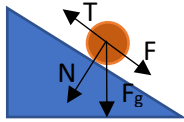


Praca domowa 4

Fizyka, semestr zimowy 2020/21

- 1) **(3p.)** Z równi pochyłej o kącie nachylenia 30° i wysokości 10 cm stacza się bez poślizgu kula o średnicy 8cm. Oblicz częstotliwość obrotów uzyskaną u podnóża równi.



Dane:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$h = 0.1 \text{ m}$$

$$R = 0.04 \text{ m}$$

$$f = ?$$

Obliczenia:

$$I = \frac{2}{5}mR^2$$

$$v = v_0 + at = at$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf \rightarrow f = \frac{v}{2\pi R} = \frac{at}{2\pi R}$$

$$F - T = ma$$

$$F = mg \sin \alpha$$

$$M = \epsilon I = TR \rightarrow T = \frac{\epsilon I}{R} = \frac{\frac{2}{5}mR^2 a}{R} = \frac{2}{5}ma$$

$$mg \sin 30^\circ - \frac{2}{5}ma = ma$$

$$a = \frac{5}{14}g = 5 * \frac{9.81}{14} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t = \sqrt{\frac{4h}{a}} = \sqrt{\frac{4h}{\frac{5}{14}g}} = \sqrt{\frac{56h}{5g}} = 0.34 \text{ s}$$

$$f = \frac{at}{2\pi R} = \frac{3.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 0.34 \text{ s}}{2\pi * 0.04 \text{ m}} = 4.73 \frac{1}{\text{s}} = 4.73 \text{ Hz}$$

Odp. Częstotliwość obrotów kuli u podnóża równi wyniesie 4.73 Hz.

- 2) **(2p.)** Jednorodny walec o masie $m = 0.4 \text{ kg}$ obraca się jednostajnie wokół osi tak, że jego energia kinetyczna wynosi $E_k = 10 \text{ J}$. Oblicz prędkość liniową punktów na obwodzie walca.

Dane:

$$m = 0.4 \text{ kg}$$

$$E_k = 10 \text{ J}$$

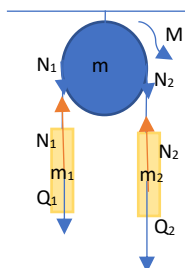
$$v = ?$$

Obliczenia:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{\frac{1}{2}mR^2\omega^2}{2} = \frac{\frac{1}{2}mR^2\left(\frac{v}{R}\right)^2}{2} = \frac{mv^2}{4} \rightarrow v = \sqrt{\frac{4E_k}{m}} = \sqrt{\frac{4*10 \text{ J}}{0.4 \text{ kg}}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Odp. Prędkość liniowa na obwodzie walca wyniesie 10 m/s.

- 3) **(3.5p.)** Przez ruchomy błocek o promieniu 10 cm i masie 0.4 kg przewieszono nieważką linkę. Na końcach linki zawieszono ciężarki o masach $m_1 = 0.2$ kg oraz $m_2 = 0.4$ kg (po jednej na każdą stronę ruchomego błočka). Oblicz wartość przyspieszenia ciężarków, przyspieszenia kąowego błočka oraz siły napięcia liny po każdej stronie błočka. Zrób odpowiedni rysunek.



Dane:

$$R = 0.1 \text{ m}$$

$$m = 0.4 \text{ kg}$$

$$m_1 = 0.2 \text{ kg}$$

$$m_2 = 0.4 \text{ kg}$$

$$a = ?$$

$$\epsilon = ?$$

$$N_1 = ?$$

$$N_2 = ?$$

Obliczenia:

$$\begin{cases} Q_2 - N_2 = m_2 a \\ N_1 - Q_1 = m_1 a \end{cases} \quad / +$$

$$M = N_2 R - N_1 R = R(N_2 - N_1)$$

$$M = \epsilon I = R(N_2 - N_1) \rightarrow N_2 - N_1 = \frac{\epsilon I}{R} = \frac{\frac{a}{R} \frac{1}{2} m R^2}{R} = \frac{1}{2} m a$$

$$\begin{cases} (Q_2 - N_2) + (N_1 - Q_1) = m_1 a + m_2 a \rightarrow -(N_2 - N_1) + Q_2 - Q_1 = a(m_1 + m_2) \\ N_2 - N_1 = \frac{1}{2} m a \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2} m a + m_2 g - m_1 g = a(m_1 + m_2)$$

$$m_2 g - m_1 g = a \left(m_1 + m_2 + \frac{m}{2} \right) \rightarrow a = \frac{g(m_2 - m_1)}{\left(\frac{m}{2} + m_1 + m_2 \right)} = 2.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

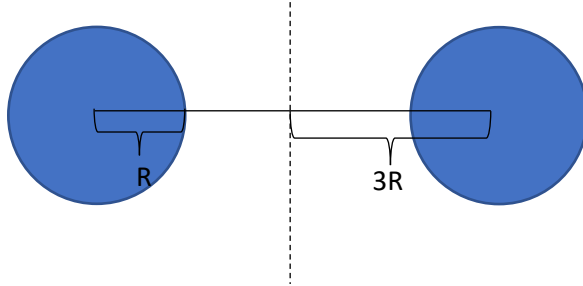
$$\epsilon = \frac{a}{R} = \frac{2.45}{0.1} = 24.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$N_1 - Q_1 = m_1 a \rightarrow N_1 = m_1(a + g) = 0.2 * (2.45 + 9.81) = 2.45 \text{ N}$$

$$N_2 - N_1 = \frac{1}{2} m a \rightarrow N_2 = N_1 + \frac{1}{2} m a = 2.45 + \frac{1}{2} * 0.4 * 2.45 = 2.94 \text{ N}$$

Odp. Wartość przyspieszenia ciężarków wyniesie $a = 2.45 \text{ m/s}^2$, przyspieszenia kąowego błočka $\epsilon = 24.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ oraz siły napięcia liny po każdej stronie błočka $N_1 = 2.45 \text{ N}, N_2 = 2.94 \text{ N}$.

- 4) **(1.5p.)** Oblicz moment bezwładności układu dwóch kulek o masie M i promieniu R każda. Kule zamocowane są na nieważkim pręcie i obracają się wokół prostopadłej do odcinka łączącego ich środki.



$$I = I_1 + I_2 = 2(I_0 + md^2) \text{ (z twierdzenia Steinera)}$$

$$I_0 = \frac{2}{5} m R^2 \text{ (moment bezwładności dla jednorodnej kuli)}$$

$$D = 3R$$

Stąd mamy

$$I = 2 * (\frac{2}{5} m R^2 + 9mR^2) = \frac{4}{5} m R^2 + \frac{90}{5} m R^2 = \frac{94}{5} m R^2$$

Sylwia Majchrowska
30.10.2020r.