



Wrocław  
University  
of Science  
and Technology

# Fizyka

semestr zimowy

2020/2021

**Grupa B: Piątek, 15:00 - 16:30**

**Grupa A: Piątek, 16:40 - 18:10**

**sala wirtualna**

**– zajęcia online**

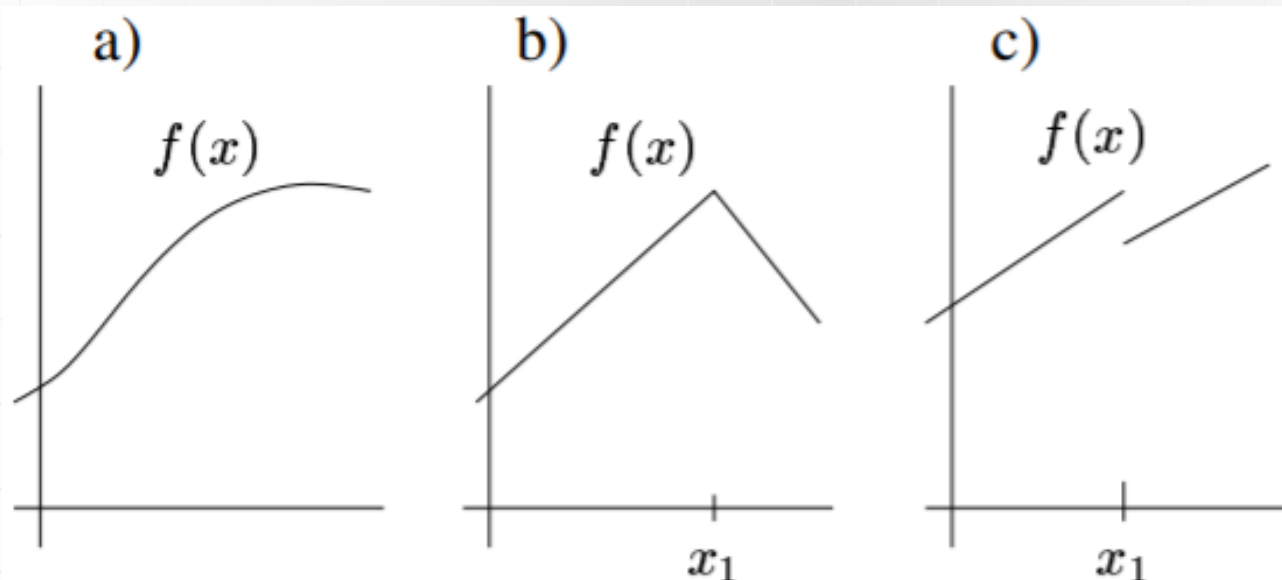
**Sylwia Majchrowska**

**[sylwia.majchrowska@pwr.edu.pl](mailto:sylwia.majchrowska@pwr.edu.pl)**

***<https://majsylw.netlify.app/teaching/>***  
**pokój 213, budynek L-1**



# Ciągłość i granica funkcji

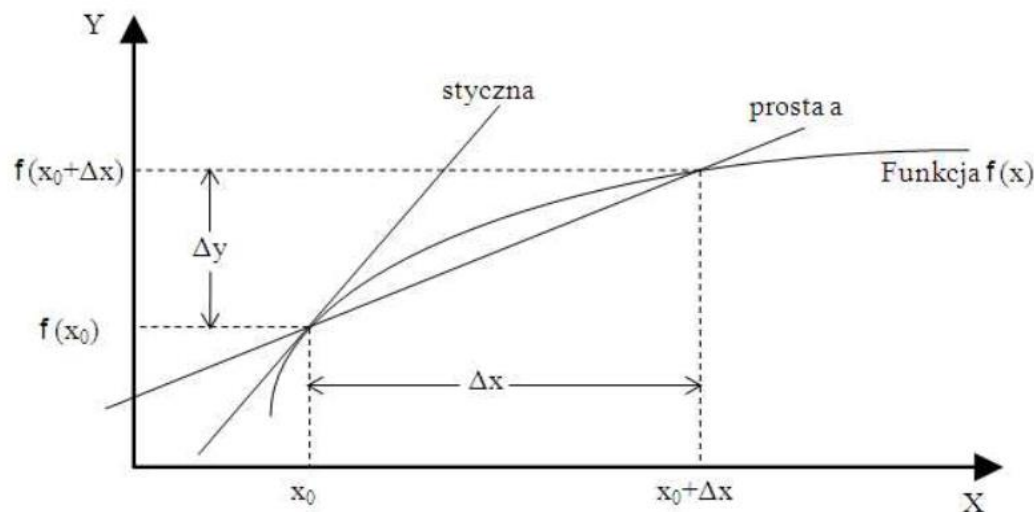


Funkcja jest ciągła w pierwszych dwóch przypadkach, ale i ile w przypadku a) pochodna istnieje w całym zakresie funkcji, to w przypadku b) nie ma pochodnej w  $x_1$ . W przypadku c) funkcja jest nieciągła w  $x_1$  i jej pochodna w tym punkcie nie istnieje.



# Pochodne

## – prędkość chwilowa



Wyobraźmy sobie, że na wykresie powyżej na osi  $X$  mamy czas ( $t$ ) a na osi  $Y$  mamy przemieszczenie ( $x$ ), wtedy pochodną możemy opisać jako  $V = \Delta x / \Delta t$ , czyli prędkość ( $V$ ) jest pochodną przemieszczenia ( $x$ ) po czasie ( $t$ ). Pochodna oznacza szybkość zmian, tzn. jeśli ciało porusza się ze stałą prędkością ( $V$ ) to pochodna po czasie ( $t$ ) (czyli przyspieszenie ( $a$ )) będzie równe zero, lub jeśli przemieszczenie ( $x$ ) się nie zmienia to pochodna wyniesie zero (prędkość ( $V$ )) - dlatego pochodna z liczby to zero. Jeśli samochód zwiększa swoją prędkość jednostajnie ( $V$ ) to pochodna (przyspieszenie ( $a$ )) będzie wartością stałą, jeśli samochód oddala się jednostajnie ( $S$ ) to pochodna (prędkość ( $V$ )) będzie wartością stałą, czyli będzie jechał ze stałą prędkością - dlatego pochodna z funkcji liniowej to liczba (stała).



# Pochodne

## – definicja

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

lub

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$\Delta x = x - x_0$  przyrost zmiennej niezależnej

$\Delta y = y - y_0$  przyrost zmiennej zależnej

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$  iloraz różnicowy

Pochodną funkcji  $y = f(x)$  oznaczamy także jako  $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_0}$



# Pochodne

## – przykład 7.1

Oblicz pochodną funkcji  $f(x)=x^3$  w punkcie  $x_0=2$ .

$$f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(2 + \Delta x)^3 - 2^3}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot \Delta x + 3 \cdot 2 \cdot (\Delta x)^2 - 2^3}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{12 \cdot \Delta x + 6 \cdot (\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x \cdot (12 + 6 \cdot \Delta x)}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} 12 + 6 \cdot \Delta x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 12 + 6 \cdot \Delta x = 12$$

Wartość pochodnej funkcji w punkcie  $x = 2$  wynosi  $f'(2) = 12$



# Całka oznaczona oraz nieoznaczona

Całką funkcji  $f(x)$  nazywamy taką funkcję  $F(x)$ , że  $F'(x)=f(x)$ .

Funkcja  $F(x)$ , która spełnia powyższy warunek, nazywana jest funkcją pierwotną. Operację całkowania zapisujemy jako:

$$\int f(x)dx=F(x)$$

gdzie symbol  $dx$  oznacza, że całkujemy funkcję  $f(x)$  po zmiennej  $x$ .

Możemy rozróżnić całkę nieoznaczoną oraz całkę oznaczoną,

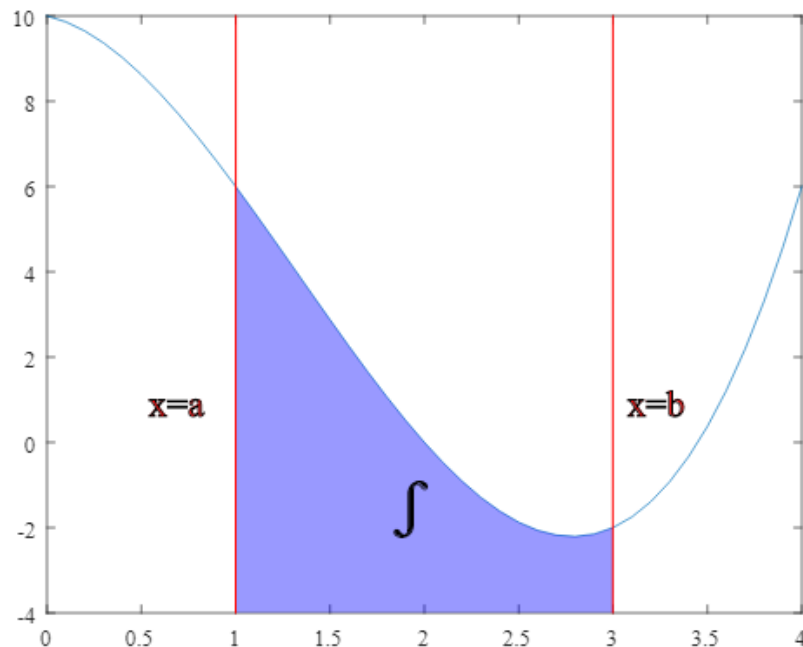
$$\int f(x)dx$$

$$\int_b^a f(x)dx$$



# Całka oznaczona - definicja

Całkę oznaczoną intuicyjnie rozumiemy jako pole powierzchni między wykresem funkcji  $f(x)$  w pewnym przedziale  $[a,b]$ , a osią odciętych (wzięte ze znakiem  $+$  dla wartości dodatnich funkcji, wzięte ze znakiem  $-$  dla ujemnych wartości funkcji).





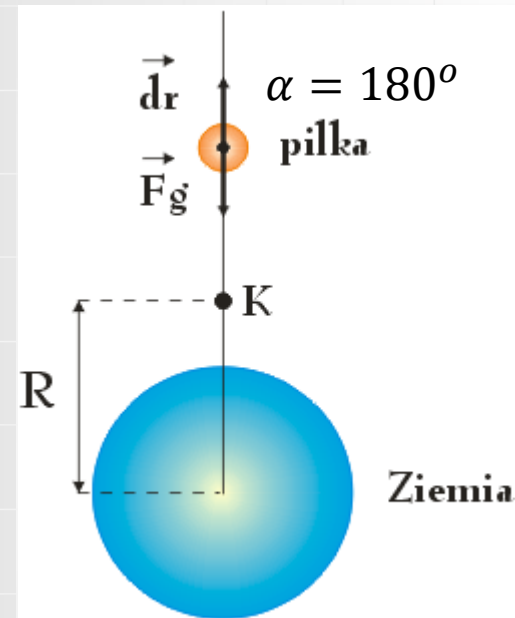
# Grawitacyjna energia potencjalna

## – wyprowadzenie wzoru

$$E_p = -G \frac{mM}{r}$$

$$W = \int_r^\infty \vec{F}_g(r) \cdot \vec{dr} = \int_r^\infty F_g(r) dr \cos \alpha$$

$\cos 180^\circ = -1$



$$W = - \int_r^\infty G \frac{mM}{r^2} dr = \left[ G \frac{mM}{r} \right]_r^\infty = \left[ 0 - G \frac{mM}{r} \right] = -G \frac{mM}{r}$$





# Kolokwium śródsemestralne

## - wytyczne

1. W trakcie rozwiązywania kolokwium możecie:
  - **Korzystać z własnych notatek (1 kartka A4) - własnoręczne**
  - **Korzystać tablicy wzorów i stałych (1 strona A4) - własnoręczne**
  - **Korzystać z kalkulatorów (ale nie telefonów)**
  - **Korzystać ze słowników – elektronicznych i/lub papierowych**
2. Odbędzie się w trakcie zajęć 20.11.20r. przez ostatnie 45 minut za pośrednictwem formularzy googla.
3. Będzie się składać z:
  - a) 4 zadań quizowych: wielokrotny wybór, autouzupełnianie itp.
  - b) 2 zadań obliczeniowych – jedno zdjęcie do przesłania na zadanie!
4. Do rozwiązania zadań dołącz:
  1. Rysunek – szkic sytuacji przedstawionej w zadaniu lub wykres wraz z danymi z zadania.
  2. Obliczenia – razem z przekształceniami wzorów, jeśli jest to konieczne.
  3. Wnioski sformułowane na podstawie dokonanej analizy.

[illegible]