БШС. Примерами таких объектов могут являться: автомобильные и железные дороги, тоннели метрополитена, магистральные нефте- и газопроводы.

2.1 Актуальность внедрения БШС для телекоммуникационного покрытия линейного участка

– Сеть вдоль дорог;
– Сеть вдоль железных дорог;
– Сеть внутри метрополитена;
– Сеть на месторождении.

Эффективным способом повышения технико-экономических показателей при проектировании БШС является оптимизация ее топологии, а именно решение задачи выбора оптимального набора базовых станций. В этой главе представлена задача, в которой необходимо обеспечить максимальное телекоммуникационное покрытие для охвата протяженного линейного участка.

В нефтегазовом секторе страны сегодня можно отметить тенденцию к цифровизации. Внедрение современных информационных технологий в производственные процессы в рамках перехода к «Индустрии 4.0» является главным перспективным направлением зарубежных и отечественных компаний. Данное требование подразумевает рост большого объема данных, требующих современных и надежных телекоммуникационных средств связи. Большинство объектов нефтегазовой отрасли в России охватывают огромные площади и находятся на удалении в труднодоступных регионах, поэтому наилучшим способом организации связи является внедрение БШС.

Ключевым объектом на нефтегазовом промысле, для которого можно развернуть БШС с линейной топологии, являются магистральные и промысловые трубопроводы, предназначенные для транспортировки товарной нефти или газа из района промысла, производства до места потребления. В общем случае под местами потребления понимают нефтебазы, перевалочные базы, пункты налива в цистерны и заводы [1] (Рисунок 2.1). В зависимости от географических особенностей и климатических условий магистральные трубопроводы могут прокладываться в подземном, наземном или надземном типах. Перед производством стоит задача не только сбора данных технологического процесса системами автоматизации, но и обеспечение норма безопасности и экологии прилежащей территории.

Трубопроводы являются самым безопасным способом транспортировки нефти. К сожалению, одной из главных проблем при таком выборе транпортировке являются случайные утечки. Так к особо уязвимым участкам трубопроводной инфраструктуры относятся регулирующая арматура, ловушки для скребков, приемники скребков, счетчики и манометры. Позднее или несвоевременное обнаружение утечек для нефтегазовой компании может нанести миллионы финансовых убытков, а также нанести ущерб окружающей среде.

Сегодня обеспечение безопасности персонала это задача, которая включает безопасность не только в течение рабочего процесса на технологических объектах, непосредственного, но и в течение всего времени нахождения на промысле.

Внедрение систем интеллектуальной системы мониторинга за магистральными трубопроводами в реальном времени с помощью БШС [2].

Также одним из направлений цифровизации месторождений является внедрение высокоскоростных локальных сетей для организаций связи для мобильных обходчиков. Доделать

==

Еще одним примером развертывания БШС для охвата линейного объекта является организация телекоммуникационного покрытия на линиях метрополитена [3, 4, 5, 6, 7]. Компания Radwin развернула свои базовые станции в тоннелях московского метро, использующий проприетарный протокол передачи данных Wi-Fi 5ГГц [4, 5]. Оценка нагрузки сети Wi-Fi в московском метро [3]. В работах [7, 6] авторы представили свою эмпирическую модель распространения сигнала, учитывающая отражения в тоннелях, и представили свой

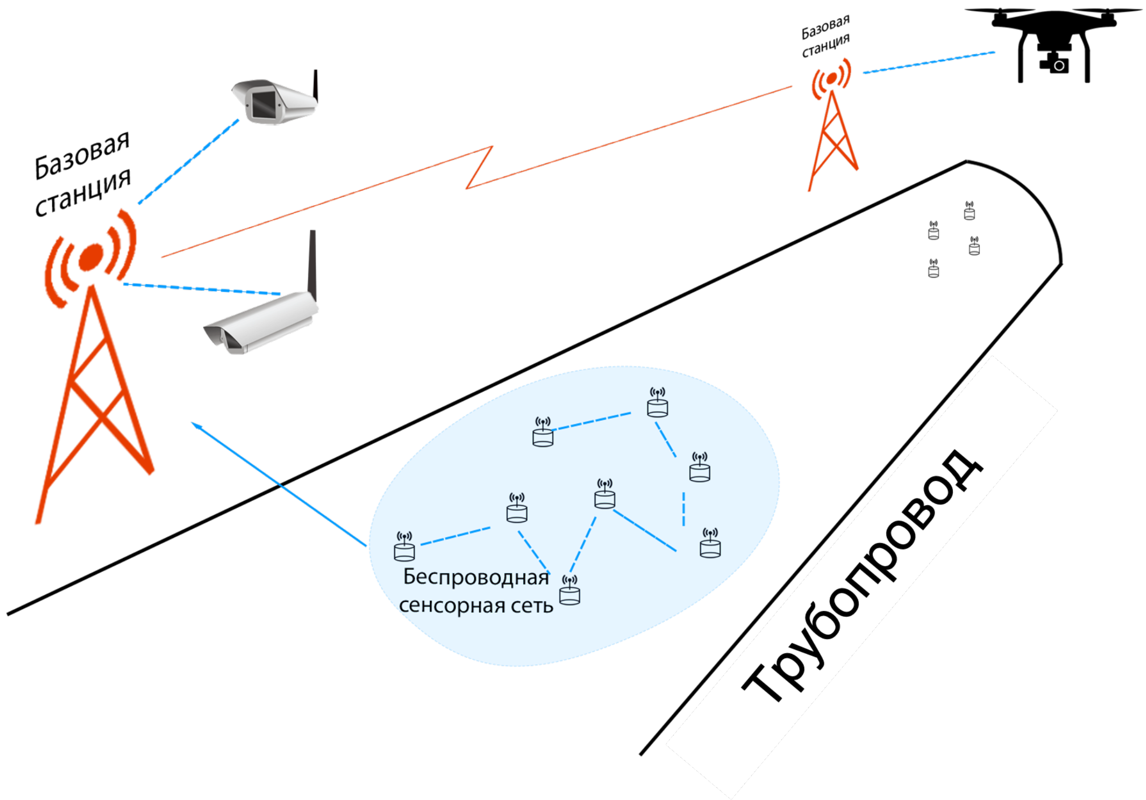

Рисунок 2.1 — Беспроводная сеть вдоль нефте- и газопопроводов

алгоритм расстановки базовых станций внутри тоннеля. Основными критериями размещения являются минимизация средней плотности БС и обеспечение уровня принимаемого сигнала не ниже заданного порога при любом расположении состава в тоннеле. Модель распространения основывается на методе геометрической оптики и учитывает как геометрические, так и физические характеристики стен тоннелей.

Безопасность на месторождении является самой важной задачей любого предприятия. Большинство нефгазовых месторождений в России охватывают огромные площади и находятся на удалении в треднодоступных регионах. Сегодня обеспечение безопасности персонала это задача, которая включает безопасность не только в течение рабочего процесса на технологических объектах, непосредственного, но и в течение всего времени нахождения на промысле. Важными объектами, требующие постоянного контроля являются промысловые автодороги. С учетом большой удаленности технологических объектов на промысле друг от друга для контроля над промысловыми автодорогами целесообразно организовать системы беспроводного видеонаблюдения на дорогах

[8] (Рисунок 2.2). Одним из наиболее перспективных решений на транспортных участках является организация автомобильных сетей (Vehicular ad hoc network, VANET) [9, 10]. Для развертывания таких сетей хорошо подходит БШС. Организации БШС вдоль автодорог посвящено ряд зарубежных и отечественных работ. Большинство работ касаются проблемы размещения придорожных объектов (Roadside Unit, RSU) или другими словами БС вдоль автодорог. В [11, 12] предложены модели, использующие генетический алгоритм для решения задачи о максимальном покрытии. Максимизация покрытия БШС с учетом ограничения стоимости БС представлена в работах [13, 14]. В работах [15, 16, 17] предложены новый модели размещения БС с учетом характеристик трафика на участках. В [18] представлена задача размещения БС для протокола IEEE 802.11p/Wave, позволяющая организовать связь для объектов движущихся на скоростях до 200 км/ч. В [19] предложена модель размещения БС с помощью муравьиного алгоритма. В работах [11, 20] в качестве ограничений учитываются временные ограничения при размещения БС. В [21] предлагают жадный алгоритм для минимизации RSU с условием ограничения задержек между любыми двумя узлами сети. В работе [22] представлены задача размещения RSU вдоль линейного участка протяженной автомагистрали.

2.2 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде задачи целочисленного линейного программирования

В середине прошлого века с появлением первых компьютеров свою широкую популярность приобрела область математики, задачей корой является поиск экстремальных решений на допустимых множествах. Это положило начало математическому программированию. Сегодня одним из наиболее интересным классом задач математического программирования являются задачи ЦЛП. Эти задачи формулируются как задачи линейного программирования (ЛП) с дополнительным ограничением целочисленности переменных. Для задач ЛП существуют эффективный алгоритм решения - симплекс-метод, предложенный Д. Данцигом [23]. Добавление ограничение целочисленности портит свойство выпуклости и полиномиальности задачи ЛП. [Ссылка]. Ос-

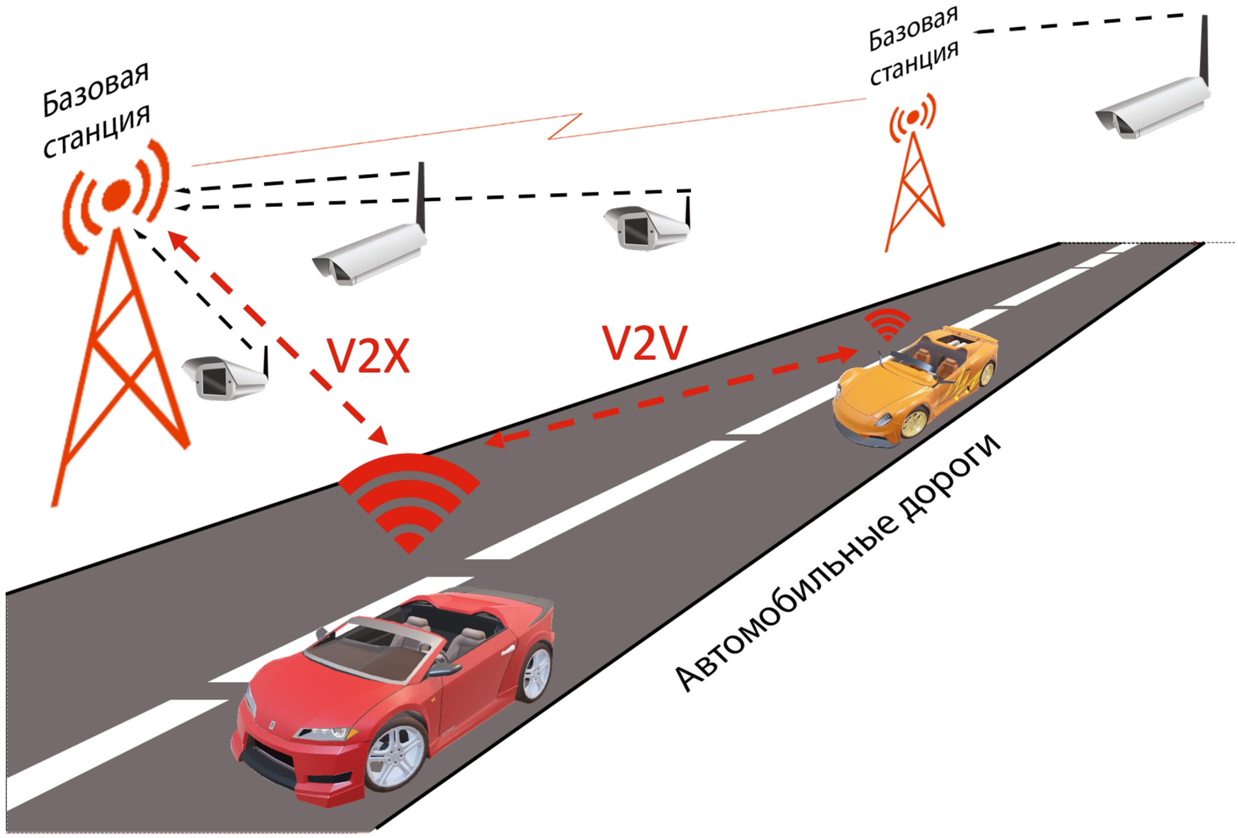

Рисунок 2.2 — Беспроводная сеть вдоль автомобильных дорог

новная проблема, возникающая при решении практических задач на конечных множествах – «проклятие размерности» [24]. С увеличением размерности пространства количества данных возрастает экспоненциально. Для решения задач целочисленного программирования распространены методы отсечения и комбинаторные методы [25, 26].

Идея методов отсечения заключается в решении задачи ЛП без учета целочисленности. Если полученное решение оптимальное решение не является целочисленным, то вводятся дополнительные ограничения, отсекающие нецелочисленные вершины многогранника и вновь повторяется процедура поиска. Существующие алгоритмы отсечения отличаются друг от друга способами формирования дополнительных ограничений для отсечения нецелочисленности. Методы отсечения имеют общий существенный недостаток. Практический опыт показал плохую сходимость. Для повышения эффективности вычислительных алгоритмов были предложены комбинаторные методы, основанные на упорядоченном переборе наиболее перспективных вариантов.

Одним из наиболее популярных комбинаторных методов для решения не только целочисленных, но и частично целочисленных задач ЛП является метод ветвей и границ (МВиГ). Впервые данный метод был предложен Лэнд и Дойгом в работе [27]. Существуют различные методы типы ветвей и границ. Все они о снованы на последовательном разбиении допустимого множества на подмножества и вычислении оценок, позволяющие отбрасывать подмножества, несодержащие решение задачи.

Для практических задач существуют готовые коммерческие продукты, эффективно решающие задачу оптимизацию общего вида. Можно выделить наиболее популярные из них: MatLab Optimization ToolBox, Gurobi Optimizer, GLPK, CPLEX. Подробный обзор коммерческих, бесплатных и продуктов с открытым исходным кодом для задач линейного программирования представлен в работах [28, 29, 30].

В данной секции будет представлена математическая модель в виде задачи целочисленного линейного программирования для решения задачи максимизации телекоммуникационного покрытия участка при развертывании базовых станций БШС.

2.2.1 Постановка задачи

Проблема формулируется следующим образом. Для контроля над заданным линейным участком необходимо разместить базовые приемопередающие станции таким образом, чтобы максимизировать покрытие с ограничением на суммарную стоимость размещенных станций. Необходимо, чтобы любая БС в сети могла быть связана со шлюзами на концах участка через систему размещенных станций.

Задано множество станций $S = \{s_j\}$. Каждой станции приписаны параметры $s_j = \{r_j, \{R_{jq}\}, c_j\}$, $j = \overline{1,m}; q = \overline{1,m}; q \neq j$. Каждая БС содержит два модуля радиосвязи - для подключения абонентов и для связи с соседними станциями. Первая характеризуется параметром r_j – максимальный радиус покрытия станции, вторая характеризуется множеством $\{R_{jq}\}$ – матрица радиусов связи между j-ой и q-ой базовыми станциями. Параметр c_j – это стоимость.

Задан линейный участок длиной L с концами в точках a_0 и a_{n+1}. Внутри отрезка $[a_0, a_{n+1}]$ задано конечное множество точек $A = \{a_i\}, i = \overline{1,n}$; эти точки соответствуют набору свободных мест, где могут быть размещены станции. Каждая точка a_i определяется своей одномерной координатой l_i.

Заданы станции специального вида s_{m+1} – шлюзы. Данные шлюзы размещены на концах a_0 и a_{n+1} данного линейного участка. Для данных станций параметр радиуса покрытия $r_{m+1} = 0$. Радиус связи и стоимость не заданы.

Требуется разместить станции таким образом, чтобы максимизировать покрытие с условием ограничения на суммарную стоимость C.

2.2.2 Модель целочисленного линейного программирования

Перед тем как перейти к постановке задачи оптимизации в виде модели целочисленного линейного программирования, необходимо подготовки параметры БС: радиус связи между станциями R_{jq} и радиус телекоммуникационного покрытия r_j с помощью уравнений расчета дальности связи, представленных в главе 1.

Пусть y_i^+ и y_i^-, $i = \overline{0,n+1}$ определяют охват покрытия (справа и слева, соответственно) станций, покрывающих точку a_i (Рисунок 2.3). Параметры y_i^+ и y_i^- могут принимать только неотрицательные целые значения.

Величины покрытия для шлюзов $y_0^+, y_0^-, y_{n+1}^+, y_{n+1}^-$ равны 0.

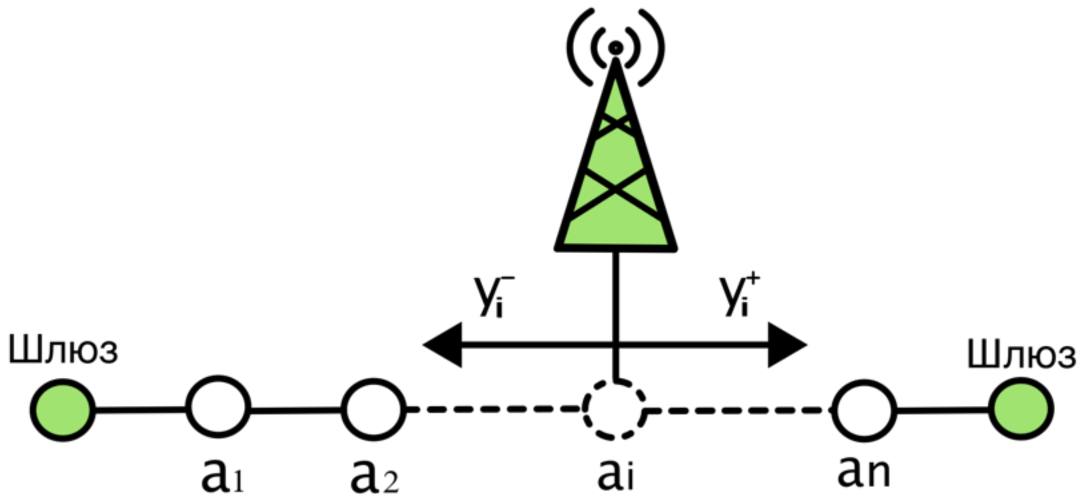

Рисунок 2.3 — Охват покрытия станции

Целевая функция будет представлена как:

$$f = \sum_{i=1}^{n}(y_i^- + y_i^+) \to max \tag{2.1}$$

Также введем бинарные переменные x_{ij}. Тогда $x_{ij} = 1$, если станция s_j, размещенная на точке a_i, и $x_{ij} = 0$ в противном случае; $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1,m}$.

Введем двоичные переменные e_i. Тогда $e_i = 1$, если какая-либо станция находится в точке a_i, и $e_i = 0$ в противном случае; $i = \overline{1, n}$. Для точек размещения шлюзов a_0 и a_{n+1} переменные $e_0 = 1$ и $e_{n+1} = 1$, соответственно.

Сформулируем следующую систему ограничений задачи.

По определению (2.2):

$$e_i = \sum_{j=1}^{m} x_{ij}, \quad i = \overline{1,n}. \tag{2.2}$$

Каждая станция должна быть размещена только в одной точке. (2.3):

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \leqslant 1, \quad j = \overline{1,m}. \tag{2.3}$$

Значения покрытий не превышают радиус покрытия станции, размещенной в точке a_i, и равны 0, если в точке a_i нет станции (2.4) и (2.5):

$$y_i^+ \leqslant \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \cdot r_j, \quad i = \overline{1,n}; \tag{2.4}$$

$$y_i^- \leqslant \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \cdot r_j, \quad i = \overline{1,n}. \tag{2.5}$$

Общая область покрытия между любыми двумя точками a_i и a_k, где расположены станции, не может превышать расстояние между этими точками (2.6) и (2.7).

$$y_i^+ + y_k^- \leqslant \frac{l_k - l_i}{2} \cdot (e_i + e_k) + (2 - e_i - e_k) \cdot L, \quad i = \overline{1,n}, \quad k = \overline{i+1,n+1}; \tag{2.6}$$

$$y_i^- + y_k^+ \leqslant \frac{l_i - l_k}{2} \cdot (e_i + e_k) + (2 - e_i - e_k) \cdot L, \quad i = \overline{1,n}, \quad k = \overline{i-1,0}, \tag{2.7}$$

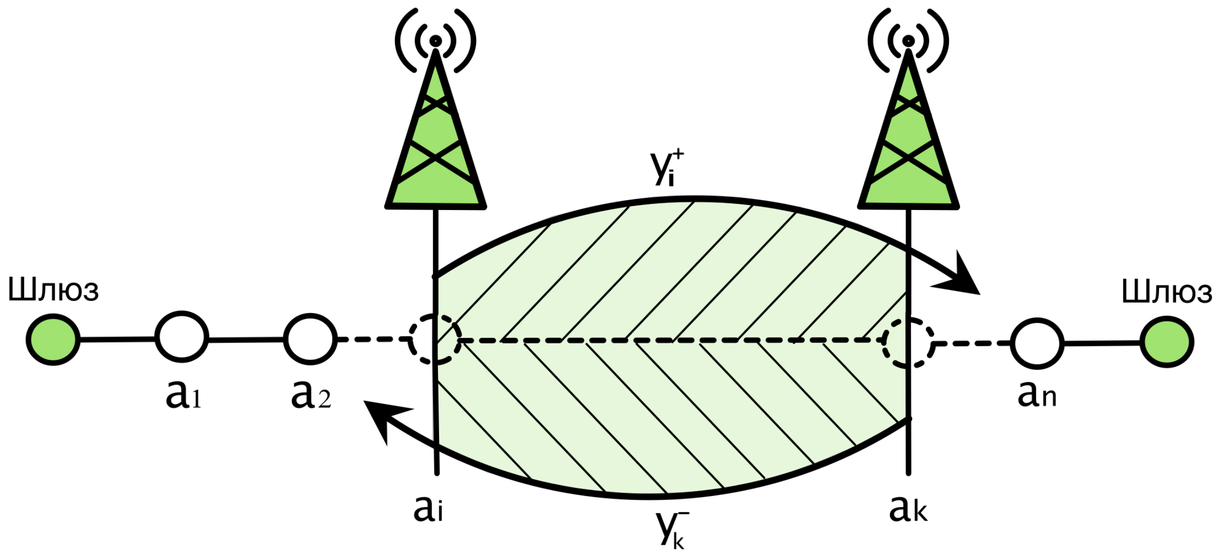

Рисунок 2.4 — Область покрытия между любыми двумя точками

где l_k и l_i - координаты точек a_i и a_k, соответственно. Это условие исключает влияние пересечений покрытий станций при вычислении общего значения покрытия между станциями (Рисунок 2.4).

Согласно условиям задачи, станция, расположенная в a_i, должна быть связана хотя бы с одной станцией слева и одной станцией справа, включая станции на конечных точках a_0 и a_{n+1}.

Введем бинарные переменные $z_{ijkq}, i = \overline{1,n}; j = \overline{1,m}; k = \overline{1,n}, k \neq i; q = \overline{1,m}, q \neq j$.

Переменная $z_{ijkq} = 1$, если в точке a_i размещена станция s_j и данная станция связана со станцией s_q, размещенная в точке a_k; и $z_{ijkq} = 0$ в противном случае.

Переменная $z_{ij0(m+1)} = 1$, если станция s_j, размещенная в точке a_i, связана со шлюзом s_{m+1} в точке a_0; $z_{ij0(m+1)} = 0$ в противном случае.

Переменная $z_{ij(n+1)(m+1)} = 1$, если здесь находится станция s_j в точке a_i и она связана со шлюзом s_{m+1} в точке a_{n+1}; $z_{ij0(m+1)} = 0$ в противном случае.

Станции должны быть размещены в обеих точках a_i и a_k, (2.8) и (2.9):

$$z_{ijkq} \leqslant e_i, \quad i = \overline{1,n}; \quad j = \overline{1,m}; \quad k = \overline{1,n}, k \neq i; \quad q = \overline{1,m}, q \neq j; \tag{2.8}$$

$$z_{ijkq} \leqslant e_k, \quad k = \overline{1,n}; \quad j = \overline{1,m}; \quad i = \overline{1,n}, i \neq k; \quad q = \overline{1,m}, q \neq j. \tag{2.9}$$

Стоит отметить, БШС работает в полудуплексном режиме. Переменная z_{ijkq} говорит только о наличии связи для передачи от БС s_j до БС s_q. Чтобы обеспечить связь в обоих направлениях, необходимо проверять условия для z_{ijkq} (от s_j до s_q) и для z_{kqij} (от s_q до s_j).

Необходимо обеспечить коммуникационную связь справа от БС (2.10) и (2.11). Станция s_j в точке a_i должна быть связана с любой станцией, расположенной в точке a_k, справа от a_i ($k > i$) или с правым шлюзом s_{m+1} (2.10)

$$\sum_{k=i+1}^{n} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^{m} z_{ijkq} + z_{ij(n+1)(m+1)} = x_{ij}, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}. \tag{2.10}$$

Требуется чтобы станция, размещенная справа от s_j или правый шлюз s_{m+1} были связаны с размещаемой станцией s_j (2.11)

$$\sum_{k=i+1}^{n} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^{m} z_{kqij} + z_{(n+1)(m+1)ij} = x_{ij}, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}. \tag{2.11}$$

Необходимо обеспечить коммуникационную связь слева от БС (2.12) и (2.13). Станция s_j в точке a_i должна быть связана с любой станцией, расположенной в точке a_k, слева от точки a_i ($k < i$) или с левым шлюзом s_0 (2.12)

$$z_{ij0(m+1)} + \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^{m} z_{ijkq} = x_{ij}, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}. \tag{2.12}$$

Требуется чтобы станция, размещенная слева от s_j или левый шлюз s_0 были связаны с размещаемой станцией s_j (2.13)

$$z_{0(m+1)ij} + \sum_{k=1}^{i-1} \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^{m} z_{kqij} = x_{ij}, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}. \tag{2.13}$$

Неравенства (2.8) и (2.9) и равенства (2.10) — (2.13) обеспечивают условие симметрии связи между базовыми станциями, расположенными в точках a_i и a_k, $\forall i, k$ (Рисунок 2.5).

Если станции s_j и s_q связаны, то максимальный радиус связи размещенных станций должен быть не меньше расстояния между точками a_i и a_k, где расположены станции s_i и s_q (Рис. 2.6). Формально это можно записать как (2.14) и (2.15).

$\forall i = \overline{1,n}$:

$$z_{ijkq}(R_{jq} - (a_i - a_k)) \geqslant 0, \quad k = \overline{0,i-1}; \quad j = \overline{1,m}; \quad q = \overline{1,m}, q \neq j; \tag{2.14}$$

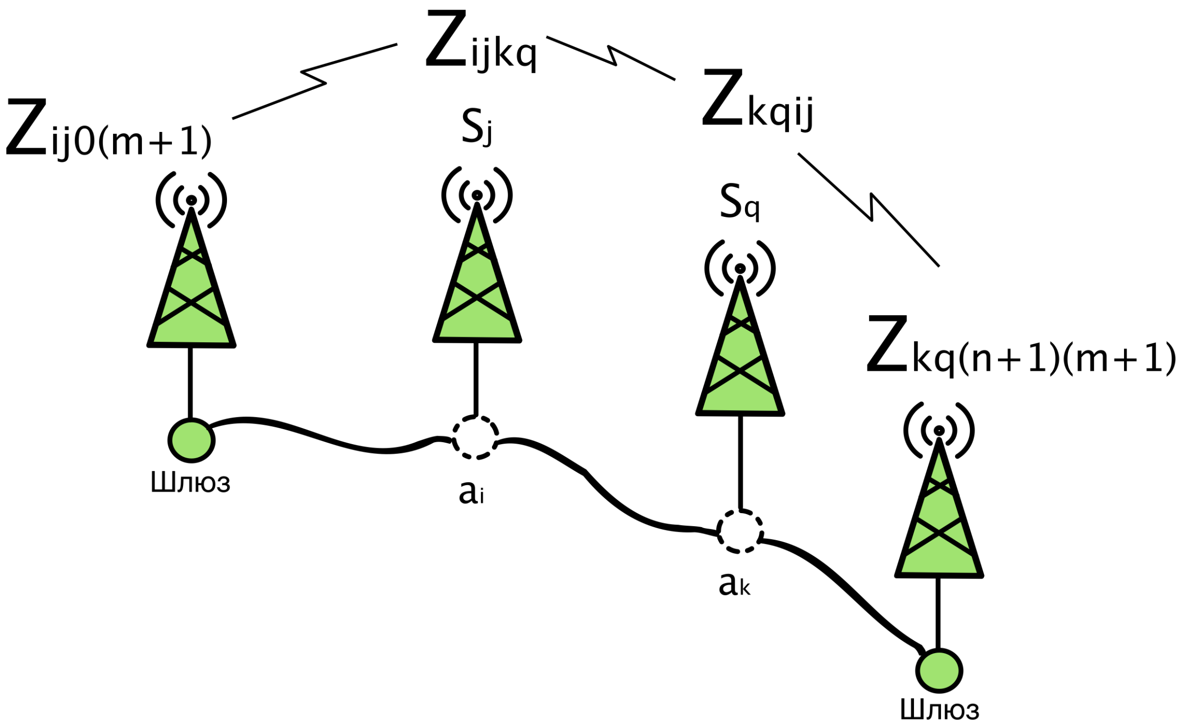

Рисунок 2.5 — Связь между базовыми станциями

$$z_{ijkq}(R_{jq} - (a_k - a_i)) \geqslant 0, \quad k = \overline{i+1, n+1}; \quad j = \overline{1, m}; \quad q = \overline{1, m}, q \neq j. \quad (2.15)$$

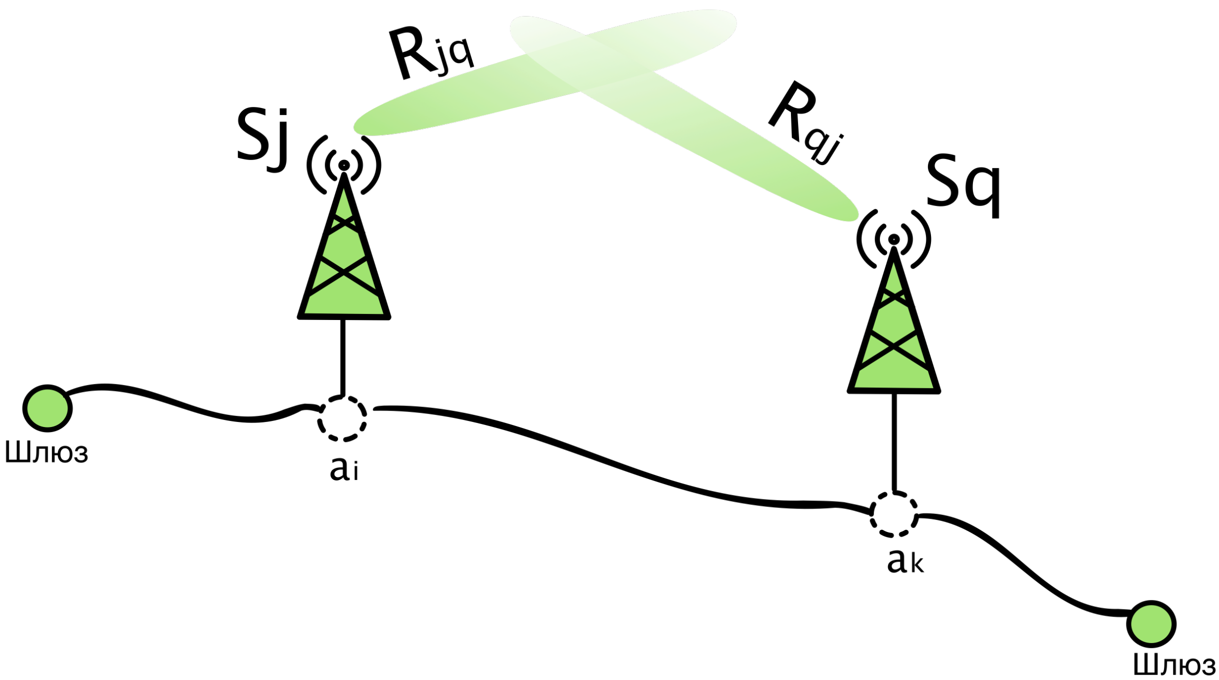

Рисунок 2.6 — Обеспечение связи с соседней станцией

Стоимость размещения должна удовлетворять бюджетному ограничению C:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_{ij} \cdot c_j \leqslant C. \tag{2.16}$$

Работа [22] содержит доказательство NP-трудности для частного случая задачи ЦЛП, когда вдоль линейной территории размещают множество однотипных станций с одинаковыми параметрами. Задача называется NP-трудной, если ей соответсвующая задача распознавания NP-полна [24]. Представленная в данном исследовании модель (2.1) – (2.16) рассматривает общий случай размещения, когда вдоль линейного участка размещают множество различных станций с разными техническими параметрами. Следовательно, данная задача является также NP-трудной.

Математическая модель рассчитывалась в пакете Optimization Toolbox MATLAB. Числовой пример решения полученной матемаческой модели задачи ЦЛП представлен в приложении Б. В приложении также представлена методика расчета дальности связи для обеспечения коммуникации между базовыми станциями и охвата зоны покрытия.

2.3 Математические модели синтеза топологии сети для охвата линейного участка в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме

В данной главе была уже представлена математическая модель задачи размещения базовых станций в виде задачи ЦЛП. К сожалению, модели в общем виде не учитывают специфику конкретной задачи. В большинстве практических случаях, поиск решения получается не самым быстрым. Еще одной сложностью при решении задачи в виде ЦЛП является случаи, когда невозможно представить ограничения задачи в линейном виде.

При проектировании телекоммуникационных сетей важным этапом является оценка характеристик производительности сетей. Такие оценки необходимо учитывать при решении задачи синтеза топологии. Одной из таких характеристик является межконцевая задержка сети. Данную характеристику при наличии кросс-трафика в сети, т.е. с поступлением пакетов на все узлы сети, невозможно представить в линейном виде для модели ЦЛП. Для того чтобы учесть специфику размещения базовых станций БШС и использовать характеристику производительности сети в качестве ограничения задачи, в работе будет представлена задача размещения базовых станций в виде комбинаторной модели в экстремальной форме. Будет предложен алгоритм типа ветвей и границ для решения комбинаторной задачи телекоммуникационного покрытия заданного участка.

Алгоритм на основе метода ветвей и границ основан на следующих построениях, позволяющих уменьшить время перебора:

1. Ветвление. Разбиение исходного множества на попарно не пересекающие дочерние подмножества в ходе поиска оптимального решения.
2. Получение нижних границ. Исследования текущей вершины на возможность закрытия.

Особенность задачи дискретного программирования состоит в том, что они имеют переборный характер. Основная идея комбинаторных алгоритмов – выделить из множества допустимых решений подмножества, не содержащие оптимальных решений [31], для сокращения времени перебора всех возможных вариантов.

2.3.1 Постановка задачи

Пусть задано множество станций $S = \{s_j\}$ с параметрами $s_j = \{r_j,\{R_{jq}\},p_j, c_j\},j = 1,...,m; q = 1,...,m; j \neq q$. Каждой БС приписаны параметры r_j – максимальный радиус покрытия станции, $\{R_{jq}\}$ – матрица радиусов связи между j-ой и q-ой базовыми станциями. Также заданы параметры: p_j – пропускная способность БС и c_j – стоимость.

Задан отрезок α длины L с концами в точках a_0 и a_{n+1}. Внутри отрезка $\alpha = [a_0, a_{n+1}]$ задано множество возможных точек размещения станций $A = \{a_i\},i = 1,...,n$ с координатами l_i. Точка a_0 имеет координату $l_0 = 0$, точка a_{n+1} имеет координату $l_{n+1} = L$. На концах отрезка в вершинах a_0 и a_{n+1} стоят станции специального вида – шлюзы s_0 и s_{m+1}, соответственно, для которых радиусы покрытия, пропускные способности и стоимости не задаются. Радиусы связи для обеспечения соединения с размещаемыми БС задаются как R_{0j} и $R_{(m+1)j}$, соответственно. Требуется разместить станции таким образом, чтобы максимизировать область покрытия отрезка L при выполнении требования на наличия связи каждой станции со станциями на концах отрезка (шлюзами) через систему размещенных станций, а также выполнении ограничений на величину времени межконцевой задержки T и суммарную стоимость размещения C.

Формулировка в виде экстремальной задачи на конечном множестве

Допустимой расстановкой станций назовем такой возрастающий по величине координат l_i набор пар $P = \{a_i, s_j\}$, $a_i \in A, i \neq 0, i \neq n+1; s_j \in S$, для которого выполняются **требования**:

1. Для каждой пары (a_i, s_j):
   а) слева: либо найдется такая пара (a_k, s_q), что, $l_i - l_k \leqslant R_{jq}$ и $l_i - l_k \leqslant R_{qj}$, либо $l_i - l_0 \leqslant R_{j0}$ и $l_i - l_0 \leqslant R_{0j}$;
   б) справа: либо найдется такая пара (a_t, s_g), что, $l_t - l_i \leqslant R_{jg}$ и $l_t - l_i \leqslant R_{gj}$, либо $l_{n+1} - l_i \leqslant R_{j(m+1)}$ и $l_{n+1} - l_i \leqslant R_{(m+1)j}$.

   Данное требование гарантирует, что любая станция может быть связана со станциями на концах отрезка либо через промежуточные станции, либо непосредственно.
2. Сумма задержек по всем размещенным станциям меньше заданной величины T – средней межконцевой задержки по времени по всей системе станций:
$$\sum_{j \in S_\sigma} \overline{T_j} \leqslant T,$$
   где S_σ – множество размещенных станций, $\overline{T_j}$ – среднее время задержки на станции. Расчет времени задержки с помощью модели массового обслуживания описан в параграфе 1.5.2.
3. Суммарная стоимость размещенных станций меньше заданного бюджетного ограничения C.

Каждой допустимой расстановке станций P соответствует величина покрытия $z(P)$, определяемая как суммарная длина всех таких участков $\tau, \tau \subset \alpha$, что каждая точка этих участков попадает в зону покрытия, по крайней мере, одной станции, входящих в набор пар P.

В дальнейшем для удобства описания алгоритмов введем понятие «недопокрытия» отрезка α:

$$f(P) = L - z(P)$$

«Недопокрытие» – это суммарная область заданного участка L, которая не охвачена телекоммуникационным покрытitv БШС. Численно равна разности между суммарным покрытием размещенных базовых станций и длиной всего участка L.

Пусть G – множество всех допустимых расстановок P. Тогда можно сформулировать задачу в виде экстремальной задачи на конечном множестве.

Задача 1.

Требуется найти такую допустимую расстановку P^*, что

$$P^* = \operatorname*{argmin}_{P \in G} f(P) \tag{2.17}$$

Обозначим через Γ все множество вариантов размещения станций, необязательно допустимых, из множества S на заданном множестве A возможных точек их размещения.

2.3.2 Дерево ветвлений для перебора элементов в множестве Γ

Опишем процедуру построения бинарного дерева поиска (дерева ветвлений) для полного перебора без повторений всех элементов множества Γ. Данная процедура будет использована при построении дерева поиска в алгоритме МВиГ решения **задачи 1**.

Предполагается, что в множестве S станции упорядочены по не убыванию радиусов покрытия. Описываемая процедура использует известный прием разбиения множества G на подмножества с использованием некоторого параметра. Процесс формирования и последовательность исследования подмножеств обычно представляется с помощью дерева поиска, представляющего собой ориентированное от корня «дерева ветвлений», где каждому подмножеству соответствует вершина на дереве. Множеству Γ соответствует корневая вершина.

Процесс разбиения исходного множества на дочерние подмножества

Выбор способа ветвления дерева связан со спецификой задачи. В случае **задачи 1** спецификой является размещение множества станций S на множестве возможных точках размещения A. На каждом узле дерева будем применять дихотомическое ветвление.

Процедура 1. Пусть G_0, где нижний индекс – номер итерации, исходное множество Г. На каждой итерации, начиная с итерации $\nu = 0$, текущее подмножество G_ν разбивается на два подмножества G_ν^1 и G_ν^2. Множество G_ν обычно называется «материнским», а множества G_ν^1 и G_ν^2 - « потомками» множества G_ν или «дочерними» множествами (Рисунок 2.7.)

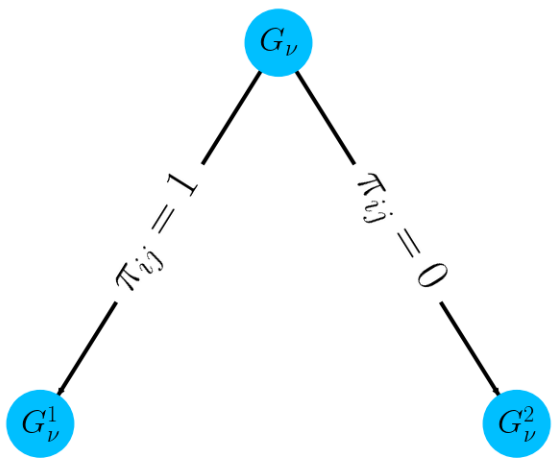

Рисунок 2.7 — Ветвление бинарного дерева

В качестве параметра разбиения используется переменная π_{ij}, принимающей два значения 0 и 1:

– $\pi_{ij} = 1$, если наложено условие, что на месте a_i может быть расположена БС s_j;
– $\pi_{ij} = 0$, если наложено условие, что на месте a_i БС s_j располагаться не будет.

На каждой ν-ой итерации в процессе ветвления для множества G_ν^1 задано условие $\pi_{ij} = 1$, а для множества G_ν^2 задано условие $\pi_{ij} = 0$.

Все дочерние множества удовлетворяют следующим условиям:

$$G_\nu^1 \cup G_\nu^2 = G_\nu; \qquad (2.18)$$

$$G_\nu^1 \cap G_\nu^2 = \varnothing. \tag{2.19}$$

Выбор переменной для разбиения на ν-ой итерации. На этапе разбиения любого множества G_ν все множество переменных $\Pi = \{\pi_{ij}\}$ можно разделить на три подмножества:

– Π^+ – «фиксированные» переменные, для которых $\pi_{ij} = 1$;
– Π^- – «запрещенные» переменные, для которых $\pi_{ij} = 0$;
– Π^f – «свободные» переменные, для которых значения на данной итерации еще не заданы.

Правило выбора переменной для разбиения множества G_ν. Для разбиения множества G_ν на каждой итерации выбирается переменная из множества Π^f с наименьшим индексом j среди всех переменных с наименьшим индексом i. Таким образом, сначала определяется незанятое место размещения a_i с наименьшим номером (индексом i) и на нем размещается еще не размещенная станция s_j с наименьшим номером (индексом j).

Движение по дереву ветвлений.

После разбиения очередного подмножества G_ν на два подмножества G_ν^1 и G_ν^2, последним на дереве ветвлений присваиваются порядковые индексы $G_{\nu+1}$ и $G_{\nu+2}$, соответственно (Рисунок 2.8). При формировании дерева ветвлений различаются два типа шагов: «прямой» и «обратный». Прямой шаг – это движение «в глубину» по той же ветви дерева, реализующее очередное разбиение множества G_ν на два потомка, и обратный шаг, реализующий переход от множества G_ν к одному из ранее сформированных подмножеств. Обратный шаг делается в том случае, когда: либо получено множество G_ν, состоящее из единственного элемента, либо множество G_ν при данном наборе значений переменных π_{ij}, выделяющих данное подмножество G_ν из множества G_0, пусто. В этих случаях соответствующая вершина дерева называется «закрытой».

Для движения по дереву будем использовать правило LIFO. На основании этого правила прямые шаги будут выполняться до тех пор, пока не будет получена закрытая вершина. На дереве ветвлений это соответствует продолжению

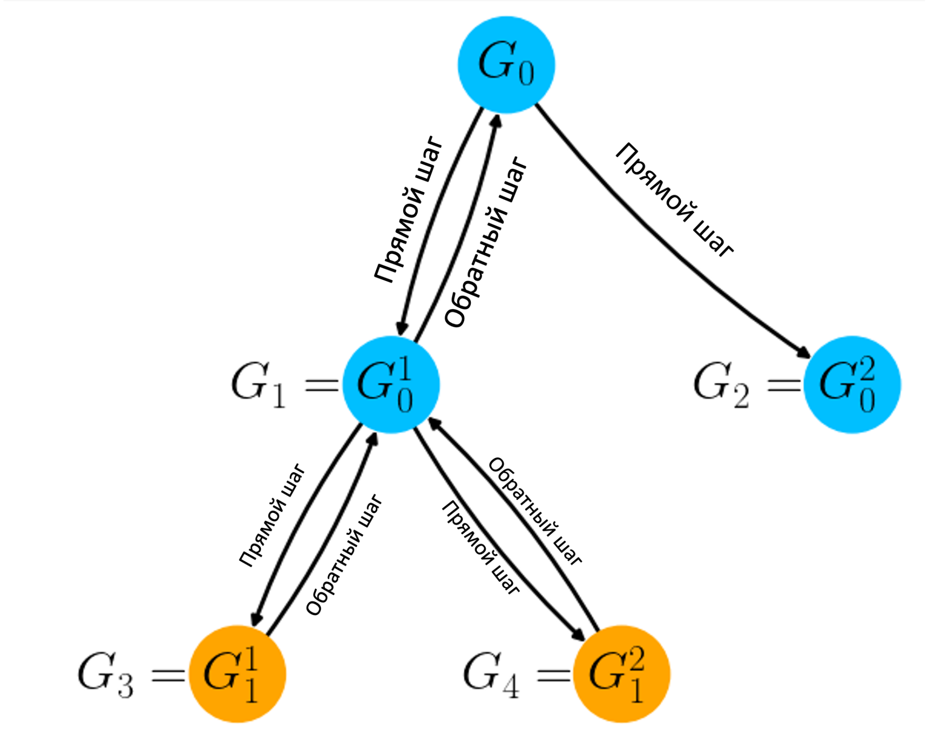

Рисунок 2.8 — Движение по дереву поиска

движения по той же ветви дерева. При этом из двух множеств G_ν^1 и G_ν^2 первым будет исследоваться на возможность закрытия соответствующей вершины множество G_ν^1 (левый дочерний узел дерева). Если вершина не будет закрыта, то из неё будет продолжено дальнейшее движение по той же ветви – выполнение прямого шага. Если вершина будет закрыта, то выполняется обратный шаг: для продолжения движения будет выбрана незакрытая вершина с наибольшим порядковым номером ν среди всех висячих вершин дерева (последняя сформированная вершина из нерассмотренных). Процедура будет завершена, когда все вершины дерева будут закрыты.

Выполнение условия (2.18) и (2.19) гарантирует, что в результате завершения работы ***процедуры 1*** будут просмотрены все элементы множества Γ без повторений. Эти же условия определяют фундаментальное свойство дерева ветвлений: на каждой итерации объединение множеств G_ν всех висячих вершин дерева дает исходное множество G_0 корневой вершины.

2.3.3 Метод ветвей и границ для задачи размещения БС

Для построения алгоритма типа ветвей и границ для решения **задачи 1** с использованием ***процедуры 1*** достаточно разработать методы исследования вершин дерева на возможность их закрытия.

В соответствии с техникой МВиГ закрытие вершины в результате исследования, соответствующего ей множества G_ν возможно в трех случаях.

Случай 1. Множество G_ν – пусто, т.е. доказано, что в множестве G_ν при данном наборе фиксированных и запрещенных переменных π_{ij} нет ни одной допустимой расстановки P.

Случай 2. Доказано, что в множестве G_ν не может быть допустимой расстановки P с меньшим значением целевой функции (2.17), чем у лучшей расстановки $\widehat{P}$ из уже найденных. Значение функции $f(\widehat{P})$ называется «рекордом», а расстановка $\widehat{P}$ – «рекордным решением». В качестве начального рекорда принимается число заведомо большее искомого оптимального решения, например, длина всего отрезка L.

Случай 3. Найдено оптимальное решение **задачи 1** на множестве G_ν. Прежде, чем рассмотреть эти три случая, запишем важное свойство любого множества G_ν, являющееся следствием принятого правила выбора свободной переменной для разбиения очередного множества G_ν при прямом шаге.

Исследование случаев 1 – 3

Свойство 1. Пусть для исследуемого множества $G_\nu, \nu > 0$, точка a_k – любое из мест, на которых уже размещена станция из множества S в соответствии с набором фиксированных и запрещенных переменных π_{ij}, выделяющим данное множество из множества G_0. Тогда для всех мест «слева» от a_k, т.е. точек a_i, $i < k$, размещение станций уже определенно. В ходе движения по дереву ветвлений на точках либо были размещены станции при условии $\pi_{ij} = 1, \forall i, j$, либо эти точки a_i остались пустыми при условии $\pi_{ij} = 0, \forall i, j$.

Случай 1.

Проверка текущего множества G_ν на пустоту состоит в установлении факта невозможности выполнения **требования 1 – 3**, введенных ранее при определении допустимой расстановки.

Проверка выполнения условия связи между размещенными БС Построим алгоритм проверки выполнения **требования 1**.

Рассмотрим проверку для множества $G_\nu, \nu > 0$. Пусть множество G_ν образовано разбиением материнского множества при помощи переменной $\pi_{kt} = 1$, и множество содержит более одного распределения P. Алгоритм проверки состоит из **3 шагов**.

Шаг 1. Проверяем, что каждый из радиусов R_{th} и R_{ht}, где h – индекс станции, размещенной на ближайшей к точке a_k слева точке a_d, больше расстояния $l_k - l_d$.

Шаг 2. Проверяем, что как радиус R_{tj}, так и максимальный радиус R_{jt} среди еще нераспределенных станций не меньше расстояния между точкой a_k и ближайшей к ней точкой справа a_i. Если все станции распределены, то множество G_ν состоит из единственного варианта распределения и этот случай будет рассмотрен далее.

Шаг 3. Проверяем, что, если количество нераспределенных станций больше 1, то расстояние между двумя любыми смежными точками $a_i, i = k+1,...,n$, не больше, чем второй по величине после максимального радиус связи у еще не распределенного множества станций, а расстояние между точками a_{n+1} и a_n не больше, чем максимальный радиус связи среди нераспределенных станций. Если осталась только одна нераспределенная станция, то проверяем, что среди еще незанятых точек справа от точки a_k есть, по–крайней мере, одна такая точка, что расстояния от этой точки до точки a_k и одновременно от этой точки до точки a_{n+1} не больше, чем радиус связи у нераспределенной станции.

Если в результате проверки оказывается, что, хотя бы на одном из шагов получен отрицательный результат, то множество G_ν – пусто, соответствующая этому множеству на дереве поиска вершина должна быть закрыта и далее выполняется шаг обратного хода в соответствии с **Процедурой 1**.

Если множество G_ν образованно разбиением материнского множества при помощи переменной $\pi_{kt} = 0$ и a_v – точка с наибольшим индексом, среди точек, на которых уже размещены станции (с учетом точки a_0), то надо проверить, что расстояние между точками a_v и a_k не больше, чем максимальный радиус среди радиусов связи у еще нераспределенных станций. Если проверка отрицательна, то множество G_ν - пусто, соответствующая этому множеству на дереве поиска вершина должна быть закрыта и выполняется шаг обратного хода в соответствии с **Процедурой 1**.

Проверка **требований 2 и 3** сводится к установлению факта не превышения суммарных величин стоимости и межконцевой задержки заданным ограничениям.

Случай 2. Построим оценку величины «недопокрытия» для множества G_ν, полученного из материнского множества добавлением условия $\pi_{kt} = 1$. Частичным «недопокрытием» назовем величину $\Delta(k,d,p,t)$, которая вычисляется по формуле:

$$\Delta(k,d,p,t) = max\{(a_k - a_d) - (r_p + r_t)\,, 0\}. \tag{2.20}$$

Частичное «недопокрытие» (2.20) определяется для любых двух точек a_d и a_k $(k > d)$, на которых расположены станции s_p и s_t при условии, что между этими точками нет других станций. Для любой расстановки P «недопокрытие» $f(P)$ вычисляется как сумма всех «недопокрытий» $\Delta(k,d,p,t)$ между местами размещения станций, включая концы отрезка α, на которых стоят станции особого типа s_0 и s_{m+1}.

Построим нижнюю оценку $W(G_\nu)$ для недопокрытий $f(P)$ расстановок P множества G_ν, т.е.

$$W(G_\nu) \leqslant f(P), P \in G_\nu.$$

Если $W(G_\nu) \geqslant f(\widehat{P})$, то множество G_ν не может содержать расстановки, лучше уже найденной расстановки $\widehat{P}$, тогда соответствующая множеству G_ν вершина на дереве поиска должна быть закрыта и далее выполняется шаг обратного хода в соответствии с ***процедурой 1***.

Построим оценку «недопокрытия» для множества G_ν, полученного из материнского множества добавлением условия $\pi_{kt} = 1$. Оценку будем искать в виде суммы

$$W\left(G_\nu\right) = w_1\left(G_\nu\right) + w_2\left(G_\nu\right). \tag{2.21}$$

Величина $w_1\left(G_\nu\right)$ вычисляется как сумма все частичных «недопокрытий» слева от вершины a_k и величины радиуса покрытия размещаемой станции r_t.

Оценку $w_2(G_\nu)$ вычислим «для недопокрытия» справа на части β до конца отрезка α (точки a_{n+1}). Данную оценку получим релаксацией условий, определяющих допустимую расстановку станций на участке β. Найдем такое подмножество S_β множества станций S, состоящее из еще не размещенных станций и дающее минимальное «недопокрытие» на участке β при выполнении только условий 2) – 4). Для этого сформулируем следующую задачу булевого программирования. Добавить описание переменной x.

Задача 2.

$$z = |\beta| - \sum_{x_j \in S_\beta} 2r_j x_j \to min.$$

при условии:

$$\sum_{x_j \in S_\beta} c_j x_j \leqslant C, \tag{2.22}$$

$$\sum_{x_j \in S_\beta} x_j \leqslant m, \tag{2.23}$$

$$x_j \in \{0, 1\},$$

где $|\beta|$ – длина отрезка β, m – число свободных мест для размещения станций на отрезке β, r_j – радиус покрытия станции s_j, c_j - стоимость станции s_j и C – бюджетное ограничение.

Эффективность использования оценки в методе ветвей и границ определяется точностью оценки и временем ее вычисления. ***Задача 2*** – это задача ЦЛП, являющаяся трудно решаемой [32]. На основании ***задачи 2*** можно получить две оценки менее точные, но имеющие более эффективные методы решения. Заметим, что при снятии ограничения (2.22) или (2.23) ***задача 2*** представляет собой целочисленную задачу о ранце с эффективным псевдополиномиальным алгоритмом решения [32]. При этом с точки зрения точности оценки, более перспективным представляется снятие ограничения (2.23), так как на практике, обычно, число возможных мест размещения станций существенно меньше числа размещенных станций, полученного в результате решения задачи. Назовем задачу, полученную снятием ограничения (2.23), ***задачей 3***.

Задачу 2 при снятии условия целочисленности на переменные назовем ***задачей 4***. ***Задача 4*** есть задача линейного программирования.

Задача 3 и ***задача 4***, являясь оценками целевой функции решения ***задачи 2***, могут служить оценками $w_2(G_\nu)$. Если множество G_ν получено из материнского добавлением условия $\pi_{kt} = 0$, то оценка $W(G_\nu)$ равна оценке материнского множества.

В приложении А приведены результаты вычислительного эксперимента, показывающего время решения ***задач 2, 3, 4*** и относительную точность ***задачи 3 и 4*** по отношению к ***задаче 2***.

Перейдем к рассмотрению ***случая 3***. Рассматривается только для множеств G_ν, состоящих из единственной расстановки P, для которой «недопокрытие» $f(P)$ вычисляется как сумма всех «недопокрытий» $\Delta(k,d,p,t)$ между местами, где размещены станций, включая концы отрезка α, на которых стоят станции s_0 и s_{m+1}.

Если для найденной расстановки P выполняются **требования 1–3**, которые для единственной расстановки легко проверяются, и

$$f(P) < f(\widehat{P}), \tag{2.24}$$

то $f(P)$ принимается за новый рекорд $f(\widehat{P})$, расстановка P становиться новым рекордным решением $\widehat{P}$ и выполняется шаг обратного хода в соответствии с ***Процедурой 1***, если неравенство (2.24) не выполняется, то рекорд остается прежним и выполняется шаг обратного хода.

Работа алгоритма МВиГ заканчивается, когда все вершины дерева поиска закрыты, при этом решение задачи:

$$P^* = \widehat{P}, f(P^*) = f(\widehat{P}).$$

2.3.4 Построения последовательности топологий для итерационной процедуры моделирования БШС

При проектировании БШС надо найти ее оптимальную топологию среди всех топологий, для которых будут выполняться все требования к показателям, исследуемым и рассчитываемым на этапе моделировании сети. Для решения этой задачи воспользуемся идеей метода построения последовательности планов [33]. Данный подход позволяет для задач на конечных множествах найти не одно любое экстремальное решение, а множество лучших решений [34, 35].

Рассмотрим ***задачу 1.*** Требуется найти такую допустимую расстановку P^*, что

$$f(P^*) = min\{f(P), P \in G\}.$$

Построим для этой задачи последовательность $\Gamma = P^1, P^2, ..., P^k$ допустимых расстановок (решений) множества G для заданного k, в которой каждое решение не лучше предыдущего и не хуже последующего.

$$\begin{aligned}
&f(P^1) = f(P^*),\\
&f(P^2) = extr\{f(P), P \in G \backslash P^1\},\\
&\quad\quad ...\\
&f(P^k) = extr\{f(P), P \in G \backslash P^1 \cup P^2 \cup ...P^k\},
\end{aligned}$$

Теперь воспользуемся следующей процедурой. Будем последовательно, начиная с первой расстановки, выполнять этап моделирования БШС. Как только будет получена расстановка, удовлетворяющая всем требованиям этапа моделирования, задача нахождения оптимальной топологии среди всех топологий будет решена. Для такой топологии выполняются все требования к показателям, исследуемые на этапе моделирования сети. Действительно, для всех предыдущих расстановок эти условия не выполняются, а все последующие расстановки в последовательности Γ не могут быть лучше по критерию $f(P)$.

Построение последовательности размещений на основании МВиГ

С помощью МВиГ, описанного в параграфе 2.3.3 можно записать последовательность расстановок станций. Заменив неравенство (2.24) на нестрогое и записывая все рекорды, полученные в процессе работы алгоритма, можно получить последовательность расстановок, где каждая расстановка не хуже предыдущей и не лучше последующей. Для получения последовательности Γ достаточно «перевернуть» полученную последовательность, где первый элемент станет последним.

Недостатком такой процедуры является то, что для исследования на этапе моделирования будут отобраны только расстановки не хуже первого рекорда и среди них может не оказаться расстановки, удовлетворяющей критериям моделирования.

Для расширения множества Г необходимо чтобы в результате решения **задачи 1** получалось не только оптимальное решение, но и все решения не хуже оптимального на величину d. Для решения такого варианта задачи достаточно неравенство (2.24) в алгоритме МВиГ заменить следующим неравенством

$$f(P) \leqslant f(\widehat{P}) + d, \tag{2.25}$$

где $d = \varepsilon \cdot L > 0, \varepsilon$ – заданное отклонение в процентах, и запоминать все рекорды, полученные в процессе решения задачи.

На основании неравенства (2.25) можно построить итерационную процедуру, увеличивая величину d, если при данном ее значении допустимого решения на этапе моделирования не найдено. В приложении Г представлены результаты численного примера.

2.4 Сравнительная оценка полученных моделей

Для решения задачи оптимального размещения базовых станций вдоль линейной территории были представлены математическая модель целочисленного линейного программирования и комбинаторная модель в экстремальной форме, для которой представлен специальный алгоритм на основе метода ветвей и границ, учитывающий специфику задачи – размещение вдоль линейной территории и обеспечения связи между всеми размещенными станциями.

В обеих моделей предполагается, что из заданного множества БС может быть размещено любое количество станций, удовлетворяющих условиям задачи. Через систему размещенных БС необходимо обеспечить связь между левым и правым шлюзом. Для задачи ЦЛП размещение должно удовлетворять бюджетному ограничению. И для задачи в комбинаторной форме задача должна удовлетворять бюджетному ограничению и ограничению на время межконцевой задержки сети.

Для того чтобы сравнить полученные модели, рассмотрим частный случай задачи максимизации покрытия с размещением всех имеющихся БС. Опустим бюджетное ограничение для обеих задач и для комбинаторной модели также ограничение на время задержки в сети. Вместо данных ограничений, добавим условие размещения всех имеющихся m станций. Такая постановка позволит зафиксировать множество вариантов размещения, необязательно только допустимых. Общее количество γ вариантов расстановки m станций по n точкам размещения равна

$$\gamma = C_n^m \cdot m!\ . \tag{2.26}$$

Для задачи ЦЛП условие размещения m станций будет выглядеть следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = m. \tag{2.27}$$

Для задачи в комбинаторной форме данное условие гарантируется, когда число пар в наборе $P = \{(a_i, s_j), a_i \in A, i \neq 0, i \neq n+1; s_j \in S\}$ равна мощности множества размещения $|S|$.

Так как теперь количество размещаемых мест зафиксировано, в уравнении (2.21) для оценки "недопокрытия"справа $w_2\,(G_\nu)$ вместо труднорешаемой ***задачи 2*** воспользуемся уравнением:

$$w_2\,(G_\nu) = max\{(l_{n+1} - l_k) - (r_t + \sum_{j \in S_v} 2 \cdot r_j),0\}, \tag{2.28}$$

где S_β подмножества еще не размещенных станций, r_t – радиус покрытия размещаемой станции S_t, l_k – координата точки размещения a_k.

Пример решения комбинаторной задачи. В приложении В представлен пример решения задачи размещения двух БС по трем точкам методом полного перебора и методом ветвей и границ. На рисунке 2.9 представлено дерево полного перебора. Общее количество размещения двух станций по трем точкам равна $\gamma = 6$ (формула (2.26)). Каждый узел пронумерован согласно правилам ***процедуры 1***. В закрытых вершинах (листьях), либо получена расстановка БС, либо на данном множестве G_ν набор фиксированных и запрещенных переменных π_{ij} нет допустимого размещения (обозначено символом $\varnothing$).

Расстановка, P	Недопокрытие, $f(P)$	Номер узла дерева, ν
P_1	11	3
P_2	**1**	**5**
P_3	11	9
P_4	11	11
P_5	6	15
P_6	21	19

Таблица 4 — Решение полным перебором

В таблице 4 представлены полученные в ходе решения расстановки. Все расстановки пронумерованы в соответствии с порядком их нахождения. Оптимальным решением P^* с минимальным значением функции (2.17) является допустимая расстановка P_2. Общее количество пройденных узлов составило 24.

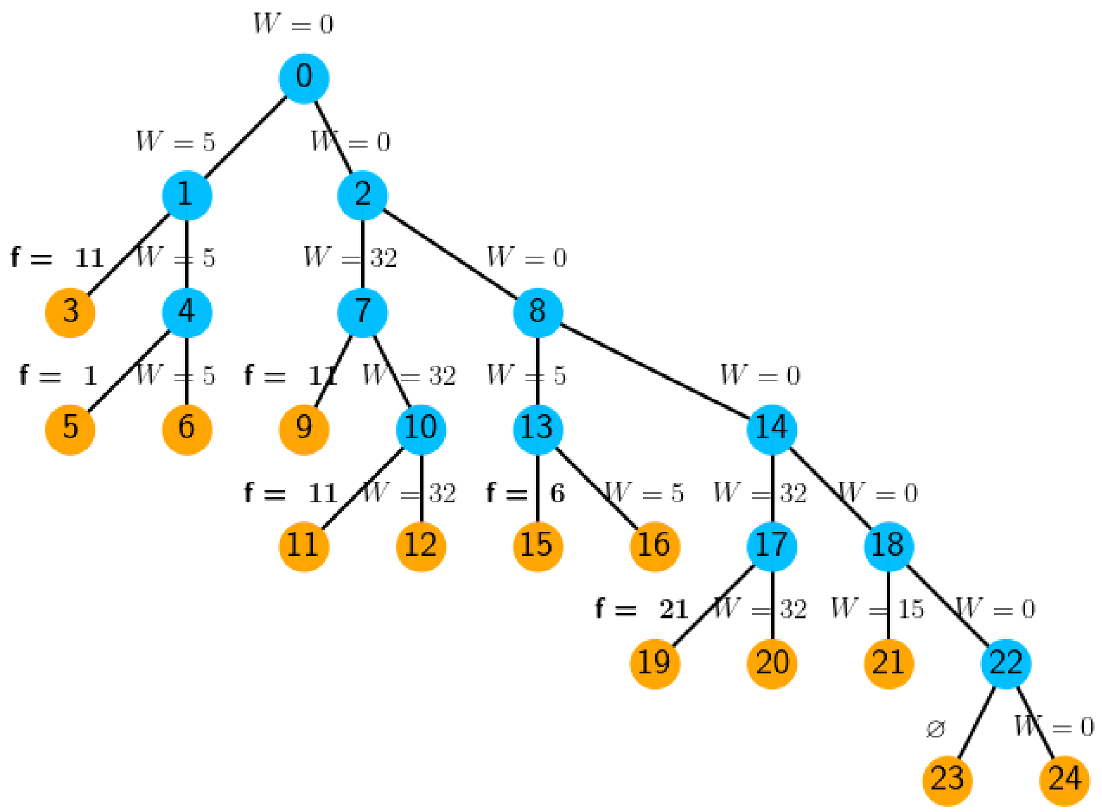

Рисунок 2.9 — Решение задачи методом полного перебора

Решение с помощью МВиГ. На рисунке 2.10 представлено дерево решения задачи методом ветвей и границ. Теперь закрытие вершины осуществляется в случаях:

– получен новый рекорд размещения;

– оценка недопокрытия больше рекорда, полученного на предыдущих итерациях;

– нет допустимого размещения БС.

В таблице 5 представлено решение МВиГ. Оптимальное решение получено на 5-ом узле дерева с недопокрытием $f(P) = 1$. В ходе движения по дереву поиска, последующие оценки недопокрытия были больше полученного рекорда и данные вершины закрывались. В итоге общее количество узлов составило 16.

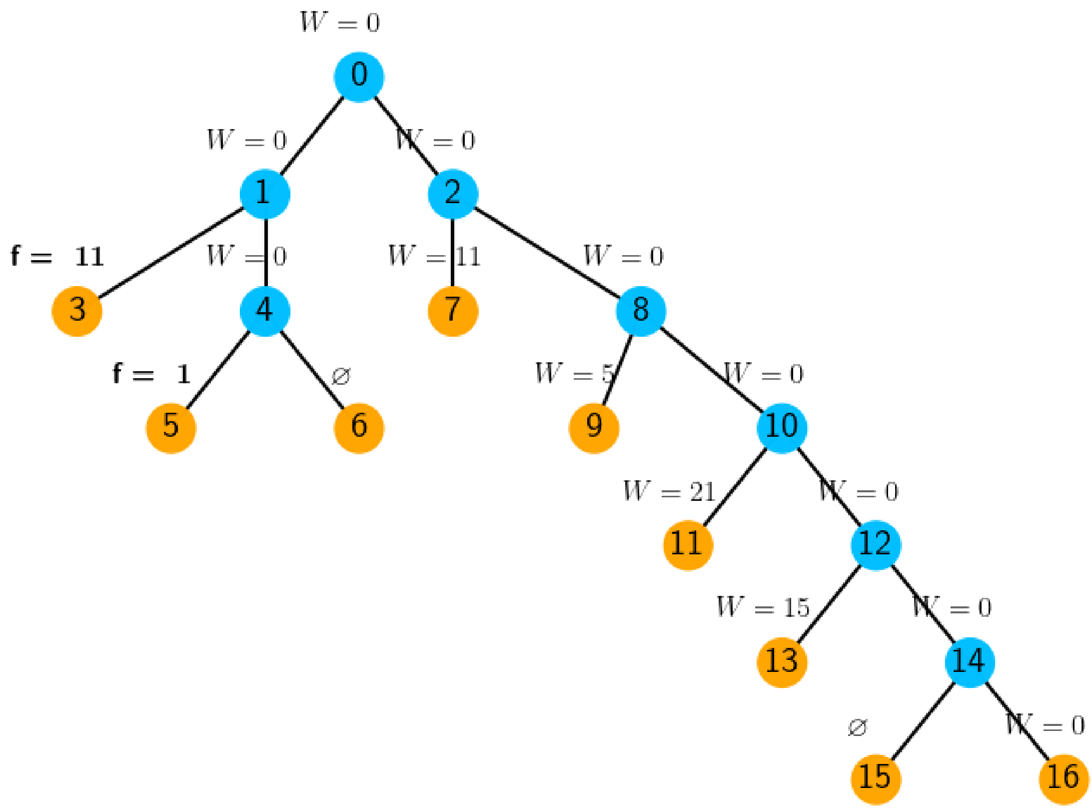

Рисунок 2.10 — Решение задачи методом ветвей и границ

Оценка недопокрытия, $W(G_\nu)$	Недопокрытие, $f(P)$	Номер узла дерева, ν
11	Рекорд	3
1	**Рекорд**	**5**
32		7
5		9
32		11
15		13

Таблица 5 — Решение полным перебором

Сравнение модели ЦЛП и комбинаторной модели Теперь перейдем к решению задач большей размерности. Для различных случаев числа мест размещения m и числа станций n сравним результаты решения задачи представленными моделями. Оценка сравнения с помощью времени счета необъективна, так как алгоритм МВиГ и комбинаторная модель написаны на интерпретируемом языке Python. Коммерческие продукты представляют быстрые и качественные инструменты. Написание производительного кода для предложенных в данной диссертации моделей является отдельной не простой задачей, выходящей за рамки данного исследования. Коммерческие продукты решающие задачи ЦЛП основаны на алгоритме, предложенный Алисой Лэнд и Элисон Дойг [27], в котором процедура поиска целочисленного решения также использует МВиГ. Поэтому для сравнения моделей будет использована характеристика – число просмотренных вершин в ходе поиска оптимального решения. Для сравнения также будут представлены решения задачи в комбинаторной форме методом полного перебора (МПП).

Для каждого набора станций и мест размещения было рассчитано по 10 примеров с различными параметрами БС. В таблице 6приводятся усредненные показатели числа просмотренных вершин дерева поиска по каждым 10 примерам. Результаты решения задачи максимизации покрытия влияют не только от количества точек размещения n, но также от их координат. Примем, что для каждой размерности для всех 10 примеров координаты фиксированные для всех моделей: МПП, МВиГ и ЦЛП.

Жирным цветом в колонках пройденных узлов в ходе движения по дереву поиска МПП, МВиГ и ЦЛП выделены минимальные значения для фиксированных значений n и m (размерностей задачи). Как видно из результатов сравнения, при увеличении размерности задачи разработанный алгоритм метода ветвей и границ для комбинаторной модели показывает лучшие результаты по сравнению с математической моделью ЦЛП.

2.5 Выводы

Данная глава посвящена задачам оптимального размещения базовых станций в рамках комплексного проектирования беспроводных сетей связи.

Таблица 6 — Результаты численного решения.

Число точек размещения, n	**Число станций,** m	**Количество вариантов размещения,** γ	**Количество пройденных узлов дерева поиска,** ν		
			МПП	**МВиГ**	**ЦЛП**
7	4	840	3122	360	**275**
7	5	2 520	16 114	560	**45**
7	6	5 040	59 564	364	**19**
8	4	1 680	4954	434	**189**
8	5	6 720	6720	**852**	878
8	6	20 160	15 9170	592	**185**
9	4	3 024	9 882	**458**	5511
9	5	15 120	58 190	**768**	1236
9	6	60 480	366 512	**720**	13294
10	4	5 040	14 868	**800**	6243
10	5	30 240	113 932	**414**	8043
10	6	151 200	828 952	**40 872**	71587
11	4	7 920	23 482	**354**	15538
11	5	55 440	204 894	**9 138**	74440
11	6	332 640	1 592 500	**88 002**	413 767

Спецификой моделей оптимизации является размещение станций для максимального телекоммуникационного покрытия вдоль протяженного объекта.

В главе были представлены следующие результаты:

1. Представлена актуальность БШС с линейной топологией. Примерами таких сетей на месторождениях могут являться сети вдоль протяженных магистральных трубопроводов для организации связи как для сбора данных в составе АСУ ТП, а также организации высокоскоростной телекоммуникационной сети для сбора мультимедийного трафика с беспроводных камер видеонаблюдения. В рамках цифровизации месторождений набирает свой интерес задача внедрения современных высокоскоростных локальных сетей для мобильных обходчиков. Еще одним примером использования сетей с линейной топологии является организация телекоммуникационного покрытия вдоль промысловых автодорог для обеспечения безопасности обслуживающего персонала.

2. Представлена математическая модель задачи размещения станций в виде ЦЛП. Целевая функция модели представляет собой суммарное телекоммуникационное покрытие участка, которое необходимо максимизировать. Также представлены ограничения равенства и неравенства модели, удовлетворяющие требованиями размещения – обеспечение любой БС телекоммуникационной связью со шлюзами на концах участка через системы размещены станций и бюджетному ограничению стоимости размещения.
3. Представлена математическая модель задачи размещения станций в виде экстремальной задачи в комбинаторной форме. Такой подход позволяет учитывать специфику конкретной задачи, что позволяет быстрее найти оптимальное решения. В такой постановке, в ходе поиска оптимального решение возможно проверять условие ограничения на время межконцевой задержки в сети, которое нелинейную зависимость от количества каналов в сети.
4. Для решения комбинаторной модели задачи размещения предложен алгоритм типа ветвей и границ. Описана процедура построения бинарного дерева поиска, учитывающая специфику размещения множества станций S на множества A возможных точек размещения. Представлены различные модели оценки недопокрытия, необходимые для получения рекордов и возможности закрытия вершин дерева, для которых множество допустимых размещений пусто. Сравнительная оценка для частного случая размещения, когда необходимо разместить все имеющиеся станции показало, что с увеличением размерности задачи количество пройденных узлов комбинаторной модели существенно меньше чем в модели ЦЛП.
5. После нахождение оптимального решения на этапе синтеза топологии при проектировании БШС, полученное размещение попадает на этап математического моделирования, включающие в себя оценку различных характеристик сети, работу протокола, расчет надежности и т.д. В том случае, если проверка требований, предъявляемые к сети на этапе моделирования, проходит неуспешно, данное размещение становится невозможным. Для того чтобы было возможно проверять не только оптимальное решение, но и размещения не хуже оптимального на заданное отклонение, было преложена процедура

нахождения последовательности топологий сети для итерационной процедуры комплексного проектирования БШС. Процедура нахождения последовательности лучших решений задачи выбора и размещения базовых станций основана на разработанном алгоритме МВиГ.

Результаты исследования, представленные в этой главе, были опубликованы в работах [36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43]. Добавить астраханскую.

Список литературы

[1] С.В. Дейнеко и др. — *Основное технологическое оборудование и процессы транспорта нефти и нефтепродуктов.* — Москва: РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, 2018.

[2] Laith M. Fawzi и др. — «Two levels alert verification technique for smart oil pipeline surveillance system (SOPSS)». — В: *International Journal of Computing and Digital Systems* 8.2 (2019), с. 115—124. — DOI: 10.12785/ijcds/080203.

[3] N. Yu. Alekseev и P. V. Zyuzin. — «Assessment of Applicability of Wi-Fi Analytics in Studies of Urban Public Transport Passenger Flow (Moscow Case Study)». — В: *World of Transport and Transportation* 19.3 (2021), с. 54—66. — DOI: 10.30932/1992-3252-2021-19-3-6.

[4] *Moscow Metro delivers fast Wi-Fi to millions of passengers.* — URL: https://www.radwin.com/wp-content/uploads/2018/07/case-study-Moscow-Metro-w.pdf (дата обр. 28.02.2022).

[5] Oleg Soykin и др. — «Wideband Dual-polarized Antenna for Wi-Fi Communication Networks». — В: *14th European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP 2020* (2020). — DOI: 10.23919/EuCAP48036.2020.9135260.

[6] А. А. Адеркина и др. — «Радиопланирование систем беспроводной связи в тоннелях метрополитена». — В: *Радиотехнические и телекоммуникационные системы* 37.1 (2020), с. 41—53.

[7] А. А. Адеркина и др. — «Измерение и анализ ослабления сигнала диапазона 5 ГГЦ при распространении вдоль участков метрополитена различного типа». — В: *Радиотехнические и телекоммуникационные системы* 41.1 (2021), с. 33—45.

[8] В.М. Вишневский и др. — «Методы исследования и проектирования широкополосных беспроводных сетей вдоль протяженных транспортных магистралей». — В: *T-Comm: Телекоммуникации и Транспорт* 9.5 (2015), с. 9—15.

[9] Renzo Massobrio, Jamal Toutouh и Sergio Nesmachnow. — «Multi-Objective Evolutionary Algorithms for Smart Placement of Roadside Units in Vehicular Networks». — В: *Evolutionary Multi-Objective System Design* (2020), с. 85—114. — DOI: 10.1201/9781315366845-5.

[10] Claudia Campolo, Antonella Molinaro и Riccardo Scopigno. — «Vehicular ad hoc networks standards, solutions, and research». — В: *Vehicular Ad Hoc Networks Standards, Solutions, and Research* (2015), с. 1—544. — DOI: 10.1007/978-3-319-15497-8.

[11] Evellyn S. Cavalcante и др. — «Roadside unit deployment for information dissemination in a VANET: An evolutionary approach». — В: *GECCO'12 - Proceedings of the 14th International Conference on Genetic and Evolutionary Computation Companion* (2012), с. 27—34. — DOI: 10.1145/2330784.2330789.

[12] Abdelkrim KHireddine и Ouamri Mohamed Amine. — «Base station Placement Optimization Using Genetic Algorithms Approach». — В: *International Journal of Computer Aided Engineering and Technology* 12.1 (2020), с. 1. — DOI: 10.1504/ijcaet.2020.10006440.

[13] Mohamed Ben Brahim, Wassim Drira и Fethi Filali. — «Roadside units placement within city-scaled area in vehicular ad-hoc networks». — В: *2014 International Conference on Connected Vehicles and Expo, ICCVE 2014 - Proceedings* (2014), с. 1010—1016. — DOI: 10.1109/ICCVE.2014.7297500.

[14] V. M. Vishnevsky, Andrey Larionov и R. V. Smolnikov. — «Optimization of topological structure of broadband wireless networks along the long traffic routes». — В: *Communications in Computer and Information Science* 601 (2016), с. 30—39. — DOI: 10.1007/978-3-319-30843-2_4.

[15] Hai-qing Liu и др. — «A Connectivity-based Strategy for Roadside Units Placement in Vehicular Ad Hoc Networks». — В: *International Journal of Hybrid Information Technology* 7.1 (2014), с. 91—108. — DOI: 10.14257/ijhit.2014.7.1.08.

[16] Zhenguo Gao и др. — «Optimal and Greedy Algorithms for the One-Dimensional RSU Deployment Problem with New Model». — В: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 67.8 (2018), с. 7643—7657. — DOI: 10.1109/TVT.2018.2837033.

[17] Ali Jalooli, Min Song и Wenye Wang. — «Message coverage maximization in infrastructure-based urban vehicular networks». — В: *Vehicular Communications* 16 (2019), с. 1—14. — DOI: 10.1016/j.vehcom.2019.02.001.

[18] Andre B. Reis и др. — «Deploying roadside units in sparse vehicular networks: What really works and what does not». — В: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 63.6 (2014), с. 2794—2806. — DOI: 10.1109/TVT.2013.2292519.

[19] Abderrahim Guerna, Salim Bitam и Carlos T. Calafate. — «AC-RDV: a novel ant colony system for roadside units deployment in vehicular ad hoc networks». — В: *Peer-to-Peer Networking and Applications* 14.2 (2021), с. 627—643. — DOI: 10.1007/s12083-020-01011-3.

[20] Chunyan Liu, Hejiao Huang и Hongwei Du. — «Optimal RSUs deployment with delay bound along highways in VANET». — В: *Journal of Combinatorial Optimization* 33.4 (2017), с. 1168—1182. — DOI: 10.1007/s10878-016-0029-5.

[21] Haizhou Bao и др. — «Minimal road-side unit placement for delay-bounded applications in bus Ad-hoc networks». — В: *2017 IEEE 36th International Performance Computing and Communications Conference, IPCCC 2017* 2018-January (2018), с. 1—7. — DOI: 10.1109/PCCC.2017.8280441.

[22] Roman Ivanov и др. — «On a problem of base stations optimal placement in wireless networks with linear topology». — В: *Communications in Computer and Information Science* 919 (2018), с. 505—513. — DOI: 10.1007/978-3-319-99447-5_43.

[23] G. B. Dantzig. — *Linear Programming and Extensions.* — Princeton University Press, 1963.

[24] О.Ю. Першин. — *Оптимизации на конечных множествах и методы неявного перебора. Монография.* — Москва: Издательский центр РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина, 2013. — 85 с.

[25] О. Г. Алексеев. — *Комплексное применение методов дискретной оптимизации.* — М: Наука, 1987. — 248 с.

[26] А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов и Федоров В. В. — *Курс методов оптимизации.* — М: Наука, 1986. — 328 с.

[27] A. H. Land и A. G. Doig. — «An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems». — В: *Econometrica* 28.3 (1960), с. 497. — DOI: 10.2307/1910129.

[28] Bernhard Meindl и Matthias Templ. — «Analysis of commercial and free and open source solvers for linear optimization problems». — В: *ESSnet on commom tools and harmonised methodology for SDC in the ESS* 1.1 (2012), с. 1—14. — URL: http://www.statistik.tuwien.ac.at/forschung/CS/CS-2012-1complete.pdf.

[29] Wen Yang Ku и J. Christopher Beck. — «Mixed Integer Programming models for job shop scheduling: A computational analysis». — В: *Computers and Operations Research* 73 (2016), с. 165—173. — DOI: 10.1016/j.cor.2016.04.006.

[30] Rimmi Anand, Divya Aggarwal и Vijay Kumar. — «A comparative analysis of optimization solvers». — В: *Journal of Statistics and Management Systems* 20.4 (2017), с. 623—635. — DOI: 10.1080/09720510.2017.1395182.

[31] И.Х. Сигал и А.П. Иванова. — *Введение в прикладное дискретное программирование. Модели и вычислительные алгоритмы.* — Москва: Физматлит, 2007. — 304 с.

[32] М Гэри и Д Джонсон. — *Вычислительные машины и труднорешаемые задачи.* — Мир, 1982. — 416 с.

[33] В. А. Емеличев и В.И. Комлик. — *Метод построения последовательности планов для решения задач дискретной оптимизации.* — Москва: Наука, 1981. — 208 с.

[34] О. Ю. Першин. — «Метод нахождения последовательности лучших решений для задач оптимизации на конечных множествах и задача реконструкции сети». — В: *Автоматика и телемеханика* 12 (1999).

[35] О. Ю. Першин. — «Метод нахождения последовательности лучших решений для задач оптимизации на конечных множествах и задача реконструкции сети». — В: *Автоматика и телемеханика* 6 (2002).

[36] Р. Е. Иванов, А. А. Мухтаров и О.Ю. Першин. — «Задача оптимального размещения заданного множества базовых станций беспроводной сети связи с линейной топологией». — В: *Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности* 549.4 (2019), с. 39—45.

[37] R. Ivanov, A. Mukhtarov и O. Pershin. — «A Problem of Optimal Location of Given Set of Base Stations in Wireless Networks with Linear Topology». — В: *Communications in Computer and Information Science* 1141 CCIS (2019), с. 53—64. — DOI: 10.1007/978-3-030-36625-4_5.

[38] А. А. Мухтаров, Р. Е. Иванов и О. Ю. Першин. — «Математические модели задачи размещения базовых станций для контроля линейной территории». — В: *Proceedings of the 22nd International Scientific Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN-2019, Moscow)*. — 2019, — С. 205—212.

[39] Amir Mukhtarov и др. — «On Optimal Placement of Base Stations in Wireless Broadband Networks to Control a Linear Section with End-to-End Delay Limited». — В: *Communications in Computer and Information Science* 1337 (2020), с. 30—42. — DOI: 10.1007/978-3-030-66242-4_3.

[40] В. М. Вишневский, А. А. Мухтаров и О.Ю. Першин. — «Задача оптимального размещения базовых станций широкополосной сети для контроля линейной территории при ограничении на величину межконцевой задержки». — В: *Материалы 23-й Международной научной конференции "Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: управление, вычисление, связь"(DCCN-2020, Москва)*. — 2020, — С. 148—155.

[41] В. Е. Лазарева, А. А. Ларионов и А. А. Мухтаров. — «Расчёт межконцевых задержек и длин очередей в многошаговой тандемной сети с применением методов машинного обучения». — В: *Материалы Всероссийской конференции с международным участием "Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем"(Москва, 2020)*. — 2020, — С. 43—48.

[42] В. М. Вишневский, А. А. Ларионов и А. А. Мухтаров. — «Расчёт характеристик тандемной сети с фиксированными длинами входящих пакетов методом машинного обучения». — В: *Материалы 13-й конференции с международным участием "Новые информационные технологии в исследовании сложных структур"(ICAM 2020, Томск)*. — 2020, — С. 82.

[43] A. A. Mukhtarov и A.M. Sokolov. — «A base station placement of an wireless network with linear topology and a network performance evaluation with NS-3». — В: *Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем: материалы Всероссийской конференции с международным участием, Москва, 19–23 апреля 2021 года*. — 2021, — С. 425—430.