

# Praca domowa 5

## Fizyka, semestr zimowy 2020/21

- 1) **(2p.)** Wyznacz przyspieszenie naszej galaktyki, Drogi Mlecznej, wynikające z obecności najbliższej nam galaktyki o podobnych rozmiarach, galaktyki Andromedy. Przybliżona masa każdej z galaktyk wynosi 800 miliardów mas Słońca ( $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ), a odległość między nimi wynosi 2,5 miliona lat świetlnych. Każda z tych galaktyk ma średnicę wynoszącą w przybliżeniu 100 000 lat świetlnych (1 rok świetlny =  $9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$ ).

$d = l + 2r \rightarrow$  odległość między galaktykami i ich promienie

$$F_{12} = \frac{Gm_1m_2}{d^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{(8 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{30})^2}{(2,5 \cdot 10^6 \cdot 9,5 \cdot 10^{15} + 10^5 \cdot 9,5 \cdot 10^{15})^2} = 2,8 \cdot 10^{29} \text{ N}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2,8 \cdot 10^{29}}{800 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{30}} = 1,75 \cdot 10^{-13} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Odp. Przyspieszenie Drogi Mlecznej jest równe  $1,75 \cdot 10^{-13} \text{ m/s}^2$ .

- 2) **(1.5p.)** Ile wynosi wartość  $g$  na wysokości 400 km ponad powierzchnią Ziemi ( $M_Z = 5,96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $R_Z = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ), na której orbituje Międzynarodowa Stacja Kosmiczna?

$$g = \frac{GM_Z}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,96 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6 + 400000)^2} = 8,67 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Odp. Wartość przyspieszenia  $g$  na wysokości 400 km nad powierzchnią Ziemi wynosi  $8,67 \text{ m/s}^2$ .

- 3) **(3.5p.)** Statek kosmiczny o masie 50 t po wyłączeniu silników przeleciał w pobliżu Marsa. W pewnej chwili  $t_0$  statek przelatywał na wysokości 500 km nad powierzchnią planety. Masa Marsa wynosi  $6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ , a jego promień  $3,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ .
- Oblicz wartość przyspieszenia swobodnego spadku na powierzchni Marsa.
  - Oblicz prędkość ucieczki statku (minimalną prędkość początkową, jaką statek musiałby uzyskać na podanej wysokości 500 km, aby oddalić się z wyłączonymi silnikami na dowolnie dużą odległość od Marsa).
  - Oblicz prędkość ruchu statku po orbicie kołowej na tej wysokości. Jeśli początkowa prędkość statku miała wartość  $v_0 = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$  i była skierowana poziomo (prostopadle do prostej poprowadzonej do środka Marsa), to czy w miarę upływu czasu ( $t > t_0$ ) odległość statku od planety będzie: pozostawała stała, malała, stale rosła, czy rosła, a potem malała? Wybierz właściwą spośród czterech powyższych możliwości i uzasadnij swój wybór.

Dane:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

$$r = R_M + h$$

$$h = 500 \text{ km} = 5 \cdot 10^5 \text{ m}$$

Obliczenia:

$$F = G \frac{Mm}{R_M^2} = mg \rightarrow g = \frac{GM}{R_M^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{(3,4 \cdot 10^6)^2} = 3,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R_M + h}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6.4 \cdot 10^{23}}{3.4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5}} = 3308.41 \frac{m}{s}$$

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R_M + h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6.4 \cdot 10^{23}}{3.4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5}} = 4678.81 \frac{m}{s}$$

Odp. Przyspieszenie swobodnego spadku na powierzchni Marsa wyniesie  $3.7 \frac{m}{s^2}$ .  
Prędkość ucieczki statku wyniesie  $4678.81 \frac{m}{s}$ , a jego prędkość orbitalna  $3308.41 \frac{m}{s}$ .  
 $v_I < v_0 = 4 \cdot 10^3 < v_{II}$  więc statek początkowo będzie się oddalał, a następnie wróci do punktu początkowego na orbicie eliptycznej.

4) (3p.) W tabeli zamieszczono dane dotyczące planet Układu Słonecznego.

Planeta	Masa [ $\cdot 10^{24}$ kg]	Pomień [ $\cdot 10^3$ m]	Długość doby	Długość roku [lata ziemskie]	Odległość od Słońca [ $\cdot 10^9$ m]
Merkury	0.33	2437	58 dni (7)	0.24	57.9
Wenus	4.87	6052	243 dni (8)	0.62	108.2
Ziemia	5.97	6378	24 h (5)	1	149.6
Mars	0.64	3397	24.5 h (6)	1.88	227.9
Jowisz	1899.00	71398	10 h (1)	11.86	778.3
Saturn	568.00	60330	10.5 h (2)	29.46	1427
Uran	86.80	25559	17 h (4)	84.01	2871
Neptun	102.00	24767	16 h (3)	164.79	4499

- Oblicz wartość przyspieszenia grawitacyjnego na Wenus.
- Uszereguj planety względem szybkości obrotu wokół własnej osi planety od najszybszej do najwolniejszej.  
 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , więc im dłuższa doba tym mniejsza prędkość kątowa →  
odpowiedzi w tabeli
- Na podstawie danych dla dwóch wybranych planet sprawdź słuszność III prawa Keplera.

$$a) g = \frac{GM}{R_M^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 4.87 \cdot 10^{24}}{(6052 \cdot 10^3)^2} = 8.87 \frac{m}{s^2}$$

$$c) \text{III Prawo Keplera } \frac{T^2}{R^3} = \text{const.}$$

$$\text{dla Ziemi: } \frac{T_Z^2}{R_Z^3} = \frac{1}{149.6^3 \cdot 10^{27}} = 2.9868 \cdot 10^{-34} \frac{y^2}{m^3}$$

$$\text{dla Marsa: } \frac{T_M^2}{R_M^3} = \frac{1.88^2}{227.9^3 \cdot 10^{27}} = 2.9860 \cdot 10^{-34} \frac{y^2}{m^3}, \text{ co dowodzi prawdziwości}$$

III Prawa Keplera.

Sylwia Majchrowska  
6.10.2020r.