Praca domowa 7

Fizyka, semestr zimowy 2020/21

1) **(2.5p.)** Po upływie jakiego czasu od chwili początkowej cząstka wykonująca drgania harmoniczne przemieści się na odległość równą połowie amplitudy? Faza początkowa drgań φ = 0, okres T = 6 s.

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$x(t) = \frac{A}{2} = A\cos(\omega t + \varphi)$ (szukamy kiedy wychylenie po raz pierwszy osiągnie połowę amplitudy)

$$\frac{1}{2} = \cos(\omega t + \varphi)$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ *i stąd dla T = 6 mamy:*

$$\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{6}t + 0\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) \rightarrow \frac{\pi}{3} = 60^o \text{ więc ostatecznie}$$

$$\frac{1}{2} = \cos(30^o * t) \rightarrow dla\ t = 1s\ będzie\ osiągnięte\ najszybciej$$

2) **(2.5p.)** Oblicz energię potencjalną ciała drgającego ruchem harmonicznym dla czasu $t = T/2$ od chwili rozpoczęcia ruchu, jeżeli amplituda A = 0,5 m, częstotliwość f = 10 Hz, początkowa faza drgań φ = 0, a masa drgającego ciała m = 0.01 kg.

$$E_{ps}(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\big(A\cos(\omega t + \varphi)\big)^2 \quad i\ \omega = 2\pi f\ oraz\ k = m\omega^2 = 4\pi^2 f^2 m$$

$$E_{ps}(t) = \frac{1}{2} * 4\pi^2 f^2 m * A^2 \cos^2(2\pi f t + \varphi) = 2\pi^2 f^2 m A^2 \cos^2\left(2\pi f * \frac{T}{2} + 0\right)$$

$$= 2\pi^2 f^2 m A^2 \cos^2\left(2\pi f * \frac{1}{2f}\right) = 2\pi^2 f^2 m A^2 \cos^2(\pi) = 2\pi^2 f^2 m A^2$$

$$E_{ps}\left(\frac{T}{2}\right) = 2 * 3.14^2 * 10^2 * 0.01 * 0.5^2 = 4.9J$$

3) **(1p.)** Pewna cząstka drga ruchem harmonicznym z okresem 10^{-4} s i maksymalną prędkością 10^2 m/s. Oblicz częstość kołową oraz maksymalne przemieszczenie i przyspieszenie cząstki.

Zgodnie z teorią zależność prędkości V(t) oraz przyspieszenia a(t) ciała w ruchu harmonicznym opisują poniższe równania:

$$V(t) = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$
$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$$

Pierwsze człony przy powyższych równaniach wyrażają amplitudy, a więc wartości maksymalne i stąd:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 * 3.14}{10^{-4}} = 6.28 * 10^4 \frac{rad}{s}$$

$$V_{max} = A\omega \rightarrow A = \frac{V_{max}}{\omega} = \frac{100\frac{m}{s}}{6.28 * 10^4 \frac{rad}{s}} = 0.16 * 10^{-2} m = 1.6mm$$

$$a_{max} = \omega^2 A = \left(6.28 * 10^4 \frac{rad}{s}\right)^2 * 0.16 * 10^{-2} m = 6.3 * 10^6 \frac{m}{s^2}$$

4) **(3p.)** Oblicz z jakim przyspieszeniem winda opadała w dół, jeżeli okres drgań wahadła matematycznego zwiększył się o 1/2 w porównaniu z okresem wahadła mierzonego w nieruchomej windzie.

Częstotliwość (a więc również i okres) drgań wahadła matematycznego zmienia się wraz z wartością przyspieszenia i kierunkiem ruchu windy, wewnątrz której znajduje się takie wahadło. Gdy wahadło znajduje się w nieruchomej windzie, okres T_0 jego drgań dany jest $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, a gdy winda opada w dół wyniesie on $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$.

Dodatkowo wiemy, że $T_1 = T_0 + \frac{T_0}{2} = \frac{3}{2}T_0$, co daje nam

$$\frac{3}{2}T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$$

$$\frac{3}{2} * 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$$

$$\sqrt{\frac{9l}{4g}} = \sqrt{\frac{l}{g-a}} \rightarrow \frac{9l}{4g} = \frac{l}{g-a} \rightarrow \frac{4}{9}g = g - a \rightarrow a = \frac{5}{9}g$$

$$a = \frac{5}{9} * 9.81\frac{m}{s^2} = 5.5\frac{m}{s^2}$$

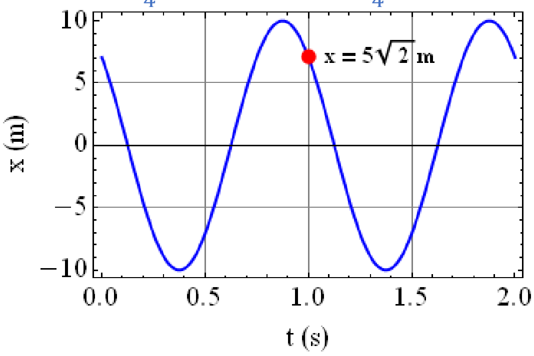
5) **(1p.)** Ciało drga ruchem harmonicznym opisanym poniższym wzorem:

$$x(t) = 10m * cos\left[\left(2\pi\frac{rad}{s}\right)t + \frac{\pi}{4}rad\right]$$

Wyznacz przemieszczenie i fazę ruchu dla czasu t = 1 s.

$$x(1) = 10m * cos\left[\left(2\pi\frac{rad}{s}\right) * 1 + \frac{\pi}{4}rad\right] = 10m * cos\left(\frac{9}{4}\pi rad\right) = 5\sqrt{2}m = 7.07m$$

Faza początkowa ruchu wyniesie $\frac{\pi}{4}rad$, a dla t=1s $\frac{9}{4}\pi rad$



Sylwia Majchrowska
4.12.2020r.