به نام خدا

الگوريتم Timsort

مهدى حقوردي



فهرست مطالب

مقدمه و معرفي

تاريخچه

چرا تیمسورت؟

توضيح الگوريتم - Runها

توضيح الگوريتم - ادغامها

ادغام پیشرفته تر با Galloping استفاده از stack برای ادغام

مقدمه و معرفي

مقدمه و معرفي

- در دنیای علوم کامپیوتر، مرتبسازی یک عملیات اساسی با کاربردهای بیشمار است.
- در میان انبوهی از الگوریتمهای مرتبسازی، یکی از الگوریتمها به دلیل کارایی، تطبیقپذیری و طراحی زیبا متمایز شده است: الگوریتم تیمسورت 1 .
 - این الگوریتم که توسط تیم پیترز 2 برای زبان برنامه نویسی پایتون 3 توسعه یافته است، به سنگ بنای پیادهسازی مرتبسازی در زبانها و محیطهای مختلف برنامهنویسی تبدیل شده است.
- تركیب منحصر به فرد مرتبسازی ادغامی 4 و مرتبسازی درجی 5 به همراه بهینهسازیهای مخصوص روی هر الگوریتم و بهینهسازیهای تطبیقی، تیمسورت را به یكی از پیچیدهترین و كاربریترین الگوریتمهای مرتبسازی موجود تبدیل كرده است.

² Tim Peters

¹ Timsort

³ Python programming language

⁴ Merge sort

⁵ Insertion sort

تاريخچه

- الگوریتم تیمسورت، در سال ۲۰۰۲ توسعه یافت.
- تيم پيترز اين الگوريتم را اينگونه توصيف ميكند:

"A non-recursive adaptive stable natural merges ort / binary insertion sort hybrid algorithm"

- این الگوریتم از Python 2.3 تا حدود بیست سال، الگوریتم استاندارد مرتبسازی در پایتون بود و از نسخه ی 3.11.1 به دلیل تغییراتی که در سیاستهای ادغام آن بوجود آمد، الگورتیمی به اسم Powersort بر پایه ی تیمسورت، جایگزین آن شد.
- الگوريتم تيمسورت در Swift ،V8 ،GNU Octave ،Android ،Java SE 7 و Rust پيادهسازی شده است.

- چرا non-recursive?

چوّن طبق گفتهی تیم پیترز: «به طور خلاصه، روتین اصلی یک بار از سمت چپ تا راست، آرایه را طی، Run هم ادغام میکند.»

- چرا adaptive؟

چون این الگوریتم با توجه به طول و ترتیبهای از قبل موجود در آرایه، و همچنین بر اساس اندازهی Runهای پیدا شده، تصمیماتی میگیرد تا از الگوریتم بهتری برای آن موقعیت استفاده کند.

– چرا stable؟

چُون این الگوریتم، ترتیب عناصر یکسان در آرایهی اولیه را حفظ میکند. برای مثال اگر لیستی از این اسامی داشته باشیم: [peach, straw, apple, spork] و آنرا بخواهیم بر اساس حرف اول کلمات مرتب کنیم، چنین چیزی می گیریم: [apple, peach, straw, spork] اگر دقت کنید در لیست اولیه، straw قبل از spork آمده بود و در لیست مرتب شده هم همین ترتیب حفظ شد. به این نگهداری ترتیب پایداری الگوریتم مرتبسازی می گویند.

در ادامه مفهوم Run توضیح داده می شود. 2

چراها (ادامه)

- چرا hybrid؟ چون این الگوریتم از ترکیب دو الگوریتم merge sort و binary insertion sort برای مرتب سازی استفاده میکند.

چرا تیمسورت؟

- پیچیدگی زمانی الگوریتم تیمسورت با الگوریتمهای Quick sort ، Merge sort برابری میکند و برابر (nlgn) است.
- اما این تحلیل کلی یک سری جزئیات راجع به پیچیدگی زمانی الگوریتم را پنهان میکند که آن پیچیدگی یک $(c_f.nlgn)$ constant factor
 - برای مثال در الگوریتم Quick sort انتخاب مقدار right ،left و با تاثیرگذار است و در α و در α کوچک سرعت را پایین می آورد.
- در الگوریتم Merge sort هم ما فضایی به اندازه ی n+m برای ادغام کردن آرایهها آن هم به صورت بازگشتی و تعداد زیاد نیاز دارد. همچنین این الگوریتم یک الگوریتم بازگشتی ست و درخت بازگشتی و یک system stack برای اجرا نیاز دارد.
- بخاطر جابجاییهایی در الگوریتم Heap sort انجام میشود، Locality of Reference در آن نقض شده و پیشبینیهای پردازنده برای کش کردن دادهها را تضعیف میکند.

چرا تیمسورت؟ (ادامه)

پس اگر بتوانیم این constant factor را کاهش دهیم میتوانیم سرعت بیشتری از O(nlgn) بگیریم.

- پیچیدگی زمانی insertion sort برابر با $O(n^2)$ است و constant factor آن بسیار بسیار پایین است چون اولا inplace عمل میکند (پس نیازی به فضای اضافه ندارد) و ثانیا فقط بین عناصر آرایه پیمایش انجام میدهد (پس Locality of Reference هم در آن بسیار خوب است و پردازنده میتواند دادهها را کش کند.)
- در تحلیلهای انجام شده روی الگوریتمها، این الگوریتم روی تعداد ورودی ۶۴ و پایینتر از الگوریتمهای دیگر مرتب سازی سریعتر عمل میکند.
 - الگوریتم binary insertion sort بجای جستجوی خطی در آرایه (با پیچیدگی O(n)) در آن جستجوی دودویی انجام داده و در زمان لوگاریتمی O(lgn)) مکان صحیح آیتم را پیدا میکند (علت استفاده از این الگوریتم در ادامه روشن خواهد شد.)

مرتب سازی درجی دودویی (ادامه)

- با تعویض نوع جستجوی این الگوریتم میزان پیچیدگی آن (حالت مورد انتظار و در بدترین حالت) تغییری نکرده و همان $O(n^2)$ باقی می ماند؛ اما در CPython مقایسه ها (بخاطر ماهیت O(n^2) بودن زبان) نسبت به جابجا کردن آبجکتها بسیار وحشتناک کندتر هستند.
- جابجا کردن آبجکتها صرفا کپی کردن ۸ بایت pointer است اما مقایسهها میتوانند بسیار کند باشند (چون ممکن است چند متد در سطح پایتون را صدا بزنند) و حتی در حالات ساده ممکن است بین ۳ یا ۴ تصمیم گرفته بشود:
 - ١٠ تايپ عملوند چپ چيست؟
 - ٢. تايپ عملوند راست چيست؟
 - ۳. آیا باید آنها را به یک تایپ مشخص تبدیل کرد؟
 - ۴ چه کدی برای مقایسه این دو موجود هست؟ و ۰۰۰۰

مرتب سازی درجی دودویی (ادامه)

- پس یک مقایسه ساده باعث تعداد بسیار زیادی C-level pointer dereference، عملیاتهای شرطی و صدا زده شدن توابع می شود.

- پس اگر ما تعداد مقایسهها کمتر کنیم میتوانیم سرعت مرتب سازی را بیشتر کنیم (که با استفاده از binary - پس اگر ما تعداد مقایسهها را کم میکنیم.)

اگر آرایه را به تکههای کوچک تقسیم کنیم (برای مثال ۳۲ تا ۶۴ تایی) و سپس آنها را جدا جدا با مرتب سازی درجی مرتب کنیم و سپس همه را ادغام کنیم، میتوانیم سرعت مرتب سازی را افزایش دهیم.

($c_i(32 \ to \ 64)^2$)، چون از مرتب سازی درجی که برای تعداد کم سریع است استفاده کردیم ($c_i(32 \ to \ 64)^2$)،

۲. ادغام دو آرایه مرتب شده در زمان O(n) انجام می شود و

 $(c_t.n[lgn-5])$ تولید می شود را کم کنیم Merge sort نر درختی در Δ سطح از درختی در Δ

در نهایت چون مقدار پیچیدگی مرتب سازی درجی کوچک است، پیچیدگی تیمسورت چنین میشود: $\mathsf{T}(n) = c_{\mathsf{t}}.\mathsf{n}[\mathsf{lgn}-5]$

در دنیای واقعی و دادههای واقعی معمولا آرایهها اصطلاحا partially sorted هستند.

- این به این معناست که تکههایی از آرایه از قبل مرتب هستند؛ برای مثال در این آرایه: [5,4,1,2,3] قسمت
 [1,2,3] از قبل مرتب است.
 - یا حداقل به صورت صعودی یا نزولی پشت سر هم حضور دارند؛ برای مثال در این آرایه: [6,4,1,2,3,5,7] خودش به صورت صعودی مرتب است.

الگوریتم تیمسورت این تکههای صعودی و یا اکیدا نزولی را در آرایه پیدا میکند و آنها را Run مینامد و از مرتب بودن اولیه آرایه برای افزایش سرعت استفاده میکند. - اگر از حقیقت قبلی استفاده کنیم و آرایه را به قسمتهایی صعودی و یا اکیدا نزولی تقسیم کنیم میتوانیم درخت Merge sort حتی بیشتر از قبل هم کوتاه کنیم.

- و پیچیدگی را به $c_t.n[lgn-x]$ تبدیل کنیم

توضيح الگوريتم - Runها

- تابع ()count_run تعداد عنصر موجود در Run را بر میگرداند.
 - Run ها میتوانند:
 - $a_0 \le a_1 \le a_2 \le \dots$ صعودی باشند:
 - $a_0>a_1>a_2>\dots$ اکیدا نزولی باشند: ۲۰۰۰
- دلیل اینکه یک Run باید نزولی اکید باشد تا یک Run شناخته شود اینست که الگوریتم تیمسورت Run دو Run های نزولی را به صورت در جا، برعکس میکند 2 و اگر در یک Run نزولی (و نه اکیدا نزولی) دو عنصر یکسان باشند، ماهیت stable بودن الگوریتم نقض می شود. برای مثال این آرایه: [1,3,3,1] اگر برعکس شود: [1,3,3,4] ؛ که ترتیب عناصر π عوض شده است. اما اگر اکیدا نزولی باشد دیگر این مشکل وجود نخواهد داشت.

¹ https://github.com/python/cpython/blob/3.10/Objects/listobject.c#L1316

 $^{^2 \; \}texttt{https://github.com/python/cpython/blob/3.10/0bjects/listobject.c\#L1064}$

Runها (ادامه)

- نکتهی دیگر اینست که Runها حداقل دو آیتم دارند مگر وقتی که آخرین عضو آرایه را برای Run جدید برگزینیم.
- اگر عناصر آرایه رندوم باشند، بعید است که ما Runهای طبیعی (یعنی قسمتی از آرایه که از قبل مرتب شده باشد) بلندی را شاهد باشیم. اگر یک Run طبیعی تعداد عناصرش کمتر از minrun باشد (توضیح داده خواهد شد،) الگوریتم با استفاده از binray insertion sort تعداد آنرا به حداقل اندازه Run میرساند.
- دلیلی که میتوانیم از binary insertion sort استفاده کنیم اینست که هر Run خودش مرتب است، پس
 میتوان در آن جستجوی دودویی انجام داد.

Runها (ادامه)

- الگوریتم برای پیدا کردن Runها چنین عمل میکند: فرض کنید چنین آرایهای داریم: Run عمل میکند: فرض کنید چنین آرایهای داریم: Run تعیین شده است،
- از چپ به راست حرکت میکنیم و [8] را جدا میکنیم و سراغ آیتم بعدی میرویم و متوجه میشویم که یک Run صعودی داریم: [8, 12] ادامه میدهیم و به عدد ۹ میرسیم، چون این Run باید صعودی باشد و ۹ از کمتر است با استفاده از binary insertion sort جایگاه ۹ را پیدا میکنیم: [8, 9, 12]
- عدد بعدی هم بزرگتر از ۱۲ است و آن را هم به این Run اضافه میکنیم: [8,9,12,17]. عدد بعدی، از ۱۷ کمتر است و چون ما حداقل اندازهی یک Run را داریم آنرا دیگر به این Run اضافه نمیکنیم و به سراغ Run بعدی میرویم.
- Run بعدی چنین روندی دارد: [15] سپس [15, -1] و سپس با binary insertion sort: Run: [15, -1] و چون ۱۱ از ۱- بیشتر است و ما حداقل اندازه ی یک Run را داریم به سراغ Run بعدی میرویم؛ که Run بعدی هم چنین است: [11, 10, 7]

Runها (ادامه)

- اگر دادههای رندوم باشند، اکثر Runها یک اندازه خواهند داشت که دو خوبی دارد: ۱ دغام کردن Runهایی که اندازهی برابر دارند بسیار بهینه است و
- ۲. ما حداقل توانسته ایم اندازه ی درخت بازگشتی ادغام را به اندازه ی (log(minrun) کم کنیم.
- برای دادههای واقعی هم، ما چون Runهای نسبتا بلندی خواهیم داشت توانستهایم کوتاهترین درخت بازگشتی ادغام را داشته باشیم و در نتیجه تعداد ادغامها را کم کنیم.

محاسبهی minrun

- اگر طول آرایه کمتر از ۶۴ باشد، از binary insertion sort برای مرتب کردن آن استفاده می شود.
- اگر طول آرایه توانی از ۲ بود، طبق تستهای انجام شده تمامی اعداد ۸ و ۱۶و ۳۲ و ۶۴ و ۱۲۸ سرعت یکسانی را به الگوریتم میدادند اما مثلا در اندازه ی ۲۵۶ تا جابجا کردن عناصر در مرتب سازی هزینه بردار و در اندازه ی ۸ تعداد صدا زده شدن توابع هزینه بردار بود. بعد از کمی مطالعه عدد ۳۲ برای minrun انتخاب شد.
 - اما بعد از زمان زیادی یک اشکال در انتخاب این عدد پیدا شد، این مثال را ببینید:

 $divmod(2112, 32) \rightarrow (66, 0)$

که اگر با این تعداد Run ما ادغام را انجام بدهیم، در پایان باید یک آرایهی ۲۰۴۸ عضوی و یک آرایهی ۶۴ عضوی را با هم ادغام کنیم که اصلا خوب نیست.

- اما اگر عدد ۳۳ را برای minrun انتخاب کنیم ما ۶۴ تا Run با اندازه ی ۳۳ داریم که موقعیت آن بهتر شده است.

محاسبهی minrun (ادامه)

- سیاستی که برای محاسبه ی minrun در پیش گرفته شده است اینست که این مقدار از (64) minrun در پیش گرفته شده است، یا اگر این ممکن نبود، اکیدا کمتر از تهان ۲ باشد.

- این انتخاب توسط تابع () merge_compute_minrun انجام می شود.

الگوريتم Timsort توضيح الگوريتم Timsort ما

¹ https://github.com/python/cpython/blob/3.10/Objects/listobject.c#L2012

توضيح الگوريتم - ادغامها

الگوریتم ادغام در Merge sort الگوریتمی inplace نیست و برای ادغام کردن دو آرایه با طولهای n و Merge sort الگوریتمی m+m نیاز دارد و در کل برای ادغام ما چنین فضایی را اشغال کردهایم: n+m ب m+m+m+m (en(X) len(Y) new array

- اما تیمسورت برای inplace مرتب کردن و کمتر کردن space overhead الگوریتم مرتب سازی ادغامی از روش بهتری برای ادغام کردن دو Run استفاده میکند.

بهتر کردن استفاده از فضا در ادغام (ادامه)

- اگر آرایهای به این صورت داشته باشیم:

$$A = [\underbrace{12, 19, 21, 22}_{X}, \underbrace{3, 5, 17, 22, 107, 109}_{Y}]$$

دو Run عه X و Y در آن میتوان شناسایی کرد.

- در این روش جدید ادغام ما یک آرایهی موقت به اندازهی Run کوچکتر درست میکنیم و عناصر Run کوچکتر را در آن کپی میکنیم. کپی کردنهای این چنین هم (یعنی یک تکه از یک آرایه) به بهینهترین حالت در سطح پایین اجرا میشوند. پس حالا ما چنین چیزی داریم:

A = [12, 19, 21, 22, 3, 5, 17, 22, 107, 109]T = [12, 19, 21, 22] - چون آرایهی کوچکتر سمت چپ بود، پس از سمت چپ آرایهی موقت و دومین Run شروع به ادغام کردن میکنیم. که یعنی:

 $A = [12, 19, 21, 22, \boxed{3}, 5, 17, 22, 107, 109]$

T = [(12), 19, 21, 22]

را باهم مقایسه، و برنده (عنصر کوچکتر) را در ایندکس صفر آرایهی A میگذاریم. که میشود:

A = [3, 19, 21, 22, ③, 5, 17, 22, 107, 109]

T = [12, 19, 21, 22]

$$A = [3, 19, 21, 22, 3, \boxed{5}, 17, 22, 107, 109]$$

 $T = [(12), 19, 21, 22]$

$$A = [3, 5, 21, 22, 3, (5), 17, 22, 107, 109]$$

 $T = [(12), 19, 21, 22]$

$$A = [3, 5, 21, 22, 3, 5, 17, 22, 107, 109]$$

 $T = [12, 19, 21, 22]$

$$A = [3, 5, 12, 22, 3, 5, 17, 22, 107, 109]$$

 $T = [12, 19, 21, 22]$

$$A = [3, 5, 12, 22, 3, 5, 17, 22, 107, 109]$$

 $T = [12, 19, 21, 22]$

$$A = [3, 5, 12, 17, 3, 5, 17, 22, 107, 109]$$

 $T = [12, 19, 21, 22]$

$$A = [3, 5, 12, 17, 3, 5, 17, (22), 107, 109]$$

 $T = [12, (19), 21, 22]$

$$A = [3, 5, 12, 17, 19, 5, (22), 22, 107, 109]$$

 $T = [12, (19), 21, 22]$

$$A = [3, 5, 12, 17, 19, 5, 17, (22), 107, 109]$$

 $T = [12, 19, (21), 22]$

$$A = [3, 5, 12, 17, 19, 21, 17, 22), 107, 109]$$

 $T = [12, 19, 21), 22]$

– سیس

$$A = [3, 5, 12, 17, 19, 21, 17, (22), 107, 109]$$

 $T = [12, 19, 21, (22)]$

- که در اینجا عنصر ۲۲ آرایهی موقت انتخاب می شود که برای حفظ پایداری الگوریتم مرتب سازی است و ۲۲ای که زودتر آمده را انتخاب کند:

A = [3, 5, 12, 17, 19, 21, 22, 22, 107, 109]T = [12, 19, 21, (22)] و حالا که عناصر آرایهی موقت تمام شده، باقی عناصر باقی مانده سر جای خود هستند و دیگر مقایسه و
 جابجایی لازم نیست و آرایه به صورت مرتب ادغام شد:

A = [3, 5, 12, 17, 19, 21, 22, 22, 107, 109]

- در مثال قبلی Run کوچکتر در سمت چپ بود و ما ادغام را از سمت چپ Run بزرگتر و آرایهی موقت انجام دادیم، اما اگر چنین حالتی باشد:

$$A = [\underbrace{3,5,17,22,107,109}_{\hat{X}},\underbrace{12,19,21,22}_{\hat{Y}}]$$

- ما چنین چیزی داریم:

$$A = [3, 5, 17, 22, 107, 109, 12, 19, 21, 22]$$

 $T = [12, 19, 21, 22]$

- در این حالت که Run کوچکتر در سمت راست بود، ما هم تمام ادغام را از سمت راست انجام میدهیم

$$A = [3, 5, 17, 22, 107, (109), 12, 19, 21, 22]$$

$$T = [12, 19, 21, (22)]$$

- که میشود:

$$A = [3, 5, 17, 22, 107, 109, 12, 19, 21, 109]$$

 $T = [12, 19, 21, (22)]$

جهت ادغام (ادامه)

- و سىس

$$A = [3, 5, 17, 22, (107), 109, 12, 19, 21, 109]$$

 $T = [12, 19, 21, (22)]$

- که میشود:

$$A = [3, 5, 17, 22, 107, 109, 12, 19, 107, 109]$$

 $T = [12, 19, 21, (22)]$

و الى آخر...

ادغام پیشرفتهتر با Galloping

تكنيك Galloping

- چنین سناریویی را تصور کنید: ما این آرایه را داریم:

$$A = [\underbrace{1,2,3,6,10}_{X},\underbrace{4,5,7,9,12,14,17}_{Y}]$$

- در تکنیک Galloping، ما با استفاده از binary search مکان اولین عضو Y را در X پیدا میکنیم که میبینیم در جایگاه ۴ باید آن را بگذاریم، این یعنی تمامی عناصر [1,2,3] در جایگاه درستی قرار دارند.
 - Run همین کار را برای آخرین عنصر X نسبت به Y انجام میدهیم که مکان آن در جایگاه پنجم دومین است، این یعنی تمامی عناصر 12, 14, 17 در جایگاه درستی قرار دارند.
 - پس ما چنین آرایهای داریم:

$$A = [1, 2, 3, \underbrace{6, 10}_{X}, \underbrace{5, 7, 9}_{Y}, 12, 14, 17]$$

و صرفا باید الگوریتم ادغامی که بالاتر بحث شد را روی این X و Y کوچکتر انجام بدهیم که هم سریعتر است و هم فضای کمتری استفاده خواهد کرد.

تکنیک Galloping (ادامه)

- نکته ای که در تکنیک Galloping وجود دارد اینست که این روش فقط بعضی وقتها فقط به نفع ماست. به این مثال دقت کنید:

$$A = [\underbrace{1, 3, 5, 7, 9}_{X}, \underbrace{2, 4, 6, 8, 10}_{Y}]$$

ابتدا مکان ۲ را در X پیدا میکنیم که در جایگاه دوم باید قرار بگیرد و سپس مکان ۹ را پیدا میکنیم که در جایگاه پنجم باید قرار بگیرد.

- که به چنین آرایهای میرسیم:

$$A = [1, \underbrace{3, 5, 7, 9}_{X}, \underbrace{2, 4, 6, 8}_{Y}, \underbrace{10}]$$

که مشخصا هیچ بهبودی را برای ما نداشت.

تكنيك Galloping (ادامه)

- طبق تستهایی که تیم پیترز انجام داده است، تعداد عنصری که باید سر جای خودشان باشند، در ابتدای الگوریتم، باید حداقل V تا باشد که این عدد نام min_gallop دارد. این یعنی اگر جایگاه اولین عنصر V را در V پیدا کنیم و V عنصر در جایگاه خودشان باشند، این تکنیک موثر خواهد بود (همین برای پیدا کردن آخرین عنصر V در V هم صدق میکند.)
 - در ادغام کردن اگر حالت اول (مکان اولین عنصر Y در X) یا حالت دوم (مکان آخرین عنصر X در Y) بزرگتر مساوی min_gallop بود، از این تکنیک استفاده می شود.
 - بعد از هر بار موفق بودن galloping عدد min_gallop عدد min_galloping به عنوان یک تشویق برای الگوریتم، یکی کم می شود تا در ادامه هم بتوان از galloping استفاده کرد.

تكنيك Galloping (ادامه)

- حالت عکس هم چنین است که مکان پیدا شده کمتر از min_gallop باشد که یعنی این تکنیک موثر نبوده و از حالت مقایسه ی ادغامی ساده، یعنی عنصر به عنصر استفاده می شود.
 - روش galloping در دادههای واقعی که partially sorted هستند بسیار کارآمد است و ۱ عداد مقایسهها را کم و
 - ۲. از کپی کردن بهینه سطح پایین استفاده میکند.
 - اما در دادههای رندوم این روش موثر نیست و از مقایسهی عنصر به عنصر استفاده می شود که ۱۸ کد ساده ای دارد و
 - Locality of Reference ۲ خوبی هم دارد.

استفاده از stack برای ادغام

ساختار MergeState

- ساختاری در کدهایی که مربوط به الگوریتم تیمسورت پیدا می شود به اسم MergeState؛ این ساختار اطلاعات مورد نیاز برای توابع ادغام را داراست.
 - اطلاعات دیگری که در این ساختار نگهداری میشوند:
 - ۱۰ مقدار min_gallop
 - n :اندازهی استک Runها: ۲
 - ۳. خود استک Runها: pending
 - temparray :آرایهی موقت ادغام کردن
- ۵. و سه تابع key_richcompare ،key_compare و tuple_elem_compare براى سناريوهاى مختلف مقايسه كردن بين عناصر آرايه.

جلوگیری از اجرای بازگشتی

- توابع بازگشتی وقتی که صدا زده میشوند، اطلاعات هر بار صدا زده شدن آنها، در CPython، داخل آبجکت frame آنها (frame، آبجکتی است که اطلاعات و context مورد نیاز برای یک stack نیاد برای یک stack که حاوی byte code های پایتون است را فراهم و ذخیره میکند) در یک stack ذخیره میشوند،
- اما آقای تیم پیترز این الگوریتم را که ماهیت بازگشتی مانندی دارد را غیر بازگشتی نوشته است و برای اینکار از یک stack مخصوص خودش در سطح کد استفاده میکند.
 - هر بار که یک Run پیدا میشود و اندازهی آن به minrun و یا بیشتر میرسد، اطلاعات آن روی stack گذاشته میشود.
- اگر بخواهیم ساده نگاه کنیم فرض میکنیم که خود Run روی استک گذاشته می شود اما در واقع فقط آدرس شروع و اندازهی آن روی استک ذخیره می شود تا از تکه تکه کردن آرایه و اشغال فضای بیشتر جلوگیری شود.