

Fizyka semestr zimowy 2020/2021

Grupa B: Piątek, 15:00 - 16:30

Grupa A: Piątek, 16:40 - 18:10

sala wirtualna

zajęcia online

Sylwia Majchrowska

sylwia.majchrowska@pwr.edu.pl

https://majsylw.netlify.app/teaching/ pokój 213, budynek L-1

Na podstawie materiałów ze strony <u>fizykon.org</u> oraz <u>epodreczniki.pl</u>



Praca domowa 2 (H2) - najczęstsze problemy

Zadanie 1 vs Zadanie 2

- O ile zmieni się jakaś wartość fizyczna?
- Ile razy zmieni się jakaś wartość fizyczna?



Dynamika ruchu obrotowego

Ruch obrotowy (czy też po okręgu) możemy analizować w podobny sposób do ruchu postępowego – liniowego. Dziś będziemy analizować takie wielkości jak prędkość, przyspieszenie i siły związane z ruchem po okręgu. Choć ruch po okręgu zazwyczaj jest znacznie bardziej skomplikowany do opisania niż ruch prostoliniowy, m.in. dlatego, że tutaj mamy tu do czynienia z jakąś formą ruchu przyspieszonego – mamy pewną składową przyspieszenia działającą prostopadle do kierunku ruchu i zakrzywiającą jego tor ruchu. Przykładami ruchu po okręgu jest np. ruch punktu na płycie gramofonowej, czy na śmigle samolotowym (widzianym względem kabiny tego samolotu). Przykładów można wymyślać wiele.







Bryła sztywna

W mechanice często zagadnienia ruchu odnoszą się do punktów materialnych albo do ich układów. W rzeczywistości mamy do czynienia jednak z obiektami o konkretnych rozmiarach (rozciągłymi) i właściwościach, dzięki którym ciała te bardzo różnie zachowują się pod wpływem działających na nie sił. Inaczej zachowuje się plastelina a inaczej szkło.

Bryła sztywna jest to ciało fizyczne, które pod wpływem działania sił zewnętrznych nie ulega odkształceniom.

Oznacza to, że jeżeli zbadamy dowolne dwa punkty podczas działania siły zewnętrznej, to ich odległość od siebie nie ulega zmianie w czasie działania tej siły.

W rzeczywistości nie ma idealnej bryły sztywnej. Każde ciało ulega pod wpływem działania sił zewnętrznych w różnych temperaturach różnym odkształceniom. Istotne jest to, że dla bryły sztywnej wszystkie wnioski i zależności są słuszne jak dla układu punktów materialnych.



Środek masy

Każde ciało można traktować jako układ punktów materialnych. Dlatego pęd ciała możemy obliczyć jako sumę pędów wszystkich punktów materialnych ciała.

$$p = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i$$

Środkiem masy albo środkiem bezwładności układu punktów materialnych nazywamy punkt, którego położenie dane jest wzorem

$$\mathbf{r}_{\mathrm{s}} = \frac{1}{\mathrm{M}} \sum_{i=1}^{n} m_i r_i$$
, gdzie $\mathrm{M} = \sum_{i=1}^{n} m_i$







Środek ciężkości

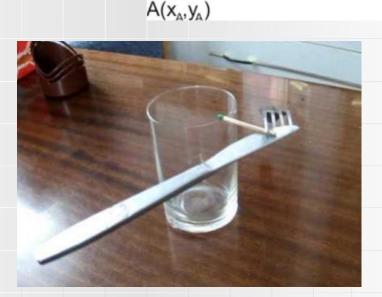
Środek ciężkości ciała to punkt przyłożenia wypadkowej sił ciężkości ("ciężarów") wszystkich punktów materialnych ciała. Gdy wielkość g (przyspieszenie grawitacyjne) jest jednakowa dla wszystkich punktów

 $r_c = r_s$

układu, mamy

W przypadku ciał symetrycznych – środek masy znajduje się w środku geometrycznym ciała.





 $C(x_c, y_c)$

S(xs,ys

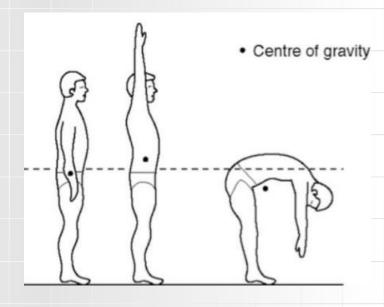
 $B(x_B, y_B)$



Manipulacja środkiem ciężkości

środek masy nie musi znajdować się "fizycznie" w ciele







Rodzaje równowagi

Równowaga bryły będzie utrzymana wtedy, gdy punkt przyłożenia siły przeciwnej do siły grawitacji – równoważącej tę grawitację – będzie znajdował się w środku ciężkości. Taki punkt nazywamy punktem stabilnego podparcia.

Równowaga obojętna

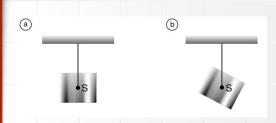
Punkt zawieszenia pokrywa się ze środkiem ciężkości. Obrót ciała nie zmienia położenia środka ciężkości, jego energia potencjalna nie zmienia się. Zatem nie wymaga ono pracy i ciało pozostaje w nowym położeniu równowagi.

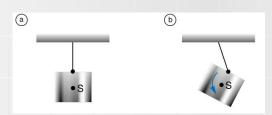
Równowaga trwała

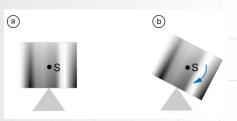
Ciało znajduje się w równowadze trwałej, gdy punkt przyłożenia siły (zawieszenia) znajduje się nad środkiem ciężkości na linii pionowej. Wychylenie ciała powoduje wytrącenie ze stanu równowagi. Pojawia się moment siły sprowadzający ciało do położenia wyjściowego.

Równowaga chwiejna

Ciało znajduje się w równowadze chwiejnej, gdy punkt przyłożenia siły (podparcia) znajduje się pod środkiem ciężkości na linii pionowej. Wychylenie ciała powoduje wytrącenie ze stanu równowagi.









Energia kinetyczna

- ruchu obrotowego bryły sztywnej

Dowolne obracające się ciało ma energię kinetyczną. Energia ruchu obrotowego jest sumą energii kinetycznych ruchu obrotowego poszczególnych cząstek ciała, podobnie jak energia kinetyczna ciała w ruchu postępowym. Dla pojedynczej cząstki poruszającej się po okręgu wokół stałej osi możemy tego dokonać w prosty sposób.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Możemy powiązać prędkość kątową z wartością prędkości liniowej ruchu po okręgu, stosując zależność v=ωr, gdzie r jest odległością cząstki od osi obrotu, a v jest wartością prędkości ruchu po okręgu. Wstawiając to do wyrażenia na energię kinetyczną otrzymujemy

$$E_{k} = \frac{mv^{2}}{2} = \frac{m(r\omega)^{2}}{2} = \frac{mr^{2}\omega^{2}}{2}$$

Podzielmy teraz obracające się ciało sztywne na dużą liczbę małych fragmentów, każdy o masie m_j i odległości r_j od osi obrotu. Ponieważ każdy z fragmentów ma taką samą prędkość kątową $\omega_i = \omega$, otrzymujemy

$$E_k = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i (r_i \omega_i)^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$
 Moment bezwładności

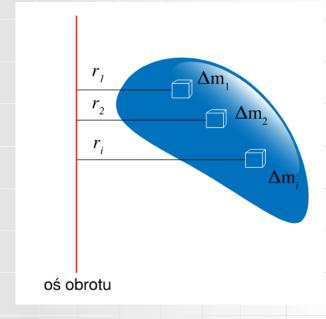


Moment bezwładności

$$I = \Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + ... + \Delta m_i r_i^2 + \Delta m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

gdzie cała bryła została podzielona na dużą liczbę (n) małych elementów o masach Δm_i odległych od osi obrotu odpowiednio o r_i .

Jednostka momentu bezwładności to kilogram razy metr do kwadratu, [I]=kg·m²





Przykład 4.1

Moment bezwładności

Sześć małych nakrętek umieszczono na pręcie o pomijalnej masie i o długości 0,5 m, tak jak to pokazano na rysunku. Nakrętki umieszczono w odległości 10 cm od siebie nawzajem, a każda z nakrętek ma masę 20 g.

- a) Jaki jest moment bezwładności układu nakrętek?
- b) Jeżeli usuniemy dwie nakrętki leżące najbliżej osi obrotu, to jaki będzie moment bezwładności układu pozostałych nakrętek?
- c) Jeżeli układ sześciu nakrętek obraca się z prędkością kątową 5 obr/s, to jaka jest jego energia kinetyczna?

a)
$$\begin{aligned} & | = \sum_{i=1}^6 m_i r_i^2 = 2*m*(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = \\ & = 2*0.02*(0.05^2 + 0.15^2 + 0.25^2) = 3.5*10^{-3} kg*m^2 \end{aligned}$$
 Description of the equation of the equation



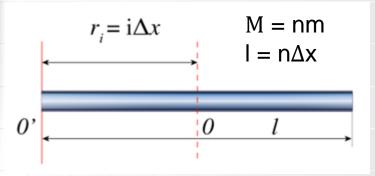
Przykład 4.2

Moment bezwładności

Znajdź wzór na moment bezwładności I jednorodnego pręta o długości L względem osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez jeden z jego końców.

$$I = \Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + ... + \Delta m_i r_i^2 + \Delta m_n r_n^2 =$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = m \sum_{i=1}^{n} (\Delta x i)^2 = m \Delta x^2 \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{m \Delta x^2 n^3}{3}$$



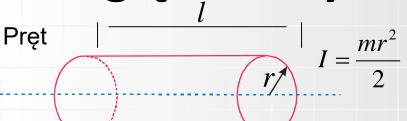
$$I = \frac{nm\Delta x^2 n^2}{3} = \frac{Ml}{3}$$

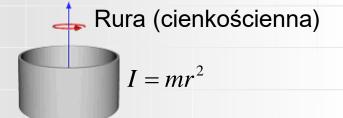


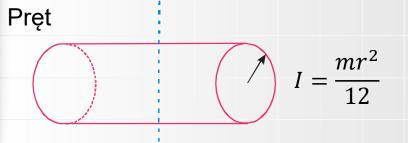
Momenty bezwładności

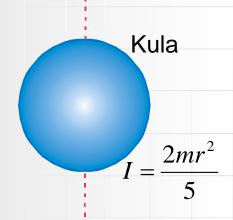
- względem wybranych osi obrotu

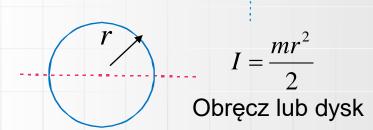
 $I = \frac{ml^2}{2}$

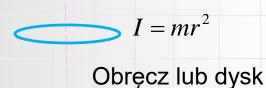












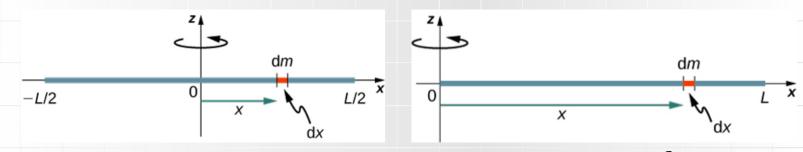


Twierdzenie Steinera

Zależność momentu bezwładności od położenia osi obrotu

$$I_{o \circ r \circ w no leg \nmid a} = I_{\circ rodek \ masy} + md^2$$

Moment bezwładności względem osi równoległej do osi przechodzącej przez środek masy jest sumą momentu bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy oraz iloczynu masy i kwadratu odległości pomiędzy osiami.



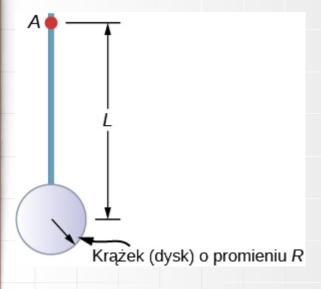
$$I_{o \acute{s} \ r \acute{o} w no leg \'{l} a} = I_{\acute{s} rodek \ masy} + m d^2 = \frac{1}{12} m l^2 + m \left(\frac{L}{2}\right)^2$$
$$= \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) m l^2 = \frac{1}{3} m l^2$$



Przykład 4.3

Twierdzenie Steinera

Obiekt złożony składa się z krążka o promieniu R zawieszonego na końcu pręta w odległości L (jak na rysunku poniżej). Oś obrotu jest prostopadła do płaszczyzny rysunku i przechodzi przez punkt A. Wyznacz moment bezwładności obiektu.



$$\begin{split} I_{pręta} &= \frac{m_p (L-R)^2}{3} \\ I_{krążka} &= \frac{m_k R^2}{2} + m_k L^2 \\ I_{obiektu} &= I_{pręta} + I_{krążka} \end{split}$$



Wrocław University of Science and Technology

Przykład 4.5

Energia kinetyczna w ruchu obrotowym

Typowy mały helikopter ratunkowy ma cztery łopaty wirnika: każda ma długość I = 4,00 m i masę $m_l = 50,0$ kg. Łopaty można rozpatrywać jako cienkie pręty, które obracają się wokół jednego z końców, wokół osi prostopadłej do ich długości. Całkowita masa załadowanego helikoptera wynosi M=1000kg.

- a) Oblicz energię kinetyczną ruchu obrotowego łopat wirnika, jeśli ich prędkość kątowa wynosi 300 obr/min.
- b) Oblicz energię kinetyczną ruchu postępowego helikoptera, gdy leci on z prędkością 20,0m/s, i porównaj ją z energią kinetyczną ruchu obrotowego łopat.

a)
$$I = 4 * \frac{m_1 l^2}{3} = 4 * \frac{50 * 4^2}{3} = 1067 kgm^2$$

$$E_k = \frac{l\omega^2}{2} = 1067 * \frac{\left(300 * \frac{2\pi}{60}\right)^2}{2} = 5.26 * 10^5 J$$

b)
$$E_k = \frac{Mv^2}{2} = 1000 * \frac{20^2}{2} = 2.0 * 10^5 J$$

$$\frac{5.26 * 10^5 J}{2 * 10^5 J} = 2.63 \ razy \ większa jest \ energia \ kinetyczna \ ruchu \ postępowego$$



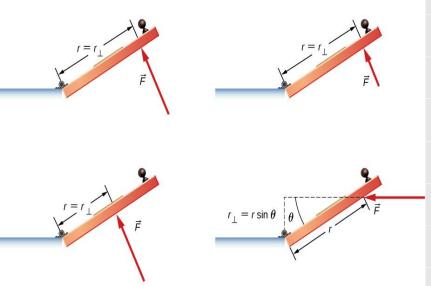


Moment sily

Momentem siły F względem punktu O, działającym w punkcie P, nazywamy wielkość wektorową M zdefiniowaną jako iloczyn wektorowy wektora położenia punktu P (wektor r) względem punktu O i wektora siły F.

$$|\vec{M}| = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|\vec{M}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = rFsin\theta$$



Jednostka momentu siły to Newton razy metr, [M]=N·m

Co jest ważne przy przyłożeniu siły do bryły sztywnej?:

- im dalej od osi obrotu znajduje się punkt przyłożenia siły, tym większe jest przyspieszenie kątowe ciała,
- skuteczność działania zależy od kąta, pod którym siła jest przyłożona,
- musimy uwzględnić także wartość siły.



Iloczyn skalarny i wektorowy

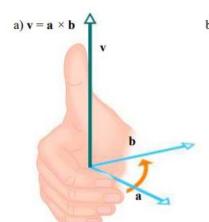
lloczyn skalarny:

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = |a||b||\cos\theta$$

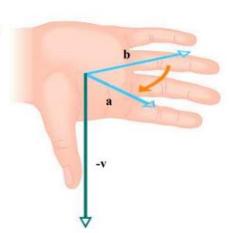
lloczyn wektorowy:

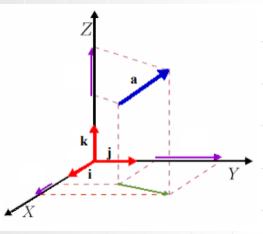
$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = ia_y b_z + ja_z b_x + ka_x b_y - kb_x a_y - ib_y a_z - jb_z a_x$$

Reguła prawej dłoni







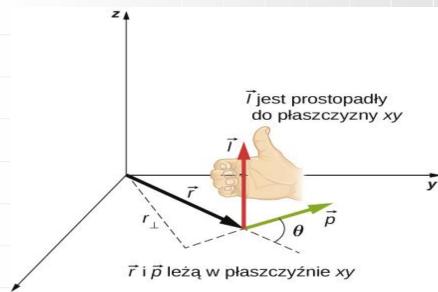




Moment pędu

Moment pędu L cząstki określa się jako wektor będący iloczynem wektorowym r (ramienia siły) i p (pędu), który jest prostopadły do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory r i p.

$$|\vec{L}| = \vec{r} \times \vec{p}$$
$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = rpsin\theta$$



Jednostka momentu pędu to kilogram razy metr kwadrat na sekundę, [M] = $\frac{kg*m^2}{c}$



Dynamika ruchu obrotowego - pierwsza zasada dynamiki

Jeżeli na bryłę sztywną nie działają żadne momenty sił, to bryła ta pozostaje nieruchoma lub wykonuje ruch obrotowy jednostajny (ze stałą prędkością kątową).

Gdy żadne momenty sił nie działają lub wypadkowa działających momentów sił jest równa zeru, nie mamy do czynienia z przyspieszeniem kątowym. Bryła pozostaje w spoczynku lub będzie się obracać cały czas ze stałą kątową prędkością.

W rzeczywistości działają momenty sił tarcia i oporu powietrza, które powodują, iż ruch obrotowy ustaje. Gdy jednak zawiesimy na przykład w próżni na poduszkach magnetycznych bryłę i wprawimy ją w ruch obrotowy, to mamy do czynienia z niemalże idealnym ruchem obrotowym jednostajnym.



Dynamika ruchu obrotowego

druga zasada dynamiki

Jeżeli wypadkowy moment sił, które działają na bryłę nie jest równy zeru, to bryła porusza się ruchem zmiennym obrotowym z przyspieszeniem kątowym, które jest wprost proporcjonalne do wypadkowego momentu sił.

$$\vec{M} = I\vec{\epsilon}$$

Wartość przyspieszenia stycznego jest proporcjonalna do wartości przyspieszenia kątowego, zgodnie z zależnością a=rɛ.

$$F = ma$$

 $rF = mr^2 \varepsilon$

Zauważmy, że lewa strona tego równania jest momentem siły liczonym względem osi obrotu, gdzie r jest ramieniem siły, a F jest wartością siły.



Wrocław University of Science and Technology

Przykład 4.5

Wyznaczenie wpływu rozkładu masy na ruch obrotowy karuzeli

Wyobraź sobie ojca kręcącego karuzelą na placu zabaw. Działa on z siłą 250 N na brzeg karuzeli o masie M = 50,0 kg. Promień karuzeli wynosi 1,50m. Oblicz przyspieszenie kątowe karuzeli spowodowane przyłożeniem tej siły:

- a) gdy nikogo nie ma na karuzeli;
- b) gdy dziecko o masie m_d = 8,0 kg siedzi w odległości r = 1,25 m od środka; załóż, że karuzela jest jednorodną tarczą, a tarcie można
- a) zaniedbać.

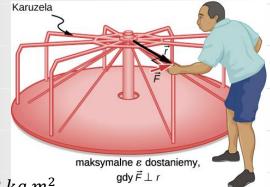
$$I = \frac{mR^2}{2} = \frac{50 * 1.5^2}{2} = 56.25 kg m^2$$

$$M = rFsin\alpha = 1.5m * 250N = 375 N * m$$

$$\epsilon = \frac{M}{I} = \frac{375}{56.25} \left[\frac{Nm}{kgm^2} = \frac{kg * m^2}{s^2 * kg * m} = \frac{1}{s^2} \right] = 6.67 \frac{rad}{s^2}$$

b)
$$I = \frac{mR^2}{2} + m_d r^2 = \frac{50 * 1.5^2}{2} + 8 * 1.25^2 = 56.25 + 28.13 = 84.38 kg m^2$$

$$\epsilon = \frac{M}{I} = \frac{375}{84.38} \left[\frac{Nm}{kgm^2} = \frac{kg * m^2}{s^2 * kg * m} = \frac{1}{s^2} \right] = 4.44 \frac{rad}{s^2}$$





Przykład 4.6

Toczenie się ciał

Kawałek rury o masie m = 10 dag stacza się bez poślizgu z równi pochyłej nachylonej pod kątem α = 20°. Oblicz wartość przyspieszenia w ruchu postępowym rury oraz wartość siły tarcia statycznego, którą powierzchnia działa na rurę.

Szukane:
$$I = mR^2 \ (cienkościenna\ rura\ o\ osi\ obrotu\ wzdłuż\ niej)$$

$$F - T = ma$$

$$F = Q * sin\alpha = mgsin\alpha$$

$$\epsilon = \frac{a}{R}$$

$$M = \epsilon I = TR \ \rightarrow \frac{aI}{R} = TR$$

$$M = \epsilon I = TR \rightarrow \frac{aI}{R} = TR$$

$$\frac{maR^2}{R} = TR \rightarrow T = ma$$

$$F - T = ma \rightarrow \text{mgsin}\alpha - ma = ma$$

$$gsin\alpha = 2a \rightarrow a = \frac{gsin\alpha}{2} = 10 * \frac{0.342}{2} = 1.71 \frac{m}{s^2}$$

$$T = ma = 0.1 * 1.71 = 0.171 N$$



and Technology

Przykład 4.7

Klocek na nitce

Na walec o masie m = 0.6 kg nawinięto cienką linkę przymocowaną jednym końcem do sufitu. Następnie walec puszczono. Oblicz wartość przyspieszenia, z którym obniża się środek walca oraz siły napięcia linki.



Szukane:
a =?
$$I = \frac{mR^2}{2} \text{ (walec o osi obrotu wzdłuż niego)}$$

$$N = ?$$

$$M = \epsilon I = NR$$

$$\epsilon = \frac{a}{R}$$

$$\epsilon I = NR \rightarrow N = \frac{\epsilon I}{R} = \frac{amR^2}{R^2} = \frac{ma}{R}$$

$$F_g - N = ma \rightarrow mg - \frac{ma}{2} = ma$$

$$\frac{3ma}{2} = mg \rightarrow a = \frac{2g}{3} = \frac{2}{3} * 10 = 6.67 \frac{m}{s^2}$$

$$N = \frac{ma}{2} = 2 N$$



Dynamika ciała sztywnego

Ruch postępowy

- Przemieszczenie: x
- Prędkość: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
- Przyspieszenie: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- Masa: m
- Siła: F = ma
- Praca: W = Fx
- $Moc: P = \frac{W}{t} = Fv$
- Pęd: p = mv

Ruch obrotowy

- Przemieszczenie kątowe: φ
- Prędkość kątowa: $\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$
- Przyspieszenie kątowe: $\varepsilon = \frac{\Delta w}{\Lambda \epsilon}$
- Moment bezwładności: I
- Moment sify: $M = I\varepsilon$
- Praca: W = Fφ
- Energia kinetyczna: $E_k = \frac{mv^2}{2}$ Energia kinetyczna: $\frac{1}{2}I\omega^2$
 - Moc: $P = \frac{W}{t} = M\omega$
 - Moment pędu: $L = I\omega$



Słowniczek

siła dośrodkowa

– siła odpowiedzialna za ruch ciała po okręgu. Jej wartość obliczamy ze wzoru F=mv²/r. Siła ta działa na ciało wzdłuż promienia okręgu, po którym odbywa się ruch ciała i jest zwrócona zawsze do środka tego okręgu.

siła odśrodkowa

siła pozorna, odpowiedź na siłe odśrodkową.

dynamika ruchu obrotowego

 – (ang. kinematics of rotational motion) analiza ruchu obrotowego z wykorzystaniem wypadkowego momentu siły i momentu bezwładności, w celu wyznaczenia przyspieszenia kątowego

moment bezwładności

 – (ang. moment of inertia) miara bezwładności obrotowej, która charakteryzuje ilościowo stopień łatwości lub trudności wykonywania zmiany wartości prędkości kątowej bryły sztywnej

moment sily

 – (ang. moment of power) iloczyn siły i jej ramienia liczonego względem danej osi (punktu)



Słowniczek

moment sily

 – (ang. moment of power) iloczyn siły i jej ramienia liczonego względem danej osi (punktu)

druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego

- (ang. Newton's second law for rotation) wypadkowy moment sił jest równy iloczynowi momentu bezwładności i przyspieszenia kątowego energia kinetyczna ruchu obrotowego
- (ang. rotational kinetic energy) część całkowitej energii kinetycznej ciała

gęstość liniowa masy

 – (ang. linear mass density) masa na jednostkę długości obiektu liniowego

gęstość powierzchniowa masy

 – (ang. surface mass density) masa na jednostkę powierzchni obiektu dwuwymiarowego

kinematyka ruchu obrotowego

 – (ang. kinematics of rotational motion) opisuje w funkcji czasu zależność między drogą kątową (kątem obrotu), prędkością kątową i przyspieszeniem kątowym



Słowniczek

bryła sztywna

 jest to ciało fizyczne, które pod wpływem działania sił zewnętrznych nie ulega odkształceniom.

oś równoległa

 – (ang. parallel axis) oś obrotu, która jest równoległa do osi, względem której znany jest moment bezwładności obiektu

praca w ruchu obrotowym

 – (ang. rotational work) praca wykonywana nad bryłą sztywną w wyniku działania momentów sił, dana przez całkę z momentów sił liczoną po kącie, o jaki została obrócona bryła sztywna

ramię siły

 – (ang. arm force) odległość osi obrotu (punktu, względem którego mierzymy moment) od prostej, na której leży siła

twierdzenie o pracy i energii w ruchu obrotowym

 – (ang. work-energy theorem for rotation) całkowita praca wykonana nad zmianą prędkości kątowej ciała sztywnego, równa zmianie jego energii kinetycznej ruchu obrotowego



Praca domowa - wytyczne

- 1. Format: plik pdf lub skan/zdjęcie (upewnij się, że Twoje pismo jest czytelne!)
- 2. Czytaj uważnie polecenia i wykonuj zawarte w nich zadania.
- 3. Pamiętaj aby **podpisać** swoją pracę.
- 4. Do rozwiązania dołącz:
 - 1. Rysunek szkic sytuacji przedstawionej w zadaniu lub wykres wraz z danymi z zadania.
 - 2. Obliczenia razem z przekształceniami wzorów, jeśli jest to konieczne.
 - 3. Wnioski sformułowane na podstawie dokonanej analizy.
- 5. Pamiętaj aby przesłać rozwiązania w terminie na adres email prowadzącej.



Terminy

PN	28	PAŹDZIERNIK				LISTOPAD					GRUDZIEŃ				STYCZEŃ				LUTY			
		5	12	19	26	2	9	16	23	30	7	14	21	28	4	11	18	25	1 Pn N	8	15	22
WT	29	6	13	20	27	3	10	17	24	1	8	15	22 \$r P	29	5	12	19	26	2	9	16	23
ŚR	30	7	14	21	28	4	11	18	25	2	9	16	23	30	6	13	20	27	3	10	17	24
CZ	1	8	15 H1	22 H2	29 H3	5 H4	12	19 TEST	26 H5	3 H6	10 H7	17 H8	24	31	7 H9	14 H10E	21 gzam	28	4	11	18	25
PT	(2) Fin	9	16	23	30	6	13 \$rP	20	27)		(11)		25	1	8	15	22	29	5	12	19	26
so	3	10	17	24	31	7	14	21	28	5	12	19	26	2	9	16	23	30	6	13	20	27
N	4	11	18	25	1	8	15	22	29	6	13	20	27	3	10	17	24	31	7	14	21	28
P-PARZYSTY N-MEPARZYSTY	Р	N	P	N	Р	N	P	N	Р	N	Р	N	Р	N	Р	N	Р	N	P	N	Р	N

H4: 6.11.20 godz. 12:00

Email: sylwia.majchrowska@pwr.edu.pl