



Wrocław
University
of Science
and Technology

Fizyka

semestr zimowy

2020/2021

Grupa B: Piątek, 15:00 - 16:30

Grupa A: Piątek, 16:40 - 18:10

sala wirtualna

– zajęcia online

Sylwia Majchrowska

sylwia.majchrowska@pwr.edu.pl

<https://majsylw.netlify.app/teaching/>
pokój 213, budynek L-1



Praca domowa 3 (H3)

- najczęstsze problemy

Zadanie 4

- Zadanie z kołem fortuny i królikiem – w którą stronę kręcimy kołem?

Praca domowa 4 (H4)

- najczęstsze problemy

Zadanie 1

- W zadaniu podana była średnica nie promień!

Zadanie 4

- Przesuwanie osi obrotu zawsze wiąże się ze stosowaniem twierdzenia Steinera.



Prawo powszechnego ciężenia

Dlaczego planety krążą dookoła Słońca? Arystoteles i Kopernik uważali, że jest to ruch naturalny. Kepler i Kartezjusz sądzili, że musi to być spowodowane jakimś czynnikiem, ale ich teorie były bardzo dalekie od obecnego poglądu na tę sprawę. Pierwszym uczonym, który zwrócił uwagę, że planety muszą być przyciągane przez ciało centralne, był Robert Hooke. Jednak dopiero Isaac Newton zbudował aparat matematyczny pozwalający na określenie zależności siły przyciągającej obiekty od odległości między nimi.





Siła grawitacji

Siła grawitacji to oddziaływanie ciała posiadającego masę na inne ciało obdarzone masą. Siła grawitacji jest siłą przyciągającą.



Jeśli dwa ciała o masach m_1 i m_2 są oddalone od siebie o odległość r , to wartość siły grawitacji obliczamy ze wzoru:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

gdzie G to stała grawitacji równa $6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 \text{kg}^{-2}$.

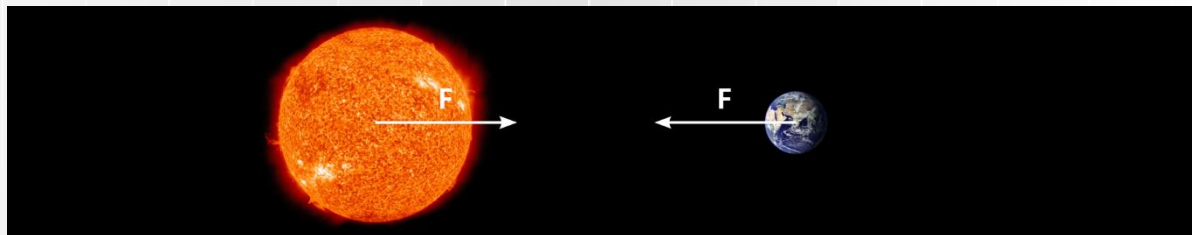


Przykład 4.1

Przyciąganie grawitacyjne Ziemi i Słońca

Oblicz wartość siły przyciągania grawitacyjnego Ziemi przez Słońce, wiedząc, że:

- Masa Ziemi to $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$
- Masa Słońca to $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
- Odległość między ciałami niebieskimi to $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$



$$F = \frac{GM_z M_s}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{5.98 \times 10^{24} \times 1.99 \times 10^{30}}{1.5 \times 10^{11}} = 3.53 \times 10^{22} \text{ N}$$

Wartość siły przyciągania grawitacyjnego Ziemi przez Słońce wynosi $3,53 \cdot 10^{22} \text{ N}$. Jest ona równa wartości siły, jaką Ziemia przyciąga Słońce.



Przykład 4.2

Przyciąganie grawitacyjne ciał

Astronauta wraz ze skafandrem przyciągany jest na powierzchni Ziemi siłą o wartości 1000 N. Na powierzchni planety o masie **2 razy większej** od masy Ziemi, o tym samym promieniu będzie przyciągany z siłą dwukrotnie większą czyli siłą o wartości **2000N**. Na planecie o promieniu większym 2 razy od promienia Ziemi i tej samej masy co masa Ziemi byłby przyciągany z siłą **czterokrotnie mniejszą** czyli o wartości **250N**.

1. Odważnik o masie 1kg na pewnej planecie jest przyciągany siłą o wartości 2.5 N, zatem sonda o masie 200kg będzie przyciągana siłą o wartości 500N. **PRAWDA**
2. Gdybyś znalazł się w odległości równej trzem promieniom Ziemi od jej powierzchni to siła grawitacji działająca na Ciebie byłaby dziewięciokrotnie mniejsza. **FALSZ**



Ciężar ciała

Przypomnijmy, że przyspieszenie swobodnie spadających ciał przy powierzchni Ziemi wynosi około $g=9,8\text{m/s}^2$. Siła, która jest źródłem tego przyspieszenia, nazywana jest siłą ciężkości lub potocznie ciężarem ciała. Na podstawie drugiej zasady dynamiki Newtona ma ona wartość mg . Siła ta występuje niezależnie od tego, czy ciało spada swobodnie, czy nie. To teraz możemy podstawić:

$$F = G \frac{m \cdot M_Z}{R_Z^2} = mg$$
$$g = G \frac{M_Z}{R_Z^2}$$

Równanie to tłumaczy, dlaczego wszystkie ciała spadają na Ziemię z tym samym przyspieszeniem, niezależnie od ich masy. Zignorowaliśmy fakt, że także Ziemia uzyskuje pewne przyspieszenie w kierunku spadającego na nią ciała, jednak uproszczenie to jest poprawne, jeśli tylko masa ciała jest zaniedbywalna w porównaniu z masą Ziemi.



Przykład 4.3

Masa Ziemi i Księżyca

Czy zastanawiałeś się kiedykolwiek, w jaki sposób wyznaczono masę Ziemi? Na pewno nie można jej po prostu położyć na wadze. Wartość przyspieszenia ziemskiego g oraz promień Ziemi zostały zmierzone dość precyzyjnie wieki temu.

a) Korzystając ze znanych wartości g , R_Z wyznacz masę Ziemi.

b) Określ wartość przyspieszenia grawitacyjnego g na Księżycu.

Skorzystaj ze znanej długości promienia Księżyca równej 1700 km i załóż, że Księżyc ma taką samą średnią gęstość jak Ziemia, wynoszącą 5500 kg/m^3 .

$$\text{a) } M_Z = \frac{g R_Z^2}{G} = \frac{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * (6.37 * 10^6)^2}{6.67 * 10^{-11}} = 5.94 * 10^{24}$$

$$\text{b) } \frac{M_K}{M_Z} = \frac{R_K^3}{R_Z^3} \rightarrow M_K = \frac{(1.7 * 10^6)^3}{(6.73 * 10^6)^3} * 5.95 * 10^{24} = 1.1 * 10^{23} \text{ kg}$$

$$g_K = G \frac{M_K}{R_K^2} = 6.67 * 10^{-11} * \frac{1.1 * 10^{23}}{1.7 * 10^6} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Ciężar pozorny ciała

Ponieważ wszystkie ciała na powierzchni Ziemi poruszają się po okręgu z okresem wynoszącym 24 godziny, to musi istnieć wypadkowa siła dośrodkowa, działająca na każde z nich skierowana w kierunku środka tego okręgu. O sile dośrodkowej, a nie odśrodkowej, mówimy tylko wtedy, gdy obserwator zewnętrzny, nie znajdujący się na Ziemi, stwierdza, że tą siłą dośrodkową jest w istocie realna siła grawitacji. O sile i przyspieszeniu odśrodkowym może mówić obserwator znajdujący się na Ziemi, czyli odczuwający siłę odśrodkową bezwładności.

$$\sum F = F_S - mg = ma_d,$$

$$\text{gdzie } a_d = -\frac{v^2}{r}$$

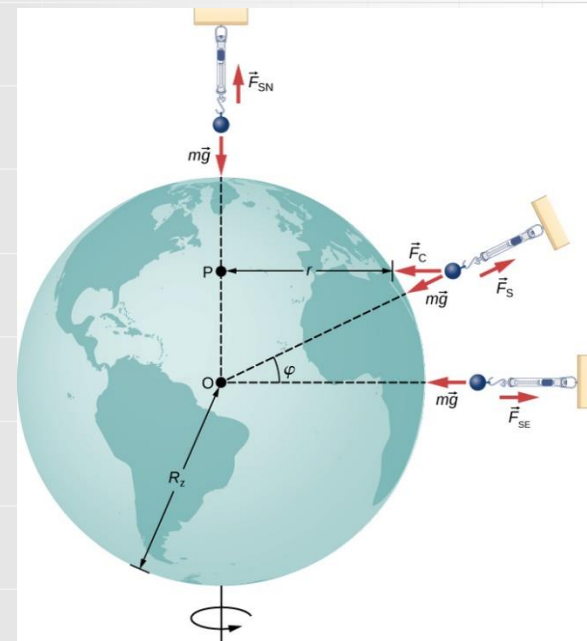
$$F_S = m(g - R_Z \omega^2)$$

$$v = r\omega \text{ i } a_d = -r\omega^2$$

$$\text{więc } \omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 * 3600s} = 7.27 * 10^{-5} \frac{\text{rad}}{s}$$

i stąd

$$a_d = -0.0377 \frac{m}{s^2} \text{ (jest to niewielka wielkość w porównaniu do } g \text{)}$$





Przykład 4.4

Zerowy ciężar pozorny

Jak szybko Ziemia musiałaby się kręcić, aby wartość pozornej siły ciężkości działającej na ciała na równiku ($r = 6.37 \cdot 10^6$) była równa zero? Jak długo trwałby wówczas dzień?

$$\sum F = F_s - mg = ma_d$$

Zakładamy, że wartość ciężaru pozornego $F_s = 0$

$$a_d = \frac{v^2}{r} = g, \text{ więc na równiku } v = \sqrt{gr} = \sqrt{9.81 \frac{m}{s^2} * 6.37 * 10^6 m} = 7.91 * 10^3 \frac{m}{s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 * 3.14 * 6.37 * 10^6 m}{7.91 * 10^3 \frac{m}{s}} = 5.06 * 10^3 s = 84 \text{ min}$$



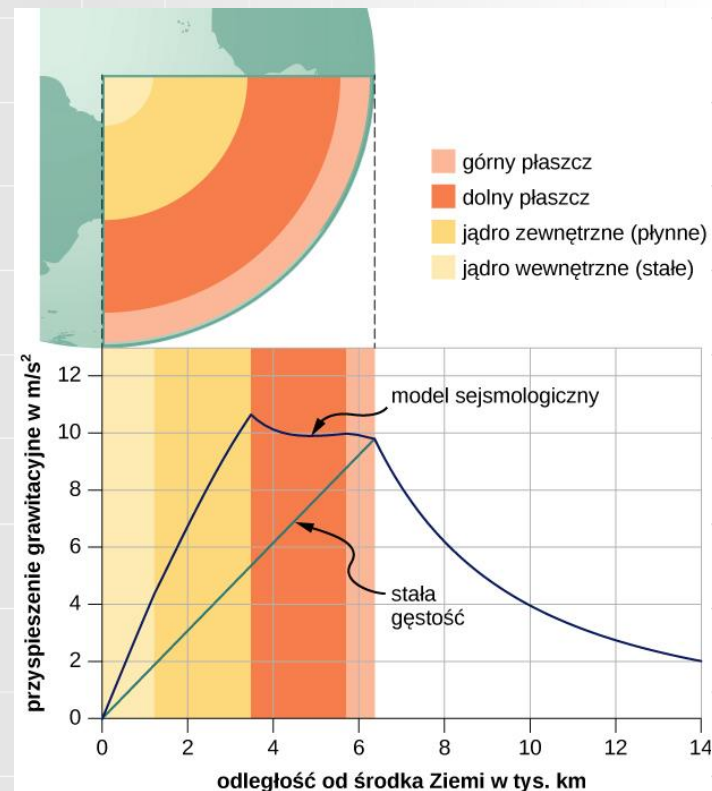
Przyspieszenie grawitacyjne

- w różnej odległości od środka Ziemi

Prawo powszechnego ciążenia ma zastosowanie do sferycznie symetrycznych ciał, gdzie można przyjąć, że cała masa takiego ciała zlokalizowana jest w jego środku. Jednak gdy jesteśmy wewnątrz planety, aby wyznaczyć wartość przyspieszenia grawitacyjnego danym miejscu musimy faktycznie wyznaczyć masę obiektu dla danego promienia, czyli

$$g = G \frac{M}{R_Z^2} = G \frac{\rho \frac{4}{3} \pi r^3}{r^2} = \frac{4}{3} G \rho \pi r$$

Wartość przyspieszenia grawitacyjnego g , i w związku z tym także twój ciężar, malałyby liniowo w miarę zbliżania się do środka dziury wydrążonej w kulistej planecie. Po dotarciu do jej środka byłbyś nieważki, ponieważ masa planety przyciągała by cię jednakowo we wszystkich kierunkach ku jej powierzchni.





Grawitacyjna energia potencjalna

- ponad powierzchnią Ziemi

Zmiana grawitacyjnej energii potencjalnej przy powierzchni Ziemi wynosi $E_p = mgh$ (wartość g nie zmienia się znacznie między punktami).

Aby przenieść ciało znacznie ponad powierzchnię Ziemi musimy użyć energii równą

$$\Delta U = GM_Z m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

stąd energia potencjalna pola grawitacyjnego w punkcie r wyniesie

$$U = - \frac{GM_Z m}{r}$$

Energia potencjalna oddziaływania między dwoma ciałami jest równa zero, dopiero gdy ciała te znajdują się w nieskończonej odległości od siebie.

Przykład: Ile energii trzeba zużyć, aby wynieść statek kosmiczny o masie 9000 kg z powierzchni Ziemi na wysokość 400 km, by mógł on dostarczyć niezbędne wyposażenie na Międzynarodową Stację Kosmiczną?

$$\begin{aligned} \Delta U &= GM_Z m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 6.67 * 10^{-11} * 5.96 * 10^{24} * 9000 * \left(\frac{1}{6.37 * 10^6 + 400000} - \frac{1}{6.37 * 10^6} \right) = \\ &= 3.32 * 10^{10} J \end{aligned}$$



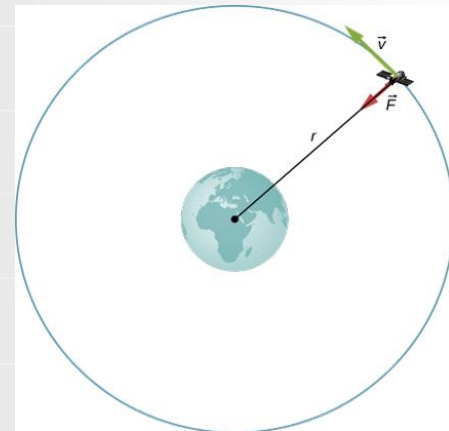
Prędkości kosmiczne

Prędkość ucieczki (ang. escape velocity) lub inaczej druga prędkość kosmiczna jest definiowana jako minimalna prędkość początkowa ciała, jaka jest potrzebna, by przestało ono oddziaływać grawitacyjnie z daną planetą (lub jakimkolwiek innym ciałem, np. Księżycem), czyli by uciekło z jej powierzchni i nigdy nie powróciło.

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Prędkość orbitalna (ang. orbital speed) lub inaczej pierwsza prędkość kosmiczna to prędkość satelity na orbicie kołowej; termin ten może być również użyty do określenia chwilowej prędkości satelity poruszającego się po nie kołowej orbicie, na której jego prędkość nie jest stała.

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$





Przykład 4.5

Prędkości kosmiczne

Wyznacz prędkość orbitalną i okres obiegu Ziemi dla Międzynarodowej Stacji Kosmicznej orbitującej na wysokości 400km nad powierzchnią Ziemi ($R_Z = 6.37 \cdot 10^6 \text{m}$ oraz $M_Z = 5.96 \cdot 10^{34} \text{kg}$)

$$v_I = \sqrt{\frac{GM_Z}{R_Z}} = \sqrt{\frac{5.96 \cdot 10^{34} * 6.67 \cdot 10^{-11}}{6.37 \cdot 10^6 + 400000}} = 7.67 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

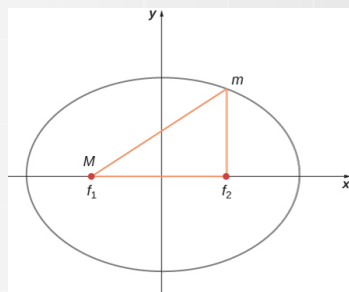
$$v_I = \frac{2\pi R_Z}{T_Z} \rightarrow T_Z = 2\pi \sqrt{\frac{R_Z^3}{GM_Z}} = 5.55 \cdot 10^3 \text{ s} = 90 \text{ min}$$



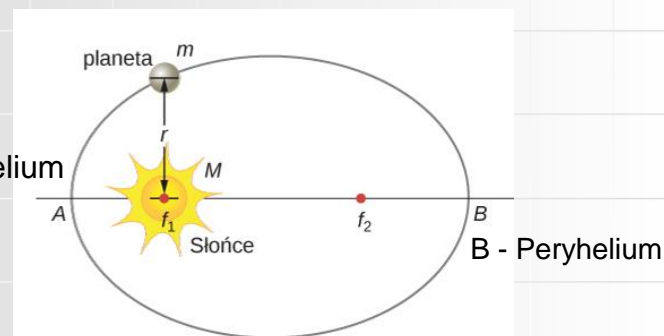
Prawa Keplera

Pierwsze Prawo Keplera (ang. Kepler's First Law) mówi, że każda planeta krąży po orbicie eliptycznej, ze Słońcem w jednym z ognisk tej elipsy.

Elipsa jest krzywą, którą tworzy zbiór wszystkich punktów płaszczyzny, dla których suma odległości od jej ognisk (f_1 i f_2) jest stała.

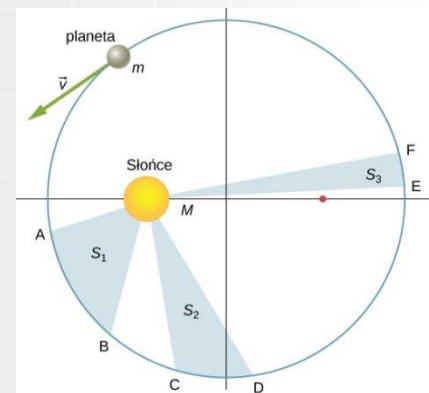


A - Aphelium



Drugie Prawo Keplera (ang. Kepler's Second Law) mówi, że prędkość polowa planety (ang. areal velocity) na orbicie jest stała - linia łącząca Słońce i planetę zakreśla równe pola w równych odstępach czasu.

Z drugiego prawa Keplera wynika, że planety (lub naturalne satelity) powinny poruszać się szybko w pobliżu Słońca (gdy promień jest najkrótszy) i coraz wolniej w miarę oddalania się od Słońca (gdy r rośnie). Dobrym przykładem jest kometa Halleya, która obiega Słońce w ciągu 76 lat, z czego tylko 1 rok spędza w pobliżu Słońca (jest wtedy niewidoczna z Ziemi).



Trzecie Prawo Keplera (ang. Kepler's Third Law) mówi, że kwadrat okresu obiegu planety jest proporcjonalny do sześcianu wielkiej półosi jej orbity (półoś wielka jest połową najdłuższej cięciwy elipsy).

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{const.}$$



Przykład 4.6

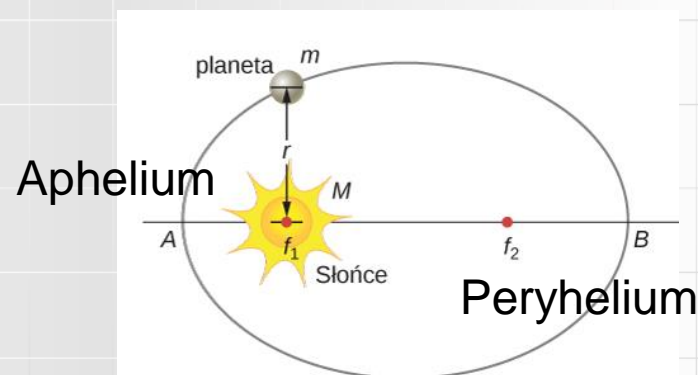
Kometa Halleya

Oblicz długość półosi wielkiej orbity komety Halleya, wiedząc, że przybywa ona w peryhelium swojej orbity co 75,3 lat. Jeśli odległość peryhelium od Słońca wynosi 0,586 j.a. (jednostka astronomiczna $1 \text{ j.a.} = 1.50 \cdot 10^{11} \text{ m}$), jaka jest odległość aphelium od Słońca ($M_S = 2.0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$)?

$$\text{długość półosi wielkiej } a = \left(\frac{GM}{4\pi^2} T^2 \right)^{\frac{1}{3}} = 2.67 * 10^{12} \text{ m}$$

$$a = \frac{1}{2} (\text{aphelium} + \text{peryhelium}) \rightarrow \text{aphelium} = 2a - \text{peryhelium} = 35 \text{ j.a.}$$

Dla każdej elipsy, długość jej półosi wielkiej jest zdefiniowana jako połowa odległości położenia ciała w peryhelium i aphelium.





Słowniczek

siła grawitacji

– oddziaływanie ciała posiadającego masę na inne ciało obdarzone masą. Siła grawitacji jest siłą przyciągającą.

uniwersalna stała grawitacji (ang. universal gravitational constant)

– stała reprezentująca wielkość oddziaływania grawitacyjnego, której wartość uważana jest za niezmienną w całym Wszechświecie

aphelium

– punkt na orbicie położony najdalej od Słońca; analogiczny termin określający najdalszy punkt orbity Księżyca od Ziemi to apogeum

ciężar pozorny

– ciężar ciała z uwzględnieniem nieinercjalności układu odniesienia

czarna dziura

– ciało o wystarczająco dużej gęstości masy, aby zapadło się, tworząc osobliwość otoczoną horyzontem zdarzeń

czasoprzestrzeń

– pojęcie czasoprzestrzeni polega na tym, że czas jest kolejną współrzędną, która jest traktowana w taki sam sposób, jak każda współrzędna przestrzenna; w równaniach, które opisują zarówno szczególną, jak i ogólną teorię względności czas pojawia się w tym samym kontekście, co współrzędne przestrzenne



Słowniczek

pierwsze prawo Keplera

- prawo które mówi, że każda planeta porusza się po orbicie eliptycznej, a Słońce znajduje się w jednym z ognisk tej elipsy

drugie prawo Keplera

- prawo, które mówi, że planeta zakreśla pola o równej powierzchni w równych odstępach czasu, co oznacza, że ma ona stałą prędkość polową

gwiazda neutronowa (ang. neutron star)

- najgęstszy znany obiekt – poza czarną dziurą

okres orbitalny (ang. orbital period)

- czas potrzebny na wykonanie przez satelitę jednego obiegu po orbicie

peryhelium (ang. perihelion)

- punkt na orbicie położony najbliżej Słońca; analogiczny termin określający najbliższy punkt orbity Księżyca względem Ziemi to perygeum

pole grawitacyjne (ang. gravitational field)

- pole wektorowe, które otacza masę wytwarzająca to pole; pole jest reprezentowane przez linie pola, kierunek siły grawitacji jest styczny do linii pola, a wielkość (lub siła pola) jest odwrotnie proporcjonalna do odległości między liniami pola; inne ciała reagują na przyspieszenie wytwarzane przez to pole



Słowniczek

prawo powszechnego ciążenia (ang. Newton's law of gravitation)

– każde dwa ciała przyciągają się siłą proporcjonalną do iloczynu ich mas i odwrotnie proporcjonalną do kwadratu odległości pomiędzy nimi, wzdłuż prostej łączącej środki ich mas

prędkość orbitalna (ang. orbital speed)

– prędkość satelity na orbicie kołowej; termin ten może być również użyty do określenia chwilowej prędkości satelity poruszającego się po nie kołowej orbicie, na której jego prędkość nie jest stała

prędkość ucieczki (ang. escape velocity)

– lub druga prędkość kosmiczna to prędkość początkowa, jaką musi posiadać ciało, aby uciec spod wpływu przyciągania grawitacyjnego innego ciała; dokładniej jest ona zdefiniowana jako prędkość ciała o całkowitej energii mechanicznej równej zero

trzecie prawo Keplera (ang. Kepler's third law)

– prawo które mówi, że kwadrat okresu obiegu orbity przez planetę jest proporcjonalny do sześciangu długości półosi wielkiej orbity eliptycznej tej planety



Praca domowa

- wytyczne

1. Format: plik pdf lub skan/zdjęcie (upewnij się, że Twoje pismo jest czytelne!)
2. Czytaj uważnie polecenia i wykonuj zawarte w nich zadania.
3. Pamiętaj aby **podpisać** swoją pracę.
4. Do rozwiązania dołącz:
 1. Rysunek – szkic sytuacji przedstawionej w zadaniu lub wykres wraz z danymi z zadania.
 2. Obliczenia – razem z przekształceniami wzorów, jeśli jest to konieczne.
 3. Wnioski sformułowane na podstawie dokonanej analizy.
5. Pamiętaj aby przesłać rozwiązania w terminie na adres email prowadzącej.



Kolokwium śródsemestralne

- wytyczne

1. W trakcie rozwiązywania kolokwium możecie:
 - **Korzystać z własnych notatek (1 kartka A4) - własnoręczne**
 - **Korzystać tablicy wzorów i stałych (1 strona A4) - własnoręczne**
 - **Korzystać z kalkulatorów (ale nie telefonów)**
 - **Korzystać ze słowników – elektronicznych i/lub papierowych**
2. Odbędzie się w trakcie zajęć 20.11.20r. przez ostatnie 45 minut za pośrednictwem formularzy googla.
3. Będzie się składać z:
 - a) 4 zadań quizowych: wielokrotny wybór, autouzupełnianie itp.
 - b) 2 zadań obliczeniowych – jedno zdjęcie do przesłania na zadanie!
4. Do rozwiązania zadań dołącz:
 1. Rysunek – szkic sytuacji przedstawionej w zadaniu lub wykres wraz z danymi z zadania.
 2. Obliczenia – razem z przekształceniami wzorów, jeśli jest to konieczne.
 3. Wnioski sformułowane na podstawie dokonanej analizy.



Wrocław
University
of Science
and Technology

Terminy

	PAŹDZIERNIK					LISTOPAD					GRUDZIEŃ				STYCZEŃ				LUTY			
PN	28	5	12	19	26	2	9	16	23	30	7	14	21	28	4	11	18	25	1 Pn N	8	15	22
WT	29	6	13	20	27	3	10	17	24	1	8	15	22 Śr P	29	5	12	19	26	2	9	16	23
ŚR	30	7	14	21	28	4	11	18	25	2	9	16	23	30	6	13	20	27	3	10	17	24
CZ	1	8	15	22	29	5	12	19	26	3	10	17	24	31	7	14	21	28	4	11	18	25
PT	2 Pn	9 Wt P	16 H1	23 H2	30 H3	6 H4	13 H5 Śr P	20 TEST	27	4 H6	11 H7	18 H8	25	1	8 H9	15 H10	22 Egzamin	29	5	12	19	26
SO	3	10	17	24	31	7	14	21	28	5	12	19	26	2	9	16	23	30	6	13	20	27
N	4	11	18	25	1	8	15	22	29	6	13	20	27	3	10	17	24	31	7	14	21	28
P - PARZYSTY N - NIEPARZYSTY	P	N	P	N	P	N	P	N	P	N	P	N	P	N	P	N	P	N	P	N	P	N

H5: 20.11.20 godz. 12:00

Email: sylvia.majchrowska@pwr.edu.pl