



Wrocław
University
of Science
and Technology

Fizyka

semestr zimowy

2020/2021

Grupa B: Piątek, 15:00 - 16:30

Grupa A: Piątek, 16:40 - 18:10

sala wirtualna

– zajęcia online

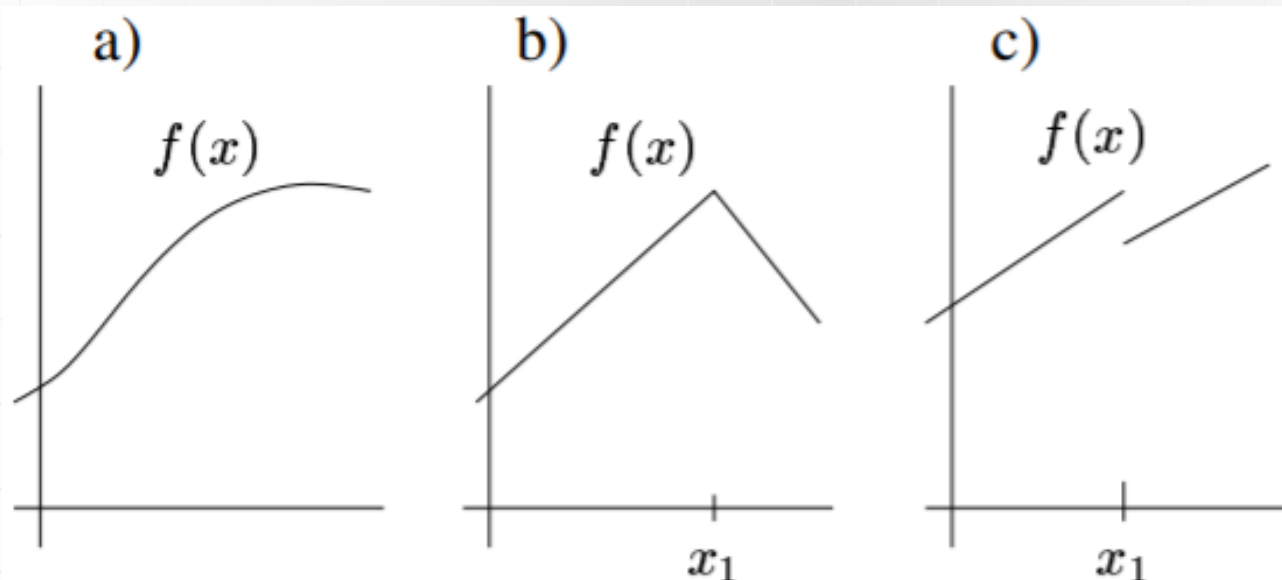
Sylwia Majchrowska

sylwia.majchrowska@pwr.edu.pl

<https://majsylw.netlify.app/teaching/>
pokój 213, budynek L-1



Ciągłość i granica funkcji

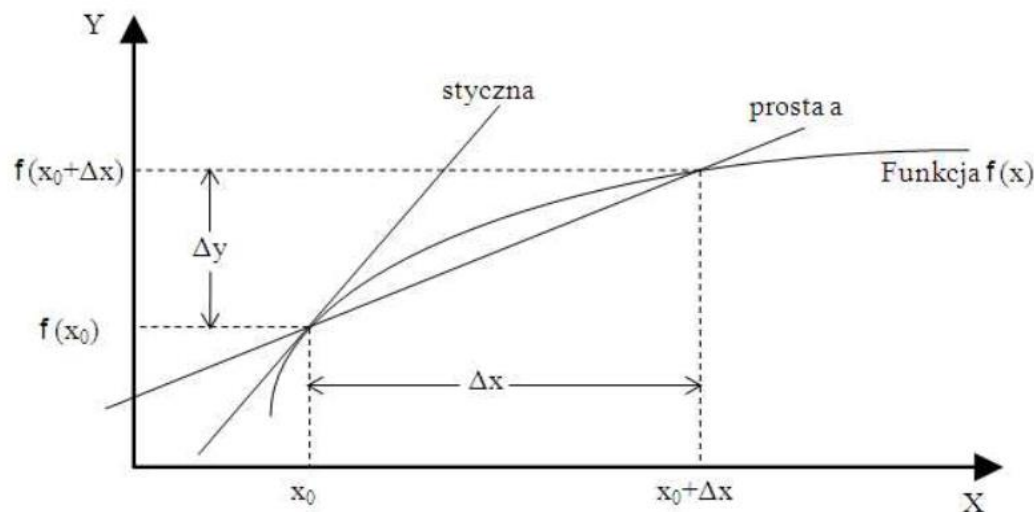


Funkcja jest ciągła w pierwszych dwóch przypadkach, ale i ile w przypadku a) pochodna istnieje w całym zakresie funkcji, to w przypadku b) nie ma pochodnej w x_1 . W przypadku c) funkcja jest nieciągła w x_1 i jej pochodna w tym punkcie nie istnieje.



Pochodne

– prędkość chwilowa



Wyobraźmy sobie, że na wykresie powyżej na osi X mamy czas (t) a na osi Y mamy przemieszczenie (x), wtedy pochodną możemy opisać jako $V = \Delta x / \Delta t$, czyli prędkość (V) jest pochodną przemieszczenia (x) po czasie (t). Pochodna oznacza szybkość zmian, tzn. jeśli ciało porusza się ze stałą prędkością (V) to pochodna po czasie (t) (czyli przyspieszenie (a)) będzie równe zero, lub jeśli przemieszczenie (x) się nie zmienia to pochodna wyniesie zero (prędkość (V)) - dlatego pochodna z liczby to zero. Jeśli samochód zwiększa swoją prędkość jednostajnie (V) to pochodna (przyspieszenie (a)) będzie wartością stałą, jeśli samochód oddala się jednostajnie (S) to pochodna (prędkość (V)) będzie wartością stałą, czyli będzie jechał ze stałą prędkością - dlatego pochodna z funkcji liniowej to liczba (stała).



Pochodne

– definicja

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

lub

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$\Delta x = x - x_0$ przyrost zmiennej niezależnej

$\Delta y = y - y_0$ przyrost zmiennej zależnej

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ iloraz różnicowy

Pochodną funkcji $y = f(x)$ oznaczamy także jako $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_0}$



Pochodne

– przykład 7.1

Oblicz pochodną funkcji $f(x)=x^3$ w punkcie $x_0=2$.

$$f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(2 + \Delta x)^3 - 2^3}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot \Delta x + 3 \cdot 2 \cdot (\Delta x)^2 - 2^3}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{12 \cdot \Delta x + 6 \cdot (\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x \cdot (12 + 6 \cdot \Delta x)}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} 12 + 6 \cdot \Delta x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 12 + 6 \cdot \Delta x = 12$$

Wartość pochodnej funkcji w punkcie $x = 2$ wynosi $f'(2) = 12$



Całka oznaczona oraz nieoznaczona

Całką funkcji $f(x)$ nazywamy taką funkcję $F(x)$, że $F'(x)=f(x)$.

Funkcja $F(x)$, która spełnia powyższy warunek, nazywana jest funkcją pierwotną. Operację całkowania zapisujemy jako:

$$\int f(x)dx=F(x)$$

gdzie symbol dx oznacza, że całkujemy funkcję $f(x)$ po zmiennej x .

Możemy rozróżnić całkę nieoznaczoną oraz całkę oznaczoną,

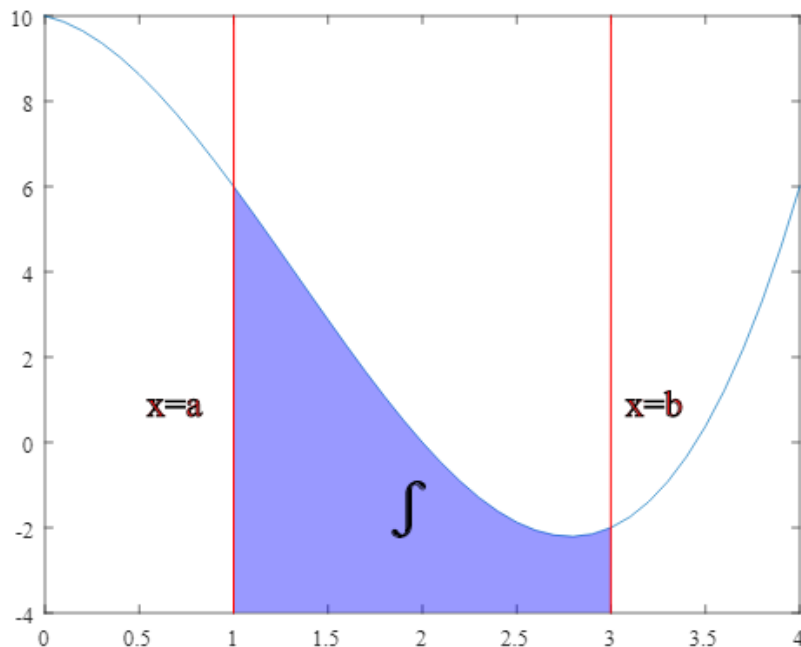
$$\int f(x)dx$$

$$\int_b^a f(x)dx$$



Całka oznaczona - definicja

Całkę oznaczoną intuicyjnie rozumiemy jako pole powierzchni między wykresem funkcji $f(x)$ w pewnym przedziale $[a,b]$, a osią odciętych (wzięte ze znakiem $+$ dla wartości dodatnich funkcji, wzięte ze znakiem $-$ dla ujemnych wartości funkcji).





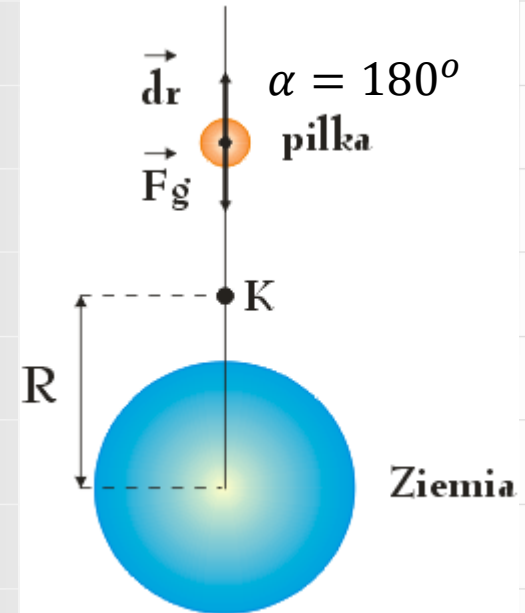
Grawitacyjna energia potencjalna

– wyprowadzenie wzoru

$$E_p = -G \frac{mM}{r}$$

$$W = \int_r^\infty \vec{F}_g(r) \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty F_g(r) dr \cos \alpha$$

$\cos 180^\circ = -1$



$$W = - \int_r^\infty G \frac{mM}{r^2} dr = - \left[G \frac{mM}{r} \right]_r^\infty = - \left[G \frac{mM}{r} - 0 \right] = -G \frac{mM}{r}$$



Kolokwium śródsemestralne

- wytyczne

1. W trakcie rozwiązywania kolokwium możecie:
 - **Korzystać z własnych notatek (1 kartka A4) - własnoręczne**
 - **Korzystać tablicy wzorów i stałych (1 strona A4) - własnoręczne**
 - **Korzystać z kalkulatorów (ale nie telefonów)**
 - **Korzystać ze słowników – elektronicznych i/lub papierowych**
2. Odbędzie się w trakcie zajęć 20.11.20r. przez ostatnie 45 minut za pośrednictwem formularzy googla.
3. Będzie się składać z:
 - a) 4 zadań quizowych: wielokrotny wybór, autouzupełnianie itp.
 - b) 2 zadań obliczeniowych – jedno zdjęcie do przesłania na zadanie!
4. Do rozwiązania zadań dołącz:
 1. Rysunek – szkic sytuacji przedstawionej w zadaniu lub wykres wraz z danymi z zadania.
 2. Obliczenia – razem z przekształceniami wzorów, jeśli jest to konieczne.
 3. Wnioski sformułowane na podstawie dokonanej analizy.

[illegible]