

Práctica 1: eficiencia

Manuel Jiménez Bernal

15 de octubre de 2017

Esta práctica se ha realizado en un equipo de siguientes prestaciones:

- 24 GB de Memoria RAM DDR3
- Procesador Intel Core i7-2600 @ 3.40 Ghz
- Entorno en una máquina virtual bajo GNU/Linux: Ubuntu 16.04

Todos los códigos fuente de los ejercicios abajo descritos se proporcionan en un directorio adjunto, así como cualquier script o imagen que se ha utilizado.

1. Ejercicio 1: Ordenación de la burbuja

Al tratarse de dos bucles anidados en función de N, puede hablarse de que la eficiencia teórica de este algoritmo es de clasificación cuadrática:

$$\frac{n^2 - n}{2}$$

En notación O (peor caso): $O(n^2)$

Para automatizar la ejecución del algoritmo se preparó un script que invoca el programa compilado con parámetros incrementales.

```
#!/bin/csh
@ inicio = 100
@ fin = 30000
@ incremento = 500
set ejecutable = burbuja
set salida = tiempos_burbuja.dat
```

```

@ i = $inicio
echo > $salida
while ( $i <= $fin )
echo Ejecucion tam = $i
echo './{$ejecutable} $i 10000' >> $salida
@ i += $incremento
end

```

Esta ejecución genera un fichero con los tiempos obtenidos a partir de los distintos valores de tamaño a la hora de crear el vector. Con la herramienta gnuplot se generó una gráfica de puntos a partir de estos datos. Con el siguiente comando:

```
>plot 'tiempos_burbuja.dat'
```

Se genera el siguiente gráfico:

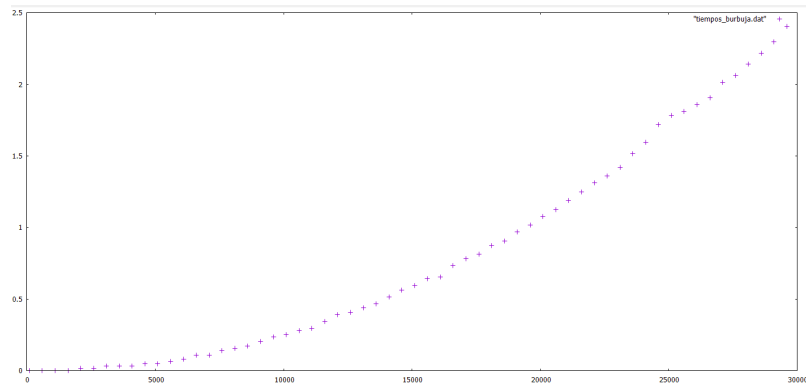


Figura 1: Gráfica de puntos a partir de los datos del fichero tiempos_burbuja.dat

Con la siguiente secuencia de gnuplot puede visualizarse la comparativa gráfica entre los datos de la eficiencia teórica con respecto a la eficiencia empírica:

```

set xrange [0 : 30000]
set x2range [0 : 3000]
set yrange [0 : 3]
set y2range [0 : 5000000]
plot 'tiempos\_burbuja.dat' axes x1y1, (x*x-x)/2 axes x2y2

```

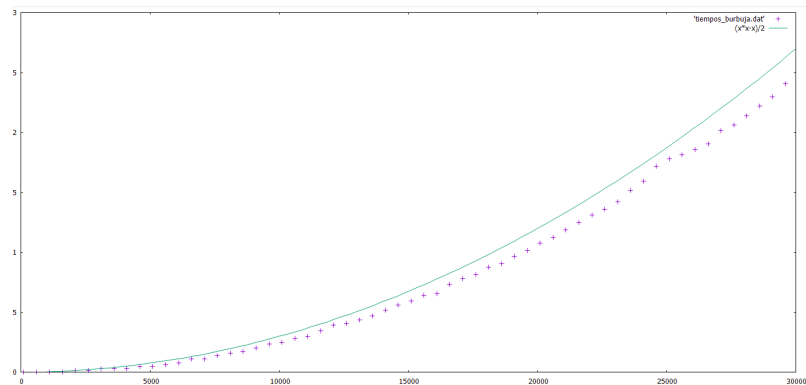


Figura 2: Puede decirse que la eficiencia empírica se ajusta a la eficiencia teórica.

Fue necesario ajustar los límites de la función $f(x)$ debido a los bajos tiempos de ejecución provocaban que la visualización se distorsionase al verse de forma horizontal, condicionados por los altos valores de $f(x)$ y estar ambas compartiendo los ejes.

2. Ejercicio 2: Ajuste en la ordenación de la burbuja

Se realizaron los siguientes comandos de gnuplot:

```
f(x) = (a*x)**2 + b*x + c
fit f(x) "tiempos_burbuja.dat" via a, b, c
```

Tras lo cual se generó un fichero 'fit.log', el cual proporciona la información extraída de la interpolación por mínimos cuadrados:

```
Thu Sep 28 20:31:15 2017
FIT: data read from 'tiempos_burbuja.dat'
format = z
#datapoints = 60
residuals are weighted equally (unit weight)

function used for fitting: f(x)
f(x) = a*x**2 + b*x + c
fitted parameters initialized with current variable values

iter    chisq      delta/lim lambda  a          b          c
0 9.4779953826e+18 0.00e+00 2.29e+08 1.000000e+00 1.000000e+00 1.000000e+00
12 9.4804551914e-04 -4.34e-05 2.29e-04 2.841925e-09 -3.242199e-06 9.435810e-04

After 12 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 0.000948046
rel. change during last iteration : -4.33886e-10
```

```

degrees of freedom (FIT_NDF) : 57
rms of residuals (FIT_STDFIT) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.00407828
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 1.66324e-05

```

Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
=====	=====
a = 2.84192e-09	+/- 7.854e-12 (0.2764%)
b = -3.2422e-06	+/- 2.411e-07 (7.435%)
c = 0.000943581	+/- 0.001549 (164.2%)

correlation matrix of the fit parameters:

a	b	c	
a		1.000	
b	-0.968	1.000	
c	0.738	-0.861	1.000

De estos datos se extrae que:

$$f(n) = 2,84192 \cdot 10^{-9} n^2 - 3,2422 \cdot 10^{-6} n + 0,000943581$$

Al realizar el ajuste se obtiene el siguiente gráfico:

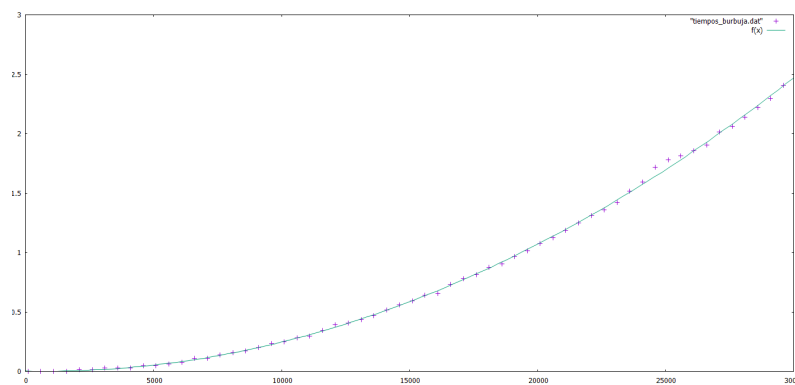


Figura 3: Ajuste por regresión de los datos obtenidos

3. Ejercicio 3: Problemas de precisión

Se trata de un algoritmo de búsqueda binaria para un vector de números ya ordenados. El algoritmo acota la búsqueda en función del valor del número en cada posición, y divide a la mitad el tamaño del problema en las sucesivas iteraciones. En el programa se fuerza el peor caso pasando como argumento un número que no existe en el array.

3.1. Ejercicio 3: Eficiencia teórica

En el peor caso el vector puede dividirse tantas veces como subconjuntos de mitades pueda hacerse de cada uno de esos subconjuntos iterativamente. Este comportamiento implica una eficiencia de orden logarítmico $O(\log_2(n))$

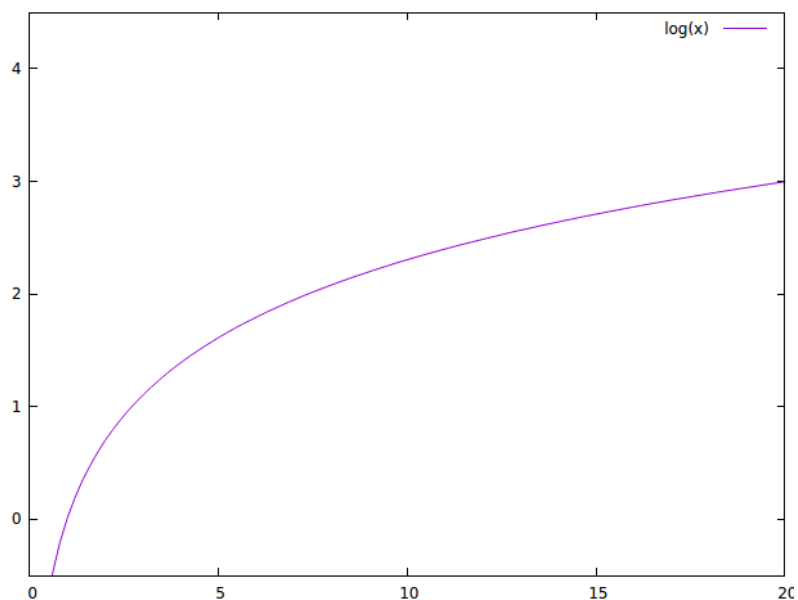


Figura 4: Eficiencia teórica

3.2. Ejercicio 3: Eficiencia empírica

Para medir los tiempos empíricos de este algoritmo se ha realizado un script con el que generar de forma automática vectores de tamaños distintos en cada iteración, tras extraer estos datos se dibujaron gráficas en gnuplot:

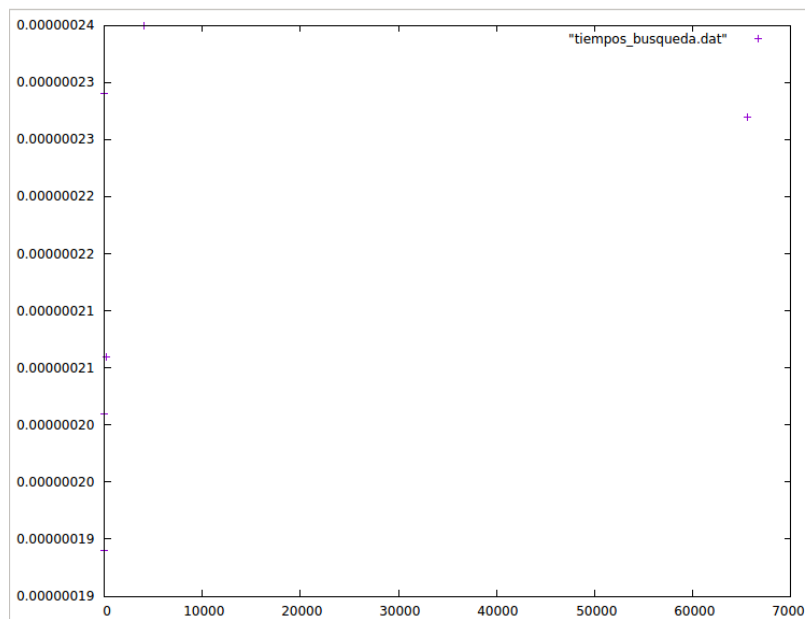


Figura 5: Eficiencia empírica

Se hubo de realizar iteraciones exponenciales para apreciar cambios en los tiempos, así como cambiar la librería para medir el tiempo de forma más precisa. Para ajustar la eficiencia teórica a la empírica se realizó un ajuste por regresión de mínimos cuadrados. Tras realizar los siguientes comandos en gnuplot el ajuste por regresión resultó de la siguiente manera:

```
gnuplot> f(x) = a*x**2 + b*x + c
gnuplot> fit f(x) 't.txt' via a,b,c
```

Arrojando el siguiente ajuste:

Final set of parameters		Asymptotic Standard Error	
=====		=====	
a	= -1.11436e-16	+/-	7.468e-17 (67.02 %)
b	= 7.62855e-12	+/-	4.948e-12 (64.86 %)
c	= 2.05668e-07	+/-	8.523e-09 (4.144 %)

correlation matrix of the fit parameters:

a	b	c	
a		1.000	
b	-0.998	1.000	
c	0.458	-0.480	1.000

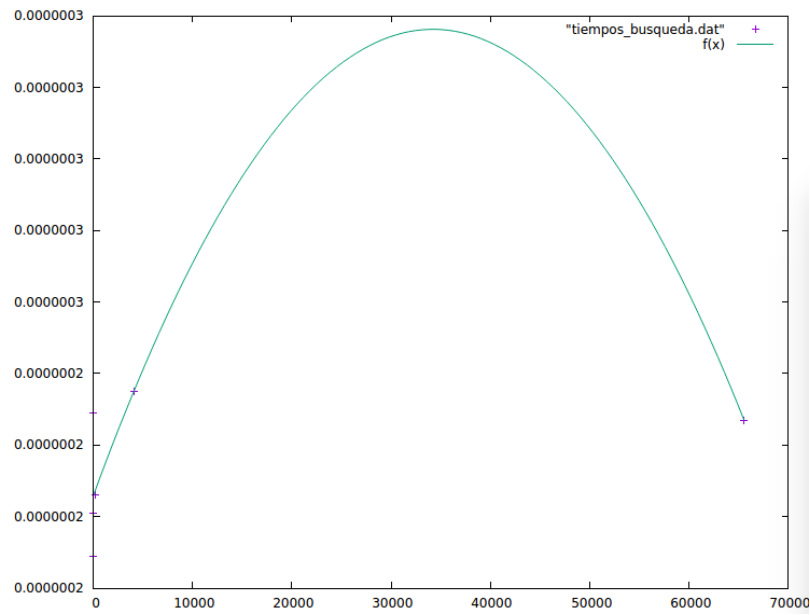


Figura 6: Ajuste de eficiencia empírica y teórica

En el gráfico se aprecia cómo debido a las irregularidades de los resultados se hace un ajuste que no es el que se esperaba conseguir, ya que el tiempo parece constante.

4. Ejercicio 4: Mejor y peor caso

Se modificó el código fuente del algoritmo de la burbuja para permitir introducir mediante parámetro el modo mejor o peor caso, proporcionando un vector ya ordenado o el inverso. Antes de realizar modificaciones la ejecución por lotes mostraba los siguientes resultados de tiempo: Tras ejecutar los scripts que ejecutan de forma iterativa e incremental el programa, se procesaron los resultados en gnuplot con los siguientes resultados:

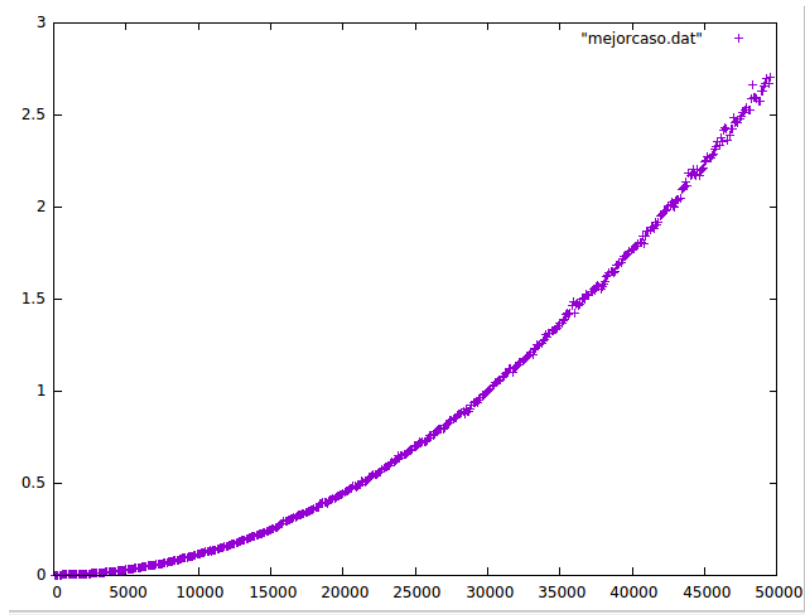


Figura 7: Gráfica de puntos a partir de los datos de ejecución del algoritmo forzando el mejor caso

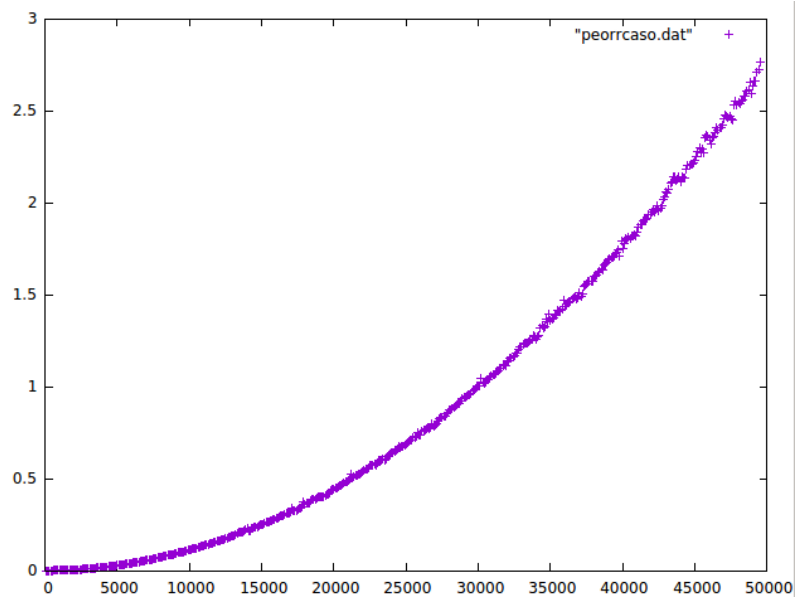


Figura 8: Gráfica de puntos a partir de los datos de ejecución del algoritmo forzando el peor caso

La representación de la comparación en los dos escenarios descritos anteriormente:

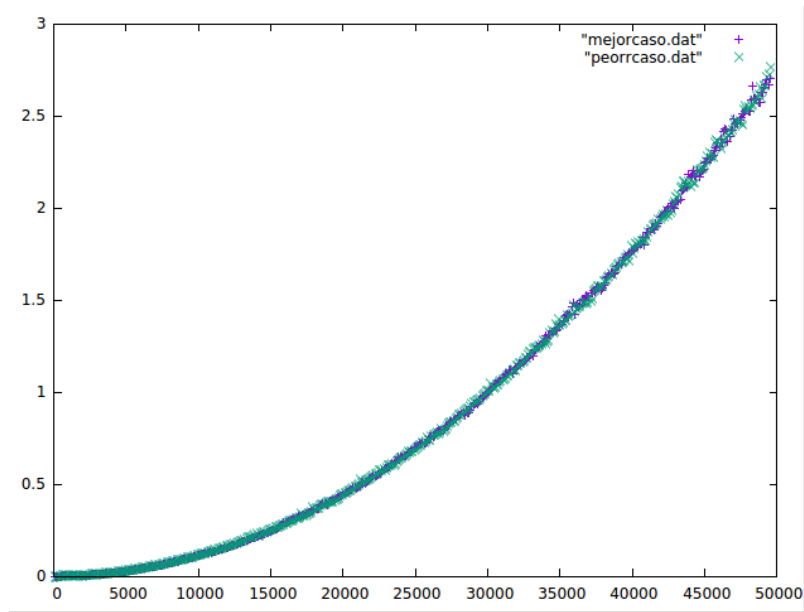


Figura 9: Mejor y peor caso

La conclusión que se extrae es que la ganancia en velocidad al proporcionar un vector ya ordenado apenas es perceptible, ya que de esta forma lo único que se ahorran son comparaciones y asignaciones que en conjunto es de una eficiencia constante u $O(1)$, el número de iteraciones es el mismo.

5. Ejercicio 5

Al introducir el cambio y encontrarse el vector ya ordenado, el algoritmo entra únicamente en la primera iteración al bucle exterior, recorriendo el bucle interior de forma completa una sola vez. Por tanto se trata de una eficiencia lineal $O(n)$.

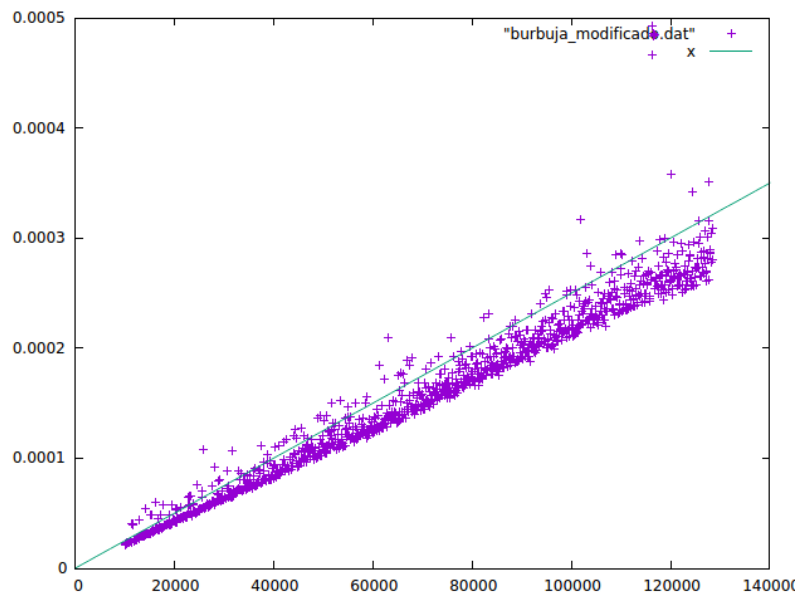


Figura 10: Gráfica a partir de los datos proporcionando un vector ya ordenado y habiendo modificado el algoritmo

Tras observar la gráfica puede afirmarse que la eficiencia teórica y práctica se ajustan considerablemente.

6. Ejercicio 6

Se compiló el programa con el algoritmo de la burbuja con parámetros de optimización -O3 y los resultados en tiempo de las prestaciones fueron los siguientes tras modelar los datos en gnuplot:

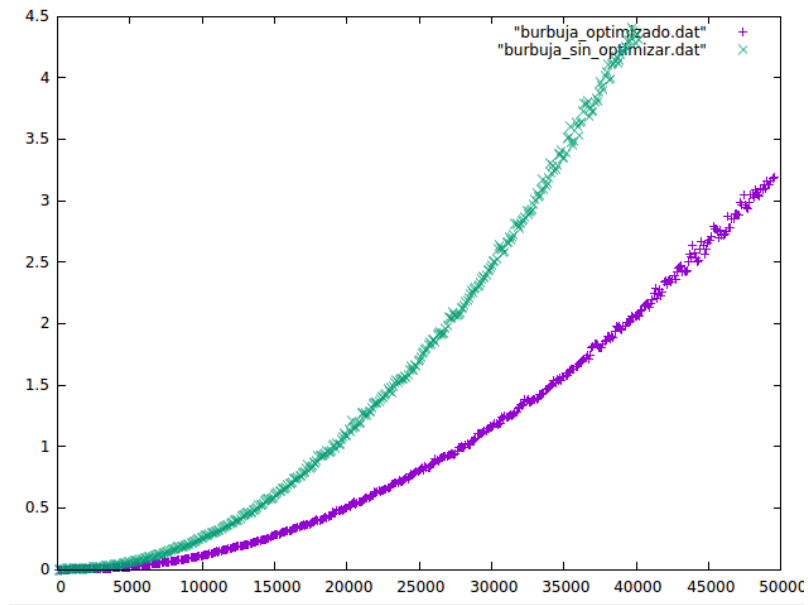


Figura 11: Algoritmo de la burbuja con optimización -O3

Por tanto puede afirmarse que se consigue una ganancia notable en velocidad utilizando optimización en el compilador.