

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Computación

Programa de Especialidad en Ciencias de los Datos

Curso: Estadística

Profesor: Ph. D. Saúl Calderón Ramírez

QUIZ 0

Entrega: Domingo 17 de setiembre del 2023

Debe subir un *pdf* con la respuesta.

A través del TEC digital

Valor: 100 pts.

Puntos Obtenidos: _____

Nota: _____

Nombre del (la) estudiante: _____

Carné: _____

1. Suponga que, usted desea ajustar una función de densidad de distribución a un conjunto de datos que se refiere a la probabilidad de que un paciente sea atendido o no en menos de 5 minutos. Su objetivo es predecir la probabilidad con la que el paciente será atendido o no. Para ello, su equipo de científicos de datos observa que el histograma de frecuencias puede ajustarse muy bien a un modelo paramétrico binomial.

$$p(t|\rho) = \rho^t (1 - \rho)^{(t-1)}$$

Este modelo también se conoce como un modelo de Bernoulli. Como se observa, el modelo cuenta con un solo parámetro a estimar, en este caso ρ .

- (a) (50 pts) Suponga que se utilizará el algoritmo del descenso del gradiente, para obtener el ρ óptimo, maximizando la verosimilitud de tal modelo, para la serie de valores (conjunto de datos) \vec{t} :

$$p(\vec{t}|\rho) = \ln \left(\prod_{i=1}^n \rho^{t_i} (1 - \rho)^{(1-t_i)} \right)$$

En este caso, el algoritmo del descenso del gradiente implementa la actualización del parámetro $\lambda(\tau + 1)$ para una iteración $\tau + 1$, como sigue:

$$\rho(\tau + 1) = \rho(\tau) + \Delta\rho(\tau).$$

Calcule el cambio en el parámetro ρ , $\Delta\rho(\tau)$. Muestre todos los pasos intermedios.

- (b) (50 pts) Un miembro de su equipo sospecha que puede usarse una forma más eficiente para optimizar el parámetro ρ : derivando respecto a tal parámetro, igualando la ecuación a 0 y despejándolo. Demuestre si es posible hacerlo, y en caso de ser posible, muestre todos los pasos para llegar a la expresión del ρ óptimo. Finalmente responda, porqué el esquema sugerido por su colega es más efectivo que el implementado en el apartado anterior?