

### Fizyka semestr zimowy 2020/2021

Grupa B: Piątek, 15:00 - 16:30

Grupa A: Piątek, 16:40 - 18:10

sala wirtualna

zajęcia online

Sylwia Majchrowska sylwia.majchrowska@pwr.edu.pl

https://majsylw.netlify.app/teaching/

pokój 213, budynek L-1

Na podstawie materiałów ze profilu yt Pana Grzegorz F. Wojewoda oraz podręcznika Fizyka dla szkół wyższych. Tom 1

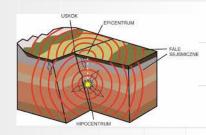


## Fale mechaniczne

Skupimy się dziś na falach mechanicznych, które są zaburzeniami rozchodzącymi się za pośrednictwem ośrodka materialnego, takiego jak powietrze lub woda. Podobnie jak w przypadku ruchu harmonicznego prostego, opisanego na poprzednich zajęciach, energia fal przenoszona za pośrednictwem ośrodka materialnego jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy  $\left(\frac{1}{2}kA^2\right)$ . Fale powstające na powierzchni wody są falami poprzecznymi, a ich energia rozchodzi się w płaszczyźnie poziomej, podczas gdy cząsteczki wody poruszają się w górę i w dół pod wpływem sił sprężystości.











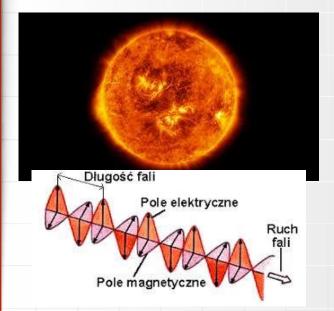
and Technology

## Rodzaje fal

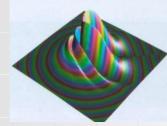
Pojęcie fala oznacza zaburzenie, które rozchodzi się od miejsca, w którym powstało. Wyróżnia się trzy podstawowe typy fal: mechaniczne, elektromagnetyczne i fale materii.

Drgania pól elektrycznych i magnetycznych – nie wymagają ośrodka Na wodzie, dźwiękowe i sejsmiczne, wymagają ośrodka (substancji), w której mogą się rozchodzić





Związane z materią (np. protonami, elektronami, neutronami) – teoria de Broglie





of Science

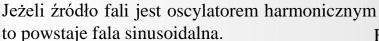
and Technology

## Parametry fali

W ośrodku sprężystym rozchodzi się fala mechaniczna, jeśli element ośrodka jest wytrącany cyklicznie z położenia równowagi.

#### Cechy fali biegnącej:

- długość odległość jaką przebywa fala w danym okresie
- częstotliwość i okres są równe częstotliwości i okresowi źródła drgań wytwarzającemu fale
- amplituda maksymalne wychylenie cząsteczki fali z położenia równowagi
- prędkość jest cechą ośrodka

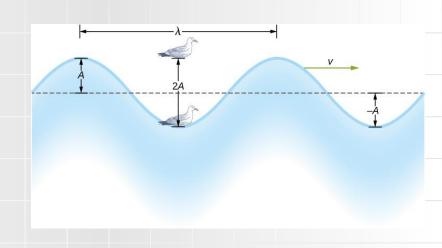


$$T - okres [s]$$

$$f = \frac{1}{T} [Hz](częstotliwość)$$

$$1Hz = 1 \frac{cykl}{sekunda} czyli 1Hz = \frac{1}{s} = 1s^{-1}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f - prędkość fazowa$$



Fale rozchodzące się na powierzchni wody wprawiają siedzącą na powierzchni wody mewę w ruch harmoniczny prosty w górę i w dół. Długość fali wynosi λ i odpowiada odległości pomiędzy sąsiadującymi identycznymi punktami fali. Amplituda fali A jest maksymalnym wychyleniem fali z położenia równowagi (położenie równowagi oznaczono linią przerywaną). W tym przykładzie cząsteczki ośrodka poruszają się w górę i w dół, podczas gdy zaburzenie rozchodzi się równolegle do powierzchni z prędkością v.



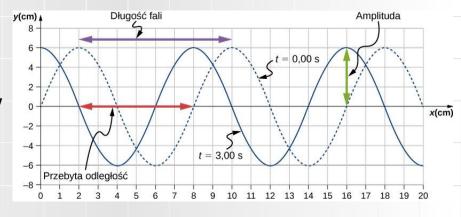
## Przykład 10.1

#### Cechy charakterystyczne fal

Mechaniczna fala poprzeczna rozchodzi się ze stałą prędkością w kierunku zgodnym ze zwrotem osi x (fala poprzeczna). Ośrodek wykonuje drgania w zakresie od +A do -A wokół położenia równowagi. Wykres na przedstawia zależność wychylenia sprężyny (y) w funkcji położenia (x), przy czym zwrot osi x jest zgodny z kierunkiem rozchodzenia się fali. Linią przerywaną pokazano wychylenie sprężyny w funkcji położenia x w chwili t=0,00s. Linia ciągła pokazuje zależność y od x dla t=3,00s.

- (a) Oblicz długość i amplitudę fali.
- (b) Znajdź prędkość rozchodzenia się fali.
- (c) Oblicz okres i częstotliwość fali.
- a) A = 6 cm amplituda $\lambda = 8 \text{ cm} - \text{długość fali}$
- b) Odległość, jaką fala przebyła w czasie od chwili t=0,00s do chwili t=3,00s można odczytać z wykresu. Zwróćmy uwagę na czerwoną strzałkę, która pokazuje odległość jaką przebył grzbiet w ciągu 3 s. Wynosi ona 8,00cm-2,00cm=6,00cm. Predkość wynosi:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8cm - 2cm}{3s - 0s} = 2\frac{cm}{s}$$
c)  $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{8cm}{2\frac{cm}{s}} = 4s$  if  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4s} = 0.25$ Hz



Zauważmy, że długość fali można obliczyć na podstawie położenia na wykresie dwóch kolejnych punktów o tym samym nachyleniu. Należy wybrać takie punkty, które są najwygodniejsze do dalszych obliczeń.



## Fale poprzeczne i podłużne

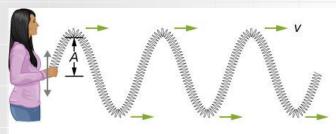
Wiemy już, że prosta fala mechaniczna składa się z okresowych zaburzeń, które rozchodzą się od jednego punktu ośrodka do drugiego.

- (a) Falę poprzeczna: fala rozchodzi się w płaszczyźnie poziomej, natomiast zaburzenie ośrodka zachodzi w płaszczyźnie pionowej. Fala poprzeczna może się rozchodzić w dowolnym kierunku, ale zaburzenie ośrodka zachodzi w kierunku prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali.
- (b) Z kolei dla fali podłużnej zaburzenie zachodzi w kierunku równoległym do kierunku rozchodzenia się fali. Rysunek pokazuje przykładową falę podłużną. Wielkość zaburzenia odpowiada amplitudzie fali A, która jest całkowicie niezależna od szybkości rozchodzenia się fali v.

https://www.youtube.com/watch?v=7AE6KQOmz4Y

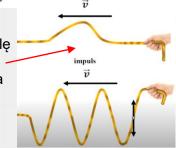
Fale mogą być poprzeczne, podłużne lub stanowić kombinację obu tych typów.
Przykładami fal poprzecznych są fale powstające na strunach instrumentów muzycznych lub na powierzchni wody.

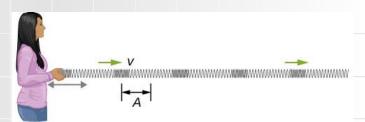
Różne powierzchnie falowe – różny kształt czoła fali.



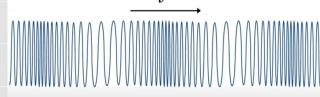
(a) Fala poprzeczna

Impuls (ang. pulse) oznacza falę wytworzoną przez pojedyncze zaburzenie ośrodka. Impuls ma stałą amplitudę i rozchodzi się ze stałą prędkością.





(b) Fala podłużna  $ec{v}$ 



https://www.youtube.com/watch?v=TD06I3-bmv8



## Przykład 10.2

#### Fale na sznurze

Student wziął sznur o długości 30,00 m i przymocował jeden koniec do ściany w laboratorium fizycznym. Następnie, uchwyciwszy wolny koniec w taki sposób, by utrzymywać stałe naprężenie sznura, zaczął nim poruszać w górę i w dół z częstotliwością 2,00 Hz, generując fale mechaniczne. Maksymalne wychylenie końca sznura wynosiło 20,00 cm. Pierwsza fala uderzyła w ściane po upływie 6,00 s od chwili jej powstania.

- (a) Ile wynosi prędkość fali?
- (b) Ile wynosi okres fali?
- (c) Jaka jest długość fali?

a) 
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m}}{6s} = 5 \frac{m}{s}$$
  
b)  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2 \text{ s}^{-1}} = 0.5 \text{ s}$ 

b) 
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2 \, s^{-1}} = 0.5 s$$

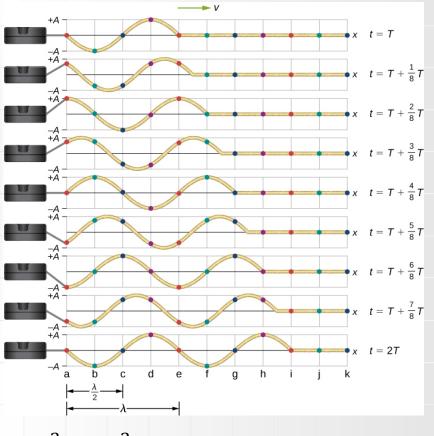
c) 
$$\lambda = vT = 5\frac{m}{s} * 0.5 s = 2.5 m$$

Częstotliwość fali równa się częstotliwości siły wymuszającej wytwarzającej tę falę.



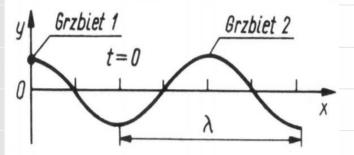
# Równania opisujące falę

biegnącą



$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$y(x,t) = y_m \sin\left(2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right) = y_m \sin(kx - \omega t)$$



https://www.youtube.com/watch?v=KB6bypl09jl

Liczba falowa (kątowa liczba falowa) – w fizyce parametr opisujący fale harmoniczne, określający oscylację fali w przestrzeni, zdefiniowany wzorem  $k=\frac{2\pi}{3}=\frac{\omega}{c}$ .

Użycie liczby falowej w miejsce długości fali oraz częstości w miejsce okresu upraszcza zapis równania falowego.

Prędkość fali jest stała i oddaje prędkość fali rozchodzącej się w ośrodku, a nie prędkość cząsteczek, które go tworzą. Drobiny wykonują drgania wokół położenia równowagi wtedy, gdy fala rozchodzi się w ośrodku. W przypadku fali poprzecznej, która rozchodzi się w kierunku zgodnym ze zwrotem osi x, cząstki wykonują drgania w górę i w dół, wzdłuż osi y, w kierunku prostopadłym do ruchu fali. Prędkość cząsteczek ośrodka nie jest stała, co oznacza występowanie przyspieszenia.



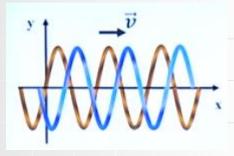
## Przykład 10.3

#### Cechy charakterystyczne fali biegnącej wzdłuż struny

Fala poprzeczna biegnąca wzdłuż struny ma postać:

$$y(x,t) = 0.2 m * \sin(6.28m^{-1} * x - 1.57s^{-1} * t)$$

Oblicz amplitude, długość fali, okres i prędkość fali.



Amplitude, liczbe falową i częstość kołową można odczytać bezpośrednio z równania a) falowego:

$$y(x,t) = 0.2 m * \sin(6.28m^{-1} * x - 1.57s^{-1} * t)$$

$$\left(A = 0.2 m; k = 6.28 \frac{1}{m}; \omega = 1.57 \frac{1}{s}\right)$$

Długość fali obliczamy przy użyciu znanej liczby falowej:

$$k = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{6.28 m^{-1}} = 1m$$

c)

Okres wali wyliczymy na podstawie częstości kołowej: 
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1.57s^{-1}} = 4s$$

d) Prędkość fali obliczamy przy wykorzystaniu liczby falowej i częstości kołowej. Kierunek rozchodzenia się fali można określić na podstawie znaku wyrażenia kx∓ωt. Znak ujemny sugeruje, że fala biegnie w kierunku zgodnym z kierunkiem osi x:

$$|v| = \frac{\omega}{k} = \frac{1.57s^{-1}}{6.28m^{-1}} = 0.25\frac{m}{s}$$



## Prędkość fali w ośrodku

Prędkość fali zależy od właściwości ośrodka. Przykładowo, prędkość fali rozchodzącej się wzdłuż struny gitary oraz długość tej fali określają częstotliwość wytwarzanego dźwięku. Ogólnie rzecz ujmując, prędkość fali w ośrodku zależy od własności sprężystych ośrodka i jego bezwładności:

$$|v| = \sqrt{\frac{sprężystość}{bezwładność}}$$

Sprężystość ośrodka oznacza zdolność jego cząsteczek do osiągania stanu równowagi po zaburzeniu. Bezwładność oznacza opór, jaki cząsteczki stawiają wobec zmian prędkości.

1) Prędkość fali w ciele stałym: Struny gitary mają różne grubości i są wykonywane z materiałów o różnych własnościach. Mówimy, że mają różne gęstości liniowe (ang. linear density). Gęstość liniową definiuje się jako masę przypadającą na jednostkę długości:

 $\mu = \frac{masa_{struny}}{d \cdot lugo \cdot sc_{struny}} = \frac{m}{l}$ 

Prędkość impulsu/fali na naprężonej strunie możemy wyliczyć za pomocą równania

Prędkość dźwięku w ciałach stałych zależy w znacznym stopniu od naprężeń.

$$|v| = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}},$$

gdzie F<sub>T</sub> to naprężenie siły. Prędkość fali na strunie zależy od pierwiastka kwadratowego z naprężenia podzielonego przez masę przypadającą na jednostkę długości.

2) Prędkość fali w cieczy: Prędkość fali podłużnej w płynie zależy od jego gęstości i modułu sprężystości objętościowej

$$|v| = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \rightarrow K \ to \ moduł \ spręzystości \ objętościowej \left( moduł \ Helmholza \ K = -rac{\Delta p}{\Delta V} 
ight)$$
, a  $ho to \ gęstość$  Predkość dźwieku w cieczach

Prędkość dźwięku w cieczach zależy od ich ściśliwości.

Prędkość dźwięku w gazach zależy od temperatury. Im większa jest temperatura powietrza, tym szybciej poruszają się jego cząsteczki i tym większa jest prędkość dźwięku.

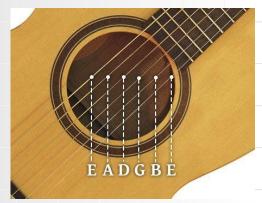


## Przykład 10.4

#### Prędkość fali na strunie gitary

W gitarze sześciostrunowej struna wysokiego E ma gęstość liniową  $\mu_{wysokie~E}{=}3,09\cdot10^{-4}kg/m,$  natomiast struna niskiego E ma gęstość  $\mu_{niskie~E}{=}5,78\cdot10^{-3}kg/m.$ 

- (a) Jaka będzie prędkość wytworzonej fali, jeżeli uderzymy strunę wysokiego E, o naprężeniu 56,40 N?
- (b) Gęstość liniowa struny niskiego E jest w przybliżeniu 20 razy większa niż gęstość liniowa struny wysokiego E. Czy naprężenie struny niskiego E powinno być większe, czy mniejsze od naprężenia struny wysokiego E, jeśli fale biegnące wzdłuż każdej ze strun mają taką samą prędkość? Jakie są przybliżone wartości naprężeń?
- (c) Oblicz, jakie byłoby naprężenie struny niskiego E, gdyby prędkości obu dźwięków były takie same.



a) 
$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{56.5N}{3.09 * \frac{10^{-4} kg}{m}}} = 427.23 \frac{m}{s}$$

b) Naprężenie powinno się zwiększyć 20 razy. Byłoby zatem równe 1128 N.

c) 
$$F_T = \mu v^2 = 5.78 * 10^{-3} \frac{kg}{m} * \left(4.27 \frac{m}{s}\right)^2 = 1055 N$$



## Energia i moc fali

Energia fali zależy od jej amplitudy i częstotliwości, co udowadniają liczne przykłady. Trzęsienia ziemi o dużych amplitudach powodują znaczne zniszczenia. Głośne dźwięki mają dużą amplitudę i wytwarzane są przez źródła o większej amplitudzie drgań niż w przypadku dźwięków o mniejszej amplitudzie. Wysokie fale morskie niszczą wybrzeże w dużo większym stopniu niż niskie fale.

Uśrednioną w czasie **moc sinusoidalnej fali mechanicznej**, przez którą należy rozumieć średnią szybkość przenoszenia energii przez falę, możemy obliczyć, jeśli podzielimy całkowitą energię przez czas przekazywania energii. Jeśli prędkość fali sinusoidalnej jest stała, to dla jednostkowej długości fali czas ten jest równy okresowi fali. Zatem dla fali sinusoidalnej uśredniona w czasie moc to energia podzielona przez okres. Długość fali podzielona przez okres to prędkość.

I, czyli moc przypadającą na jednostkę powierzchni:



ergia podzielona przez okres. Długość fali kres to prędkość. 
$$P_{\acute{s}rednie} = \frac{1}{2} \mu A^2 \omega^2 v$$
 Wyrażenia na energię fali i uśrednioną w czasie moc dotyczą fali sinusoidalnej na strunie. Generalnie energia fali mechanicznej i jej moc są proporcjonalne do kwadratu amplitudy i kwadratu częstości gęstość liniowa

kołowej (a zatem również do kwadratu częstotliwości). Inną ważną wielkością jest natężenie fali. Fale mogą być skupione lub rozrzedzone. Przykładowo fale sejsmiczne potrafią rozchodzić się na bardzo duże odległości. Im bardziej oddalą się od źródła, tym mniejszych dokonają zniszczeń. Odległość, na jaką oddaliła się fala, pozwala obliczyć powierzchnię, przez którą przechodzi. Znając powierzchnie, możemy wyliczyć natężenie (ang. intensity) oznaczane

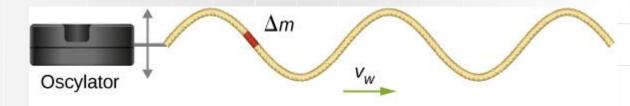
$$I = \frac{P}{S} \rightarrow dla \ fali \ kulistej \ I = P/4\pi r^2$$



## Przykład 10.5

#### Moc dostarczana do struny przez oscylator

Rozważmy dwumetrową strunę o masie 70 g połączoną z oscylatorem. Jej naprężenie wynosi 90,0 N. Po włączeniu, oscylator wytwarza drgania o częstotliwości 60 Hz, które wywołują sinusoidalną falę na strunie. Amplituda fali wynosi 4,00 cm, a prędkość jest stała. Ile wynosi uśredniona w czasie moc dostarczana fali? Struna ma 2m.



$$P = \frac{1}{2}\mu A^2 \omega^2 v$$

$$\mu = \frac{m_s}{L_s} = \frac{0.07kg}{2m} = 0.035 \frac{kg}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{90N}{0.035 \frac{kg}{m}}} = 50.71 \frac{m}{s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi * 60 \frac{1}{s} = 376.8 \frac{1}{s}$$

$$P = \frac{1}{2}\mu A^2 \omega^2 v$$

$$= \frac{1}{2} * 0.035 \frac{kg}{m} * (0.04m)^2 \left(376.8 \frac{1}{s}\right)^2 * 50.71 \frac{m}{s}$$

$$= 201.59 W$$

Uśredniona w czasie moc fali sinusoidalnej jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy fali i kwadratu częstości kołowej fali. Tak jest dla większości fal mechanicznych.



## Zjawiska falowe

Fale mogą ulegać odbiciu, załamaniu, dyfrakcji i interferencji.

**Interferencja** fal polega na nakładaniu się fal. Jeśli w danym punkcie spotkają się grzbiety dwóch fal, to zwiększa się amplituda drgań – fale w tym punkcie ulegają wzmocnieniu. Jeśli grzbiet jednej fali spotka się z doliną drugiej, nastąpi wygaszenie fal.

**Dyfrakcja** (ugięcie) fali polega na zmianie kierunku rozchodzenia się fali po przejściu przez szczelinę. Dyfrakcję można zaobserwować, gdy szerokość szczeliny jest porównywalna do długości fali.

Odbicie fali następuje, gdy fala natrafi na jakąś przeszkodę.

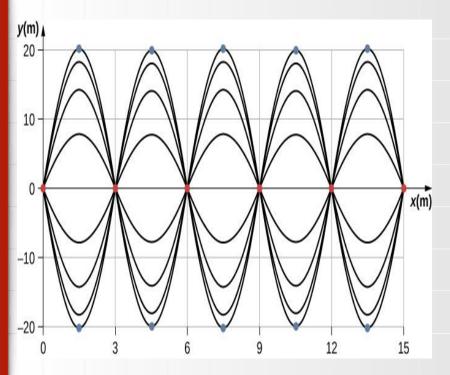
Załamanie fali to zmiana kierunku rozchodzenia się fali po przejściu do innego ośrodka

https://www.youtube.com/watch?v=4LKzKRGIQgU

Zjawisko pobudzania do drgań ciał przez inne ciała drgające z taką samą częstotliwością drgań własnych, nazywamy **rezonansem mechanicznym**.



# Fale stojące



Gdy dwie identyczne fale biegną w przeciwnych kierunkach, fala wypadkowa jest falą stojącą. Węzły powstają punktach W odpowiadających całkowitym wielokrotnościom połowy długości fali. Strzałki z kolei odpowiadają nieparzystym wielokrotnościom 1/4 długości fali. Odpowiadające takim punktom wychylenia są równe y=±A. Wezły zostały oznaczone czerwonymi kropkami, a strzałki niebieskimi.

https://www.youtube.com/watch?v=pTbTFjKTVRg

Duże drgania

Małe drgania



## Słowniczek

#### częstotliwość podstawowa

- najniższa częstotliwość, która może wygenerować falę stojącą
   długość fali (ang. wavelength)
- odległość pomiędzy najbliższymi identycznymi punktami fali fala (ang. wave)
- zaburzenie, które rozchodzi się z miejsca powstania i przenosi energię
   fala mechaniczna (ang. mechanical wave)
- fala, która podlega zasadom dynamiki Newtona i wymaga obecności ośrodka materialnego

#### fala podłużna (ang. longitudinal wave)

 fala, w której zaburzenie rozchodzi się równolegle do kierunku przemieszczania się fali

#### fala poprzeczna (ang. transverse wave)

 fala, w której zaburzenie rozchodzi się prostopadle do kierunku ruchu fali

#### fala stojąca (ang. standing wave)

- fala, która odbija się tam i z powrotem w ograniczonej przestrzeni funkcja falowa (ang. wave function)
- model matematyczny opisujący położenie cząstki ośrodka impuls (ang. pulse)



## Słowniczek

#### impuls (ang. pulse)

 pojedyncze zaburzenie, które przemieszcza się przez ośrodek, przenosząc energię, ale nie przenosząc masy

#### interferencja (ang. interference)

 nakładanie się dwóch lub większej liczby fal w tym samym punkcie i w tej samej chwili

#### liczba falowa (ang. wave number)

 $-2\pi/\lambda$ 

#### liniowe równanie fali (ang. linear wave equation)

- równanie opisujące falę, która jest wynikiem liniowych sił sprężystości działających w ośrodku; każda funkcja będąca rozwiązaniem równania falowego opisuje falę biegnącą w kierunku zgodnym ze zwrotem osi x lub w kierunku przeciwnym do zwrotu osi x ze stałą prędkością v mod podstawowy (ang. normal mode)
- najprostsza możliwa konfiguracja fali stojącej na strunie nadton (ang. overtone)
- częstotliwość, która generuje falę stojącą, wyższa niż częstotliwość podstawowa

#### natężenie fali (ang. intensity)

 moc fali przypadająca na jednostkę powierzchni prędkość fali (ang. wave velocity)



## Słowniczek

#### prędkość fali (ang. wave velocity)

prędkość, z jaką przemieszcza się zaburzenie; nazywana również prędkością propagacji fali

#### strzałka (ang. antinode)

punkt, w którym amplituda fali stojącej jest maksymalna

#### superpozycja (ang. superposition)

 zjawisko, które występuje, gdy conajmniej dwie fale spotykają się w tym samym punkcie

#### swobodne warunki brzegowe (ang. free boundary condition)

- warunki charakteryzujące się tym, że granica ośrodka może zmienić swoje położenie szybkość fali (ang. wave speed)
- wartość prędkości fali

#### ustalone warunki brzegowe (ang. fixed boundary condition)

 warunki charakteryzujące się tym, że granica ośrodka nie może zmienić swojego położenia

#### węzeł (ang. node)

 punkt, w którym struna jest nieruchoma czyli, węzły są punktami, w których wychylenia fali stojącej wynoszą zero

#### wygaszanie interferencyjne (ang. destructive interference)

 zjawisko występujące, gdy dwie identyczne fale mają przeciwne fazy w tym samym punkcie, tj. gdy grzbiet jednej fali odpowiada dolinie drugiej

#### wzmacnianie interferencyjne (ang. constructive interference)

 zjawisko występujące, gdy dwie fale osiągną określony punkt dokładnie w tej samej chwili, t.j. grzbiety i doliny obu fal mają to samo położenie



# Praca domowa - wytyczne

- 1. Format: plik pdf lub skan/zdjęcie (upewnij się, że Twoje pismo jest czytelne!)
- 2. Czytaj uważnie polecenia i wykonuj zawarte w nich zadania.
- 3. Pamiętaj aby **podpisać** swoją pracę.
- 4. Do rozwiązania dołącz:
  - 1. Rysunek szkic sytuacji przedstawionej w zadaniu lub wykres wraz z danymi z zadania.
  - 2. Obliczenia razem z przekształceniami wzorów, jeśli jest to konieczne.
  - 3. Wnioski sformułowane na podstawie dokonanej analizy.
- 5. Pamiętaj aby przesłać rozwiązania w terminie na adres email prowadzącej.



# **Terminy**

| PN                         | 28 | PAŹDZIERNIK |          |          |          | LISTOPAD |             |            |    |         | GRUDZIEŃ |                 |             |    | STYCZEŃ |            |            |          | LUTY      |    |    |    |
|----------------------------|----|-------------|----------|----------|----------|----------|-------------|------------|----|---------|----------|-----------------|-------------|----|---------|------------|------------|----------|-----------|----|----|----|
|                            |    | 5           | 12       | 19       | 26       | 2        | 9           | 16         | 23 | 30      | 7        | 14              | 21          | 28 | 4       | 11         | 18         | 25       | 1<br>Pn N | 8  | 15 | 22 |
| WT                         | 29 | 6           | 13       | 20       | 27       | 3        | 10          | 17         | 24 | 1       | 8        | 15              | 22<br>\$r P | 29 | 5       | 12         | 19         | 26       | 2         | 9  | 16 | 23 |
| ŚR                         | 30 | 7           | 14       | 21       | 28       | 4        | 11          | 18         | 25 | 2       | 9        | 16              | 23          | 30 | 6       | 13         | 20         | 27       | 3         | 10 | 17 | 24 |
| CZ                         | 1  | 8           | 15<br>H1 | 22<br>H2 | 29<br>H3 | 5<br>H4  | 12<br>H5    | 19<br>TEST | 26 | 3<br>H6 | 10<br>H7 | <b>17</b><br>H8 | 24          | 31 | 7<br>H9 | 14<br>H10E | 21<br>gzam | 28<br>in | 4         | 11 | 18 | 25 |
| PT                         | 2  | 9<br>otp    | 16       | 23       | 30       | 6        | 13<br>\$r P | 20         | 27 | 4       | (11)     | 18              | 25          | 1  | 8       | 15         | 22         | 29       | 5         | 12 | 19 | 26 |
| so                         | 3  | 10          | 17       | 24       | 31       | 7        | 14          | 21         | 28 | 5       | 12       | 19              | 26          | 2  | 9       | 16         | 23         | 30       | 6         | 13 | 20 | 27 |
| N                          | 4  | 11          | 18       | 25       | 1        | 8        | 15          | 22         | 29 | 6       | 13       | 20              | 27          | 3  | 10      | 17         | 24         | 31       | 7         | 14 | 21 | 28 |
| P-PARZYSTY<br>N-MEPARZYSTY | Р  | N           | P        | N        | Р        | N        | P           | N          | Р  | N       | Р        | N               | Р           | N  | Р       | N          | Р          | N        | Р         | N  | Р  | N  |

H6: 18.12.20 godz. 12:00

Email: sylwia.majchrowska@pwr.edu.pl