ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΜ&ΜΥ

Αλγόρθμοι και Πολυπλοκότητα

1η Σειρά Γραπτών Ασκήσεων

Ακ. έτος 2010-2011

Λύρας Γρηγόρης   Α.Μ.: 03109687

28 Νοεμβρίου 2011

1 Ασυμπτωτικός συμβολισμός, Αναδρομικές Σχέσεις

α′ Ταξινόμηση

$n*3^n$	$\Rightarrow O(3^n)$
$n^{1.01}$	$\Rightarrow O(n^{1.01})$
$5^{\log_2 n}$	$\Rightarrow O(n^{2.321})$
$\sum_{k=1}^{n} k^5$	$\Rightarrow O(n^6)$
$2^{\log_2 n^4}$	$\Rightarrow O(n^4)$
$\log^{\log n} n$	$\Rightarrow O()$
$\frac{n}{\log\log n}$	$\Rightarrow O()$
$\exp \frac{n}{\ln n}$	$\Rightarrow O()$
$\log n^3$	$\Rightarrow O()$
$\sqrt{n}*(\log n)^{50}$	$\Rightarrow O()$
$n*(\log n)^{10}$	$\Rightarrow O()$
$(\log n)^{\sqrt{n}}$	$\Rightarrow O()$
$n^{\log\log n}$	$\Rightarrow O()$
2^{2*n}	$\Rightarrow O(2^n)$
$\sqrt{n!}$	$\Rightarrow O()$
$\log(n!)$	$\Rightarrow O(n*\log n)$

β′ Τάξη Μεγέθους

(i) $T(n) = 5*T(n/7) + n*\log(n) \Rightarrow n^{\log_7 5} = n^{0.827} \Rightarrow n^{0.827} < n*\log n$
$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n*\log n)$

(ii) $T(n) = 4*T(n/5) + n/\log^2 n \Rightarrow n^{\log_5 4} = n^{0.861} \Rightarrow n^{0.861} < n/\log^2 n$
$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n/\log^2 n)$

(iii) $T(n) = T(n/3) + 3*T(n/7) + n$
$\Rightarrow T(n) \in O(n)$

(iv) $T(n) = 6*T(n/6) + n \Rightarrow n^{\log_6 6} = n$
$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n*\log n)$

(v) $T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + n$
$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n*\log n)$

(vi) $T(n) = 16*T(n/4) + n^3*\log^2 n \Rightarrow n^{\log_4 16} = n^2 \Rightarrow n^2 < n^3*\log^2 n$
$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^3*\log^2 n)$

(vii) $T(n) = T(\sqrt{(n)}) + \Theta(\log\log n)$

(viii) $T(n) = T(n-3) + \log n$
$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n*logn)$

2 Ταξινόμιση σε Πίνακα με Πολλά Ίδια Στοιχεία

3 Δυαδική Αναζήτηση

α′ Ξεκινάμε με ένα στοιχείο. Και συγκρίνουμε με τον x. Όσο ο x είναι μεγαλύτερος από αυτόν διπλασιάζουμε τον αριθμό των στοιχείων και ελέγχουμε πάλι με τον τελευταίο. Μόλις φτάσουμε σε μεγαλύτερο αριθμό από τον x έστω στη θέση k και εφαρμόζουμε κλασσική δυαδική αναζήτηση στο τμήμα $A[1...k]$. Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων είναι $O(\log k)$.

β′ Παίρνω τα k πρώτα στοιχεία από κάθε πίνακα. Τα χωρίζω στη μέση και συγκρίνω τα $A[k/2]$ με $B[k/2+1]$ και $A[k/2+1]$ με $B[k/2]$. Αν $A[k/2] < B[k/2+1]$ και $B[k/2] < A[k/2+1]$ τοτε το k-οστό στοιχείο είναι το $max\{A[k/2], B[k/2]\}$. Αν $A[k/2] < B[k/2+1]$ και $B[k/2] > A[k/2+1]$ τότε επαναλαμβάνω χρησιμοποιώντας τα στοιχεία $[A[k/2+1]..A[k]]$ και $[B[1]..B[k/2]]$.

4 Συλλογή Comics

5 Πολυκατοικίες χωρίς Θέα

Ξεκινάμε με τον από τον $A[1]$ θέτοντας το $B[1] = 0$ εφόσον δεν υπάρχει κάποιος δυτικότερα από αυτόν. Προχωράμε στον επόμενο $A[2]$ και συγκρίνουμε το ύψος του με τον $A[1]$. Αν $A[2] < A[1]$ τότε θέτουμε $B[2] = 1$ αλλιώς συγκρίνουμε το ύψος $A[2]$ με το ύψος του στόχου του $A[1]$. Αν πάλι δεν βρούμε ψηλότερο τρέχουμε πάλι για το στόχο του στόχου αναδρομικά μέχρι να φτάσουμε σε 0 ή σε κάποιον ψηλότερο του $A[2]$ και τον θέτουμε ως στόχο στο πεδίο $B[2]$. Επαναλαμβάνουμε μέχρι n. Μέγιστος αριθμός συγκρίσεων είναι $2n$.