



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΜ&ΜΥ
Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα
1^η Σειρά Γραπτών Ασκήσεων
Ακ. έτος 2010-2011

Λύρας Γρηγόρης Α.Μ.: 03109687

28 Νοεμβρίου 2011

1 Ασυμπτωτικός συμβολισμός, Αναδρομικές Σχέσεις

α' Ταξινόμηση

$$\begin{array}{ll} n * 3^n & \Rightarrow O(3^n) \\ n^{1.01} & \Rightarrow O(n^{1.01}) \\ 5^{\log_2 n} & \Rightarrow O(n^{2.321}) \\ \sum_{k=1}^n k^5 & \Rightarrow O(n^6) \\ 2^{\log_2 n^4} & \Rightarrow O(n^4) \\ \log^{\log n} n & \Rightarrow O() \\ \frac{n}{\log \log n} & \Rightarrow O() \\ \exp \frac{n}{\log n} & \Rightarrow O() \\ \log n^3 & \Rightarrow O() \\ \sqrt{n} * (\log n)^{50} & \Rightarrow O() \\ n * (\log n)^{10} & \Rightarrow O() \\ (\log n)^{\sqrt{n}} & \Rightarrow O() \\ n^{\log \log n} & \Rightarrow O() \\ 2^{2*n} & \Rightarrow O() \\ \sqrt{n!} & \Rightarrow O() \\ \log(n!) & \Rightarrow O(n * \log n) \end{array}$$

β' Τάξη Μεγέθους

1. $T(n) = 5 * T(n/7) + n * \log(n) \Rightarrow n^{\log_5 7} = n^{1.209} \Rightarrow n^{1.209} > n * \log n$
 $\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{1.209})$
2. $T(n) = 4 * T(n/5) + n / \log^2 n \Rightarrow n^{\log_4 5} = n^{1.16} \Rightarrow n^{1.16} > n / \log^2 n$
 $\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{1.16})$
3. $T(n) = T(n/3) + 3 * T(n/7) + n$
 $\Rightarrow T(n) \in O(n * k^{\log n} * \log n)$
4. $T(n) = 6 * T(n/6) + n \Rightarrow n^{\log_6 6} = n$
 $\Rightarrow T(n) \in \Theta(n * \log_6 n)$
5. $T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + n$
 $\Rightarrow T(n) \in \Theta(n * \log n)$
6. $T(n) = 16 * T(n/4) + n^3 * \log^2 n \Rightarrow n^{\log_4 16} = \sqrt{n} \Rightarrow \sqrt{n} < n^3 * \log^2 n$
 $\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^3 * \log^2 n)$
7. $T(n) = T(\sqrt{n}) + \Theta(\log \log n)$
8. $T(n) = T(n-3) + \log n$
 $\Rightarrow T(n) \in \Theta(n * \log n)$

2 Ταξινόμηση σε Πίνακα με Πολλά Ίδια Στοιχεία

3 Δυαδική Αναζήτηση

α' Μπορούμε να σπάμε τον πίνακα σε $n/2$ στοιχεία σε κάθε στάδιο. Έπειτα να ελέγχουμε το στοιχείο $n/2$ και το στοιχείο $n/2+1$ με το x . Αν είναι αν είναι μικρότερο του μικρότερου επαναλαμβάνουμε στο πρώτο τμήμα. Αν είναι μεγαλύτερο του μεγαλύτερου επαναλαμβάνουμε στο δεύτερο τμήμα. Αν δεν ισχύει τίποτα από τα δύο, δεν υπάρχει θέση που να περιέχει τον x .

β' Παίρνω τα k πρώτα στοιχεία από κάθε πίνακα. Τα χωρίζω στη μέση και συγκρίνω τα $A[k/2]$ με $B[k/2+1]$ και $A[k/2+1]$ με $B[k/2]$. Αν $A[k/2] < B[k/2+1]$ και $B[k/2] < A[k/2+1]$ τότε το k -οστό στοιχείο είναι το $\max\{A[k/2], B[k/2]\}$. Αν $A[k/2] < B[k/2+1]$ και $B[k/2] > A[k/2+1]$ τότε επαναλαμβάνω χρησιμοποιώντας τα στοιχεία $[A[k/2+1]..A[k]]$ και $[B[1]..B[k/2]]$.

4 Συλλογή Comics

5 Πολυκατοικίες χωρίς Θέα